



**Πανεπιστήμιο Αιγαίου**  
**Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων και Συστημάτων**  
Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Ειδίκευσης: Σχεδίαση Διαδραστικών  
& Βιομηχανικών Προϊόντων & Συστημάτων

## *Γεωμετρική Βελτιστοποίηση Δομικών Στοιχείων με το Pro - Mechanica*

Διπλωματική Εργασία  
της  
Μαρίας Μανουσαρίδου

Επιβλέπων Καθηγητής:  
Παρασκευάς Παπανίκος

Σύρος 2006

## **Πρόλογος**

Τα προβλήματα που καλούνται να αντιμετωπίσουν οι μηχανικοί δεν επιδέχονται συνήθως αναλυτικές λύσεις. Οι διαθέσιμες αναλυτικές μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση απλών προβλημάτων, αλλά είναι ανεπαρκείς όσον αφορά την ανάλυση περίπλοκων κατασκευών με σύνθετες καταπονήσεις. Για την ανάλυση περίπλοκων κατασκευών έχουν αναπτυχθεί προγράμματα, τα οποία βασίζονται στη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων, και απαλλάσσουν τον μελετητή/ερευνητή από τον κόπο των χρονοβόρων και αβέβαιων επιλύσεων σύνθετων προβλημάτων. Έτσι, εξασφαλίζονται πιο ακριβείς υπολογισμοί που επιτρέπουν την άμεση αξιολόγηση και βελτίωση των προϊόντων.

Ένα τέτοιο λογισμικό πακέτο είναι και το Pro-Mechanica που σε συνδυασμό με το Pro-Engineer αποτελούν ένα χρήσιμο εργαλείο για τη μελέτη της συμπεριφοράς κατασκευών που υπόκεινται σε ποικίλες καταπονήσεις. Έτσι, ελέγχονται χαρακτηριστικά μεγέθη όπως οι αναπτυσσόμενες τάσεις ή οι μετατοπίσεις και ο μηχανικός καλείται να κρίνει την ασφάλεια ή/και λειτουργικότητα της κατασκευής. Επιπροσθέτως, το Pro-Mechanica προσφέρει τη δυνατότητα στο χρήστη να αναζητήσει εύκολα και γρήγορα βέλτιστες λύσεις για μία κατασκευή θέτοντας παραμέτρους, περιορισμούς και στόχους, κάτι που είναι εξαιρετικά χρονοβόρο και επίπονο να επιτευχθεί με αναλυτικό τρόπο.

Σκοπός της παρούσης εργασίας είναι η ανάπτυξη, επίλυση και παρουσίαση παραδειγμάτων βελτιστοποίησης, προκειμένου να εξοικειωθεί ο χρήστης προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων με τις δυνατότητες των προγραμμάτων και τον τρόπο εφαρμογής των τεχνικών βελτιστοποίησης. Τα παραδείγματα που παρουσιάζονται καλύπτουν όλους τους τύπους ανάλυσης (μονοδιάστατη, επίπεδη και τρισδιάστατη) αλλά είναι αρκετά απλά στη μοντελοποίηση και προϋποθέτουν μόνο τις βασικές γνώσεις της μηχανικής των υλικών. Τα μοντέλα, δηλαδή, που έχουν δημιουργηθεί στο Pro-Engineer και οι φορτίσεις που ασκούνται σε αυτά δεν είναι περίπλοκα και αυτό διότι ο χαρακτήρας της διπλωματικής αυτής είναι καθαρά εκπαιδευτικός. Αποτελεί ένα εγχειρίδιο προς τους προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς φοιτητές, το οποίο έχει ως στόχο να τους εξοικειώσει με τη χρήση του Pro-Mechanica και να τους παρουσιάσει τις εκτεταμένες δυνατότητες ενός προγράμματος που στηρίζεται στη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων.

Στην εργασία αναφέρονται αρχικά οι γενικές γνώσεις που απαιτούνται για την κατανόηση και σωστή χρήση των παραδειγμάτων. Στο κεφάλαιο 1 παρουσιάζονται οι βασικές αρχές της ανάλυσης κατασκευών με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Στο κεφάλαιο 2 δίνονται συνοπτικά οι βασικοί τύποι και τεχνικές γεωμετρικής βελτιστοποίησης κατασκευών, ενώ στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται οι βασικές διαδικασίες βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούνται από τα εμπορικά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων.

Στα κεφάλαια 4 και 5 παρουσιάζονται δύο πολύ απλά παραδείγματα βελτιστοποίησης (εφελκυσμού και κάμψης), τα οποία επιλύονται τόσο αναλυτικά όσο και με το Pro-Mechanica. Τέλος, στα κεφάλαια 6-13 παρουσιάζονται 8 παραδείγματα βελτιστοποίησης, τα οποία καλύπτουν πλήρως τους διάφορους τύπους ανάλυσης τάσης σε προβλήματα αντοχής των κατασκευών.

## **Περιεχόμενα**

Πρόλογος	2
Κεφάλαιο 1 Ανάλυση κατασκευών με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων	6
Κεφάλαιο 2 Τεχνικές βελτιστοποίησης στο σχεδιασμό κατασκευών	17
Κεφάλαιο 3 Διαδικασίες Βελτιστοποίησης	22
Κεφάλαιο 4 Αναλυτική Επαλήθευση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης Εφελκούμενης Ράβδου	25
Κεφάλαιο 5 Αναλυτική Επαλήθευση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης Καμπτόμενου Προβόλου	37
Κεφάλαιο 6 Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης δοκού ως 3οδιάστατο μοντέλο	52
Κεφάλαιο 7 Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης μη – ευθύγραμμης δοκού ως 3οδιάστατο μοντέλο	68
Κεφάλαιο 8 Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης ράβδου ως 1διάστατο μοντέλο	82
Κεφάλαιο 9 Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης δοκού με συσχετισμένες διαστάσεις ως 3οδιάστατο μοντέλο	94

Κεφάλαιο 10	108
Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης μοντέλου επίπεδης έντασης	
Κεφάλαιο 11	120
Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης μοντέλου επίπεδης έντασης με συμμετρία	
Κεφάλαιο 12	135
Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης κελύφους (shell)	
Κεφάλαιο 13	150
Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης μηχανολογικού εξαρτήματος	
Βιβλιογραφία	161

## **Κεφάλαιο 1**

### **Ανάλυση κατασκευών με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων**

#### **1.1 - Εισαγωγή**

Το περιεχόμενο του στατικού και δυναμικού υπολογισμού μιας κατασκευής συνίσταται στον προσδιορισμό των μεγεθών τάσης και παραμόρφωσης που αναπτύσσονται στην κατασκευή λόγω της δράσης εξωτερικών δυνάμεων και καταναγκασμών. Αρχικά οι μηχανικοί χρησιμοποιούσαν μόνο αναλυτικές μεθόδους για τον υπολογισμό των τάσεων. Σε περίπτωση μιας πολύπλοκης κατασκευής ήταν αναγκαίο να γίνουν πολλές απλοποιήσεις και παραδοχές για την ανάπτυξη αναλυτικών μεθόδων και, λόγω αυτού, ήταν επίσης αναγκαίος ο εκτεταμένος πειραματικός έλεγχος των αναλυτικών προβλέψεων. Με την ανάπτυξη των υπολογιστών κατέστη δυνατή η αριθμητική επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων και συγχρόνως ελαχιστοποιήθηκε η ανάγκη εκτεταμένων πειραματικών ελέγχων λόγω της αύξησης της αξιοπιστίας των αναλύσεων.

Οι περισσότερες διαδεδομένες αριθμητικές μέθοδοι είναι η Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών (Finite Difference Method) και η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ, Finite Element Method, FEM), οι οποίες εφαρμόζονται σε όλες τις περιπτώσεις προβλημάτων που περιγράφονται με διαφορικές εξισώσεις. Τα τελευταία χρόνια αναπτύχθηκε και μια άλλη αριθμητική μέθοδος που απέκτησε σύντομα μεγάλη σημασία. Πρόκειται για τη Μέθοδο των Συνοριακών Στοιχείων (Boundary Element Method), η οποία πλεονεκτεί σε περιπτώσεις προβλημάτων που ανάγονται σε ολοκληρωτικές εξισώσεις.

Από τις παραπάνω μεθόδους η σημαντικότερη και ευρύτερα χρησιμοποιούμενη σήμερα είναι η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ), η οποία βρίσκει εφαρμογή σε όλους σχεδόν τους τεχνικούς τομείς και ιδιαίτερα στην ανάλυση κατασκευών. Από την πρώτη της εμφάνιση εδώ και τέσσερις περίπου δεκαετίες η ΜΠΣ αναδείχθηκε και καθιερώθηκε ως μία προσεγγιστική μέθοδος υπολογισμού με μεγάλη προσαρμοστικότητα και σχεδόν απεριόριστο πεδίο εφαρμογών. Η ανάπτυξή της, που συνδέεται στενά με τη ραγδαία ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, έγινε πάνω στις βάσεις των κλασικών μεθόδων υπολογισμού. Η μέθοδος αυτή όμως εφαρμόζεται ήδη σε πολλούς τομείς, όπως π.χ. στην Στατική

και Δυναμική των δομικών και αεροναυπηγικών κατασκευών, στην Υδροδυναμική, στη Θερμοδυναμική κ.ά.

## **1.2 - Ιστορικά**

Το 1909 ο Γερμανός μαθηματικός Ritz και το 1915 ο Ρώσος μαθηματικός Galerkin ανέπτυξαν τις μαθηματικές αρχές της ΜΠΣ. Η απουσία του ηλεκτρονικού υπολογιστή καθυστέρησε τη διάδοση και περαιτέρω ανάπτυξη και εφαρμογή της μεθόδου. Με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή η μέθοδος έγινε γνωστή και διαδόθηκε στους ερευνητές.

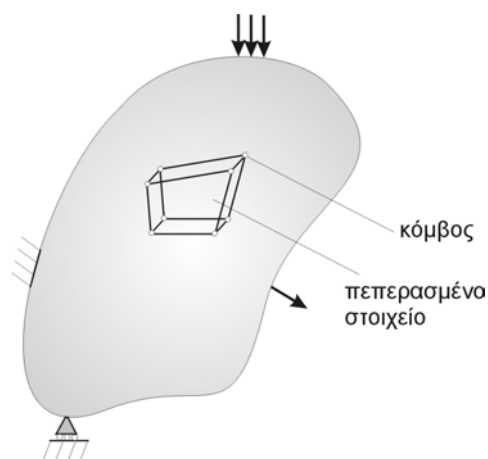
Η ιδέα της ανάπτυξης της ΜΠΣ γεννήθηκε στην αεροναυπηγική από την ανάγκη εύρεσης λύσεων στα προβλήματα που αντιμετώπιζαν στην κατασκευή και ανάλυση των αεροσκαφών. Το 1943 ο Γερμανός μαθηματικός Courant έλυσε το πρόβλημα της στρέψης μιας δοκού καμπύλης διατομής χρησιμοποιώντας τριγωνικά στοιχεία και την αρχή της ελάχιστης δυναμικής ενέργειας. Το 1955 ο Έλληνας Ι. Αργύρης εισήγαγε τις αρχές των πεπερασμένων στοιχείων στο βιβλίο του «Ενεργειακά θεωρήματα και η μέθοδος των μητρώων». Το 1956 οι Αμερικανοί Turner, Glough, Martin και Top υπολόγισαν το μητρώο δυσκαμψίας της ράβδου, ενώ το 1960 ο Glough χρησιμοποίησε για πρώτη φορά το όνομα «Πεπερασμένα Στοιχεία» (Finite Elements). Το 1967 οι Zienkiewicz και Chung έγραψαν το πρώτο βιβλίο των πεπερασμένων στοιχείων.

Από τότε ένας μεγάλος αριθμός δημοσιεύσεων και βιβλίων ακολούθησε με αντικείμενο την εφαρμογή των πεπερασμένων στοιχείων στην μηχανική, στα ρευστά, στην θερμότητα, στην ακουστική, στην κατεργασία των μετάλλων, στον ηλεκτρισμό και ηλεκτρομαγνητισμό και σε πολλές άλλες επιστήμες.

## **1.3 - Σύνοψη περιγραφή της ΜΠΣ**

Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων πήρε το όνομά της από τον τρόπο θεώρησης και προσομοίωσης (μοντελοποίησης) των προς επίλυση φορέων (κατασκευών): Το πρώτο βήμα συνίσταται στην υποδιαίρεση και διάσπαση του αρχικού φορέα σε έναν ανάλογο με την επιθυμητή ακρίβεια μικρότερο ή μεγαλύτερο πλήθος στοιχείων πεπερασμένων διαστάσεων (Σχ. 1). Τα στοιχεία αυτά έχουν κοινά σημεία τις κορυφές τους που ονομάζονται κόμβοι. Μετά τη

διακριτοποίηση αυτή του φορέα θεωρείται κάθε τέτοιο πεπερασμένο στοιχείο ξεχωριστά και για το λόγο αυτό αποσπάται από το σύμπλεγμα των στοιχείων που συνθέτουν τον φορέα. Αφού μελετηθεί και καθορισθεί η μηχανική συμπεριφορά κάθε στοιχείου ακολουθεί το τρίτο βήμα της διαδικασίας επίλυσης που είναι η σύνθεση του φορέα από τα επί μέρους πεπερασμένα στοιχεία, η κατάλληλη δηλαδή επανασύνδεση των στοιχείων προς σχηματισμό του διακριτοποιημένου φορέα. Ο υπολογισμός του αρχικού φορέα γίνεται επομένως σε τρία στάδια : Διακριτοποίηση - Θεώρηση των επί μέρους στοιχείων - Σύνθεση.



Σχ. 1: Διακριτοποίηση σώματος

Η μηχανική συμπεριφορά κάθε στοιχείου καθορίζεται συνήθως από την σχέση ανάμεσα στις δυνάμεις και στις μετατοπίσεις στους κόμβους του. Χρησιμοποιώντας τις αρχές της μηχανικής των υλικών μπορούμε να δημιουργήσουμε έναν πίνακα που συνδέει τις μετατοπίσεις στους κόμβους με τις αντίστοιχες δυνάμεις. Ο πίνακας αυτός καλείται μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου.

Κατά την σύνθεση αυτή παίρνουμε υπόψη ότι οι δυνάμεις στους κοινούς κόμβους μεταξύ δύο στοιχείων είναι ίσες και αντίθετες (δράση-αντίδραση) και μπορούμε να δημιουργήσουμε το μητρώο δυσκαμψίας όλης της κατασκευής. Θέτοντας τις συνοριακές συνθήκες και τις φορτίσεις δημιουργούμε ένα σύστημα εξισώσεων με αγνώστους τις μετατοπίσεις στους κόμβους. Μετά τον υπολογισμό των μετατοπίσεων μπορούμε να υπολογίσουμε τις παραμορφώσεις και τάσεις.

Συνοπτικά, τα βήματα που ακολουθούνται για τον υπολογισμό των τάσεων σε ένα σώμα με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι:



- Διακριτοποίηση
- Σχηματισμός του μητρώου δυσκαμψίας κάθε στοιχείου
- Σύνθεση και σχηματισμός του μητρώου δυσκαμψίας του σώματος
- Φορτίσεις και συνοριακές συνθήκες
- Επίλυση και υπολογισμός μετατοπίσεων
- Υπολογισμός παραμορφώσεων και τάσεων

Η ΜΠΣ είναι προσεγγιστική εφόσον ο αρχικός συνεχής φορέας, για να μπορέσει να επιλυθεί, μετατρέπεται σε ένα ασυνεχές σύμπλεγμα πεπερασμένων στοιχείων. Όσο περισσότερα πεπερασμένα στοιχεία χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του ασυνεχούς μοντέλου υπολογισμού του αρχικού φορέα, όσο πιο εκλεπτυσμένο είναι δηλαδή το μηχανικό / υπολογιστικό προσομοίωμα του πραγματικού συστήματος, τόσο ακριβέστερα μπορούν να θεωρηθούν γενικώς τα αποτελέσματα (εφόσον βέβαια και η μηχανική συμπεριφορά των χρησιμοποιούμενων στοιχείων περιγράφεται ικανοποιητικά). Το εποπτικό αυτό σκεπτικό αντιστοιχεί απόλυτα στο ακόλουθο μαθηματικό σκεπτικό. Ο βασικός στόχος μιας αριθμητικής μεθόδου είναι να αντικαταστήσει τις διαφορικές ή ολοκληρωτικές εξισώσεις που περιγράφουν το εκάστοτε πρόβλημα με ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων. Προφανώς, όσο πιο πολλές αλγεβρικές εξισώσεις χρησιμοποιούνται για να αντικαταστήσουν τις διαφορικές, τόσο περισσότερο θα πλησιάζει η προσεγγιστική την αναλυτική λύση του προβλήματος. Το πλήθος των πεπερασμένων στοιχείων έχει επομένως την αντιστοιχία του στο πλήθος των προς επίλυση αλγεβρικών εξισώσεων.

Η ΜΠΣ είναι από την φύση της πολύ δαπανηρή σε πόρους ηλεκτρονικού υπολογιστή. Ο χωρισμός του σώματος σε πολλά στοιχεία μπορεί να αυξάνει την ακρίβεια αλλά καθιστά την ανάλυση πολύ αργή στην περίπτωση πολύπλοκων σωμάτων. Είναι λοιπόν αναγκαίο να υπάρχει μια ισορροπία ανάμεσα στην ακρίβεια και στον χρόνο υπολογισμού. Συνήθως αυτό επιτυγχάνεται με ελεγχόμενη διακριτοποίηση του σώματος, δηλαδή πυκνή διακριτοποίηση (μικρά στοιχεία) στα σημεία που έχουμε αυξημένες τάσεις (π.χ. εγχοπές) και αραιά διακριτοποίηση (μεγάλα στοιχεία) στις περιοχές που δεν ενδιαφέρουν ως προς την αντοχή του σώματος, δηλαδή εκεί που οι τάσεις είναι μικρές.

### 1.4.1 - Δομή εμπορικών προγραμμάτων ΠΣ

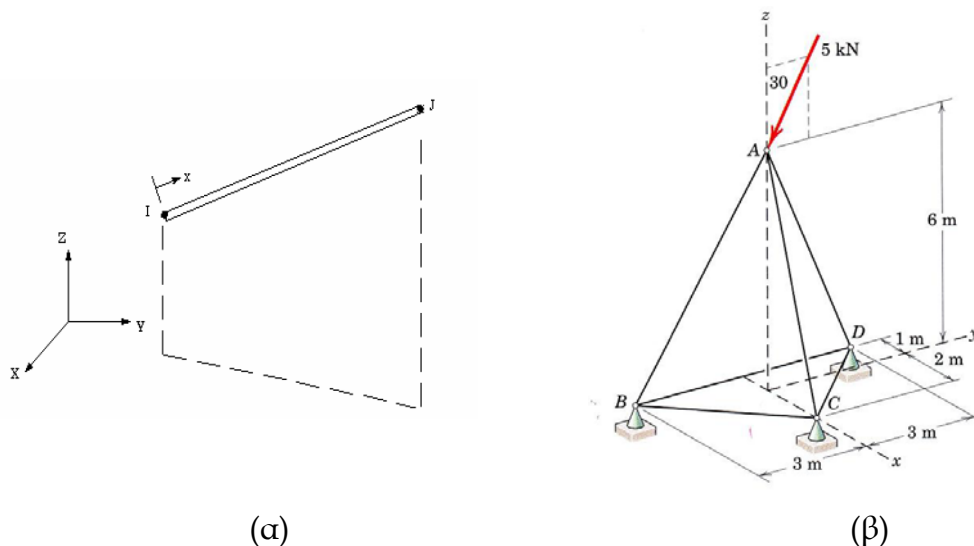
Από την δεκαετία του 60 άρχισαν να αναπτύσσονται τα εμπορικά προγράμματα Πεπερασμένων Στοιχείων. Σήμερα τα προγράμματα αυτά μας δίνουν όχι μόνο τη δυνατότητα επίλυσης ενός προβλήματος αλλά συνήθως περιέχουν και γραφικά υπό-προγράμματα, τα οποία μας δίνουν τη δυνατότητα σχεδιασμού της γεωμετρίας της κατασκευής και την παρουσίαση των αποτελεσμάτων σε γραφική μορφή. Τα πιο διαδομένα εμπορικά προγράμματα ΠΣ είναι: NASTRAN, ANSYS, PRO - MECHANICA, ABAQUS, MARC, ADINA κλπ. Τα εμπορικά προγράμματα ΠΣ αποτελούνται από τα εξής τμήματα:

- Προ-επεξεργαστής (Pre-processor):
  - Καθορισμός των τύπων στοιχείων και των ιδιοτήτων των υλικών
  - Κατασκευή της γεωμετρίας
  - Διακριτοποίηση
- Επίλυση
  - Συνοριακές συνθήκες
  - Φορτίσεις
  - Επίλυση
- Μετα-επεξεργαστής (Post-processor)
  - Γραφικές απεικονίσεις της κατανομής των τάσεων, παραμορφώσεων, δυνάμεων κλπ.
  - Γραφική απεικόνιση της παραμόρφωσης του σώματος
  - Εξαγωγή αποτελεσμάτων για μετέπειτα επεξεργασία

Παρακάτω αναφέρονται τα δεδομένα που χρειάζονται για την ανάλυση με ΠΣ, δηλαδή, ο τύπος των στοιχείων που χρησιμοποιείται για την διακριτοποίηση, οι ιδιότητες των υλικών, οι συνοριακές συνθήκες και οι φορτίσεις.

### 1.4.2 - Τύποι πεπερασμένων στοιχείων

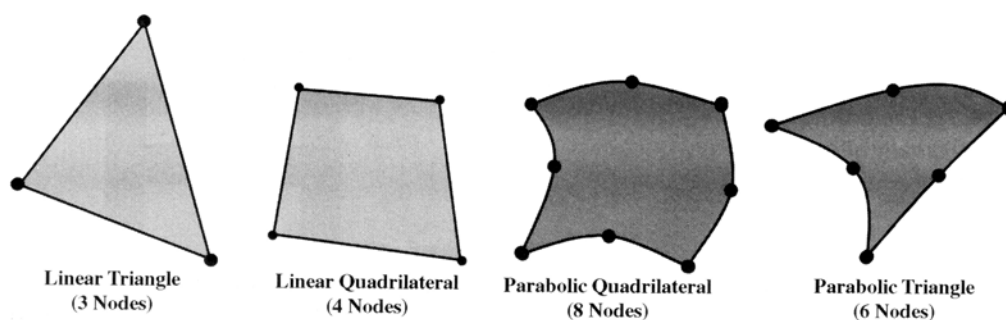
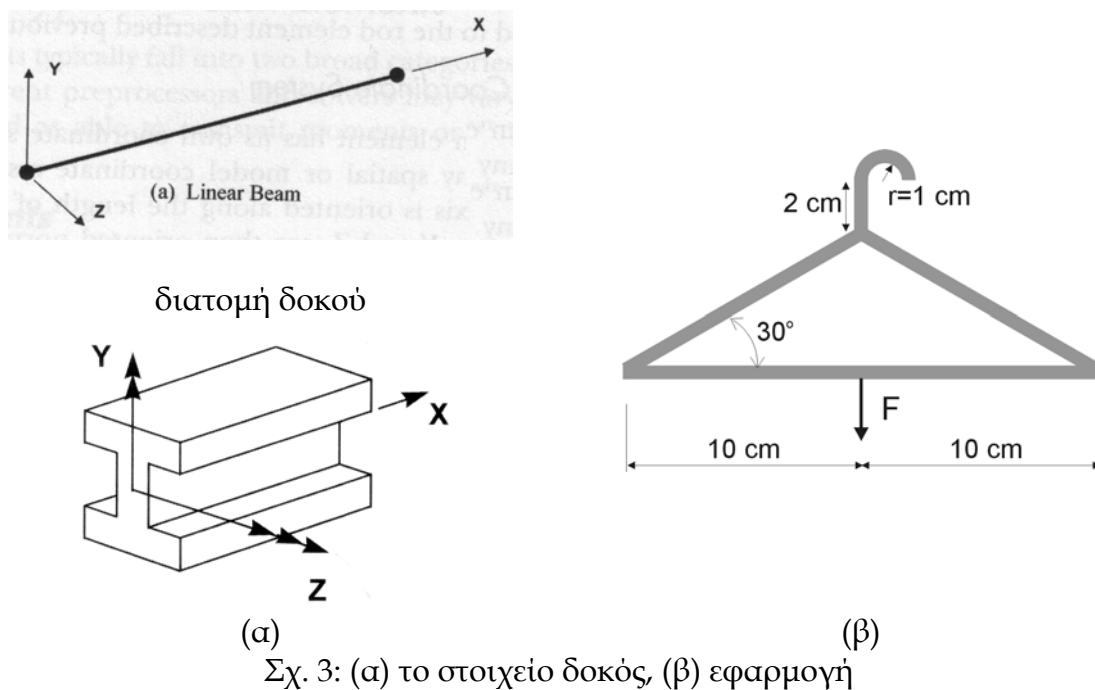
**Ράβδος:** Το στοιχείο αυτό το χρησιμοποιούμε όταν μοντελοποιούμε ένα δικτύωμα όπου τα στοιχεία του μεταφέρουν μόνο αξονικές δυνάμεις. Το στοιχείο είναι γραμμικό και έχει δύο κόμβους, όπως φαίνεται στο Σχ. 2. Εκτός από τις ελαστικές ιδιότητες του υλικού ( $E$ ,  $\nu$ ) θα πρέπει να δώσουμε και το εμβαδόν της διατομής της ράβδου.



(α) (β)  
 Σχ. 2: (α) το στοιχείο ράβδος, (β) εφαρμογή

**Δοκός:** Το στοιχείο αυτό το χρησιμοποιούμε όπως και τη ράβδο αλλά όταν έχουμε και πρόβλημα κάμψης. Χαρακτηριστικά παραδείγματα χρησιμοποίησης του στοιχείου είναι τα υποστυλώματα κάθε τύπου (ακόμα και τα πόδια μιας καρέκλας ή ενός τραπέζιού). Το στοιχείο είναι γραμμικό και έχει δύο κόμβους (ή και τρεις), όπως φαίνεται στο Σχ. 3α. Χρησιμοποιώντας πολλά γραμμικά στοιχεία μπορούμε να μοντελοποιήσουμε και καμπύλες δοκούς, όπως φαίνεται στο παράδειγμα της κρεμάστρας του Σχ 3β. Εκτός από τις ελαστικές ιδιότητες του υλικού ( $E$ ,  $\nu$ ) θα πρέπει να δώσουμε και το εμβαδόν της διατομής της δοκού καθώς και τις ροπές αδρανείας και την μέγιστη απόσταση μεταξύ των ακραίων σημείων της διατομής της. Τα στοιχεία αυτά είναι απαραίτητα για τον υπολογισμό των τάσεων σύμφωνα με την θεωρία κάμψης δοκού.

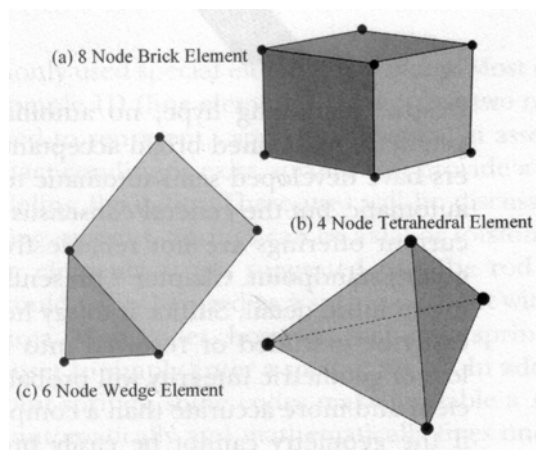
**Δισδιάστατα στοιχεία:** Τα δισδιάστατα στοιχεία χρησιμοποιούνται για να μοντελοποιήσουμε επιφάνειες. Αν η επιφάνεια δέχεται και καμπτικές δυνάμεις, τότε χρησιμοποιούμε τα κελυφοειδή στοιχεία (shells), τα οποία είναι ίδια με τα στοιχεία του Σχ 4, αλλά δέχονται και καμπτικές δυνάμεις. Εκτός από τις ελαστικές ιδιότητες του υλικού ( $E$ ,  $\nu$ ), στην περίπτωση των κελυφοειδών στοιχείων πρέπει να δώσουμε και το πάχος τους. Τα κελυφοειδή στοιχεία είναι πολύ χρήσιμα γιατί μοντελοποιούν με μεγάλη ακρίβεια επιφάνειες που δέχονται δυνάμεις σε κάθετες προς αυτές διευθύνσεις, από την επιφάνεια ενός τραπέζιού μέχρι την άτρακτο ενός αεροπλάνου.



Σχ. 4: Διδιάστατα στοιχεία

**Τρισδιάστατα στοιχεία:** Τυπικά τρισδιάστατα στοιχεία φαίνονται στο Σχ. 5. Τα μόνα δεδομένα που χρειάζονται στην τρισδιάστατη ανάλυση είναι οι ελαστικές ιδιότητες του υλικού.

Εκτός από τους παραπάνω τύπους στοιχείων, στα εμπορικά προγράμματα ΠΣ είναι διαθέσιμα και πλήθος άλλων στοιχείων για πιο ειδικές εφαρμογές. Τέτοια στοιχεία είναι: το στοιχείο μάζα, το ελατήριο, το στοιχείο επαφής κλπ.



Σχ. 5: Τρισδιάστατα στοιχεία

### 1.4.3 - Ιδιότητες των υλικών

Εκτός από τις ελαστικές ιδιότητες των υλικών, τα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων μας επιτρέπουν να καθορίσουμε όλη την συμπεριφορά του υλικού (διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης) ή να καθορίσουμε διαφορετικές ιδιότητες ανάλογα με την θερμοκρασία ή διαφορετικές ιδιότητες σε διαφορετικές διευθύνσεις (ανισότροπα υλικά).

### 1.4.4 - Συνοριακές συνθήκες

Οι συνοριακές συνθήκες που καθορίζουμε στα προβλήματα ανάλυσης τάσεων έχουν σχέση με τη σύνδεση του σώματος με το περιβάλλον, και συνήθως αναφέρονται στον περιορισμό μετατόπισης (μετακίνησης) ενός τμήματος του σώματος. Έτσι στην περίπτωση πάκτωσης, άρθρωσης, κύλισης ή επαφής, περιορίζουμε κατάλληλα τον μετακίνηση του κόμβου που βρίσκεται στη θέση του συνδέσμου.

### 1.4.5 - Φορτίσεις

Οι φορτίσεις σε ένα μηχανικό πρόβλημα μπορεί να είναι συγκεντρωμένες δυνάμεις, κατανεμημένες δυνάμεις και πιέσεις. Οι συγκεντρωμένες δυνάμεις επιβάλλονται στους κόμβους, οι κατανεμημένες σε γραμμές ενώ οι πιέσεις σε επιφάνειες. Εκτός από τις δυνάμεις και πιέσεις, μπορούμε να έχουμε και φορτίσεις σε όλο τον όγκο του σώματος, όπως είναι η μεταβολή θερμοκρασίας (που οδηγεί σε συστολή ή διαστολή) και η βαρύτητα.

## **1.5 - Απλοποιήσεις στην ανάλυση με τη ΜΠΣ**

Πριν προχωρήσουμε στην κατασκευή της γεωμετρίας ενός σώματος και στην ανάλυση είναι χρήσιμο να ελέγξουμε αν είναι δυνατή η απλοποίηση του προβλήματος και, επομένως, η ελαχιστοποίηση του χρόνου υπολογισμού. Όλα τα φυσικά προβλήματα είναι κατά βάση τρισδιάστατα. Εντούτοις, σε πολλές περιπτώσεις, είναι δυνατή η μοντελοποίηση ενός προβλήματος να γίνει διδιάστατα ή και μονοδιάστατα. Οι βασικοί τύποι απλοποίησης παρουσιάζονται παρακάτω.

Μοντελοποίηση σε 1Δ: Σε περιπτώσεις επίλυσης δικτυωμάτων, πλαισίων και μερικών μηχανισμών είναι δυνατή η μοντελοποίηση με ράβδους ή δοκούς, τα οποία είναι γραμμικά στοιχεία.

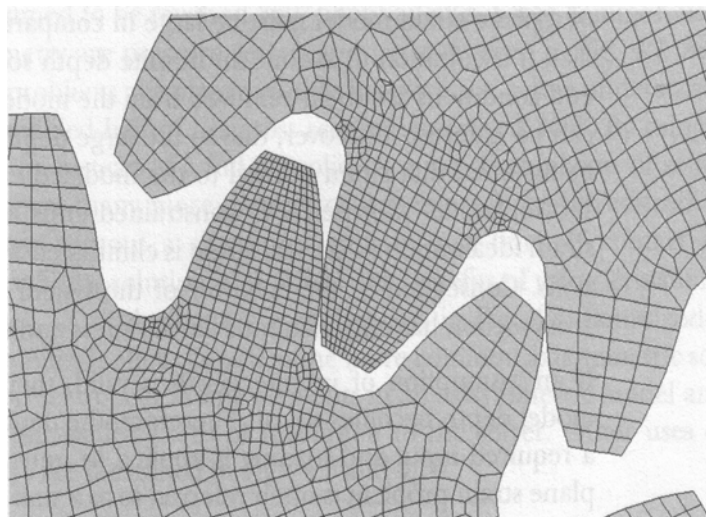
Μοντελοποίηση σε 2Δ: Ανάλογα με το πρόβλημα μπορούμε να έχουμε τις εξής απλοποιήσεις:

### Επίπεδη ένταση

Στην περίπτωση που έχουμε πολύ λεπτές κατασκευές (το πάχος πολύ μικρό σε σχέση με τις άλλες διαστάσεις) μπορούμε να μοντελοποιήσουμε το πρόβλημα σε δύο διαστάσεις θεωρώντας ότι η τάση στην κάθετη διεύθυνση είναι μηδέν (επίπεδη ένταση). Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η μοντελοποίηση ενός γραναζιού όπως φαίνεται στο Σχ. 6.

### Επίπεδη παραμόρφωση

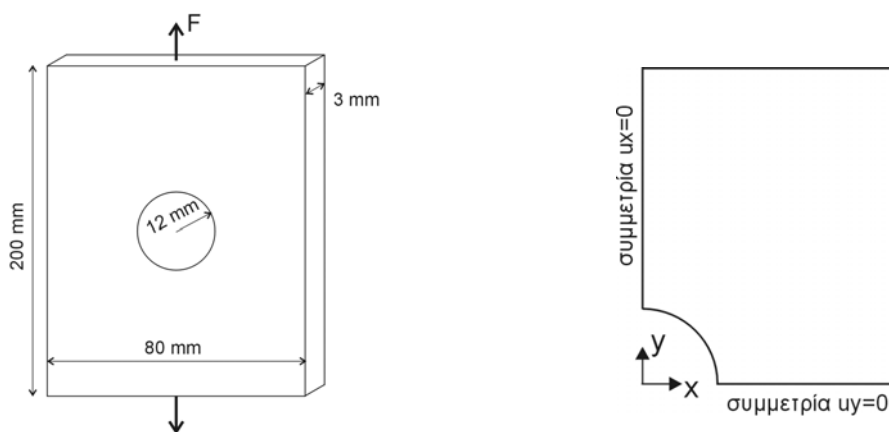
Στην περίπτωση που έχουμε κατασκευές με πολύ μεγάλη τη μία διάσταση (π.χ. ένας αγωγός μεταφοράς πετρελαίου) μπορούμε να μοντελοποιήσουμε το πρόβλημα σε δύο διαστάσεις θεωρώντας ότι η παραμόρφωση στην διεύθυνση της μεγάλης διάστασης είναι μηδέν (επίπεδη παραμόρφωση).



Σχ. 6: Διδιάστατη μοντελοποίηση ενός γραναζιού (επίπεδη ένταση)

### Συμμετρία στο επίπεδο

Στην περίπτωση επίπεδων αναλύσεων (επίπεδη ένταση ή επίπεδη παραμόρφωση) μπορούμε να έχουμε και συμμετρία ως προς τους άξονες. Ένα τέτοιο παράδειγμα φαίνεται στο Σχ. 7. Αντί να μοντελοποιήσουμε όλη την πλάκα, μπορούμε να μοντελοποιήσουμε μόνο το ένα τέταρτο, θεωρώντας όμως συμμετρικές συνοριακές συνθήκες, δηλαδή ότι η μετατόπιση κάθετα στις γραμμές συμμετρίας είναι μηδέν.

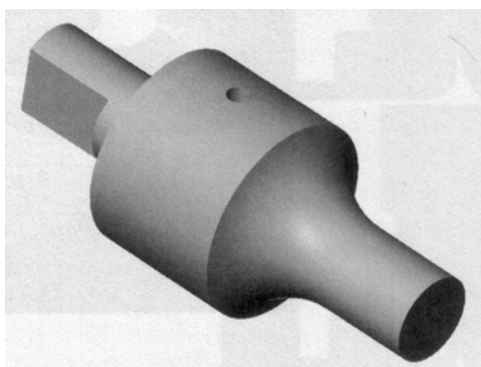


Σχ. 7: Συμμετρία στο επίπεδο

### Αξονοσυμμετρία

Αξονοσυμμετρία έχουμε στην περίπτωση στερεών εκ περιστροφής. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι το αντικείμενο που φαίνεται στο Σχ. 8 και χρησιμοποιείται για την διάτρηση οπών. Αντί για το τριδιάστατο αντικείμενο μπορούμε να

μοντελοποιήσουμε μόνο την γενέτειρα επιφάνεια του. Επειδή σπάνια τα αντικείμενα είναι τελείως αξονοσυμμετρικά, έγκειται στον μηχανικό να αποφασίσει αν μερικά γεωμετρικά στοιχεία μπορούν να παραβλεφθούν γιατί δεν επηρεάζουν την ανάλυση. Στο παράδειγμα του σχήματος η μικρή οπή στο πάνω μέρος μπορεί να μην μοντελοποιηθεί επειδή οι μέγιστες τάσεις παρουσιάζονται στο δεξί τμήμα (το οποίο ανοίγει τις οπές).



Σχ. 8: Αξονοσυμμετρία



## **Κεφάλαιο 2**

### **Τεχνικές Βελτιστοποίησης στο Σχεδιασμό Κατασκευών**

#### **2.1 - Εισαγωγή**

Ο σκοπός των τεχνικών βελτιστοποίησης είναι η αναζήτηση και εύρεση της βέλτιστης σχεδίασης μιας κατασκευής. Θέτοντας κάποιους περιορισμούς όπως για παράδειγμα ένα όριο στην αναπτυσσόμενη τάση καθώς και έναν στόχο όπως ο ελάχιστος όγκος της κατασκευής, μπορούμε να προσδιορίσουμε τη γεωμετρία της κατασκευής που ικανοποιεί τους περιορισμούς και επιτυγχάνει τον στόχο.

#### **2.2 - Σχεδιασμός κατασκευών**

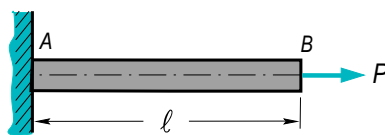
Παρακάτω παρουσιάζουμε τεχνικές βελτιστοποίησης που σχετίζονται με κατασκευαστικές επιλογές σχεδίασης και υποδεικνύεται πώς αυτές οι μέθοδοι παρέχουν επάρκεια στη γεωμετρική βελτιστοποίηση των κατασκευών.

##### **2.2.1 - Μελέτη τάσεων (fully-stressed design)**

Η μελέτη αποκλειστικά της τάσης είναι εφαρμόσιμη μόνο για έλεγχο της αντοχής και δεν δύναται να αντιμετωπίσει άλλους περιορισμούς όπως όρια στη μετατόπιση ή στη συχνότητα. Η τεχνική αυτή δεν αποτελεί στην πραγματικότητα μια μέθοδο βελτιστοποίησης, αλλά σε πολλές περιπτώσεις παρέχει μια ικανοποιητική λύση και δημιουργεί μια αρκετή καλή αρχική σχεδιαστική πρόταση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί εν συνέχεια σε αναλύσεις βελτιστοποίησης όπου συνυπάρχουν επιπλέον περιορισμοί.

Η βασική αρχή της τεχνικής είναι η ανάλυση της κατασκευής και ο προσδιορισμός της τάσης σε κάθε στοιχείο υπό κάθε συνθήκη φόρτισης. Έπειτα, κάθε στοιχείο μπορεί να αλλάξει μέγεθος έτσι ώστε η μέγιστη τάση να είναι ίση με την επιτρεπόμενη. Αν για παράδειγμα η τάση σε ένα στοιχείο υπολογιστεί ίση με 50 MPa και η επιτρεπόμενη είναι 100, τότε η διατομή του στοιχείου (π.χ. η ράβδος του Σχ. 1) μπορεί να μειωθεί κατά 50% και έτσι να διπλασιαστεί η αναπτυσσόμενη τάση. Αυτό βασίζεται στο γεγονός ότι η δύναμη στο στοιχείο θα παραμείνει σταθερή, ακόμα και εάν το μέγεθος του έχει αλλάξει. Συνεπώς, με την παραπάνω τεχνική μπορούν να επιλυθούν στατικά προβλήματα με μία μόνο ανάλυση, ενώ

για πιο περίπλοκες κατασκευές η μέθοδος λειτουργεί ικανοποιητικά πετυχαίνοντας μια βέλτιστη κατάσταση με λίγες αναλύσεις.



Σχ. 1

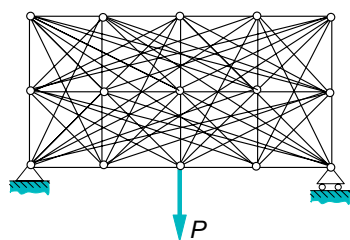
### 2.2.2 - Σχεδίαση Δικτυωμάτων

Η σχεδίαση δικτυώματος αποτελεί αξιόλογη εφαρμογή των τεχνικών βελτιστοποίησης και αυτό διότι πολλές κατασκευές είναι δικτυώματα ή μπορούν να αναλυθούν ως δικτυώματα.

#### Σχεδίαση Δικτυωμάτων με τη διάταξη ως παράμετρο

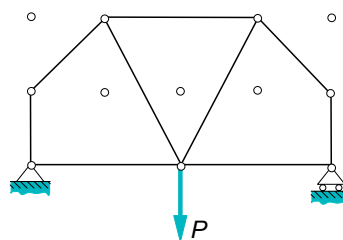
Παρακάτω περιγράφονται 3 τεχνικές σχεδίασης και βελτιστοποίησης δικτυωμάτων με μεταβλητή τη διάταξη τους.

Topological Design. Σε αυτή την περίπτωση δεν αναζητούμε μόνο το μέγεθος των ράβδων και τις θέσεις των αρθρώσεων, αλλά επιπλέον τον αριθμό των αναγκαίων αρθρώσεων και τον τρόπο σύνδεσης τους με τις ράβδους. Έτσι, το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων αλλάζει κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης και αφού δοκοί προστίθενται ή αφαιρούνται, αλλάζουν και οι μεταβλητές. Μία προσέγγιση στο παραπάνω πρόβλημα είναι να αναζητήσουμε τη βέλτιστη κατασκευή με το ελάχιστο βάρος και με μοναδικό περιορισμό την αναπτυσσόμενη τάση (Σχ 2α, β). Για να ικανοποιούνται και οι συνθήκες μετατόπισης, προστίθενται μερικές ράβδοι και συνεπώς αυξάνεται και το βάρος της κατασκευής.



Αρχική κατασκευή

Σχ. 2α

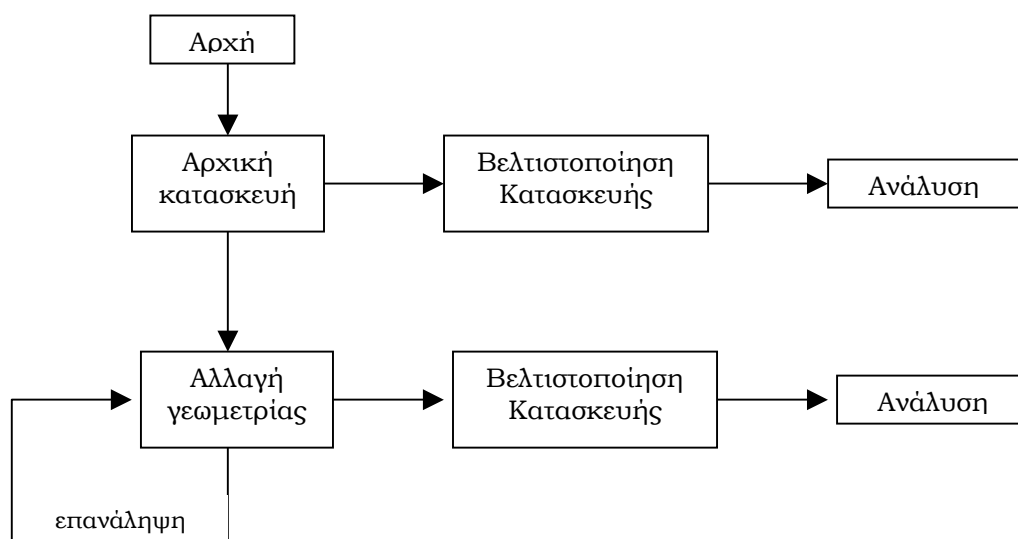


Βέλτιστη κατασκευή υπό περιορισμό τάσης

Σχ. 2β

Direct Application of optimization. Σε αυτή τη μέθοδο οι συντεταγμένες όλων των σχεδιαστικών μεταβλητών περιλαμβάνονται σε ένα σύστημα εξισώσεων. Κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης οι ράβδοι των οποίων η διατομή τείνει προς το μηδέν απαλείφονται και δεν είναι εφικτό να επανέλθουν και συμπεριληφθούν στο δικτύωμα αργότερα. Σε πολλές εργασίες γίνεται χρήση αυτής της τεχνικής όπου παρουσιάζεται μεγάλη ποικιλία αλγορίθμων.

Multilevel Design. Η διαδικασία αυτής της μεθόδου παρουσιάζεται σχηματικά στην παρακάτω εικόνα.



Πρωτίστως, προσδιορίζουμε μια αρχική διάταξη της κατασκευής. Επόμενο βήμα μας είναι η βελτιστοποίηση αυτής της διάταξης ως προς το μέγεθος των δοκών. Αλλάζοντας δηλαδή τη γεωμετρία, λαμβάνουμε μια βέλτιστη κατασκευή, εφόσον ελαττώνεται το βάρος σε σχέση με το βάρος της αρχικής κατασκευής. Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αρκετές φορές οδηγούμαστε σε πολύ καλό αποτέλεσμα, εφόσον η γεωμετρία από την εκάστοτε προηγούμενη δοκιμή εξασφαλίζει μια πολύ καλή αρχική κατασκευή για τη επόμενη δοκιμή.

### **Σχεδίαση Δικτυωμάτων με προκαθορισμένη γεωμετρία**

Στην περίπτωση προκαθορισμένης γεωμετρίας αναζητείται η βέλτιστη κατασκευή ως προς την ανάπτυξη τάσεων, βέλτους κάμψης και μετατόπισης. Έπειτα συμπεριλαμβάνεται και ο περιορισμός της συχνότητας για τον υπολογισμό της ακριβούς βέλτιστης κατάστασης.

### **2.2.3 Σχεδίαση κατασκευών προκαθορισμένης διάταξης**

Παρακάτω παρουσιάζονται κάποιες περιπτώσεις βελτιστοποίησης κατασκευών προκαθορισμένης διάταξης. Ο σκοπός εδώ είναι ο καθορισμός της γεωμετρίας και συνεπώς του βάρους των κατασκευών, ικανοποιώντας όμως κάποιους περιορισμούς.

#### **Συμπαγείς Κατασκευές**

Ο σχεδιασμός συμπαγών κατασκευών αποτελεί μια πολύπλοκη διαδικασία. Τέτοιες κατασκευές εμφανίζουν βασικά προβλήματα όσον αφορά τη βελτιστοποίηση του σχηματισμού τους, εφόσον η εξωτερική γεωμετρία τους πρέπει καθοριστεί αποτελεσματικά. Οι προσεγγιστικές τεχνικές που έχουν αναπτυχθεί είναι περιορισμένες και είναι αναγκαίο να ενσωματώσουμε την ανάλυση – μελέτη του προβλήματος με τη βελτιστοποίηση του. Έτσι, μια ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία διεξάγεται, όταν οι δοκιμές βελτιστοποίησης απαιτούν αποτίμηση. Παρόλα αυτά, επειδή η πραγματική διαμόρφωση της κατασκευής αλλάζει, η διακριτοποίηση των στοιχείων που δημιουργήθηκε για την αρχική διαμόρφωση ίσως να μην είναι επαρκής και κατάλληλη καθ' όλη την πορεία της σχεδιαστικής διαδικασίας και της μελέτης. Γι' αυτό είναι απαραίτητο να διαθέτει το πρόγραμμα την ικανότητα της αυτόματης αναπαραγωγής της διακριτοποίησης των στοιχείων. Έτσι, διασφαλίζεται πως τα αποτελέσματα της ανάλυσης είναι πάντα αξιόπιστα.

Εφόσον μια λεπτομερής ανάλυση απαιτείται σε κάθε βήμα της διαδικασίας βελτιστοποίησης, θα πρέπει να καθοριστεί το πρόβλημα ώστε να μειωθεί η υπολογιστική προσπάθεια. Μια θελκτική προσέγγιση στο παραπάνω είναι να οριστούν στην αρχή της ανάλυσης στοιχεία σχετικά μεγάλα και όχι ομοιόμορφα. Καθώς οι δοκιμές βελτιστοποίησης προχωρούν, η διακριτοποίηση επαναπροσδιορίζεται και βελτιώνεται στις περιοχές υψηλής συγκέντρωσης τάσεων, έτσι ώστε το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων να εξασφαλίζει ορθότητα και συνεπώς να προσεγγιστεί η βέλτιστη κατάσταση.

Εφόσον τα προβλήματα των συμπαγών κατασκευών δεν είναι βασικά μονοδιάστατα, η χρήση τεχνικών βελτιστοποίησης είναι ιδιαίτερος ελκυστική, επειδή ο αριθμός των σχεδιαστικών παραμέτρων είναι αρκετά μικρός. Επιπλέον, αν ο αριθμός των μεταβλητών διατηρηθεί κάτω των 10, η βέλτιστη κατασκευή μπορεί να προσδιοριστεί με λιγότερες από 50 αναλύσεις (δοκιμές).

Πολλά πρακτικά προβλήματα σχεδίασης περιλαμβάνονται στην κατηγορία των συμπαγών κατασκευών και στις περισσότερες περιπτώσεις η αρχική έμφαση είναι η μείωση της συγκέντρωσης των τάσεων με σκοπό να εξασφαλιστεί μια ομοιόμορφη κατανομή των τάσεων στην κατασκευή.

### **Σύνθετα Υλικά**

Τα σύνθετα υλικά παίζουν σημαντικό ρόλο, ιδιαίτερα στις κατασκευές της αεροναυπηγικής. Ίνες πολύ υψηλής αντοχής (όπως για παράδειγμα ο γραφίτης) τοποθετούνται σε στρώματα, συνήθως με συγκόλληση, με σκοπό τη δημιουργία σύνθετης κατασκευής. Η κατεύθυνση των ινών στα διαφορετικά στρώματα ποικίλει έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η αντοχή και η ανθεκτικότητα στις ανάγκες της κατασκευής. Βασικός σκοπός είναι ο προσδιορισμός του αριθμού των ινών για κάθε κατεύθυνση. Φυσικά, ο αριθμός των ινών αποτελεί μια ξεχωριστή μεταβλητή, αλλά μπορεί εύκολα να μοντελοποιηθεί και να θεωρηθεί σαν μια μεταβλητή, δηλ. το πάχος της ίνας, και όταν η βελτιστοποίηση ολοκληρωθεί, επιλέγεται ο πραγματικός αριθμός των ινών που θα αποδώσουν το απαιτούμενο πάχος. Επιπλέον, οι διευθύνσεις των ινών μπορούν επίσης να θεωρηθούν σχεδιαστικές μεταβλητές, αν και στην πράξη κατασκευαστικοί λόγοι καθορίζουν τη διεύθυνση των ινών.

Επειδή υπάρχει μεγάλος αριθμός πιθανών αποτυχημένων καταστάσεων, περιλαμβανομένης της διαμήκους και εγκάρσιας αστοχίας των ινών ή της επικίνδυνης εμφάνισης διατμητικών τάσεων, ο αριθμός των περιορισμών είναι επίσης πολύ μεγάλος, ειδικά όταν οι συνθήκες φόρτισης είναι πολλαπλές. Συνεπώς, οι κατασκευές από σύνθετα υλικά απαιτούν έλεγχο της αντοχής και βελτιστοποίηση μέσω Η-Υ, εφόσον ο αριθμός των σχεδιαστικών παραμέτρων και των συνθηκών είναι υπερβολικά μεγάλος για αναλυτική επίλυση.

## Κεφάλαιο 3

### Διαδικασίες Βελτιστοποίησης

Σε κάθε μελέτη βελτιστοποίησης χρησιμοποιούνται 2 βασικοί κανόνες. Αρχικά, λοιπόν, δεν πρέπει να προσδοκούμε μια διαδικασία βελτιστοποίησης που να σχεδιάζει αυτόματα τα προϊόντα. Επιπλέον, αν και οι ρουτίνες βελτιστοποίησης είναι σήμερα πολύ δυνατές και αποδοτικές, πρέπει στην αρχή της μελέτης να ερευνήσουμε τι πραγματικά μπορεί να συμβεί με το προϊόν, όσον αφορά τη γεωμετρία του, τις ιδιότητες του και τη συμπεριφορά του, έτσι ώστε να γνωρίζουμε το πιθανό αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης. Ακολουθώντας αυτή τη μεθοδολογία, εξοικονομούμε χρόνο φτάνοντας στη βέλτιστη κατασκευή πιο σύντομα.

#### 3.1 - 1<sup>η</sup> Φάση Βελτιστοποίησης

Στην 1<sup>η</sup> Φάση, εξετάζονται διεξοδικά οι αρχικές ιδέες για την πιθανή διάταξη της κατασκευής, η οποία καθορίζει τη λειτουργία, το κόστος τη διαδικασία παραγωγής και την προώθηση του προϊόντος. Έτσι, ένα λογισμικό πακέτο Πεπερασμένων Στοιχείων μπορεί γρήγορα να μας τροφοδοτήσει με άφθονες πληροφορίες που αφορούν τα παραπάνω στοιχεία. Συνεπώς, στην 1<sup>η</sup> Φάση εξετάζεται και εκτιμάται μεγάλο πλήθος μοντέλων, συγκρίνονται διάφορα υλικά, μέθοδοι παραγωγής, γεωμετρικές διατάξεις και καταγράφονται παραδοχές που μπορεί να αφορούν τις εξωτερικές συνθήκες, την ενδεχόμενη επιπρόσθετη φόρτιση κ.ά. Άρα, στην 1<sup>η</sup> Φάση γίνεται αρχικά μελέτη και καταγραφή μεγεθών που ενδιαφέρουν το χρήστη, όπως το βάρος ή η μέγιστη τιμή της τάσης von Mises για κάθε πιθανή περίπτωση της κατασκευής.

Στο επόμενο στάδιο, λαμβάνεται μία ή και περισσότερες παράμετροι, που μπορεί να είναι το υλικό του μοντέλου, οι διαστάσεις του κ.τ.λ.. Έτσι, ξεκινά ένας έλεγχος που ονομάζεται Local Sensitivity Study και μπορεί να αποφανθεί κατά πόσο η αλλαγή της τιμής μίας παραμέτρου είναι σημαντική για την κατασκευή. Ο τρόπος λειτουργίας είναι ο εξής: λαμβάνεται η τιμή μίας παραμέτρου (π.χ. το μήκος του μοντέλου) και εκτελείται έρευνα για τη συμπεριφορά κάποιων χαρακτηριστικών μεγεθών (όπως είναι το βέλος κάμψης, η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση von Mises κ.ά.) για τη ληφθείσα τιμή της παραμέτρου και για τιμές  $\pm 0.5\%$  αυτής της τιμής.

Το αποτέλεσμα είναι ένα διάγραμμα ανάμεσα στην παράμετρο και κάποιο χαρακτηριστικό μέγεθος όπου μία ευθεία γραμμή ενώνει τα 2 σημεία που έχουν προκύψει. Αν η κλίση της ευθείας είναι μεγαλύτερη από 1, τότε η παράμετρος αυτή επηρεάζει σημαντικά τη συμπεριφορά του μοντέλου. Συμπεραίνουμε δηλ. ότι μία μικρή αλλαγή σε μία παράμετρο ( $\pm 0.5\%$ ) αυξάνει αισθητά κάποιο μέγεθος. Όμως πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα προσεκτικοί στην περίπτωση που θέλουμε να εξετάσουμε μία παράμετρο για ένα μεγάλο εύρος τιμών. Τα αποτελέσματα που θα πάρουμε από την Local Sensitivity Study μπορεί να μας παραπλανήσουν, αφού η αλλαγή μίας παραμέτρου δεν είναι πάντα γραμμική σε σχέση με κάποιο μέγεθος και το διάγραμμα θα προκύψει στην Local Sensitivity Study δεν θα είναι αντιπροσωπευτικό.

Ερευνώντας τη συμπεριφορά διαφόρων παραμέτρων, όπως περιγράφηκε παραπάνω, καταλήγουμε σε έναν αριθμό παραμέτρων οι οποίες επιδρούν περισσότερο στην κατασκευή. Έτσι, περιορίζουμε τον αριθμό των παραμέτρων που πρέπει να εξετασθούν διεξοδικά στο επόμενο στάδιο της 1<sup>ης</sup> Φάσης το οποίο ονομάζεται Global Sensitivity Study. Αυτό το στάδιο παρέχει μία ολοκληρωμένη και ευκρινής εικόνα της κατασκευής αλλάζοντας μία παράμετρο, εφόσον η έρευνα γίνεται για όλο το εύρος των τιμών που μπορεί να πάρει η παράμετρος. Συνεπώς, λαμβάνουμε ένα γράφημα όπου εμφανίζεται ξεκάθαρα η εκάστοτε τιμή για κάποιο μέγεθος καθώς αλλάζει η τιμή της παραμέτρου.

Συμπερασματικά, στην 1<sup>η</sup> Φάση εκτελούνται οι Local και Global Sensitivity Studies και κρίνοντας ο χρήστης τα αποτελέσματα της εκάστοτε κατασκευής, περίπου 2 ή 3 ιδέες είναι πιο κοντά στο επιθυμητό προϊόν και να απαιτούν περαιτέρω διερεύνηση. Έτσι, οι πιο βιώσιμες ιδέες, οι οποίες ικανοποιούν τις απαιτήσεις σε κόστος, ποιότητα, λειτουργία και ευελιξία προώθησης περνούν στη 2<sup>η</sup> Φάση βελτιστοποίησης, μειώνοντας τον απαιτούμενο χρόνο και τον κόπο για τη προσέγγιση του τελικού προϊόντος. Επιπλέον, η παραγωγή πρωτοτύπων στην 1<sup>η</sup> Φάση μπορεί να κριθεί επιθυμητή ή απαραίτητη, για τη διασφάλιση της ορθότητας των παραδοχών που έγιναν και τη διασταύρωση και επαλήθευση των αποτελεσμάτων.

### 3.2 - 2<sup>η</sup> Φάση Βελτιστοποίησης

Η 2<sup>η</sup> Φάση πραγματοποιείται με τη χρήση αυτόματων ρουτινών βελτιστοποίησης (Optimization Study), οι οποίες παρέχονται από τα λογισμικά βελτιστοποίησης. Συνεπώς, μαζί με τον καθορισμό της αρχικής γεωμετρίας του μοντέλου, πρέπει να οριστούν στο πρόγραμμα ο στόχος, οι περιορισμοί και οι παράμετροι. Στις περισσότερες περιπτώσεις ο στόχος είναι η μείωση του βάρους, του όγκου ή του κόστους. Αν και αυτά τα 3 συνδέονται μεταξύ τους, υπάρχουν περιπτώσεις όπου το μοντέλο μπορεί να αποτελείται από διάφορα υλικά. Άρα, σε μια τέτοια περίπτωση το πρόγραμμα προσπαθεί αρχικά να μειώσει τον όγκο των πιο δαπανηρών ή βαριών τμημάτων και εφόσον η μείωση δεν είναι επαρκής, τότε συνεχίζει στα υπόλοιπα τμήματα.

Όσον αφορά τους περιορισμούς, αυτοί πρέπει να επλεγούν με προσοχή, διότι στην περίπτωση που δεν είναι ρεαλιστικοί, τότε το πρόγραμμα θα προσπαθεί για αρκετό χρόνο να προσαρμόσει το μοντέλο στις απαιτήσεις, μέχρις ότου να εγκαταλείψει την προσπάθεια. Ο καλύτερος και ασφαλέστερος τρόπος να διασφαλίσει κάποιος ότι οι περιορισμοί είναι λογικοί είναι η εκτέλεση μελέτης τύπου Global Sensitivity πριν την έναρξη της βελτιστοποίησης. Έτσι, θα εξασφαλιστεί ότι υπάρχει μέσα στα όρια των περιορισμών τουλάχιστον μία λύση. Οι περιορισμοί που συνήθως ορίζονται είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση, η ελάχιστη επιτρεπόμενη μετατόπιση αλλά επίσης και κάποιο όριο για το βάρος ή κάποια τιμή για τη ροπή αδράνειας.

Τέλος, οι παράμετροι που καθορίζονται είναι αυτοί που έχουν εντοπιστεί νωρίτερα στην 1<sup>η</sup> Φάση και όπως έχουμε ήδη αναφέρει είναι παράμετροι που επιδρούν σημαντικά στη συμπεριφορά της κατασκευής. Επίσης, ο περιορισμός στον αριθμό των παραμέτρων έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του χρόνου που απαιτείται προκειμένου να ολοκληρωθεί η έρευνα της βελτιστοποίησης. Εξάλλου είναι πιο αποδοτικό να ξεκινήσει η διαδικασία βελτιστοποίησης κοντά στη βέλτιστη διάταξη που έχει κρίνει ο χρήστης και να την τελειοποιήσει. Μπορεί φυσικά να φαίνεται ότι ο χρήστης κάνει τη δουλειά του λογισμικού, αλλά ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης δεν έχει την ευφυΐα και δεν μπορεί να προβλέψει πιθανά σφάλματα.



## **Κεφάλαιο 4**

### **Αναλυτική Επαλήθευση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης Εφελκούμενης Ράβδου**

#### **4.1 - Αναλυτική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης Εφελκούμενης Ράβδου**

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε την επίλυση ενός προβλήματος γεωμετρικής βελτιστοποίησης αρχικά με αναλυτικό τρόπο, έτσι ώστε να υπάρχει η επαλήθευση των αποτελεσμάτων που θα προκύψουν εν συνεχεία από την επίλυση με χρήση του Pro – Mechanica.

➤ Χαλύβδινη ράβδος κυκλικής διατομής και μήκους  $\ell = 1\text{ m}$  είναι πακτωμένη στο άκρο της  $A$ , ενώ στο ελεύθερο άκρο  $B$  ασκείται εφελκυστική δύναμη  $F=10000\text{ N}$ . Η διάμετρος  $d$  της διατομής μπορεί να κυμαίνεται μεταξύ των τιμών  $8 \div 20\text{ mm}$  (Σχ. 1). Δίνεται το μέτρο ελαστικότητας  $E=200000\text{ N/mm}^2$  και η πυκνότητα  $\rho=7800\text{ kg/m}^3$ . Ζητείται η επίλυση για τις 2 παρακάτω περιπτώσεις:

1<sup>η</sup> Περίπτωση:

Θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το βάρος της ράβδου, θέτοντας τις εξής συνθήκες:

μέγιστη τάση  $\sigma = 100\text{ N/mm}^2$

μέγιστη παραμόρφωση  $\varepsilon = 0.001$

(δηλ. μέγιστη επιμήκυνση  $\Delta\ell = \varepsilon \cdot \ell = 0.001 \cdot 1000 \Leftrightarrow \Delta\ell = 1\text{ mm}$ )

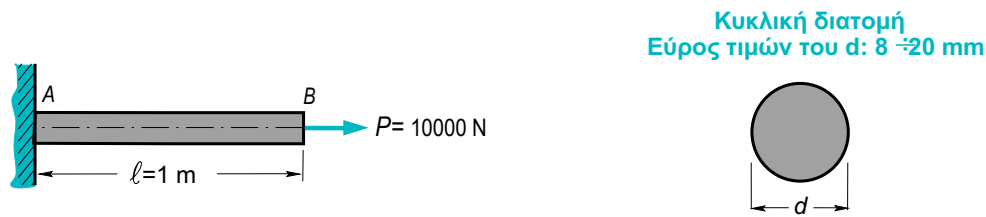
2<sup>η</sup> Περίπτωση:

Θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το βάρος της ράβδου, θέτοντας τις εξής συνθήκες:

μέγιστη τάση  $\sigma = 100\text{ N/mm}^2$

μέγιστη παραμόρφωση  $\varepsilon = 0.0003$

(δηλ. μέγιστη επιμήκυνση  $\Delta\ell = \varepsilon \cdot \ell = 0.0003 \cdot 1000 \Leftrightarrow \Delta\ell = 0.3\text{ mm}$ )



Σχ. 1

### Αναλυτική Επίλυση

#### 1<sup>η</sup> Περίπτωση

Το βάρος της ράβδου δίνεται από τον τύπο:

$$W = \rho g A l = \rho g \frac{\pi d^2}{4} l$$

Για να ικανοποιούνται και οι **2 δύο συνθήκες συγχρόνως** θα πρέπει να ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma \leq 100 \text{ MPa} \\ \varepsilon \leq 0.001 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{F}{A} \leq 100 \text{ MPa} \\ \frac{\delta}{\ell} \leq 0.001 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{F}{\pi d^2/4} \leq 100 \text{ MPa} \\ \frac{F}{E \pi d^2/4} \leq 0.001 \end{array} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d^2 \geq \frac{10000}{100\pi/4} \\ d^2 \geq \frac{10000}{200000\pi \cdot 0.001/4} \leq \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} d \geq 11.3 \text{ mm} \\ d \geq 8.0 \text{ mm} \end{array} \right\}$$

Άρα, για να ικανοποιούνται και οι 2 συνθήκες θα πρέπει η διάμετρος να είναι **11.3 mm=0.0113 m**. Συνεπώς, το ελάχιστο βάρος της ράβδου είναι:

$$W = \rho g \frac{\pi d^2}{4} \ell \Leftrightarrow W = 7800 \cdot 10 \cdot \frac{\pi \cdot 0.0113^2}{4} \cdot 1 \Leftrightarrow \underline{W = 8.0 \text{ N}}$$

#### 2<sup>η</sup> Περίπτωση

Εργαζόμαστε αντίστοιχα με την 1<sup>η</sup> περίπτωση.

Εφόσον πρέπει να ικανοποιούνται και **2 δύο συνθήκες ταυτόχρονα**, έχουμε:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma \leq 100 \text{ MPa} \\ \varepsilon \leq 0.0003 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{F}{A} \leq 100 \text{ MPa} \\ \frac{\delta}{\ell} \leq 0.0003 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{F}{\pi d^2/4} \leq 100 \text{ MPa} \\ \frac{F}{E \pi d^2/4} \leq 0.0003 \end{array} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d^2 \geq \frac{10000}{100\pi/4} \\ d^2 \geq \frac{10000}{200000\pi \cdot 0.0003/4} \leq \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} d \geq 11.3 \text{ mm} \\ d \geq 14.6 \text{ mm} \end{array} \right\}$$

Συνεπώς, για  $d=14.6 \text{ mm}$  ικανοποιούνται και οι 2 συνθήκες. Το ελάχιστο βάρος της κατασκευής είναι:

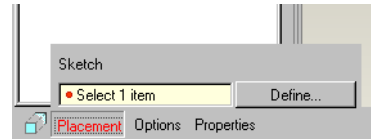
$$W = \rho g \frac{\pi d^2}{4} \ell \Leftrightarrow W = 7800 \cdot 10 \cdot \frac{\pi \cdot 0.0146^2}{4} \cdot 1 \Leftrightarrow \underline{W = 13 \text{ N}}$$

#### 4.2.1 - Αριθμητική Επίλυση στο Pro- Mechanica

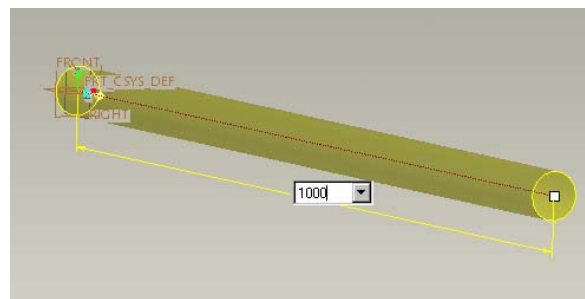
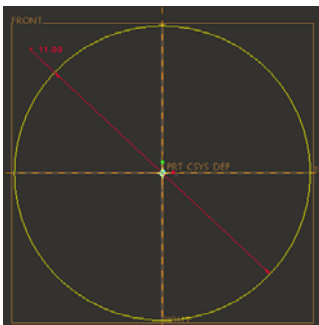
##### ➤ Βασικές εντολές σχεδίασης στο Pro - Engineer

Για τη δημιουργία της ράβδου στο Pro - Engineer, επιλέγουμε *File* ➔ *New* και στο παράθυρο που ανοίγει διαλέγουμε *part*, ενώ από την υποεπιλογή “*use default template*” διαλέγουμε ως μονάδες για το μοντέλο *mmns\_part\_solid*. Πατάμε *Ok* και είμαστε έτοιμοι να σχεδιάσουμε τη ράβδο.

Επιλέγουμε *Insert* ➔ *Extrude* και από την επιλογή *placement* ➔ *define* διαλέγουμε ως επίπεδο σχεδίασης *Front* και πατάμε *Sketch*.



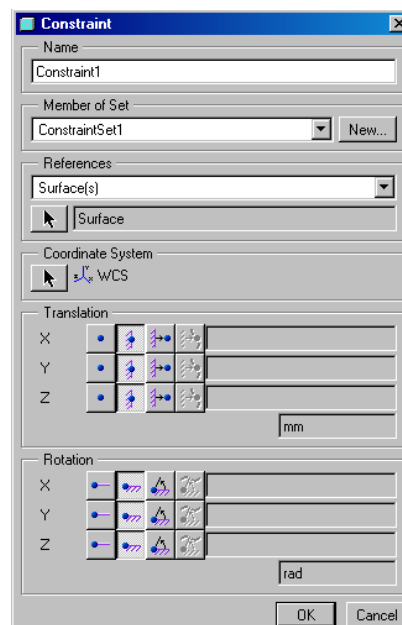
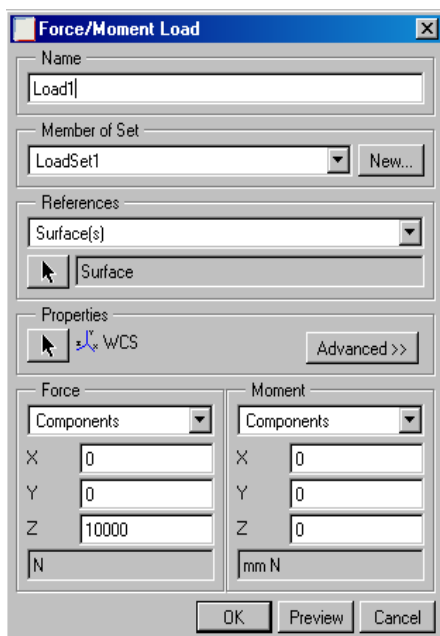
Σχεδιάζουμε τη διατομή της ράβδου, δηλ έναν κύκλο και δίνουμε αρχική τιμή για τη διάμετρο 11 mm. Πατάμε το κουμπί  και δίνουμε για μήκος 1000 mm.



##### ➤ Ανάλυση στο Pro- Mechanica

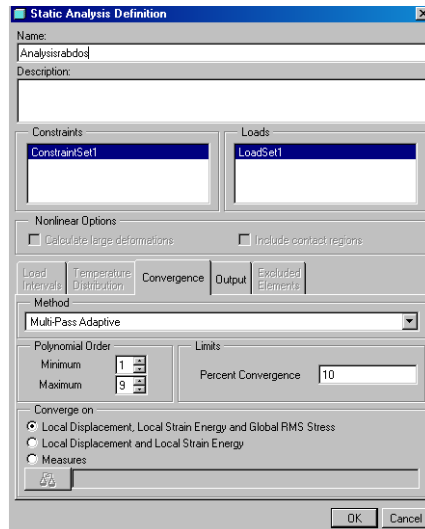
Αφού έχουμε ολοκληρώσει τη δημιουργία του μοντέλου στο Pro - Engineer, επιλέγουμε *Applications* → *Mechanica* για να ξεκινήσουμε την επίλυση.

Αρχικά θα καθορίσουμε τη φόρτιση και την στήριξη από το *menu Insert*. Επιλέγοντας *Force / Moment Load* μας εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο. Διαλέγουμε ως *surface* τη δεξιά επιφάνεια της ράβδου και στην περιοχή *Force* δίνουμε στον άξονα Z την τιμή 10000. Έπειτα επιλέγουμε *Displacement Constraint* για να ορίσουμε την πάκτωση. Επιλέγουμε την αριστερή επιφάνεια και θέτουμε όλες τις μετακινήσεις και τις περιστροφές μηδέν.

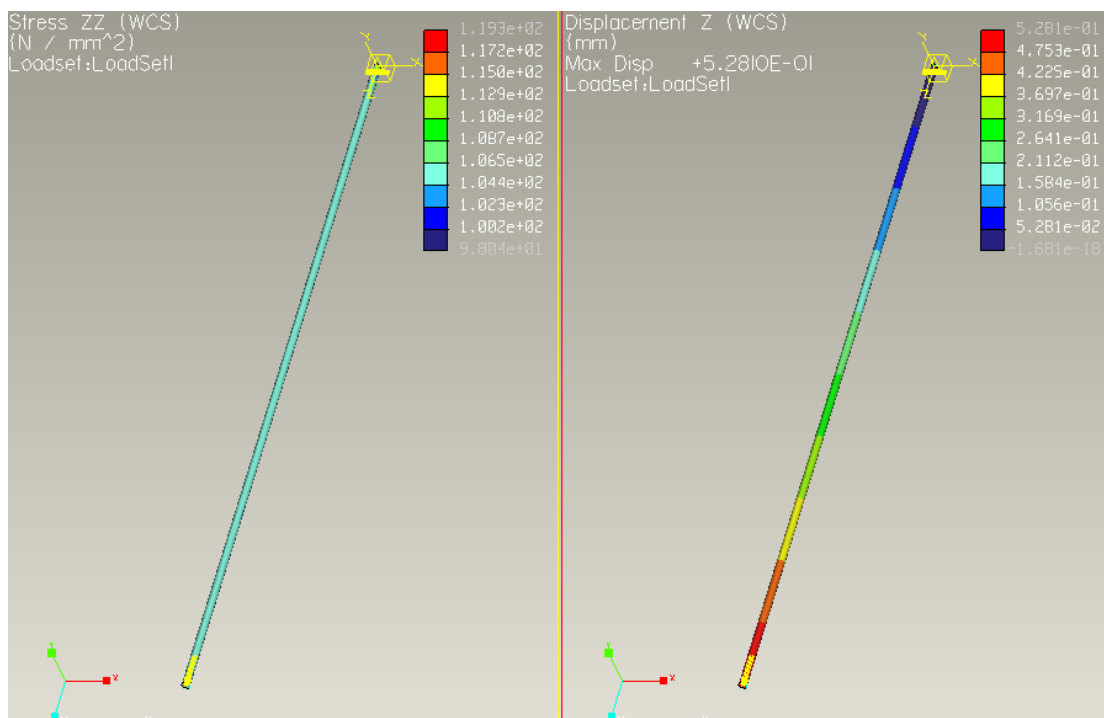


Από το *menu Properties* → *Materials* καθορίζουμε το υλικό της ράβδου σε χάλυβα (*steel*).

Στη συνέχεια διαλέγουμε από το *menu Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και στο νέο παράθυρο *File* → *New Static*. Εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο. Δίνουμε όνομα και ορίζουμε ως μέθοδο τη *Multi - Pass Adaptive* με μέγιστο πολυωνυμικό βαθμό 9. Πατάμε *Ok* και *Run* → *Start*.



Από το menu *Analysis* διαλέγουμε *Results* για να εντοπίσουμε τη μέγιστη μετατόπιση και τη μέγιστη τάση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Έχουμε, λοιπόν, μέγιστη μετατόπιση **0.5 mm** και μέγιστη τάση **120 N/mm<sup>2</sup>**. Οι τιμές αυτές προκύπτουν για διάμετρο **11 mm**.

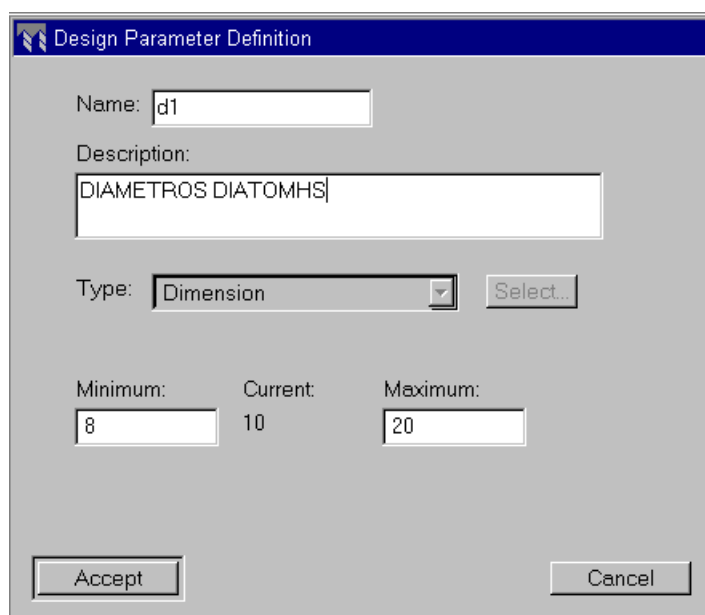
### 4.2.2 – Βελτιστοποίηση κατασκευής

Εν συνεχεία θα εξετάσουμε τις 2 περιπτώσεις με τους περιορισμούς που έχουμε θέσει.

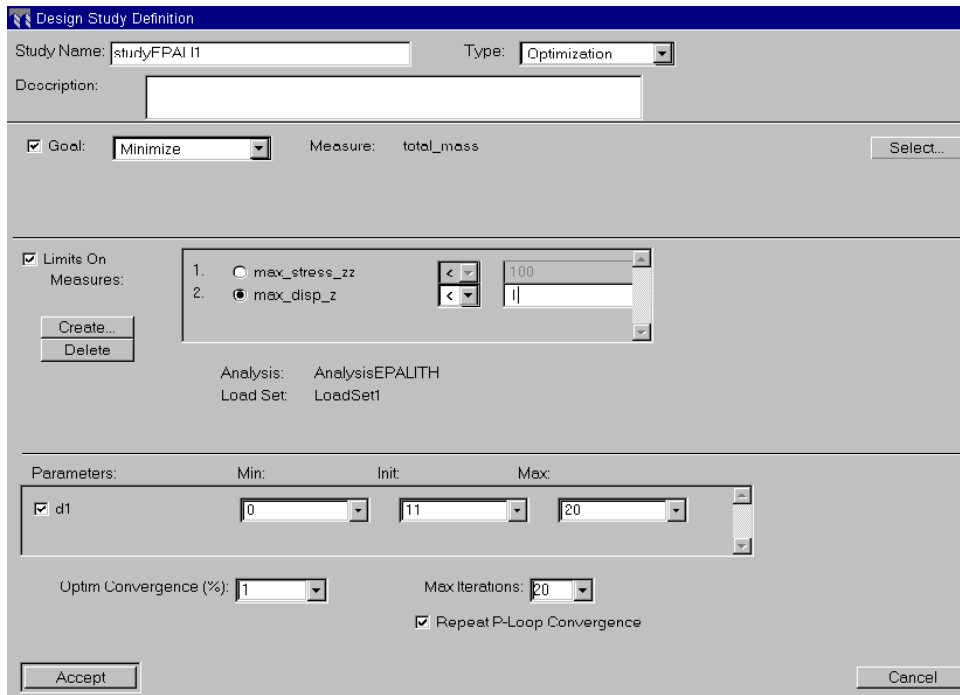
#### 1<sup>η</sup> Περίπτωση:

Αρχικά, θα αναζητήσουμε την ελάχιστη μάζα της ράβδου υπό τις συνθήκες ότι η **μέγιστη τάση δε θα ξεπερνά την τιμή 100 N/mm<sup>2</sup>** και η **μέγιστη παραμόρφωση την τιμή 0.001** (δηλ. η μέγιστη επιμήκυνση δε θα υπερβαίνει την τιμή 1 mm).

Η παράμετρος μας είναι η διάμετρος της διατομής της ράβδου. Έτσι, επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Design Controls* και *Design Params*. Διαλέγουμε ως παράμετρο τη διάμετρο και ορίζουμε εύρος τιμών από **8 έως 20 mm** όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

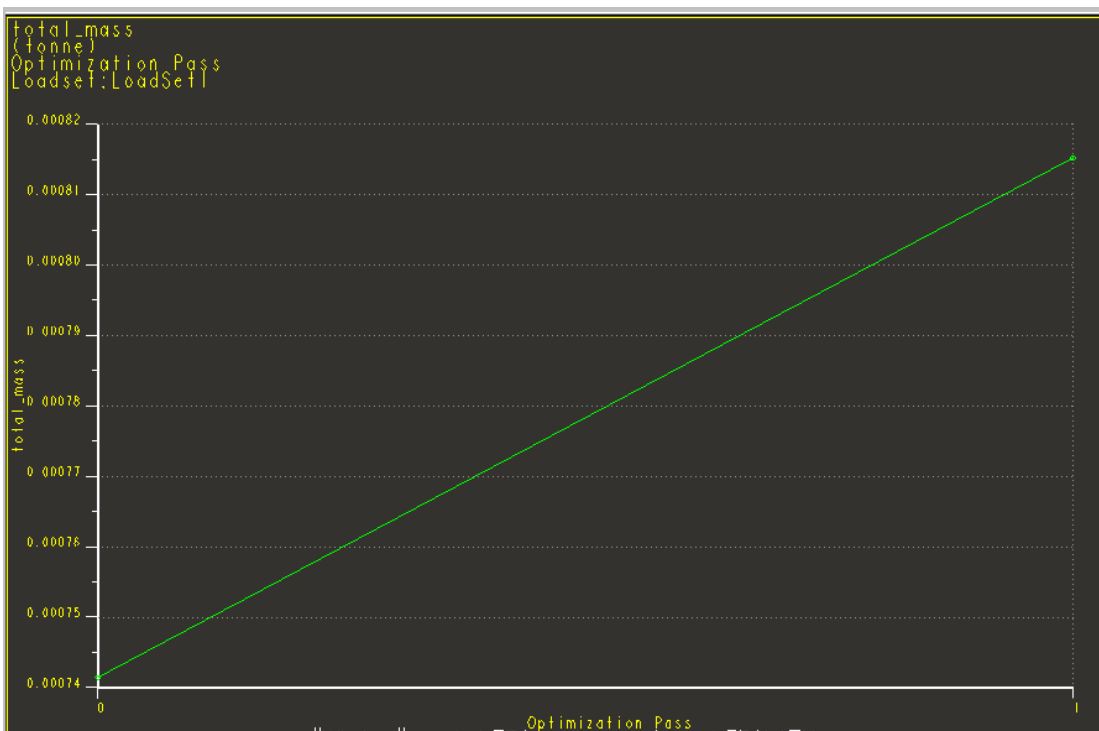


Διαλέγουμε από το *menu Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και έπειτα *File* → *New Design Study*. Εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο όπου ορίζουμε ως στόχο την ελαχιστοποίηση του βάρους (*minimize total mass*) υπό τους περιορισμούς η μέγιστη τάση ZZ να είναι μικρότερη του 100 N/mm<sup>2</sup> και η επιμήκυνση λόγω εφελκυσμού μικρότερη από 1 mm. Πατάμε *Accept* και *Run* → *Start*.

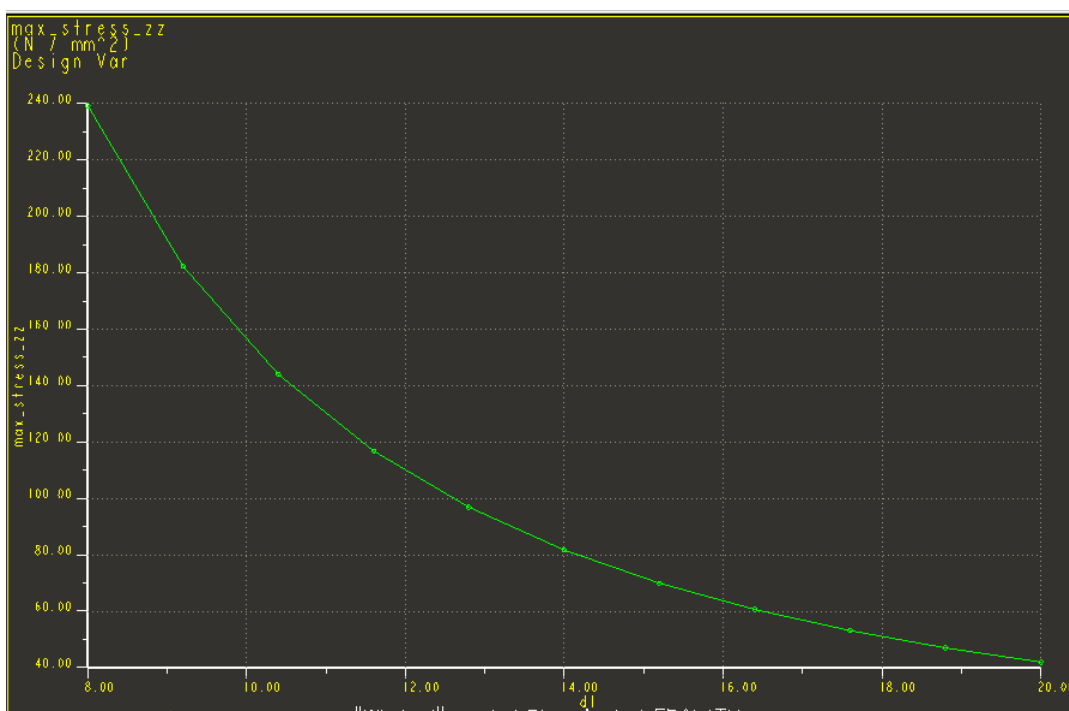


Αφού ολοκληρωθεί η επεξεργασία, ζητάμε το διάγραμμα συνολικού βάρους και δοκιμών βελτιστοποίησης.

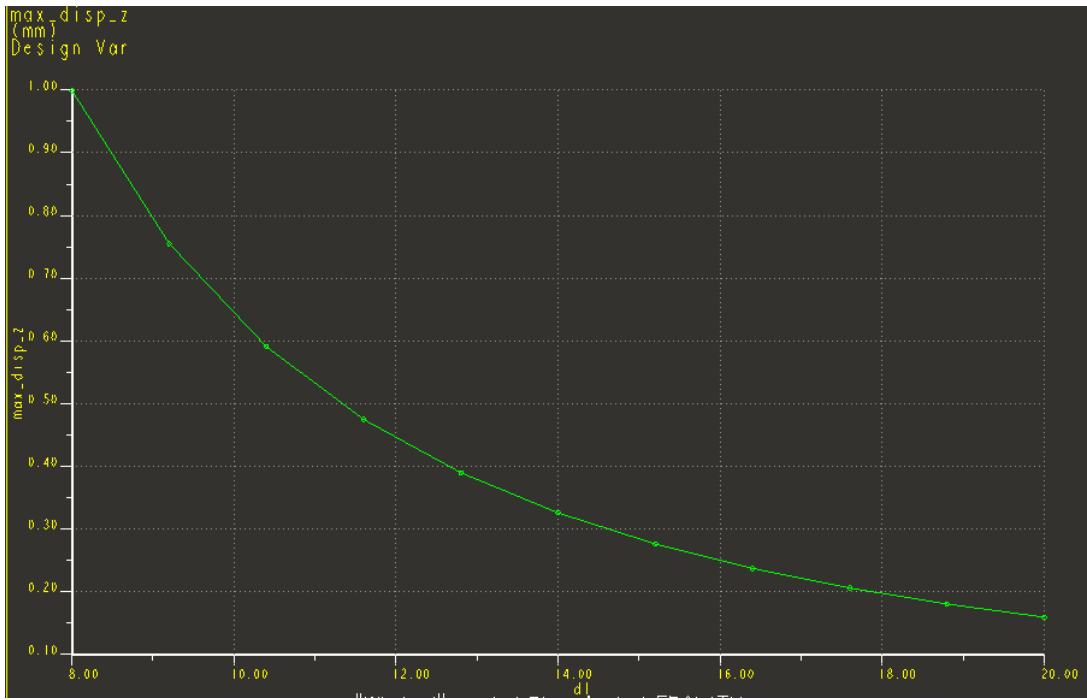
Παρατηρούμε ότι η διαδικασία βελτιστοποίησης σταματάει στη δεύτερη δοκιμή για βάρος περίπου ίσο με  $0.00081t \approx 0.0008t = 8.0\text{N}$ , όσο δηλαδή είχαμε υπολογίσει και στην αναλυτική επίλυση.



Παρακάτω εμφανίζονται τα διαγράμματα μεταξύ μέγιστων τάσεων και διαμέτρου ( $max\_stress\_zz - d1$ ) και μέγιστης επιμήκυνσης και διαμέτρου ( $max\_disp\_Z - d1$ ). Παρατηρούμε ότι για την τιμή 11 mm της διαμέτρου, η μέγιστη τάση είναι περίπου ίση με  $100 \text{ N/mm}^2$ , ενώ για την ίδια τιμή της διαμέτρου η μέγιστη μετατόπιση είναι περίπου  $0.5 \text{ mm} < 1 \text{ mm}$ . Αυτό ήταν αναμενόμενο βάσει της αναλυτικής επίλυσης, αφού και οι 2 συνθήκες που θέσαμε ικανοποιούνται ταυτόχρονα όταν  $d \geq 11 \text{ mm}$ .





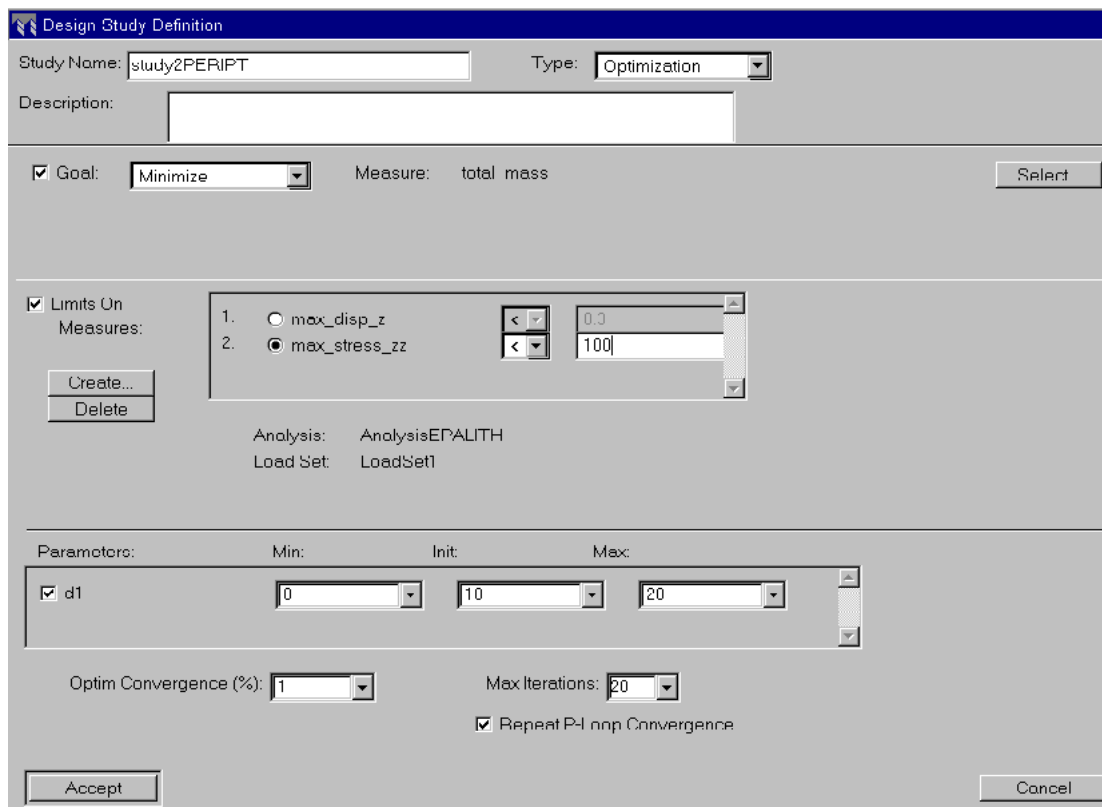


2<sup>η</sup> Περίπτωση:

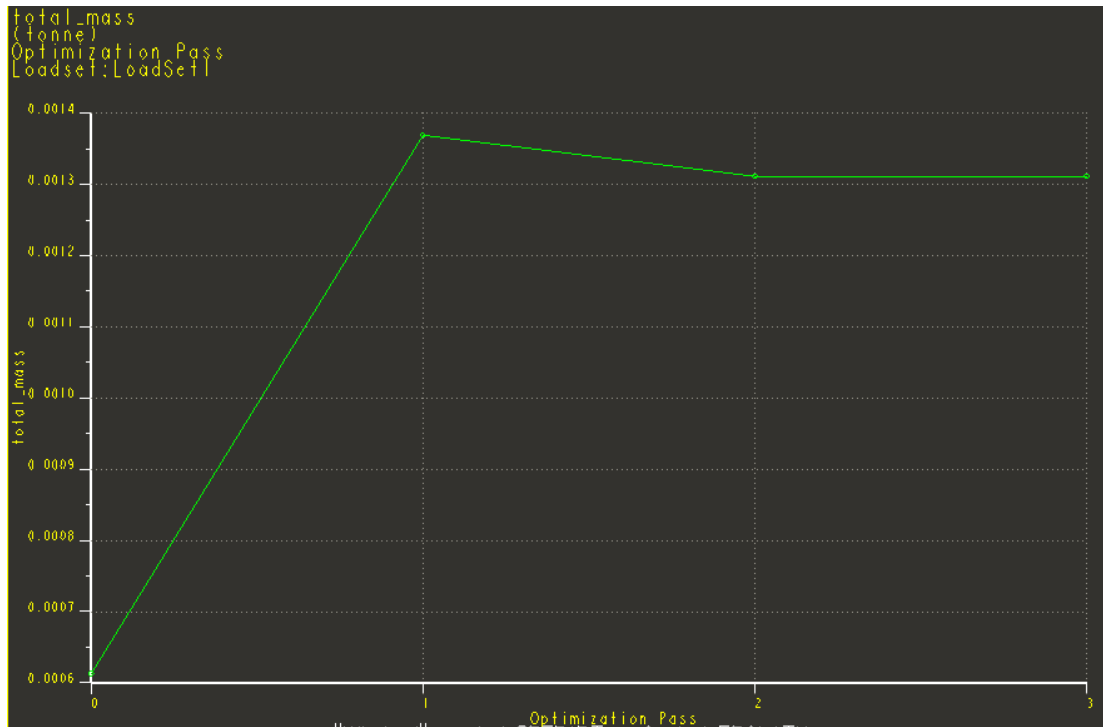
Στη 2<sup>η</sup> περίπτωση αναζητούμε την ελάχιστη μάζα της ράβδου υπό τις συνθήκες ότι η μέγιστη τάση δε θα ξεπερνά την τιμή  $100 \text{ N/mm}^2$  και η μέγιστη παραμόρφωση την τιμή  $0.0003$  (δηλ. η μέγιστη επιμήκυνση δε θα υπερβαίνει την τιμή  $0.3 \text{ mm}$ ).

Η παράμετρος μας είναι ξανά η διάμετρος της διατομής της ράβδου με όρια τιμών **8 έως 20 mm**.

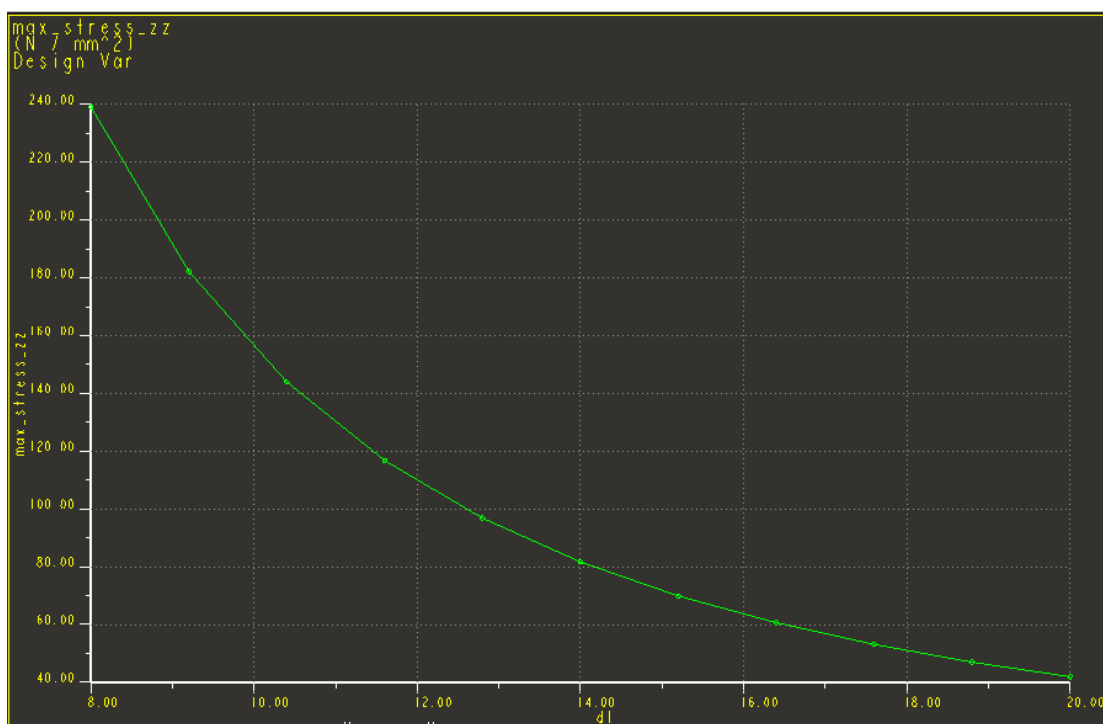
Όπως φαίνεται και στο παρακάτω παράθυρο, θέτουμε ως στόχο την ελαχιστοποίηση του βάρους (*minimize total mass*) και τις 2 συνθήκες (*max stress zz < 100, max disp z < 0.3*).

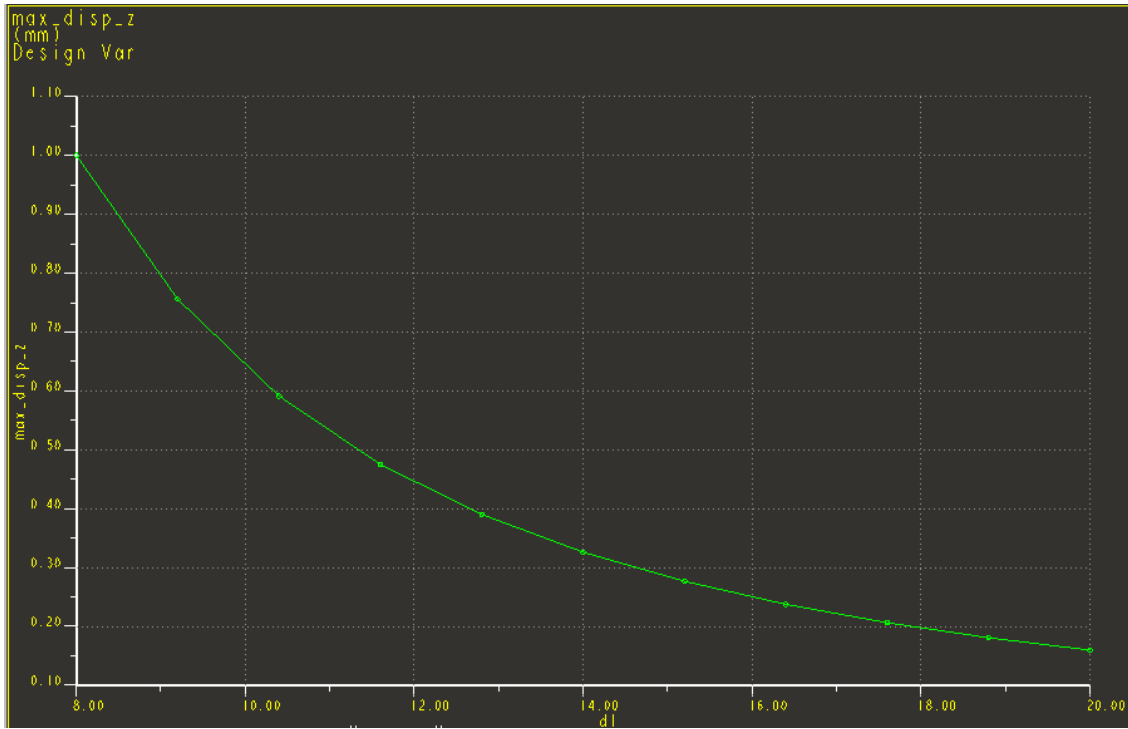


Το διάγραμμα που προκύπτει δείχνει ότι οι περιορισμοί ικανοποιούνται για ελάχιστο βάρος  $0.0013 \text{ t}$ , όσο είχαμε υπολογίσει και στην αναλυτική επίλυση.



Βγάζοντας και τα διαγράμματα μέγιστης τάσης  $zz$  και παραμέτρου ( $d1$ ) και μέγιστης επιμήκυνσης και παραμέτρου, παρατηρούμε ότι για  $d=14.6$  mm η επιμήκυνση είναι  $0.3$  mm, αλλά η τάση είναι  $65$  N/mm<sup>2</sup> <  $100$  N/mm<sup>2</sup>. Αυτό συμβαίνει διότι για την τιμή **14.6 mm της διαμέτρου, ικανοποιούνται ταυτόχρονα και οι 2 συνθήκες.**





## Κεφάλαιο 5

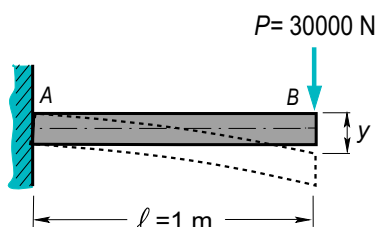
### Αναλυτική Επαλήθευση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης Καμπτόμενου Προβόλου

#### 5.1 - Αναλυτική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης Καμπτόμενου Προβόλου

Παρακάτω τίθεται ένα πρόβλημα γεωμετρικής βελτιστοποίησης για έναν πρόβολο διατομής Διπλού Ταυ και παρουσιάζεται η αναλυτική επίλυση του καθώς και η αριθμητική επίλυση του στο Pro - Mechanica.

➤ Πρόβολος μήκους  $\ell = 1\text{ m}$  φορτίζεται στο ελεύθερο άκρο του με δύναμη  $F=30000\text{ N}$  (Σχ. 1). Η διατομή του είναι διπλό ταυ με διαστάσεις  $b$  για το πάχος,  $3b$  για το ύψος του κορμού και  $a$  για το πλάτος του πέλματος (Σχ. 2). Το μέτρο ελαστικότητας είναι  $E= 200000\text{ N/mm}^2$ . Αν το εμβαδόν της διατομής είναι σταθερά ίσο με  $15000\text{ mm}^2$ , δηλ.  $2ab+3b^2 = \text{σταθ.} = 15000\text{ mm}^2$ , ζητούνται οι διαστάσεις της διατομής με  $b > 25\text{ mm}$ , έτσι ώστε το βέλος κάμψης στο ελεύθερο άκρο του προβόλου να μην υπερβαίνει την τιμή  $1\text{ mm}$  και συγχρόνως να ελαχιστοποιείται η τάση.

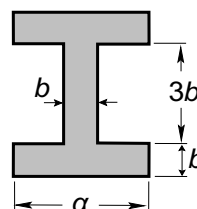
Καμπτόμενος Πρόβολος



Σχ. 1

Διατομή δοκού

εύρος τιμών  $b: 25 \div 54\text{ mm}$   
εμβαδόν διατομής = σταθ. =  $15000\text{ mm}^2$



Σχ. 2

**Αναλυτική Επίλυση**

Η ροπή αδράνειας της διατομής σύμφωνα με το θεώρημα του *Steiner* ισούται με

$$I_x = 2 \left( \frac{ab^3}{12} + ab(2b)^2 \right) + \frac{b(3b)^3}{12} \Leftrightarrow I_x = \frac{1}{6}ab^3 + 8ab^3 + \frac{27}{12}b^4. \quad (1)$$

Επίσης, επειδή το εμβαδόν της διατομής θέλουμε να παραμένει σταθερό, έχουμε:

$$2ab + 3b^2 = 15000 \text{ mm}^2 \Leftrightarrow a = \frac{15.000 - 3b^2}{2b} \quad (2)$$

Επειδή όμως πρέπει να ισχύει  $b < a$  τότε από τη σχέση (2) έχουμε:

$$b \leq a \Leftrightarrow b \leq \frac{15.000 - 3b^2}{2b} \Leftrightarrow b \leq 54.8 \text{ mm}$$

Συνεπώς, το  $b$  μπορεί να κυμαίνεται μεταξύ των τιμών  $25 \div 54$ .

Για την επίλυση δημιουργούμε σε ένα λογιστικό φύλλο του Excel τον παρακάτω **Πίνακα**.

Θέτουμε τιμές για το  $b$   $25 \div 54$ , υπολογίζουμε το  $a$  από την σχέση  $a = \frac{15000 - 3b^2}{2b}$  και τη ροπή αδράνειας από τη σχέση  $I = \frac{1}{6}ab^3 + 8ab^3 + \frac{27}{12}b^4$ .

Το βέλος κάμψης στο ελεύθερο άκρο του προβόλου δίνεται από τη σχέση

$$y = \frac{P\ell^3}{3EI} \text{ και η ορθή τάση στην ανώτατη ίνα από τη σχέση } \sigma = \frac{P\ell y_{\max}}{I}, \text{ όπου}$$

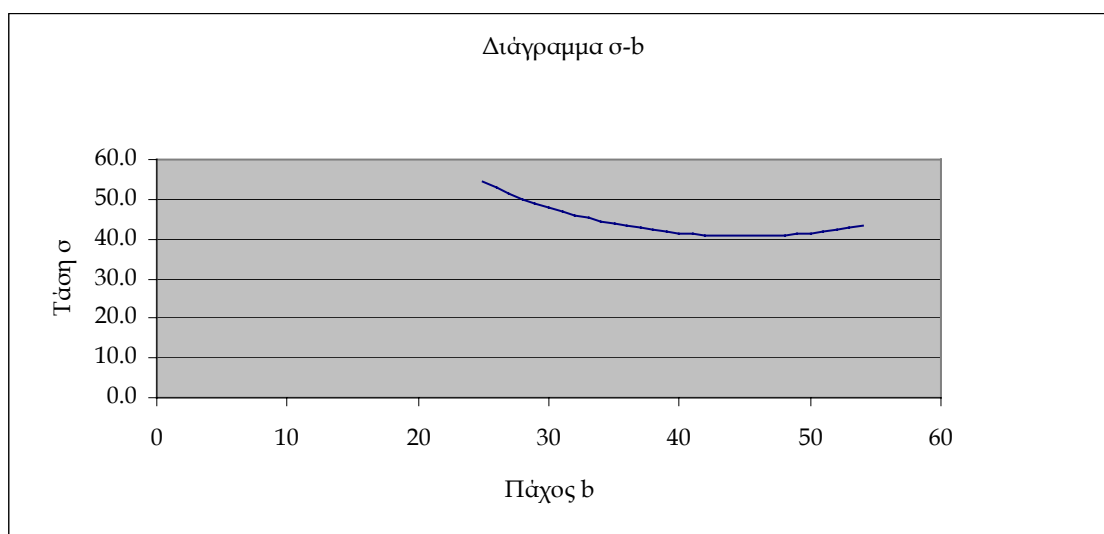
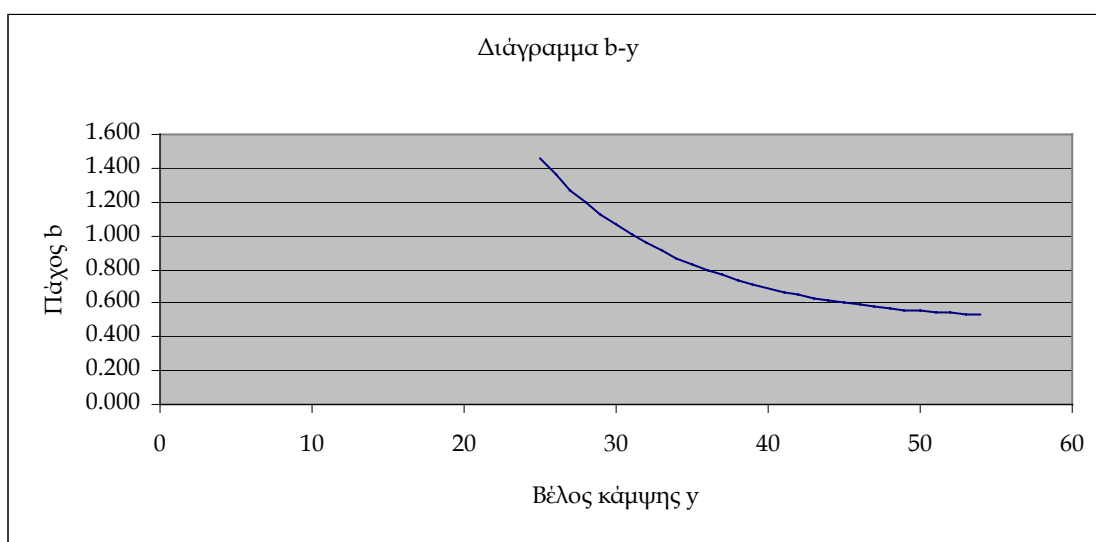
$$y_{\max} = 2.5b, P = 30000 \text{ N}, E = 200000 \text{ N/mm}^2, \ell = 1000 \text{ mm}.$$

**Υπολογισμοί σε Πρόβολο διατομής Διπλού Ταυ:**  
**ορθή τάση ( $\sigma$ ) στην ανώτατη ίνα και βέλος κάμψης ( $y$ ) στο ελεύθερο άκρο**

Πάχος Διπλού Ταυ	Μήκος πέλματος Διπλού Ταυ	Ροπή Αδράνειας	Βέλος κάμψης στο ελεύθερο άκρο του προβάλου	Ορθή τάση σε απόσταση $y=2.5b$
$b$ (mm)	$a=(15000-3*b^2)/(2*b)$ (mm)	$I$ (mm <sup>4</sup> )	$y=P*I^3/3*E*I$ (mm)	$\sigma=P*I*y/I$ (N/mm <sup>2</sup> )
25	262.50	34375000	1.455	54.5
26	249.46	36835240	1.357	52.94
27	237.28	39336840	1.271	51.48
28	225.86	41873440	1.194	50.15
29	215.12	44438440	1.125	48.94
30	205.00	47025000	1.063	47.85
31	195.44	49626040	1.008	46.85
32	186.38	52234240	0.957	45.95
33	177.77	54842040	0.912	45.13
34	169.59	57441640	0.870	44.39
35	161.79	60025000	0.833	43.73
36	154.33	62583840	0.799	43.14
37	147.20	65109640	0.768	42.62
38	140.37	67593640	0.740	42.16
39	133.81	70026840	0.714	41.77
40	127.50	72400000	0.691	41.44
41	121.43	74703640	0.669	41.16
42	115.57	76928040	0.650	40.95
43	109.92	79063240	0.632	40.79
44	104.45	81099040	0.617	40.69
45	99.17	83025000	0.602	40.65
46	94.04	84830440	0.589	40.67
47	89.07	86504440	0.578	40.75
48	84.25	88035840	0.568	40.89
49	79.56	89413240	0.559	41.10
50	75.00	90625000	0.552	41.38
51	70.56	91659240	0.545	41.73
52	66.23	92503840	0.541	42.16
53	62.01	93146440	0.537	42.67
54	57.89	93574440	0.534	43.28

Από τον Πίνακα παρατηρούμε ότι το βέλος κάμψης δεν υπερβαίνει την τιμή **1 mm**, όταν το  $b$  γίνεται μεγαλύτερο του **32**. Η ελάχιστη τάση (**40.65 N/mm<sup>2</sup>**) αναπτύσσεται, όταν το  $b$  γίνεται **45 mm**. Συνεπώς, και τα 2 κριτήρια ικανοποιούνται όταν  $b=45$  mm.

Παρακάτω ακολουθούν τα διαγράμματα  $b-y$  και  $\sigma-b$ . Από το 1<sup>ο</sup> διάγραμμα βέλους κάμψης - πάχους παρατηρούμε ότι το βέλος κάμψης γίνεται περίπου 1mm όταν  $b \approx 32$ , ενώ από το 2<sup>ο</sup> διάγραμμα παρατηρούμε ότι η τάση γίνεται ελάχιστη, όταν το  $b$  γίνεται περίπου 40 mm.

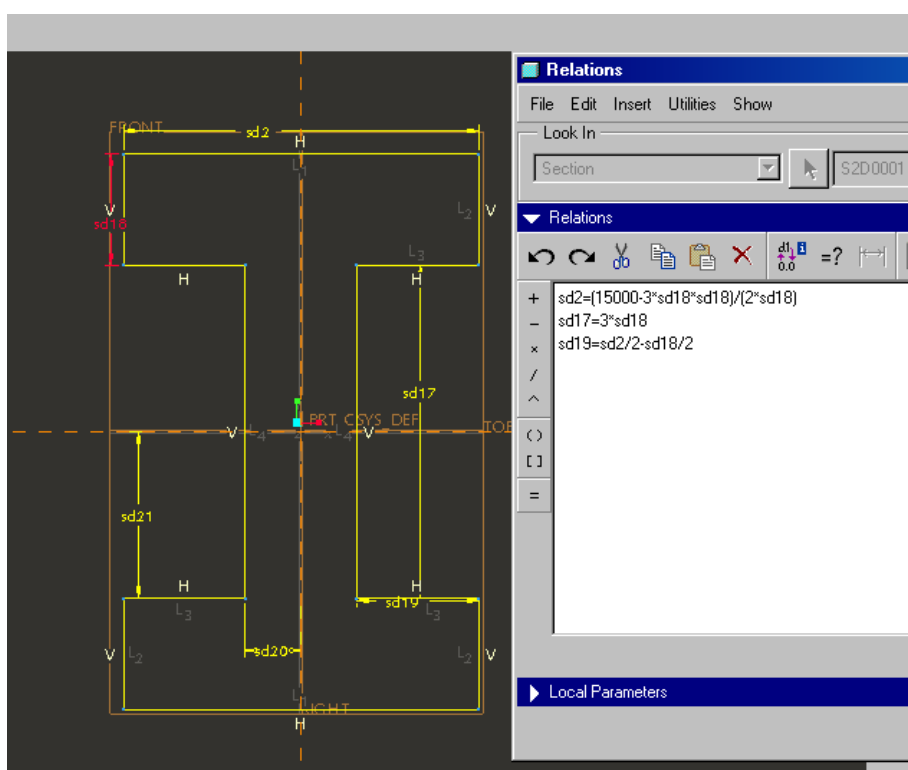




### 5.2.1 - Αριθμητική Επίλυση με Pro - Mechanica

- Βασικές οδηγίες σχεδίασης μοντέλου στο Pro - Engineer

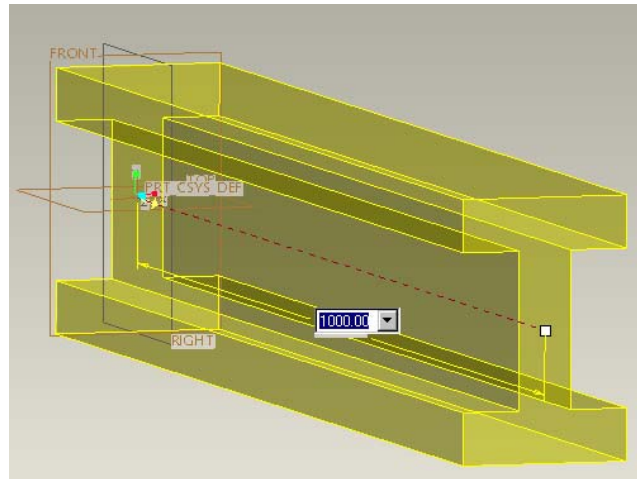
Αρχικά σχεδιάζουμε τη διατομή του Διπλού Ταυ στο επίπεδο  $XY$ , δηλ. στο *Front*. Δίνουμε πάχος στο πέλμα της διατομής ίσο με 40. Επειδή οι υπόλοιπες διαστάσεις (ύψος κορμού, μήκος πέλματος, πάχος κορμού) της διατομής συσχετίζονται με το πάχος, εισάγουμε κάποιες σχέσεις από το *menu Tools* → *Relations*.



Παρατηρούμε ότι το πάχος της διατομής συμβολίζεται με  $sd18$ . Με τον 1<sup>ο</sup> συσχετισμό ( $sd2=(15000-3*sd18*sd18)/(2*sd18)$ ) ορίζουμε τη διάσταση του μήκους του πέλματος. Υπενθυμίζουμε ότι το εμβαδόν τη διατομής πρέπει να παραμένει σταθερό με  $15000 \text{ mm}^2$  (βλ. σχέση (2) στην αναλυτική επίλυση).

Με το 2<sup>ο</sup> συσχετισμό ( $sd17=3*sd18$ ) ορίζουμε το ύψος του κορμού σε σχέση με το πάχος και με τον ( $sd19=sd2/2-sd18/2$ ) εξασφαλίζουμε έμμεσα το πάχος του κορμού να είναι ίσο με το πάχος του πέλματος.

Ολοκληρώνουμε τη διαδικασία και δίνουμε μήκος στη δοκό ίσο με 1000.

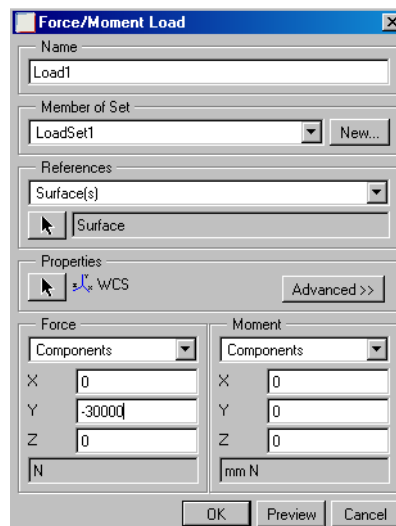


➤ Ανάλυση στο Pro - Mechanica

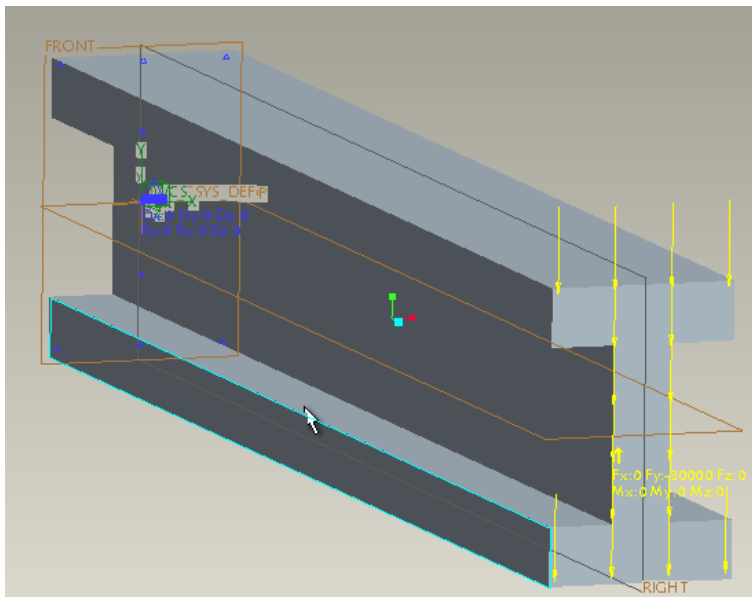
Επιλέγουμε *Application* ➔ *Mechanica* για τη μετάβαση στο Pro - Mechanica.

Ξεκινάμε να ορίσουμε στήριξη και φόρτιση στη δοκό. Διαλέγοντας *Insert* ➔ *Displacement Constraint* καθορίζουμε πάκτωση στο αριστερό άκρο της δοκού.

Έπειτα από *Insert* ➔ *Force / Moment Load* διαλέγουμε την δεξιά **επιφάνεια** (*surface*) που θα δεχτεί τη φόρτιση.

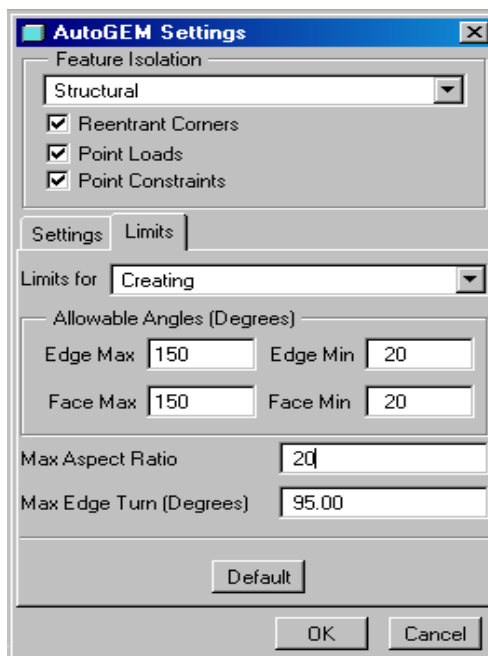


Η δοκός μας πρέπει να δείχνει όπως παρακάτω.

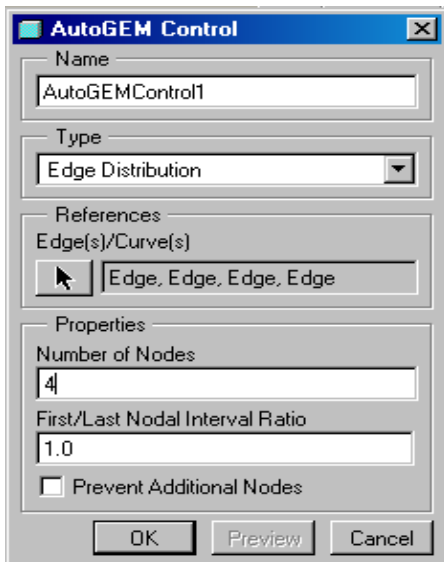


Στη συνέχεια από το *menu Properties* → *Materials* καθορίζουμε το υλικό της δοκού που είναι *steel*.

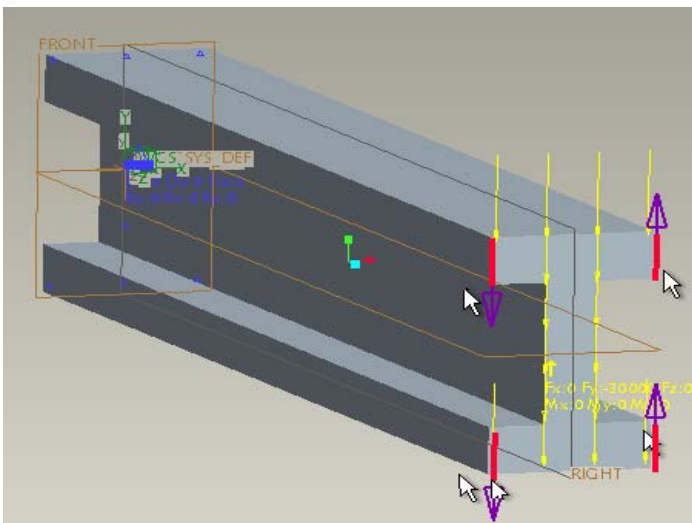
Έπειτα διαλέγουμε *AutoGem* → *Settings* και *Limits* για να αλλάξουμε το μέγεθος των στοιχείων και να βελτιώσουμε την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Αλλάζουμε τις τιμές όπως φαίνεται στην παρακάτω καρτέλα και πατάμε *Ok*.



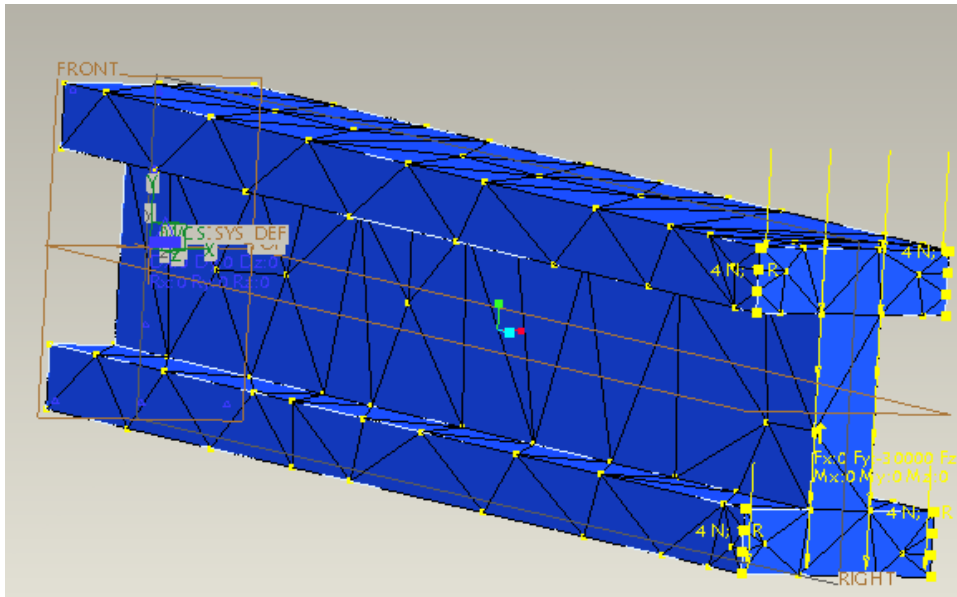
Εν συνεχεία επιλέγουμε *AutoGem* → *Control* και εμφανίζεται το ακόλουθο παράθυρο.



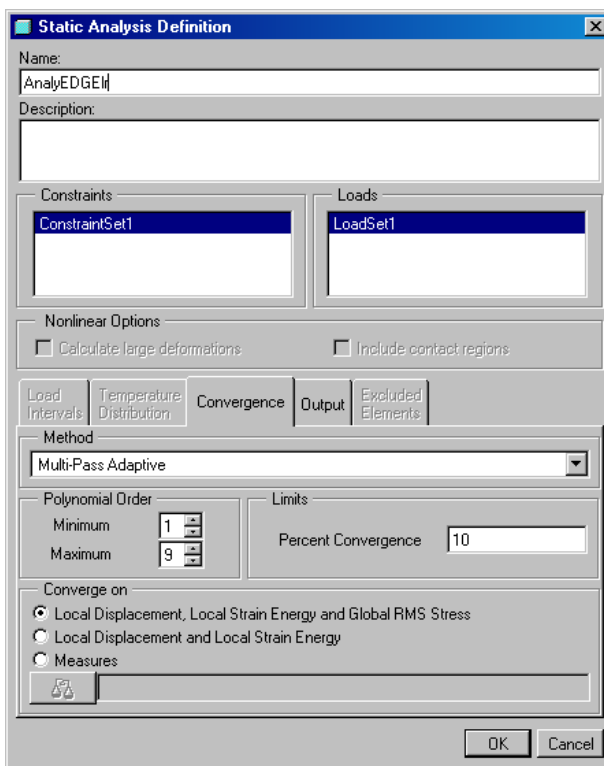
Επιλέγουμε τις ακμές στα πέλματα της δοκού και θέτουμε τιμή στο *Number of Nodes* 4. Έτσι, αυξάνουμε τα στοιχεία στην περιοχή των πελμάτων.



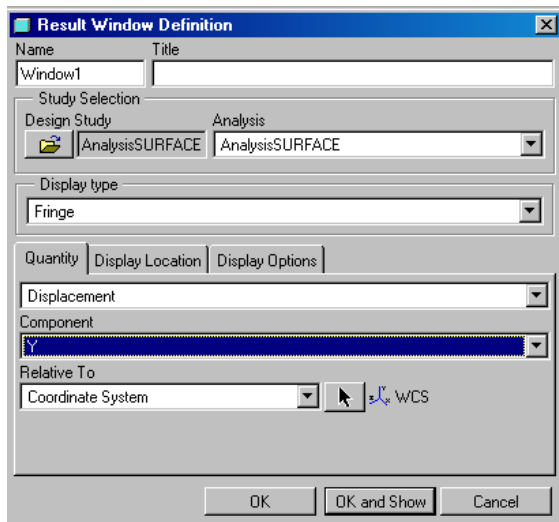
Ολοκληρώνουμε τη διαδικασία και διαλέγουμε *AutoGem* → *Create* και βλέπουμε τα στοιχεία που αποτελούν τη δοκό.



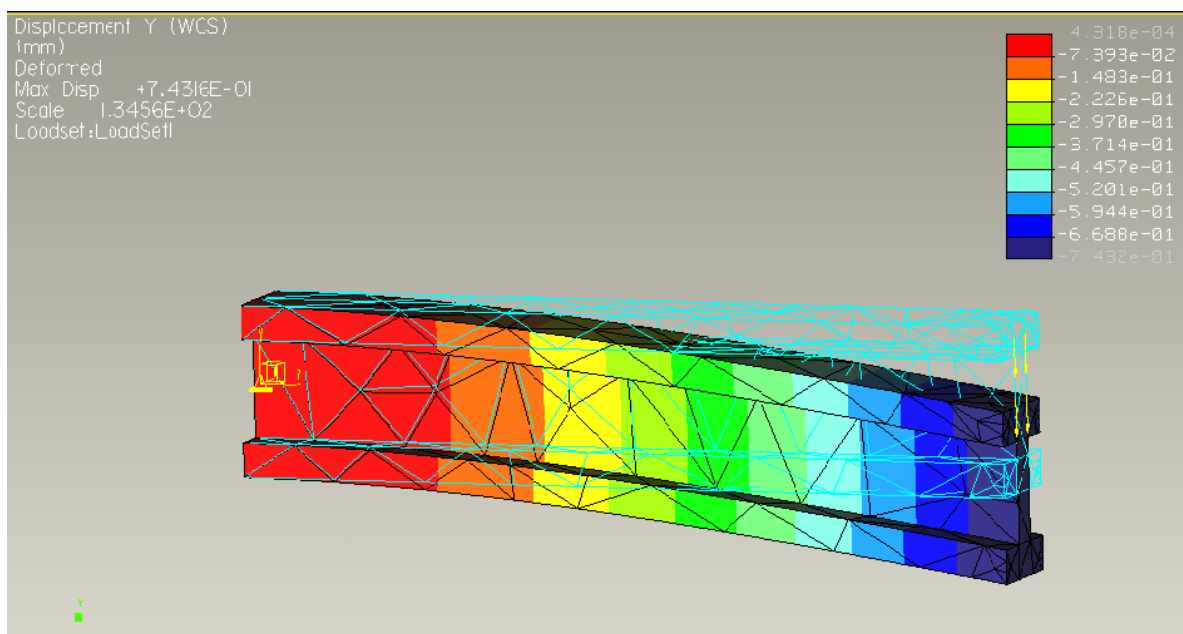
Ξεκινάμε την ανάλυση διαλέγοντας Analysis → Mechanics Analyses / Studies.



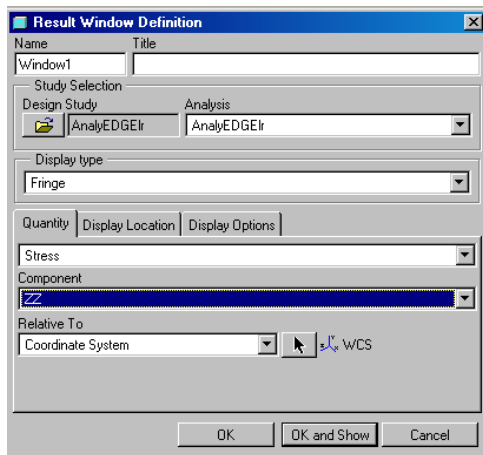
Στο παράθυρο των αποτελεσμάτων διαλέγουμε το αρχείο μας και ζητάμε αρχικά τη μετατόπιση κατά τον άξονα επιβολής της φόρτισης ( $max\_disp\_Y$ ). Επίσης στην καρτέλα *Display options* τοσκαρουμε τις επιλογές *Deformed* και *Show element edges*.



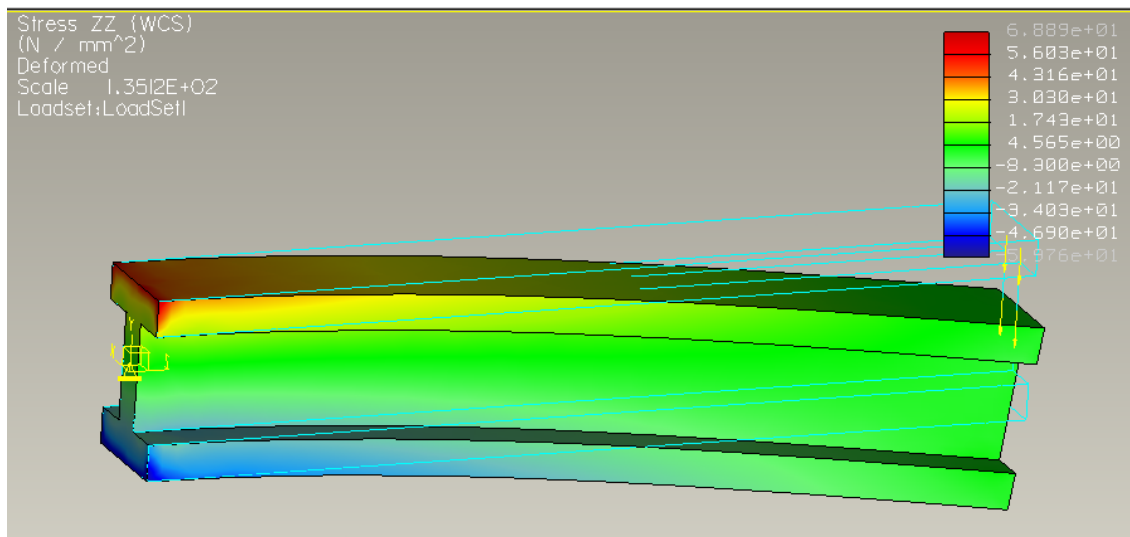
Έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα όπου φαίνεται ότι η μέγιστη μετατόπιση είναι 0.7 mm, όσο έχει υπολογιστεί και στον Πίνακα της Αναλυτικής Επίλυσης για  $b=40$  mm.



Επανερχόμεστε στο παράθυρο των αποτελεσμάτων διαλέγουμε το αρχείο μας και ορίζουμε *stress* και *ZZ*, εφόσον αναζητούμε την τάση  $\sigma_{zz}$ . Στην καρτέλα *Display options* επιλέγουμε *Deformed* και *continuous tone*.

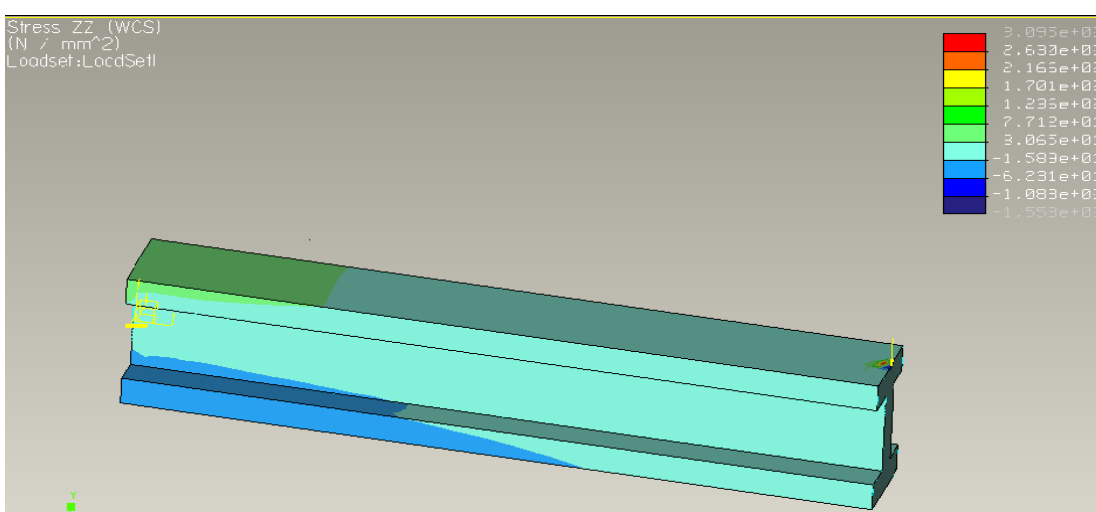
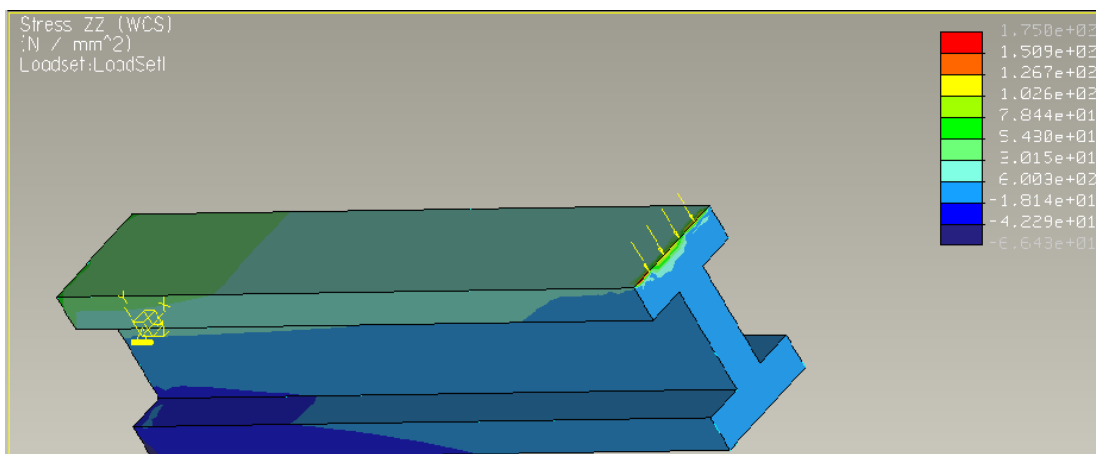


Πατώντας *Ok and Show* έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα.



Παρατηρούμε ότι στις γωνίες του πέλματος υπάρχει υψηλή συγκέντρωση τάσεων, το οποίο είναι αναμενόμενο. Η τιμή της **τάσης**  $\sigma_{zz}$  που μας ενδιαφέρει είναι η 42 N/mm<sup>2</sup>, όπως φαίνεται και στον **Πίνακα** στην αναλυτική επίλυση. Αυτή η τιμή απευθύνεται στην ορθή τάση που αναπτύσσεται στην ακρότατη ίνα λόγω κάμψης.

Σημείωση: Αν αντί να εφαρμόσουμε τη φόρτιση σε επιφάνεια (*surface*), την εφαρμόζαμε σε ακμή (*edge*) ή σημείο (*point*) δεν θα είχαμε το παραπάνω αποτέλεσμα, καθώς θα υπήρχε πολύ μεγάλη συγκέντρωση τάσεων στην ακμή ή το σημείο. Παρακάτω φαίνεται το μοντέλο με τις μέγιστες τιμές της  $\sigma_{zz}$  για τις 2 προαναφερόμενες περιπτώσεις.

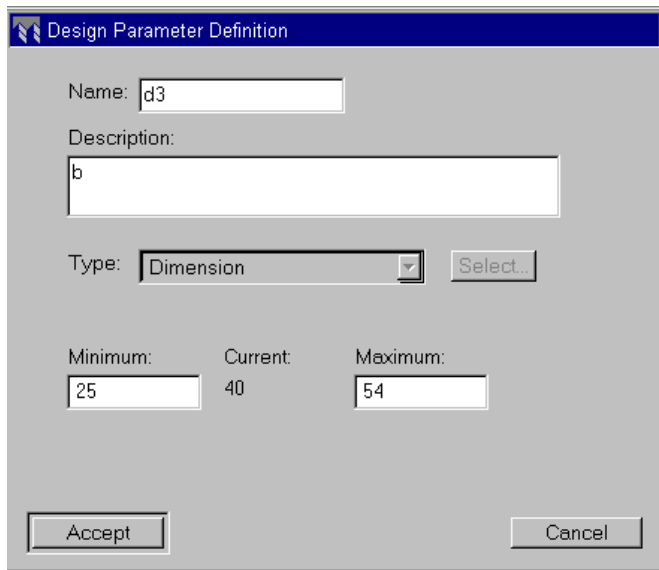


### 5.2.2 – Βελτιστοποίηση κατασκευής

Παρακάτω θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά του προβόλου, καθώς μεταβάλλεται το πάχος  $b$ .

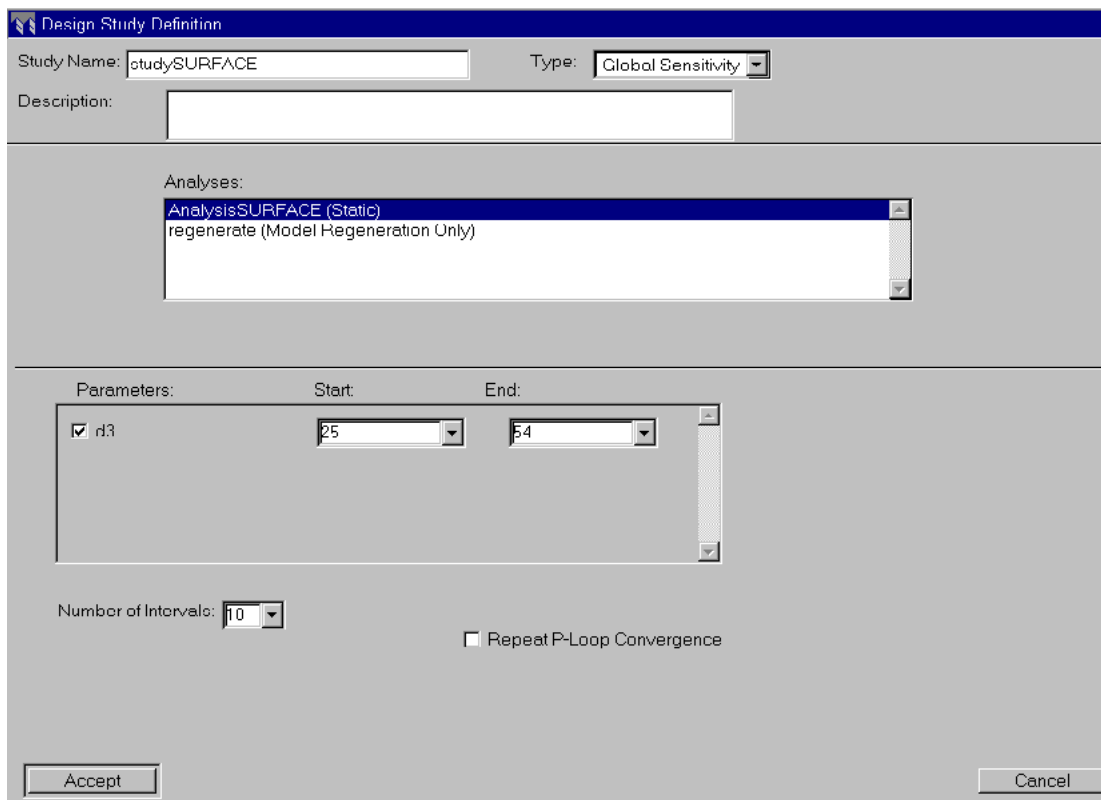
Αρχικά, επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Design Controls* και από το *menu manager Design Params*. Διαλέγουμε *Create* και επιλέγουμε τη διάσταση του πάχους (η οποία έχει τρέχουσα τιμή 40). Θέτουμε τα όρια για το  $b$ , δηλ. από **25** έως **54 mm**.





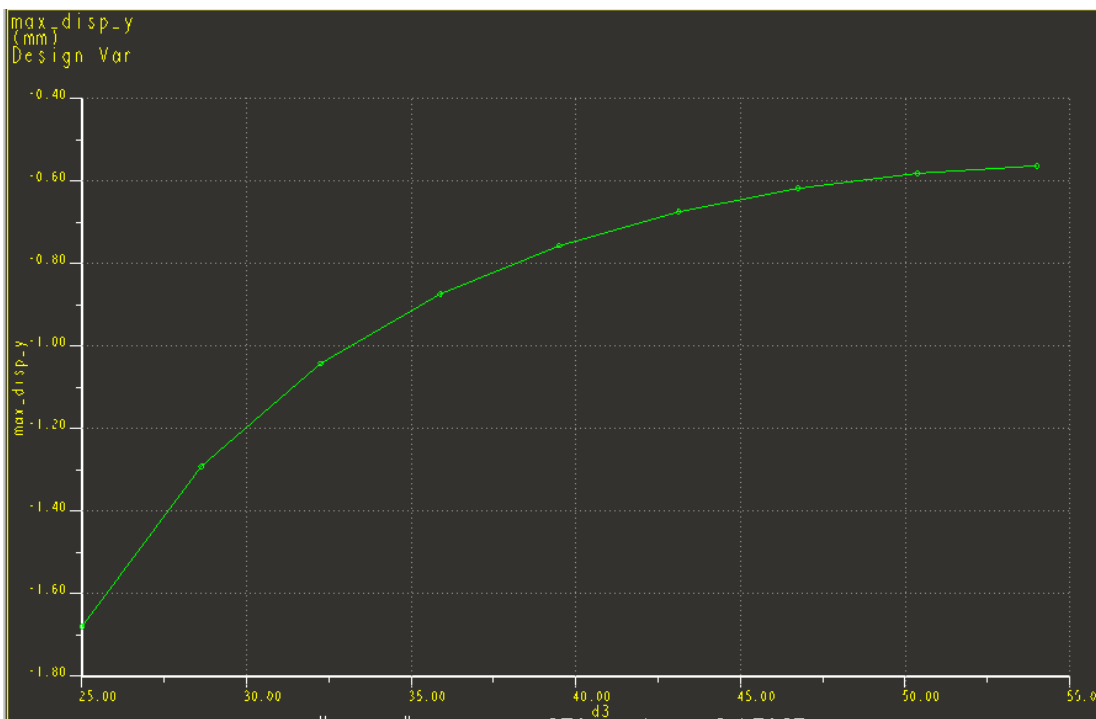
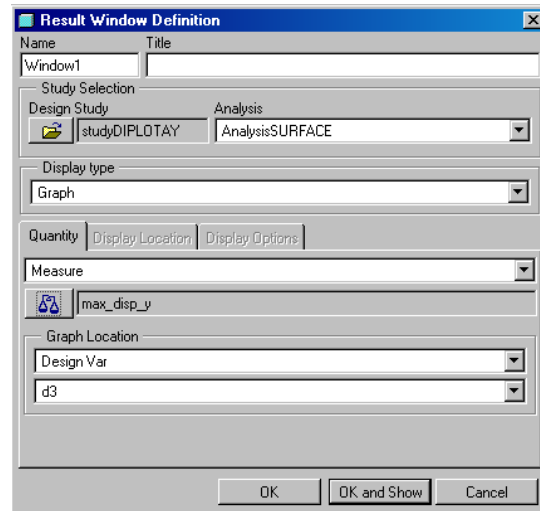
Πατάμε Accept, Done και Done / Return.

Διαλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και ορίζουμε μια νέα ανάλυση όπως φαίνεται παρακάτω.



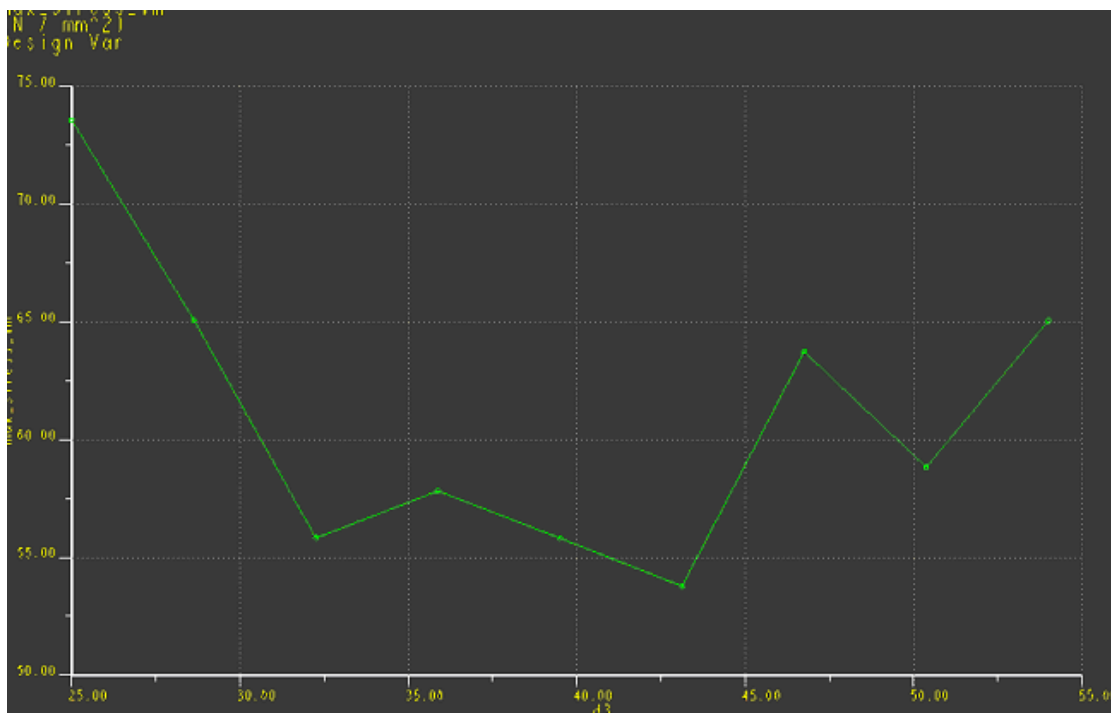
Πατάμε *Accept* και *Start*. Η διαδικασία διαρκεί λίγα λεπτά, ενώ μπορούμε να δούμε την πρόοδο της επεξεργασίας επιλέγοντας *Info* → *Status*.

Από το παράθυρο αποτελεσμάτων ζητάμε την γραφική παράσταση ανάμεσα στην παράμετρο  $d3$  δηλ. το πάχος  $b$  και στη μέγιστη μετατόπιση ( $max\_disp\_Y$ ) όπως φαίνεται δίπλα.



Παρατηρούμε λοιπόν ότι η μετατόπιση γίνεται μικρότερη του 1mm, όταν το  $d3$  (δηλ. το πάχος του Διπλού Ταυ) είναι μεγαλύτερο της τιμής 32 mm.

Εν συνεχεία ζητάμε το γράφημα ανάμεσα στην παράμετρο  $d3$  και την αναπτυσσόμενη ορθή τάση.



Από το γράφημα παρατηρούμε ότι για  $d3 \approx 45$  mm, η αναπτυσσόμενη τάση γίνεται ελάχιστη.

Συνεπώς, και οι 2 συνθήκες ικανοποιούνται ταυτόχρονα, όταν  $d3 \approx 45$  mm.

## Κεφάλαιο 6

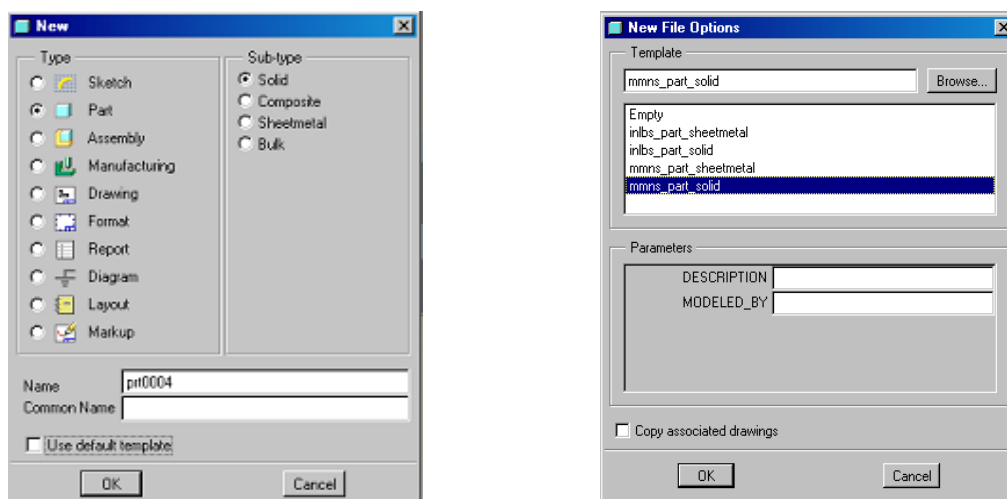
### Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης δοκού ως 3σδιάστατο μοντέλο

#### 6.1 - Παράδειγμα 1

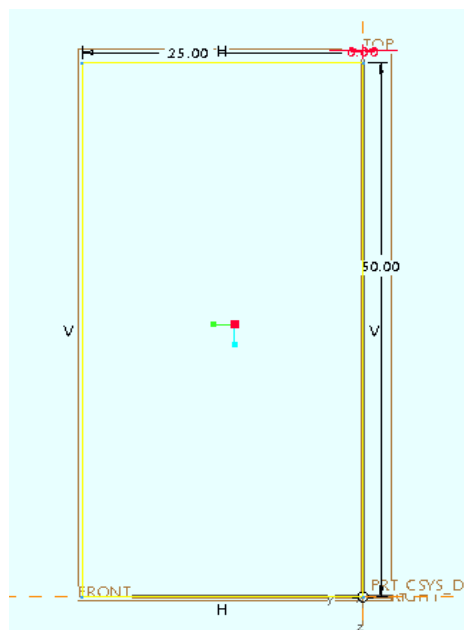
Το παρακάτω παράδειγμα μελετά μία δοκό μήκους 200 mm και ορθογωνικής διατομής διαστάσεων 25\*50 mm. Η δοκός είναι πακτωμένη και στο ελεύθερο άκρο εφαρμόζεται δύναμη ίση με 700 N. Η βελτιστοποίηση που θα λάβει χώρα αφορά τη μείωση του όγκου της δοκού υπό την προϋπόθεση ότι η μέγιστη τάση *von Mises* δε θα υπερβαίνει την τιμή 41 N/mm<sup>2</sup>. Οι παράμετροι που θα θέσουμε για τη διεξαγωγή της βελτιστοποίησης είναι το ύψος και το πλάτος της διατομής.


#### Βασικές οδηγίες σχεδίασης δοκού ορθογωνικής διατομής στο Pro - E

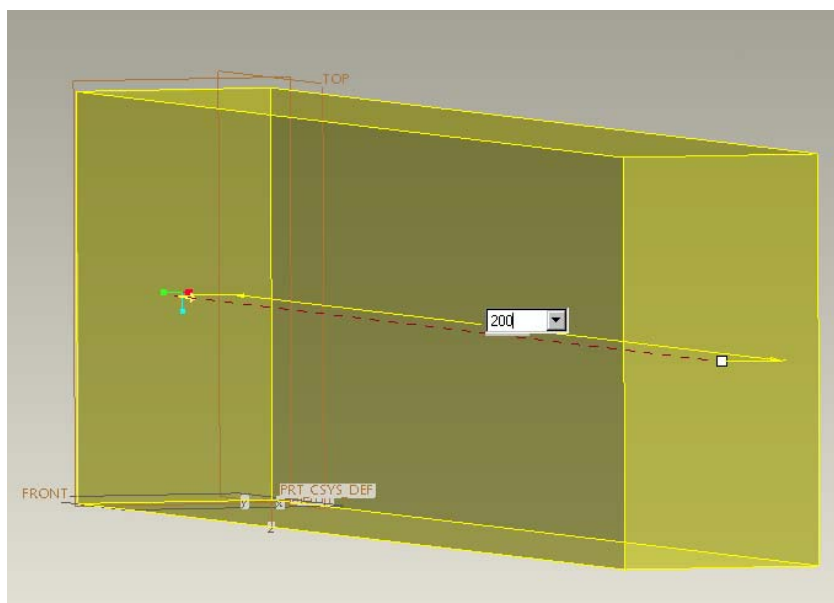
Το μοντέλο που θα δημιουργήσουμε στο Pro - Engineer είναι μία δοκός ορθογωνικής διατομής. Επιλέγουμε, λοιπόν, *File* → *New*, διαλέγουμε *part* και εφόσον δεν έχουμε μαρκάρουμε την επιλογή “*use default template*”, ανοίγει ένα παράθυρο διαλόγου από όπου επιλέγουμε να δουλέψουμε με μονάδες *mm-N-s* (millimeter-Newton - second). Πατάμε *Ok*.



Συνεχίζουμε διαλέγοντας *Insert* → *Extrude* και από το *Placement* → *Define* επιλέγουμε επίπεδο σχεδίασης *Right*. Σχεδιάζουμε τη διατομή της δοκού σύμφωνα με τις διαστάσεις του παρακάτω σχήματος.



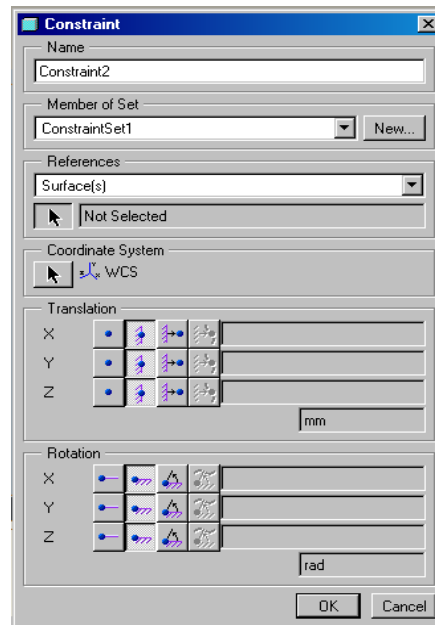
Ολοκληρώνουμε τη διαδικασία πατώντας το εικονίδιο  και στη συνέχεια αλλάζουμε το μήκος της δοκού σε **200**.



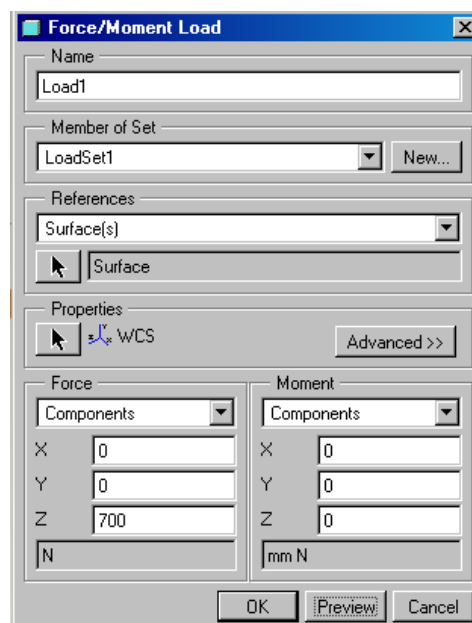
## 6.2 – Αριθμητική Επίλυση στο Pro – Mechanica

Επιλέγουμε *Applications* → *Mechanica* για να μεταβούμε στο περιβάλλον του Pro – Mechanica. Στο παράθυρο *Info Unit* πατάμε *Continue* και στο *Model Type*, *Ok*.

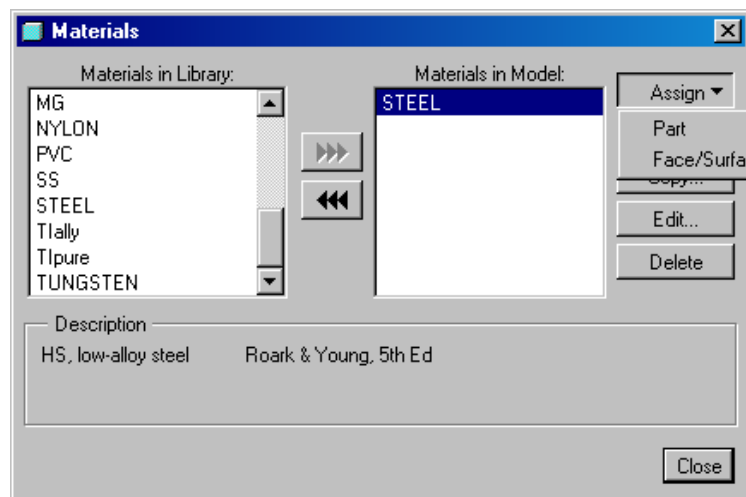
Διαλέγουμε *Insert* → *Displacement Constraint* για να ορίσουμε την στήριξη. Εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο από το βέλος στην περιοχή *Reference* επιλέγουμε την επιφάνεια στο αριστερό άκρο της δοκού. Στην περιοχή *Translation* και *Rotation* μαρκάρουμε όλα τα κουμπιά (επιλογή *Fixed*) όπως φαίνεται παρακάτω. Έτσι, έχουμε ορίσει πάκτωση στο αριστερό άκρο της δοκού.



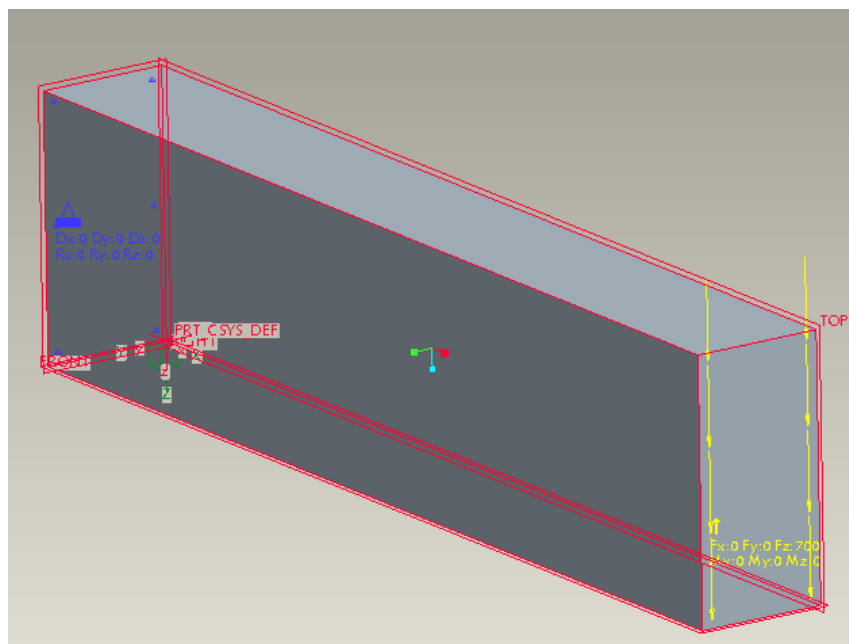
Έπειτα, επιλέγουμε *Insert* → *Force / Moment Load* για να καθορίσουμε τη φόρτιση. Επιλέγουμε ξανά από την περιοχή *References* την επιφάνεια στο δεξιό άκρο της δοκού και στην περιοχή *Force* θέτουμε στο Z την τιμή **700**. Καθορίζουμε δηλ. επιβολή φορτίου 700 N κατά τον άξονα Z.



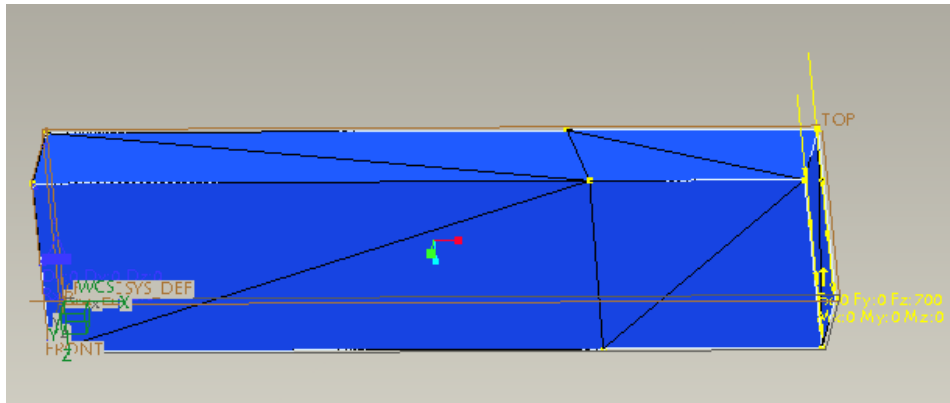
Τέλος, επιλέγουμε *Properties* → *Materials* και από τα υλικά που υπάρχουν στον κατάλογο, διαλέγουμε *Steel* και από το κουμπί *Assign* → *Part* διαλέγουμε όλο το αντικείμενο.



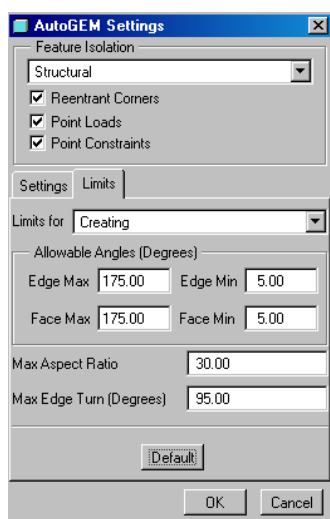
Το μοντέλο μας πρέπει να εμφανίζεται όπως παρακάτω, δηλ. με τα σύμβολα της πάκτωσης αριστερά και τις δυνάμεις στον άξονα Z στη δεξιά επιφάνεια.



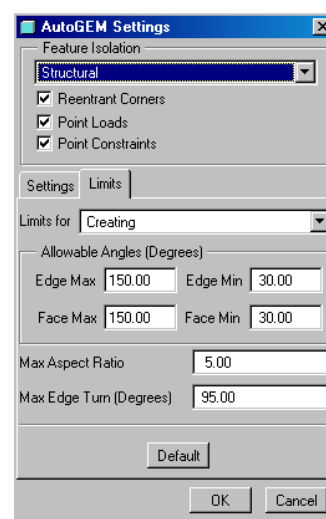
Στη συνέχεια, επιλέγουμε *AutoGem* → *Create* για να δούμε τα στοιχεία που απαρτίζουν το μοντέλο μας.



Παρατηρούμε ότι η διακριτοποίηση είναι αρκετά αραιή, καθώς το πρόγραμμα χρησιμοποιεί τις *Default* τιμές για τα μεγέθη των στοιχείων. Για να μικρύνουμε το μέγεθος των στοιχείων επιλέγουμε *AutoGem* → *Settings* και στη συνέχεια *Limits*. Στις περιοχές *Edge Max - Min*, *Face Max - Min*, *Max Aspect Ratio*, δίνουμε τις τιμές όπως φαίνονται στο παρακάτω δεξιά παράθυρο.



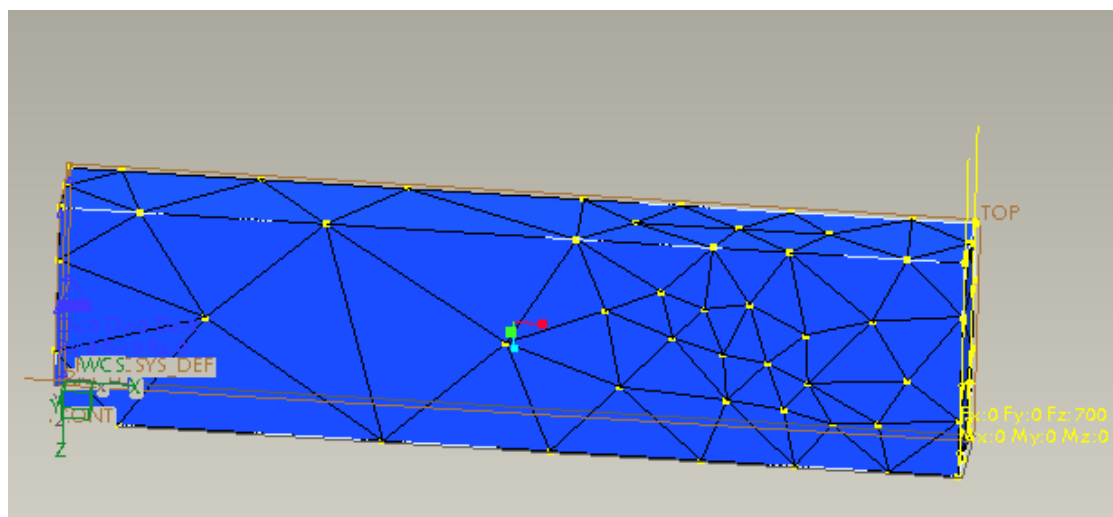
*Default Τιμές*



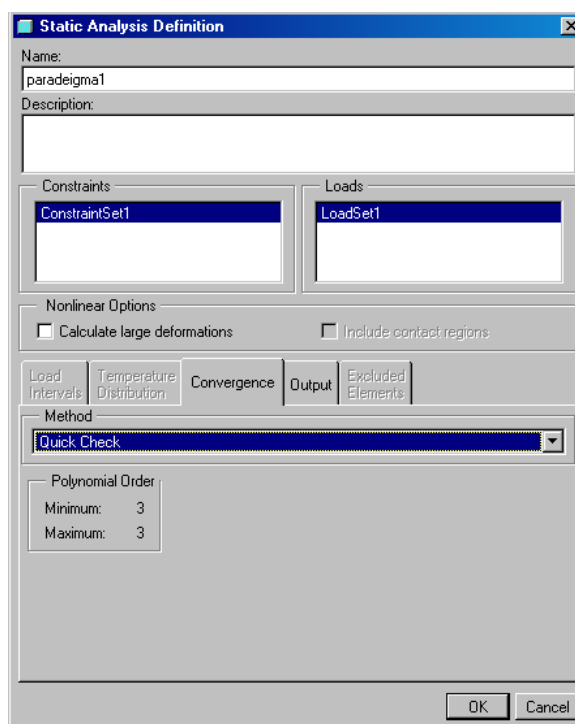
*Τροποποιημένες Τιμές*

Διαλέγουμε ξανά *AutoGem* → *Create* και βλέπουμε το μοντέλο μας με βελτιωμένη διακριτοποίηση.





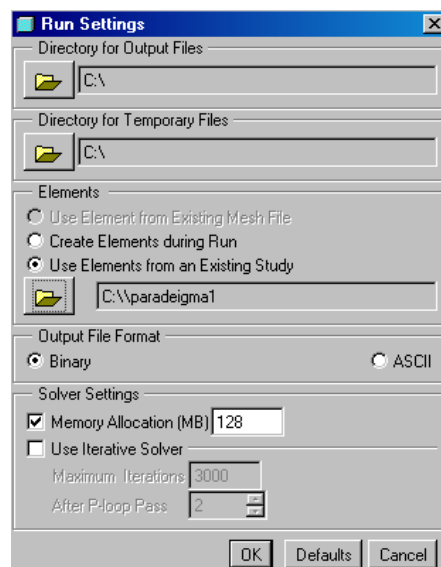
Στη συνέχεια, από το *menu Analysis* διαλέγουμε *Mechanica Analyses / Studies* και στο παράθυρο που ανοίγει *File* → *New Static* για να καθορίσουμε το είδος της ανάλυσης.



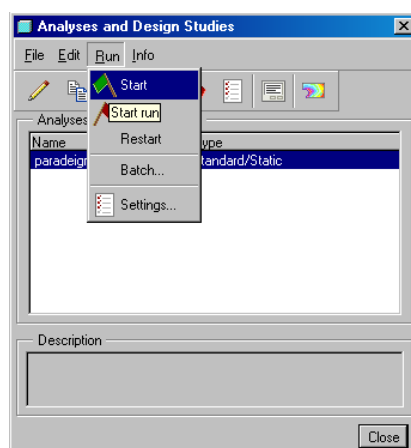
Αρχικά, δίνουμε ένα όνομα στην ανάλυση (περιοχή *name*) και ορίζουμε την στήριξη και τη φόρτιση που έχουμε ήδη δημιουργήσει (δηλ. τα *ConstraintSet1* και *LoadSet1* που είναι προεπιλεγμένα από το πρόγραμμα).

Από τη λίστα στη μέθοδο της ανάλυσης διαλέγουμε *Quick Check* απαιτώντας έτσι έναν γρήγορα έλεγχο, τα αποτελέσματα του οποίου δεν είναι πάντα ακριβείας. Ο βασικός σκοπός του *Quick Check* είναι να διασφαλίσουμε ότι το πρόβλημα είναι επιλύσιμο. Για παράδειγμα, αν η στήριξη του μοντέλου είναι ακατάλληλη, η επίλυση θα σταματήσει, εμφανίζοντας κάποιο μήνυμα λάθους. Πατάμε *Ok*.

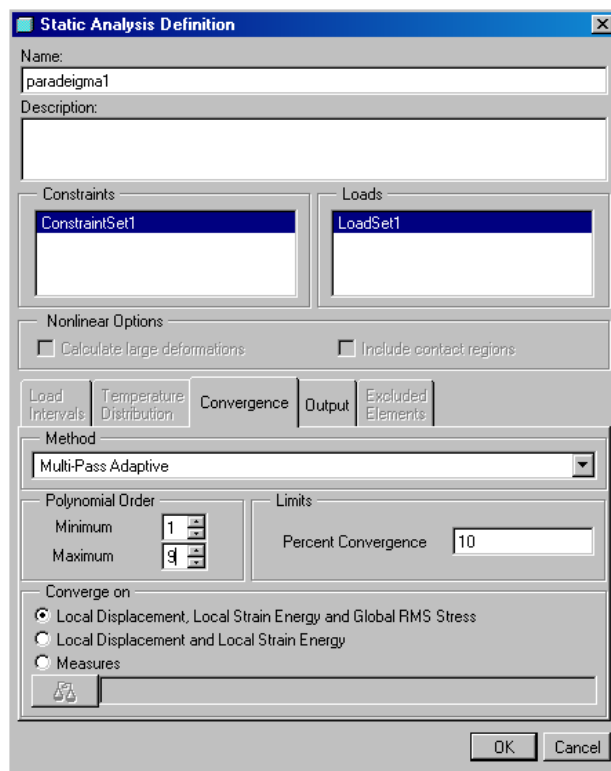
Στη συνέχεια, επιλέγουμε *Run* → *Settings*, όπως φαίνεται στο παρακάτω παράθυρο, με σκοπό να καθορίσουμε τον κατάλογο που θα αποθηκεύσει το Pro - Mechanica τα προσωρινά αρχεία και τα αρχεία με τα αποτελέσματα που θα δημιουργήσει. Εφόσον η διαδικασία εκτέλεσης ολοκληρωθεί επιτυχώς, το Pro - Mechanica θα διαγράψει αυτόματα τα αρχεία.



Έπειτα επιλέγουμε *Run* → *Start* για να ξεκινήσει ο γρήγορος έλεγχος.

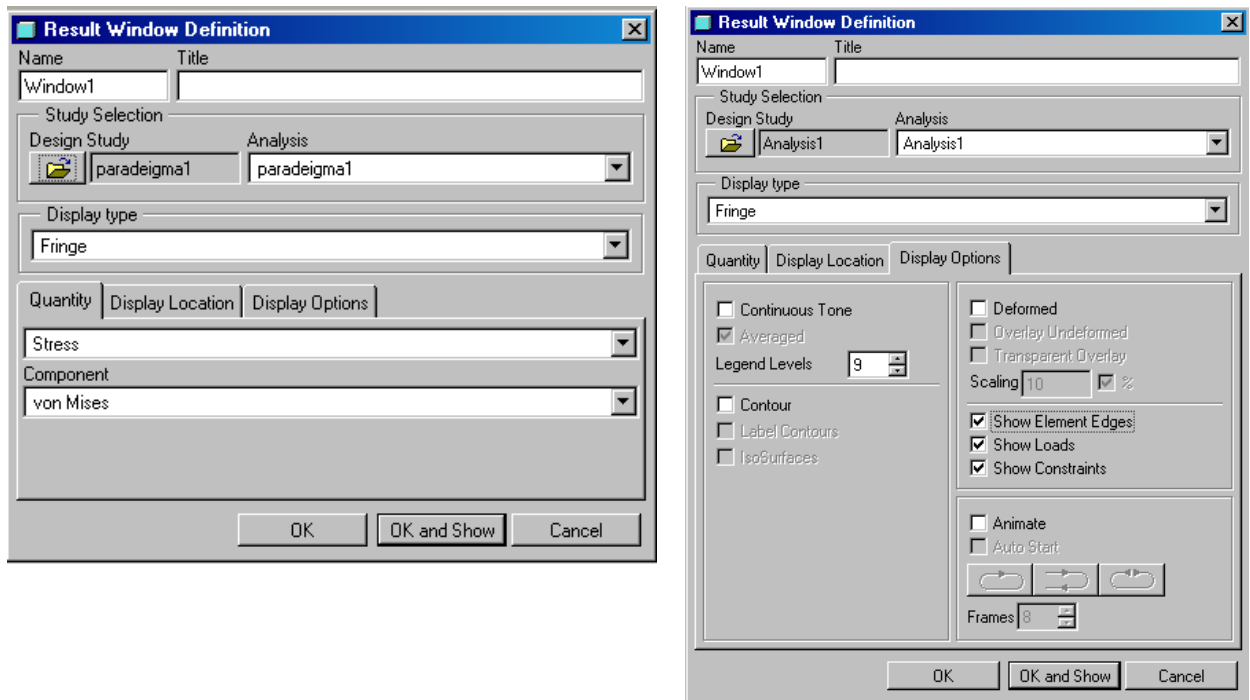


Συνεχίζουμε για την τελική επίλυση του προβλήματος επιλέγοντας από το *menu Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και *Edit* → *Analysis / Study*. Εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο και στην περιοχή *Method* διαλέγουμε *Multi - Pass Adaptive* και ως μέγιστο βαθμό του πολυωνύμου (*maximum Polynomial Order*) **9**. Πατάμε *Ok* και *Run* → *Start*.

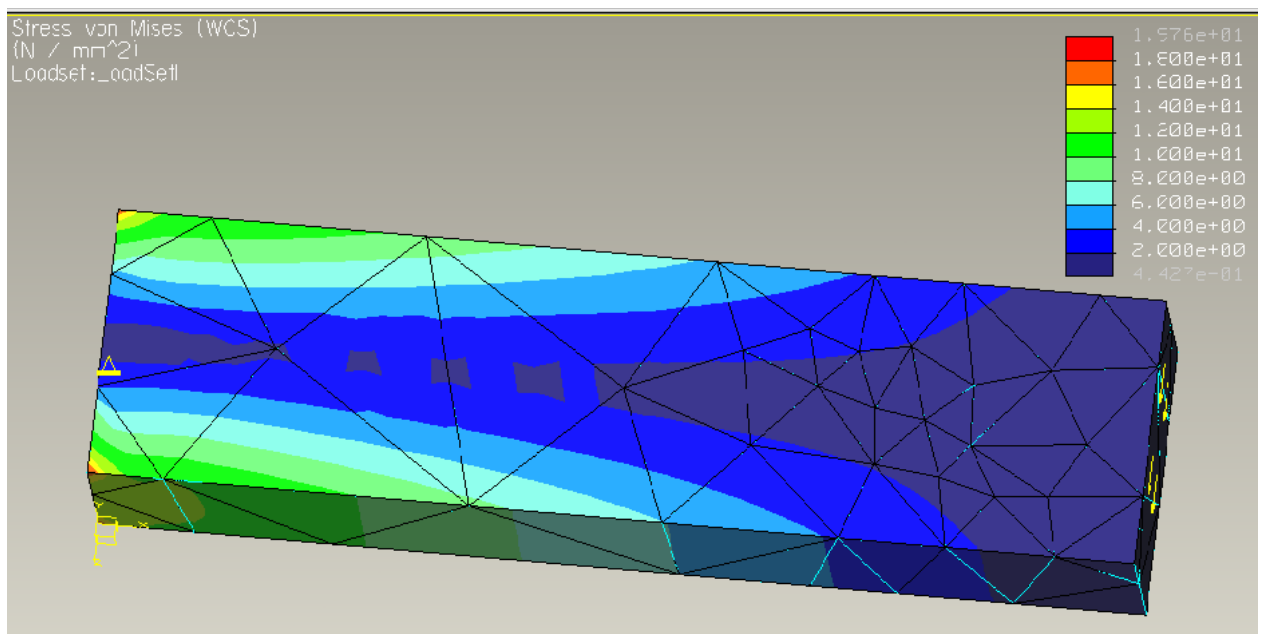


Το πρόγραμμα μας ρωτάει αν θέλουμε να διαγράψουμε τα αρχεία που δημιουργήθηκαν από τον γρήγορο έλεγχο. Πατάμε *Ok*. Έπειτα μας ρωτά αν επιθυμούμε να εντοπίσει τα σφάλματα και πατάμε *Yes*. Η διαδικασία μπορεί να διαρκέσει λίγα δευτερόλεπτα.

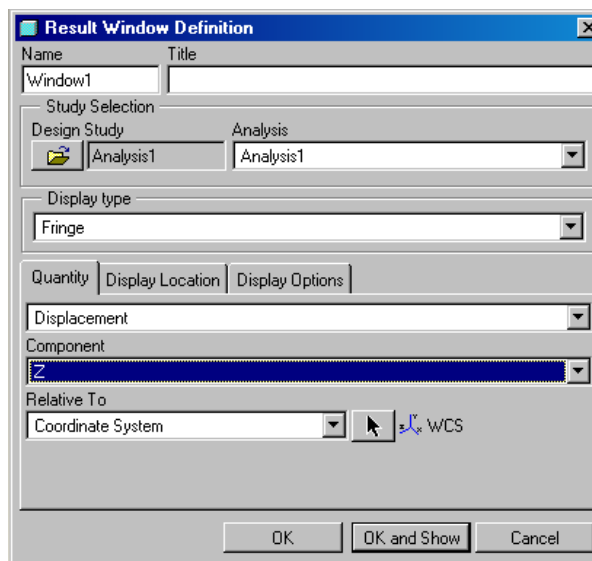
Για την εμφάνιση των αποτελεσμάτων, διαλέγουμε *Analysis* → *Results* και στο νέο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε από το *menu* επιλέγουμε *Insert* → *Result Window*. Από την περιοχή *Design Study* διαλέγουμε το παράδειγμα που μελετάμε. Ως μέγεθος για το οποίο επιθυμούμε τους υπολογισμούς επιλέγουμε *stress* και από την επόμενη αναδιπλούμενη λίστα διαλέγουμε *von Mises*. Επιπλέον, στην καρτέλα *Display Options* τοσκάρομε την επιλογή *Show Element Edges*. Πατάμε *Ok and Show*.



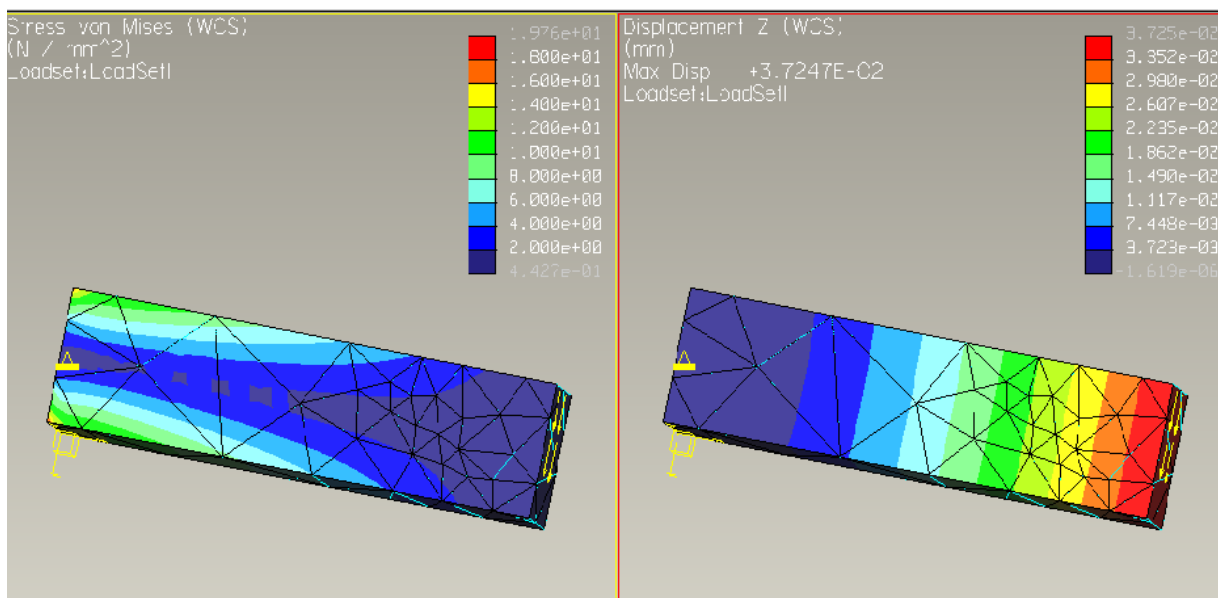
Έτσι, μας εμφανίζεται το επιθυμητό αποτέλεσμα, όπου δεξιά με χρώματα μας εμφανίζονται οι τιμές της τάσης για διάφορα μέρη της δοκού, ενώ έχουμε και εικόνα από τα στοιχεία που αποτελούν το μοντέλο.



Επιλέγοντας *Edit* → *Copy* μας εμφανίζεται ξανά το παρακάτω παράθυρο όπου ζητάμε αυτή τα αποτελέσματα για την μετατόπιση (*Displacement*) κατά τον άξονα Z.



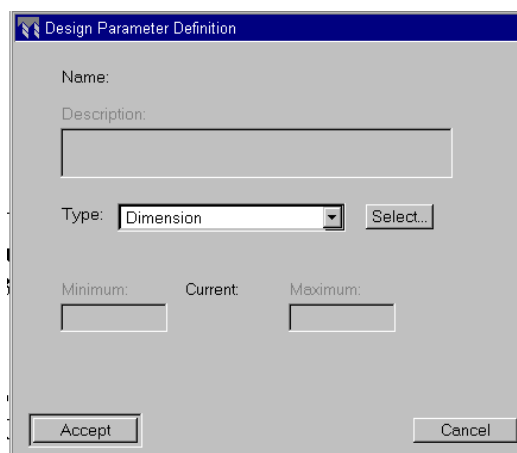
Πατώντας *Ok and Show* μας εμφανίζονται τελικά και τα 2 παράθυρα.



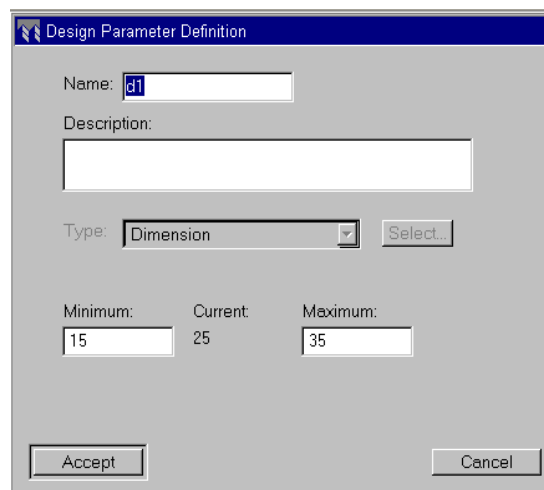
### 6.3 – Βελτιστοποίηση κατασκευής

Στη συνέχεια της μελέτης μας, θα ορίσουμε ένα εύρος τιμών για το ύψος και το πλάτος της διατομής της δοκού με σκοπό την ελαχιστοποίηση του βάρους της, χωρίς όμως η αναπτυσσόμενη τάση να υπερβαίνει την τιμή 41 N/mm<sup>2</sup>.

Για τον καθορισμό, λοιπόν, των σχεδιαστικών παραμέτρων επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Design Controls* και από το *menu* που εμφανίζεται δεξιά *Design Params*. Στο παράθυρο που εμφανίζεται πατάμε *Create* και στο νέο παράθυρο αφήνουμε στην περιοχή *Type* την επιλογή *Dimension* και από το *Select* επιλέγουμε τη **διάσταση του πλάτους** της δοκού.



Μας εμφανίζεται το διπλανό παράθυρο όπου ορίζουμε ως ελάχιστη και μέγιστη τιμή για το πλάτος **15** και **35** αντίστοιχα και πατάμε *Accept*.



Εκτελούμε την ίδια διαδικασία και για το ύψος της δοκού θέτοντας για τιμές 35 για την ελάχιστη και 65 για τη μέγιστη. Τέλος, πατάμε *Done* για να ολοκληρωθεί ο προσδιορισμός των παραμέτρων.

Επιλέγοντας το *Shape Animate* μπορούμε να δούμε πώς αλλάζουν οι διαστάσεις που επιλέξαμε. Πατάμε *Done / Return*.

Στη συνέχεια από το *Menu Analysis* διαλέγουμε *Mechanica Analyses / Studies* και στο παράθυρο που εμφανίζεται *File* → *New Design Study*.

Design Study Definition

Study Name:  Type:

Description:

Goal:  Measure: total\_mass

Limits On Meas.res:

1.	<input checked="" type="radio"/> max_stress_vm	<input type="text" value="41"/>
----	--	---------------------------------

Analysis: Analysis1

Load Set: LoadSet1

Parameters:	Min:	Int:	Max:
<input checked="" type="checkbox"/> d1	<input type="text" value="15"/>	<input type="text" value="25"/>	<input type="text" value="35"/>
<input checked="" type="checkbox"/> d2	<input type="text" value="35"/>	<input type="text" value="50"/>	<input type="text" value="65"/>

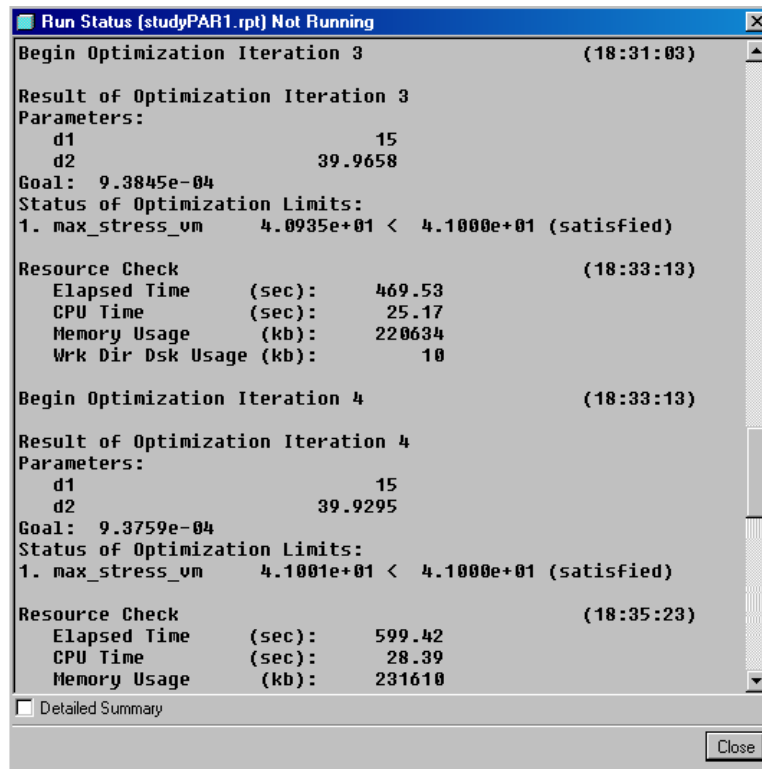
Optim Convergence (%):  Max Iterations:

Repeat P-Loop Convergence

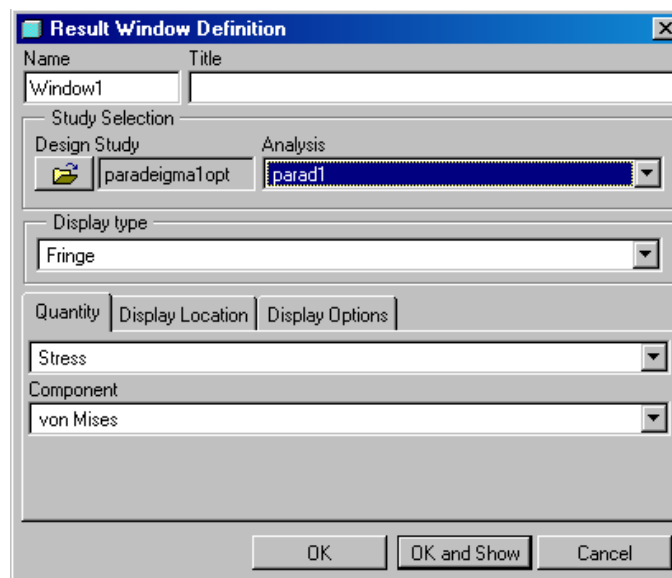
Στην περιοχή *Type* επιλέγουμε *Optimization*. Στην περιοχή *Goal* αφήνουμε τις προεπιλογές από το πρόγραμμα (ζητάμε να ελαχιστοποιηθεί η συνολική μάζα της δοκού). Έπειτα διαλέγουμε το μέγεθος το οποίο δεν πρέπει να υπερβεί μια δοθείσα τιμή. Εμείς από το *Create* επιλέγουμε ως μέγεθος *max\_stress\_vm* και θέτουμε ως μέγιστο όριο δηλ ως επιτρεπόμενο, το **41**. Στις παραμέτρους τσεκάρουμε και τις 2 (*d1*, *d2*) και θέτουμε ελάχιστη, τρέχουσα και μέγιστη τιμή, δηλ. **15, 25, 35** για το *d1* και **35, 50, 65** για το *d2*. Τέλος, πατάμε *Accept*.

Στο νέο παράθυρο διαλέγουμε *Run* → *Start*. Η διαδικασία μπορεί να διαρκέσει λίγα λεπτά. Πατώντας *Info* → *Status* παρατηρούμε την πρόοδο του ελέγχου, όπως φαίνεται στο παρακάτω παράθυρο.

Παρατηρούμε ότι το πρόγραμμα λαμβάνει τυχαίες τιμές για τις παραμέτρους *d1*, *d2* και ελέγχει εάν η τάση ξεπερνά το όριο που δόθηκε.

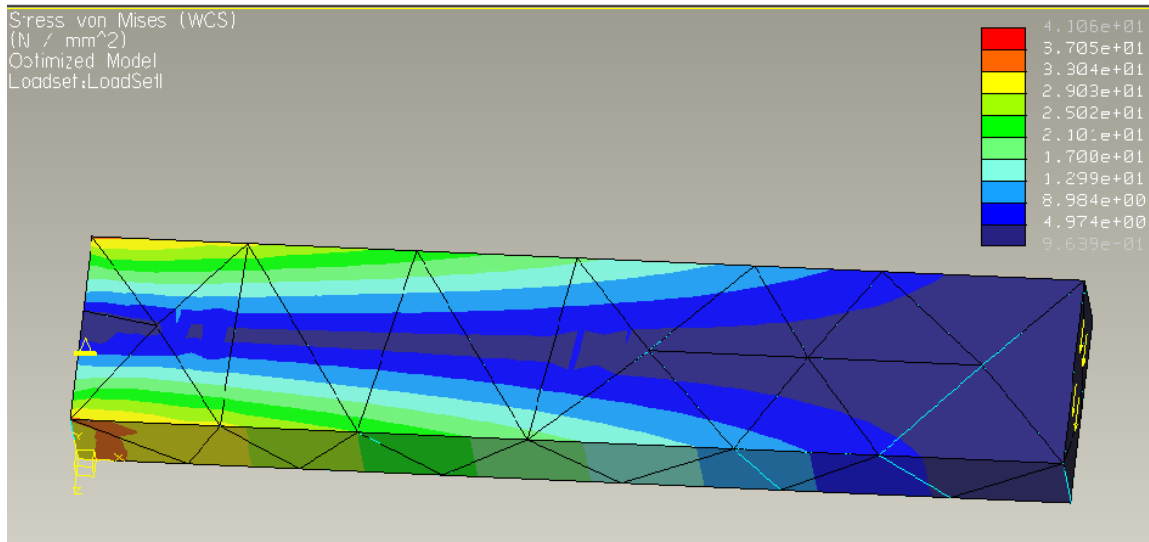



Πατάμε *Close*. Όταν ολοκληρωθεί η διαδικασία και στη συνέχεια *Analysis* → *Results* και *Insert* → *Result Window*. Εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο, επιλέγουμε το αρχείο που θα μελετήσουμε. Επιλέγουμε *Fringe* στην περιοχή *Display Type* και από τις αναδιπλούμενες λίστες παρακάτω *Stress* και *von Mises*, όπως φαίνεται και στο παράθυρο που ακολουθεί.

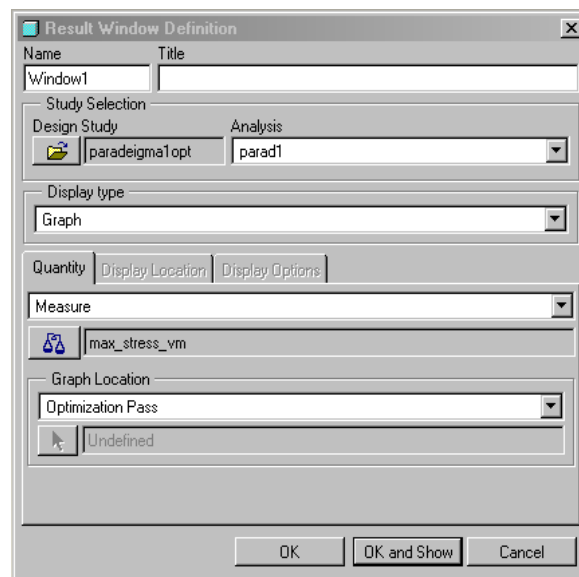




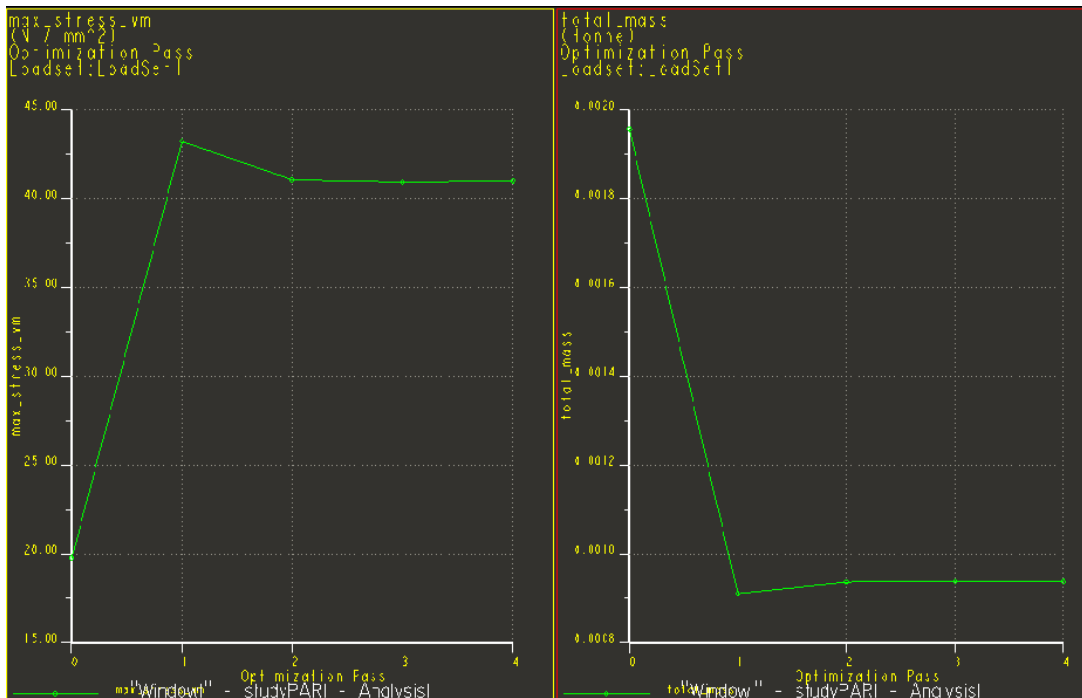
Πατώντας *Ok and Show* δημιουργείται το παρακάτω παράθυρο όπου εμφανίζονται οι τάσεις που αναπτύσσονται στη δοκό με τις τιμές τους. Παρατηρούμε ότι η μέγιστη είναι ίση με **41 N/mm<sup>2</sup>** όπως ζητήθηκε.



Επιλέγουμε ξανά *Insert* → *Result Window* και από την περιοχή *Display Type* διαλέγουμε *Graph*. Από την επόμενη αναδιπλούμενη λίστα επιλέγουμε *Measure* και πατώντας το εικονίδιο  εμφανίζεται μία λίστα και διαλέγουμε *max\_stress\_vm*. Πατάμε *Ok and Show* και έτσι δημιουργείται ένα γράφημα με την αναπτυσσόμενη τάση στον άξονα *y* και τις δοκιμές για την βελτιστοποίηση στον *x*.

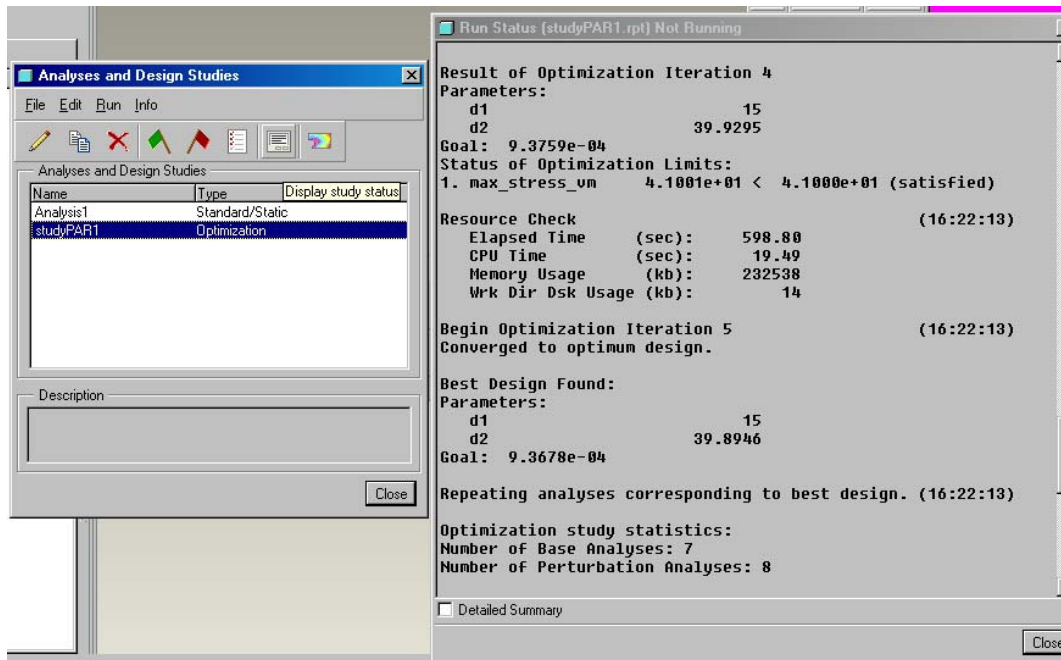


Επιλέγοντας *Edit* → *Copy* δημιουργούμε ένα νέο γράφημα επιλέγοντας *total\_mass* για τον άξονα *y*. Έτσι, έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα.



Παρατηρούμε ότι στη 1<sup>η</sup> δοκιμή (*optimization pass 0*) η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση είναι περίπου **20 N/mm<sup>2</sup>** δηλ. πολύ μικρότερη από το μέγιστο όριο που δόθηκε (**41 N/mm<sup>2</sup>**). Έτσι, το πρόγραμμα μειώνει αρκετά τη συνολική μάζα (διάγραμμα 2) στη 2<sup>η</sup> δοκιμή (*optimization pass 1*), αλλά τελικά η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση ξεπερνά το όριο. Στην **3<sup>η</sup> δοκιμή** αυξάνεται ελάχιστα η μάζα (*optimization pass 2*), αλλά από το διάγραμμα 1 βλέπουμε ότι η μέγιστη τάση ξεπερνά πάλι την επιτρεπόμενη (γίνεται περίπου **42 N/mm<sup>2</sup>**). Το ίδιο συμβαίνει και στην **4<sup>η</sup> δοκιμή** (*optimization pass 3*), όπου ξανά η αναπτυσσόμενη τάση είναι λίγο μεγαλύτερη από **41 N/mm<sup>2</sup>**. Στην **τελευταία δοκιμή** (*optimization pass 4*) αυξάνεται εκ' νέου η μάζα και παρατηρούμε από το διάγραμμα 1 ότι η μέγιστη τάση γίνεται τελικά ίση με **41 N/mm<sup>2</sup>**, όπως αρχικά είχε ζητηθεί.

Πατώντας το εικονίδιο *Display study status* (όπως φαίνεται παρακάτω) μπορούμε να δούμε τα ζευγάρια τιμών των παραμέτρων ( $d1=15$ ,  $d2=39.8946$ ) για τα οποία η διαδικασία βελτιστοποίησης εντοπίζει τη βέλτιστη λύση και σταματάει τις επαναλήψεις.



## Κεφάλαιο 7

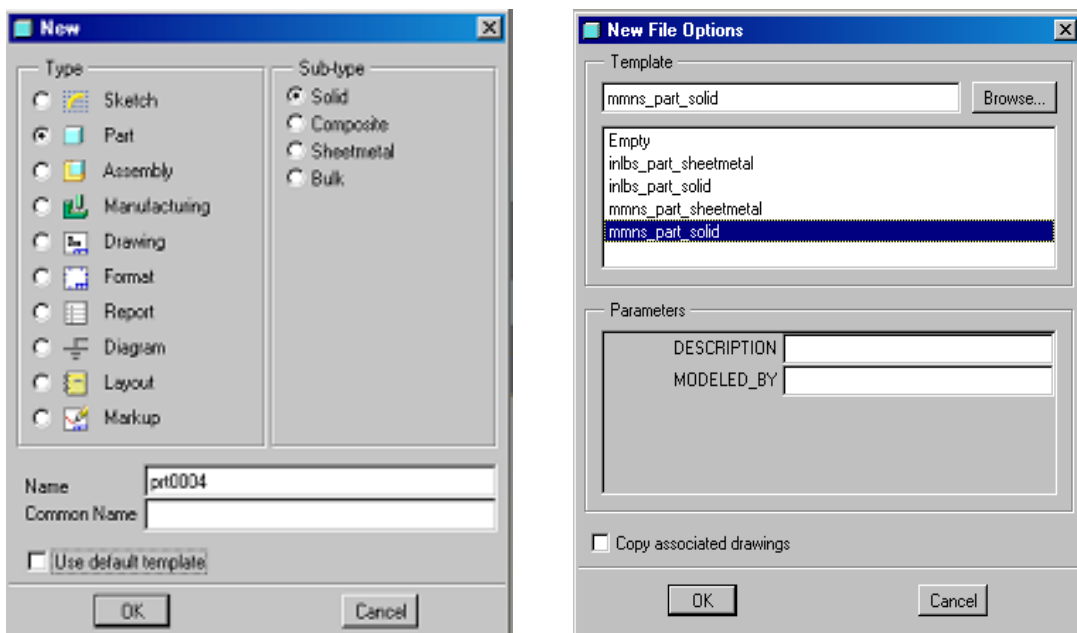
### Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης μη-ευθύγραμμης δοκού ως 3σδιάστατο μοντέλο

#### 7.1 - Παράδειγμα 2

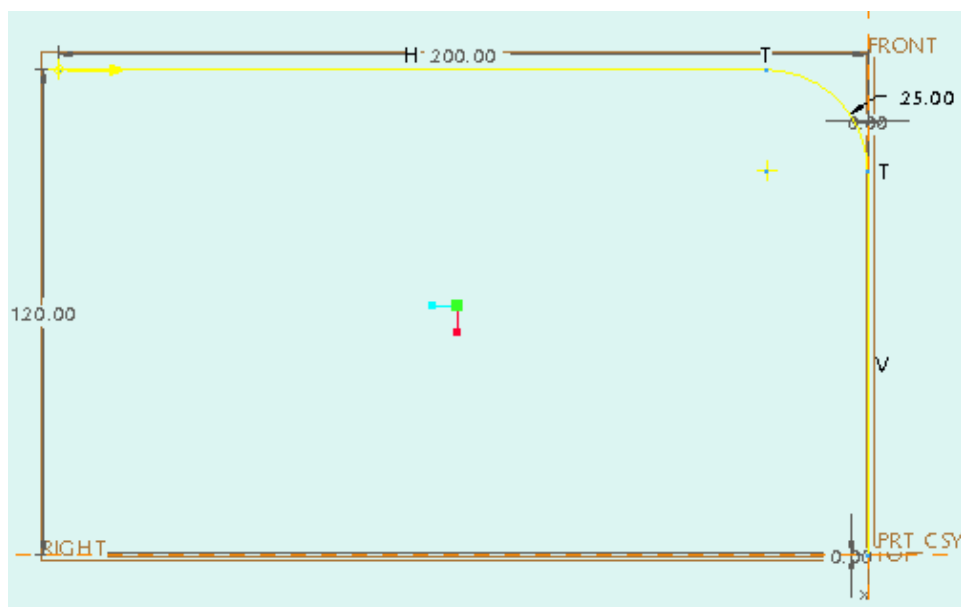
Στο ακόλουθο παράδειγμα θα μελετήσουμε μία μη-ευθύγραμμη δοκό τετραγωνικής διατομής. Η δοκός είναι πακτωμένη στο ένα της άκρο και στο ελεύθερο ασκείται δύναμη ίση με 500 N κατά τον άξονα X και -250 N κατά τον άξονα Y. Στη συνέχεια θα αναζητήσουμε τις διαστάσεις της διατομής, έτσι ώστε η μετατόπιση να μην υπερβαίνει την τιμή 0.55mm και η τάση *von Mises* την τιμή 50 N/mm<sup>2</sup>.

#### Βασικές οδηγίες σχεδίασης μη ευθύγραμμης δοκού τετραγωνικής διατομής στο Pro - Engineer

Το ακόλουθο μοντέλο είναι μια μη-ευθύγραμμη δοκός με τετραγωνική διατομή. Για τη σχεδίαση της στο Pro - Engineer επιλέγουμε *File* → *New*, διαλέγουμε *part* και εφόσον δεν έχουμε μαρκάρουμε την επιλογή “*use default template*”, ανοίγει ένα παράθυρο διαλόγου από όπου επιλέγουμε να δουλέψουμε με μονάδες *mm-N-s* (millimeter- Newton - second).



Στη συνέχεια επιλέγουμε *Insert* → *Sweep* → *Protrusion* και ως επιφάνεια διαγραφής της τροχιάς διαλέγουμε *Top*. Έπειτα σχεδιάζουμε τη διαδρομή με τις παρακάτω διαστάσεις:



Πατάμε το εικονίδιο  και σχεδιάζουμε τη διατομή της δοκού η οποία είναι τετραγωνική με πλευρά 25 mm.

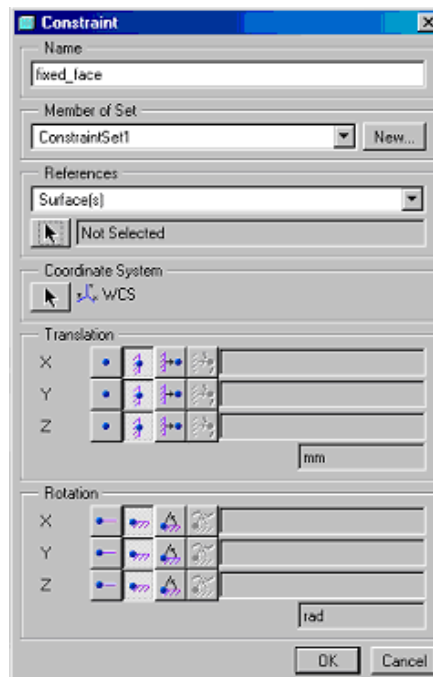
## 7.2 – Αριθμητική Επίλυση στο Pro – Mechanica

Επιλέγοντας από το *menu* του Pro – Engineer, *Applications* → *Mechanica* μεταβαίνουμε στο περιβάλλον του Pro – Mechanica. Εμφανίζεται ένα παράθυρο διαλόγου όπου αναφέρονται οι μονάδες που χρησιμοποιούνται στην τρέχουσα εφαρμογή και πατάμε *Continue* και στο παράθυρο *Model Type* *Ok*.

Αρχικά, διαλέγουμε από το *menu* *Insert* → *Displacement Constraint*, με σκοπό να καθορίσουμε το είδος της στήριξης της δοκού.

Στο παράθυρο διαλόγου που εμφανίζεται, στην περιοχή *name* δίνουμε ένα όνομα (π.χ. *fixed\_face*). Έπειτα στην περιοχή *References* επιλέγουμε το βέλος για να καθορίσουμε την επιφάνεια που θα δεχτεί την στήριξη. Στο παράδειγμα μας επιλέγουμε το αριστερό άκρο. Στην περιοχή *Translation* και *Rotation* επιλέγουμε και τα 6 κουμπιά (*fixed*), έτσι ώστε να αποκλείσουμε κάθε μετακίνηση και κάθε

περιστροφή προς όλες τις διευθύνσεις. Ορίζουμε ουσιαστικά το άκρο της δοκού μας να είναι πακτωμένο.

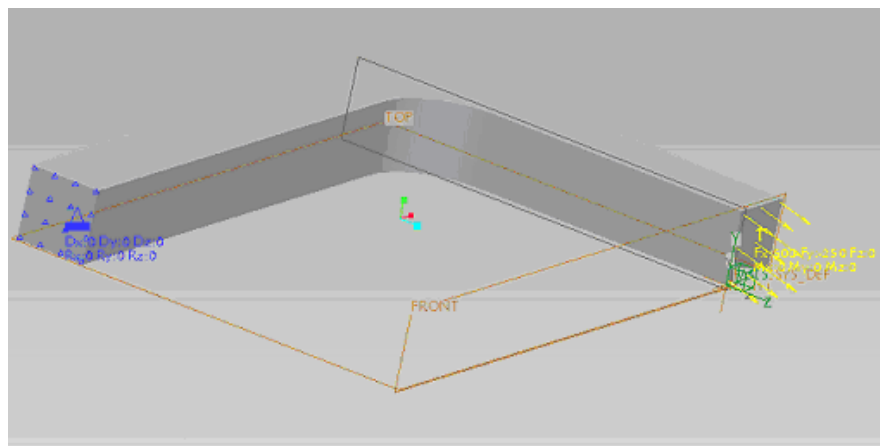


Συνεχίζουμε για την επιβολή των φορτίων διαλέγοντας *Insert* → *Force / Moment Load*. Στο παράθυρο που εμφανίζεται δίνουμε ένα όνομα (*endload*). Επιλέγοντας *Surface* είμαστε σε θέση να ορίσουμε την επιφάνεια όπου θα εφαρμοστεί το φορτίο. Στις επιλογές *Force* και *Moment* εισάγουμε τις τιμές των δυνάμεων και των ροπών κατά άξονα. Για το παράδειγμα μας, επιλέγουμε ως επιφάνεια όπου θα ασκηθεί καταπόνηση το δεξιό άκρο της δοκού και στην περιοχή της δύναμης 500 και -250 στον x και y άξονα αντίστοιχα.

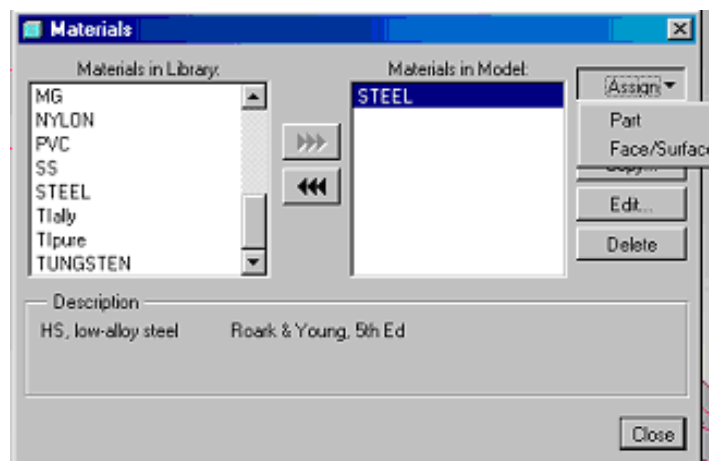


Από το *menu View* → *Simulation Display* μπορούμε να ελέγξουμε και να τροποποιήσουμε την εμφάνιση του μοντέλου. Εμείς επιλέγουμε το *Arrow Tails Touching* για να μετακινηθούν παράλληλα τα βέλη της φόρτισης (δηλ. η αρχή κάθε βέλους να ακουμπά στο άκρο της δοκού).

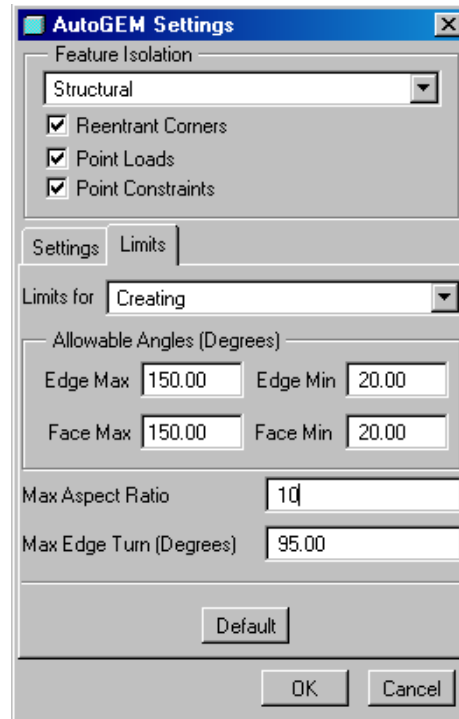
Το μοντέλο μας πρέπει να έχει την παρακάτω εμφάνιση, όπου στο αριστερό άκρο διακρίνουμε το συμβολισμό της πάκτωσης και στο δεξιό την καταπόνηση με τις τιμές.



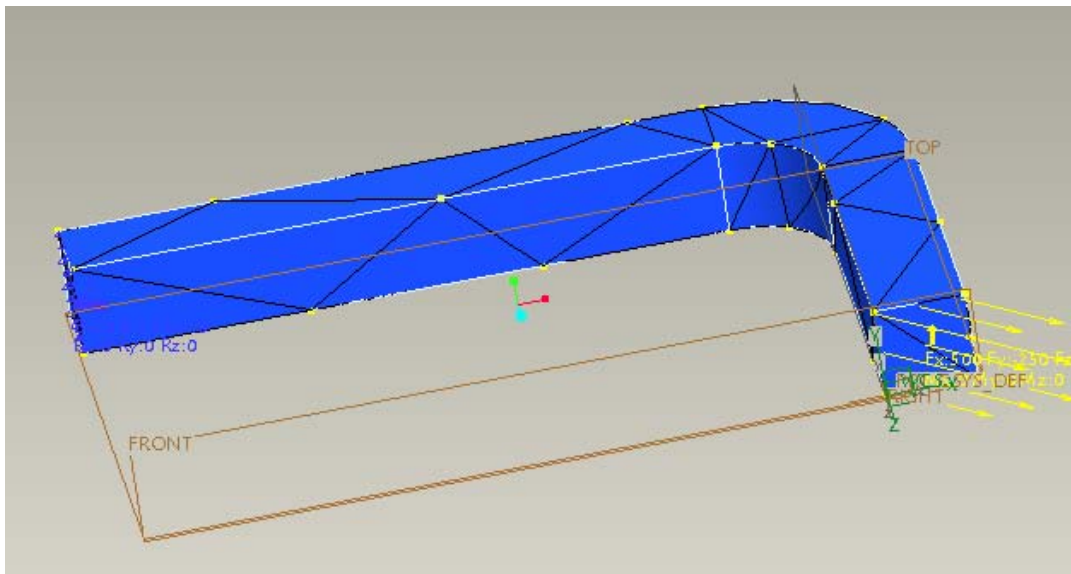
Συνεχίζουμε για τον καθορισμό του υλικού του μοντέλου. Από το *menu Properties* → *Materials* ανοίγει η βιβλιοθήκη των υλικών. Διαλέγουμε *steel* και στην επιλογή *Assign* → *Part* και επιλέγουμε όλο το δοκίμιο.



Έπειτα επιλέγουμε *AutoGem* → *Settings* και από την καρτέλα που εμφανίζεται *Limits*. Εδώ, αλλάζουμε το μέγεθος των στοιχείων σύμφωνα με τις τιμές που φαίνονται στο παρακάτω παράθυρο.

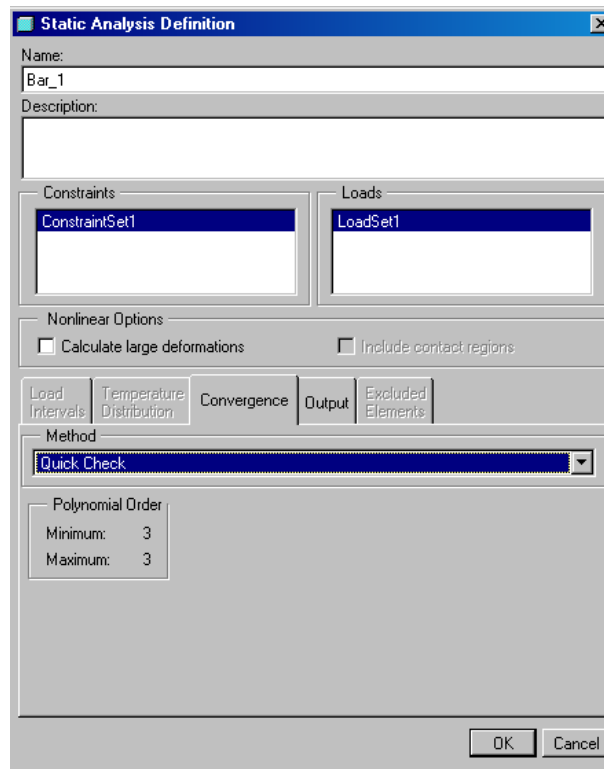


Επιλέγουμε *AutoGem* → *Create* και εμφανίζεται το μοντέλο μας με τα στοιχεία από τα οποία αποτελείται.



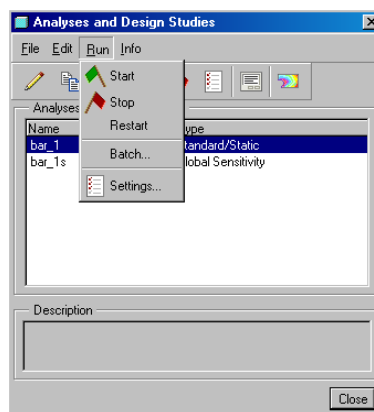
Από το μενού *Analysis* διαλέγουμε *Mechanica Analyses / Studies* και στο παράθυρο που ανοίγει *File* → *New Static* για να καθορίσουμε το είδος της ανάλυσης.



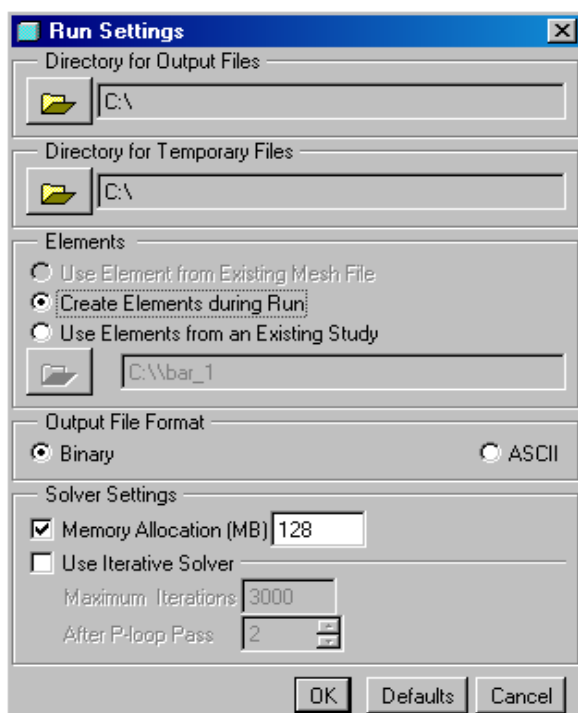


Αρχικά, δίνουμε ένα όνομα και ορίζουμε την στήριξη και τη φόρτιση που έχουμε ήδη δημιουργήσει (δηλ. τα *ConstraintSet1* και *LoadSet1* που είναι προεπιλεγμένα από το πρόγραμμα).

Από τη λίστα στη μέθοδο της ανάλυσης διαλέγουμε *Quick Check* απαιτώντας έτσι έναν γρήγορα έλεγχο, τα αποτελέσματα του οποίου δεν είναι πάντα ακριβείας, αλλά έτσι εξασφαλίζουμε ότι το μοντέλο μας είναι επιλύσιμο. Για παράδειγμα, αν η στήριξη του μοντέλου να είναι ακατάλληλη, η επίλυση θα διακοπεί, εμφανίζοντας κάποιο μήνυμα λάθους. Στη συνέχεια, επιλέγουμε *Run* → *Settings*, όπως φαίνεται στο παρακάτω παράθυρο.

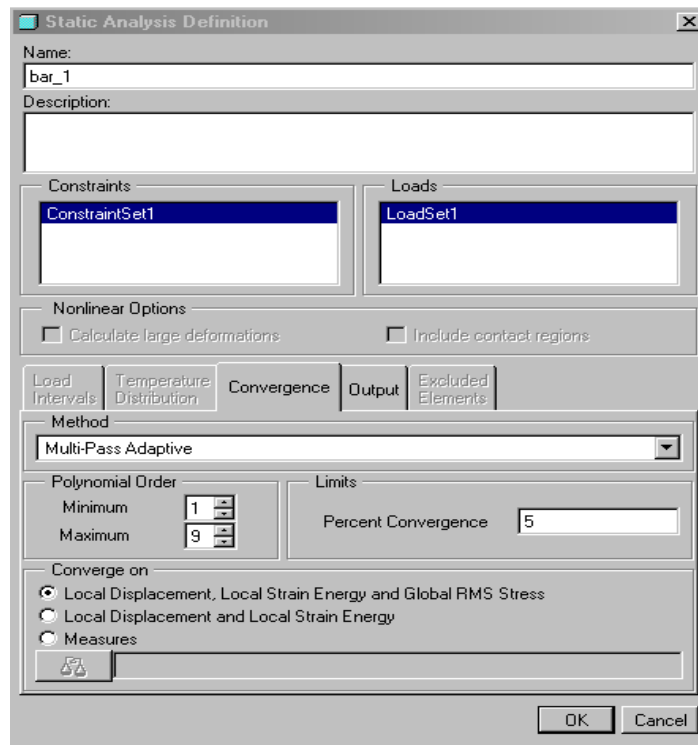


Είμαστε έτοιμοι να καθορίσουμε που θα αποθηκεύσει το Pro - Mechanica τα προσωρινά αρχεία και τα αρχεία με τα αποτελέσματα που θα δημιουργήσει. Εφόσον η διαδικασία εκτέλεσης ολοκληρωθεί επιτυχώς, το Pro - Mechanica θα διαγράψει αυτόματα τα αρχεία. Επίσης, το παράθυρο έχει μία υποεπιλογή για την απαιτούμενη μνήμη, ώστε να τρέξει η δοκιμή μας. Επειδή τα μοντέλα μας είναι μικρά, η προεπιλογή των 128 MB είναι ικανοποιητική.



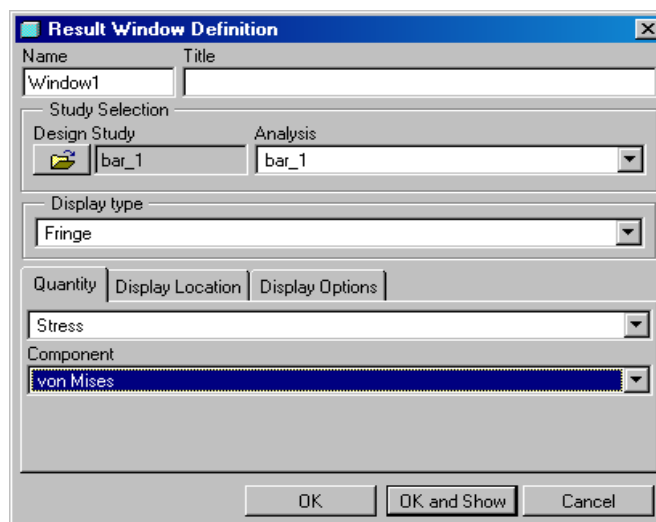
Πατάμε *Ok* και επιστρέφουμε στο προηγούμενο παράθυρο, όπου επιλέγουμε *Run* → *Start* για να ξεκινήσει η επίλυση του προβλήματος. Μπορούμε να έχουμε εικόνα της πορείας της ανάλυσης επιλέγοντας *Info* → *Status*. Έτσι, έχουμε ολοκληρώσει τον γρήγορο έλεγχο.

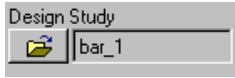
Συνεχίζουμε για τον τελικό έλεγχο, διαλέγοντας *Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και *Edit* → *Analysis / Study*. Επιλέγουμε σαν μέθοδο από τη αναδιπλούμενη λίστα *Multi-Pass Adaptive*. Θέτουμε σαν μέγιστο βαθμό του πολυώνυμου 9 και πατάμε *Ok*.

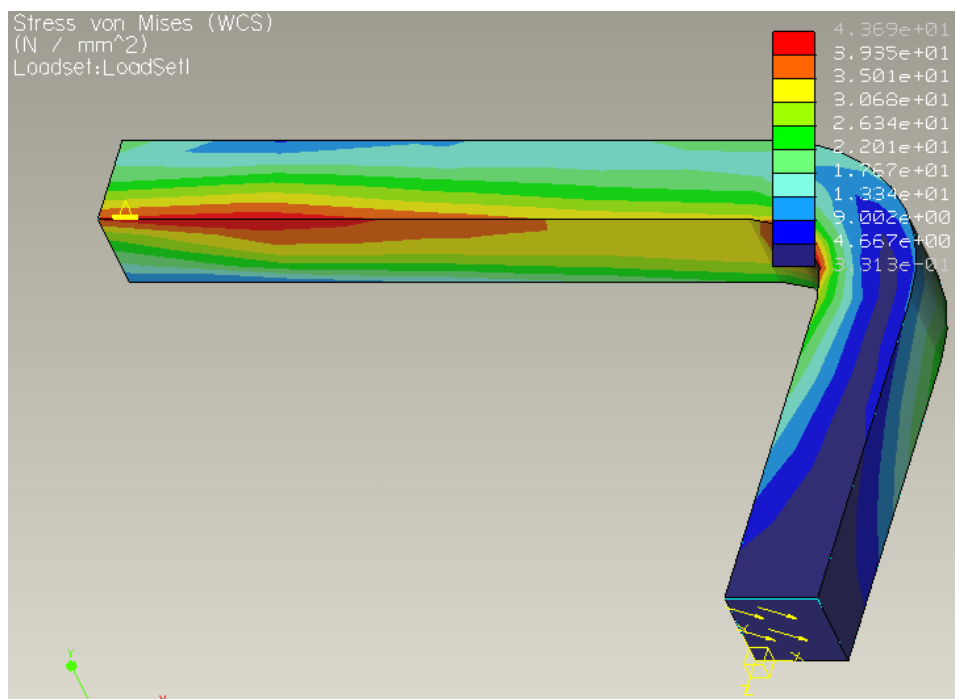


Επιλέγουμε *Run* → *Start*. Το Pro - Mechanical εντοπίζει τα αρχεία από την προηγούμενη δοκιμή του γρήγορου ελέγχου. Διαγράφουμε τα παλιά αρχεία και η διαδικασία ξεκινά εκ' νέου και διαρκεί λιγα δευτερόλεπτα.

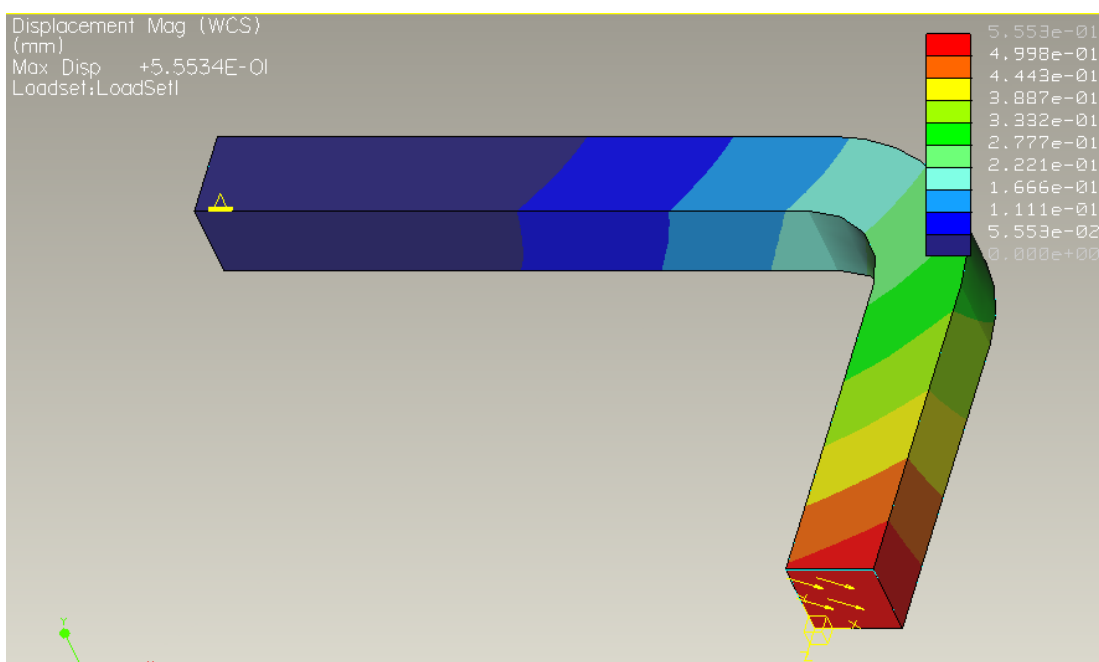
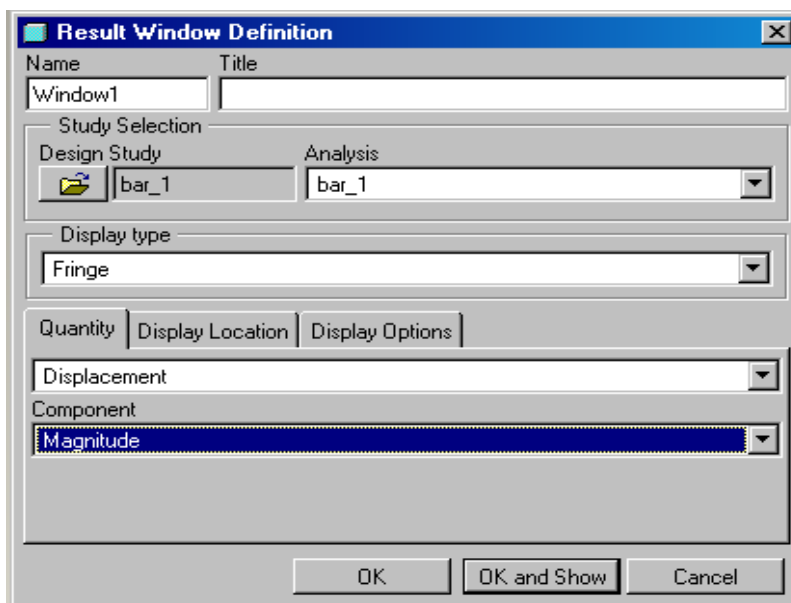
Για την εμφάνιση των αποτελεσμάτων, διαλέγουμε *Analysis* → *Results*. Ανοίγει ένα νέο περιβάλλον και από το μενού επιλέγουμε *Insert* → *Result Window* εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο:



Από το εικονίδιο  επιλέγουμε που μας ενδιαφέρει. Στη συνέχεια διαλέγουμε το μέγεθος για το οποίο επιθυμούμε τους υπολογισμούς. Εμείς επιλέγουμε *stress* και *von Mises* και πατάμε *Ok and Show*. Παρακάτω μας εμφανίζεται το επιθυμητό αποτέλεσμα.



Στη συνέχεια, μπορούμε να επανέλθουμε στο παράθυρο καθορισμού των αποτελεσμάτων για να ελέγξουμε τη μετατόπιση του μοντέλου.



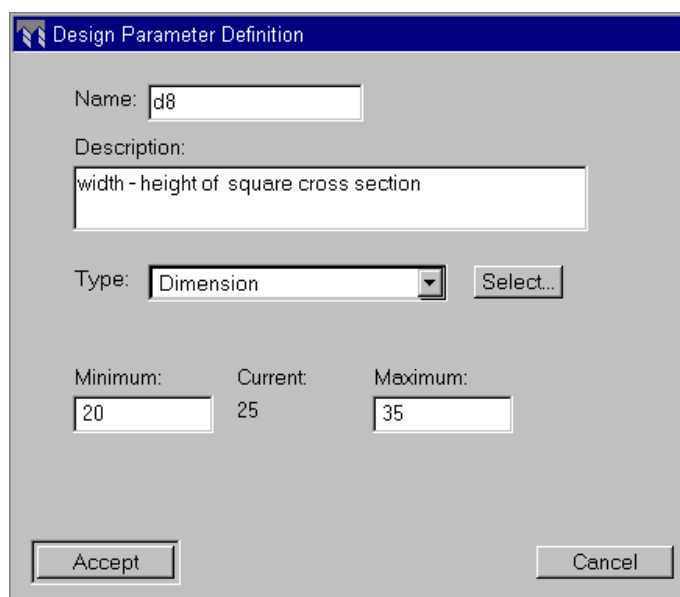
Στη δεξιά πλευρά των παραθύρων εμφανίζονται οι τιμές των μεγεθών (δηλ. της τάσης και της μετατόπισης αντίστοιχα).

### 7.3 – Βελτιστοποίηση κατασκευής

Παρακάτω θα αναζητήσουμε για ποια τιμή της πλευράς του της τετραγωνικής διατομής η τάση *von Mises* είναι μικρότερη της τιμής **50 N/mm<sup>2</sup>** και ταυτόχρονα η μέγιστη μετατόπιση είναι μικρότερη από **0.55 mm**.

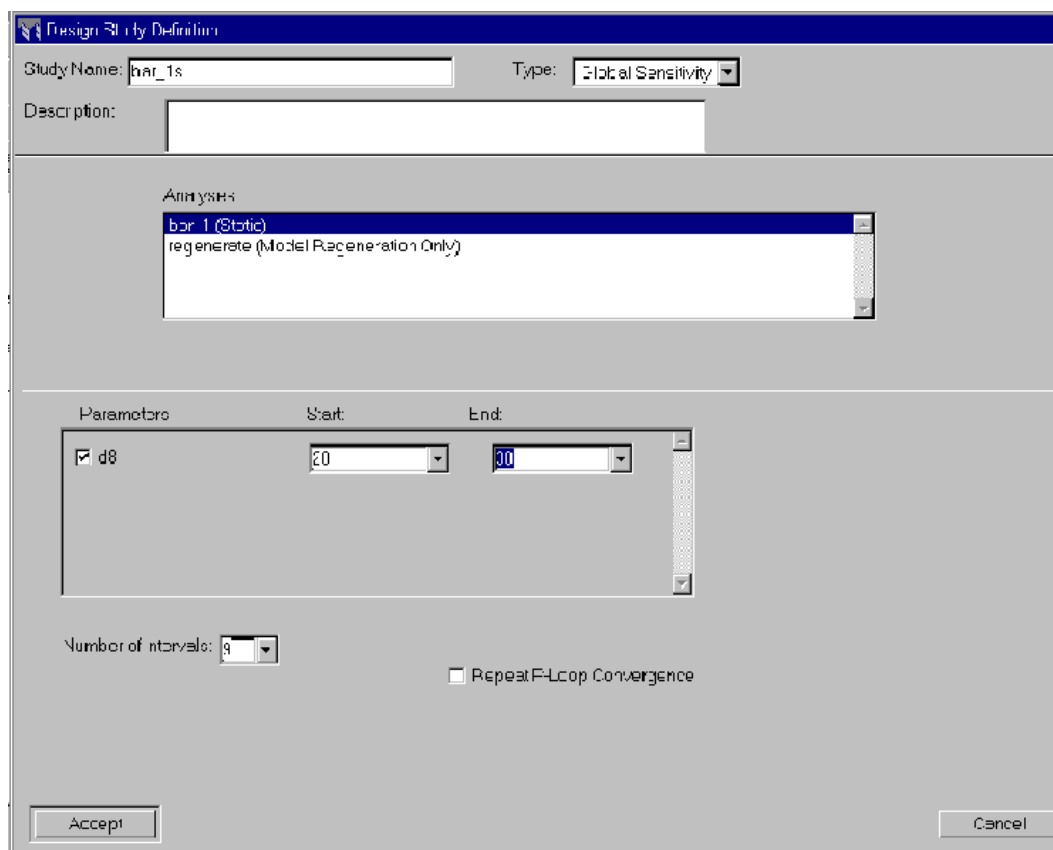
Επιλέγουμε *Applications* → *Mechanica* και στη συνέχεια *Analysis* → *Mechanica* → *Dsgn Controls* και από το *Menu Manager* που εμφανίζεται δεξιά, επιλέγουμε *Dsgn Params* → *Create* με σκοπό να ορίσουμε την πλευρά της τετραγωνικής διατομής ως παράμετρο.

Έτσι, εμφανίζεται το ακόλουθο παράθυρο και από την επιλογή *Select* μεταβαίνουμε στο μοντέλο μας από όπου διαλέγουμε την μία πλευρά της τετραγωνικής διατομής. Επιστρέφοντας αυτόματα στο παρακάτω παράθυρο, το Pro - Mechanica έχει καταγράψει το όνομα της διάστασης που επιλέξαμε. Μπορούμε να γράψουμε μία σύντομη περιγραφή της παραμέτρου που διαλέξαμε. Τέλος, ορίζουμε την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή που θα μπορεί να πάρει η παράμετρος μας. Εισάγουμε για το μοντέλο μας **20** και **35** αντίστοιχα και πατάμε το *Accept* και στο επόμενο παράθυρο *Done*.




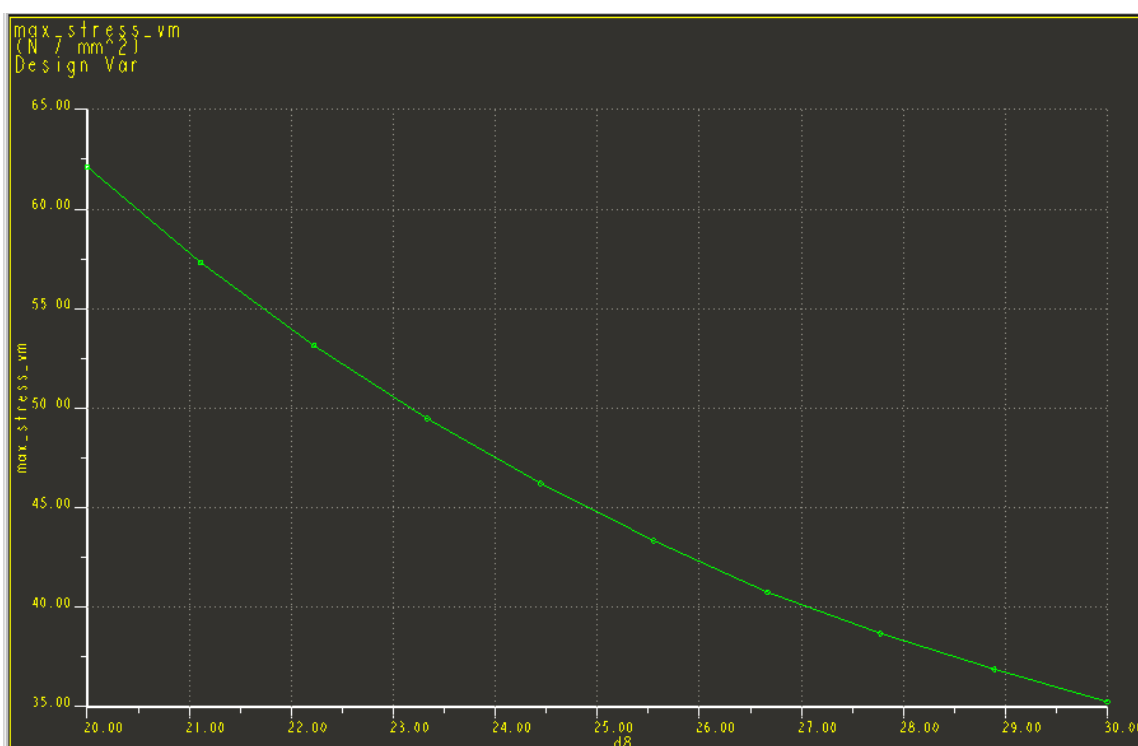
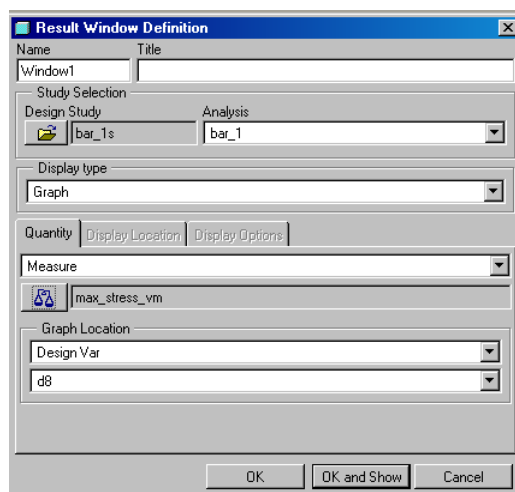
Από το *Menu Manager* επιλέγουμε το *Shape Animate*. Ένα νέο παράθυρο μας ενημερώνει ότι το μοντέλο μας θα επανασχεδιαστεί με διαφορετικές τιμές για την παράμετρο *d8*. Οι τιμές αυτές είναι προκαθορισμένες στην ελάχιστη, την τρέχουσα και τη μέγιστη που καθορίσαμε στο προηγούμενο βήμα. Έτσι, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο μπορεί να επανασχεδιαστεί μέσα στο εύρος των τιμών που έχουμε ορίσει.

Επιλέγουμε *Done - Return* και έπειτα από το menu *Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και στο νέο παράθυρο που ανοίγει *File* → *New Design Study*



Δίνουμε ένα νέο όνομα στην περιοχή *Study Name* (διαφορετικό από το όνομα του αρχείου μας) και επιλέγουμε στο *Type: Global Sensitivity*. Στην περιοχή των παραμέτρων, τσεκάρουμε τη παράμετρο *d8* (θα μπορούσαμε να έχουμε ορίσει και άλλες) και δίνουμε από την αναδιπλούμενη λίστα την ελάχιστη και μέγιστη τιμή που θα πάρει (δηλ. τις τιμές 20 και 35 που επιλέξαμε σε προηγούμενο βήμα). Πατάμε *Accept* και στη συνέχεια από το menu *Run* → *Start* για να ξεκινήσει η διαδικασία της ανάλυσης. Τέλος, πατάμε *Close*.

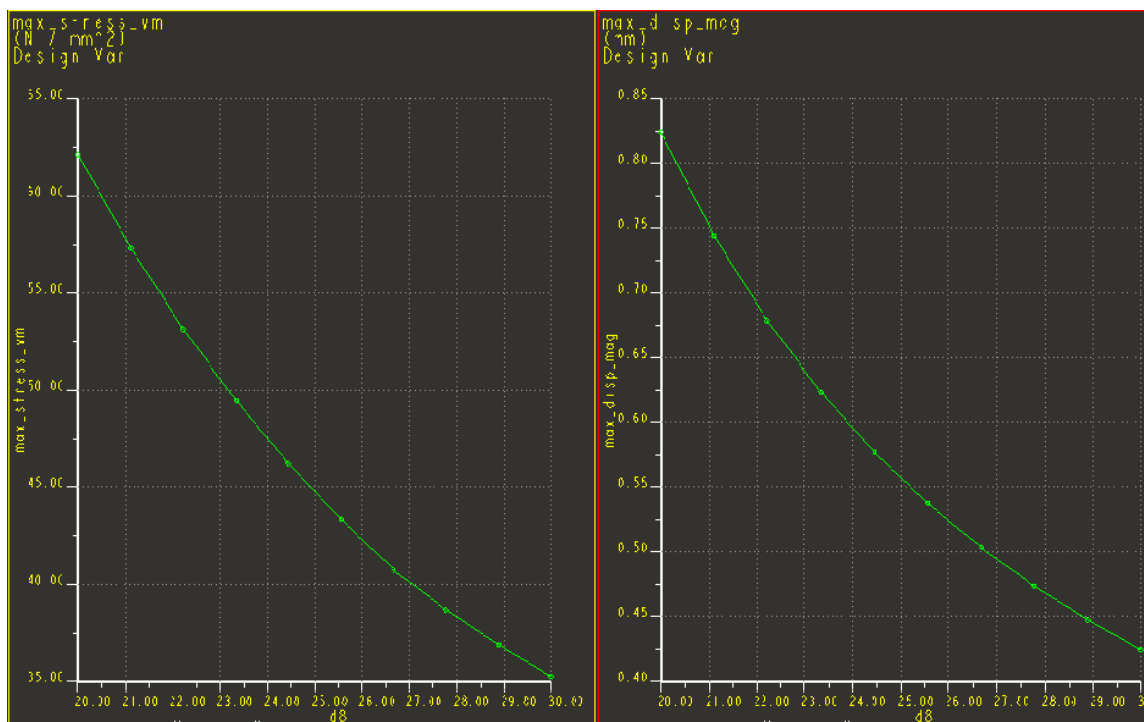
Για να δούμε τα αποτελέσματα επιλέγουμε *Analysis* → *Results* και εν συνεχεία *Insert* → *Result Window*. Εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο. Στην περιοχή *name* εισάγουμε ένα όνομα για το παράθυρο των αποτελεσμάτων. Από το *Design Study* διαλέγουμε το *bar\_1s* δηλ. την δοκιμή όπου εμπεριέχεται η παραμετροποίηση. Από το κουμπί  διαλέγουμε το μέγεθος να συγκριθεί με την παράμετρο *d8* δηλ. την πλευρά της τετραγωνικής διατομής. Αρχικά, επιλέγουμε *max\_stress\_vm* και στη συνέχεια *Ok and Show*. Μας εμφανίζεται μία γραφική παράσταση των 2 αυτών μεγεθών.



Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για την εξαγωγή της γραφικής παραστάσης μεταξύ  $d8$  -  $max\_disp\_mag$ .

Διαλέγοντας *Edit* → *Copy*, μπορούμε να έχουμε διαθέσιμες στην οθόνη μας και τις 2 προαναφερόμενες παραστάσεις.





Από το 1<sup>ο</sup> γράφημα παρατηρούμε ότι η τάση *von Mises* γίνεται 50 N/mm<sup>2</sup>, όταν η πλευρά της διατομής γίνεται 23 mm. Επίσης, από το 2<sup>ο</sup> γράφημα παρατηρούμε πως η μετατόπιση παίρνει την τιμή 0.55 mm, όταν η πλευρά γίνεται περίπου ίση με 25 mm. Συνεπώς, και τα 2 κριτήρια ικανοποιούνται ταυτόχρονα όταν η πλευρά γίνει ίση με 25 mm.

## Κεφάλαιο 8

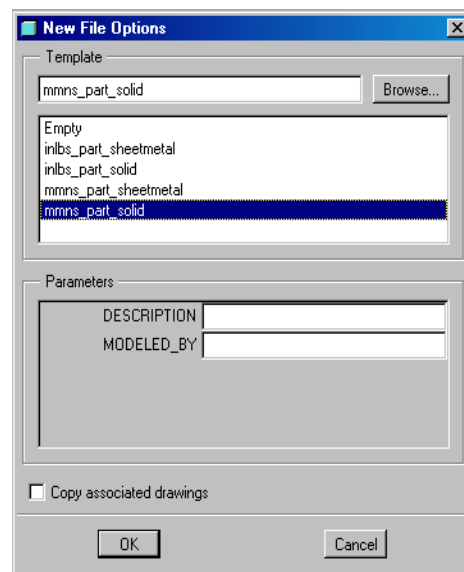
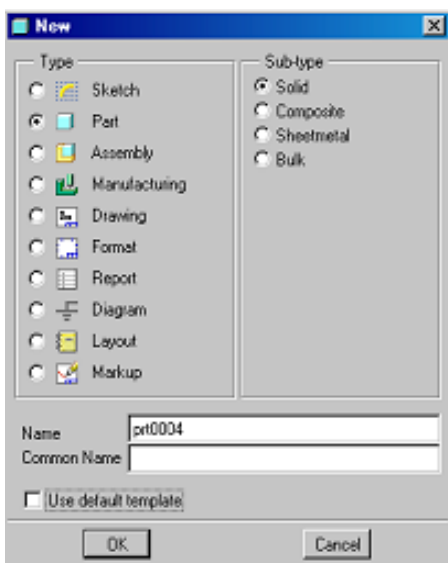
### Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης ράβδου ως 1διάστατο μοντέλο

#### 8.1 - Παράδειγμα 3

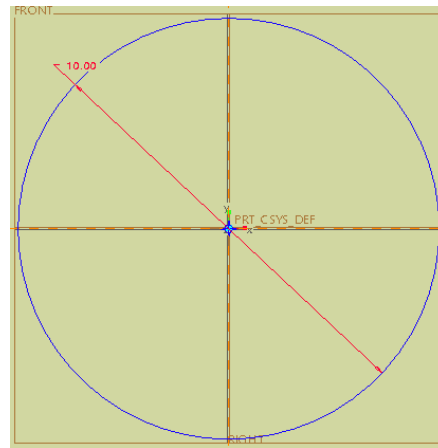
Το παράδειγμα αυτό αφορά μία ράβδο κυκλικής διαμέτρου 10 mm και μήκους 500 mm. Η ράβδος είναι πακτωμένη στο ένα της άκρο και στο ελεύθερο ασκείται αξονική δύναμη. Θα μελετήσουμε τη ράβδο ως 1διάστατο μοντέλο και θα αναζητήσουμε για ποια τιμή της διαμέτρου η μετατόπιση κατά τον άξονα Z δεν υπερβαίνει την τιμή 0.01 mm.

#### Βασικές οδηγίες σχεδίασης κυκλικής ράβδου στο Pro – E

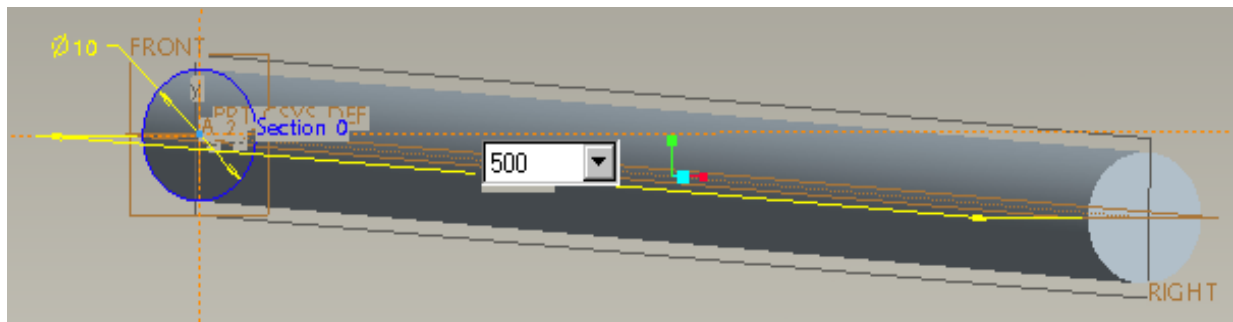
Ξεκινάμε το Pro – Engineer και επιλέγουμε *File* → *New*, διαλέγουμε *Part* και εφόσον δεν έχουμε μαρκάρουμε την επιλογή “*use default template*”, ανοίγει ένα νέο παράθυρο διαλόγου όπου επιλέγουμε *mm-N-s\_part solid*.



Εν συνεχεία διαλέγουμε *Insert* → *Extrude* και ορίζουμε ως επίπεδο σχεδίασης *Front*. Σχεδιάζουμε την κυκλική διατομή της ράβδου με διάμετρο 10 mm.



Πατάμε το εικονίδιο  και δίνουμε μήκος στη ράβδο 500 mm. Η ράβδος μας πρέπει να δείχνει όπως παρακάτω.

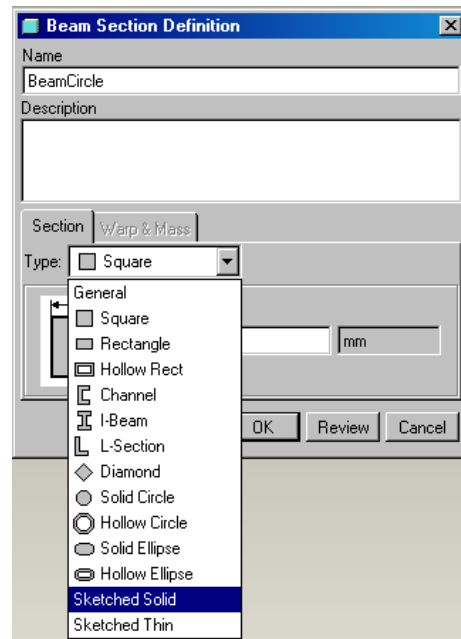


## 8.2 - Αριθμητική Επίλυση στο Pro - Mechanica

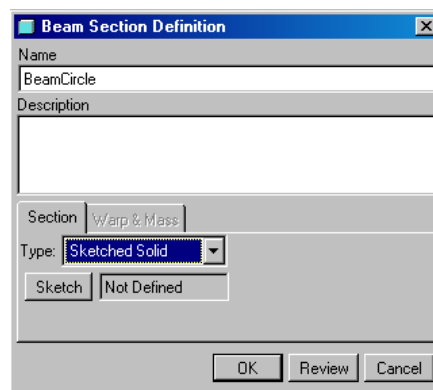
Επιλέγουμε *Applications* → *Mechanica*, στο παράθυρο *Info Unit* πατάμε *Continue* και στο *Model Type*, *Ok*.


Τη ράβδο που δημιουργήσαμε στο Pro - Engineer θα την αντιμετωπίσουμε ως μονοδιάστατο μοντέλο στο Pro - Mechanica. Γι' αυτό το λόγο πρέπει να καθορίσουμε αρχικά τη διατομή που θα έχει η μονοδιάστατο αυτή ράβδος.

Αρχικά, διαλέγουμε *Properties* → *Beam Sections*. Στο παράθυρο που ανοίγει επιλέγουμε *New* και εμφανίζεται ένα νέο παράθυρο διαλόγου, όπως αυτό που φαίνεται παραπλεύρως.

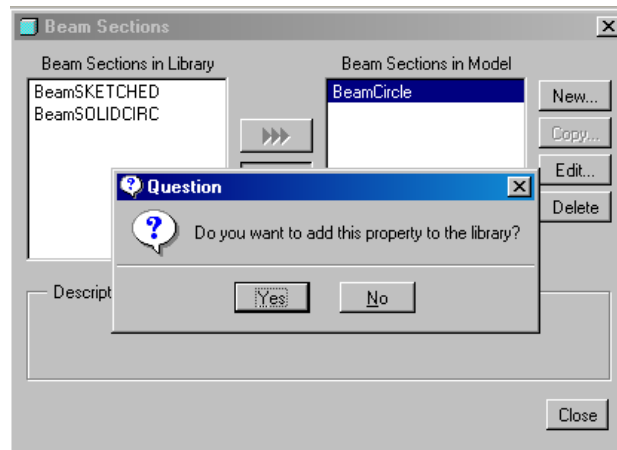


Στην περιοχή *Name* δίνουμε ένα όνομα που θυμίζει το είδος της διατομής, στην περιοχή *Type* επιλέγουμε από την αναδιπλούμενη λίστα *Sketched Solid* και εμφανίζεται το ακόλουθο παράθυρο.

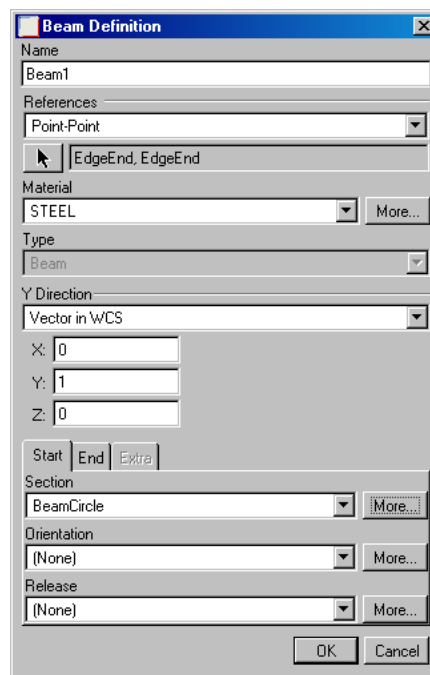


Επιλέγουμε *Sketch* και μεταφερόμαστε προσωρινά στο περιβάλλον του Pro - Engineer, όπου σχεδιάζουμε την κυκλική διατομή που επιθυμούμε με διάμετρο  $d=10$  mm. Πατάμε το εικονίδιο  και στο επόμενο παράθυρο το *Ok*.

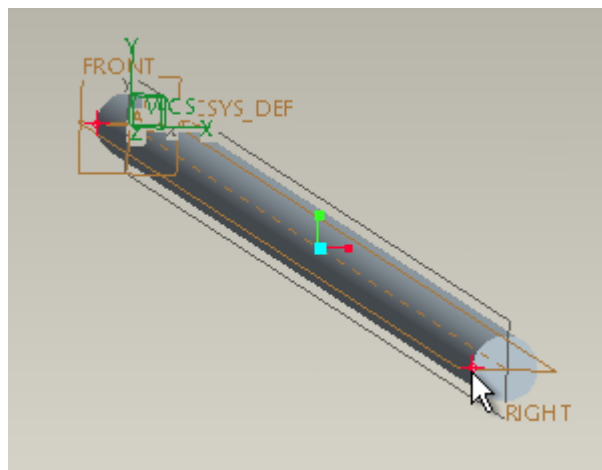
Στη συνέχεια μας εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο, όπου αριστερά βλέπουμε τις διατομές που έχουν αποθηκευτεί στη βιβλιοθήκη και δεξιά τη νέα διατομή που δημιουργήσαμε.



Έπειτα επιλέγουμε *Insert* → *Beam* για να ορίσουμε τη ράβδο μας ως ένα μονοδιάστατο μοντέλο.

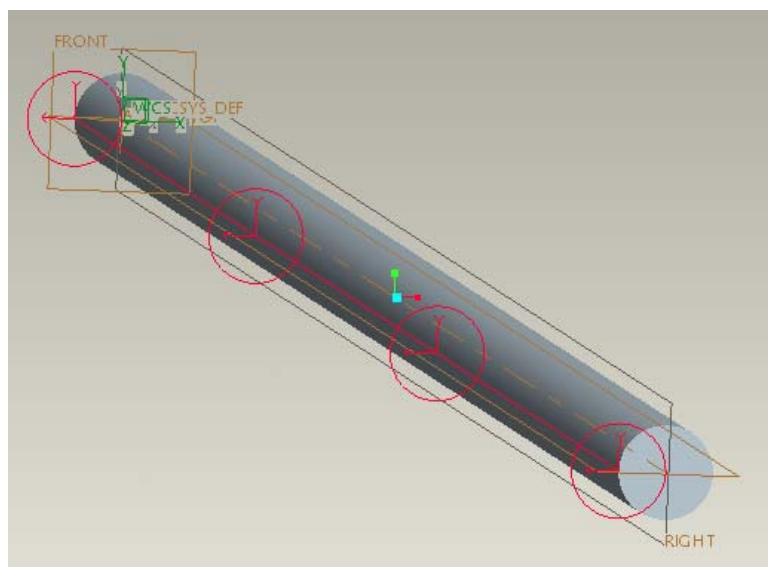


Μας εμφανίζεται το παραπάνω παράθυρο όπου στην περιοχή *References* επιλέγουμε *Point - Point*. Δίνουμε λοιπόν τα 2 σημεία τα οποία αντιπροσωπεύουν την αρχή και το τέλος της ράβδου. Ορίζουμε ουσιαστικά μία γραμμή που αποτελεί το μονοδιάστατο μοντέλο. Τα 2 αυτά σημεία φαίνονται με κόκκινο στην παρακάτω εικόνα.

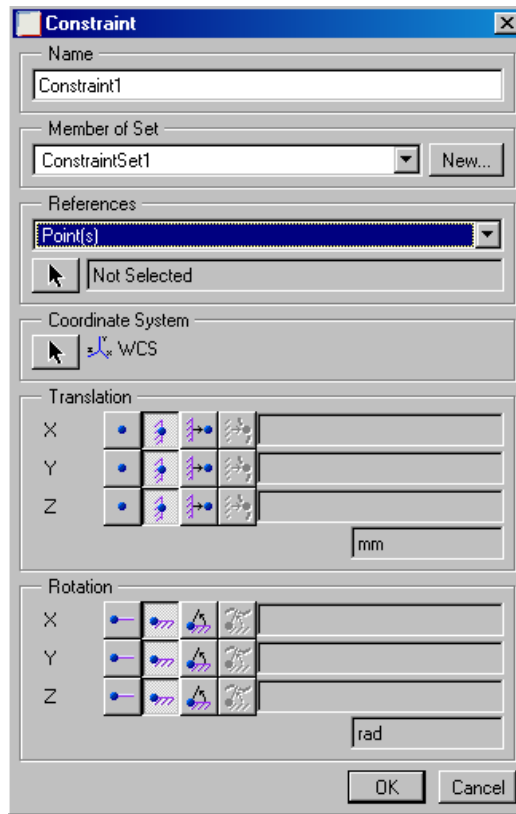


Επίσης, στο παράθυρο *Beam Definition* καθορίζουμε το υλικό της ράβδου και τη διατομή της στην περιοχή *Section*.

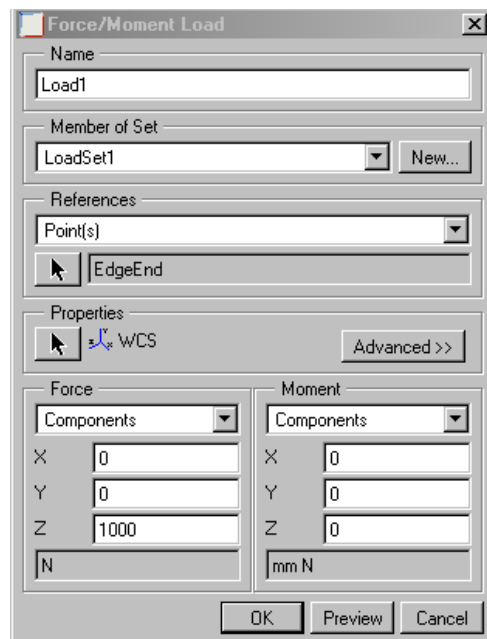
Πατάμε *Ok* και το μοντέλο μας πρέπει να δείχνει όπως παρακάτω.



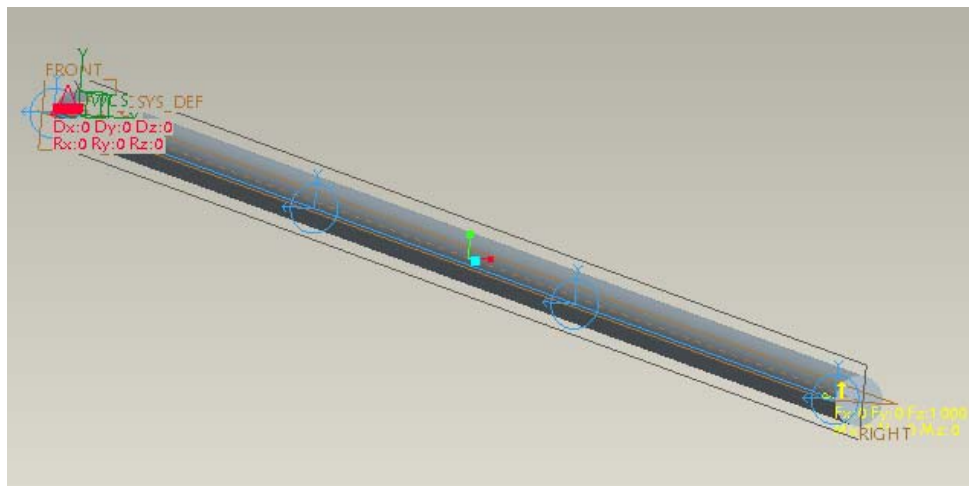
Στη συνέχεια επιλέγουμε *Insert* → *Displacement Constraint* για να ορίσουμε την στήριξη. Στην περιοχή *References* επιλέγουμε *Point(s)* και διαλέγουμε το αριστερό σημείο του μονοδιάστατου πλέον μοντέλου. Στην περιοχή *Translation* και *Rotation* μαρκάρουμε όλα τα κουμπιά με την επιλογή *Fixed* όπως φαίνεται παρακάτω. Έτσι, ορίζουμε την πάκτωση στο αριστερό άκρο.



Επιλέγουμε *Insert* → *Force / Moment Load* για να καθορίσουμε τη φόρτιση. Στην περιοχή *References* επιλέγουμε *Point(s)* και διαλέγουμε το δεξιό σημείο. Στην περιοχή *Force* θέτουμε στον άξονα *Z* την τιμή **1000** και πατάμε *Ok*.



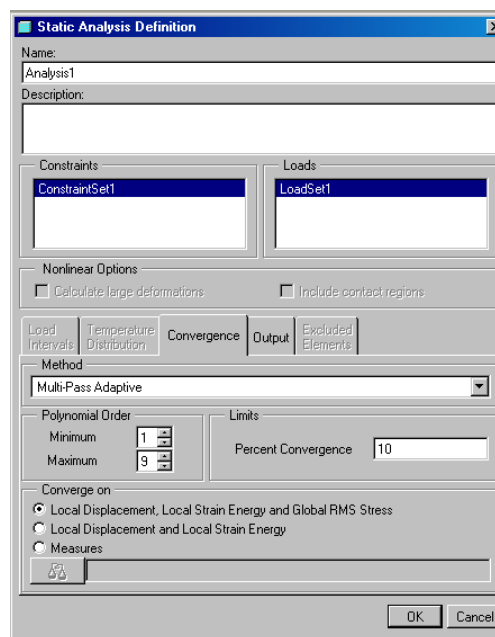
Το μοντέλο μας πρέπει να εμφανίζεται όπως στο παρακάτω σχήμα, δηλ. με τα σύμβολα της πάκτωσης αριστερά, τη δύναμη δεξιά και τους κύκλους που υποδηλώνουν μονοδιάστατο μοντέλο



Από το μενού *Analysis* διαλέγουμε *Mechanica Analyses / Studies* και στο παράθυρο που ανοίγει επιλέγουμε *File* → *New Static* για να καθορίσουμε το είδος της ανάλυσης.

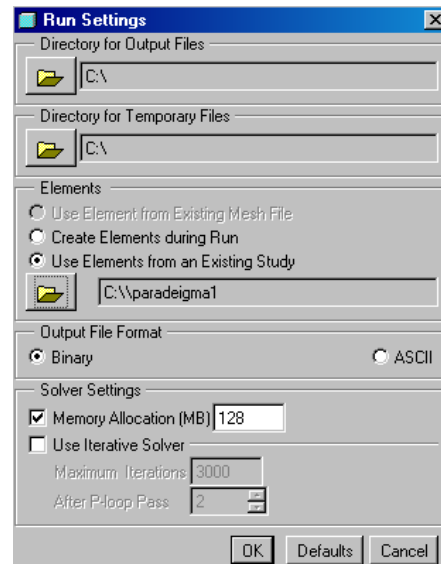
Ανοίγει το παρακάτω παράθυρο και στο πρώτο πεδίο δίνουμε ένα όνομα και επιλέγουμε την στήριξη και τη φόρτιση που έχουμε ήδη καθορίσει.

Στην περιοχή *Method* διαλέγουμε *Multi - Pass Adaptive* και ως μέγιστο βαθμό του πολυωνόμου (*maximum Polynomial Order*) **9**. Πατάμε *Ok*.

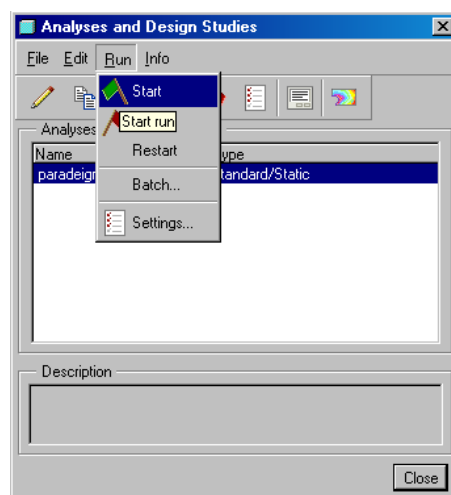




Επιλέγουμε *Run* → *Settings* για να καθορίσουμε τον κατάλογο που θα αποθηκεύσει το Pro - Mechanics τα αρχεία με τα αποτελέσματα που θα δημιουργήσει.

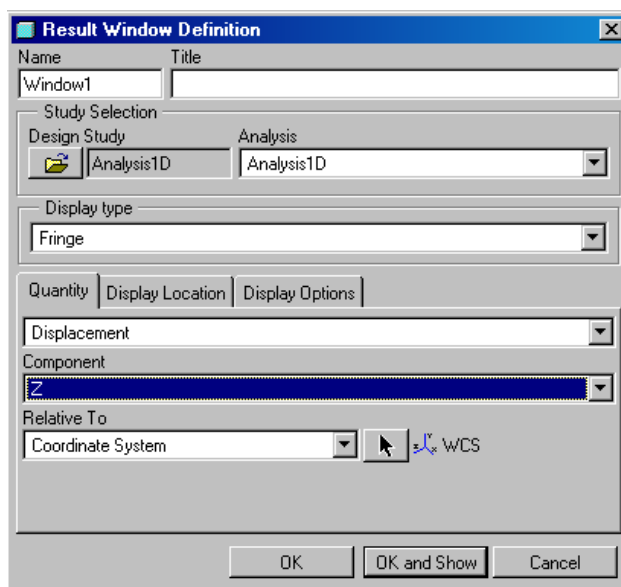


Έπειτα επιλέγουμε *Run* → *Start* και μας ρωτάει αν επιθυμούμε ανίχνευση σφαλμάτων και πατάμε *Yes*.

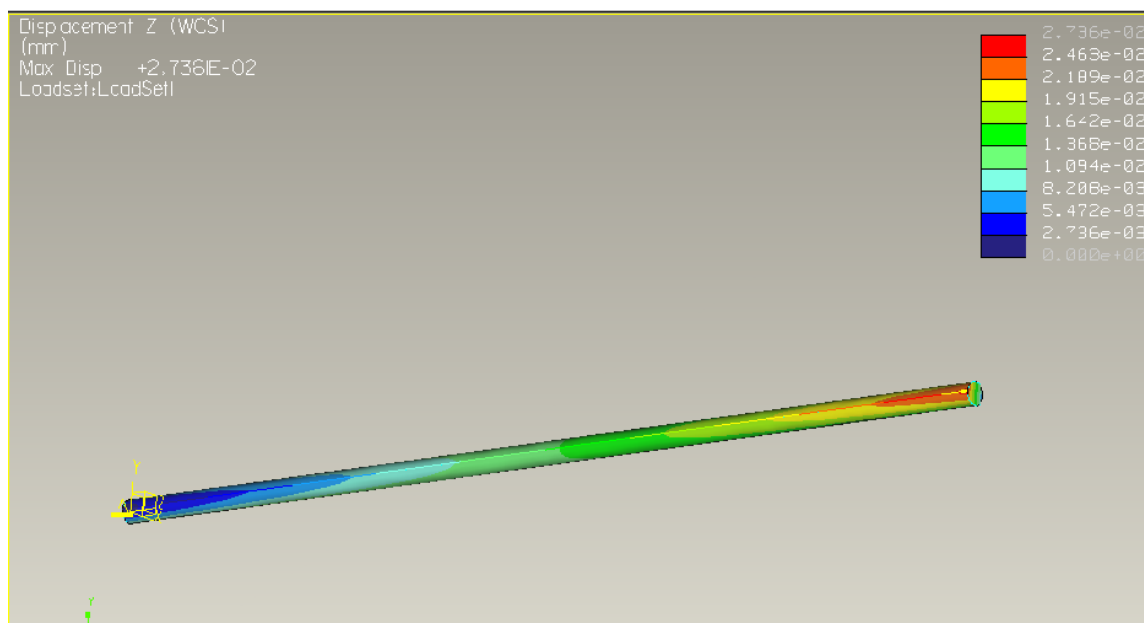


Για την εμφάνιση των αποτελεσμάτων, διαλέγουμε *Analysis* → *Results* και στο νέο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε από το *menu* επιλέγουμε *Insert* → *Result Window*. Από την περιοχή *Design Study* διαλέγουμε το παράδειγμα που μελετάμε.

Στην περιοχή *Display type* διαλέγουμε *Fringe* και παρακάτω επιλέγουμε από τις λίστες *Displacement* και *Z*.



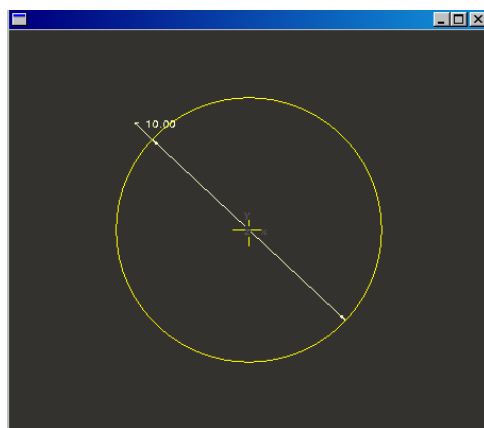
Πατάμε *Ok and Show* και έχουμε το μοντέλο με τις τιμές της μετατόπισης κατά τον άξονα Z.



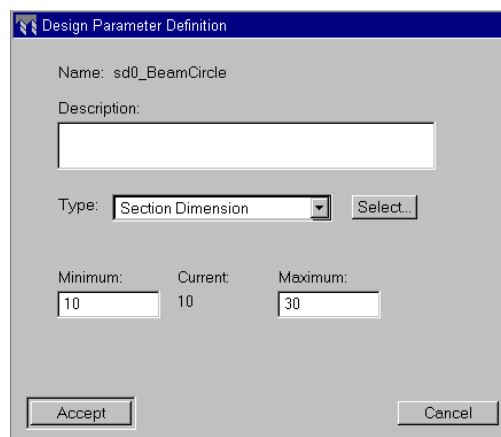
### 8.3 – Βελτιστοποίηση κατασκευής

Στη συνέχεια της μελέτης μας, θα θέσουμε ως μεταβλητή τη διατομή της ράβδου για να εντοπίσουμε για ποια διάμετρο της κυκλικής διατομής, η μετατόπιση κατά τον άξονα Z δεν υπερβαίνει την τιμή **0.01 mm**.

Για τον καθορισμό της παραμέτρου επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Design Controls* και από το *menu* που εμφανίζεται δεξιά *Design Params*. Στο παράθυρο που εμφανίζεται πατάμε *Create*, στο νέο παράθυρο στην περιοχή *Type* διαλέγουμε *Section Dimension*. Πατώντας το *Select* ανοίγει μία λίστα με τις διατομές που έχουμε δημιουργήσει. Επιλέγουμε την *BeamCircle* και μας εμφανίζεται αυτόματα το παρακάτω παράθυρο.

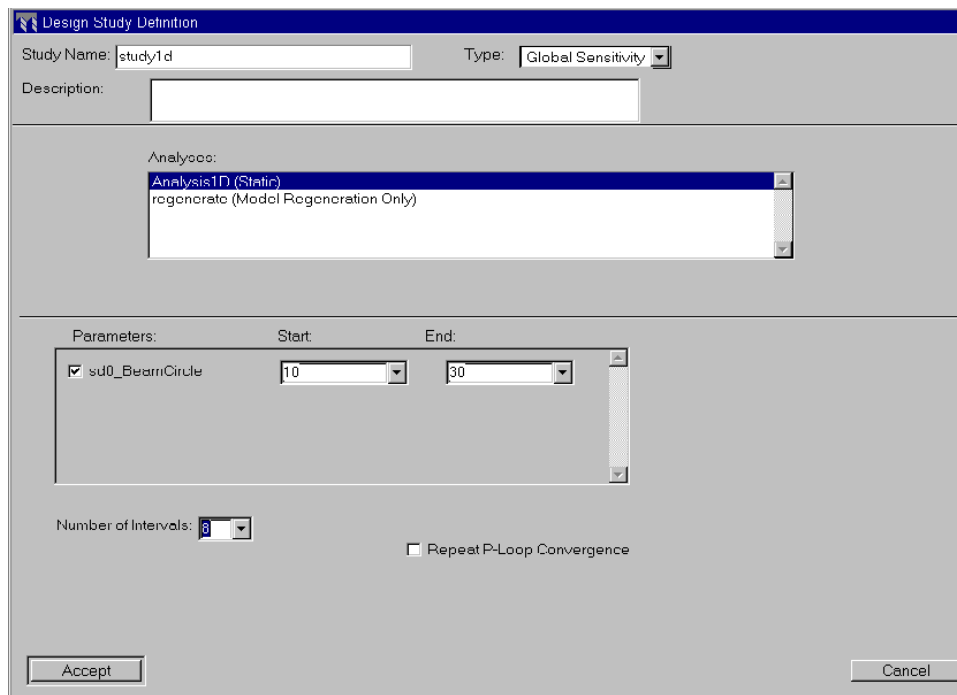


Επιλέγοντας τη διάσταση 10 εμφανίζεται το διπλανό παράθυρο όπου θέτουμε ελάχιστη και μέγιστη τιμή για τη διάμετρο 10 και 30 αντίστοιχα και πατάμε *Accept*.





Πατάμε *Done* για να ολοκληρωθεί ο προσδιορισμός των παραμέτρων.

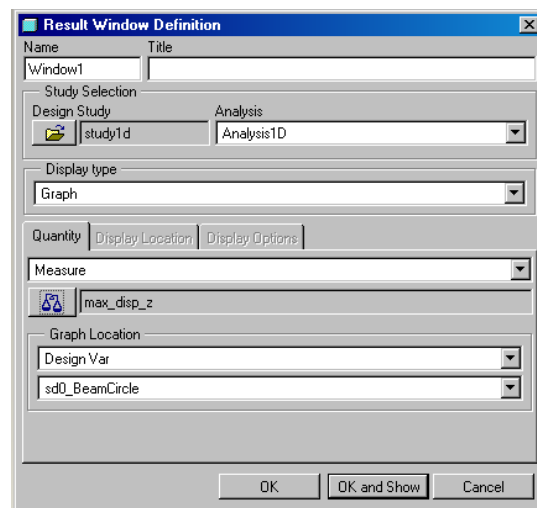
Στη συνέχεια από το *Menu Analysis* διαλέγουμε *Mechanica Analyses Studies* και στο παράθυρο που εμφανίζεται *File* → *New Design Study*.



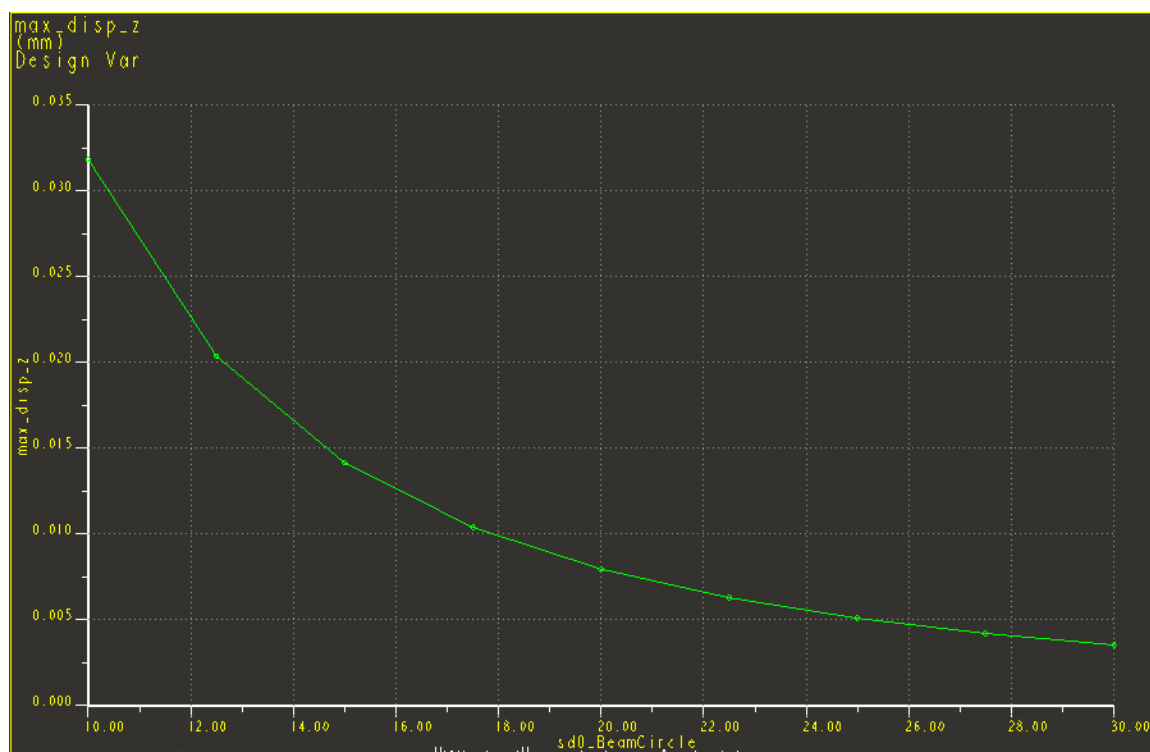
Στην περιοχή *Type* επιλέγουμε *Global Sensitivity* και στην περιοχή *Parameters* τοκάρουμε τη παράμετρο της διατομής και θέτουμε αρχική και τελική τιμή **10** και **30**. Πατάμε *Accept* και στο νέο παράθυρο διαλέγουμε *Run* → *Start*. Η διαδικασία μπορεί να διαρκέσει λίγα λεπτά. Πατώντας *Info* → *Status* παρατηρούμε την πρόοδο της διαδικασίας.

Όταν ολοκληρωθεί η διαδικασία, επιλέγουμε το εικονίδιο των αποτελεσμάτων .

Εμφανίζεται το διπλανό παράθυρο, επιλέγουμε το αρχείο που θα μελετήσουμε (*study1d*) και από το εικονίδιο  διαλέγουμε από την εμφανιζόμενη λίστα *max\_disp\_z*.



Πατάμε *Ok and Show*. Έτσι, μας εμφανίζεται ένα διάγραμμα με τις μέγιστες μετατοπίσεις κατά τον άξονα *Z* για τιμές της διαμέτρου από **10** έως **30** mm.



Από το γράφημα παρατηρούμε ότι η μετατόπιση κατά τον άξονα Z δεν υπερβαίνει την τιμή **0.01 mm**, όταν η διάμετρος της διατομής είναι περίπου 17 mm.

## Κεφάλαιο 9

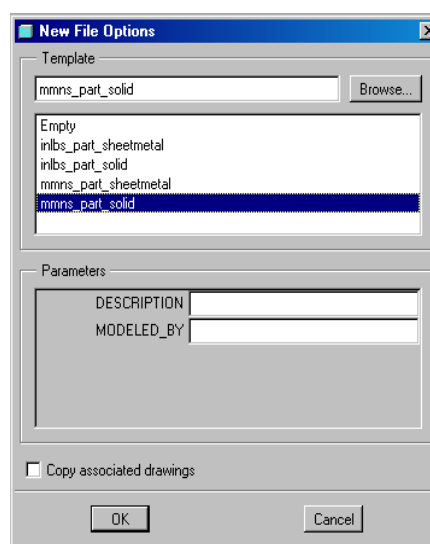
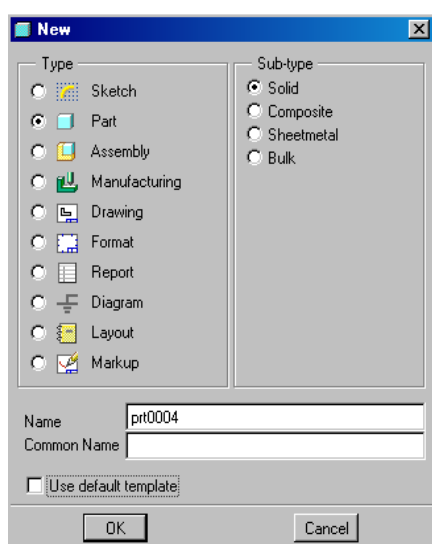
### Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρ. Βελτιστοποίησης δοκού με συσχετισμένες διαστάσεις ως 3οδιάστατο μοντέλο

#### 9.1 - Παράδειγμα 4

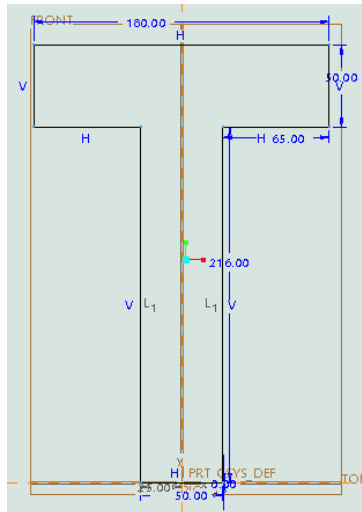
Παρακάτω θα παρουσιάσουμε μια δοκό διατομής Ταυ. Οι διαστάσεις της διατομής συσχετίζονται μεταξύ τους και συγκεκριμένα το ύψος του κορμού θα εξαρτάται από το πλάτος του πέλματος. Αυτό επιτυγχάνεται εισάγοντας τον κατάλληλο συσχετισμό στο Pro - Engineer. Κατόπιν θα αναζητήσουμε ποια είναι η ελάχιστη διατομή της δοκού, ώστε να ελαχιστοποιείται ο όγκος της χωρίς να υπερβαίνει η μετατόπιση κατά τον άξονα επιβολής του φορτίου μια δεδομένη τιμή.

#### Βασικές οδηγίες σχεδίασης δοκού διατομής Ταυ στο Pro - E

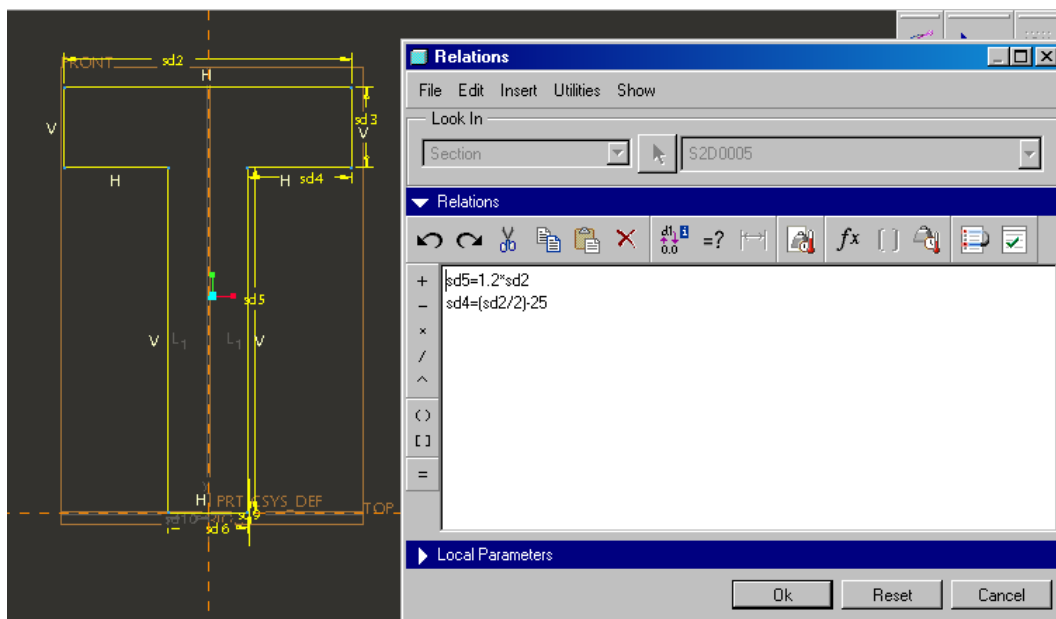
Εκκινάμε το Pro - Engineer και επιλέγουμε *File* → *New*, διαλέγουμε *part* και εφόσον δεν έχουμε μαρκάρουμε την επιλογή “*use default template*”, ανοίγει ένα νέο παράθυρο διαλόγου όπου επιλέγουμε *mm-N-s\_part solid* δηλαδή μονάδες millimeter- Newton - second.



Στη συνέχεια διαλέγουμε *Insert* → *Extrude* και ορίζουμε για επίπεδο σχεδίασης *Front*. Σχεδιάζουμε τη διατομή της επιθυμητής δοκού σύμφωνα με τις παρακάτω διαστάσεις. Πρόκειται για διατομή Ταυ με κορμό 216 mm, πάχος 50 mm και πέλμα 160.




Έπειτα επιλέγουμε *Tools* → *Relations* για να εισάγουμε κάποιες σχέσεις μεταξύ των διαστάσεων. Αρχικά παρατηρούμε πως με αυτή μας την ενέργεια οι διαστάσεις της διατομής μετατρέπονται αυτόματα από αριθμητικές τιμές σε σύμβολα όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.

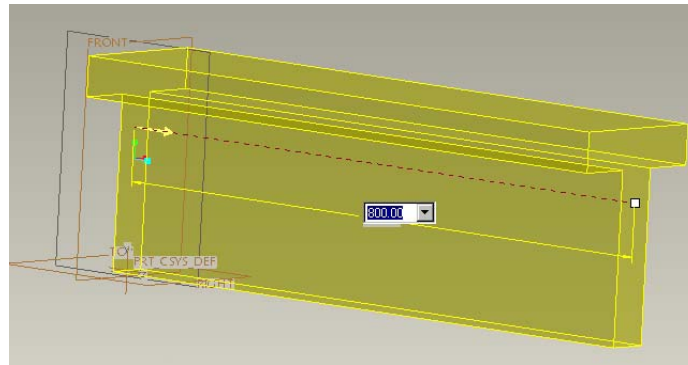


Ο βασικός συσχετισμός που επιλέγουμε είναι της μορφής  $sd5=1.2*sd2$  και αφορά τη διάσταση του ύψους του κορμού σε σχέση με το πλάτος του πέλματος. Συνεπώς, όταν αλλάζουμε τη διάσταση  $sd2$ , θα αλλάζει τιμή και η  $sd5$ .

Με την επόμενη σχέση  $sd4=(sd2/2)-25$  διασφαλίζουμε τη συμμετρικότητα της διατομής ως προς τον άξονα  $y$ .

Πατάμε *ok* στο παράθυρο των συσχετισμών και ολοκληρώνουμε τη διαδικασία με το εικονίδιο .

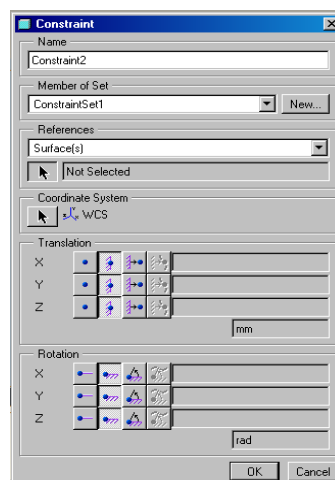
Στη συνέχεια αλλάζουμε το μήκος της δοκού σε **800** και έχουμε το ακόλουθο αποτέλεσμα.



## 9.2 - Αριθμητική Επίλυση στο Pro - Mechanica

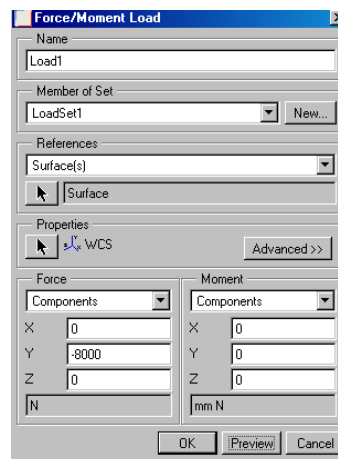
Επιλέγουμε Applications → Mechanica, στο παράθυρο Info Unit πατάμε Continue και στο Model Type, Ok.

Αρχικά, διαλέγουμε *Insert* → *Displacement Constraint* για να ορίσουμε το είδος της στήριξης. Εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο από το βέλος στην περιοχή *Reference* επιλέγουμε την επιφάνεια στο αριστερό άκρο της δοκού. Στην περιοχή *Translation* και *Rotation* μαρκάρουμε όλα τα κουμπιά με την επιλογή *Fixed* όπως φαίνεται παρακάτω. Έτσι, ορίζουμε την πάκτωση στο αριστερό άκρο της δοκού.

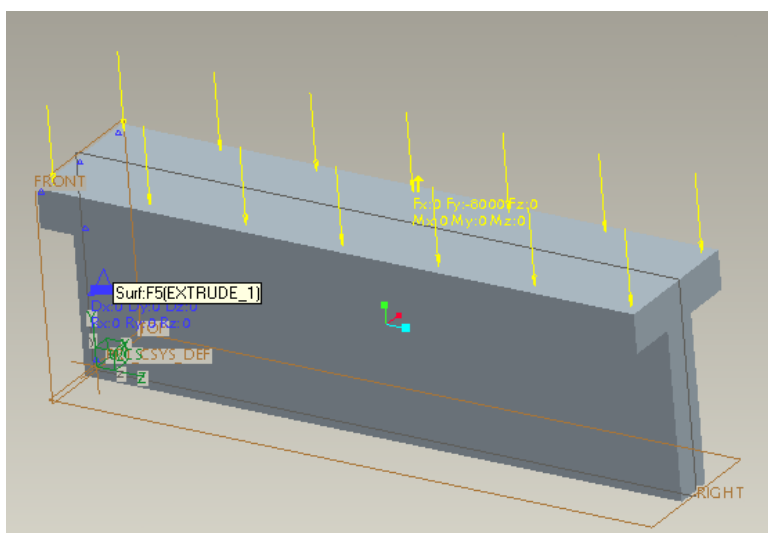




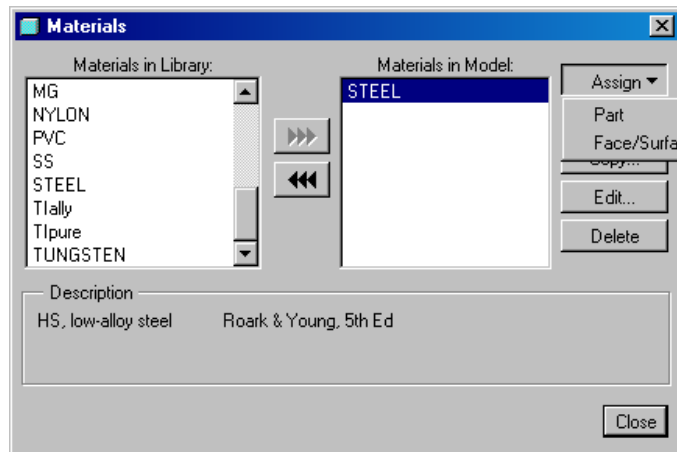
Επιλέγουμε *Insert* → *Force / Moment Load* για να καθορίσουμε τη φόρτιση. Επιλέγουμε ξανά από την περιοχή *References* την επάνω επιφάνεια της δοκού και στην περιοχή *Force* θέτουμε στον άξονα *Y* την τιμή **-8000** και πατάμε *Ok*.



Το μοντέλο μας πρέπει να εμφανίζεται όπως στο παρακάτω σχήμα, δηλ. με τα σύμβολα της πάκτωσης αριστερά και τις δυνάμεις κατά τον άξονα *Y* στην επάνω επιφάνεια.

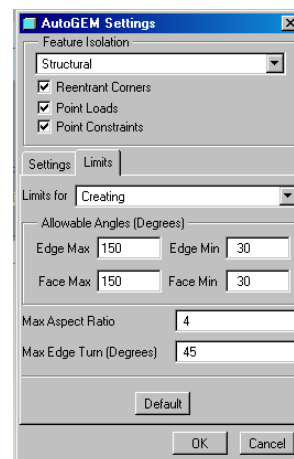


Τέλος, επιλέγουμε *Properties* → *Materials*. Από τα υλικά που υπάρχουν στην βιβλιοθήκη, διαλέγουμε *Steel* και από το κουμπί *Assign* → *Part* διαλέγουμε όλο το μοντέλο.



Επιλέγουμε *AutoGem* → *Settings* και στο παράθυρο που ανοίγει την καρτέλα *Limits*. Εδώ μπορούμε να τροποποιήσουμε τις διαστάσεις και τα όρια των στοιχείων που θα συνθέσουν το μοντέλο μας.

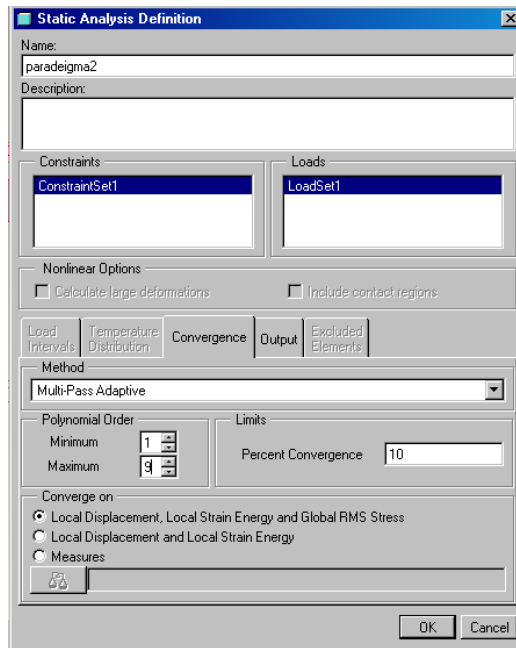
Αλλάζουμε τις τιμές στην καρτέλα όπως φαίνονται και στο διπλανό σχήμα, έτσι ώστε να δημιουργηθούν μικρότερα στοιχεία.



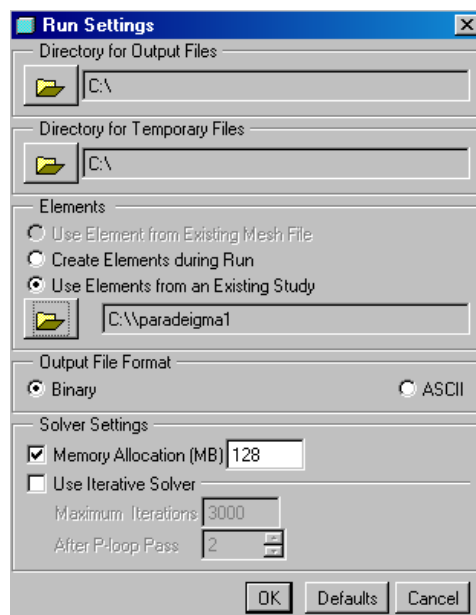
Από το *menu Analysis* διαλέγουμε *Mechanica Analyses / Studies* και στο παράθυρο που ανοίγει επιλέγουμε *File* → *New Static* για να καθορίσουμε το είδος της ανάλυσης.

Ανοίγει το παρακάτω παράθυρο και στο πρώτο πεδίο δίνουμε ένα όνομα και ορίζουμε την στήριξη και τη φόρτιση που έχουμε ήδη καθορίσει (δηλ. τα *ConstaintSet1* και *LoadSet1* που είναι προεπιλεγμένα από το πρόγραμμα).

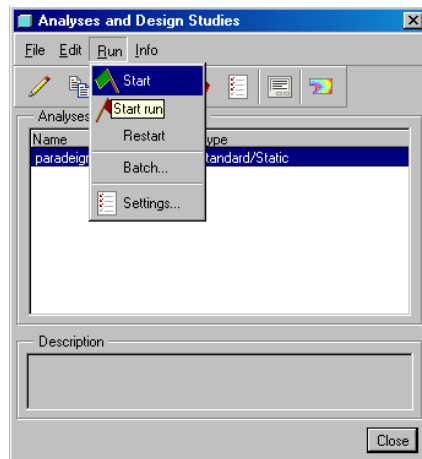
Στην περιοχή *Method* διαλέγουμε *Multi - Pass Adaptive* και ως μέγιστο βαθμό του πολυωνόμου (*maximum Polynomial Order*) **9**. Πατάμε *Ok*.



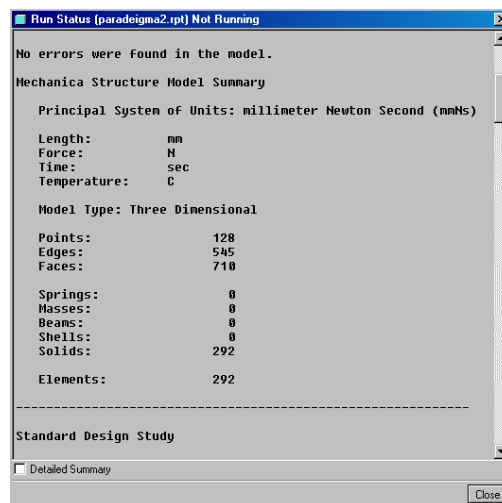
Επιλέγουμε *Run* → *Settings*, όπως φαίνεται παρακάτω, με σκοπό να καθορίσουμε τον κατάλογο που θα αποθηκεύσει το Pro - Mechanics τα αρχεία με τα αποτελέσματα που θα δημιουργήσει.



Έπειτα επιλέγουμε *Run* → *Start* για να ξεκινήσει ο έλεγχος. Μας ρωτάει αν επιθυμούμε ανίχνευση σφαλμάτων και πατάμε *Yes*.

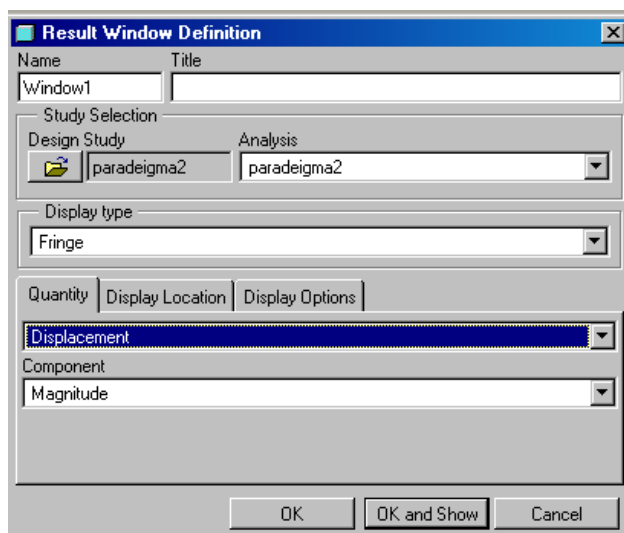


Διαλέγοντας *Info Status* μπορούμε να δούμε κάποια σημαντικά στοιχεία όπως το σύστημα μονάδων, το είδος του μοντέλου, ο αριθμός των στοιχείων, των σημείων, των πλευρών, τον ολικό όγκο του στοιχείου, τις ροπές αδράνειας, καθώς και τις τιμές για κάποια σημαντικά μεγέθη όπως είναι η μέγιστη μετατόπιση, η μέγιστη τιμή της τάσης κ.ά. Η διαδικασία του ελέγχου μπορεί να διαρκεί λίγα δευτερόλεπτα.

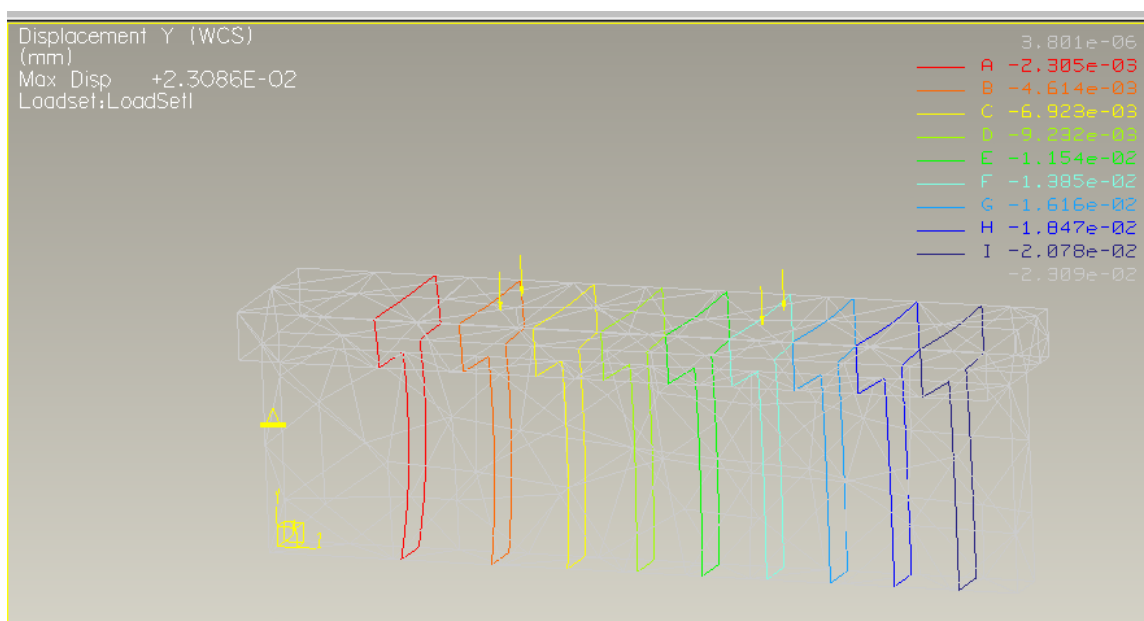


Για την εμφάνιση των αποτελεσμάτων, διαλέγουμε *Analysis* → *Results* και στο νέο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε από το menu επιλέγουμε *Insert* → *Result Window*. Από την περιοχή *Design Study* διαλέγουμε το παράδειγμα που μελετάμε.

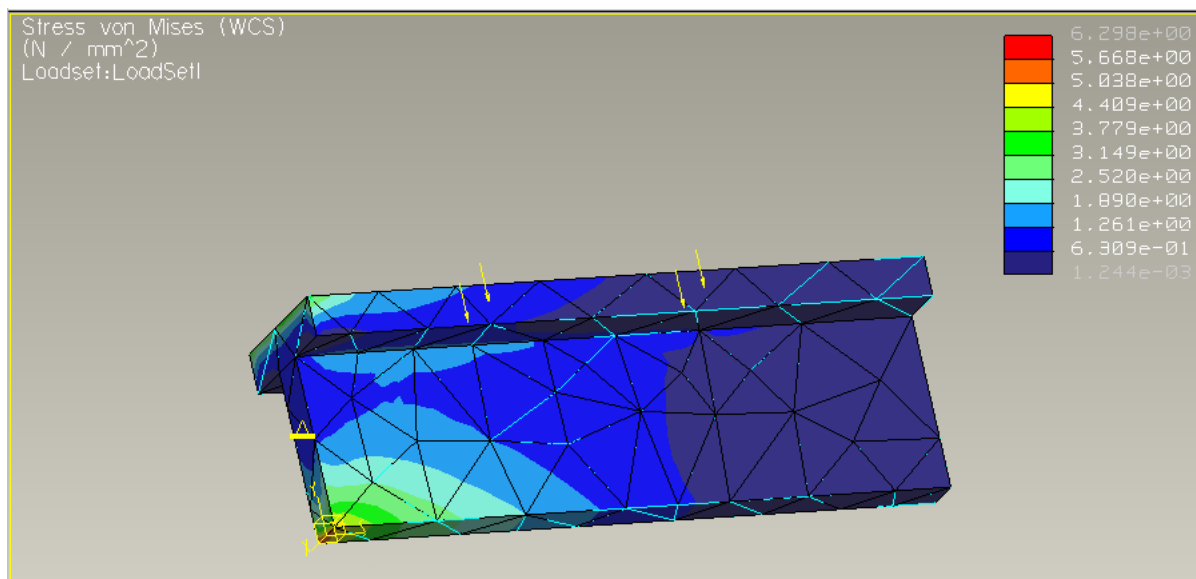
Στην περιοχή *Display type* διαλέγουμε *Fringe* και παρακάτω επιλέγουμε από τις λίστες *Displacement* και *Ye* και στην περιοχή *Display Options* μαρκάρουμε την επιλογή *Contour*.



Πατάμε *Ok and Show* και έχουμε το μοντέλο με τις μετατοπίσεις στην παρακάτω μορφή.



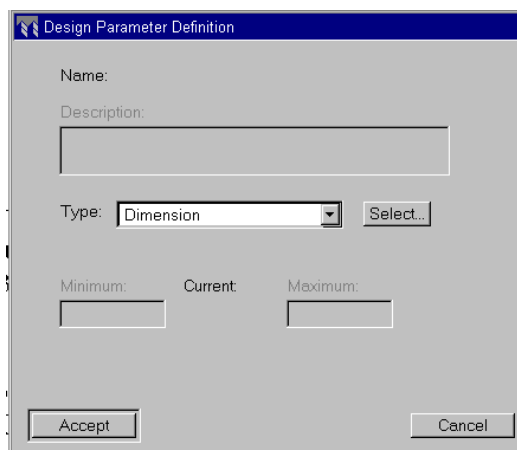
Επιλέγουμε ένα νέο παράθυρο αποτελεσμάτων για τις τάσεις (*stress\_ Von Mises*). Στην περιοχή *Display Options* μαρκάρουμε την επιλογή *Show Elements Edges* και έχουμε το ακόλουθο αποτέλεσμα.



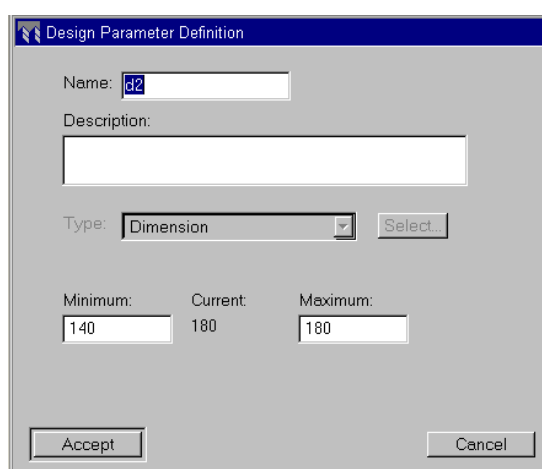
### 9.3 – Βελτιστοποίηση κατασκευής

Στη συνέχεια της μελέτης μας, θα προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε ποια είναι η ελάχιστη απαιτούμενη διατομή της δοκού χωρίς να γίνεται υπέρβαση μιας δεδομένης τιμής για τη μετατόπιση. Θα ορίσουμε ως παραμέτρους το πλάτος του πέλματος και το πάχος του και θα δώσουμε και στις 2 διαστάσεις ένα εύρος τιμών. Φυσικά εκτός από τα 2 αυτά μεγέθη, θα επιτυγχάνεται μεταβολή και στο ύψος του κορμού, εφόσον στο Pro - Engineer έχουμε ορίσει ότι το εν λόγω ύψος θα συσχετίζεται με το πλάτος του πέλματος (σχέση:  $sd5=1.2*sd2$ ).

Για τον καθορισμό των σχεδιαστικών παραμέτρων επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Design Controls* και από το *menu* που εμφανίζεται δεξιά *Design Params*. Στο παράθυρο που εμφανίζεται πατάμε *Create*, στο νέο παράθυρο διαλέγουμε *Dimension* στην περιοχή *Type* και από το *Select* επιλέγουμε αρχικά τη **διάσταση του πλάτους** του πέλματος.



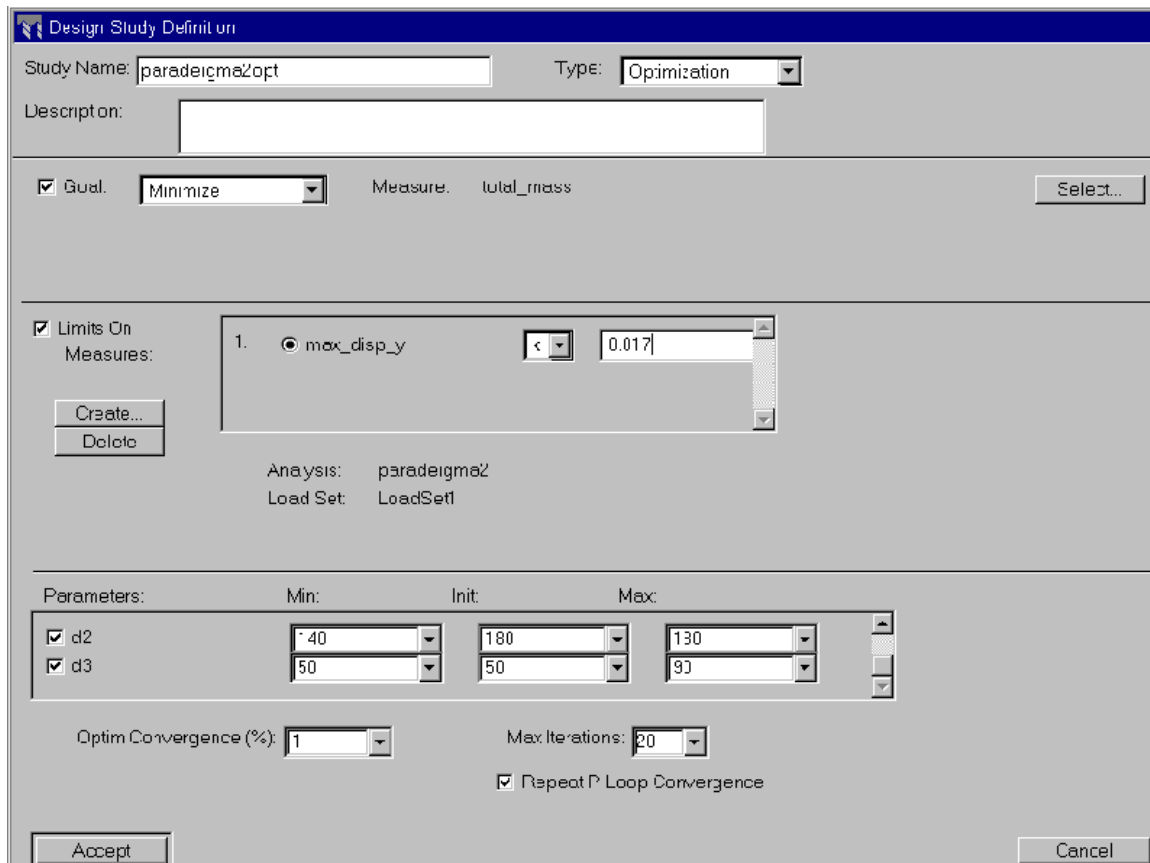
Μας εμφανίζεται το διπλανό παράθυρο όπου ορίζουμε ως ελάχιστη και μέγιστη τιμή για το πλάτος **140** και **180** αντίστοιχα και πατάμε *Accept*.



Εκτελούμε την ίδια διαδικασία και για το πάχος του πέλματος θέτοντας για τιμές **50** και **90** για την ελάχιστη και μέγιστη αντίστοιχα. Πατάμε *Done* για να ολοκληρωθεί ο προσδιορισμός των παραμέτρων.

Επιλέγοντας το *Shape Animate* μπορούμε να δούμε πώς αλλάζουν οι διαστάσεις που επιλέξαμε. Παρατηρούμε ότι εκτός από τις 2 διαστάσεις που επιλέξαμε στο προηγούμενο βήμα, αλλάζει παράλληλα και το ύψος του κορμού. Πατάμε *Done / Return*.

Στη συνέχεια από το *Menu Analysis* διαλέγουμε *Mechanica Analyses / Studies* και στο παράθυρο που εμφανίζεται *File* → *New Design Study*.

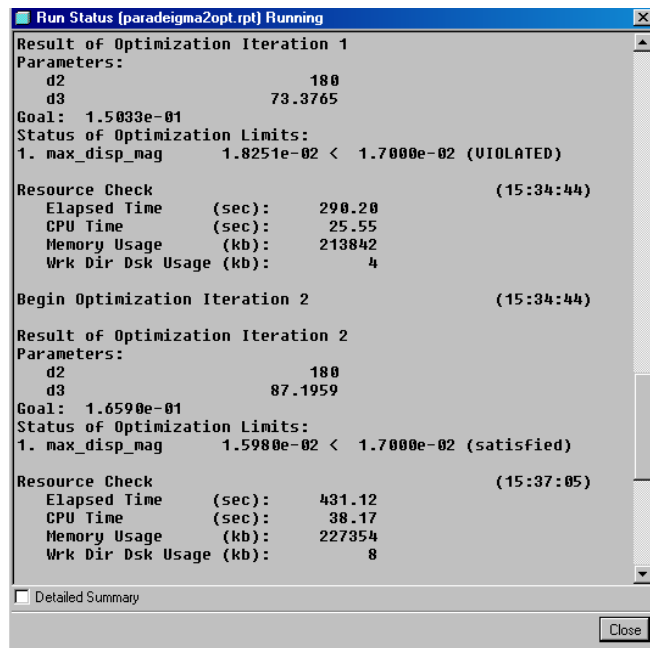



Στην περιοχή *Type* επιλέγουμε *Optimization*. Στην περιοχή *Goal* ζητάμε να ελαχιστοποιηθεί η συνολική μάζα της δοκού (*minimize total mass*). Έπειτα διαλέγουμε το μέγεθος το οποίο δεν πρέπει να υπερβεί μια δοθείσα τιμή. Εμείς από το *Create* επιλέγουμε ως μέγεθος *max\_disp\_Y* (μέγιστη μετατόπιση) και θέτουμε ως μέγιστο όριο δηλ ως επιτρεπόμενο 0.017. Στις παραμέτρους τσεκάρουμε και τις 2 (*d2*, *d3*) και θέτουμε τις ελάχιστες, τρέχουσες και μέγιστες τιμές. Τέλος, πατάμε *Accept*.

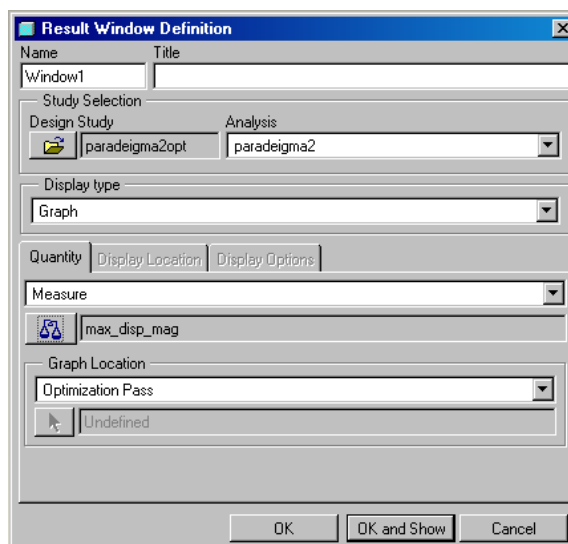
Στο νέο παράθυρο διαλέγουμε *Run* → *Start*. Η διαδικασία μπορεί να διαρκέσει λίγα λεπτά. Πατώντας *Info* → *Status* παρατηρούμε την πρόοδο του ελέγχου, όπως φαίνεται στο παρακάτω παράθυρο.

Παρατηρούμε ότι το πρόγραμμα λαμβάνει τυχαία ζευγάρια τιμών για τις παραμέτρους *d2*, *d3* και έως ότου εντοπίσει τις τιμές των παραμέτρων για τις οποίες εμφανίζεται μετατόπιση μικρότερη από την επιτρεπόμενη.

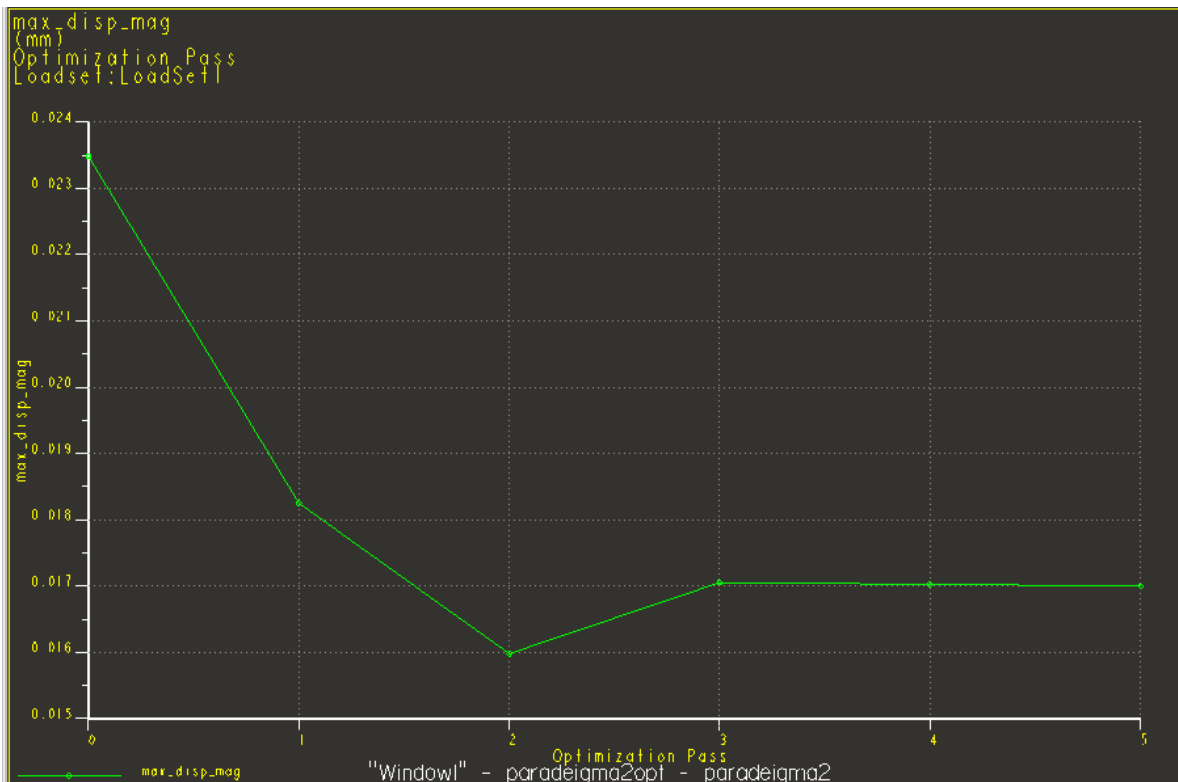





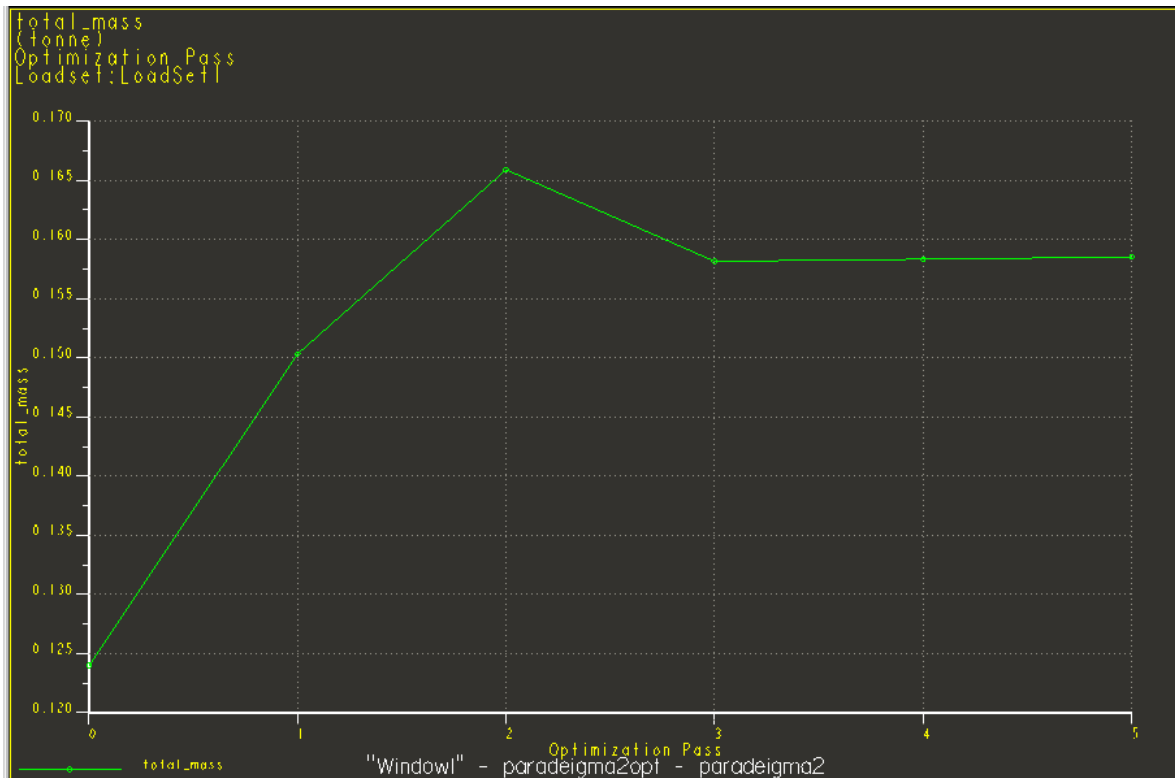
Πατάμε *Close*. Όταν ολοκληρωθεί η διαδικασία και στη συνέχεια *Analysis* → *Results* και *Insert* → *Result Window*. Εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο, επιλέγουμε το αρχείο που θα μελετήσουμε (paradeigma2opt). Στην περιοχή *Display Type* επιλέγουμε *Graph*. Από την επόμενη αναδιπλούμενη λίστα επιλέγουμε *Measure* και από το εικονίδιο  διαλέγουμε από την εμφανιζόμενη λίστα *max\_disp\_mag*.



Πατάμε *Ok and Show*. Έτσι, μας εμφανίζεται ένα διάγραμμα με τις μέγιστες μετατοπίσεις ανά δοκιμή βελτιστοποίησης (*optimization pass*).



Επιλέγουμε ένα νέο γράφημα, αφού διαλέξουμε από το εικονίδιο  *total\_mass*. Έτσι, έχουμε το ακόλουθο διάγραμμα.

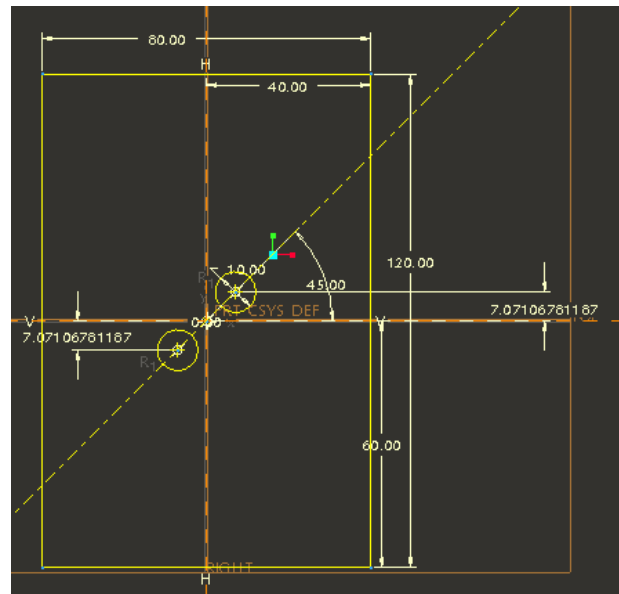


Παρατηρούμε ότι στη **1<sup>η</sup> δοκιμή** (*optimization pass 0*) η μέγιστη μετατόπιση είναι περίπου **0.0235 mm** δηλ. μεγαλύτερη από την επιτρεπόμενη (0.017 mm). Έτσι, το πρόγραμμα συνεχίζει στη **2<sup>η</sup> δοκιμή** (*optimization pass 1*) και αυξάνει αρκετά τη συνολική μάζα (διάγραμμα 2), αλλά παρατηρούμε ότι πάλι η μέγιστη μετατόπιση (0.0182 mm) είναι μεγαλύτερη από το όριο. Στην **3<sup>η</sup> δοκιμή** (*optimization pass 2*) αυξάνεται περαιτέρω η μάζα, αλλά από το διάγραμμα 1 βλέπουμε ότι η μέγιστη μετατόπιση αυτή τη φορά γίνεται μικρότερη από το όριο (παίρνει τιμή περίπου **0.016 mm**). Συνεπώς, στην **4<sup>η</sup> και 5<sup>η</sup> δοκιμή** (*optimization pass 4, 5*) μειώνεται η μάζα και παρατηρούμε από το διάγραμμα 1 ότι η μέγιστη μετατόπιση είναι κοντά την επιθυμητή τιμή 0.017 mm. Η μάζα αυξάνεται εκ νέου στην 6<sup>η</sup> δοκιμή και η μετατόπιση γίνεται ίση με 0.017

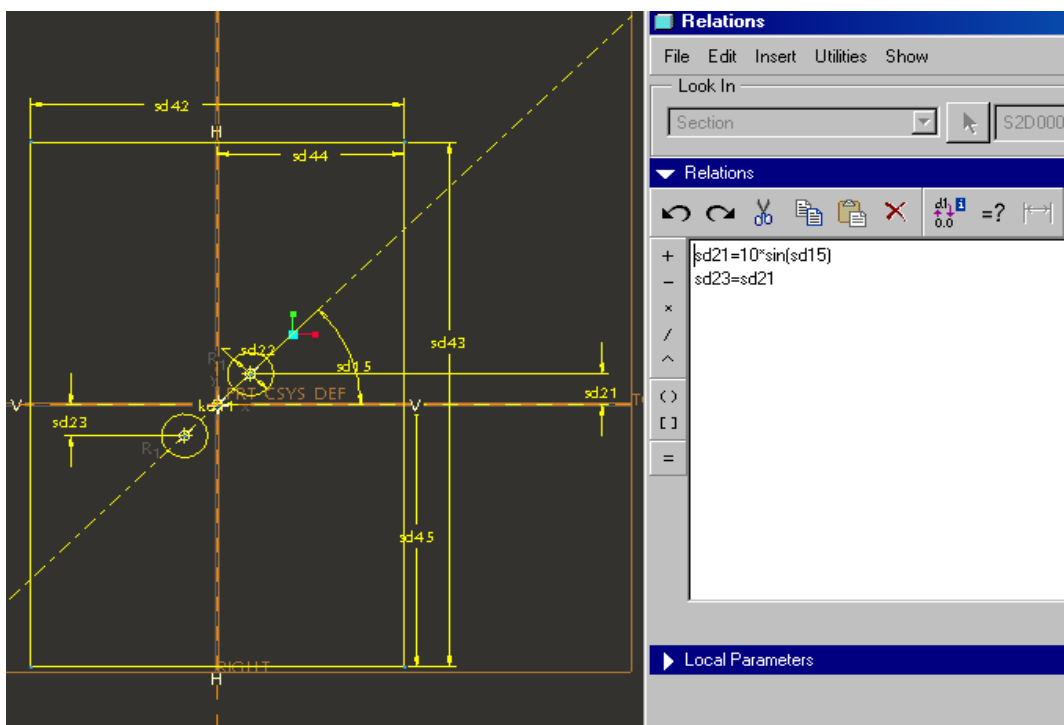



## Βασικές οδηγίες σχεδίασης μοντέλου Plane Stress στο Pro - E

Αρχικά, σχεδιάζουμε το μοντέλο μας σύμφωνα με τις ακόλουθες διαστάσεις.



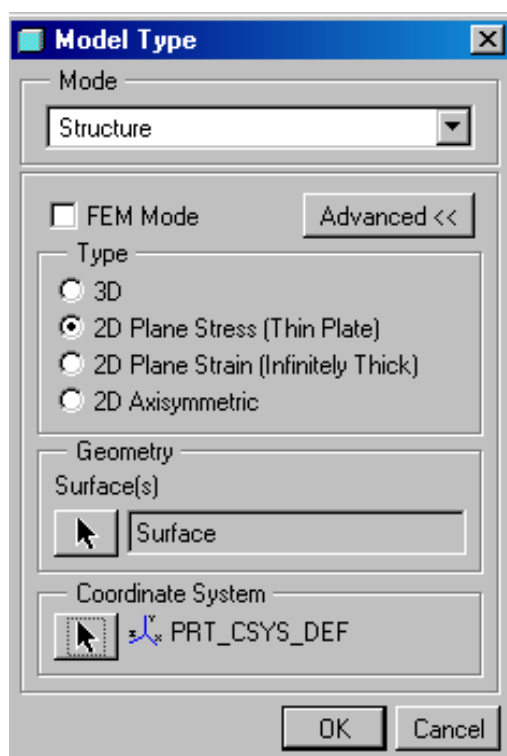
Για να μεταβάλλεται η διάταξη των οπών εισάγουμε έναν συσχετισμό από *Tools* → *Relations*. Με τους 2 παρακάτω συσχετισμούς ζητάμε οι οπές να αλλάζουν θέση βάσει της γωνίας που σχηματίζεται μεταξύ των κέντρων των οπών.



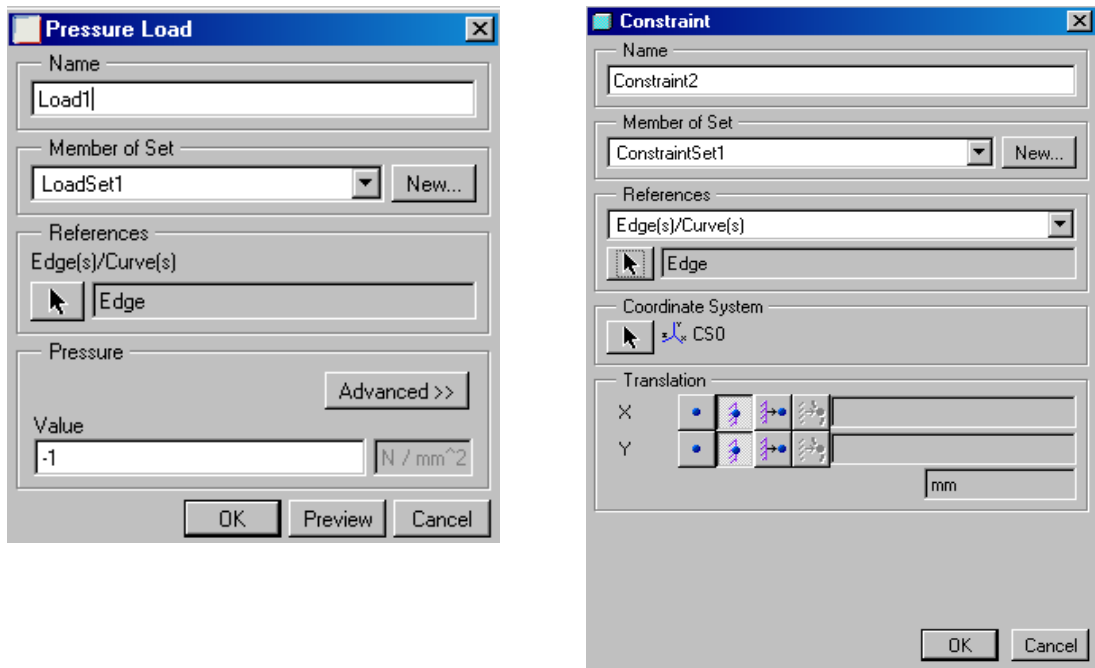
Αφού ολοκληρώσουμε τη σχεδίαση πατάμε το εικονίδιο  και δίνουμε πάχος στο έλασμα ίσο με 10 mm.

## 10.2 – Αριθμητική Επίλυση στο Pro - Mechanica

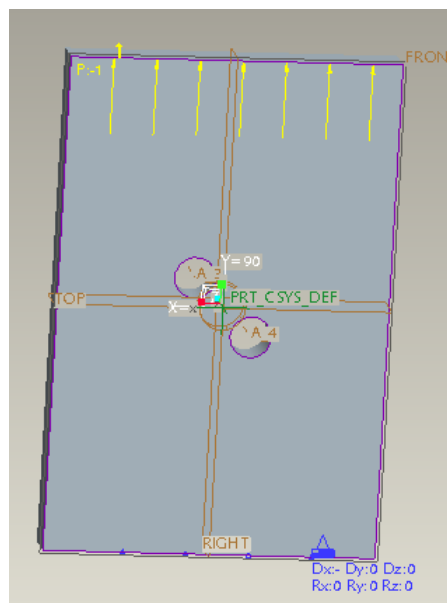
Αρχικά, επιλέγουμε *Edit* → *Mechanica Model Type* και διαλέγουμε *2D Plane Stress* και στην περιοχή *Geometry* διαλέγουμε την επιφάνεια του μοντέλου που βρίσκεται στο ήδη υπάρχον σύστημα συντεταγμένων, και στην περιοχή *Coordinate System* επιλέγουμε το σύστημα συντεταγμένων (θα μπορούσαμε να έχουμε ορίσει και ένα νέο σύστημα συντεταγμένων στο οποίο θα βρισκόταν η μπροστινή επιφάνεια του μοντέλου).



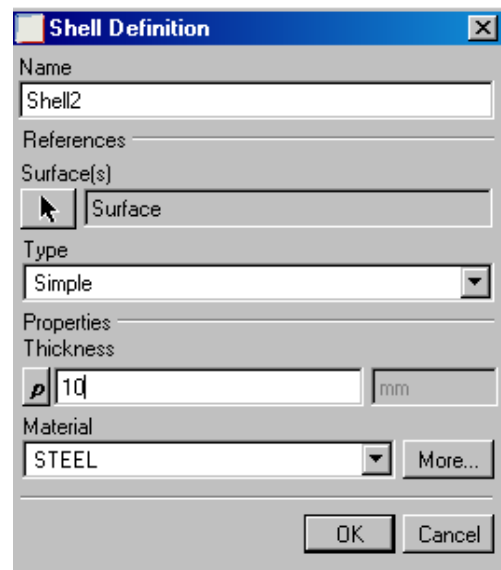
Συνεχίζουμε για την επιβολή της φόρτισης και τον καθορισμό της στήριξης, όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα.



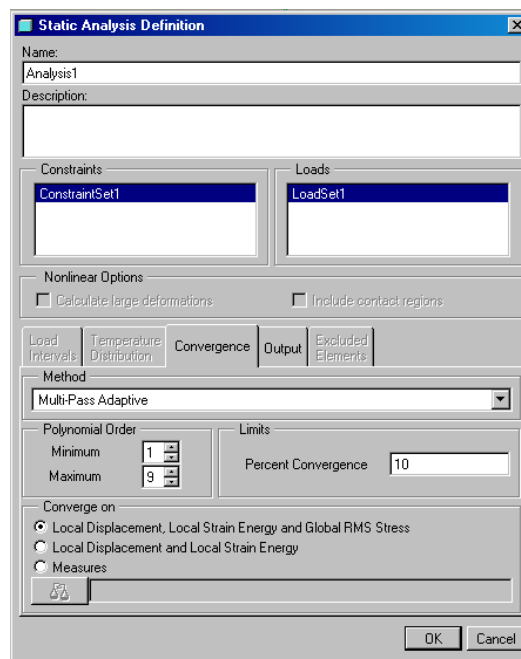
Πρέπει να προσέξουμε ότι αφού ορίσαμε το μοντέλο ως *2D Plane Stress*, η φόρτιση και η στήριξη αναφέρεται σε **ακμές** του μοντέλου και όχι σε επιφάνειες όπως στα 3D μοντέλα. Το μοντέλο μας έχει τελικά την παρακάτω μορφή.



Επιλέγουμε ξανά *Insert* → *Shell* για να καθορίσουμε το πάχος του μοντέλου (το πάχος που θα είχε ως  $3d$ ) και το υλικό του.

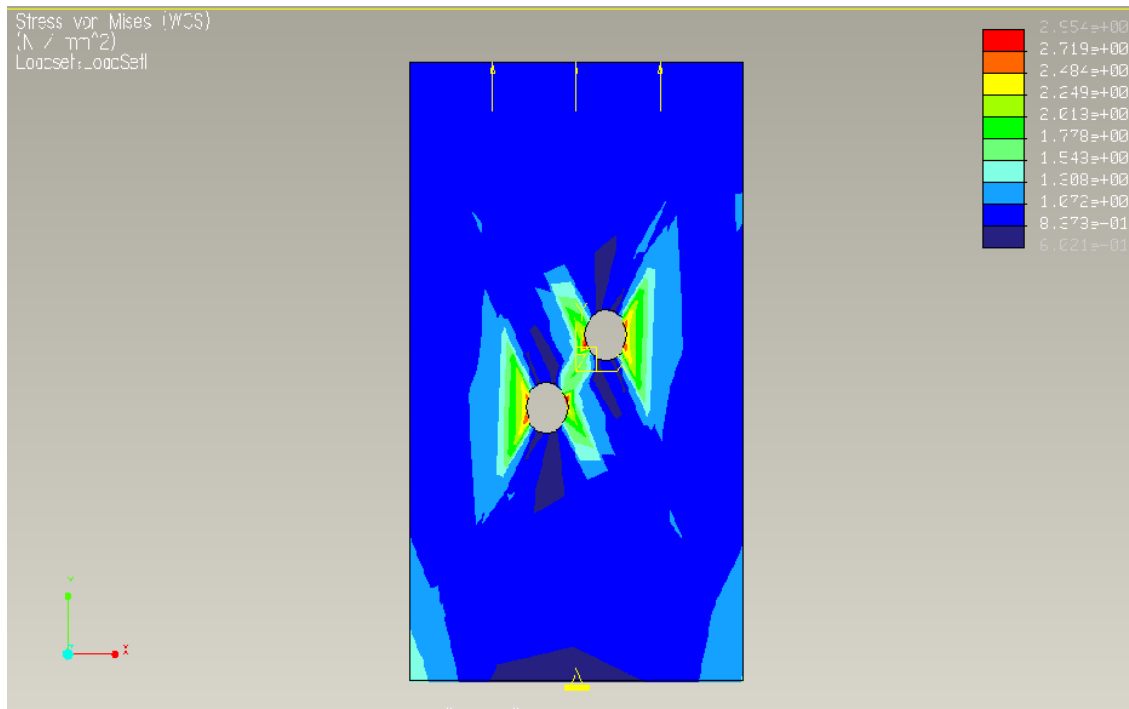


Από το menu *Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και έπειτα από *File* → *New Study* ορίζουμε την επίλυση, πατάμε *Ok* και *Run* → *Start*.



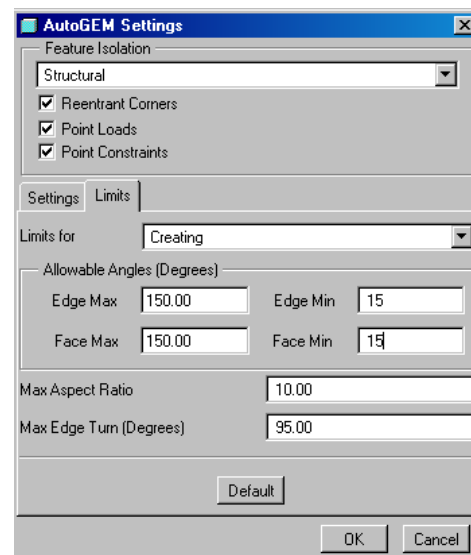
Στο παρακάτω παράθυρο έχουμε το αποτέλεσμα για την τάση *von Mises*.





Η μέγιστη τάση *von Mises* φτάνει την τιμή **2.95** N/mm<sup>2</sup>. Από τη Βιβλιογραφία<sup>1</sup>, όμως, γνωρίζουμε ότι η ακριβής τιμή της τάσης *von Mises* υπό τις περιγραφείσες συνθήκες είναι **3.4** N/mm<sup>2</sup>. Για να έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια στους υπολογισμούς βελτιώνουμε τη διακριτοποίηση των στοιχείων.

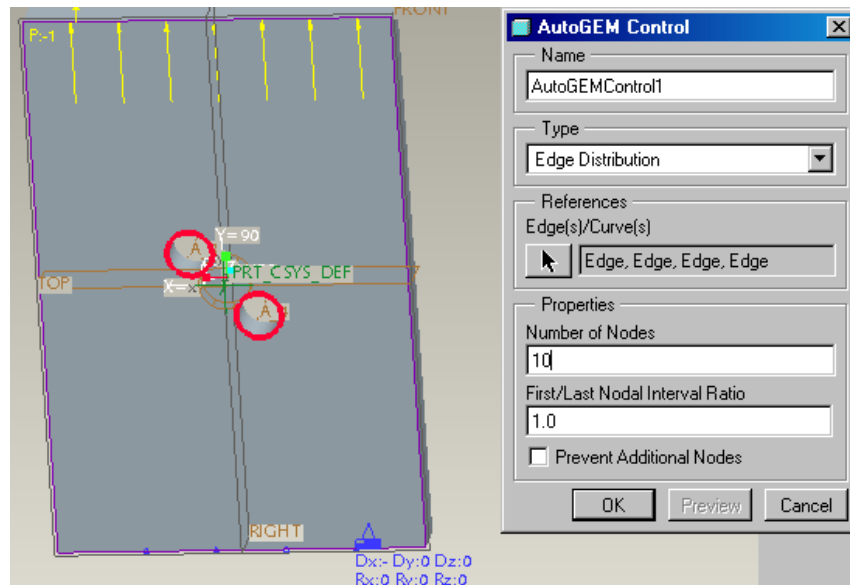
Έτσι, επιλέγουμε *AutoGem* → *Settings* και έπειτα *Limits*. Έτσι, αλλάζουμε τις διαστάσεις των στοιχείων, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Επιπλέον, θα αυξήσουμε το πλήθος των στοιχείων περιμετρικά των οπών. Επιλέγοντας *AutoGem* → *Control*, εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο.

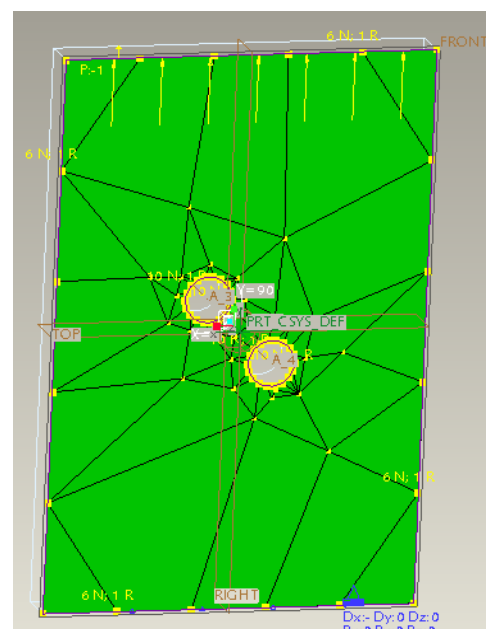
<sup>1</sup> S. A. Meguid, C. L. Shen, 1992

Διαλέγουμε ως ακμές τα ημικύκλια και θέτουμε αριθμό σημείων 10. Έτσι, αυξάνουμε την πυκνότητα των στοιχείων γύρω από την επικίνδυνη περιοχή των οπών.

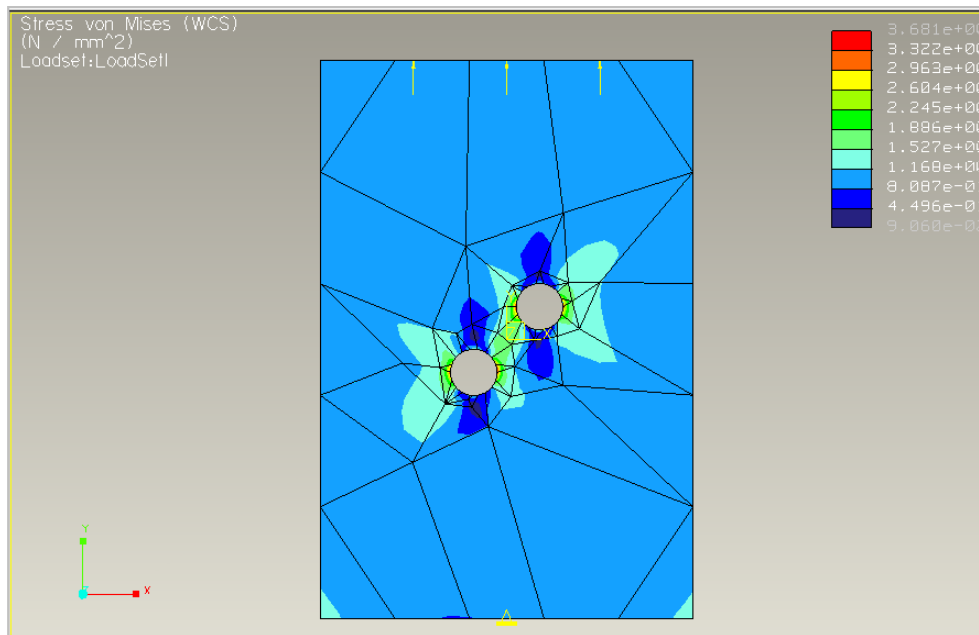


Επιλέγουμε ξανά *AutoGem* → *Control* για να αυξήσουμε τα στοιχεία στις ακμές του μοντέλου. Θέτουμε *Number of Nodes* 6.

Διαλέγοντας *AutoGem* → *Create* βλέπουμε τα στοιχεία που αποτελούν το μοντέλο.

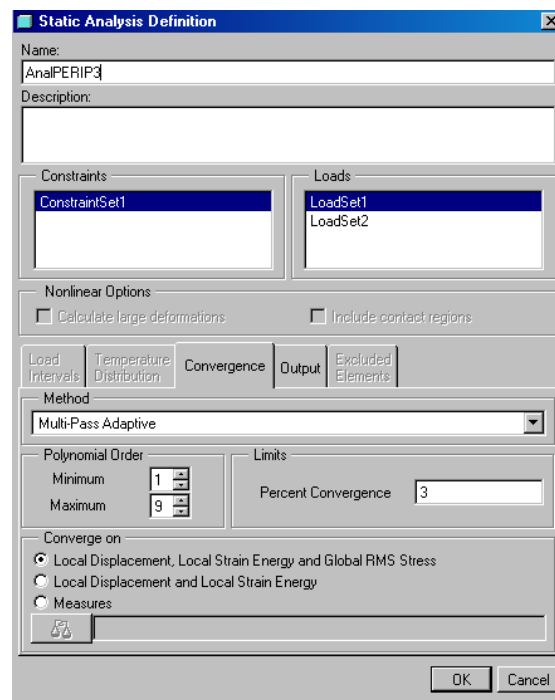


Από το *menu Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και έπειτα από *File* → *New Study* ορίζουμε μια νέα επίλυση, καθώς έχουμε βελτιώσει τη διακριτοποίηση.

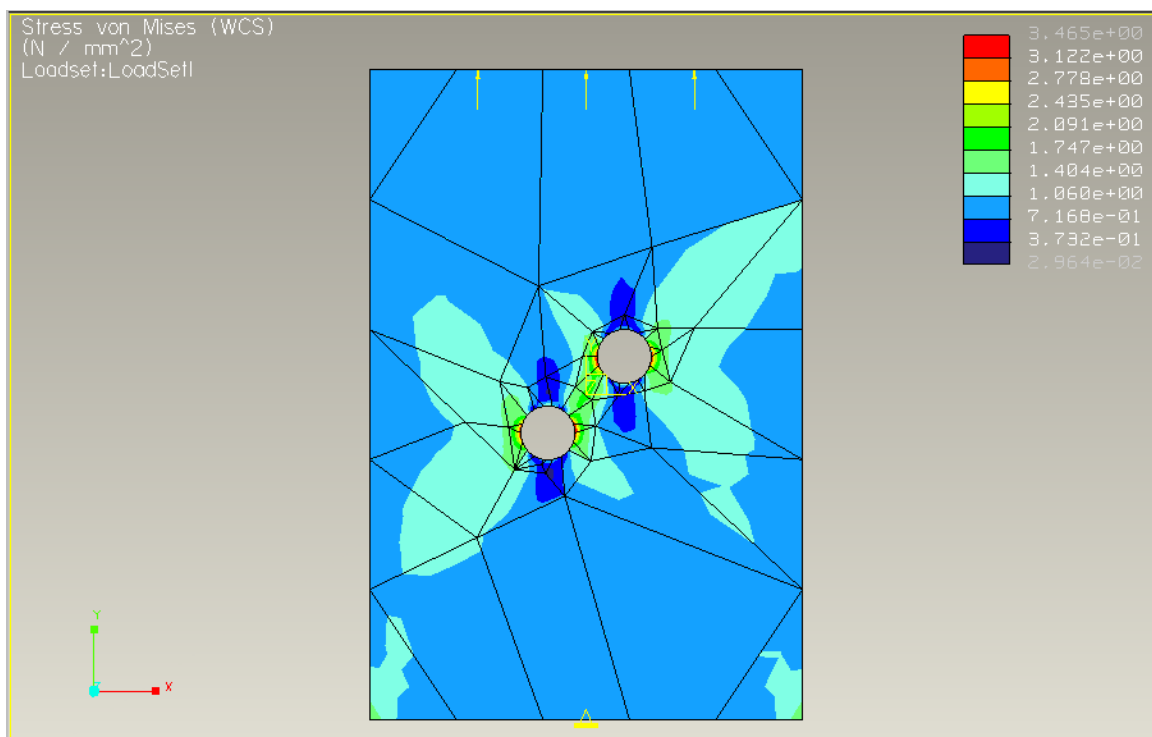


Από το παραπάνω παράθυρο παρατηρούμε ότι αυξάνοντας την πυκνότητα των στοιχείων, η τάση *von Mises* υπολογίζεται στην τιμή **3.68** N/mm<sup>2</sup>. Έχουμε πλησιάσει δηλαδή αισθητά στην καταγεγραμμένη τιμή της βιβλιογραφίας.

Για να έχουμε ακόμη καλύτερο αποτέλεσμα μειώνουμε το κριτήριο σύγκλισης από **10** σε **3**, όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα.



Στο παράθυρο των αποτελεσμάτων (*Results Window*) επιλέγουμε *Stress* και *von\_Mises* και από την καρτέλα *Display Options* τοσκάρουμε την επιλογή *Show Elements Edges* με σκοπό να εμφανιστούν τα στοιχεία που απαρτίζουν το μοντέλο.

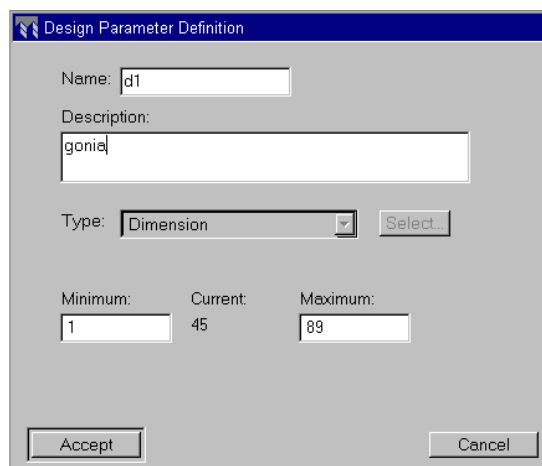


Παρατηρούμε ότι η τάση *von Mises* γίνεται τελικά **3.46** N/mm<sup>2</sup>, όπως έχει ήδη υπολογιστεί θεωρητικά.

### 10.3 – Βελτιστοποίηση κατασκευής

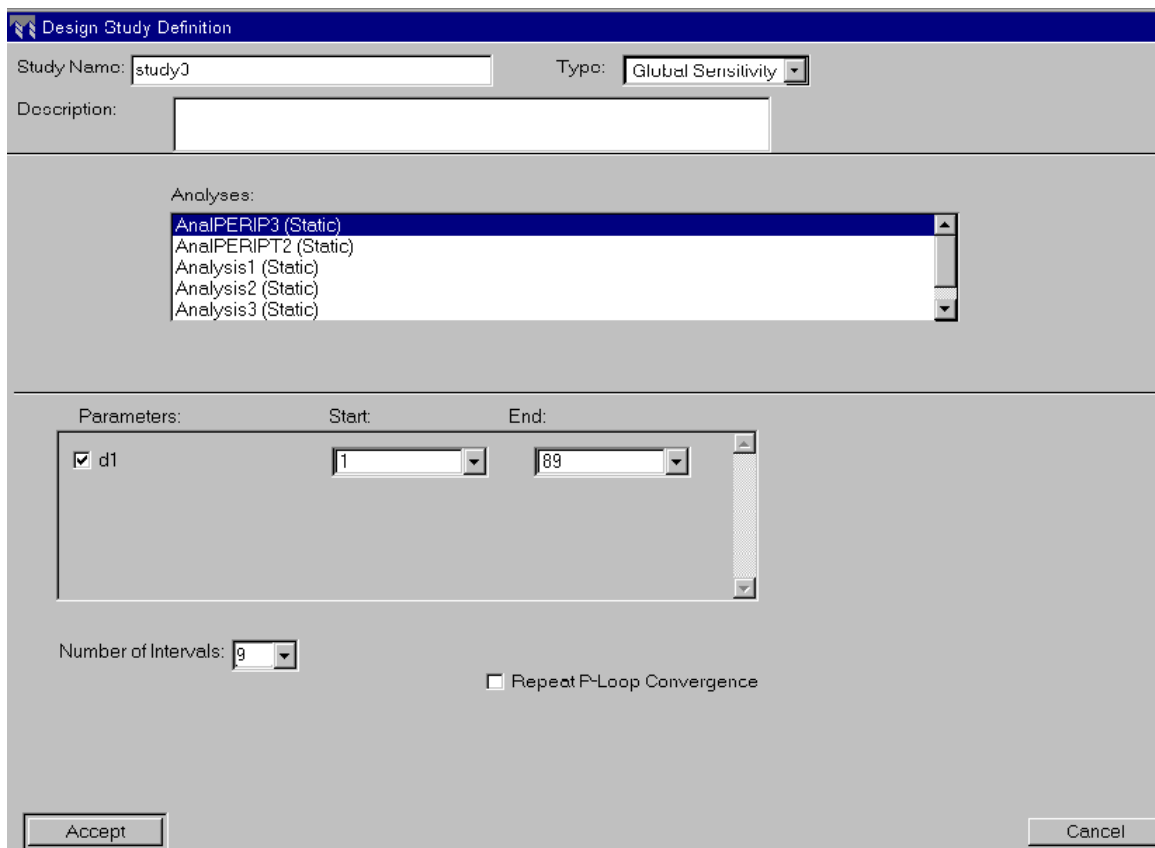
Στη συνέχεια θα ελέγξουμε για ποια διάταξη των οπών η αναπτυσσόμενη τάση γίνεται ελάχιστη. Ως παράμετρο επιλέγουμε τη γωνία, η οποία επηρεάζει τη θέση των οπών, αφού έχουμε καθορίσει τον κατάλληλο συσχετισμό κατά το σχεδιασμό του μοντέλο στο Pro - Engineer

Η παράμετρος ορίζεται επιλέγοντας *Analysis* → *Mechanica Design Controls* και από το *menu Design Params.* Διαλέγουμε τη γωνία και θέτουμε όρια 1 έως 89 μοίρες.

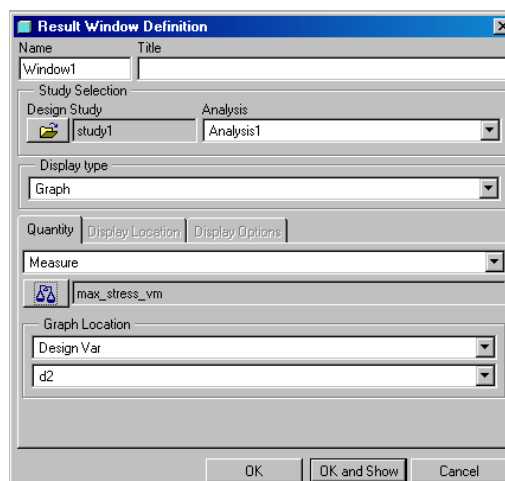


Πατάμε *Accept* και στη συνέχεια *Done*. Επιλέγοντας *Shape Animate* βλέπουμε πώς αλλάζει η θέση της δεξιάς οπής σύμφωνα με τον συσχετισμό και την παράμετρο που έχουμε ορίσει. Τέλος, στο *menu* πατάμε *Done / Return*.

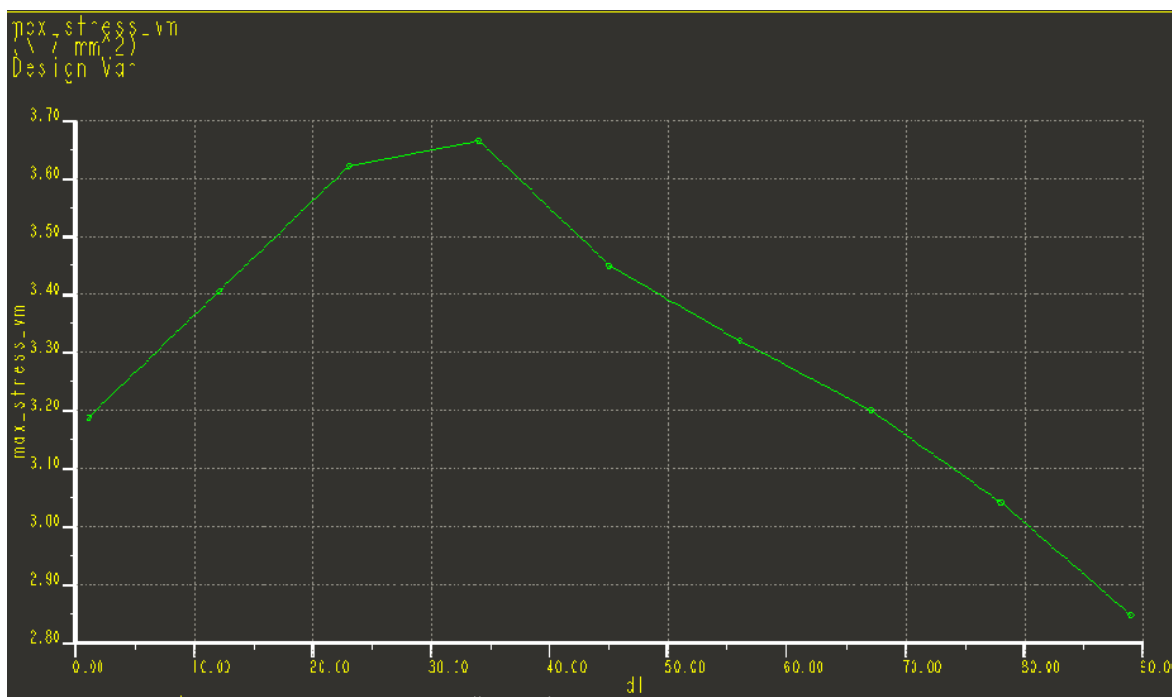
Επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και *File* → *New Design Study* και ορίζουμε την επίλυση, όπως φαίνεται στο ακόλουθο παράθυρο.



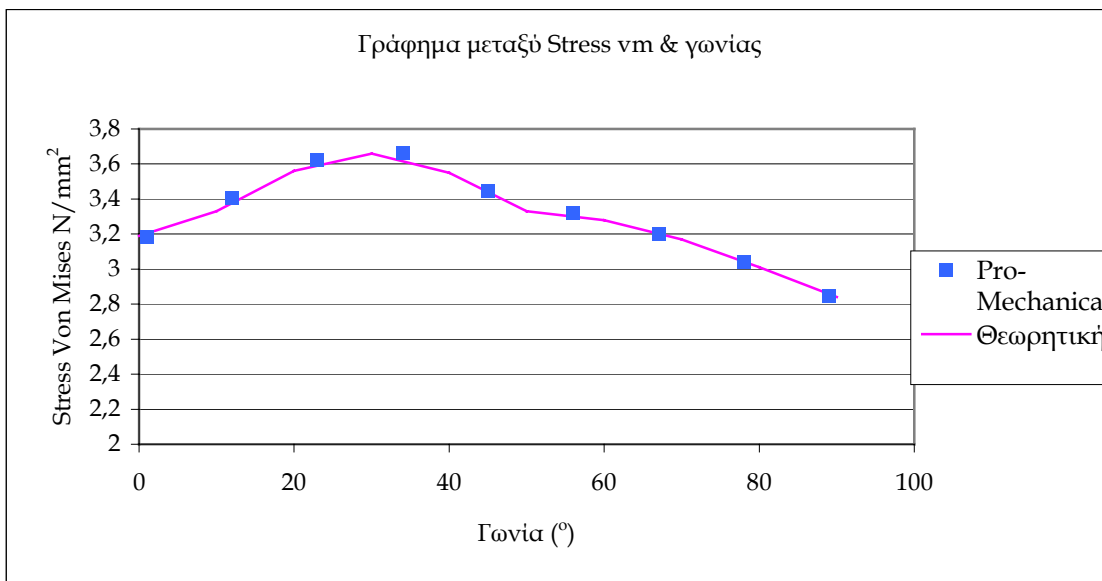
Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία, ζητάμε το διάγραμμα μεταξύ της μέγιστης τάσης ( $max\_stress\_vm$ ) και της παραμέτρου ( $d2$ ).



Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι η τάση έχει ελάχιστη τιμή, όταν η γωνία γίνεται  $90^\circ$ , δηλ. όταν τα κέντρα των 2 οπών βρίσκονται σε μία κατακόρυφη ευθεία.



Παρακάτω παρουσιάζεται το γράφημα που προκύπτει από τη θεωρητική επίλυση, καθώς και το γράφημα που προέκυψε από την εξαγωγή των αποτελεσμάτων του Pro - Mechanica σε Excel.

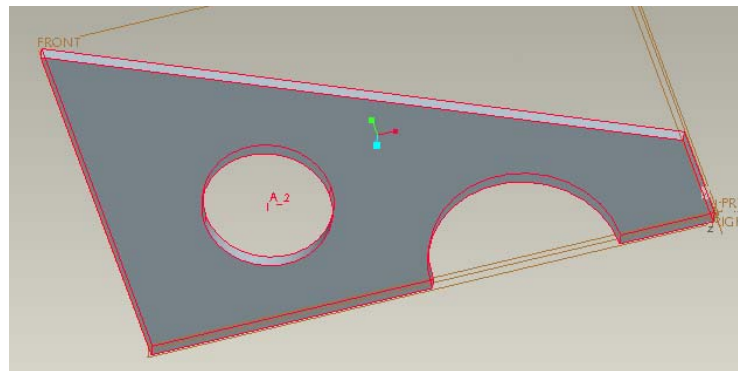


## Κεφάλαιο 11

### Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης μοντέλου επίπεδης έντασης με συμμετρία

#### 11.1 - Παράδειγμα 6

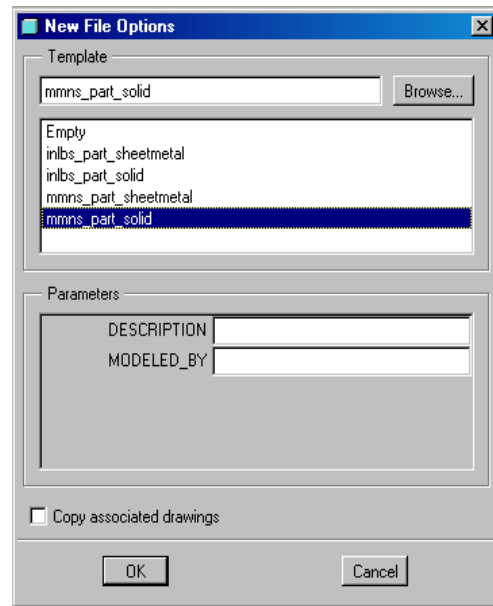
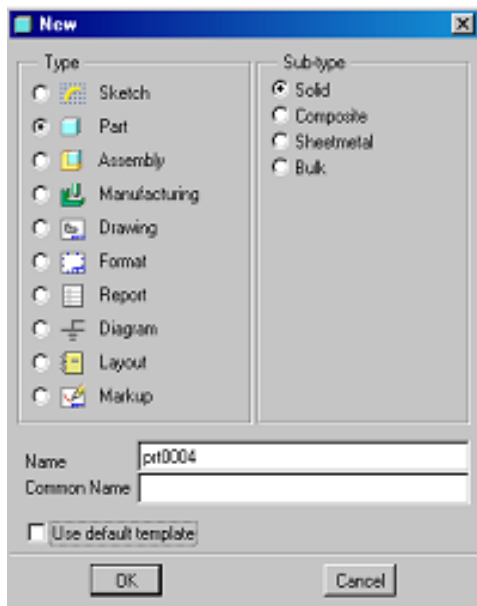
Στο παράδειγμα αυτό θα δημιουργήσουμε ένα μοντέλο με 2 οπές, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Επειδή το μοντέλο είναι συμμετρικό, θα εκτελέσουμε την ανάλυση μόνο για το μισό συμμετρικό τμήμα, έτσι ώστε να μην σπαταλήσουμε άσκοπα χρόνο. Επίσης, το μοντέλο έχει πολύ μικρό πάχος και συνεπώς μπορούμε να το μελετήσουμε ως *plane stress* δηλ. ως 2οδιάστατο. Στη συνέχεια θα θέσουμε 4 παραμέτρους (ακτίνα της μεγάλης οπής, διάμετρος της μικρής οπής, θέση της μικρής οπής στον άξονα X, θέση της μικρής οπής στον άξονα Y) και θα αναζητήσουμε το set τιμών τους ώστε να ελαχιστοποιεί ο όγκος του μοντέλου και η τάση *von Mises* να μην ξεπερνά την τιμή  $1 \text{ N/mm}^2$ .



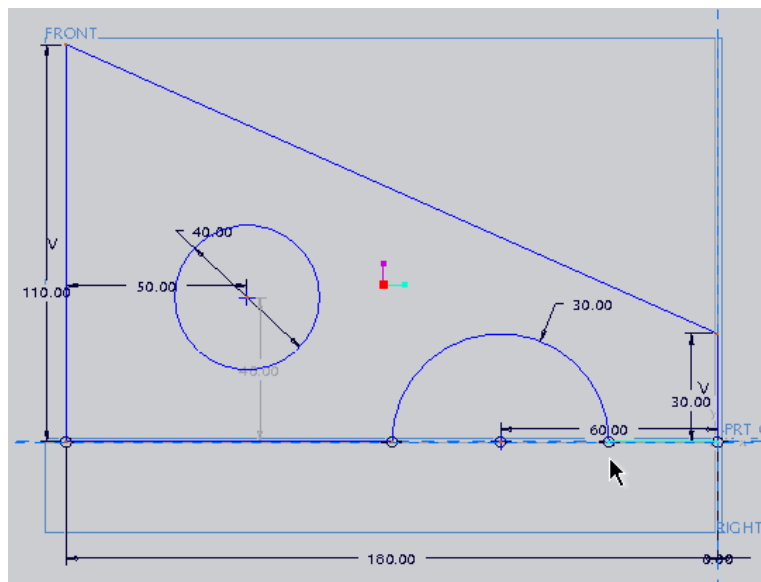
#### Βασικές οδηγίες σχεδίασης συμμετρικού μοντέλου *Plane Stress* στο Pro - Engineer

Ξεκινάμε το Pro - Engineer και επιλέγουμε *File* → *New*, διαλέγουμε *part* και εφόσον δεν έχουμε μαρκάρουμε την επιλογή “*use default template*”, ανοίγει ένα νέο παράθυρο διαλόγου όπου επιλέγουμε *mm-N-s\_part solid* δηλαδή μονάδες millimeter-Newton - second.

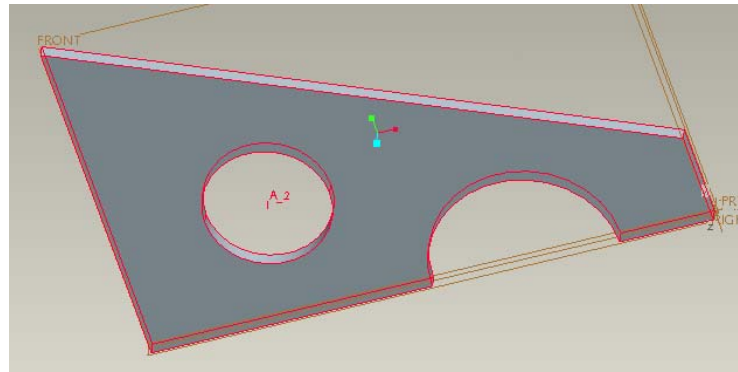




Στη συνέχεια διαλέγουμε *Insert* → *Extrude* και μετά *Placement* → *define* ορίζουμε για επίπεδο σχεδίασης *Front*. Σχεδιάζουμε την πρόσοψη του μοντέλου σύμφωνα με τις παρακάτω διαστάσεις. Πρόκειται για το συμμετρικό τμήμα ενός ελάσματος με πάχος **5 mm**. Ολοκληρώνουμε το *Sketch*.



Το μοντέλο μας πρέπει να δείχνει τελικά όπως στην παρακάτω εικόνα.



## 11.2 - Αριθμητική Επίλυση στο Pro - Mechanica

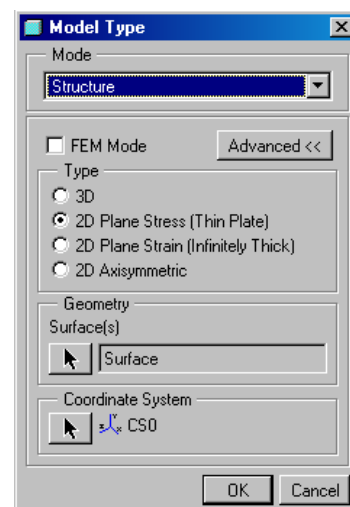
Επιλέγουμε Applications → Mechanica, στο παράθυρο Info Unit πατάμε Continue και στο Model Type, Ok.

Αρχικά, πρέπει να ορίσουμε το είδος του μοντέλου. Το συγκεκριμένο παράδειγμα μπορούμε να το αντιμετωπίσουμε ως *Plane Stress* αντί για *3D*, καθώς έχει πολύ μικρό πάχος.

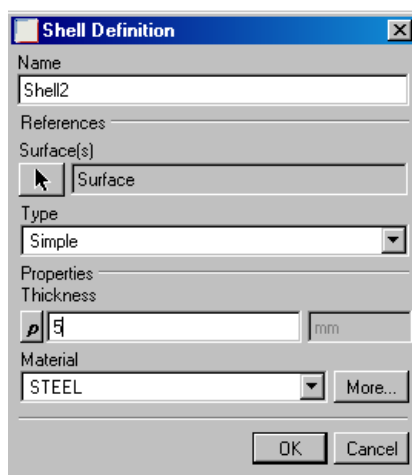
Ξεκινάμε, λοιπόν να καθορίσουμε ένα νέο σύστημα συντεταγμένων, έτσι ώστε στο επίπεδο *XY* να κείται η επιφάνεια του *Plane Stress*. Επιλέγουμε *Insert* → *Model Datum* → *Coordinate System* και στη συνέχεια διαλέγουμε τις 3 επιφάνειες δημιουργώντας τελικά το σύστημα συντεταγμένων *CS0*.

Έπειτα διαλέγουμε *View* → *Mechanica Model Type* και μας εμφανίζεται το διπλανό παράθυρο διαλόγου.

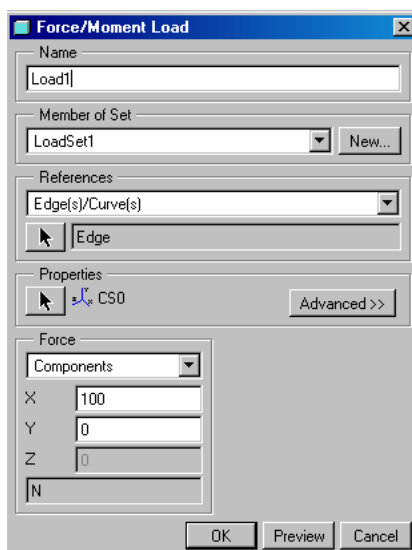
Επιλέγουμε το *2D Plane Stress* και στην περιοχή *Geometry* διαλέγουμε την επιφάνεια που θα αποτελέσει το *2D* μοντέλο μας και στη συνέχεια το νέο σύστημα συντεταγμένων όπου βρίσκεται η επιφάνεια (*CS0*). Πατάμε *Ok*.



Στη συνέχεια διαλέγουμε *Insert* → *Shell*. Στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε αρχικά την επιφάνεια του μοντέλου μας, εισάγουμε στην περιοχή *Thickness* την τιμή του πάχους του μοντέλου, δηλ. 5 mm για το παρόν παράδειγμα. Τέλος, επιλέγουμε το υλικό.

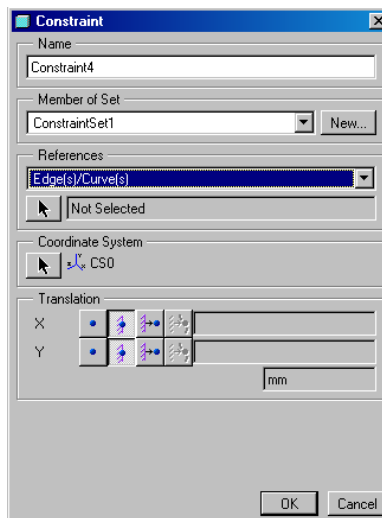



Επιλέγουμε *Insert* → *Force / Moment Load* για να καθορίσουμε τη φόρτιση. Στην περιοχή *References* διαλέγουμε από την αναδιπλούμενη λίστα *Edge(s) / Curves(s)* και επιλέγουμε τη δεξιά κατακόρυφη ακμή. Θέτουμε στον άξονα X την τιμή **100** και πατάμε *Ok*.



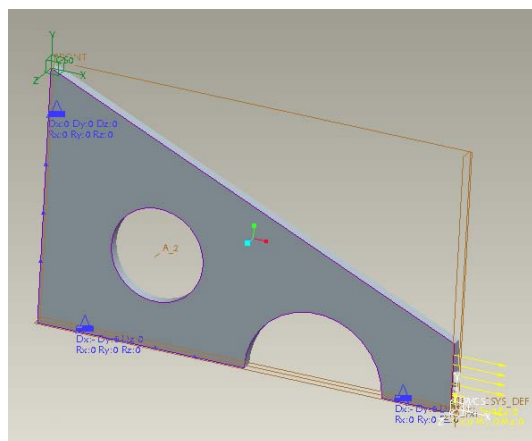
Έπειτα, διαλέγουμε *Insert* → *Displacement Constraint* για να ορίσουμε το είδος της στήριξης. Εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο και στην περιοχή *Reference* διαλέγουμε από την αναδιπλούμενη λίστα *Edge(s) / Curves(s)*. Αρχικά, επιλέγουμε την αριστερή ακμή και στην περιοχή *Translation* μαρκάρουμε όλα τα κουμπιά

*Fixed* όπως φαίνεται παρακάτω. Έτσι, ορίζουμε πάκτωση στο αριστερό άκρο του μοντέλου. Πατάμε *Ok*.



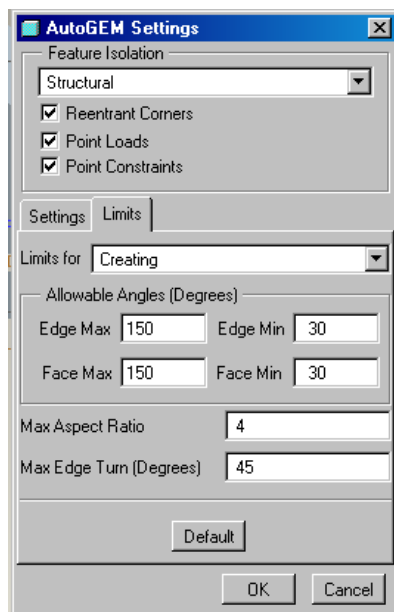
Διαλέγουμε ξανά *Insert* → *Displacement Constraint* για να καθορίσουμε στήριξη στις 2 ακμές κατά μήκος του κάτω μέρους του μοντέλου (δηλ. αριστερά και δεξιά της μεγάλης οπής). Επιλέγουμε τις ακμές και στην περιοχή *Translation* μαρκάρουμε στο *X* το πρώτο κουμπί , επιτρέποντας έτσι την ελεύθερη μετακίνηση κατά τον *X*, ενώ κατά τον *Y* ορίζουμε ξανά πάκτωση (πατώντας το 2<sup>ο</sup> κουμπί).

Πατάμε *Ok* και το μοντέλο μας πρέπει να εμφανίζεται όπως στο παρακάτω σχήμα.

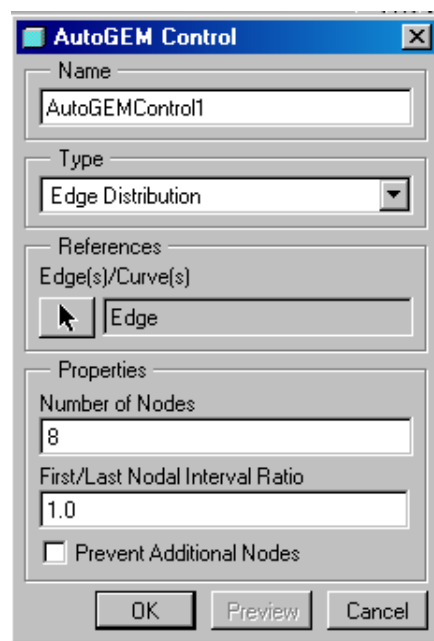


Επιλέγουμε *AutoGem* → *Settings* και στο παράθυρο που ανοίγει την καρτέλα *Limits*. Εδώ μπορούμε να τροποποιήσουμε τις διαστάσεις των στοιχείων που θα συνθέσουν το μοντέλο μας.

Αλλάζουμε τις τιμές στην καρτέλα όπως φαίνονται και στο παρακάτω σχήμα, έτσι ώστε η γεωμετρία των στοιχείων να μην εμφανίζει μεγάλες διακυμάνσεις. Τέλος πατάμε *Ok*.

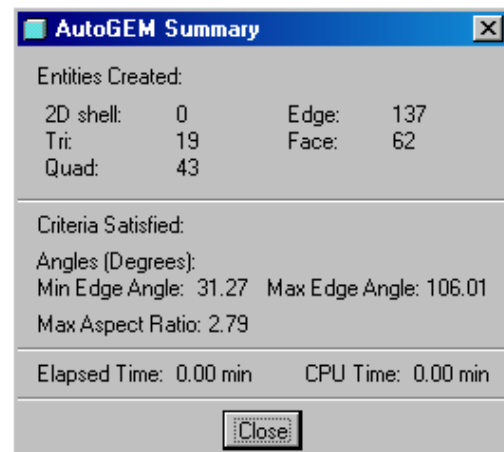


Επειδή περιμετρικά των οπών πρέπει να έχουμε καλύτερη διακριτοποίηση δηλ. περισσότερα στοιχεία, διαλέγουμε *AutoGem* → *Control* και στο παράθυρο που ανοίγει διαλέγουμε από την περιοχή *References* αρχικά το ημικύκλιο του μοντέλου μας. Εισάγουμε στο πεδίο *Number of Nodes* την τιμή 8. Πατάμε *Ok*.

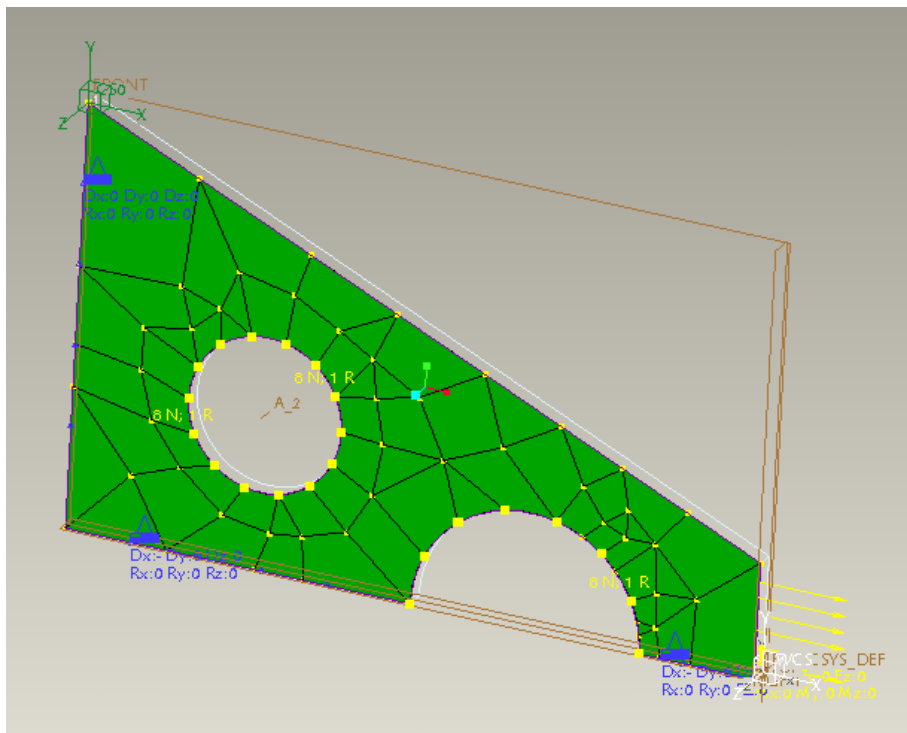


Εκτελούμε ξανά τη παραπάνω διαδικασία, επιλέγοντας αυτή τη φορά την κυκλική οπή.

Επιλέγουμε *AutoGem* → *Create* και στο παράθυρο που ανοίγει *Create*. Μας εμφανίζει το παρακάτω παράθυρο και κάποια στοιχεία, όπως ο αριθμός των τριγώνων και τετραγώνων που δημιουργήθηκαν κατά τη διακριτοποίηση του *2D plane stress*.



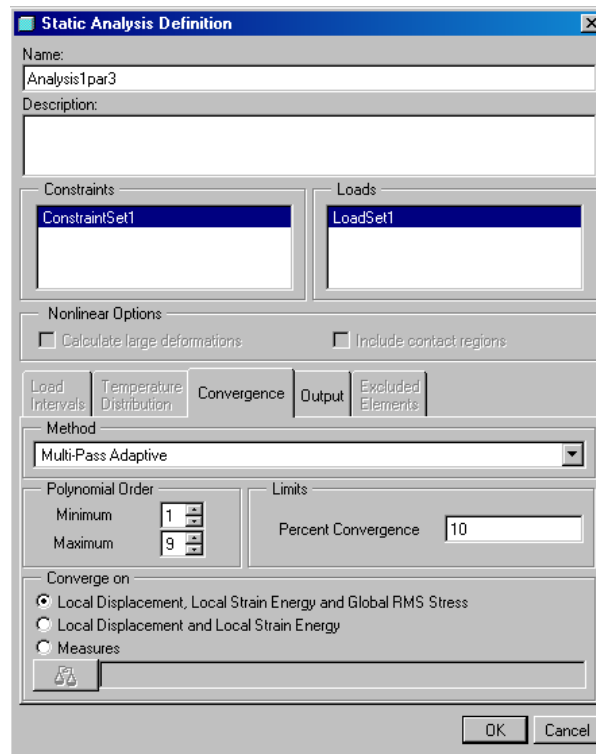
Πατάμε *Close* και περιφερειακά των ανοιγμάτων έχουμε πιο πολλά στοιχεία. Πατάμε *Close* και *Yes* στην ερώτηση αν επιθυμούμε να αποθηκεύσουμε τη διακριτοποίηση.



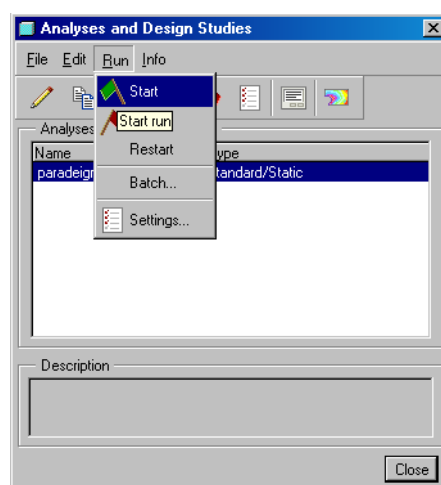
Από το *menu Analysis* διαλέγουμε *Mechanica Analyses / Studies* και έπειτα επιλέγουμε *Run* → *Settings* για να καθορίσουμε τον κατάλογο που θα αποθηκεύσει το Pro - Mechanical τα αρχεία που θα δημιουργήσει.

Στη συνέχεια επιλέγουμε *File* → *New Static* για να καθορίσουμε το είδος της ανάλυσης.

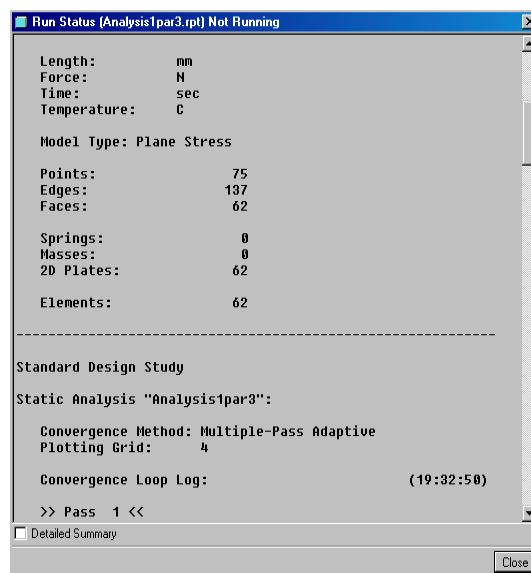
Ανοίγει το παρακάτω παράθυρο και στο πρώτο πεδίο δίνουμε ένα όνομα. Ορίζουμε την στήριξη και τη φόρτιση για τα οποία θα γίνει ο έλεγχος. Στην περιοχή *Method* διαλέγουμε *Multi - Pass Adaptive* και ως μέγιστο βαθμό του πολωνόμου (*maximum Polynomial Order*) εισάγουμε 9. Πατάμε *Ok*.



Έπειτα επιλέγουμε *Run* → *Start* για να ξεκινήσει ο έλεγχος. Μας ρωτάει αν επιθυμούμε ανίχνευση σφαλμάτων και πατάμε *Yes*.



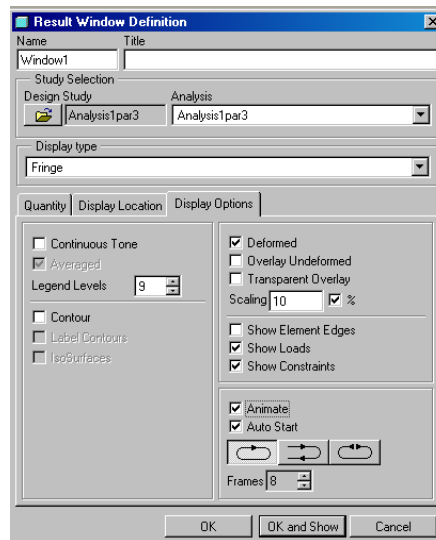
Διαλέγοντας *Info Status* μπορούμε να δούμε κάποιες σημαντικές πληροφορίες. Αρχικά, παρατηρούμε ότι πράγματι το είδος του μοντέλου (*model type*) είναι *Plane stress* όπως έχουμε ορίσει και ότι ο αριθμός των στοιχείων (*elements*) είναι **62**.



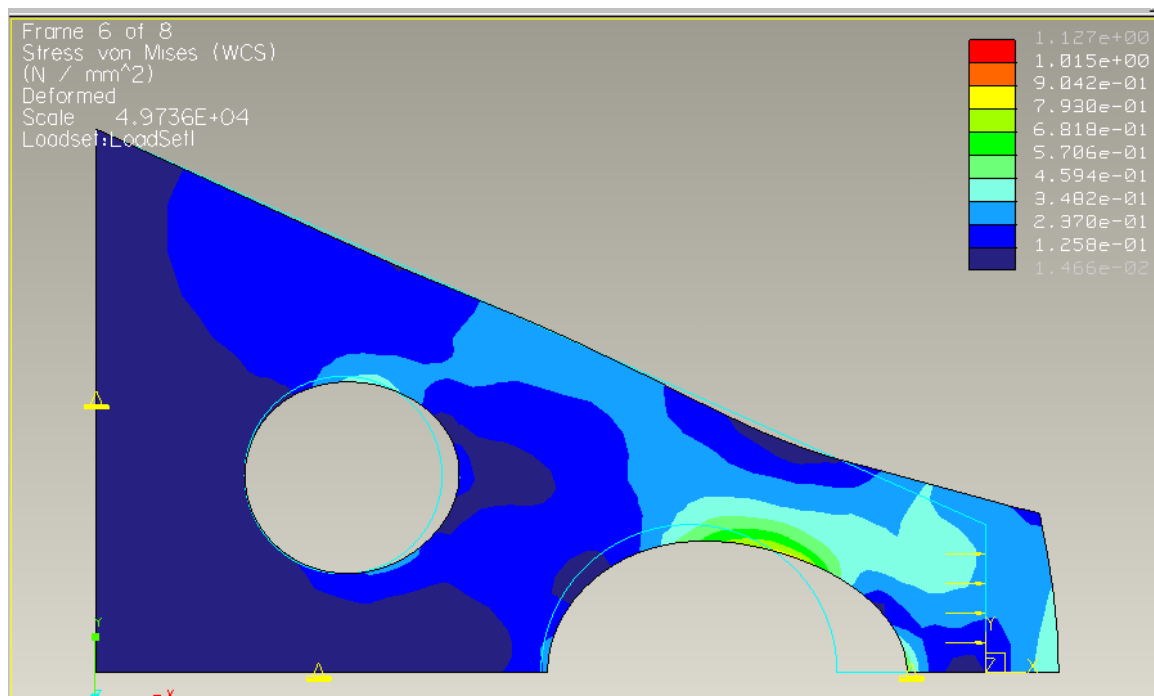
Για την εμφάνιση των αποτελεσμάτων, διαλέγουμε *Analysis* → *Results* και στο νέο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε από το menu επιλέγουμε *Insert* → *Result Window*. Από την περιοχή *Design Study* διαλέγουμε το παράδειγμα που μελετάμε.

Στην περιοχή *Display type* διαλέγουμε *Fringe* και παρακάτω επιλέγουμε από τις λίστες *Stress* και *Von\_Mises*. Στην καρτέλα *Display Options* μαρκάρουμε την επιλογή *Animate*. Πατάμε *Ok and Show* και έχουμε το μοντέλο σε *animated* μορφή, παρουσιάζοντας γραφικά την παραμόρφωση του λόγω της αναπτυσσόμενης τάσης *Von\_Mises*.





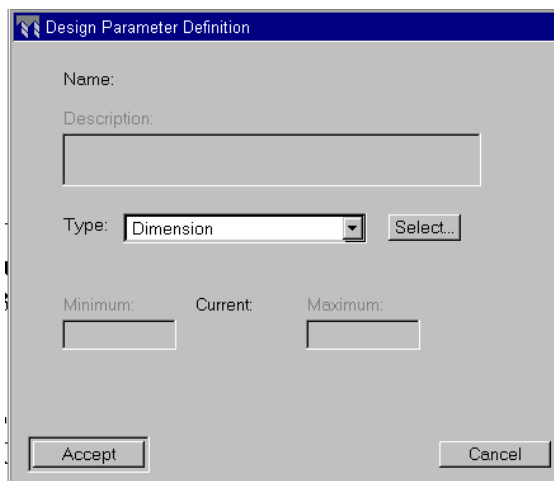
Με την μπλε γραμμή διακρίνεται το όριο του περιγράμματος του αρχικού σχήματος.



### 11.3 – Βελτιστοποίηση κατασκευής

Στη συνέχεια της μελέτης μας, θα προσπαθήσουμε να βελτιστοποιήσουμε τη γεωμετρία του μοντέλου, με σκοπό να ελαττωθεί ο συνολικός όγκος του χωρίς όμως να υπερβαίνει η τάση την τιμή  $1 \text{ N/mm}^2$ .

Για τον καθορισμό των σχεδιαστικών παραμέτρων επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Design Controls* και από το *menu* που εμφανίζεται δεξιά *Design Params*. Στο παράθυρο που εμφανίζεται πατάμε *Create*, στο νέο παράθυρο διαλέγουμε *Dimension* στην περιοχή *Type* και από το *Select* επιλέγουμε τις διαστάσεις που θα αποτελέσουν τις σχεδιαστικές παραμέτρους.



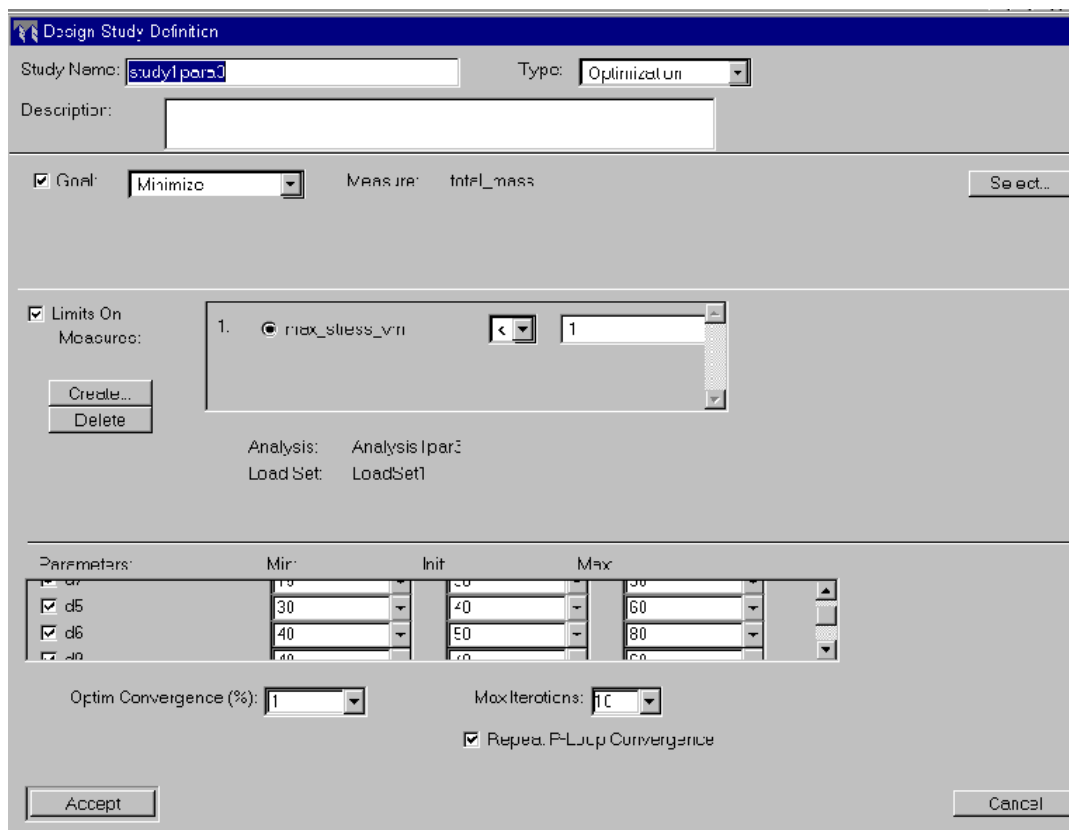
Θα διαλέξουμε, λοιπόν τις εξής 4 παραμέτρους με τις ακόλουθες ελάχιστες και μέγιστες τιμές:

Παράμετρος	Μin τιμή	Max τιμή
Ακτίνα της μεγάλης οπής	15	30
Διάμετρος της μικρής οπής	30	60
Θέση της μικρής οπής στον άξονα X	40	80
Θέση της μικρής οπής στον άξονα Y	40	60

Αφού ολοκληρώσουμε τη επιλογή, πατάμε *Accept* και μετά *Done*.

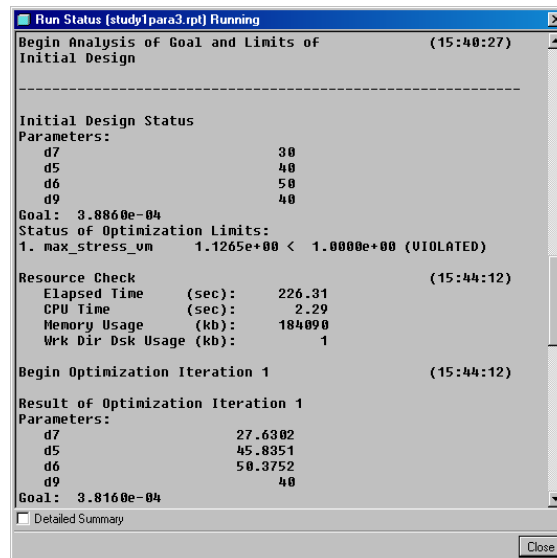
Επιλέγοντας το *Shape Animate*, βλέπουμε το μοντέλο μας με διαφορετική γεωμετρία, σύμφωνη με τις σχεδιαστικές παραμέτρους. Πατάμε *Done / Return*.

Στη συνέχεια από το *Menu Analysis* διαλέγουμε *Mechanica Analyses / Studies* και στο παράθυρο που εμφανίζεται *File* → *New Design Study*.




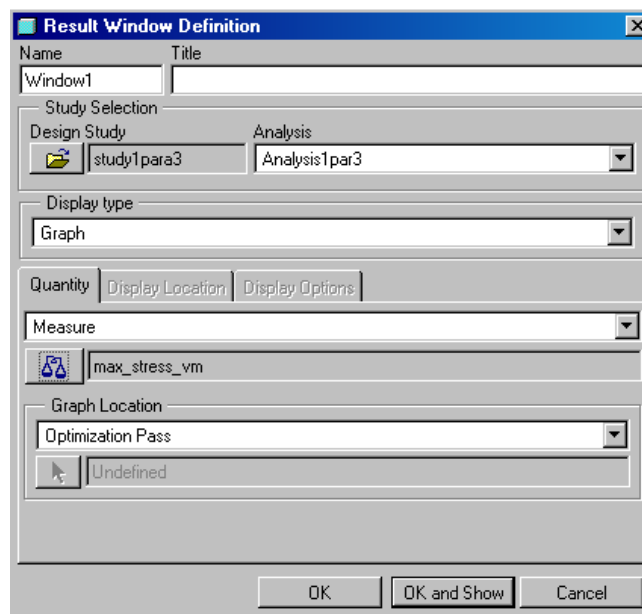
Στην περιοχή *Type* επιλέγουμε *Optimization*. Στην περιοχή *Goal* ζητάμε να ελαχιστοποιηθεί η συνολική μάζα της δοκού (*minimize total mass*). Πατάμε το *Create* για να καθορίσουμε τον περιορισμό που πρέπει να πληρείται. Συνεπώς, ορίζουμε η μέγιστη τιμή της τάσης *Von\_Mises* να μην υπερβαίνει την τιμή **1** N/mm<sup>2</sup>. Παρακάτω τοσκαρούμε και τις 4 παραμέτρους και θέτουμε τις ελάχιστες, τρέχουσες και μέγιστες τιμές. Τέλος, πατάμε *Accept*.

Στο νέο παράθυρο διαλέγουμε *Run* → *Start*. Η διαδικασία μπορεί να διαρκέσει λίγα λεπτά. Πατώντας *Info* → *Status* παρατηρούμε την πρόοδο του ελέγχου, όπως φαίνεται στο παρακάτω παράθυρο.

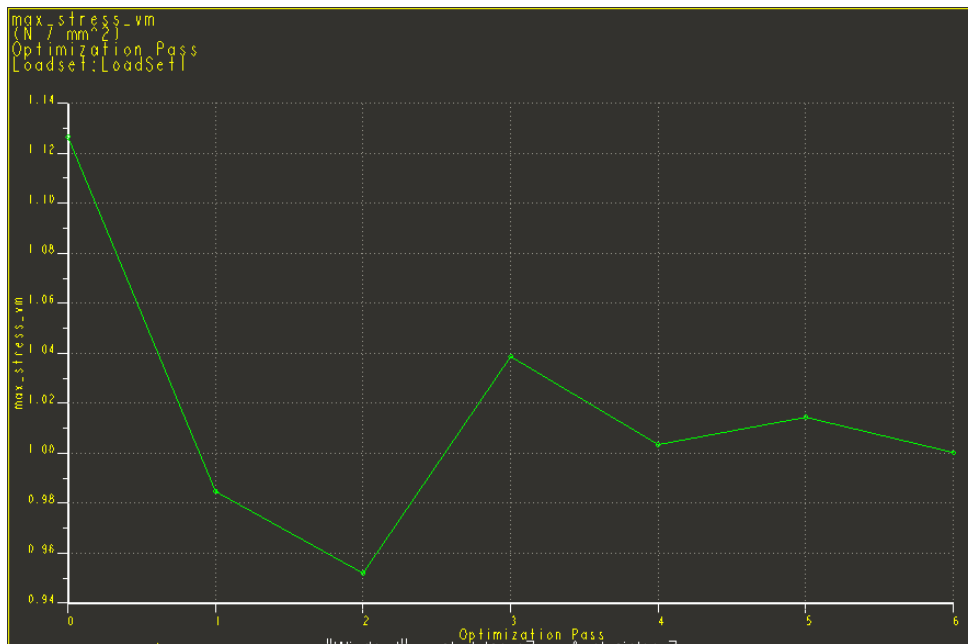


Παρατηρούμε ότι το πρόγραμμα λαμβάνει αρχικά τις τρέχουσες τιμές για τις παραμέτρους για τη διερεύνηση της βελτιστοποίησης.

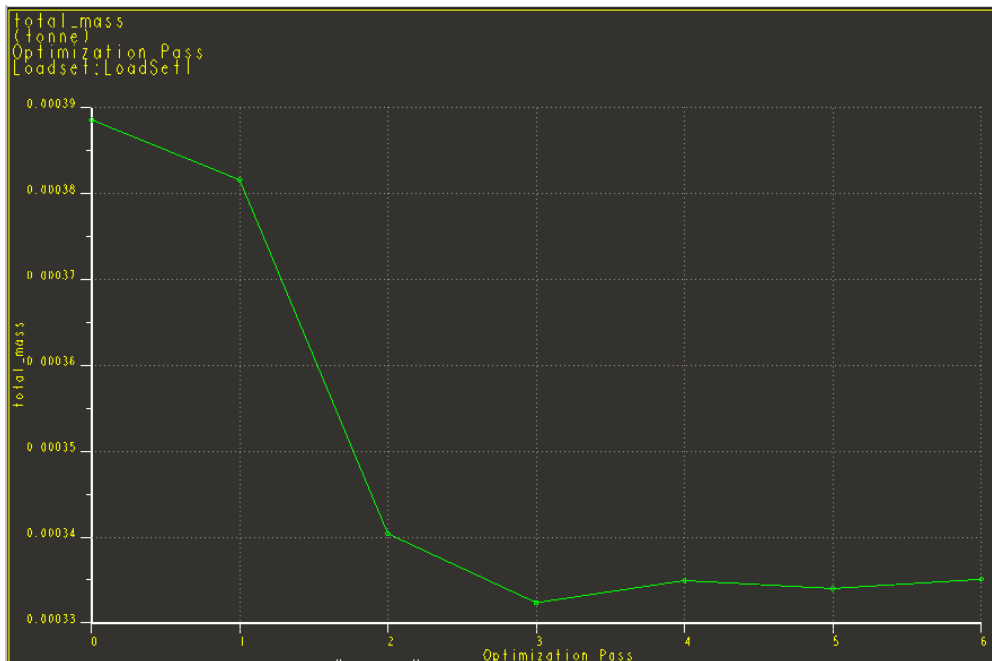
Όταν ολοκληρωθεί η διαδικασία, επιλέγουμε *Analysis* → *Results* και *Insert* → *Result Window*. Εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο, επιλέγουμε το αρχείο που δουλεύουμε. Στην περιοχή *Display Type* επιλέγουμε *Graph*. Από την επόμενη αναδιπλούμενη λίστα επιλέγουμε *Measure* και από το εικονίδιο  διαλέγουμε από την εμφανιζόμενη λίστα *max\_stress\_vm*.



Πατάμε *Ok and Show*. Έτσι, μας εμφανίζεται το διάγραμμα με τη μέγιστη τάση ανά δοκιμή βελτιστοποίησης (*optimization pass*).



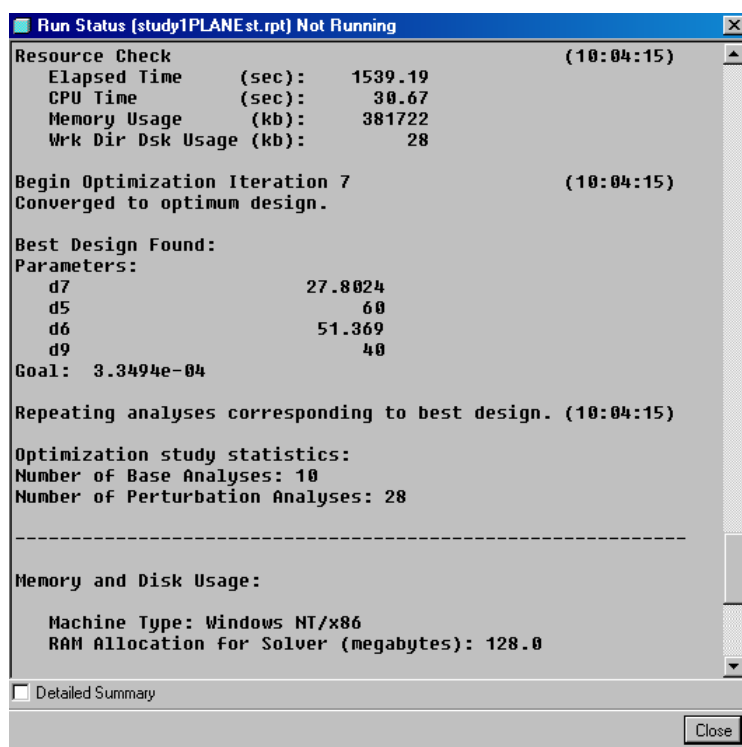
Επιλέγουμε ένα νέο γράφημα, αφού διαλέξουμε από το εικονίδιο  *total\_mass*. Έτσι, έχουμε το ακόλουθο διάγραμμα.



Από το 1<sup>ο</sup> διάγραμμα παρατηρούμε ότι εκτελούνται 7 δοκιμές έως ότου η μέγιστη τάση πάρει την επιθυμητή τιμή  $1 \text{ N/mm}^2$ , ενώ παράλληλα ελαχιστοποιείται και ο συνολικός όγκος του μοντέλου.



Από το εικονίδιο *Display Study Status* μπορούμε να δούμε για ποιο set τιμών των παραμέτρων, η διαδικασία βελτιστοποίησης ικανοποιεί τον περιορισμό και τον στόχο που θέσαμε και αποτελεί τη βέλτιστη λύση. Οι τιμές των παραμέτρων, όπως φαίνονται και παρακάτω είναι:  $d7= 27.8$ ,  $d5= 60$ ,  $d6= 52.369$ .  $d9= 40$ .



## Κεφάλαιο 12

### Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης κελύφους (shell)

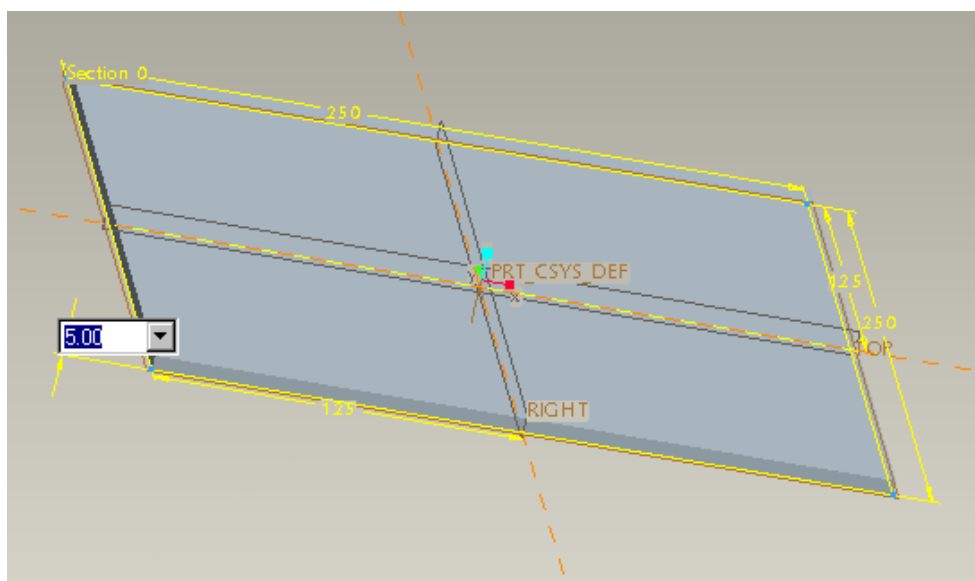
#### 12.1 - Παράδειγμα 7

Στο παράδειγμα αυτό εξετάζεται η μηχανική συμπεριφορά ενός τραπεζιού. Το στοιχείο που μας ενδιαφέρει είναι η μετατόπιση της επιφάνειας του τραπεζιού κατά τον άξονα επιβολής του φορτίου. Έτσι, θα δημιουργήσουμε το τραπέζι στο Pro - Engineer και αφού μεταβούμε στο περιβάλλον του Pro - Mechanica θα περιγράψουμε αρχικά πως μπορούμε να μελετήσουμε το τραπέζι ως 3οδιάστατο μοντέλο και στη συνέχεια μόνο την επιφάνεια του τραπεζιού ως *Shell*.

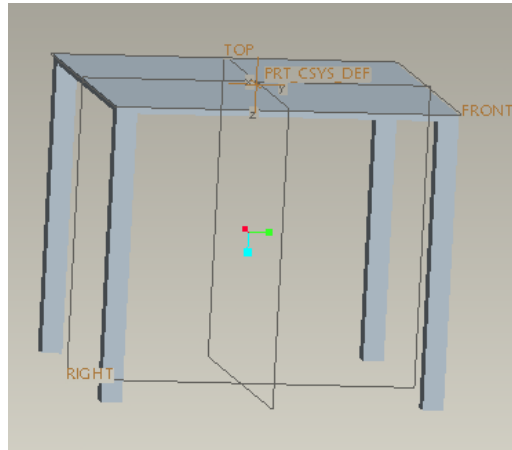
#### Βασικές οδηγίες σχεδίασης τραπεζιού στο Pro - Engineer

Ξεκινάμε στο Pro - Engineer ένα νέο *Project* επιλέγοντας πάντα τύπο *part* και μονάδες *mm-N-s*.

Διαλέγουμε *Insert* → *Extrude* και ως επιφάνεια σχεδίασης διαλέγουμε *Top*. Σχεδιάζουμε την επιφάνεια του τραπεζιού με διαστάσεις 250\*250 mm και με πάχος 5 mm.



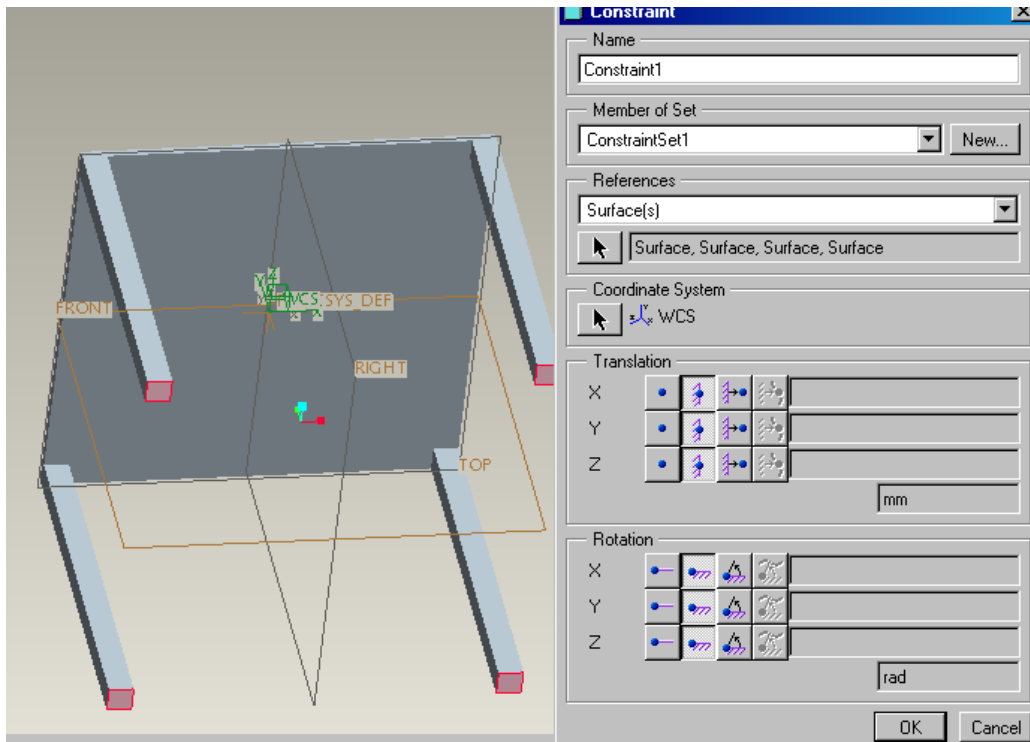
Στη συνέχεια σχεδιάζουμε στις γωνίες του τα 4 πόδια τετραγωνικής διατομής με διαστάσεις 15\*15 mm και ύψος 210 mm. Το μοντέλο μας τελικά πρέπει να δείχνει όπως παρακάτω.



## 12.2 – Αριθμητική Επίλυση στο Pro – Mechanica

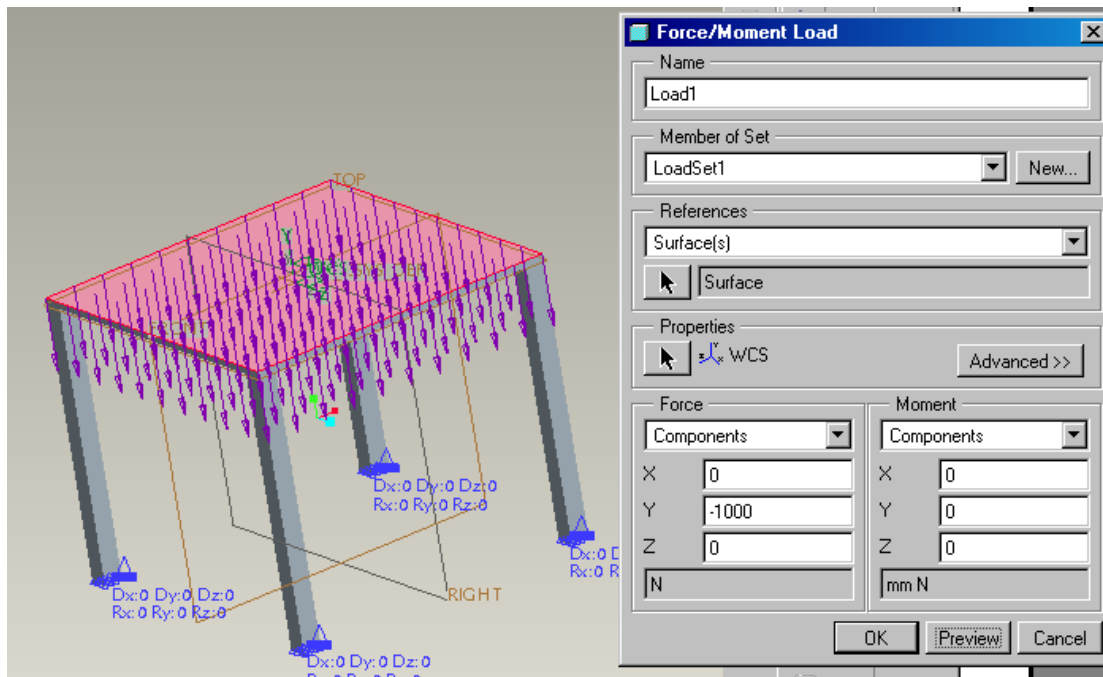
Για τη μετάβαση στο Pro – Mechanica επιλέγουμε *Applications* → *Mechanica*.

Αρχικά, επιλέγουμε *Insert* → *Displacement Constraint* και ορίζουμε πάκτωση στις 4 επιφάνειες των ποδιών που ακουμπούν στο έδαφος.

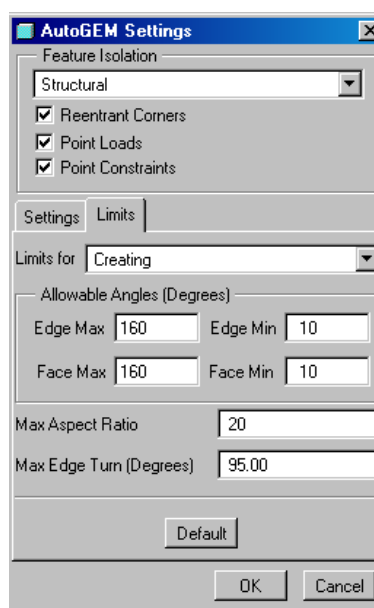




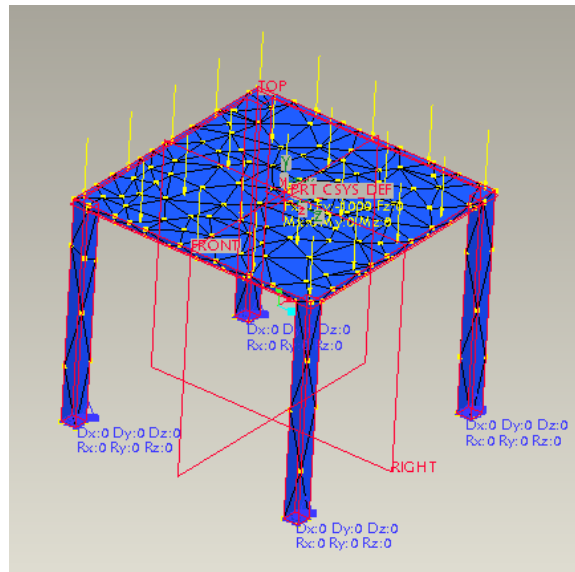
Έπειτα διαλέγουμε *Insert* → *Force / Moment Load* και καθορίζουμε φόρτιση στην επάνω επιφάνεια του τραπεζιού ίση με 1000 N κατά τον άξονα Y.



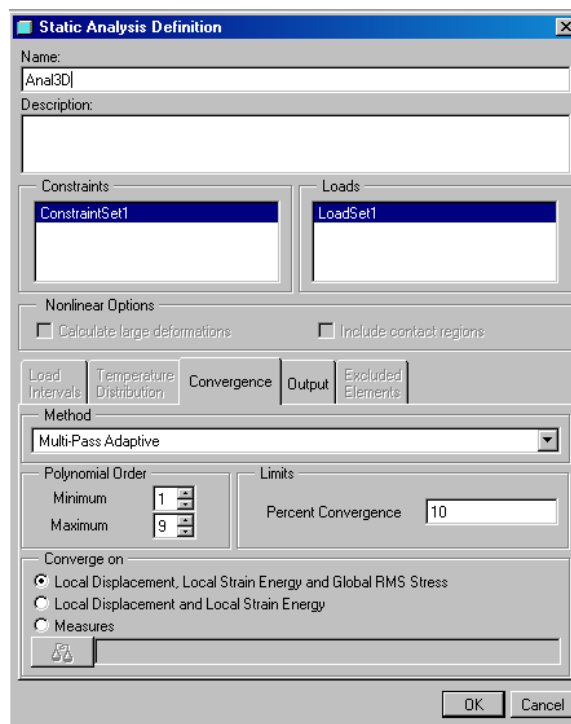
Τέλος, επιλέγουμε το υλικό του τραπεζιού από το *menu Properties* → *Material* και *Al2014*. Στη συνέχεια, για να αλλάξουμε το μέγεθος των στοιχείων διαλέγουμε *AutoGem* → *Settings* και στη νέα καρτέλα *Limits*. Εδώ αλλάζουμε τις *Default* τιμές όπως φαίνεται παρακάτω.



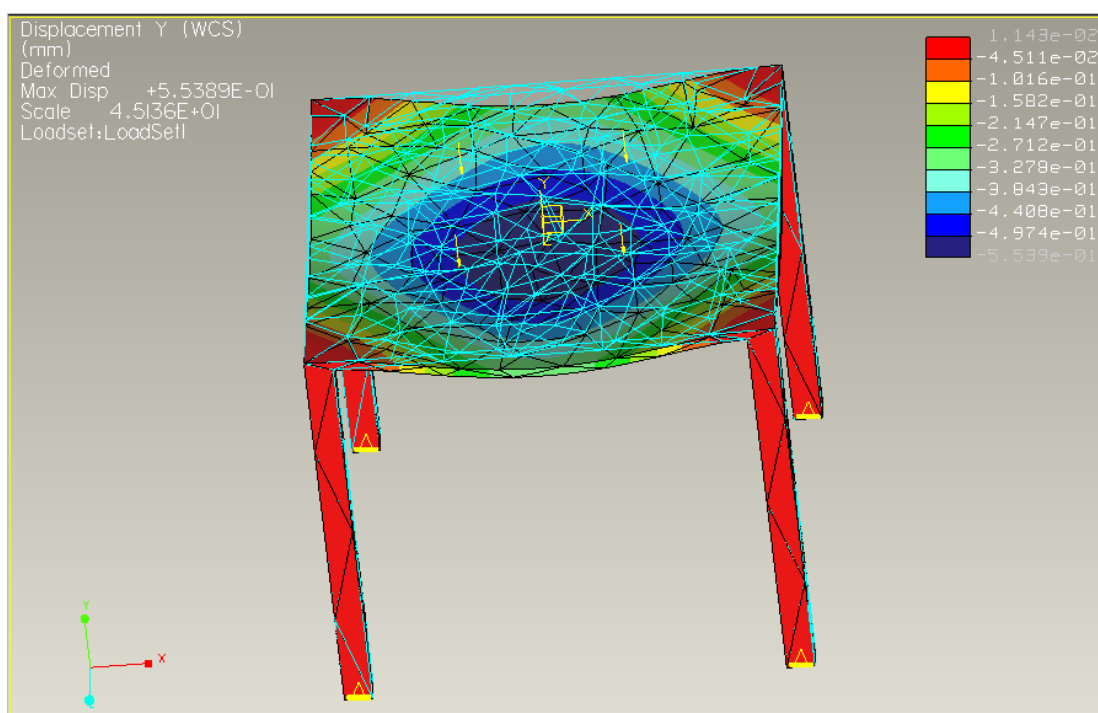
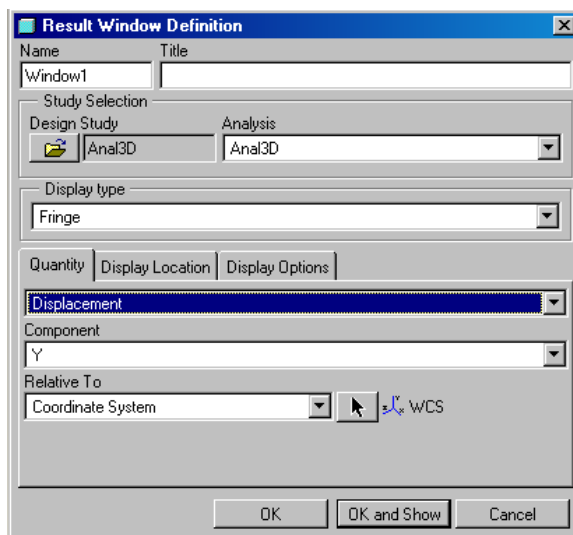
Διαλέγοντας *AutoGem* → *Create* βλέπουμε τα στοιχεία που απαρτίζουν το τραπέζι μας.



Επιλέγοντας *Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και έπειτα *File* → *New Static* ανοίγει το ακόλουθο παράθυρο όπου ορίζουμε την αρχική ανάλυση.



Για τα αποτελέσματα διαλέγουμε *Analysis* → *Results* και στο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε το αρχείο μας, στην περιοχή *Display type* διαλέγουμε *Fringe* και από τις 2 επόμενες αναδιπλούμενες λίστες επιλέγουμε *Displacement* και *Y*. Στην καρτέλα *Display options* τοσκαρουμε τις επιλογές *Deformed* και *Show element edges* και έχουμε το παρακάτω αποτέλεσμα.



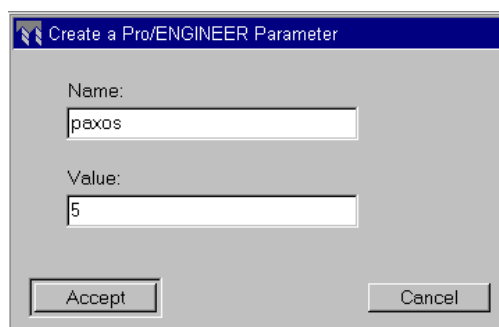
Παρατηρούμε ότι η μέγιστη μετατόπιση της επάνω επιφάνειας κατά τον άξονα *Y* είναι **0.55 mm**. Αυξάνοντας την πυκνότητα διακριτοποίησης παρατηρούμε ότι η

τιμή αυτή μεταβάλλεται χωρίς να πετοχαινουμε σύγκλιση σε λογικό χρόνο. Αυτό οφείλεται στη λάθος επιλογή του τύπου της ανάλυσης. Σε επιφάνειες με πολύ μικρό πάχος είναι αναγκαίο να χρησιμοποιήσουμε κελυφοειδή στοιχεία (shell) για να πετύχουμε σύγκλιση. Παραβλέποντας την επιβράχυνση των ποδιών, θα μελετήσουμε μόνο τη συμπεριφορά της επιφάνειας θεωρώντας την κέλυφος και πακτώνοντας τις τέσσερις γωνίες της.


Επιλέγουμε *Properties* → *Shell Properties* και στο παράθυρο που ανοίγει *New*. Μας εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο και επιλέγουμε το *p* για να ορίσουμε το πάχος του κελύφους ως παράμετρο.

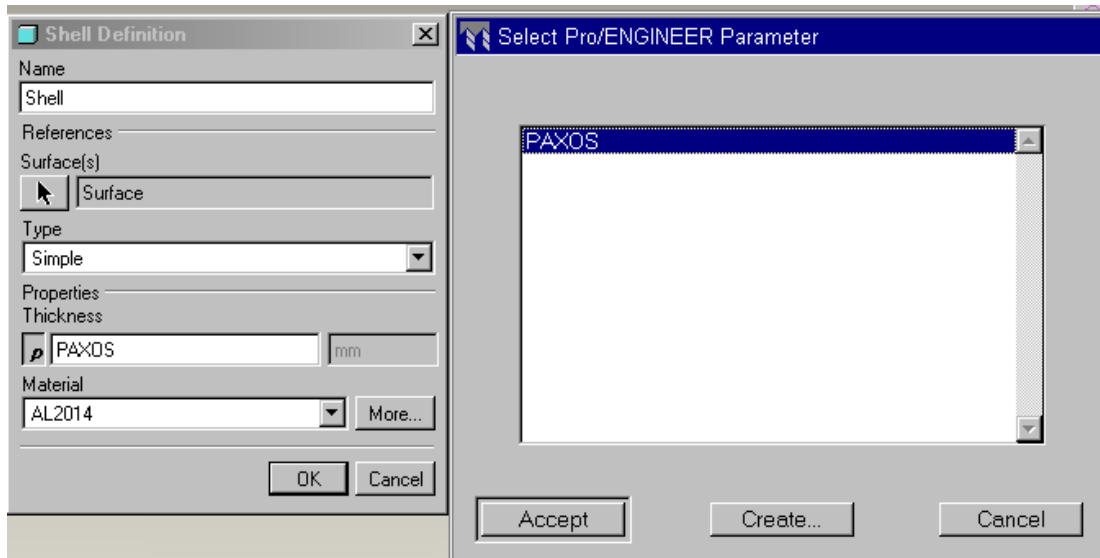


Στα 2 επόμενα παράθρα πατάμε *New* και *Create* και εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο όπου δίνουμε όνομα (paxos) στην παράμετρο και αρχική τιμή (5).

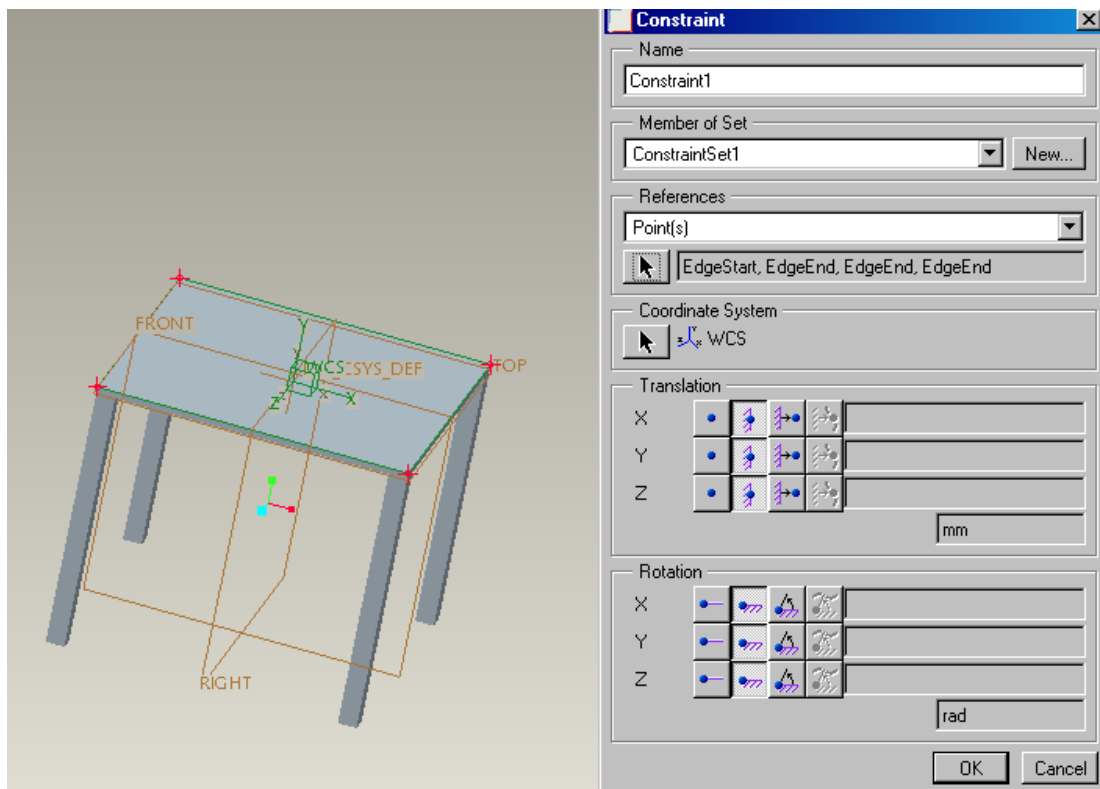


Στη συνέχεια επιλέγουμε *Insert* → *Shell* για να καθορίσουμε τα χαρακτηριστικά του κελύφους. Εμφανίζεται το ακόλουθο αριστερό παράθυρο, όπου ορίζουμε ως *Surface* την επάνω επιφάνεια του τραπεζιού και για υλικό επιλέγουμε αλουμίνιο.

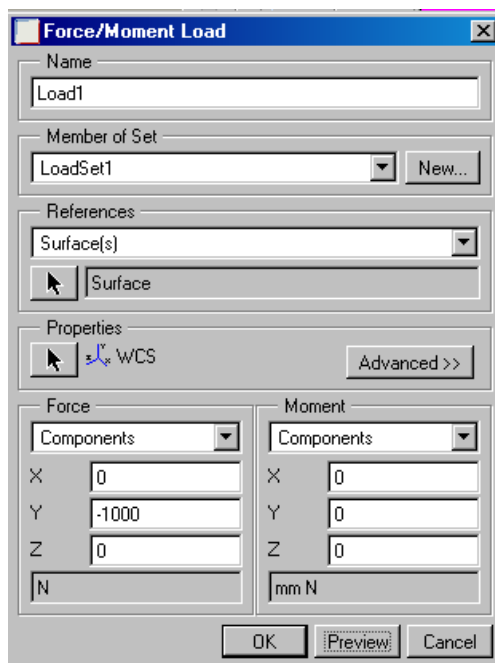
Επίσης, διαλέγοντας το εικονίδιο του πάχους  ανοίγει το δεξιό παράθυρο όπου επιλέγουμε την παράμετρο που δημιουργήσαμε στο προηγούμενο στάδιο. Έτσι, ορίζουμε τη διάσταση του κελύφους ως παράμετρο.



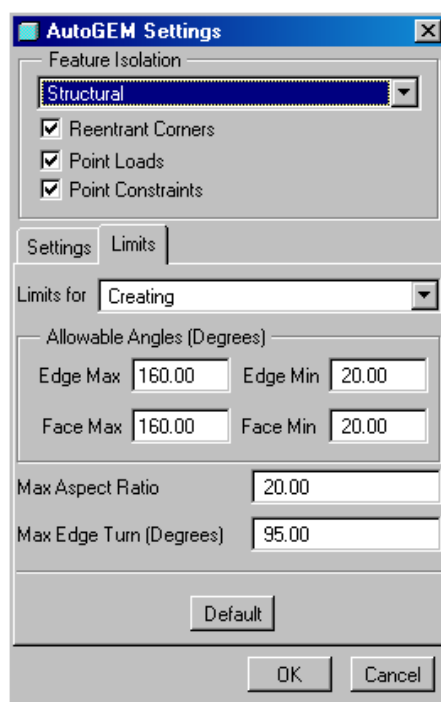
Έπειτα διαλέγουμε *Insert* → *Displacement Constraint*, και πακτώνουμε τις 4 γωνίες του κελύφους, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.



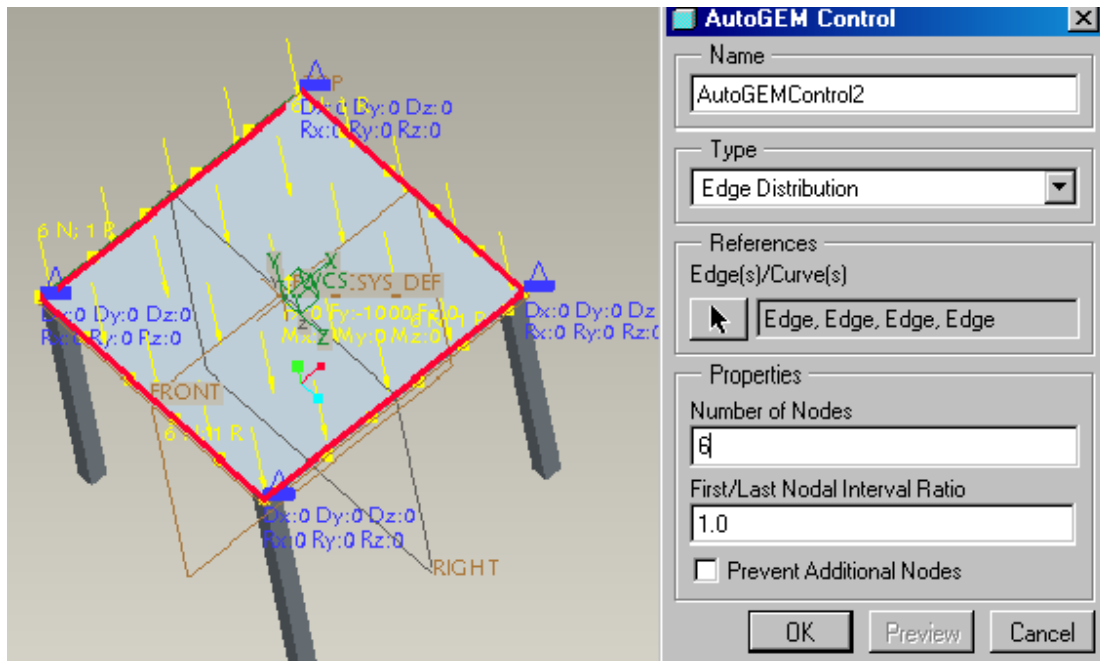
Συνεχίζουμε διαλέγοντας *Insert* → *Force / Moment Load*. Ορίζουμε κατά τον άξονα *y* δύναμη στην επιφάνεια του κελύφους ίση με 1000 N.



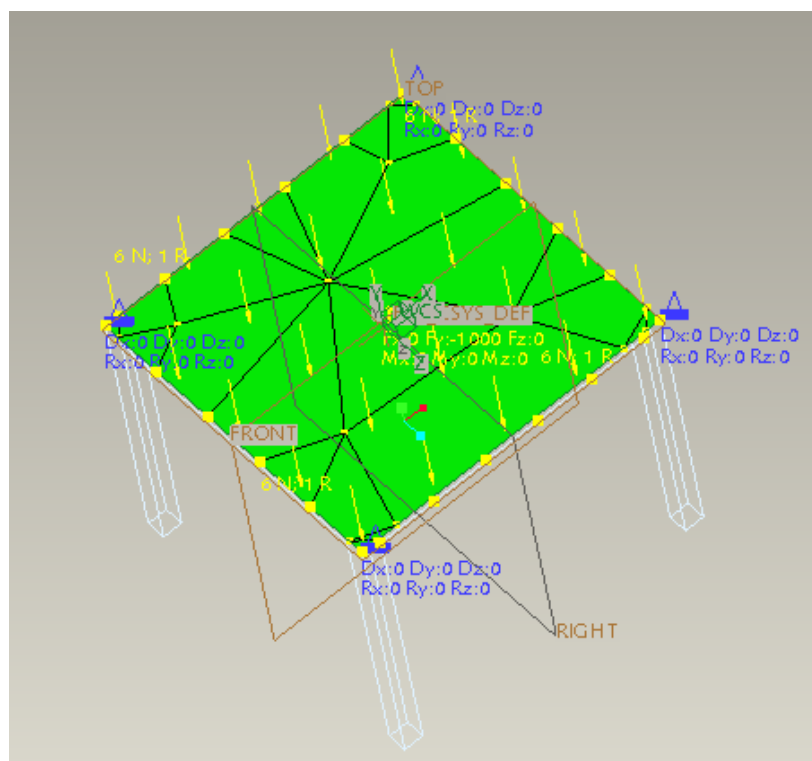
Στη συνέχεια επιλέγουμε *AutoGem* → *Settings* και από την καρτέλα που εμφανίζεται *Limits*. Εδώ, αλλάζουμε το μέγεθος των στοιχείων σύμφωνα με τις τιμές που φαίνονται στο παρακάτω παράθυρο.



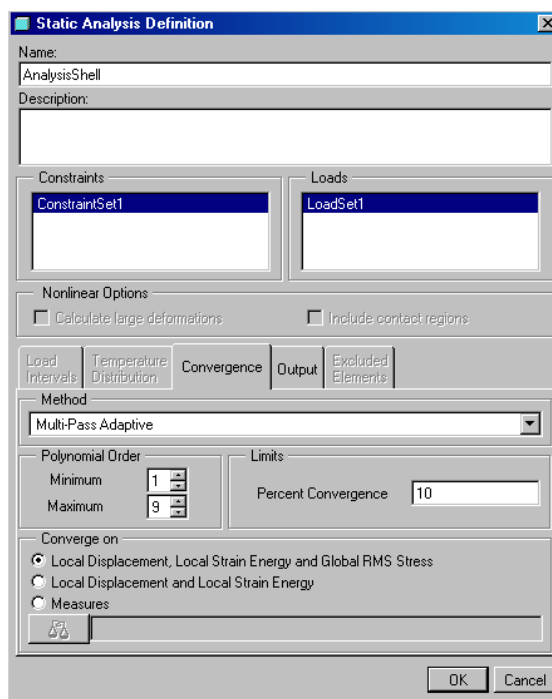
Στη συνέχεια διαλέγουμε *AutoGem* → *Control*, επιλέγουμε τις 4 ακμές του κελύφους και θέτουμε στην περιοχή *Number of Nodes* τον αριθμό 6, έτσι ώστε να αυξήσουμε την πυκνότητα των στοιχείων περιμετρικά.



Επιλέγοντας *AutoGem* → *Create* εμφανίζεται το κέλυφος με τα στοιχεία από τα οποία αποτελείται.



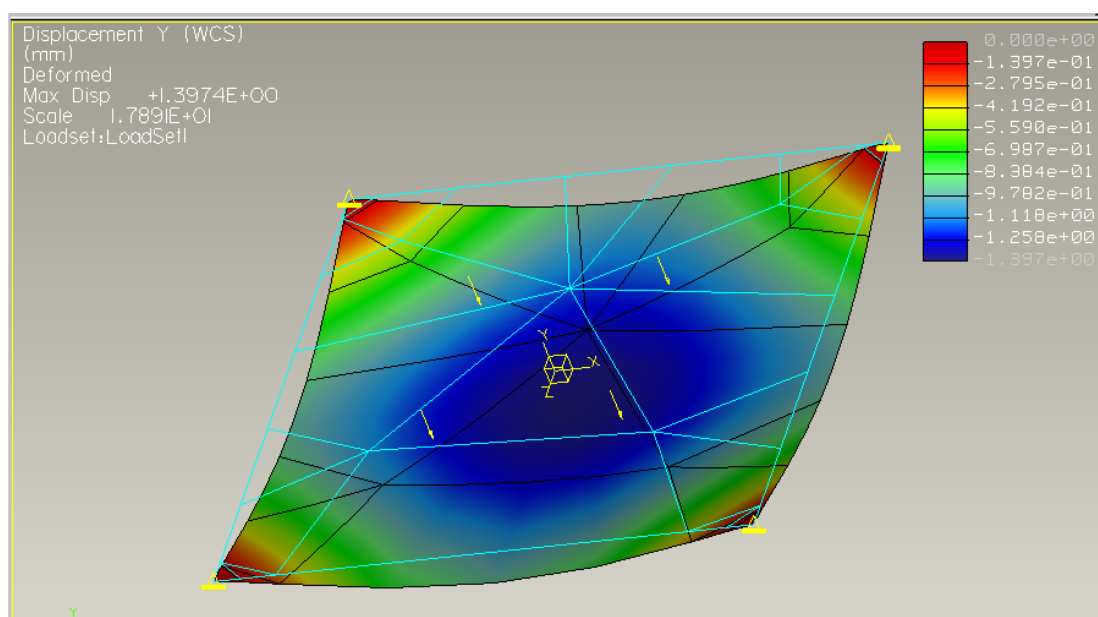
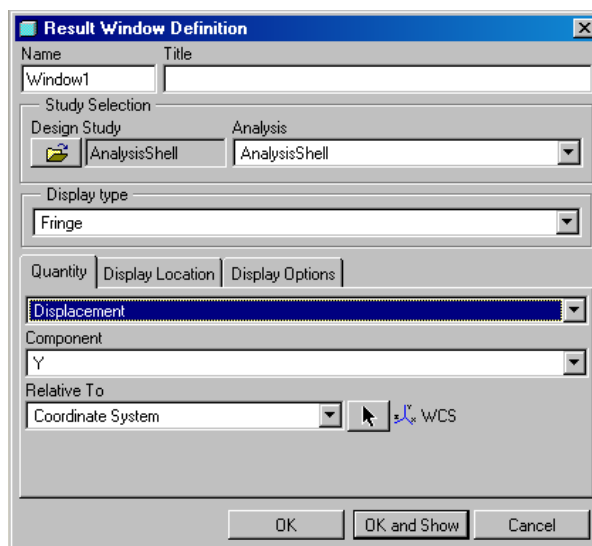
Από το menu Analysis διαλέγουμε *Mechanica Analyses / Studies* και στο παράθυρο που ανοίγει *File* → *New Static*.



Καθορίζουμε την ανάλυση και πατάμε *Ok*. Έπειτα διαλέγουμε *Run* → *Start* και το πρόγραμμα μας ρωτά αν θέλουμε εντοπισμό των σφαλμάτων και πατάμε *Yes*. Έπειτα εμφανίζει ένα μήνυμα λέγοντας ότι δεν έχει γίνει καθορισμός υλικού για όλα τα τμήματα (κάτι που ήταν αναμενόμενο, καθώς ορίσαμε υλικό μόνο για το κέλυφος). Τέλος μας ενημερώνει ότι η συγκέντρωση τάσεων θα είναι σε κάποια τοπικά σημεία υψηλή.

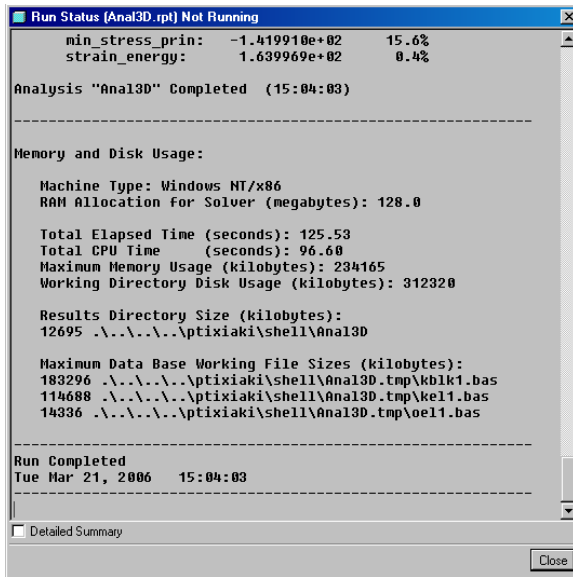
Αφού ολοκληρωθεί η ανάλυση επιλέγουμε το παράθυρο των αποτελεσμάτων και ζητάμε αρχικά την μετατόπιση κατά τον άξονα *Y* που είναι και ο άξονας επιβολής της πίεσης. Στην καρτέλα *Display Options* τσεκάρουμε τις επιλογές *Deformed* και *Show Element Edges*.



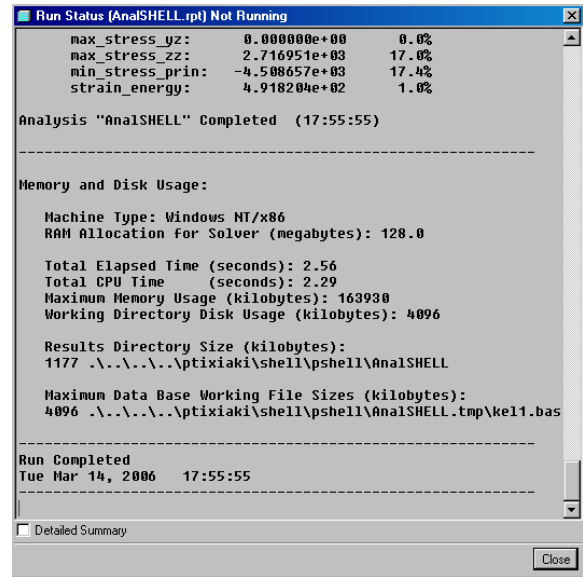


Παρατηρούμε ότι στα σημεία της πάκτωσης (4 γωνίες) η μετατόπιση είναι 0, ενώ η μέγιστη μετατόπιση εμφανίζεται στο κέντρο του τραπεζιού με τιμή **1.4 mm**, διαφορετική από την τιμή που υπολογίσαμε (0.55 mm) κατά την ανάλυση του τραπεζιού ως 3οδιάστατο αντικείμενο.

Εφόσον όμως έχουμε τρέξει το μοντέλο και ως 3οδιάστατο και ως *Shell* είναι αξιοπρόσεκτο να παρατηρήσουμε το *Study Status* του καθενός. Στο τρέξιμο που έγινε για το 3οδιάστατο αντικείμενο χρειάστηκαν *Total CPU Time= 96.6 sec*, ενώ για το *Shell* μόλις **2.29 sec**. Συνεπώς, γίνεται αντιληπτό πόσο χρήσιμες είναι οι απλοποιήσεις κατά την ανάλυση μίας κατασκευής.

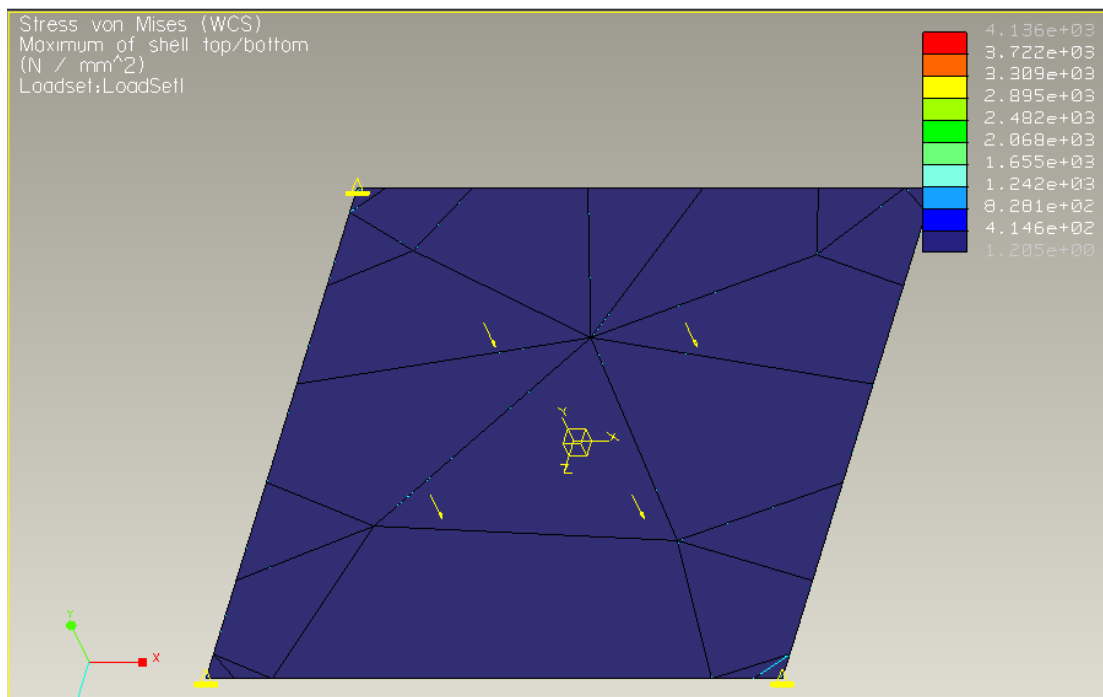


Study Status 3D



Study Status Shell

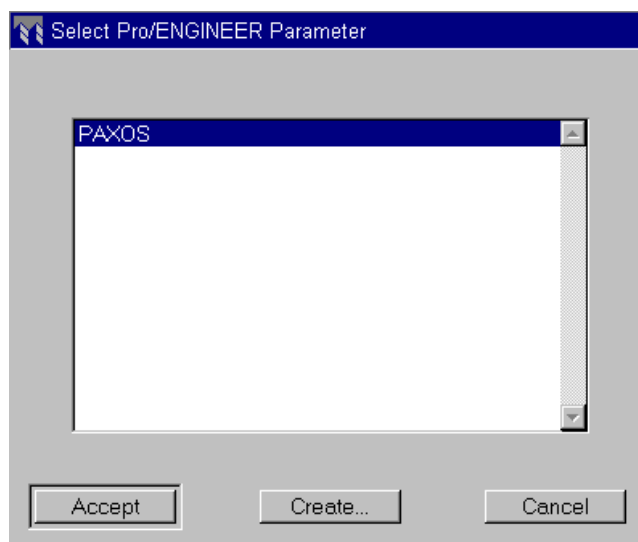
Τέλος, επιλέγουμε ένα νέο παράθυρο αποτελεσμάτων για την τάση *von Mises*. Παρατηρούμε ότι στα 4 σημεία της πάκτωσης εμφανίζεται υψηλή συγκέντρωση τάσεων (κόκκινη τιμή).



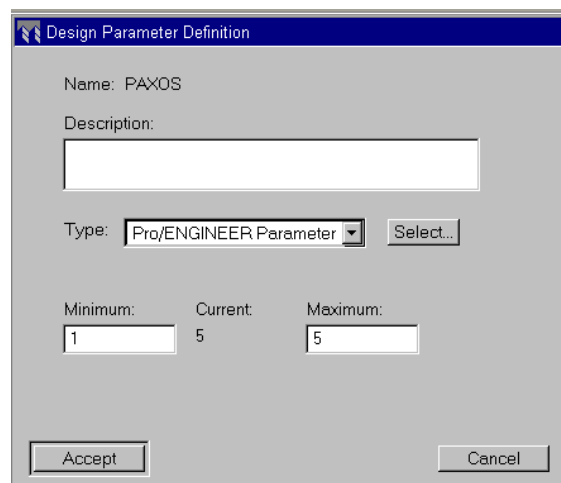
### 12.3 – Βελτιστοποίηση κατασκευής

Στη συνέχεια της μελέτης μας, θα θέσουμε ως μεταβλητή το πάχος του κελύφους και θα ελέγξουμε για ποια τιμή του πάχους, η μετατόπιση κατά τον άξονα Y δεν υπερβαίνει την τιμή 10 mm.

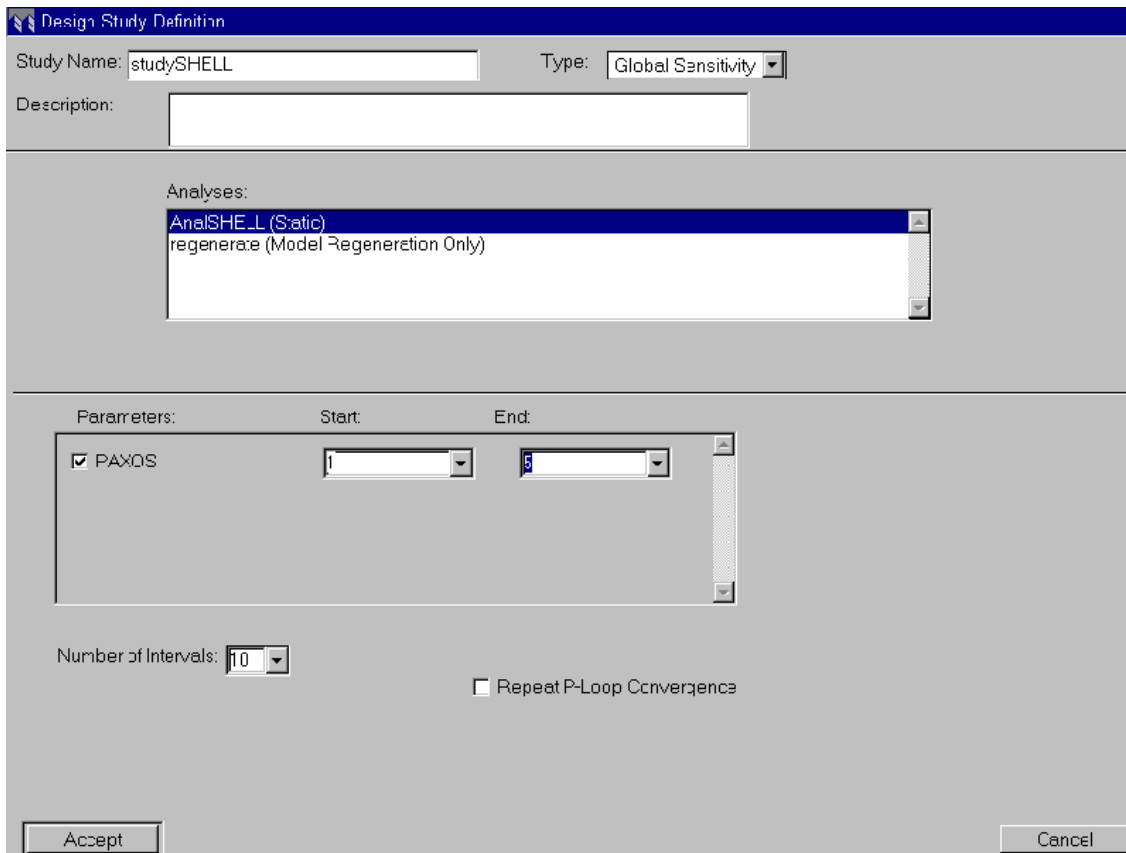
Για τον καθορισμό της παραμέτρου επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Design Controls* και από το *menu* που εμφανίζεται δεξιά *Design Params*. Στο παράθυρο που εμφανίζεται πατάμε *Create*, στο νέο παράθυρο διαλέγουμε *Pro – Engineer Parameter* στην περιοχή *Type*. Πατώντας το *Select* ανοίγει το παρακάτω παράθυρο όπου επιλέγουμε την παράμετρο που έχουμε δημιουργήσει για το πάχος του κελύφους.



Πατάμε *Accept* και εμφανίζεται το διπλανό παράθυρο όπου θέτουμε ελάχιστη και μέγιστη τιμή για την παράμετρο.

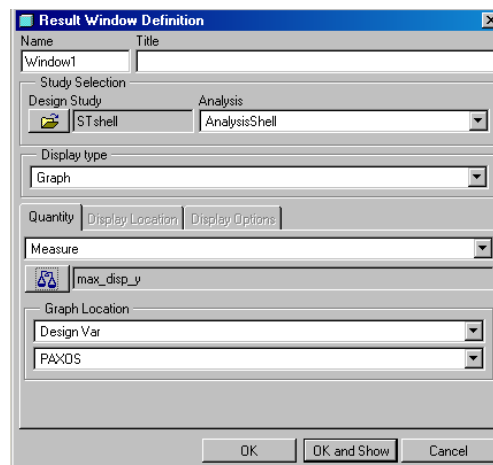


Στη συνέχεια από το *Menu Analysis* διαλέγουμε *Mechanica Analyses / Studies* και στο παράθυρο που εμφανίζεται *File* → *New Design Study*.

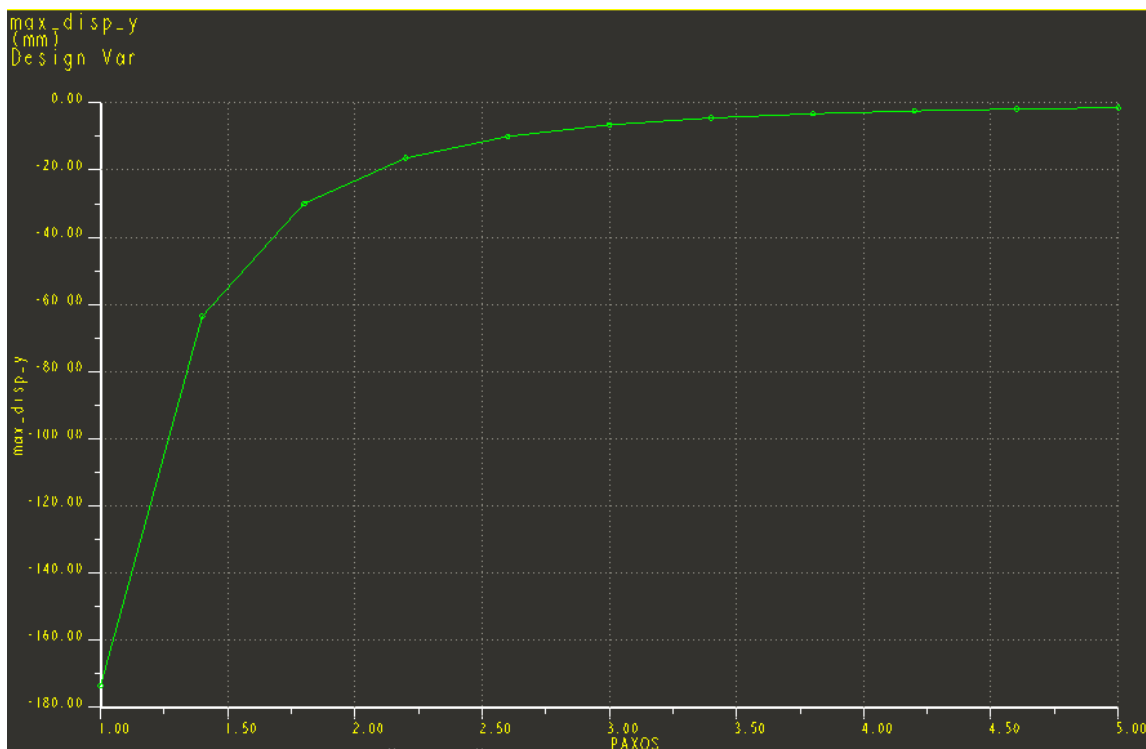


Στην περιοχή *Type* επιλέγουμε *Global Sensitivity*, τσεκάρουμε την παράμετρο θέτοντας την ελάχιστη και την μέγιστη τιμή και θέτουμε αριθμό επαναλήψεων 10. Τέλος, πατάμε *Accept* και στο νέο παράθυρο διαλέγουμε *Run* → *Start*.

Όταν ολοκληρωθεί η διαδικασία, επιλέγουμε το εικονίδιο των αποτελεσμάτων.



Το μέγεθος που μελετάμε είναι η μετατόπιση στον άξονα Υ. Έτσι, επιλέγουμε *max\_disp\_y* και πατάμε *Ok and Show*.



Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι η μετατόπιση δεν ξεπερνά την τιμή 10 mm, όταν το πάχος του κελύφους είναι περίπου ίσο με 2.8 mm.

## Κεφάλαιο 13

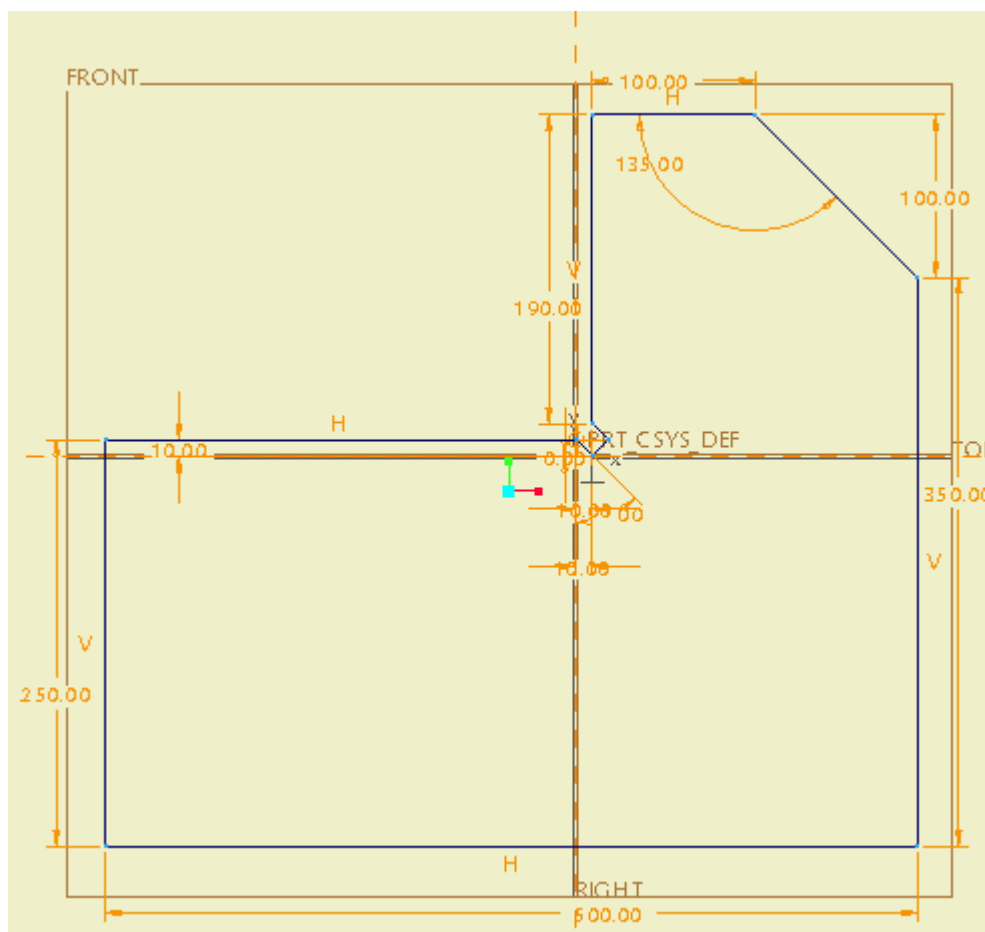
### Αριθμητική Επίλυση Γεωμετρικής Βελτιστοποίησης μηχανολογικού εξαρτήματος

#### 13.1 - Παράδειγμα 8ο

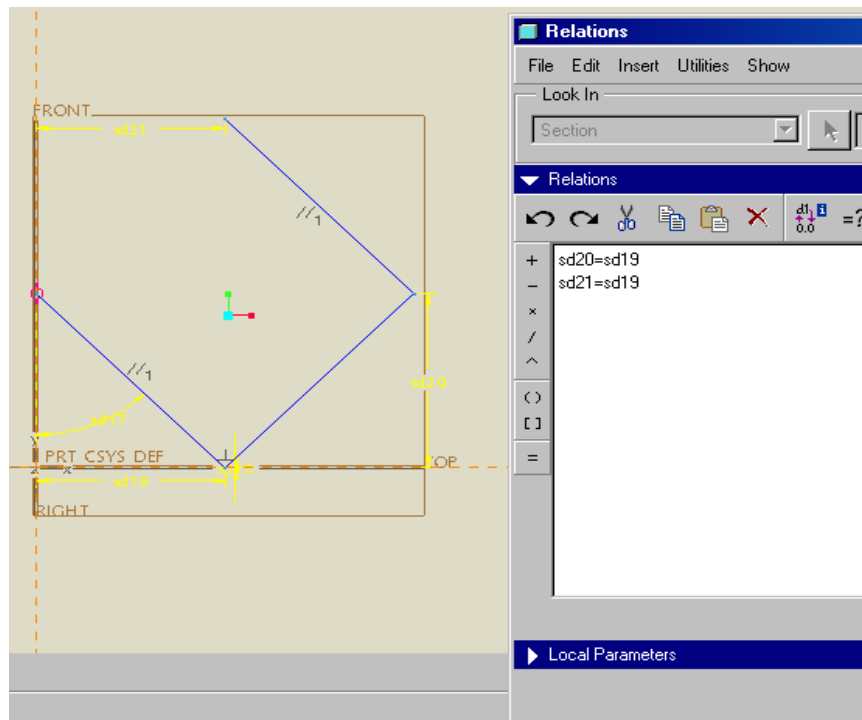
Στο παράδειγμα αυτό θα εξετάσουμε ένα μηχανολογικό εξάρτημα, για το οποίο θα αναζητήσουμε τη βέλτιστη γεωμετρία του ώστε η τάση *von Mises* και η μετατόπιση του κατά τον άξονα επιβολής του φορτίου να μην υπερβαίνουν δεδομένες τιμές. Οι παράμετροι που θα δώσουμε επηρεάζουν το συνολικό όγκο του μοντέλου.

#### Βασικές οδηγίες σχεδίασης 3διάστατου μοντέλου στο Pro - E

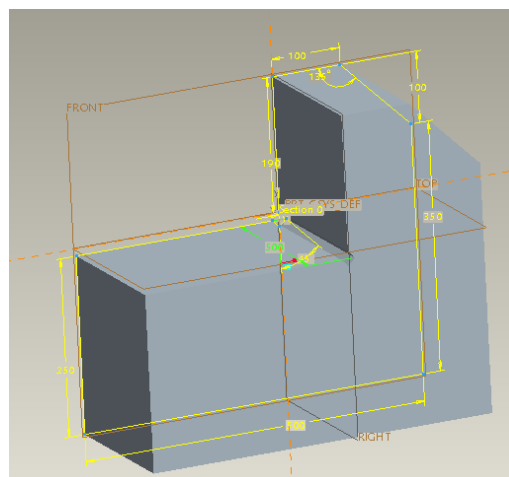
Για τη σχεδίαση του 3διάστατου μοντέλου στο Pro - Engineer επιλέγουμε *Insert* → *Extrude* και σχεδιάζουμε στο επίπεδο *Front* την παρακάτω διατομή σύμφωνα με τις διαστάσεις που φαίνονται.



Περίπου στα κέντρο της διατομής υπάρχει μια μικρή εγκοπή που σχεδιάζεται όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



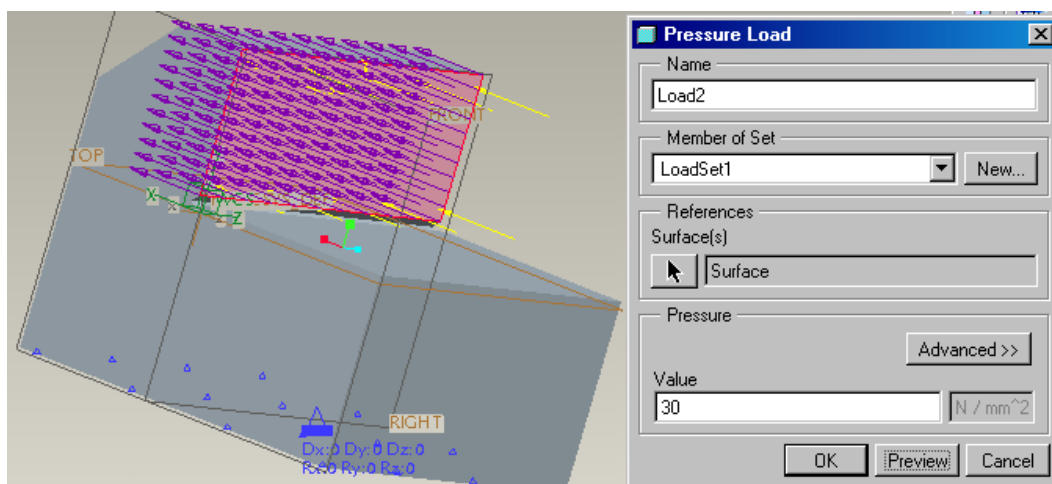
Οι 3 γραμμές της εγκοπής έχουν ίσο μήκος και είναι κάθετες μεταξύ τους. Για να εξασφαλίσουμε ότι τα μήκη τους είναι ίσα και θα έχουν πάντα την ίδια τιμή εισάγουμε από το *menu Tools* → *Relations* τους **2 συσχετισμούς** που φαίνονται στο παραπάνω παράθυρο. Αυτό θα αποδειχθεί ιδιαίτερα χρήσιμο, όταν αργότερα επιδιώξουμε τη βελτιστοποίηση του μοντέλου. Πατάμε το εικονίδιο  και δίνουμε μήκος 500. Το μοντέλο μας πρέπει τελικά να δείχνει όπως παρακάτω.



### 13.2 – Αριθμητική Επίλυση στο Pro – Mechanica

Επιλέγουμε *Applications* → *Mechanica*, πατάμε *Continue* και *Ok* στα επόμενα 2 παράθυρα που εμφανίζονται.

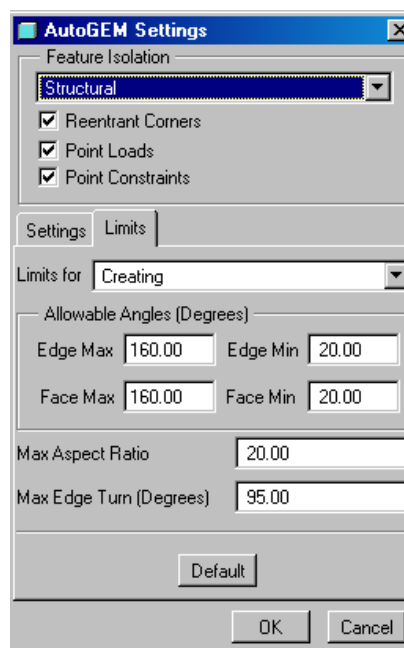
Διαλέγουμε *Insert* → *Displacement Constraint* και πακτώνουμε την κάτω επιφάνεια. Έπειτα επιλέγουμε *Insert* → *New Pressure Load* και μας εμφανίζεται το ακόλουθο παράθυρο.



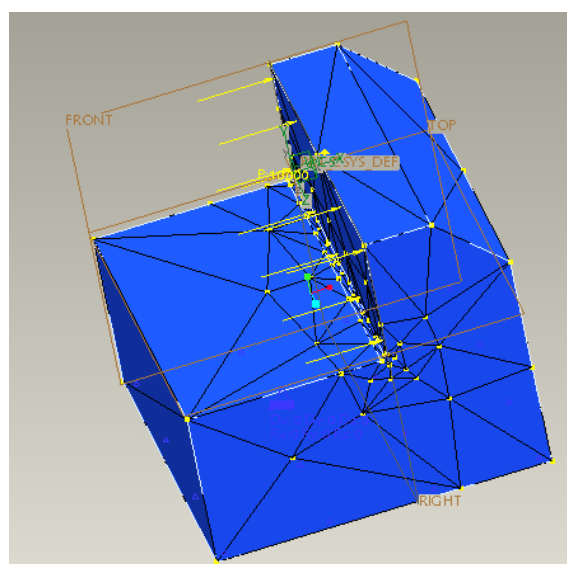
Επιλέγουμε την επιφάνεια που φαίνεται παραπάνω και θέτουμε πίεση ίση με **30 N/mm<sup>2</sup>**. Πατάμε *Ok* και διαλέγουμε *Properties* → *Materials* για να ορίσουμε το υλικό του μοντέλου σε **AL2014**.



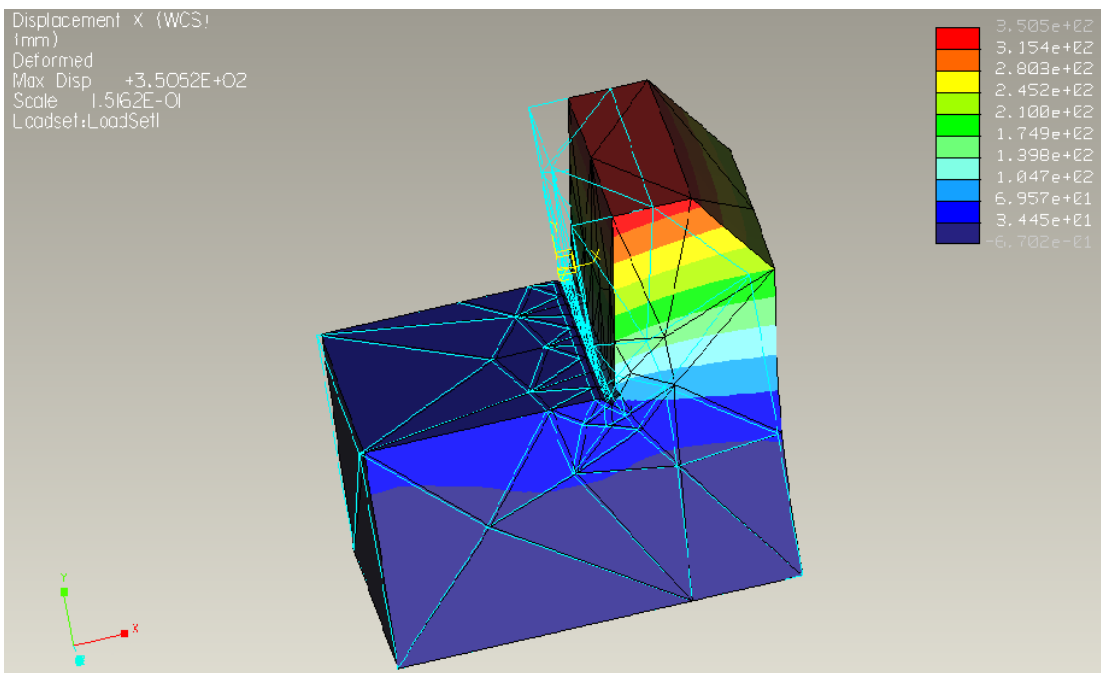
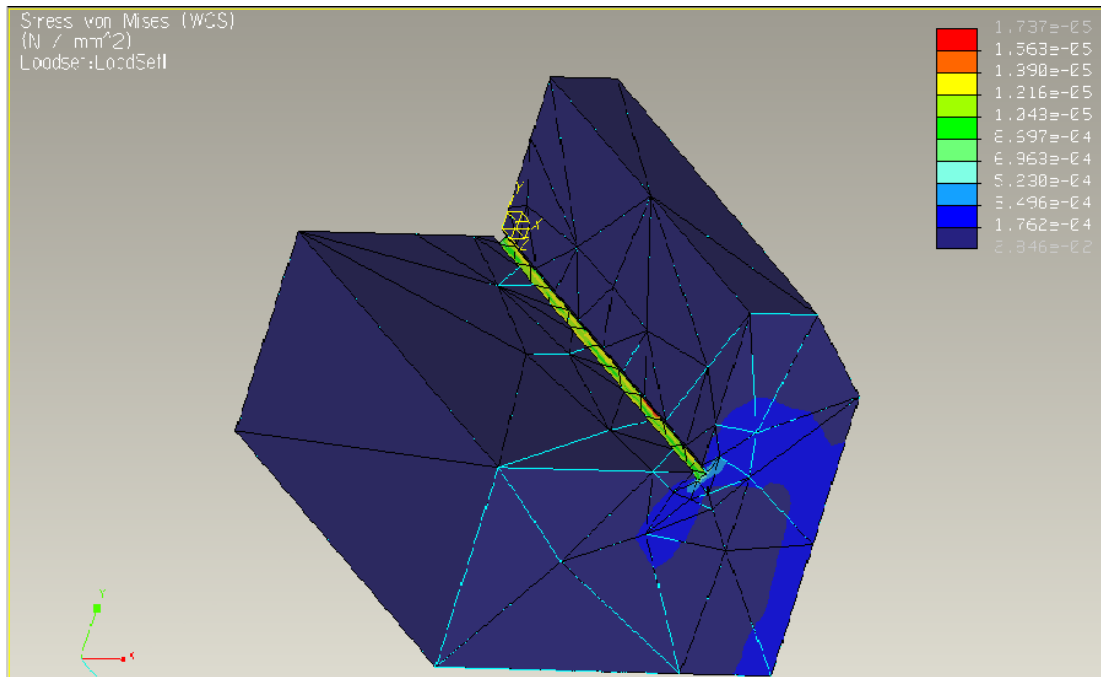
Στη συνέχεια επιλέγουμε *AutoGem* → *Settings* και *Limits* για να καθορίσουμε το μέγεθος των στοιχείων. Αλλάζουμε τις τιμές όπως φαίνονται δίπλα.



Πατώντας *AutoGem* → *Create* βλέπουμε τα στοιχεία που έχουν δημιουργηθεί.

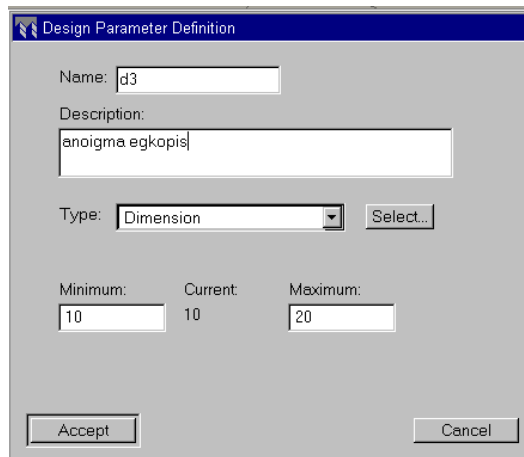


Έπειτα επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και στο παράθυρο που εμφανίζεται *File* → *New Study*. Έτσι, ορίζουμε την αρχική ανάλυση και παρακάτω βλέπουμε τα αποτελέσματα για την τάση *von Mises* και τη μετατόπιση κατά τον άξονα X - *max\_disp\_x* (άξονα όπου εφαρμόζεται η πίεση).



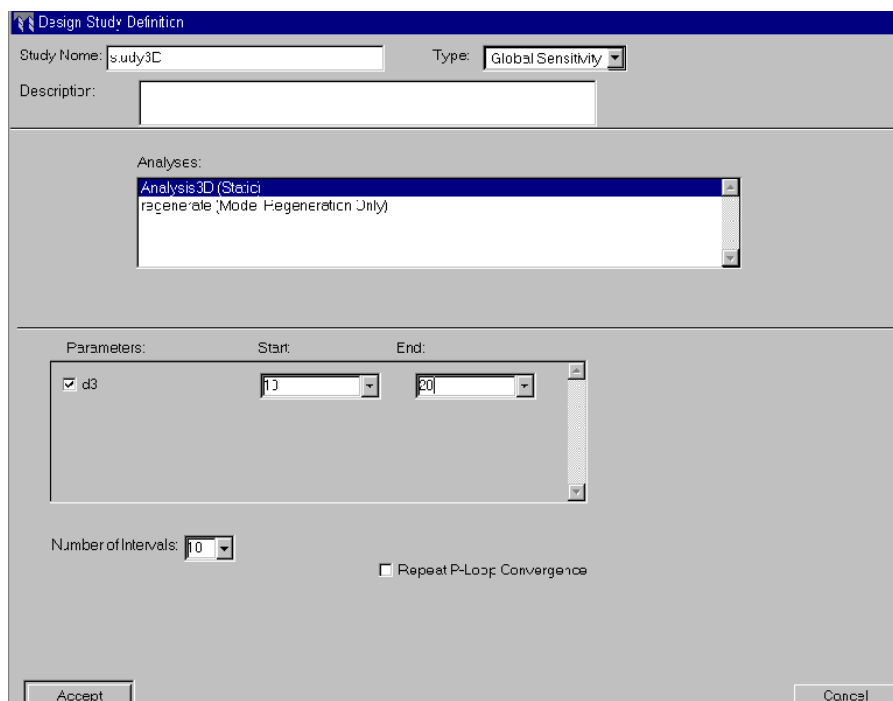
### 13.3.1 - Global Sensitivity

Στη συνέχεια επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Design Controls* και από το *menu Design Params*. Διαλέγουμε τη διάσταση του ανοίγματος της εγκοπής και θέτουμε ως ελάχιστη και μέγιστη τιμή **10** και **20** αντίστοιχα.

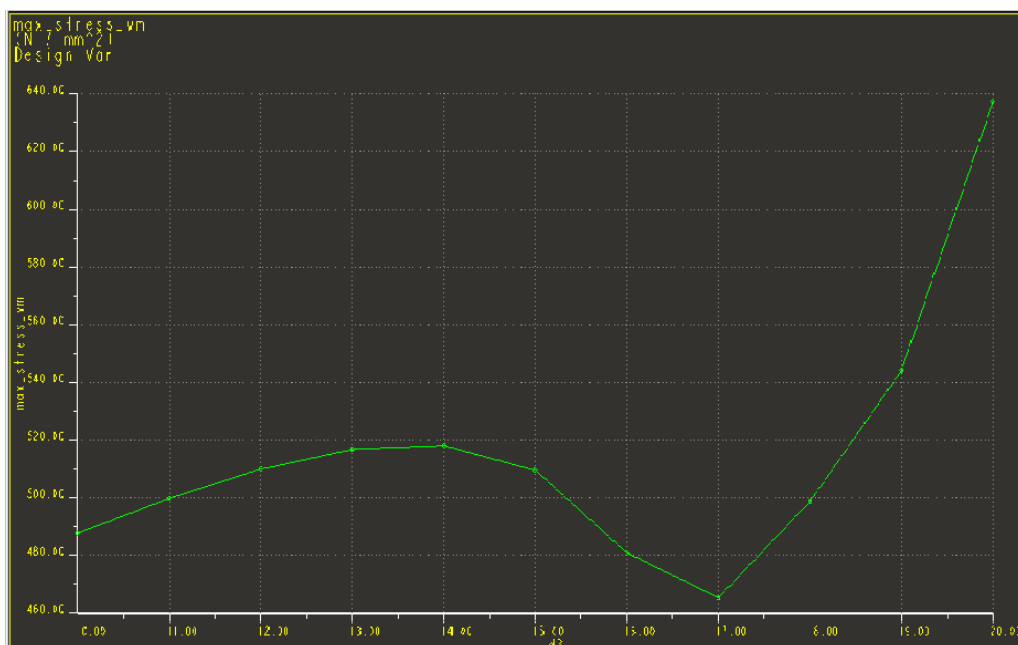


Πατάμε *Accept* και *Done* και επιλέγοντας *Shape Animate* μπορούμε να δούμε πώς αλλάζει το μοντέλο μας βάσει της παραπάνω παραμέτρου που ορίσαμε. Επίσης παρατηρούμε ότι δεν αλλάζει μόνο η μία διάσταση της εγκοπής, αλλά και οι 3. Αυτό μας το εξασφάλισαν οι συσχετισμοί (*Relations*) που θέσαμε κατά τη σχεδίαση του μοντέλου στο Pro - Engineer.

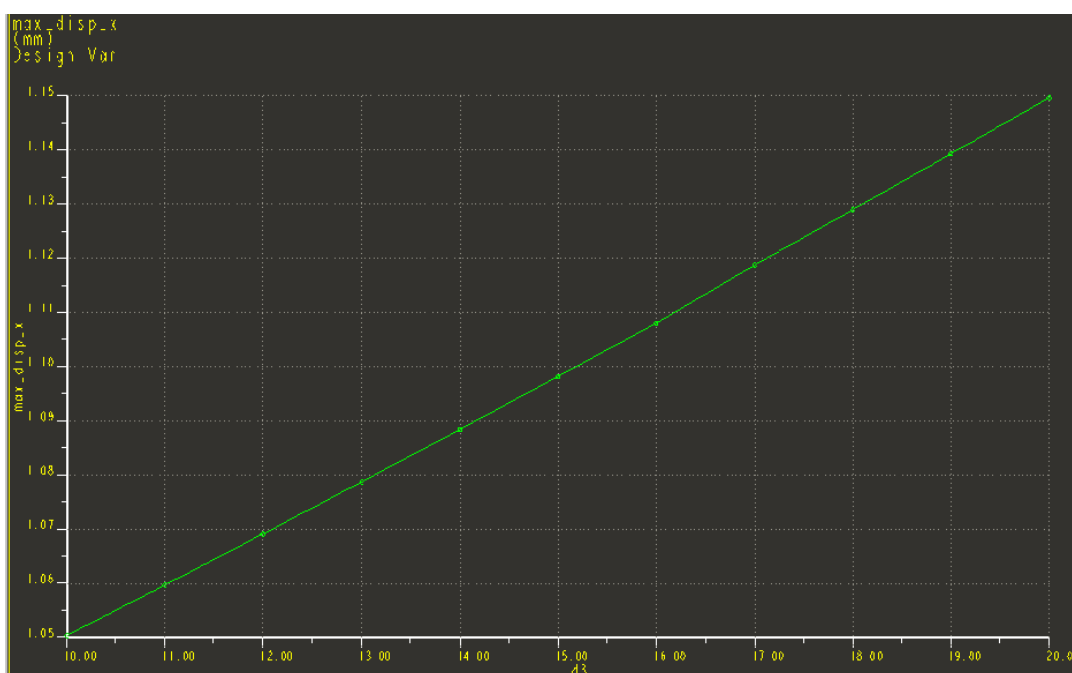
Έπειτα επιλέγουμε *Analysis* → *Mechanica Analyses / Studies* και *File* → *New Design Study* για να καθορίσουμε μια νέα ανάλυση. Ως τύπο επιλέγουμε *Global Sensitivity* και ως παράμετρο την *d3* με αρχική τιμή **10** και τελική **20**. Πατάμε *Accept* και *Start*.



Όταν ολοκληρωθεί το τρέξιμο, επιλέγουμε ένα παράθυρο αποτελεσμάτων και διαλέγουμε ένα διάγραμμα μεταξύ της παραμέτρου  $d3$  και της τάσης  $von\_Mises$ . Έτσι, έχουμε το παρακάτω γράφημα όπου παρατηρούμε ότι για  $d3=17$  mm, η τάση γίνεται ελάχιστη.



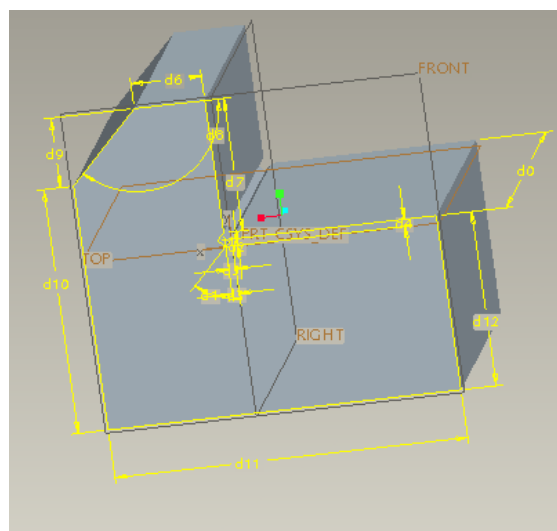
Στη συνέχεια επιλέγουμε ένα νέο γράφημα ανάμεσα στην παράμετρο  $d3$  και τη μετατόπιση κατά τον άξονα X  $-max\_disp\_x$  (άξονας επιβολής της πίεσης). Παρατηρούμε ότι η μετατόπιση κατά τον άξονα X αυξάνει αναλογικά με την αύξηση της παραμέτρου  $d3$ .



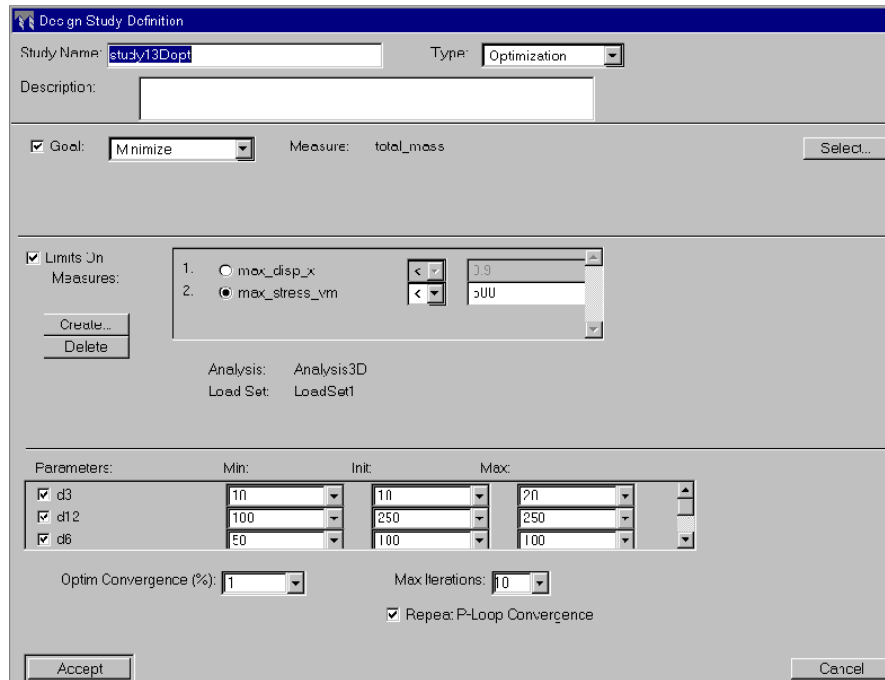
### 13.3.2 – Optimization

Επιλέγουμε ξανά *Analysis* → *Mechanica Design Controls* και *Design Params* για να καθορίσουμε κάποιες επιπλέον παραμέτρους, οι οποίες επηρεάζουν το συνολικό όγκο του μοντέλου. Διαλέγουμε τις 3 παρακάτω διαστάσεις και θέτουμε τις αρχικές και τελικές τιμές όπως φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

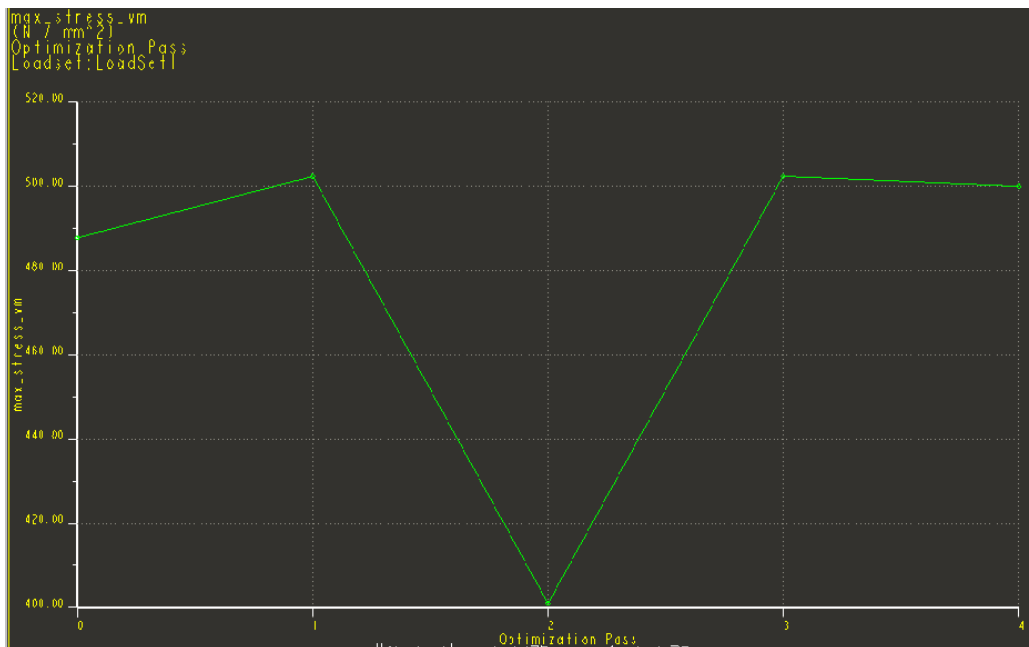
Παράμετρος	Minimum	Maximum
$d6$	50	100
$d10$	200	350
$d12$	100	250

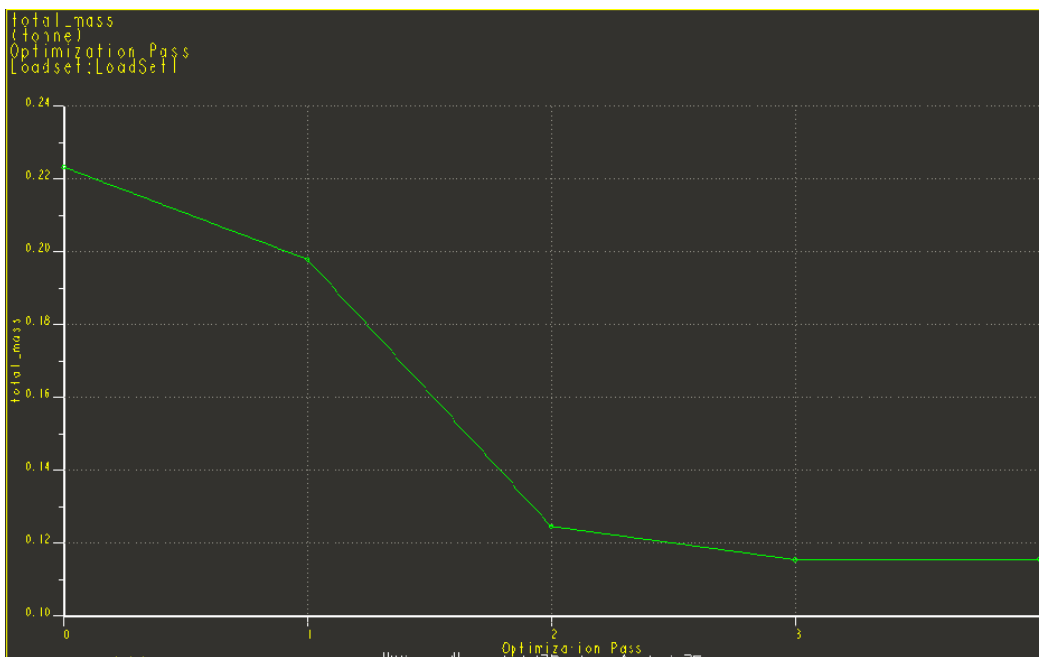
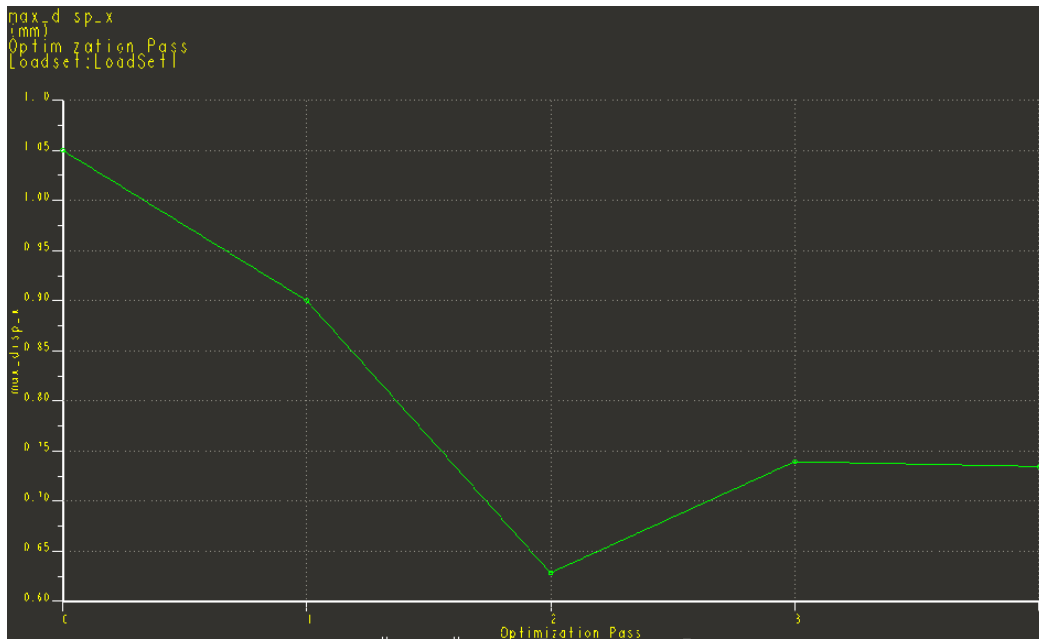


Πατάμε *Done / Return* και ανοίγουμε ένα νέο παράθυρο ανάλυσης, όπου ορίζουμε τον τύπο της ανάλυσης σε *Optimization*, θέτουμε ως στόχο (*goal*) την **ελαχιστοποίηση του όγκου** και ως όρια (*limits*) **η μέγιστη τάση von\_Mises να μην υπερβαίνει την τιμή 500 N/mm<sup>2</sup> και η μέγιστη μετατόπιση στον άξονα X να μην ξεπερνά την τιμή 0.9 mm**. Ενεργοποιούμε και τις **4 παραμέτρους** και πατάμε *Ok* και *Start*.

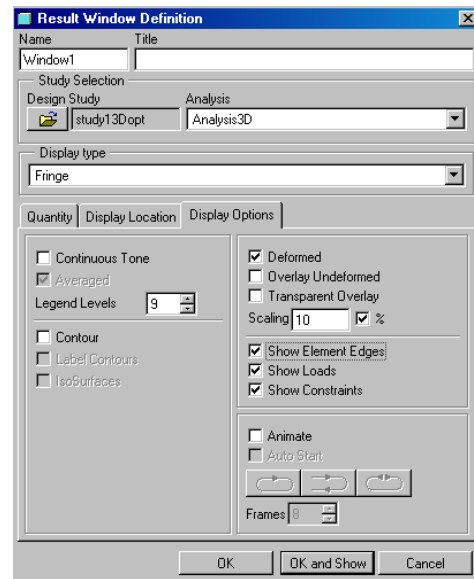
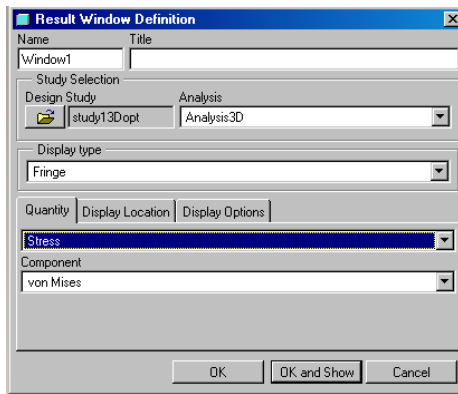


Όταν ολοκληρωθεί η διαδικασία, από το παράθυρο των αποτελεσμάτων καθορίζουμε 3 γραφήματα ανάμεσα στην **μέγιστη τάση von\_Mises**, την **μέγιστη μετατόπιση** στον άξονα X, το **συνολικό όγκο** και τις δοκιμές βελτιστοποίησης. Παρακάτω εμφανίζονται με σειρά τα 3 γραφήματα, όπου παρατηρούμε ότι πληρούνται οι περιορισμοί και ο στόχος που τέθηκαν.

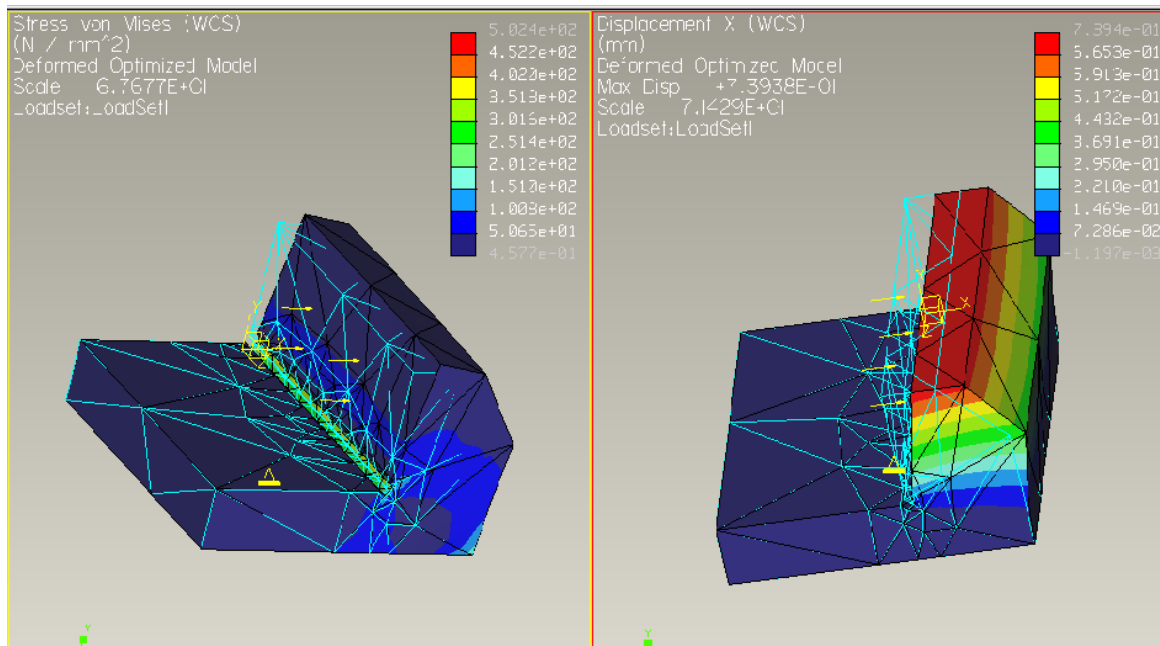




Τέλος, ζητάμε να εμφανιστεί το *Optimum* μοντέλο μας με τις τιμές για την τάση *von\_Mises* και για τη μετατόπιση κατά *X*. Στην καρτέλα *Display Options* τοσκάρουμε τις επιλογές *Deformed* και *Show Element Edges* για να έχουμε καλύτερη εικόνα των αποτελεσμάτων.



Παρατηρούμε ότι έχει μειωθεί αισθητά ο συνολικός όγκος του μοντέλου, ενώ ταυτόχρονα ικανοποιούνται και οι συνθήκες που θέσαμε.





## **Βιβλιογραφία**

1. Πασχάλης Κ. Γκότσης, Πεπερασμένα Στοιχεία, Ζήτη, Θεσ/νίκη 2005
2. Γ. Ι. Τσαμασφύρος, Ε. Ε. Θεοδοκόγλου, Η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων I, Συμμετρία, Αθήνα 2005
3. Μ. Παπαδρακάκης, Ανάλυση φορέων με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων, Παπασωτηρίου, Αθήνα 2001
4. K. Bathe, Finite element procedures, Prentice - Hall International, inc, 1996
5. Vince Adams, Abraham Askenazi, Building better products with finite element analysis, Onword Press, 1999
6. Garret N. Vandeplats, Numerical Optimization for engineering design with Applications, McGraw - Hill book Company, 1984
7. R.T. Haftka, Z. Gurdal, Elements of Structural Optimization, Kluwer Academic Publishers, 1991
8. Π. Α. Βουθούνης, Μηχανική παραμορφώσιμου στερεού I - ασκήσεις, Αθήνα 2002
9. Π. Α. Βουθούνης, Τεχνική Μηχανική - Αντοχή των Υλικών, Αθήνα 1999
10. P. Papanikos, Mechanics of mixed mode fatigue behavior of cold worked adjacent holes, Ph.D. thesis, Toronto 1997
11. S. A. Meguid, C. L. Shen, On the elastic Fields of interacting defnese and main hole systems, International journal of Mechanical Sciences, 34(1), p.p. 17-29, 1992