



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

**Ελλείμματα και Πλεονάσματα σε Συνταξιοδοτικά
Σχήματα**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

ΑΚΡΙΑ ΚΡΥΣΤΑΛΛΙΑΣ

Υπεύθυνος Καθηγητής: Κωνσταντινίδης Δημήτριος

Σάμος, Σεπτέμβριος 2008



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Η τριμελής επιτροπή διδασκόντων εγκρίνει τη διπλωματική εργασία με τίτλο
«Ελλείμματα και Πλεονάσματα σε Συνταξιοδοτικά Σχήματα»
της
Ακρίδα Κρυσταλλίας

Κωνσταντινίδης Δημήτριος, Επίκουρος Καθηγητής
Τμήμα Στατιστικής και Αναλογιστικών
Χρηματοοικονομικών Μαθηματικών

Ξανθόπουλος Στέλιος, Επίκουρος Καθηγητής
Τμήμα Στατιστικής και Αναλογιστικών
Χρηματοοικονομικών Μαθηματικών

Οικονόμου Μαρία, Διδάσκουσα βάσει του Π.Δ. 407/80
Τμήμα Στατιστικής και Αναλογιστικών
Χρηματοοικονομικών Μαθηματικών

Σάμος, Σεπτέμβριος 2008

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ ιδιαίτερα την κα Οικονόμου Μαρία, διδάσκουσα του Τμήματος Στατιστικής και Αναλογιστικών Χρηματοοικονομικών Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αιγαίου για την υποστήριξη, την καθοδήγηση και τη συνεχή συνεργασία κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας.

Περίληψη

Τα τελευταία χρόνια ο αριθμός των ιδιωτικών προγραμμάτων ομαδικού χαρακτήρα ολοένα και αυξάνεται. Το 88% του ελληνικού πληθυσμού πιστεύει ότι οι συντάξεις που δίνονται είναι πολύ χαμηλές. Το 84% δε γνωρίζει το ποσό της σύνταξης που του αναλογεί λόγω της ταχείας αλλαγής των σχετικών νόμων. Το 76% θεωρεί ότι τα χρήματα που δίνονται στα ταμεία κοινωνικής ασφάλισης είναι πολλά σε σχέση με τη σύνταξη που θα του αποδοθεί. Τέλος το 70% εκτιμά ότι αν έδινε σε ιδιωτική ασφαλιστική εταιρεία το ποσό που πληρώνει στο ταμείο κοινωνικής ασφάλισης, θα ελάμβανε καλύτερες παροχές.

Για το λόγο αυτό τα τελευταία χρόνια υπάρχει μεγάλη προσφορά σε ιδιωτικά ομαδικά συνταξιοδοτικά σχήματα. Στα σχήματα αυτά, προκειμένου να σωρευτεί σταδιακά το κεφάλαιο που χρειάζεται για τις συνταξιοδοτικές παροχές καταβάλλονται κάθε χρόνο εισφορές. Δεδομένου ότι η διάρκεια ενός πλάνου είναι μεγάλη, για τον υπολογισμό των εισφορών πρέπει να ορίζονται αναλογιστικές υποθέσεις. Κάποιες φορές στη διάρκεια του πλάνου υπάρχουν αποκλίσεις των αναλογιστικών υποθέσεων από την πραγματικότητα με αποτέλεσμα τη δημιουργία ελλειμμάτων ή πλεονασμάτων τα οποία πρέπει να αποσβεστούν.

Η συγκεκριμένη εργασία μελετά τις δύο πλέον διαδεδομένες μεθόδους απόσβεσης ελλειμμάτων και πλεονασμάτων. Στόχος αυτής της διπλωματικής είναι:

- να διερευνήσει τα κύρια αίτια που προκαλούν τα τυχόντα ελλείμματα ή πλεονάσματα
- να μελετήσει την εξέλιξη ενός συνταξιοδοτικού σχήματος θεωρώντας τις διαφορετικές μεθόδους απόσβεσης
- να συγκρίνει την εξέλιξη των βασικών αναλογιστικών μεγεθών ενός συνταξιοδοτικού πλάνου θεωρώντας τις διαφορετικές μεθόδους απόσβεσης.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	4
Περίληψη	5
Περιεχόμενα.....	6
Περιεχόμενα πινάκων	8
Περιεχόμενα διαγραμμάτων.....	11
Κεφάλαιο 1 - Εισαγωγή	15
1.1 Εισαγωγικά	15
1.2 Σκοπός της εργασίας.....	15
1.3 Μεθοδολογία.....	16
1.4 Περιγραφή κεφαλαίων	17
1.5 Τυπολόγιο	18
1.6 Ορισμοί	19
Κεφάλαιο 2 – Ανάπτυξη συνταξιοδοτικού πλάνου.....	21
2.1 Σχεδιασμός ενός συνταξιοδοτικού πλάνου.....	21
2.2 Ποσό παροχής.....	21
2.3 Αναλογιστικές μέθοδοι κοστολόγησης.....	22
2.4 Ελλείμματα και πλεονάσματα (Gains and Losses).....	24
2.4.1 Απόδοση επενδύσεων	25
2.4.2 Συνταξιοδότηση	25
2.4.3 Αποχώρηση	26
2.4.4 Αύξηση αποδοχών	27
2.4.5 Θνησιμότητα	28
2.5 Πρόσθετη υποχρέωση.....	28
2.6 Μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση.....	30
2.7 Μέθοδοι απόσβεσης ελλειμμάτων και πλεονασμάτων.....	30
2.7.1 Spread Method	31
2.7.2 Amortization of Losses Method.....	32
Κεφάλαιο 3 - Μελέτη ενός πλάνου θεωρώντας κάθε μέθοδο απόσβεσης	33
3.1 Δημιουργία ενός συνταξιοδοτικού πλάνου.....	33

3.2 Σύγκριση των μεθόδων απόσβεσης	35
3.3 Διαφορετική προσέγγιση της amortization of losses method	43
Κεφάλαιο 4 – Σενάρια ευαισθησίας υποθέσεων.....	46
4.1 Πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ίση με τη μονάδα.....	46
4.2 Απόκλιση του πραγματικού επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων από αυτό που έχει υποτεθεί.....	53
4.3 Απόκλιση του πραγματικού επιτοκίου αύξησης αποδοχών από αυτό που έχει υποτεθεί.....	56
4.4 Υπόθεση θανάτου πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης	59
4.5 Υπόθεση θανάτου μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης	65
Κεφάλαιο 5 - Συμπεράσματα	68
Κεφάλαιο 6 – Περαιτέρω Διερεύνηση.....	71
Παράρτημα I	72
Παράρτημα II.....	74
Παράρτημα III	76
Παράρτημα IV.....	78
Παράρτημα V	80
Παράρτημα VI.....	87
Βιβλιογραφία	93

Περιεχόμενα πινάκων

Πίνακας 3.1: Δεδομένα ασφαλισμένων	34
Πίνακας 3.2: Ο απόλυτος μέσος όρος της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας τη spread method και την amortization of losses method....	40
Πίνακας 3.3: Ρυθμός εξέλιξης των εισφορών θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης τα πρώτα 13 χρόνια	42
Πίνακας 3.4: Η διαφορά της περιουσίας κάτω από τις δύο προσεγγίσεις της amortization of losses method στην απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης	44
Πίνακας 4.1: Η πορεία της AL υπό την υπόθεση της θνησιμότητας και υπό την υπόθεση της πιθανότητας επιβίωσης μέχρι τα 65 ίση με τη μονάδα.....	47
Πίνακας 4.2: Η μέση τιμή της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης όταν υποθέτουμε ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ισούται με τη μονάδα.....	50
Πίνακας 4.3: Ο μέσος όρος των μεγεθών της αναλογιστικής υποχρέωσης, της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης με και χωρίς την υπόθεση ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 είναι μονάδα.....	52
Πίνακας 4.4: Σύγκριση της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά την αύξηση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων κατά μία μονάδα	53
Πίνακας 4.5: Ποσοστιαίες μεταβολές της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά την αύξηση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων κατά μία μονάδα	54
Πίνακας 4.6: Οι μεταβολές στη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση σε διάφορες χρονικές στιγμές θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης.....	55
Πίνακας 4.7: Σύγκριση της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά την μείωση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων κατά μία μονάδα	55
Πίνακας 4.8: Ποσοστιαίες μεταβολές της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά τη μείωση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων κατά μία μονάδα	56

Πίνακας 4.9: Σύγκριση της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά την αύξηση του επιτοκίου αύξησης αποδοχών κατά μία μονάδα	57
Πίνακας 4.10: Ποσοστιαίες μεταβολές της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά την αύξηση του επιτοκίου αύξησης αποδοχών κατά μία μονάδα	57
Πίνακας 4.11: Σύγκριση της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά τη μείωση του επιτοκίου αύξησης αποδοχών κατά μία μονάδα	58
Πίνακας 4.12: Ποσοστιαίες μεταβολές της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά τη μείωση του επιτοκίου αύξησης αποδοχών κατά μία μονάδα	58
Πίνακας 1: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης σε σχέση με την περιουσία κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου	72
Πίνακας 2: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου	73
Πίνακας 3: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης σε σχέση με την περιουσία κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου, όταν η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 είναι ίση με τη μονάδα.....	74
Πίνακας 4: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου όταν η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 είναι ίση με τη μονάδα.....	75
Πίνακας 5: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης σε σχέση με την περιουσία κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης	76
Πίνακας 6: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης	77
Πίνακας 7: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης σε σχέση με την περιουσία κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου όταν συμβαίνει θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης.....	78
Πίνακας 8: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου όταν συμβαίνει θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης.....	79
Πίνακας 9: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης και της περιουσίας θεωρώντας την amortization of losses method και την spread method στη διάρκεια του πλάνου χρησιμοποιώντας τον ελβετικό πίνακα θνησιμότητας.....	84

Πίνακας 10: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών θεωρώντας την amortization of losses method και την spread method στη διάρκεια του πλάνου χρησιμοποιώντας τον ελβετικό πίνακα θνησιμότητας 84

Πίνακας 11: Η εξέλιξη των εισφορών τα 20 πρώτα χρόνια του πλάνου κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης χρησιμοποιώντας τους δύο διαφορετικούς πίνακες θνησιμότητας 85

Πίνακας 12: η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης τα πρώτα 48 χρόνια του πλάνου κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης χρησιμοποιώντας τους δύο διαφορετικούς πίνακες θνησιμότητας..... 86

Πίνακας 13: Η εξέλιξη της περιουσίας θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 και 10 χρόνια..... 90

Πίνακας 14: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 και 10 χρόνια 91

Πίνακας 15: Η εξέλιξη των εισφορών θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 και 10 χρόνια..... 92

Περιεχόμενα διαγραμμάτων

Διάγραμμα 2.1: Μέθοδοι κοστολόγησης.....	24
Διάγραμμα 2.2: Μέθοδοι απόσβεσης	31
Διάγραμμα 3.1: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη λήξη του.....	35
Διάγραμμα 3.2: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη λήξη του.....	36
Διάγραμμα 3.3: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη συνταξιοδότηση και του τελευταίου συμμετέχοντος.....	36
Διάγραμμα 3.4: Η εξέλιξη της περιουσίας σύμφωνα με τις δύο μεθόδους απόσβεσης σε σχέση με την εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης.....	37
Διάγραμμα 3.5: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη λήξη του.....	39
Διάγραμμα 3.6: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη συνταξιοδότηση και του τελευταίου συμμετέχοντα.....	39
Διάγραμμα 3.7: Η εξέλιξη των εισφορών όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη λήξη του.....	41
Διάγραμμα 3.8: Η εξέλιξη των εισφορών όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη συνταξιοδότηση και του τελευταίου συμμετέχοντα	41
Διάγραμμα 3.9: Η εξέλιξη της περιουσίας κάτω από την προσέγγιση (1) (F' amort) και κάτω από την προσέγγιση (2) (F amort) της amortization of losses method για την απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης τα 10 πρώτα χρόνια του πλάνου.....	45
Διάγραμμα 3.10: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης κάτω από την προσέγγιση (1) (ual' amort) και κάτω από την προσέγγιση (2) (ual amort) της amortization of losses method για την απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης τα 10 πρώτα χρόνια του πλάνου	45
Διάγραμμα 3.11: Η εξέλιξη των εισφορών κάτω από την προσέγγιση (1) (C' amort) και κάτω από την προσέγγιση (2) (C amort) της amortization of losses method για την απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης τα 10 πρώτα χρόνια του πλάνου.....	45

Διάγραμμα 4.1: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν υποθέτουμε (TAL no mort) και όταν όχι (TAL mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 ισούται με τη μονάδα.....	46
Διάγραμμα 4.2: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method όταν υποθέτουμε (F amort no mort) και όταν όχι (F amort mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι ίση με τη μονάδα.....	48
Διάγραμμα 4.3: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν αποσβένουμε θεωρώντας την spread method όταν υποθέτουμε (F spread no mort) και όταν όχι (F spread mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι ίση με τη μονάδα.....	48
Διάγραμμα 4.4: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την amortization of losses method όταν υποθέτουμε (ual amort no mort) και όταν όχι (ual amort mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι ίση με τη μονάδα	49
Διάγραμμα 4.5: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την spread method όταν υποθέτουμε (ual spread no mort) και όταν όχι (ual spread mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι ίση με τη μονάδα....	49
Διάγραμμα 4.6: Η εξέλιξη του ποσού των εισφορών κάτω από την amortization of losses method όταν υποθέτουμε (C amort no mort) και όταν όχι (C amort mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ισούται με τη μονάδα	51
Διάγραμμα 4.7: Η εξέλιξη του ποσού των εισφορών κάτω από την spread method όταν υποθέτουμε (C spread no mort) και όταν όχι (C spread mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ισούται με τη μονάδα	51
Διάγραμμα 4.8: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (TAL (2)) και όταν δεν συμβαίνει (TAL) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης	59
Διάγραμμα 4.9: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν συμβαίνει (F amort (2)) και όταν δεν συμβαίνει (F amort) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την amortization of losses method.....	60
Διάγραμμα 4.10: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν συμβαίνει (F spread (2)) και όταν δεν συμβαίνει (F spread) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την spread method.....	60
Διάγραμμα 4.11: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method και την amortization of losses method όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης.....	61
Διάγραμμα 4.12: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (ual amort (2)) και όταν δεν συμβαίνει (ual amort) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την amortization of losses method ..	61
Διάγραμμα 4.13: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (ual spread (2)) και όταν δεν συμβαίνει (ual spread) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την spread method.....	62

Διάγραμμα 4.14: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method και την amortization of losses method όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης.....	62
Διάγραμμα 4.15: Η εξέλιξη των εισφορών όταν συμβαίνει (C amort (2)) και όταν δεν συμβαίνει (C amort) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την amortization of losses method	63
Διάγραμμα 4.16: Η εξέλιξη των εισφορών όταν συμβαίνει (C spread (2)) και όταν δεν συμβαίνει (C spread) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την spread method.....	63
Διάγραμμα 4.17: Η εξέλιξη των εισφορών όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method και την amortization of losses method όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης.....	64
Διάγραμμα 4.18: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (TAL (3)) και όταν δεν συμβαίνει (TAL) θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης.....	65
Διάγραμμα 4.19: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν συμβαίνει (F amort (3)) και όταν δεν συμβαίνει (F amort) θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την amortization of losses method	66
Διάγραμμα 4.20: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν συμβαίνει (F spread (3)) και όταν δεν συμβαίνει (F spread) θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την spread method.....	66
Διάγραμμα 4.21: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (ual amort (3)) και όταν δεν συμβαίνει (ual amort) θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την amortization of losses method ..	66
Διάγραμμα 4.22: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (ual spread (3)) και όταν δεν συμβαίνει (ual spread) θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την spread method.....	67
Διάγραμμα 1: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης χρησιμοποιώντας τον γαλλικό πίνακα θνησιμότητας (TAL) και τον ελβετικό (TAL').....	80
Διάγραμμα 2: Η εξέλιξη της περιουσίας θεωρώντας την amortization of losses method χρησιμοποιώντας τον γαλλικό (F amort) και τον ελβετικό (F' amort) πίνακα θνησιμότητας	81
Διάγραμμα 3: Η εξέλιξη της περιουσίας θεωρώντας την spread method χρησιμοποιώντας τον γαλλικό (F spread) και τον ελβετικό (F' spread) πίνακα θνησιμότητας	81
Διάγραμμα 4: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την amortization of losses method χρησιμοποιώντας τον γαλλικό (ual amort) και τον ελβετικό (ual' amort) πίνακα θνησιμότητας.....	82

Διάγραμμα 5: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την spread method χρησιμοποιώντας τους τον γαλλικό (ual spread) και τον ελβετικό (ual' spread) πίνακα θνησιμότητας	82
Διάγραμμα 6: Η εξέλιξη των εισφορών θεωρώντας την amortization of losses method χρησιμοποιώντας τον γαλλικό (C amort) και τον ελβετικό (C' amort) πίνακα θνησιμότητας	82
Διάγραμμα 7: Η εξέλιξη των εισφορών θεωρώντας την spread method χρησιμοποιώντας τον γαλλικό (C spread) και τον ελβετικό (C' spread) πίνακα θνησιμότητας	83
Διάγραμμα 8: Η εξέλιξη της περιουσίας θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια (F amort) και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 (F spread) και 10 (F' spread) χρόνια.....	88
Διάγραμμα 9: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια (ual amort) και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 (ual spread) και 10 (ual' spread) χρόνια	89
Διάγραμμα 10: Η εξέλιξη των εισφορών θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια (C amort) και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 (C spread) και 10 (C' spread) χρόνια.....	89

Κεφάλαιο 1 - Εισαγωγή

1.1 Εισαγωγικά

Η πλειονότητα των Ελλήνων αμφιβάλλει ότι οι εγχώριοι φορείς κοινωνικής ασφάλισης θα μπορέσουν στο μέλλον να παρέχουν επαρκείς συντάξεις. Παράλληλα, θεωρεί ότι η παροχή σύνταξης μέσα από ομαδικά ασφαλιστικά προγράμματα ιδιωτικού χαρακτήρα αποτελεί την πιο πρόσφορη λύση για τη συμπλήρωση του εισοδήματός τους κατά την ηλικία συνταξιοδότησης.

Τα ομαδικά συνταξιοδοτικά πλάνα, παρέχονται από μεγάλες επιχειρήσεις στο προσωπικό τους καθώς και από αρμόδιους επαγγελματικούς φορείς. Στόχος ενός ομαδικού συνταξιοδοτικού πλάνου είναι να παράσχει στα μέλη του κάποιο ποσό σύνταξης κατά την αποχώρησή τους από την ενεργό υπηρεσία. Οι αποδόσεις των εισφορών που πραγματοποιούνται, ενισχύουν την δημιουργία κεφαλαίου, το οποίο θα καταβληθεί στους ασφαλισμένους όταν αποχωρήσουν από την ενεργό υπηρεσία με τη μορφή σύνταξης.

1.2 Σκοπός της εργασίας

Η παρούσα διπλωματική παρουσιάζει τις μεθόδους απόσβεσης ελλειμμάτων και πλεονασμάτων (spread method και amortization of losses method). Έλλειμμα σε ένα πλάνο δημιουργείται όταν η αναλογιστική υποχρέωση του πλάνου είναι μεγαλύτερης αξίας από την περιουσία αυτού. Όταν η περιουσία είναι μεγαλύτερη της αναλογιστικής υποχρέωσης, δημιουργείται πλεόνασμα. Μελετάται η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης, της περιουσίας και των εισφορών

ενός πλάνου, σε ομαδικά συνταξιοδοτικά προγράμματα καθορισμένης παροχής, θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης.

Στόχος είναι η σύγκριση των μεθόδων απόσβεσης ελλειμμάτων και πλεονασμάτων. Είναι επίσης βασικό να δούμε πως επηρεάζονται τα μεγέθη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης, της περιουσίας και των εισφορών όταν η πραγματικότητα σε δεδομένο χρόνο έρχεται να ανατρέψει κάποια παράμετρο από τις αναλογιστικές υποθέσεις, όπως για παράδειγμα αν σημειωθεί ή όχι κάποιος θάνατος ή μεταβληθεί κάποιο επιτόκιο (επιτόκιο αύξησης αποδοχών ή επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων).

1.3 Μεθοδολογία

Μελετάμε την πορεία ενός συνταξιοδοτικού πλάνου που αποσβένει ετήσια ελλείμματα και πλεονάσματα θεωρώντας τις μεθόδους απόσβεσης spread method και amortization of losses method. Πιο συγκεκριμένα μελετάμε την εξέλιξη της περιουσίας, των εισφορών και της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης από την αρχή ενός πλάνου μέχρι τη λήξη του. Λήξη ενός συνταξιοδοτικού πλάνου είναι η χρονική στιγμή που αποβιώνει και ο τελευταίος δικαιούχος παροχής από το πλάνο.

Για την ανάλυση υποθέτουμε ότι το πλάνο αποτελείται από μία κλειστή ομάδα τριών ατόμων. Με τον όρο κλειστή ομάδα εννοούμε ότι αυτή δεν ανανεώνεται με είσοδο νέων μελών. Η αναλογιστική μελέτη γίνεται σε βάθος χρόνου, για αυτό το λόγο κάνουμε κάποιες παραδοχές. Οι παραδοχές που κάνουμε είναι οι αναλογιστικές υποθέσεις. Αρχικά, θεωρούμε ότι κατά τη διάρκεια των ετών δεν υπάρχουν αποκλίσεις στις αναλογιστικές υποθέσεις από την πραγματικότητα.

Στη συνέχεια εξετάζεται η επίδραση διάφορων παραμέτρων στα μεγέθη που μελετάμε, δηλαδή στην αναλογιστική υποχρέωση, στην περιουσία, στη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση και στις εισφορές. Πιο αναλυτικά υποθέτουμε διαδοχικά ότι η πιθανότητα να επιβιώσει κάποιος μέχρι τα 65 ισούται με τη μονάδα, ότι συμβαίνει θάνατος πριν και μετά την ηλικία κανονικής

συνταξιοδότησης, και τέλος ότι υπάρχουν τυχόν αποκλίσεις του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων και του επιτοκίου αύξησης αποδοχών.

1.4 Περιγραφή κεφαλαίων

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή και παρουσιάζεται το τυπολόγιο και οι ορισμοί των βασικών μεγεθών.

Στο δεύτερο κεφάλαιο κάνουμε μία περιγραφή των αναλογιστικών μεθόδων κοστολόγησης. Επίσης γίνεται εκτενής περιγραφή των παραγόντων που δημιουργούν ελλείμματα και πλεονάσματα καθώς και των μεθόδων με τις οποίες εργαζόμαστε για την απόσβεση αυτών, spread method και amortization of losses method.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται η σύγκριση των μεθόδων απόσβεσης που χρησιμοποιήθηκαν για την απόσβεση των ελλειμμάτων και των πλεονασμάτων. Συγκρίνουμε την εξέλιξη της περιουσίας, του ποσού των εισφορών και του ποσού της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν για την απόσβεση θεωρούμε την spread method και όταν θεωρούμε την amortization of losses method.

Στο τέταρτο κεφάλαιο συγκρίνουμε την εξέλιξη των μεγεθών της αναλογιστικής υποχρέωσης, της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών όταν υποθέτουμε ή όχι ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 ισούται με τη μονάδα. Έπειτα θεωρούμε ότι για ένα έτος, το πραγματικό επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων καθώς και το πραγματικό επιτόκιο αύξησης αποδοχών αποκλίνουν από τα επιτόκια που έχουμε υποθέσει. Τέλος μελετάμε τις επιπτώσεις που έχει στο πλάνο κάποιος θάνατος που πραγματοποιείται πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης και μετά από αυτή.

Στο πέμπτο κεφάλαιο καταγράφονται τα συμπεράσματα της εργασίας και στο έκτο αναφερόμαστε σε θέματα περαιτέρω διερεύνησης που απορρέουν από την εργασία αυτή.

1.5 Τυπολόγιο

- e : ηλικία εισόδου στο πλάνο
- a : ηλικία κατά την έναρξη του πλάνου
- x : ηλικία κατά την ημερομηνία αποτίμησης του πλάνου
- r : ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης
- l_x : αριθμός επιζώντων στην ηλικία x
- $D_x = v^x \cdot l_x$
- $N_x = \sum_{t=x}^{\omega} D_t$
- i : επιτόκιο προεξόφλησης
- s : επιτόκιο αύξησης αποδοχών
- k : επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων
- $v = \frac{1}{1+i}$: συντελεστής προεξόφλησης
- j : ποσοστό επί των αποδοχών
- S_x : ετήσιες αποδοχές ατόμου ηλικίας x
- pvS_x : παρούσα αξία μελλοντικών αποδοχών ατόμου ηλικίας x
- NC : κανονικό κόστος (normal cost)
- TNC : συνολικό κανονικό κόστος (total normal cost)
- AL : αναλογιστική υποχρέωση (actuarial liability)
- TAL : συνολική αναλογιστική υποχρέωση (total actuarial liability)
- UAL : μη χρηματοδοτούμενη αναλογιστική υποχρέωση (unfunded actuarial liability)
- B : παροχή (benefit)
- DB : παροχές θανάτου
- C : εισφορά (contribution)
- F : λογαριασμός κατάθεσης ασφαλιστρών, περιουσία (fund)
- I : τόκος επενδύσεων
- $pvFB$: παρούσα αξία μελλοντικών παροχών
- $pvFNC$: παρούσα αξία μελλοντικού κανονικού κόστους

- SL : πρόσθετη υποχρέωση (supplemental liability)
- SC : πρόσθετο κόστος (supplemental cost)
- $\ddot{a}_x^{(12)}$: ισόβια ράντα ασφαλισμένου ηλικίας x καταβαλλόμενη 12 φορές ετησίως
- $\ddot{a}_{x:\overline{r-x}|}^s$: πρόσκαιρη ράντα ασφαλισμένου ηλικίας x καταβαλλόμενη για r-x έτη στον υπολογισμό της οποίας λαμβάνεται υπόψη η μελλοντική αύξηση αποδοχών
- $e_x = \sum_{k=0}^{\omega} p_x$: προσδόκιμο επιβίωσης

1.6 Ορισμοί

- Κανονικό Κόστος – Normal Cost

Το υποδεικνυόμενο επίπεδο χρηματοδότησης ενός συνταξιοδοτικού πλάνου το οποίο βασίζεται στην αναλογιστική μέθοδο κοστολόγησης η οποία χρησιμοποιείται στην αποτίμηση. Υπολογίζεται προκειμένου να χρηματοδοτηθεί η παρούσα αξία των μελλοντικών παροχών κατά τη διάρκεια της ενεργούς υπηρεσίας του ασφαλισμένου. Με άλλα λόγια είναι το κόστος των παροχών που σωρεύεται κατά το τρέχον έτος.

- Αναλογιστική Υποχρέωση – Actuarial Liability

Η παρούσα αξία των παροχών η οποία έχει θεμελιωθεί για τον συμμετέχοντα στο πλάνο τη στιγμή της αναλογιστικής αποτίμησης.

- Μη χρηματοδοτημένη Αναλογιστική Υποχρέωση – Unfunded Actuarial Liability

Είναι η διαφορά μεταξύ αναλογιστικής υποχρέωσης του συνταξιοδοτικού πλάνου (συμπεριλαμβανομένων δηλαδή όλων των ενεργών και συνταξιούχων μελών), και της παρουσίας αυτού κατά τη στιγμή της αναλογιστικής αποτίμησης.

- Παρούσα Αξία Μελλοντικών Παροχών – Present Value of Future Benefits

Η υποχρέωση που σχετίζεται με το σύνολο των μελλοντικών παροχών όλων των συμμετεχόντων στο συνταξιοδοτικό πλάνο.

- Πρόσθετη Υποχρέωση – Supplemental Liability

Η διαφορά στο ύψος της αναλογιστικής υποχρέωσης μεταξύ του προοπτικού και του αναδρομικού τρόπου υπολογισμού αυτής.

- Εισφορά – Contribution

Το επίπεδο εισφοράς για ένα χρόνο είναι η αναλογιστική αξία τμήματος της συνολικής συνταξιοδοτικής παροχής που καθορίζεται στο χρόνο που ακολουθεί την ημερομηνία αποτίμησης.

- Λογαριασμός κατάθεσης ασφαλίσεων – Fund

Είναι η περιουσία του πλάνου. Η περιουσία αυξάνεται από τις εισφορές και τις αποδόσεις επενδύσεων και μειώνεται από τις παροχές

Κεφάλαιο 2 – Ανάπτυξη συνταξιοδοτικού πλάνου

2.1 Σχεδιασμός ενός συνταξιοδοτικού πλάνου

Τα συνταξιοδοτικά πλάνα διακρίνονται σε:

- Πλάνα καθορισμένης εισφοράς (defined contribution plans)
- Πλάνα καθορισμένης παροχής (defined benefits plans)

Στα πλάνα καθορισμένης εισφοράς, καθορίζεται ένα συγκεκριμένο ποσό εισφοράς το οποίο αποταμιεύεται ετησίως για κάθε συμμετέχοντα στο πλάνο. Το ποσό αυτό υπολογίζεται συνήθως ως ποσοστό επί των αποδοχών. Όταν ο συμμετέχων στο πλάνο φτάσει στην ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης, θα του αποδοθεί το ποσό που έχει σωρευτεί.

Στα πλάνα καθορισμένης παροχής, η παροχή του εργαζομένου κατά τη συνταξιοδότηση καθορίζεται από την αρχή. Συνήθως εξαρτάται από τα έτη συνολικής υπηρεσίας του εργαζόμενου και από τις παροχές του.

Δηλαδή στα πλάνα καθορισμένης εισφοράς γνωρίζουμε το ποσό της εισφοράς αλλά όχι το ποσό της τελικής παροχής, ενώ στα πλάνα καθορισμένης παροχής γνωρίζουμε το ποσό της τελικής παροχής αλλά όχι το ποσό της εισφοράς.

2.2 Ποσό παροχής

Υπάρχουν δύο είδη παροχών. Στο πρώτο είδος ανήκουν οι παροχές που βασίζονται σε σταθερό μηνιαίο ποσό. Στο δεύτερο είδος ανήκουν οι παροχές που είναι συναρτήσει των αποδοχών του εργαζόμενου. Δηλαδή μπορεί να ορίζονται ως ποσοστό των τελικών αποδοχών ή ως ποσοστό του μέσου όρου των αποδοχών της

συνολικής ενεργούς υπηρεσίας ή των τελευταίων ετών προϋπηρεσίας (συνήθως 3 ή 5).

2.3 Αναλογιστικές μέθοδοι κοστολόγησης

Οι μέθοδοι κοστολόγησης εφαρμόζονται προκειμένου να σωρευτεί σταδιακά το κεφάλαιο που χρειάζεται για τη συνταξιοδοτική παροχή κάθε μέλους. Οι μέθοδοι διακρίνονται σε:

- Ατομικές μεθόδους κοστολόγησης (individual methods)
- Αθροιστικές μεθόδους κοστολόγησης (aggregate methods)

Σύμφωνα με τις ατομικές μεθόδους κοστολόγησης, το κόστος υπολογίζεται για κάθε συμμετέχοντα ξεχωριστά και στη συνέχεια αθροίζεται για να βρούμε το συνολικό κόστος του πλάνου. Στις ατομικές μεθόδους κοστολόγησης κατατάσσονται οι εξής μέθοδοι: η Traditional Unit Credit και η Projected Unit credit, όπου είναι μέθοδοι συσσωρευμένης παροχής (accrued methods), και η Entry Age Normal (Level Dollar), η Entry Age Normal (level percent) και η Individual Level Premium οι οποίες είναι μέθοδοι προβεβλημένης παροχής (projected methods).

Οι ατομικές μέθοδοι συσσωρευμένης παροχής εξετάζουν το κόστος των παροχών που σωρεύεται κατά το τρέχον έτος και το κόστος των παροχών που έχουν σωρευτεί από την έναρξη του πλάνου μέχρι την ημερομηνία αποτίμησης. Οι ατομικές μέθοδοι προβεβλημένης παροχής εξετάζουν την σώρευση παροχών σε μελλοντικό χρόνο.

Στις αθροιστικές μεθόδους κοστολόγησης το κόστος υπολογίζεται θεωρώντας το σύνολο των μελών ως μια ομάδα. Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν οι εξής μέθοδοι: η Aggregate, η Frozen Initial Liability (Entry Age Normal), και η Frozen Initial Liability (Attained Age Normal).

Στην Aggregate μέθοδο, η απόσβεση ελλειμμάτων και πλεονασμάτων μετακυλιέται στο κόστος ενώ στις Frozen Initial Liability μεθόδους υπολογίζεται το έλλειμμα ή πλεόνασμα ως μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση και

αποσβένεται σταδιακά κάτω από συγκεκριμένες μεθόδους. Στην Aggregate μέθοδο το ετήσιο κανονικό κόστος υπολογίζεται ως εξής:

$$TNC \ddot{a}^s = \sum pvFB - F$$

όπου TNC δηλώνει το συνολικό κανονικό κόστος των συμμετεχόντων, \ddot{a}^s είναι η μέση ράντα για όσα χρόνια εργάζεται ο συμμετέχων στο πλάνο (average working life annuity), $\sum pvFB$ είναι η παρούσα αξία των μελλοντικών παροχών την ημερομηνία αποτίμησης για όλους τους συμμετέχοντες (ενεργούς, συνταξιούχους και αυτούς που αποχώρησαν αλλά έχουν κατοχυρωμένες παροχές) και το F είναι η περιουσία την ημερομηνία αποτίμησης. Η μέση ράντα υπολογίζεται ως εξής:

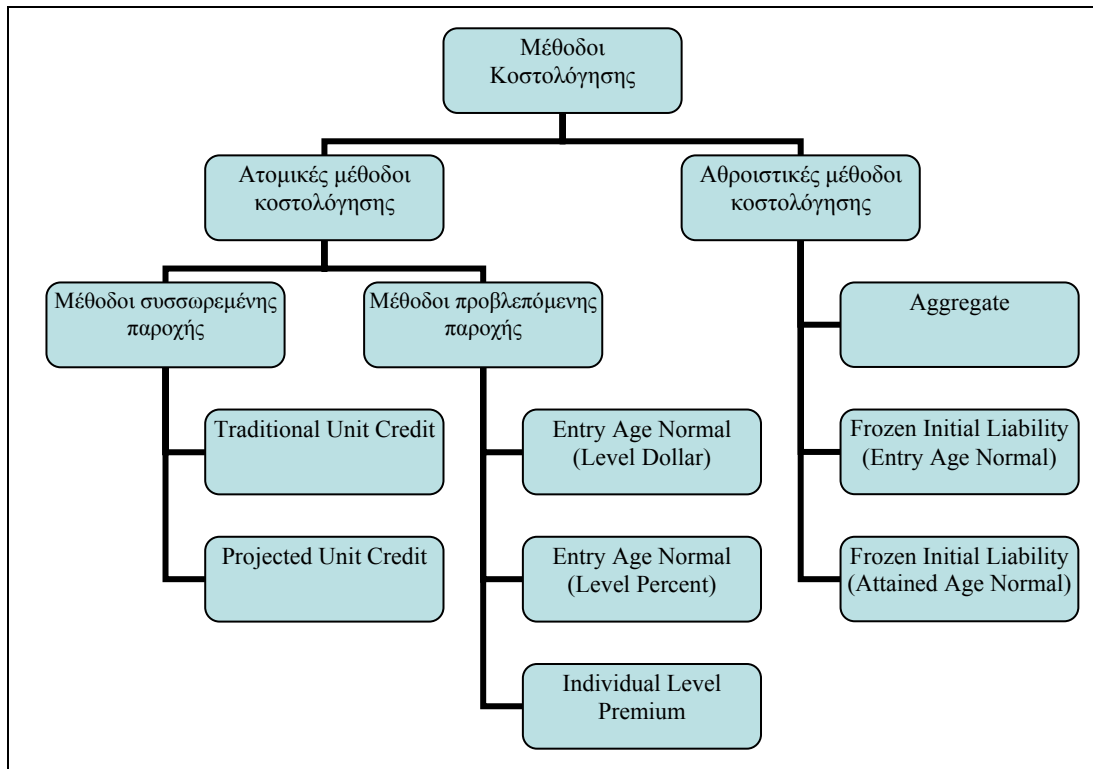
$$\ddot{a}^s = \frac{\sum \left(\frac{{}^sN_x - {}^sN_r}{{}^sD_x} \right) S_x}{\sum S_x} = \frac{\sum pv(\text{μελλοντικών μισθών})}{\text{συνολικοί μισθοί}}$$

Στις Frozen Initial Liability μεθόδους, υπάρχει μία αρχική μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση η οποία αποσβένεται κατά τη διάρκεια του πλάνου ταυτόχρονα με τυχόντα ελλείμματα ή πλεονάσματα που δημιουργούνται. Τα έτη απόσβεσης συνήθως ορίζονται με βάση τη μέση μελλοντική υπηρεσία των συμμετεχόντων στο πλάνο. Η αναλογιστική υποχρέωση σύμφωνα με την Frozen Initial Liability (Entry Age Normal) υπολογίζεται βάσει της μεθόδου Entry Age Normal, ενώ η αναλογιστική υποχρέωση σύμφωνα με την Frozen Initial Liability (Attained Age Normal) υπολογίζεται βάσει της μεθόδου Unit Credit. Στις Frozen Initial Liability μεθόδους το ετήσιο συνολικό κόστος υπολογίζεται ως εξής:

$$TNC \ddot{a}^s = \sum pvFB - UAL - F$$

Η αναλογιστική υποχρέωση και στις ατομικές και στις αθροιστικές μεθόδους κοστολόγησης υπολογίζεται χωριστά για κάθε συμμετέχοντα.

Όλες οι παραπάνω μέθοδοι φαίνονται συνοπτικά στο παρακάτω διάγραμμα.



Διάγραμμα 2.1: Μέθοδοι κοστολόγησης

2.4 Ελλείμματα και πλεονάσματα (*Gains and Losses*)

Ελλείμματα ή πλεονάσματα προκύπτουν κατά την απόκλιση των αναλογιστικών υποθέσεων του πλάνου από την πραγματικότητα. Το έλλειμμα ή το πλεόνασμα μπορεί να προέρχεται από τις αποδόσεις των επενδύσεων και από την αναλογιστική υποχρέωση.

Έλλειμμα ή πλεόνασμα από την αναλογιστική υποχρέωση προκύπτει από απόκλιση κάποιων παραμέτρων όπως, θνησιμότητα, αύξηση αποδοχών, αποχωρήσεις, ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης (μικρότερη ή μεγαλύτερη της αναμενόμενης). Έλλειμμα ή πλεόνασμα από τις επενδύσεις προκύπτει από απόκλιση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων.

2.4.1 Απόδοση επενδύσεων

Το πλεόνασμα από την απόδοση των επενδύσεων συχνά αναφέρονται και ως επενδυτικά κέρδη (interest gains) ή κεφαλαιακά κέρδη (asset gains). Αν η πραγματική απόδοση επενδύσεων ξεπεράσει την αναμενόμενη τότε υπάρχει πλεόνασμα. Αυτό συμβαίνει όταν το πραγματικό επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων είναι μεγαλύτερο από το αναμενόμενο. Σε αντίθετη περίπτωση έχουμε έλλειμμα.

Η περιουσία αυξάνεται από τα έσοδα επενδύσεων και τις εισφορές και μειώνεται από τις παροχές. Η αναμενόμενη επενδυτική απόδοση υπολογίζεται χρησιμοποιώντας το αναμενόμενο επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων, ενώ η πραγματική επενδυτική απόδοση χρησιμοποιώντας το πραγματικό επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων. Δηλαδή η αναμενόμενη και η πραγματική περιουσία την επόμενη χρονιά είναι αντίστοιχα,

$${}^{\text{exp}} F_1 = F_0 + C - {}^{\text{exp}} B + {}^{\text{exp}} I,$$

$${}^{\text{act}} F_1 = F_0 + C - {}^{\text{act}} B + {}^{\text{act}} I$$

2.4.2 Συνταξιοδότηση

Ελλείμματα ή πλεονάσματα μπορεί να οφείλονται είτε σε πρόωρη συνταξιοδότηση (early retirement), είτε σε αναβαλλόμενη συνταξιοδότηση (postponed retirement).

Πρόωρη συνταξιοδότηση (early retirement)

Κάποια πλάνα επιτρέπουν στους συμμετέχοντες να συνταξιοδοτηθούν νωρίτερα της ηλικίας κανονικής συνταξιοδότησης υπό κάποιες προϋποθέσεις. Συνήθως, είναι κάποιο όριο ηλικία συνταξιοδότησης, ή η συμπλήρωση κάποιων ετών

υπηρεσίας ή και τα δύο. Αν ένα άτομο συνταξιοδοτηθεί νωρίτερα, τότε η συντάξιμη παροχή που θα λάβει θα είναι μειωμένη, διότι θα τη λαμβάνει για μεγαλύτερο διάστημα.

Αναβαλλόμενη συνταξιοδότηση (postponed retirement).

Κάποια συνταξιοδοτικά πλάνα επιτρέπουν στους συμμετέχοντες αν θέλουν να συνταξιοδοτηθούν αργότερα από την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης. Αν κάποιος αποφασίσει να συνταξιοδοτηθεί μετά από x χρόνια από την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης, η καταβολή των παροχών θα διαρκέσει x χρόνια λιγότερα.

2.4.3 Αποχώρηση

Εξαιτίας της κινητικότητας στην αγορά εργασίας, συχνή είναι και η οικειοθελής αποχώρηση κάποιων εργαζομένων από την επιχείρηση. Ο μεγαλύτερος/μικρότερος αριθμός οικειοθελών αποχωρήσεων επηρεάζει άμεσα την αναλογιστική υποχρέωση.

Κάποια συνταξιοδοτικά πλάνα επιτρέπουν στους συμμετέχοντες, οι οποίοι έχουν εργασθεί για μεγάλο διάστημα στην επιχείρηση, να αποχωρήσουν έχοντας κατοχυρώσει κάποιο ποσό παροχής (vested benefits). Για παράδειγμα σε συνταξιοδοτικό πλάνο που δίνεται ετήσια παροχή €200 για κάθε χρόνο υπηρεσίας, κατοχυρώνεται το 50% μετά τα πρώτα είκοσι χρόνια υπηρεσίας και το 100% μετά τα τριάντα χρόνια υπηρεσίας.

Σπάνια κατά την αποχώρηση η παροχή συνδέεται με δείκτη για αντιστάθμισμα του πληθωρισμού. Σε πολλές περιπτώσεις η παροχή αποχώρησης, που καθορίζεται από τους όρους του συμβολαίου, αποδίδεται στην ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης του ασφαλισμένου.

2.4.4 Αύξηση αποδοχών

Σε ένα συνταξιοδοτικό πλάνο η υποσχόμενη παροχή ισούται είτε με ένα σταθερό ποσό που σωρεύεται για κάθε έτος υπηρεσίας ή με ποσό το οποίο είναι ποσοστό των αποδοχών. Αν ισχύει η δεύτερη περίπτωση, η παροχή ορίζεται σαν ποσοστό των τελικών αποδοχών, ή του μέσου όρου κάποιων ετών αμέσως πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης.

Οι αποδοχές ακολουθούν μια κλίμακα αυξήσεων. Ανάλογα με το επιτόκιο αύξησης αποδοχών δημιουργούνται ελλείμματα ή πλεονάσματα. Αν για παράδειγμα υποθέσουμε ότι οι αποδοχές αυξάνονται κάθε χρόνο με επιτόκιο s και η παροχή της σύνταξης είναι το 50% των τελικών αποδοχών τότε η αναμενόμενη αναλογιστική υποχρέωση στην ηλικία $x + 1$ είναι:

$${}^{\text{exp}}AL = 0.5 \cdot S_{r-1} \frac{D_r}{D_{x+1}} \ddot{a}_{65}^{(12)} - p\nu NC$$

Αν υποθέσουμε ότι το πραγματικό επιτόκιο αύξησης αποδοχών είναι s' τη χρονιά της αποτίμησης, τότε η πραγματική αναλογιστική υποχρέωση θα είναι:

$${}^{\text{act}}AL' = 0.5 \cdot S'_{r-1} \frac{D_r}{D_{x+1}} \ddot{a}_{65}^{(12)} - p\nu NC',$$

όπου οι αποδοχές και η παρούσα αξία του κανονικού κόστους είναι υπολογισμένα με το πραγματικό επιτόκιο αύξησης αποδοχών. Σε αυτή την περίπτωση το πλεόνασμα (ή έλλειμμα) θα είναι:

$${}^{\text{sal}}G = {}^{\text{exp}}AL - {}^{\text{act}}AL.$$

2.4.5 Θνησιμότητα

Άλλος ένας τρόπος να δημιουργηθεί πλεόνασμα (ή έλλειμμα) σε ένα πλάνο είναι λόγω θνησιμότητας. Ο θάνατος μειώνει τη συνολική αναλογιστική υποχρέωση του πλάνου. Αν το πλάνο δίνει παροχές θανάτου ίσες με iDB και πραγματοποιηθεί θάνατος, τότε το πλεόνασμα (ή έλλειμμα) θα είναι:

$${}^{mort}G_1 = AL_1 - {}^iDB$$

Αν στο πλάνο υπάρχει υπόθεση θανάτου η αναμενόμενη αναλογιστική υποχρέωση θανάτου θα είναι $q_x \cdot AL_1$, όπου q_x η πιθανότητα θανάτου στην ηλικία x . Αν δεν υπάρξουν θάνατοι τότε

$${}^{mort}G = -\sum q_x (AL_1 - {}^iDB),$$

όπου το άθροισμα αναφέρεται σε όλα τα εργαζόμενα μέλη του πλάνου. Αν υπάρξει θάνατος τότε το πλεόνασμα (ή έλλειμμα) είναι

$${}^{mort}G = (AL_1 - {}^iDB) - \sum q_x (AL_1 - {}^iDB).$$

2.5 Πρόσθετη υποχρέωση

Η αξία της αναλογιστικής υποχρέωσης θα πρέπει κάτω από συγκεκριμένες και αυστηρές συνθήκες να μη μεταβάλλεται όταν εξετάζεται προοπτικά αντί αναδρομικά και αντίστροφα. Στην πράξη όμως μια σειρά από σοβαρούς παράγοντες συντελούν ώστε να υπάρχει διαφορά στο αποτέλεσμα μεταξύ των δύο αυτών υπολογισμών. Η διαφορά στο ύψος της αναλογιστικής υποχρέωσης μεταξύ του προοπτικού και του αναδρομικού τρόπου υπολογισμού αυτής ονομάζεται πρόσθετη υποχρέωση (supplemental liability). Η πρόσθετη υποχρέωση μπορεί να οφείλεται:

- Στην αναγνώριση ετών προϋπηρεσίας πριν την ημερομηνία έναρξης του πλάνου. Σε αυτή την περίπτωση, ο υπολογισμός της αναλογιστικής υποχρέωσης σύμφωνα με τον προοπτικό τύπο δίνει θετικό αποτέλεσμα ενώ σύμφωνα με τον αναδρομικό δίνει αποτέλεσμα ίσο προς το μηδέν. Η διαφορά αυτή στο αποτέλεσμα είναι η πρόσθετη υποχρέωση που συχνά αναφέρεται ως past service liability ή initial unfunded liability κατά την ημερομηνία έναρξης του πλάνου.
- Σε βελτιώσεις των παροχών του πλάνου ή σε υποβάθμιση των παροχών αυτού, οι οποίες λαμβάνονται υπόψη στον υπολογισμό της αναλογιστικής υποχρέωσης υπολογισμένη με τον προοπτικό τύπο.

Έστω SL η πρόσθετη υποχρέωση, τότε:

$$\begin{aligned} SL &= \text{προοπτική AL} - \text{αναδρομική AL} \\ &= [pvFB - pvFNC] - avPNC, \end{aligned}$$

όπου avPNC η σωρευτική αξία του παρελθόντος κόστους. Αν περιορίσουμε την αναλογιστική υποχρέωση στον ορισμό αυτής προοπτικά τότε

$$SL = AL - avPNC$$

Τα παραπάνω είναι εφαρμοστέα και στα ενεργά και στα συνταξιούχα μέλη ενός πλάνου. Για τα συνταξιούχα μέλη ισχύει ότι η παρούσα αξία του μελλοντικού κόστους ισούται με το μηδέν.

Η πρόσθετη υποχρέωση μπορεί να αποσβεστεί αμέσως ή σε μία περίοδο χρόνου. Για την απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης σχεδιάστηκε το πρόσθετο κόστος (supplemental cost).

2.6 Μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση

Η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση ενός πλάνου ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ της αναλογιστικής υποχρέωσης και της περιουσίας του πλάνου.

Η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση οφείλεται στις υποχρεώσεις που προκύπτουν από αλλαγές στις αναλογιστικές υποθέσεις του πλάνου. Η συγκεκριμένη διαφορά η οποία ανακύπτει σε ετήσια βάση μεταξύ της προοπτικά υπολογισμένης αναλογιστικής υποχρέωσης και του σωρευμένου μέχρι εκείνη τη στιγμή κόστους είναι γνωστή ως αναλογιστικό πλεόνασμα ή έλλειμμα (actuarial gain or loss).

Η μη χρηματοδοτημένη σωρευτική υποχρέωση (unfunded accrued liability) απεικονίζει τη διαφορά μεταξύ της αναλογιστικής υποχρέωσης και της περιουσίας όταν για την αποτίμηση η μέθοδος κοστολόγησης υποδεικνύεται. Σε περίπτωση αναλογιστικής αποτίμησης ενός πλάνου για λόγους ελέγχου υποδεικνύεται η projected unit credit.

Η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση (unfunded actuarial liability) απεικονίζει τη διαφορά μεταξύ της αναλογιστικής υποχρέωσης του πλάνου και της περιουσίας, με τη μέθοδο κοστολόγησης που έχει επιλεγεί για την αποτίμηση.

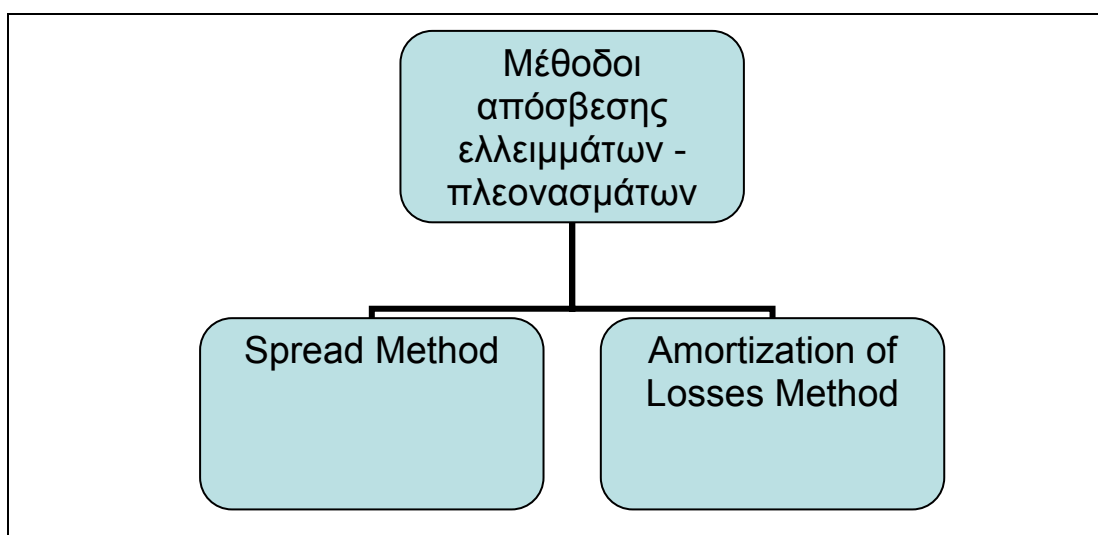
2.7 Μέθοδοι απόσβεσης ελλειμμάτων και πλεονασμάτων

Είναι σημαντικό να αποσβέσουμε την πρόσθετη υποχρέωση που δημιουργείται σε ένα πλάνο καθώς και τα ελλείμματα ή τα πλεονάσματα που δημιουργούνται σε κάθε ημερομηνία αποτίμησης.

Αν στην αρχή κάθε χρόνου γίνεται μια εισφορά η οποία ισούται με το κανονικό κόστος συν το πρόσθετο κόστος, και αν οι πραγματικές παροχές είναι ίσες με τις αναμενόμενες τότε το έλλειμμα θα είναι πάντα μηδέν. Το πρόσθετο κόστος είναι το κόστος που σχεδιάστηκε για την απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης. Αυτό όμως στην πραγματικότητα δεν συμβαίνει και έτσι υπάρχουν ελλείμματα και πλεονάσματα που πρέπει να αποσβεστούν. Έλλειμμα δημιουργείται όταν η περιουσία

δεν επαρκεί για να καλύψει την αξία της αναλογιστικής υποχρέωσης. Στην αντίθετη περίπτωση δημιουργείται πλεόνασμα. Δηλαδή, αν $F > AL$ δημιουργείται πλεόνασμα και αν $F < AL$ δημιουργείται έλλειμμα.

Δύο είναι οι πλέον διαδεδομένες μέθοδοι οι οποίες αποσβένουν τυχόν ελλείμματα ή πλεονάσματα, η Spread Method και η Amortization of Losses Method.



Διάγραμμα 2.2: Μέθοδοι απόσβεσης

2.7.1 Spread Method

Η spread method είναι η πλέον διαδεδομένη στην Αγγλία. Σύμφωνα με την spread method η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση (UAL) αποσβένεται σε ίσα τμήματα στο μέλλον σε περίοδο (spread period) m ετών, δηλαδή

$$adj(t)_s = k \cdot ual(t),$$

$$k = \frac{1}{\ddot{a}_{\overline{m}|}}$$

Η ράντα υπολογίζεται βάσει του επιτοκίου που ισχύει κατά την ημερομηνία αποτίμησης. Υποθέτουμε ότι η ίδια περίοδος χρησιμοποιείται είτε για απόσβεση

ελλειμμάτων είτε για απόσβεση πλεονασμάτων και η οποία δεν πρέπει να υπερβεί τη μέση μελλοντική υπηρεσία των μελών ενός πλάνου.

2.7.2 Amortization of Losses Method

Σύμφωνα με την amortization of losses method αποσβένεται χωριστά η αρχική πρόσθετη υποχρέωση από τυχόν ελλείμματα ή πλεονάσματα που δημιουργούνται στην εξέλιξη ενός συνταξιοδοτικού πλάνου. Έτσι έχουμε,

$$adj(t)_a = \begin{cases} \frac{ual(0)}{\ddot{a}_{\bar{n}|}} + \sum_{j=0}^{m-1} \frac{l(t-j)}{\ddot{a}_{\bar{m}|}}, & 0 \leq t \leq n-1 \\ \sum_{j=0}^{m-1} \frac{l(t-j)}{\ddot{a}_{\bar{m}|}}, & t \geq n \end{cases},$$

όπου $l(t)$ το αναλογιστικό έλλειμμα κατά τη διάρκεια της $(t-1, t)$ περιόδου. Τέλος ισχύει ότι $m \neq n$ και συνήθως το m είναι μεγαλύτερο.

Κεφάλαιο 3 - Μελέτη ενός πλάνου θεωρώντας κάθε μέθοδο απόσβεσης

3.1 Δημιουργία ενός συνταξιοδοτικού πλάνου

Θεωρούμε ότι ένα συνταξιοδοτικό πλάνο αποτελείται από τρεις εργαζόμενους ηλικίας 35, 40 και 43 ετών. Η ηλικία εισόδου στο πλάνο είναι η ηλικία των 25 ετών και η ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης είναι η ηλικία των 65 ετών. Οι τρέχουσες ετήσιες αποδοχές των εργαζομένων είναι €16000, €20000 και €25000 αντίστοιχα. Η αναλογιστική μέθοδος κοστολόγησης που χρησιμοποιείται είναι η Frozen Initial Liability (Attained Age Normal). Η παροχή στην ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης είναι ίση με το 2% των τελικών αποδοχών για κάθε χρόνο υπηρεσίας καταβαλλόμενη δώδεκα φορές το χρόνο. Δεν υπάρχει αύξηση στη μηνιαία σύνταξη και η ομάδα των μελών θεωρείται κλειστή. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

Αναλογιστικές Υποθέσεις:

1. Ημερομηνία έναρξης του πλάνου: 1/1/2008
2. Αναλογιστική μέθοδος κοστολόγησης: Frozen Initial Liability (Attained Age Normal)
3. Συμμετέχοντες: τρεις άντρες
4. Προεξοφλητικό επιτόκιο: 5%
5. Τεχνικό επιτόκιο: 3%
6. Πληθωρισμός: 2%
7. Επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων: 6%
8. Ετήσιο επιτόκιο αύξησης αποδοχών: 3%
9. Παροχή: 2% των τελικών αποδοχών για κάθε χρόνο υπηρεσίας καταβαλλόμενη δώδεκα φορές το χρόνο
10. Οι εισφορές και οι παροχές καταβάλλονται στην αρχή του έτους

11. Αρχική περιουσία: μηδέν
12. Πίνακας θνησιμότητας: γαλλικός πίνακας PM 60 – 64
13. Περίοδος απόσβεσης ελλειμμάτων/ πλεονασμάτων και αρχικής πρόσθετης υποχρέωσης θεωρώντας τη spread method: 5 χρόνια
14. Περίοδος απόσβεσης ελλειμμάτων/ πλεονασμάτων θεωρώντας την amortization of losses method: 10 χρόνια
15. Περίοδος απόσβεσης αρχικής πρόσθετης υποχρέωσης θεωρώντας την amortization of losses method: 5 χρόνια
16. Αιτία εξόδου από το πλάνο: μόνο θάνατος

Ασφαλισμένος	Φύλλο	Ηλικία εισόδου (age a)	Τρέχουσα ηλικία (age x)	Ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης (age r)	Τρέχουσες ετήσιες αποδοχές
A1	Άντρας	25	30	65	€15000
A2	Άντρας	25	40	65	€20000
A3	Άντρας	25	45	65	€25000

Πίνακας 3.1: Δεδομένα ασφαλισμένων

Με τα παραπάνω δεδομένα υπολογίζεται το κανονικό κόστος το οποίο επαναπροσδιορίζεται όταν αποχωρεί κάποιο μέλος λόγω συνταξιοδότησης. Η αναλογιστική υποχρέωση υπολογίζεται στην αρχή κάθε έτους. Τέλος υπολογίζεται η πρόσθετη υποχρέωση (supplemental liability) καθώς και τα ελλείμματα ή πλεονάσματα που δημιουργούνται στην εξέλιξη του πλάνου.

Στην έναρξη του πλάνου θεωρούμε ότι η περιουσία του ισούται με το μηδέν. Κάθε επόμενη χρονιά μεταβάλλεται ως εξής:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = (F_0 + C_0)(1 + i_0) - B_0$$

⋮

$$F_n = (F_{n-1} + C_{n-1})(1 + i_{n-1}) - B_{n-1}$$

Οι εισφορές που δίνονται στην αρχή κάθε χρόνου υπολογίζονται ως εξής:

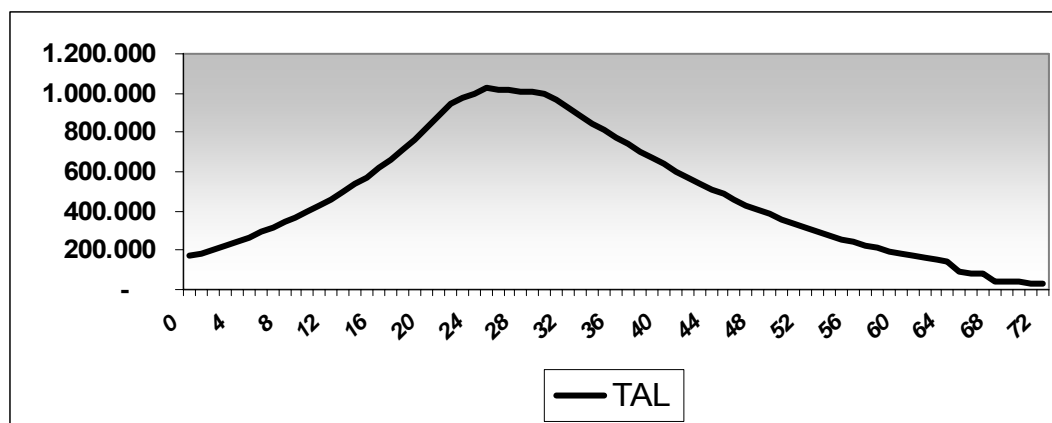
$$C_n = NC_n + SC_n, \quad \text{ώσπου να συνταξιοδοτηθεί και ο τελευταίος}$$

συμμετέχων στο πλάνο.

Μετά τη συνταξιοδότηση όλων των συμμετεχόντων του πλάνου, τα τυχόντα ελλείμματα που είναι δυνατόν να προκύψουν θα καλυφθούν εξολοκλήρου από τον φέροντα τον κίνδυνο.

3.2 Σύγκριση των μεθόδων απόσβεσης

Στο πρώτο διάγραμμα φαίνεται η πορεία του ποσού της αναλογιστικής υποχρέωσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη λήξη του. Λήξη ενός συνταξιοδοτικού πλάνου είναι η χρονική στιγμή που αποβιώνει και ο τελευταίος δικαιούχος παροχής του πλάνου.



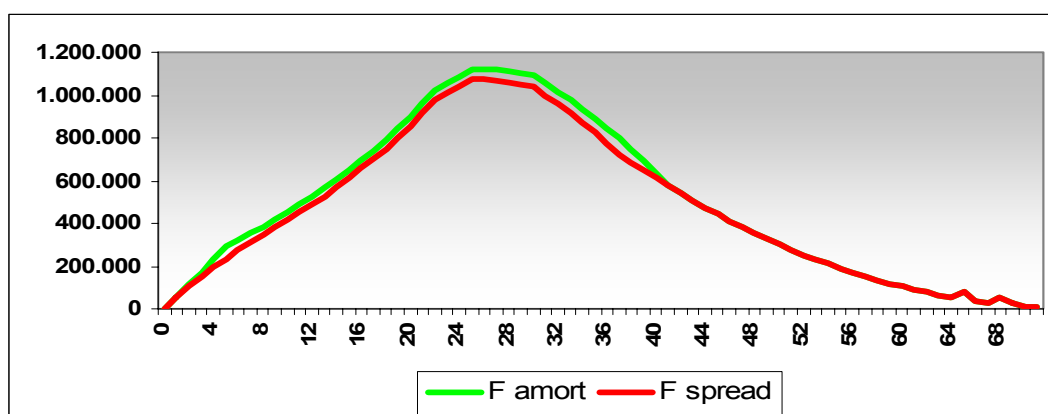
Διάγραμμα 3.1: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη λήξη του

Δεδομένου ότι η αναλογιστική υποχρέωση είναι το ποσό που χρειάζεται για να καλυφθεί κατά τη στιγμή της αποτίμησης το κομμάτι της παροχής που έχει θεμελιώσει ο εργαζόμενος, είναι αναμενόμενο χρόνο με το χρόνο να αυξάνεται μέχρι τη στιγμή που συνταξιοδοτείται και ο τελευταίος εργαζόμενος. Τις χρονικές στιγμές $t=22$ και $t=25$ δύο από τους εργαζόμενους συνταξιοδοτούνται με αποτέλεσμα να

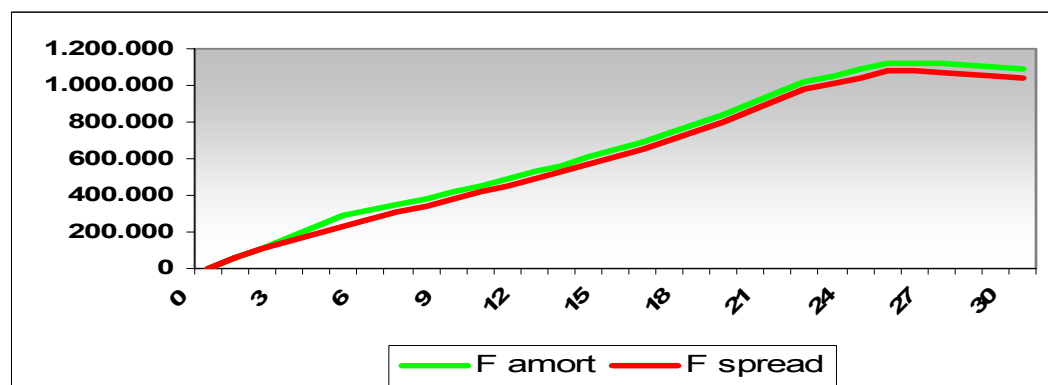
μειώνεται η αναλογιστική υποχρέωση. Από τη χρονική στιγμή $t=30$ και έπειτα, που συνταξιοδοτείται και ο τελευταίος εργαζόμενος που συμμετέχει στο πλάνο, η αναλογιστική υποχρέωση αρχίζει να μειώνεται. Αυτό είναι αναμενόμενο καθώς καταβάλλονται οι παροχές στους συνταξιούχους.

Για να δοθούν οι παροχές που υπόσχεται το πλάνο, θα πρέπει να έχει δημιουργηθεί επαρκής περιουσία. Αν η περιουσία είναι επαρκής το πλάνο παρέχει ασφάλεια. Είναι πολύ σημαντικό λοιπόν να δούμε, το πώς εξελίσσεται η περιουσία όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method και όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method.

Στα δύο επόμενα διαγράμματα, παρουσιάζεται η εξέλιξη της περιουσίας του πλάνου από την αρχή μέχρι τη λήξη του και από την αρχή μέχρι την συνταξιοδότηση και του τελευταίου συμμετέχοντος, όταν χρησιμοποιούμε την amortization of losses method και την spread method αντίστοιχα.

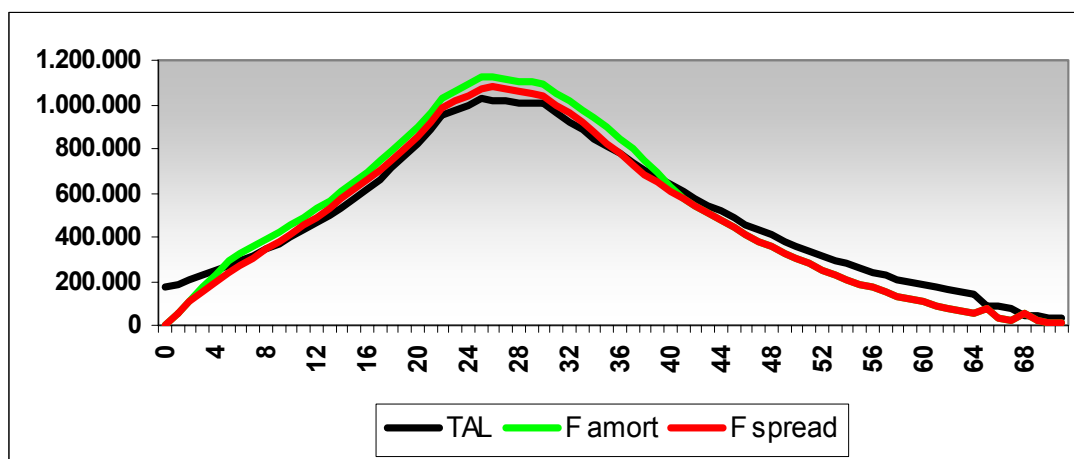


Διάγραμμα 3.2: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη λήξη του



Διάγραμμα 3.3: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη συνταξιοδότηση και του τελευταίου συμμετέχοντος

Όπως φαίνεται, η εξέλιξη της περιουσίας είναι ίδια όποια μέθοδο απόσβεσης και να χρησιμοποιήσουμε. Όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method η περιουσία τα πρώτα χρόνια είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από ότι όταν θεωρούμε την spread method. Αυτό οφείλεται στο ότι οι εισφορές που καταβάλλονται αποσβένοντας κάτω από την amortization of losses method είναι μεγαλύτερες από εκείνες που καταβάλλονται αποσβένοντας κάτω από τη spread method.



Διάγραμμα 3.4: Η εξέλιξη της περιουσίας σύμφωνα με τις δύο μεθόδους απόσβεσης σε σχέση με την εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης

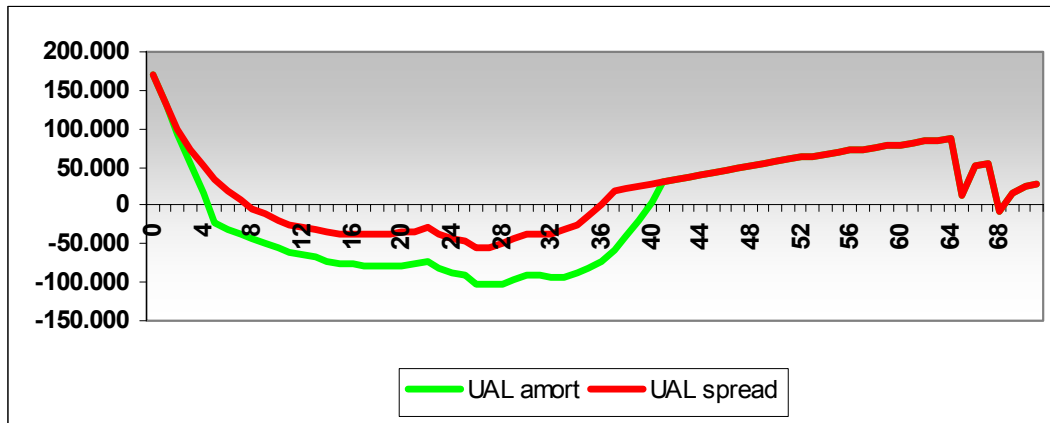
Το πλάνο αρχίζει με μηδενική περιουσία. Επειδή όμως τα πρώτα χρόνια ο ρυθμός ανάπτυξης της περιουσίας είναι μεγαλύτερος από τον ρυθμό ανάπτυξης της αναλογιστικής υποχρέωσης, από τη χρονική στιγμή $t=5$ για την amortization of losses method και $t=8$ για τη spread method η περιουσία φαίνεται επαρκής για να καλύψει την αναλογιστική υποχρέωση και συνεπώς να δημιουργηθεί πλεόνασμα. Φαίνεται, ότι εκείνες τις χρονικές στιγμές (τη χρονική στιγμή $t=5$ κάτω από την amortization of losses method και τη χρονική στιγμή $t=8$ κάτω από την spread method) αποσβένεται η πρόσθετη υποχρέωση και έτσι δημιουργείται πλεόνασμα. Από τις χρονικές στιγμές $t=12$ και $t=15$ για τις δύο μεθόδους αντίστοιχα, η περιουσία αυξάνεται με μικρότερο ρυθμό από ότι η αναλογιστική υποχρέωση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι γίνεται απόσβεση του πλεονάσματος που δημιουργήθηκε και οι εισφορές που καταβάλλονται είναι μικρότερες. Από την χρονική στιγμή $t=26$ η αναλογιστική υποχρέωση αρχίζει να μειώνεται, επειδή πλέον είναι συνταξιούχοι δύο από τους τρεις συμμετέχοντες του πλάνου, και από τη χρονική στιγμή $t=27$ αρχίζει να μειώνεται και η περιουσία με

όποια μέθοδο χρησιμοποιούμε για να αποσβέσουμε, λόγω απόσβεσης πλεονάσματος και καταβολής παροχών στους συνταξιούχους. Επειδή όμως η περιουσία μειώνεται με μεγαλύτερο ρυθμό από την αναλογιστική υποχρέωση, τη χρονική στιγμή $t=40$ θεωρώντας την amortization of losses method και $t=37$ θεωρώντας την spread method δημιουργείται έλλειμμα.

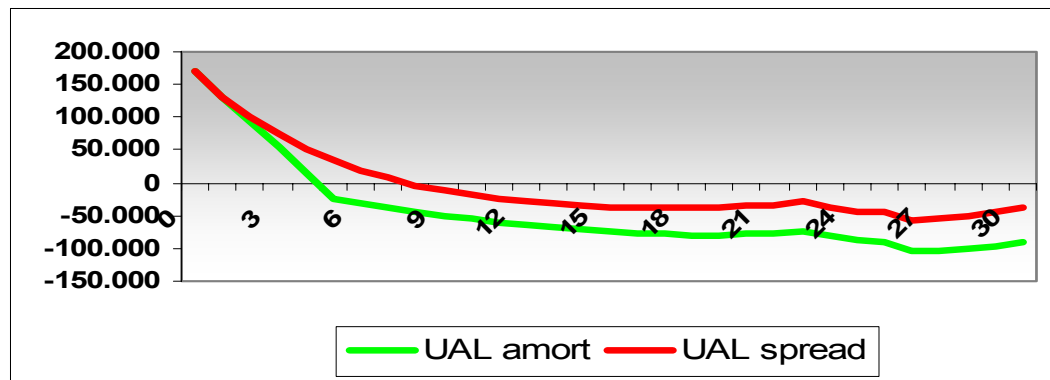
Αυτό συμβαίνει γιατί τη χρονική στιγμή $t=30$ συνταξιοδοτείται και ο τελευταίος συμμετέχων του πλάνου με αποτέλεσμα να σταματάει η καταβολή των εισφορών. Το πλάνο από εκεί και έπειτα δε χρηματοδοτείται, καταβάλλονται μόνο παροχές. Κατά συνέπεια η περιουσία κάθε χρόνο μειώνεται. Καθώς ο ρυθμός μείωσης της περιουσίας είναι μεγαλύτερος από το ρυθμό μείωσης της αναλογιστικής υποχρέωσης δημιουργείται έλλειμμα. Αυτό οφείλεται στο ότι το προσδόκιμο επιβίωσης σύμφωνα με τον πίνακα θνησιμότητας που χρησιμοποιούμε είναι 13,83 έτη για άτομο ηλικίας 65 ετών και όλοι οι συμμετέχοντες στο πλάνο το ξεπερνούν. Πιο συγκεκριμένα, τη χρονική στιγμή $t=37$ κάτω από τη spread method όπου και δημιουργείται το πλεόνασμα ο A3 συμμετέχων είναι 80 ετών, δηλαδή πάνω από το προσδόκιμο επιβίωσης και τη χρονική στιγμή $t=40$ κάτω από την amortization method ο συμμετέχων A3 είναι 83 ετών και ο A2 80 ετών. Κάθε έλλειμμα που δημιουργείται από τη στιγμή της συνταξιοδότησης και του τελευταίου συμμετέχοντος του πλάνου, θεωρούμε ότι καλύπτεται εξολοκλήρου από τον φέροντα τον κίνδυνο.

Μετά την πρώτη συνταξιοδότηση τη χρονική στιγμή $t=22$ το ποσό της περιουσίας αυξάνεται με μικρότερο ρυθμό, όποια μέθοδο και αν χρησιμοποιήσουμε για την απόσβεση διότι έχει αρχίσει η καταβολή των παροχών του πρώτου συνταξιούχου. Το ίδιο συμβαίνει και με τη συνταξιοδότηση του δεύτερου συμμετέχοντος τη χρονική στιγμή $t=25$. Από τη χρονική στιγμή $t=27$ και έπειτα η περιουσία φαίνεται να ελαττώνεται αφού το ποσό των παροχών είναι μεγαλύτερο από το ποσό των εισφορών.

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε την εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης ανάλογα με την μέθοδο απόσβεσης που χρησιμοποιούμε. Στο πρώτο διάγραμμα φαίνεται η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη λήξη του και στο επόμενο φαίνεται η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη συνταξιοδότηση και του τελευταίου συμμετέχοντος.



Διάγραμμα 3.5: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη λήξη του



Διάγραμμα 3.6: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη συνταξιοδότηση και του τελευταίου συμμετέχοντα

Με όποια μέθοδο απόσβεσης και αν εργαστούμε παρατηρούμε ότι η πορεία της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης είναι καθοδική. Αυτό συμβαίνει γιατί τα πρώτα χρόνια ο ρυθμός ανάπτυξης του κεφαλαίου είναι μεγαλύτερος από τον ρυθμό ανάπτυξης της αναλογιστικής υποχρέωσης (ξέρουμε ότι $ual = AL - F$). Όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method το έλλειμμα μετατρέπεται σε πλεόνασμα σε πιο σύντομο χρονικό διάστημα από όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method. Θεωρώντας την amortization of losses method έχουμε δημιουργία πλεονάσματος τη χρονική στιγμή $t=5$, ενώ θεωρώντας την spread method τη χρονική στιγμή $t=8$.

Παρατηρούμε ότι με όποια μέθοδο απόσβεσης και αν εργαστούμε, από τη χρονική στιγμή που συνταξιοδοτείται και ο τελευταίος συμμετέχων του πλάνου και στη συνέχεια, το πλεόνασμα που έχει δημιουργηθεί αρχίζει σταδιακά και μειώνεται ώσπου τη χρονική στιγμή $t=37$ θεωρώντας την spread method και τη χρονική στιγμή $t=40$ θεωρώντας την amortization of losses method έχουμε ξανά έλλειμμα. Αυτό γίνεται γιατί όπως αναφέραμε και παραπάνω, ο ρυθμός μείωσης της περιουσίας είναι μεγαλύτερος από το ρυθμό μείωσης της αναλογιστικής υποχρέωσης αφού δεν έχουμε πλέον καταβολή εισφορών αλλά μόνο παροχών. Ένας ακόμη λόγος που συντελεί σε αυτό το γεγονός είναι η υπόθεση της αποβίωσης των συμμετεχόντων σε ηλικία η οποία είναι μεγαλύτερη από το προσδόκιμο επιβίωσης σύμφωνα με τον πίνακα θνησιμότητας που χρησιμοποιούμε.

Τις χρονικές στιγμές $t=64$ και $t=67$ σημειώνονται δύο θάνατοι και τις αμέσως επόμενες χρονιές η πτώση του ελλείμματος είναι εμφανής.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι το ποσό της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν αποσβένουμε κάτω από τη spread method είναι μεγαλύτερο κατά απόλυτο μέσο όρο από το ποσό της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν αποσβένουμε κάτω από την amortization of losses method. Αριθμητικά έχουμε ότι:

$ \text{Μέσος Όρος } ual_s $	$ \text{Μέσος Όρος } ual_a $
19,240	5,442

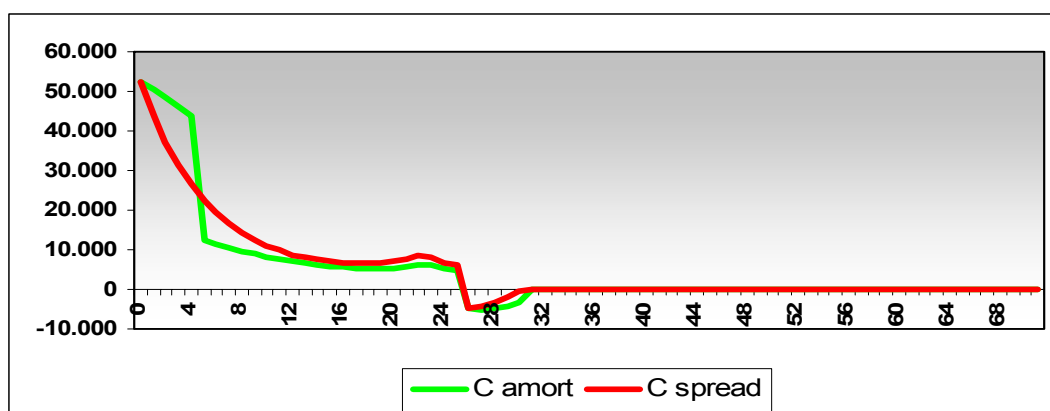
Πίνακας 3.2: Ο απόλυτος μέσος όρος της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας τη spread method και την amortization of losses method

Δηλαδή καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι:

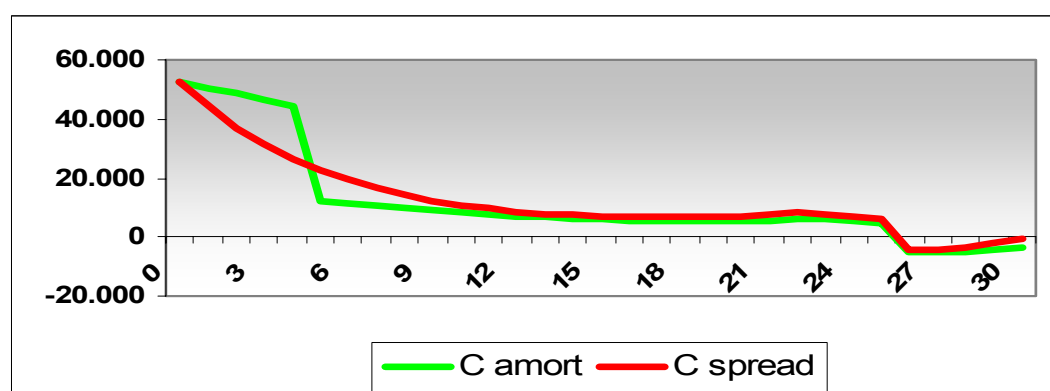
$$|\text{Μέσος Όρος } ual_s| > |\text{Μέσος Όρος } ual_a|$$

Τα παρακάτω διαγράμματα δείχνουν την εξέλιξη του ποσού των εισφορών όταν αποσβένουμε με κάθε μια από τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου

μέχρι τη λήξη του και από την αρχή του πλάνου μέχρι τη συνταξιοδότηση και του τελευταίου συμμετέχοντος αντίστοιχα.



Διάγραμμα 3.7: Η εξέλιξη των εισφορών όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη λήξη του



Διάγραμμα 3.8: Η εξέλιξη των εισφορών όταν αποσβένουμε θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης από την αρχή του πλάνου μέχρι τη συνταξιοδότηση και του τελευταίου συμμετέχοντα

Φαίνεται ότι όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method η μείωση του ποσού των εισφορών είναι πιο ομαλή από την μείωση του ποσού των εισφορών όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method. Γι' αυτό θα μπορούσε να προτιμηθεί η spread method, αφού η καταβολή των εισφορών είναι πιο ομαλή από ότι κάτω από την amortization of losses method. Ενδεικτικά, τη χρονική στιγμή $t=5$ οι εισφορές μειώθηκαν κατά 72,14% κάτω από τη χρήση της amortization of losses method και μόλις 14,89% κάτω από τη χρήση της spread method.

Πιο αναλυτικά ο ρυθμός εξέλιξης των εισφορών κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης ελλειμμάτων/ πλεονασμάτων για τα πρώτα 13 έτη, φαίνεται στον πίνακα 3.3

χρόνος	Ρυθμός εξέλιξης των εισφορών κάτω από τη spread method	Ρυθμός εξέλιξης των εισφορών κάτω από την amortization of losses method
t=1	-16,03%	-3,59%
t=2	-15,81%	-4,08%
t=3	-15,55%	-4,56%
t=4	-15,24%	-5,04%
t=5	-14,89%	-72,16%
t=6	-14,49%	-7,39%
t=7	-14,02%	-7,43%
t=8	-13,47%	-7,45%
t=9	-12,84%	-7,45%
t=10	-12,09%	-7,41%
t=11	-11,21%	-7,32%
t=12	-10,17%	-7,15%
t=13	-8,94%	-6,87%

Πίνακας 3.3: Ρυθμός εξέλιξης των εισφορών θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης τα πρώτα 13 χρόνια

Από τη στιγμή που συνταξιοδοτείται και ο τελευταίος εργαζόμενος του πλάνου, οι εισφορές διακόπτονται.

Η εξέλιξη των μεγεθών της αναλογιστικής υποχρέωσης, της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών του πλάνου θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης φαίνεται αριθμητικά στο Παράρτημα Ι.

Στο Παράρτημα V βλέπουμε την εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης, της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών

του πλάνου χρησιμοποιώντας διαφορετικό πίνακα θνησιμότητας με μεγαλύτερο προσδόκιμο επιβίωσης.

Στο Παράρτημα VI βλέπουμε την εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης, της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών του πλάνου όταν αποσβένουμε θεωρώντας ότι η spread method έχει περίοδο απόσβεσης ελλειμμάτων/ πλεονασμάτων 10 χρόνια.

3.3 Διαφορετική προσέγγιση της amortization of losses method

Όπως ήδη αναφέρεται στο κεφάλαιο 2 σύμφωνα με την amortization of losses method η πρόσθετη υποχρέωση αποσβένεται ως εξής

$$\frac{ual(0)}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}, \quad (1)$$

δηλαδή με την καταβολή ισόποσων εισφορών για n χρόνια μέχρι την απόσβεσή της. Μία διαφορετική προσέγγιση, με την οποία και εργαστήκαμε είναι η απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης όπως παρακάτω:

$$\begin{aligned} ual(0) &= SC \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} \\ ual(1) &= SC \cdot \ddot{a}_{\overline{n-1}|} \\ &\vdots \\ ual(n) &= SC \cdot \ddot{a}_{\overline{0}|} \end{aligned} \quad (2)$$

Όπως είναι αναμενόμενο οι τάσεις των τριών μεγεθών (δηλαδή της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών) είναι ίδιες όποια προσέγγιση και αν χρησιμοποιήσουμε. Καταβάλλοντας σταθερές εισφορές βάσει της προσέγγισης (1) κάθε χρόνο δημιουργείται μεγαλύτερη περιουσία σε σχέση με την περιουσία που δημιουργείται καταβάλλοντας εισφορές βάσει της

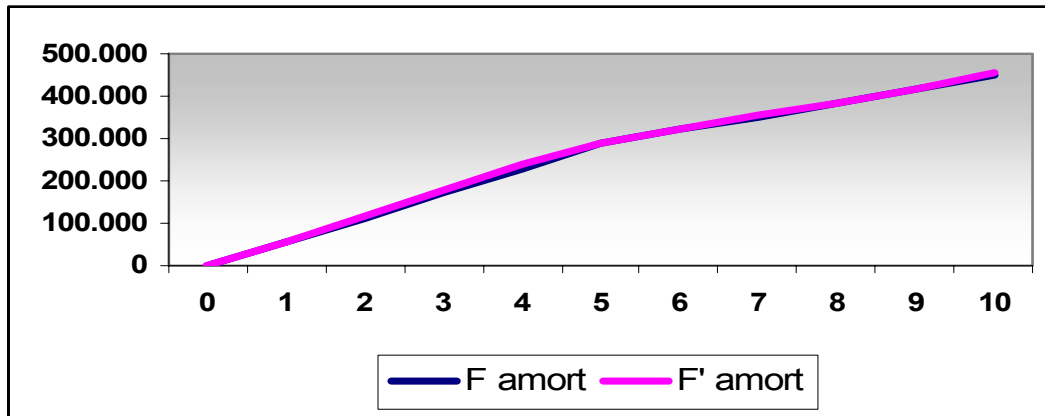
προσέγγισης (2), όμως η διαφορά είναι ελάχιστη. Όσο περνάν τα χρόνια η διαφορά αυτή μηδενίζεται όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα.

Χρόνος (t)	F-F'	Χρόνος (t)	F-F'
1	0	15	-449
2	-1.886	20	-311
3	-5.668	25	-215
4	-11.347	30	-149
5	-934	35	-175
6	-868	40	-234
10	-648	42	0

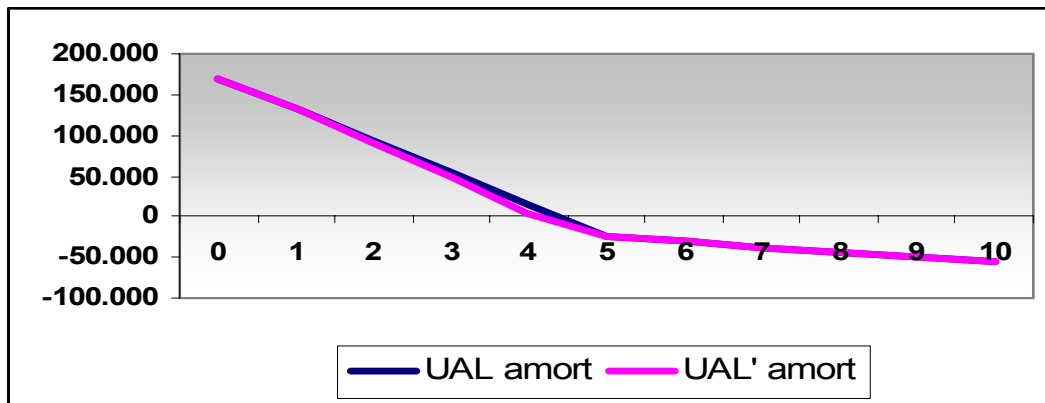
Πίνακας 3.4: Η διαφορά της περιουσίας κάτω από τις δύο προσεγγίσεις της amortization of losses method στην απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης

Η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση είναι ελάχιστα μικρότερη όταν καταβάλλουμε σταθερό ποσό εισφορών κάθε χρόνο βάσει της προσέγγισης (1) από ότι όταν καταβάλλουμε εισφορές βάσει της προσέγγισης (2). Πιο εμφανής είναι η διαφορά στο ποσό των εισφορών. Όταν καταβάλλουμε σταθερό ποσό (προσέγγιση (1)) κάθε χρόνο για την απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης αρχικά οι εισφορές είναι μεγαλύτερες από όταν καταβάλλουμε εισφορές βάσει της προσέγγισης (2). Την χρονική στιγμή $t=4$ γίνονται μικρότερες, όμως από την επόμενη χρονιά που έχει γίνει η απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης η διαφορά τους είναι σχεδόν μηδενική.

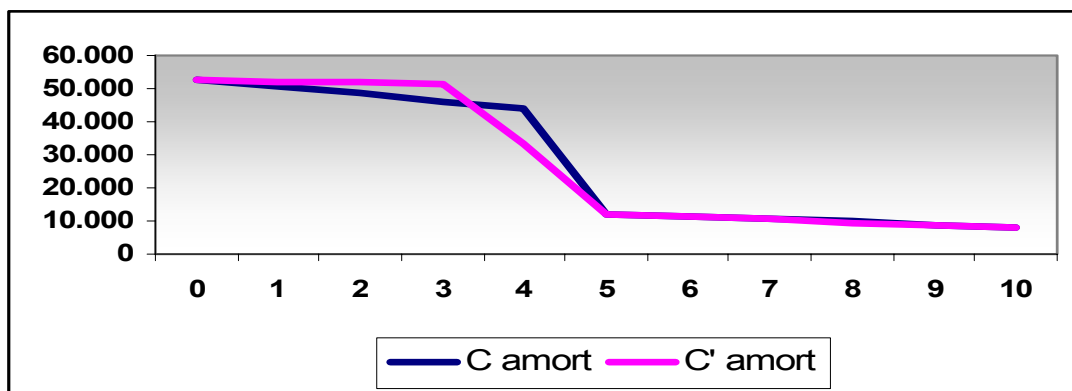
Παραθέτονται τα γραφήματα των παραπάνω μεγεθών υπολογισμένα με τις προσεγγίσεις (1) και (2). Όπου F amort, UAL amort και C amort τα μεγέθη έχουν υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (2). Όπου F' amort, UAL' amort και C' amort τα μεγέθη υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (1).



Διάγραμμα 3.9: Η εξέλιξη της περιουσίας κάτω από την προσέγγιση (1) (F' amort) και κάτω από την προσέγγιση (2) (F amort) της amortization of losses method για την απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης τα 10 πρώτα χρόνια του πλάνου



Διάγραμμα 3.10: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης κάτω την προσέγγιση (1) (ual' amort) και κάτω από την προσέγγιση (2) (ual amort) της amortization of losses method για την απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης τα 10 πρώτα χρόνια του πλάνου



Διάγραμμα 3.11: Η εξέλιξη των εισφορών κάτω από την προσέγγιση (1) (C' amort) και κάτω από την προσέγγιση (2) (C amort) της amortization of losses method για την απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης τα 10 πρώτα χρόνια του πλάνου

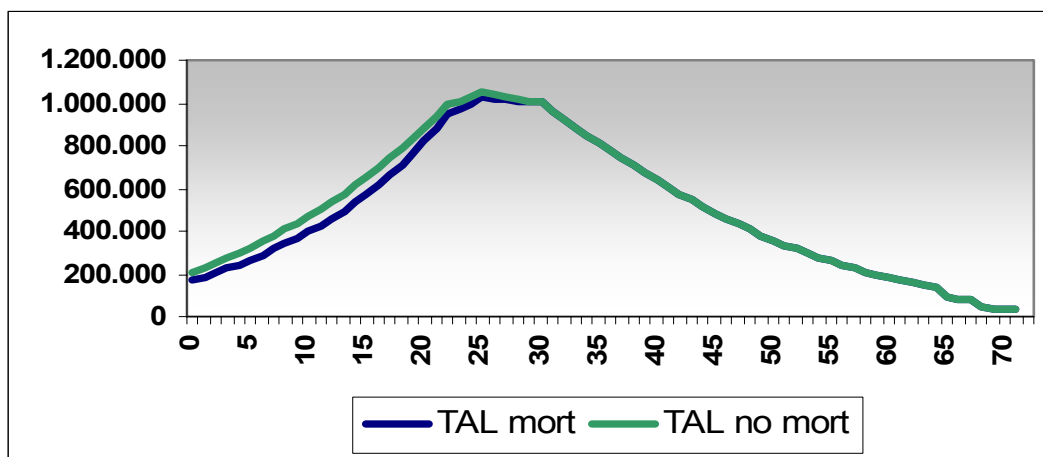
Κεφάλαιο 4 – Σενάρια ευαισθησίας υποθέσεων

4.1 Πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ίση με τη μονάδα

Μέχρι τώρα ενώ κάναμε χρήση πινάκων θνησιμότητας, δεν απεβίωσε κανένας συμμετέχων και έφτασαν όλοι στη μέγιστη ηλικία θανάτου. Θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 ετών ισούται με τη μονάδα. Οι υπόλοιπες αναλογιστικές υποθέσεις παραμένουν αμετάβλητες.

Αν εργαστούμε όπως πρότινος με τη μόνη διαφορά ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 ισούται με τη μονάδα θα αποκομίσουμε τα παρακάτω αποτελέσματα.

Στο πρώτο διάγραμμα απεικονίζεται η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 έτη ισούται με τη μονάδα και όταν όχι.



Διάγραμμα 4.1: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν υποθέτουμε (TAL no mort) και όταν όχι (TAL mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 ισούται με τη μονάδα

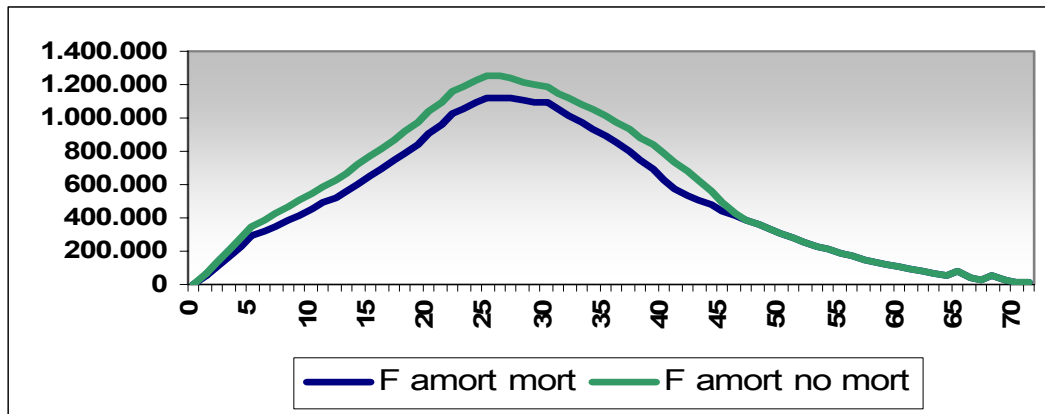
Από το πρώτο διάγραμμα παρατηρούμε ότι η αναλογιστική υποχρέωση όταν η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 ισούται με τη μονάδα είναι

μεγαλύτερη από όταν υποθέτουμε θνησιμότητα. Αυτό είναι αναμενόμενο γιατί δεν υπάρχει η πιθανότητα του θανάτου η οποία μειώνει την αναλογιστική υποχρέωση. Από τη χρονική στιγμή που το κάθε μέλος του πλάνου συνταξιοδοτείται και στη συνέχεια, η πιθανότητα επιβίωσης των μελών είναι ίδια. Για αυτό το λόγο η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης καθώς και των υπόλοιπων μεγεθών είναι η ίδια από τη στιγμή που συνταξιοδοτείται και το τελευταίο μέλος του πλάνου. Η συνταξιοδότηση του τελευταίου μέλους του πλάνου γίνεται τη χρονική στιγμή $t=30$. Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται αριθμητικά τα αποτελέσματα για τα πρώτα 50 χρόνια του πλάνου και παρατηρούμε την κοινή πορεία της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι μονάδα και όταν όχι από την χρονική στιγμή $t=30$ και μετά.

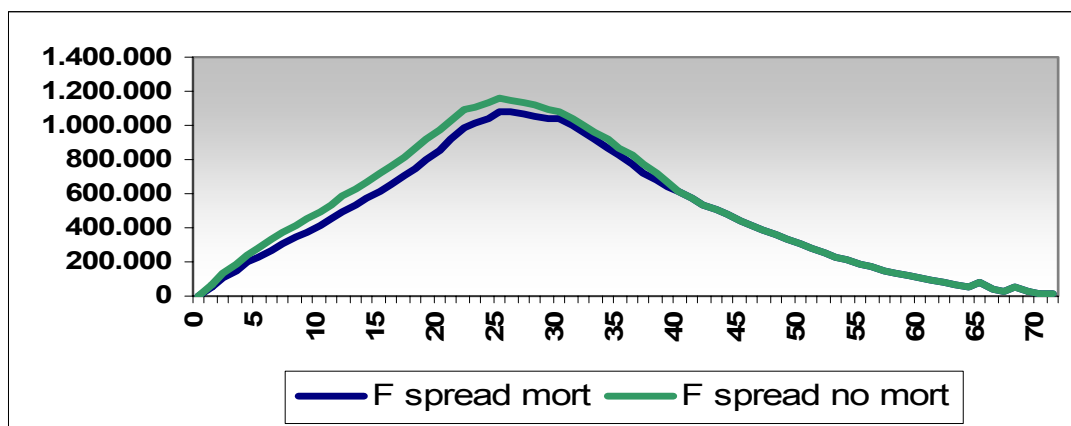
Χρόνος t	Αναλογιστική Υποχρέωση με την υπόθεση της θνησιμότητας	Αναλογιστική Υποχρέωση με την υπόθεση της πιθανότητας επιβίωσης μέχρι τα 65 να ισούται με τη μονάδα
0	169.866	209.467
5	267.354	324.218
10	397.402	470.208
15	574.026	654.478
20	822.074	885.520
25	1.029.768	1.051.328
30	1.000.801	1.000.801
35	810.684	810.684
40	636.964	636.964
45	485.144	485.144
50	358.621	358.621

Πίνακας 4.1: Η πορεία της AL υπό την υπόθεση της θνησιμότητας και υπό την υπόθεση της πιθανότητας επιβίωσης μέχρι τα 65 ίση με τη μονάδα

Η περιουσία του πλάνου αυξάνεται με πιο γρήγορους ρυθμούς όταν υποθέτουμε ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 ισούται με τη μονάδα, όποια από τις δύο μεθόδους απόσβεσης και αν χρησιμοποιήσουμε.



Διάγραμμα 4.2: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method όταν υποθέτουμε (F amort no mort) και όταν όχι (F amort mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι ίση με τη μονάδα

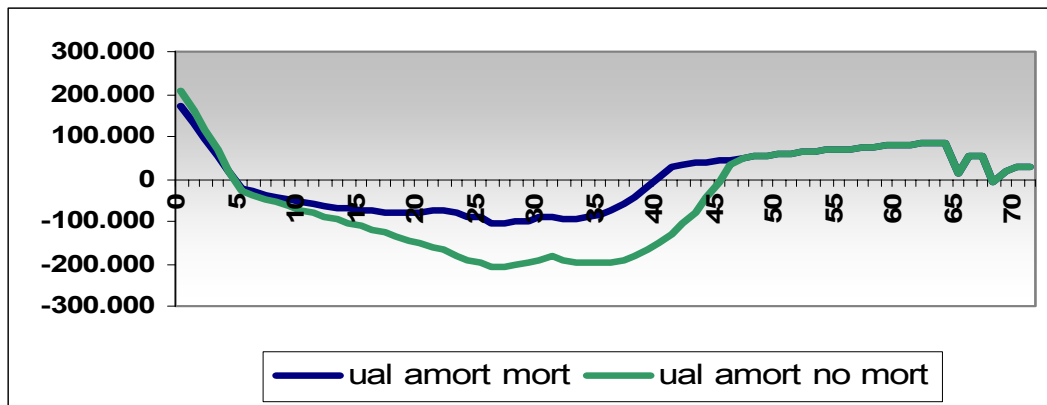


Διάγραμμα 4.3: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν αποσβένουμε θεωρώντας την spread method όταν υποθέτουμε (F spread no mort) και όταν όχι (F spread mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι ίση με τη μονάδα

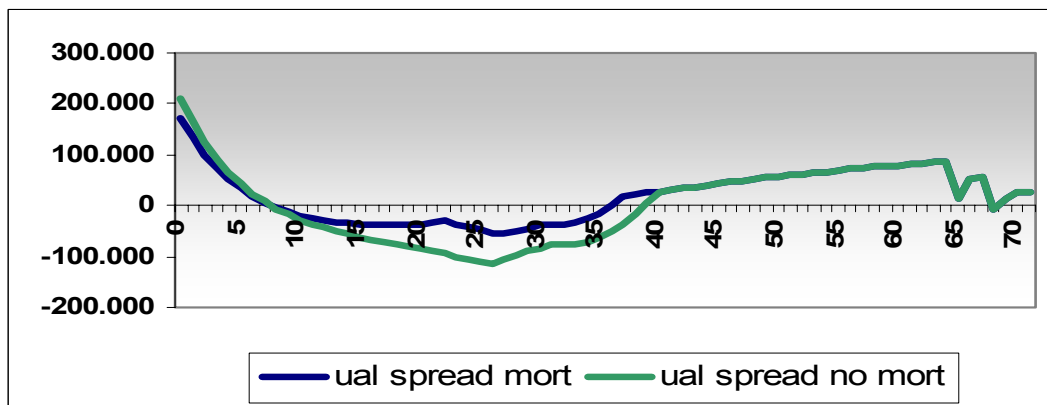
Παρατηρούμε πως και όταν υποθέτουμε πιθανότητα επιβίωσης ίση με τη μονάδα μέχρι την ηλικία των 65, η περιουσία που σωρεύεται μέχρι τη συνταξιοδότηση των μελών του πλάνου όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method είναι μεγαλύτερη από αυτή που σωρεύεται όταν αποσβένουμε θεωρώντας την spread method.

Τις χρονικές στιγμές $t=64$ και $t=67$ πραγματοποιούνται δύο θάνατοι και έτσι τις επόμενες χρονιές διακόπτονται οι καταβολές των παροχών και αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη στιγμιαία αύξηση της περιουσίας.

Είναι χρήσιμο να δούμε το πώς εξελίσσεται η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση με και χωρίς την υπόθεση ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι μονάδα.



Διάγραμμα 4.4: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την amortization of losses method όταν υποθέτουμε (ual amort no mort) και όταν όχι (ual amort mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι ίση με τη μονάδα



Διάγραμμα 4.5: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την spread method όταν υποθέτουμε (ual spread no mort) και όταν όχι (ual spread mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι ίση με τη μονάδα

Αρχικά, όταν υποθέσουμε ότι η πιθανότητα επιβίωσης ισούται με την μονάδα, το έλλειμμα είναι μεγαλύτερο από ότι όταν υποθέσουμε θνησιμότητα. Αυτό συμβαίνει λόγω του ότι η αναλογιστική υποχρέωση που δημιουργείται είναι

μεγαλύτερη κάτω από την υπόθεση ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι ίση με τη μονάδα.

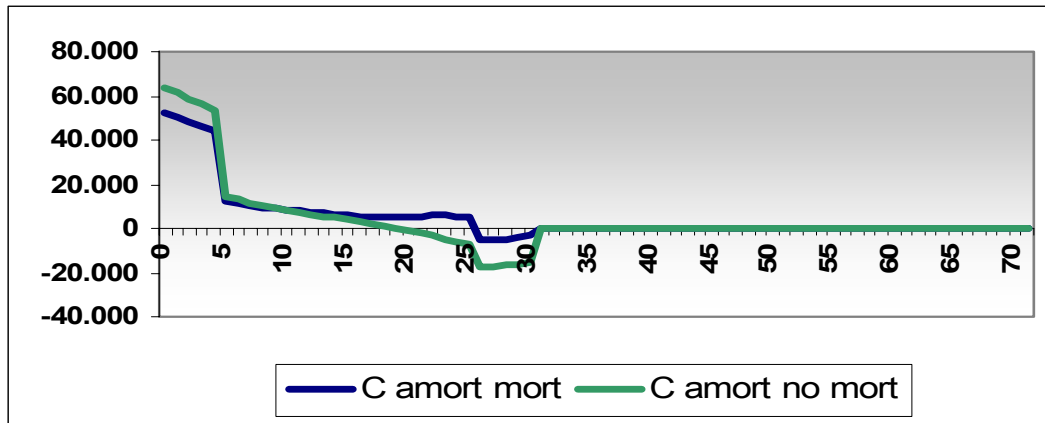
Η περιουσία είναι και αυτή μεγαλύτερη όταν υποθέτουμε ότι η πιθανότητα επιβίωσης ισούται με τη μονάδα. Και επειδή ο ρυθμός ανάπτυξης της περιουσίας είναι μεγαλύτερος από τον ρυθμό ανάπτυξης της αναλογιστικής υποχρέωσης, έχουμε σταδιακή πτώση του ελλείμματος και αργότερα μεγαλύτερο πλεόνασμα.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι όταν υποθέτουμε ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 ισούται με τη μονάδα, αν αποσβέσουμε θεωρώντας την amortization of losses method, στη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση κατά μέσο όρο δημιουργείται πλεόνασμα. Ενώ αν αποσβέσουμε θεωρώντας την spread method στη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση κατά μέσο όρο δημιουργείται έλλειμμα όπως φαίνεται και στον πίνακα 4.2.

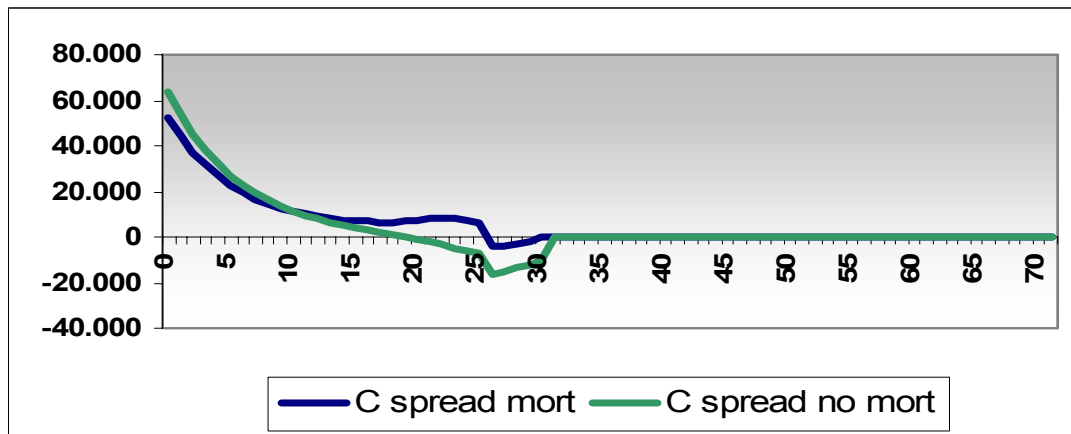
<i>Μέσος Όρος ual_s</i>	<i>Μέσος Όρος ual_a</i>
3,877	-49,445

Πίνακας 4.2: Η μέση τιμή της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης όταν υποθέτουμε ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ισούται με τη μονάδα

Τα διαγράμματα 4.6 και 4.7 δείχνουν την εξέλιξη των εισφορών θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης με και χωρίς την υπόθεση ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ισούται με τη μονάδα.



Διάγραμμα 4.6: Η εξέλιξη του ποσού των εισφορών κάτω από την amortization of losses method όταν υποθέτουμε (C amort no mort) και όταν όχι (C amort mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ισούται με τη μονάδα



Διάγραμμα 4.7: Η εξέλιξη του ποσού των εισφορών κάτω από την spread method όταν υποθέτουμε (C spread no mort) και όταν όχι (C spread mort) ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ισούται με τη μονάδα

Όπως είναι αναμενόμενο, η εξέλιξη των εισφορών επηρεάζεται πλήρως από την εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης αφού αποτελεί τμήμα της. Δηλαδή, για το διάστημα κατά το οποίο η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση είναι μεγαλύτερη κάτω από την υπόθεση ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ισούται με την μονάδα, για το ίδιο διάστημα είναι μεγαλύτερες και οι εισφορές. Όταν η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση γίνεται μικρότερη, οι εισφορές ελαττώνονται και προσεγγίζουν το κανονικό κόστος.

Αριθμητικά, η πορεία της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης, των εισφορών και της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν η

πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 ισούται με τη μονάδα, δίνονται στο Παράρτημα II.

Συμπερασματικά, η αναλογιστική υποχρέωση υπό την υπόθεση της θνησιμότητας είναι κατά μέσο όρο μικρότερη από ότι υπό την υπόθεση ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι ίση με τη μονάδα. Το ίδιο ισχύει και για την περιουσία του πλάνου. Από την άλλη μεριά, η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση και οι εισφορές είναι μικρότερες κατά μέσο όρο υπό την υπόθεση ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 ισούται με τη μονάδα. Όλα αυτά συνοψίζονται αριθμητικά στον παρακάτω πίνακα.

	Θνησιμότητα		Πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ίσον με ένα	
	Amortization of losses method	Spread method	Amortization of losses method	Spread method
Μέσος όρος AL	489.343		511.863	
Μέσος όρος F	494.785	470.103	561.308	507.986
Μέσος όρος UAL	-5.442	19.240	-49.445	3.877
Μέσος όρος C	5.125	5.355	3.978	4.013

Πίνακας 4.3: Ο μέσος όρος των μεγεθών της αναλογιστικής υποχρέωσης, της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης με και χωρίς την υπόθεση ότι η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 είναι μονάδα

Θα μπορούσαμε να πούμε ότι είτε υποθέτουμε θνησιμότητα είτε όχι, αν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method, στη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση δημιουργείται κατά μέσο όρο πλεόνασμα σε αντίθεση με την spread method που δημιουργείται κατά μέσο όρο έλλειμμα. Κατά μέσο όρο οι εισφορές που γίνονται αποσβένοντας θεωρώντας την amortization of losses method είναι μικρότερες από αυτές που γίνονται θεωρώντας την spread method είτε υποθέτοντας θνησιμότητα είτε όχι.

Από την άλλη θεωρώντας τη spread method το επίπεδο των εισφορών εξελίσσεται πιο ομαλά. Επίσης, στα πρώτα χρόνια του πλάνου οι εισφορές είναι μικρότερες θεωρώντας τη spread method από αυτές που γίνονται αποσβένοντας θεωρώντας την amortization of losses method.

4.2 Απόκλιση του πραγματικού επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων από αυτό που έχει υποτεθεί

Στις αναλογιστικές υποθέσεις αναφέρεται ότι το επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων είναι 6%. Υποθέτουμε ότι τη χρονική στιγμή $t=7$ έχουμε αύξηση επιτοκίου απόδοσης κατά μία μονάδα, δηλαδή ισούται με 7%. Η αναλογιστική υποχρέωση δε θα επηρεαστεί. Θα επηρεαστεί η περιουσία και τα μεγέθη που εξαρτώνται από αυτή, δηλαδή η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση και οι εισφορές.

Συγκεκριμένα όπως είναι αναμενόμενο η περιουσία θα αυξηθεί όποια από τις δύο μεθόδους απόσβεσης και αν θεωρήσουμε. Το πλεόνασμα που υπάρχει θα μεγαλώσει και κατά συνέπεια οι εισφορές θα μειωθούν. Η επίδραση των αυξομειώσεων του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων στα μεγέθη της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών, θα φανούν το επόμενο έτος καθώς η αποτίμηση γίνεται στην αρχή κάθε έτους. Αριθμητικά τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

$t=7$	<i>Amortization of losses method</i>			<i>Spread method</i>		
<i>Επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων</i>	F	UAL	C	F	UAL	C
6%	384,215	-43,473	9,708	343,944	-3,201	14,366
7%	387,840	-47,098	9,261	347,188	-6,446	13,652

Πίνακας 4.4: Σύγκριση της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά την αύξηση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων κατά μία μονάδα

t=7	<i>Amortization of losses method</i>			<i>Spread method</i>		
	F	UAL	C	F	UAL	C
Μετατροπή επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων 6% → 7%	0.94%	8.34%	-4.60%	0.94%	101.36%	-4.97%

Πίνακας 4.5: Ποσοστιαίες μεταβολές της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστική υποχρέωσης και των εισφορών μετά την αύξηση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων κατά μία μονάδα

Παρατηρούμε ότι θεωρώντας την amortization of losses method, η περιουσία αυξήθηκε κατά το ίδιο ποσοστό με όταν θεωρούμε την spread method. Ίδια ποσοστιαία μείωση έγινε και στις εισφορές. Βλέπουμε ότι μεγάλη διαφορά υπάρχει στη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση ανάλογα με το ποια μέθοδο θεωρούμε. Όταν θεωρήσουμε την amortization of losses method έχουμε αύξηση του πλεονάσματος κατά 8.34%, ενώ όταν θεωρήσουμε την spread method έχουμε αύξηση του πλεονάσματος κατά 101.36%. Αυτό οφείλεται στη μεγάλη διαφορά που υπάρχει στο ποσό της μη χρηματοδοτούμενης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας καθεμία από τις μεθόδους απόσβεσης. Θεωρώντας την amortization of losses method τη χρονική στιγμή της αύξησης του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων, δηλαδή την t=7, έχουμε πλεόνασμα ίσο με €43,473 ενώ θεωρώντας την spread method το πλεόνασμα είναι μόλις €3,201.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι οποιαδήποτε χρονική στιγμή γινόταν η αύξηση ή η μείωση του επιτοκίου μέσα στην περίοδο των ετών t=4 και t=40 θα επηρεαζόταν πολύ περισσότερο η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση θεωρώντας την spread method από ότι θεωρώντας την amortization of losses method. Αυτό οφείλεται στη μεγάλη διαφορά που υπάρχει στη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση βάσει των δύο μεθόδων απόσβεσης. Η διαφορά προκύπτει λόγω του διαφορετικού τρόπο απόσβεσης των μεθόδων της αρχικής πρόσθετης υποχρέωσης. Όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά που υπάρχει μεταξύ της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας τις δύο μεθόδους, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η διαφορά της επίδρασης της αλλαγής του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων. Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται η επίδραση της αύξησης του επιτοκίου στην μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση αν αυτή γινόταν τις χρονικές στιγμές t=7, t=14, t=27 και t=36.

Μετατροπή επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων 6% → 7%	UAL	
	<i>Amortization of losses method</i>	<i>Spread method</i>
t=7	-43,473 → -47,098	-3,201 → -6,446
	8.34%	101.36%
t=14	-74,534 → -80,653	-36,848 → -42,611
	8.21%	15.64%
t=27	-101,975 → -113,086	-50,303 → -60,927
	10.90%	21.12%
t=36	-58,775 → -67,242	17,688 → 9,942
	14.41%	-43.79%

Πίνακας 4.6: Οι μεταβολές στη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση σε διάφορες χρονικές στιγμές θεωρώντας τις δύο μεθόδους απόσβεσης

Αντί για αύξηση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων τη χρονική στιγμή $t=7$, υποθέτουμε ότι έχουμε μείωση κατά μία μονάδα, δηλαδή από 6% που υποθέσαμε, το πραγματικό είναι 5%. Τότε όποια μέθοδο απόσβεσης και αν θεωρήσουμε η περιουσία μειώνεται, καθώς και το πλεόνασμα που υπάρχει τη δεδομένη χρονική στιγμή, ενώ οι εισφορές αυξάνονται. Αν την ίδια χρονική στιγμή υπήρχε έλλειμμα, είναι αναμενόμενο ότι μετά τη μείωση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων θα αυξανόταν. Αριθμητικά έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα.

t=7	<i>Amortization of losses method</i>			<i>Spread method</i>		
<i>Επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων</i>	F	UAL	C	F	UAL	C
6%	384,215	-43,473	9,708	343,944	-3,201	14,366
5%	380,591	-39,848	10,155	340,699	43	15,080

Πίνακας 4.7: Σύγκριση της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά την μείωση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων κατά μία μονάδα

t=7	<i>Amortization of losses method</i>			<i>Spread method</i>		
	F	UAL	C	F	UAL	C
Μετατροπή επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων 6% 5%	-0.94%	-8.34%	4.60%	-0.94%	-101.36%	4.97%

Πίνακας 4.8: Ποσοστιαίες μεταβολές της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά τη μείωση του επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων κατά μία μονάδα

Από τον πίνακα 4.7 συμπεραίνουμε ότι αν το επιτόκιο επένδυσης κεφαλαίου μεταβληθεί είτε θετικά είτε αρνητικά κατά μία μονάδα, οι ποσοστιαίες μεταβολές στις τιμές των F, UAL και C είναι ίδιες.

4.3 Απόκλιση του πραγματικού επιτοκίου αύξησης αποδοχών από αυτό που έχει υποτεθεί

Η υπόθεση του επιτοκίου αύξησης αποδοχών που κάναμε μέχρι τώρα είναι ότι το επιτόκιο παραμένει σταθερό και ίσο με 3%. Αύξηση ή μείωση του επιτοκίου θα επιφέρει αλλαγές στην αναλογιστική υποχρέωση εκείνου του έτους. Δεν επηρεάζει τη περιουσία εκείνη τη χρονιά αλλά αφού μεταβάλλεται η αναλογιστική υποχρέωση μεταβάλλεται και η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση και κατά συνέπεια και οι εισφορές. Συνεπώς την επόμενη χρονιά θα μεταβληθεί και η περιουσία.

Υποθέτουμε ότι τη χρονική στιγμή t=7 το επιτόκιο αύξησης αποδοχών αυξήθηκε κατά μία μονάδα, δηλαδή από 3% έγινε 4%. Η αλλαγή αυτή θα αυξήσει την αναλογιστική υποχρέωση εκείνου του έτους. Όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method εκείνο το έτος έχουμε πλεόνασμα το οποίο θα μετατραπεί σε έλλειμμα. Κατά συνέπεια οι εισφορές θα αυξηθούν καθώς επίσης και η περιουσία του επόμενου έτους. Όταν αποσβένουμε θεωρώντας την spread method εκείνο το έτος έχουμε έλλειμμα το οποίο και θα αυξηθεί. Συνεπώς θα αυξηθούν και οι

εισφορές καθώς επίσης και το κεφάλαιο του επόμενου έτους. Αριθμητικά έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα.

$t=7$		<i>Amortization of losses method</i>			<i>Spread method</i>		
<i>Επιτόκιο αύξησης αποδοχών</i>	AL(7)	F(8)	UAL(7)	C(7)	F(8)	UAL(7)	C(7)
3%	314,840	384,215	-37,137	10,490	343,944	6,968	16,603
4%	369,683	391,385	17,706	17,254	356,732	61,811	28,667

Πίνακας 4.9: Σύγκριση της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά την αύξηση του επιτοκίου αύξησης αποδοχών κατά μία μονάδα

$t=7$		<i>Amortization of losses method</i>			<i>Spread method</i>		
<i>Μετατροπή επιτοκίου αύξησης αποδοχών 3% → 4%</i>	AL(7)	F(8)	UAL(7)	C(7)	F(8)	UAL(7)	C(7)
	17.42%	1.87%	-147.68%	64.48%	3.72%	787.03%	72.66%

Πίνακας 4.10: Ποσοστιαίες μεταβολές της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά την αύξηση του επιτοκίου αύξησης αποδοχών κατά μία μονάδα

Παρατηρούμε ότι η αύξηση του επιτοκίου αύξησης αποδοχών επηρέασε σημαντικά τα μεγέθη. Η αξία της αναλογιστικής υποχρέωσης σαν ποσό είναι πολύ μεγαλύτερη συγκριτικά με τα ποσά της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών $\{AL = 314,840 \gg (UAL_{\alpha} = -37,137 \text{ και } C_{\alpha} = 10,490), \text{ και } AL = 314,840 \gg (UAL_{\varsigma} = 6,968 \text{ και } C_{\varsigma} = 19,603)\}$. Επειδή η αύξηση της αναλογιστικής υποχρέωσης ήταν μεγάλη τα υπόλοιπα μεγέθη είχαν σημαντικές αλλαγές.

Υποθέτουμε ότι την χρονική στιγμή $t=7$ αντί για 3% που περιμέναμε, τα επιτόκια αύξησης αποδοχών μειώθηκαν στο 2%. Αυτή η μείωση είχε σαν αποτέλεσμα

τη μείωση της αναλογιστικής υποχρέωσης. Θεωρώντας την amortization of losses, το πλεόνασμα που υπήρχε εκείνο το έτος αυξήθηκε, οι εισφορές μειώθηκαν και κατά συνέπεια η περιουσία την επόμενη χρονιά μειώθηκε. Θεωρώντας την spread method, το έλλειμμα που υπήρχε μετατράπηκε σε πλεόνασμα. Έτσι οι εισφορές μειώθηκαν και η περιουσία το επόμενο έτος μειώθηκε επίσης. Αριθμητικά έχουμε τα εξής.

$t=7$		<i>Amortization of losses method</i>			<i>Spread method</i>		
<i>Επιτόκιο αύξησης αποδοχών</i>	AL(7)	F(8)	UAL(7)	C(7)	F(8)	UAL(7)	C(7)
3%	314,840	384,215	-37,137	10,490	343,944	6,968	16,603
2%	267,943	378,084	-84,034	4,706	333,008	-39,929	6,287

Πίνακας 4.11: Σύγκριση της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά τη μείωση του επιτοκίου αύξησης αποδοχών κατά μία μονάδα

$t=7$		<i>Amortization of losses method</i>			<i>Spread method</i>		
Μετατροπή επιτοκίου αύξησης αποδοχών 3% → 2%	AL(7)	F(8)	UAL(7)	C(7)	F(8)	UAL(7)	C(7)
	-14.90%	-1.60%	126.28%	-55.14%	-3.18%	-673.0%	-62.13%

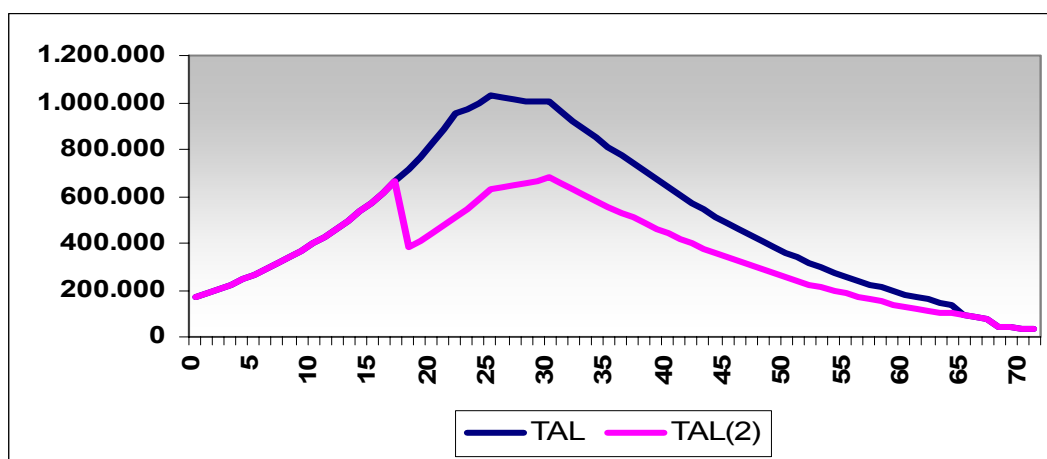
Πίνακας 4.12: Ποσοστιαίες μεταβολές της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών μετά τη μείωση του επιτοκίου αύξησης αποδοχών κατά μία μονάδα

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα, θα μπορούσαμε να πούμε ότι όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method τα μεγέθη που μας ενδιαφέρουν (περιουσία, μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση και εισφορές) αντιδρούν πιο ομαλά στις αλλαγές των επιτοκίων, είτε είναι επιτόκιο αύξησης αποδοχών είτε είναι επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων. Μία σημαντική παρατήρηση είναι ότι η απόκλιση του πραγματικού επιτοκίου αύξησης αποδοχών από το αρχικό που έχουμε

υποθέσει, επιφέρει πολύ μεγαλύτερες μεταβολές από ότι η απόκλιση του πραγματικού επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων από αυτό που υποθέσαμε.

4.4 Υπόθεση θανάτου πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

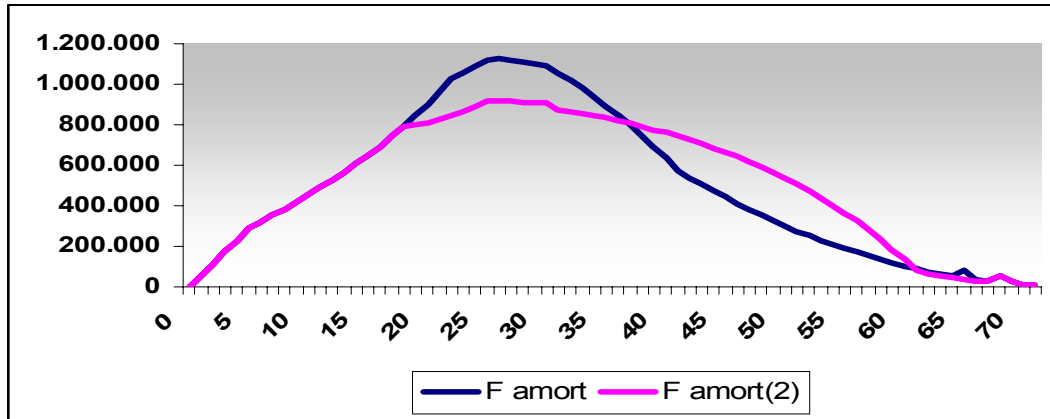
Αρχικά υποθέτουμε ότι ένας εκ των τριών συμμετεχόντων αποβιώνει σε ηλικία 61 ετών. Αναμένεται η αναλογιστική υποχρέωση να μειωθεί απότομα το επόμενο έτος του θανάτου και από εκεί και έπειτα να είναι μικρότερη σε αξία από όταν δεν έχει αποβιώσει κανένα από τα μέλη του πλάνου



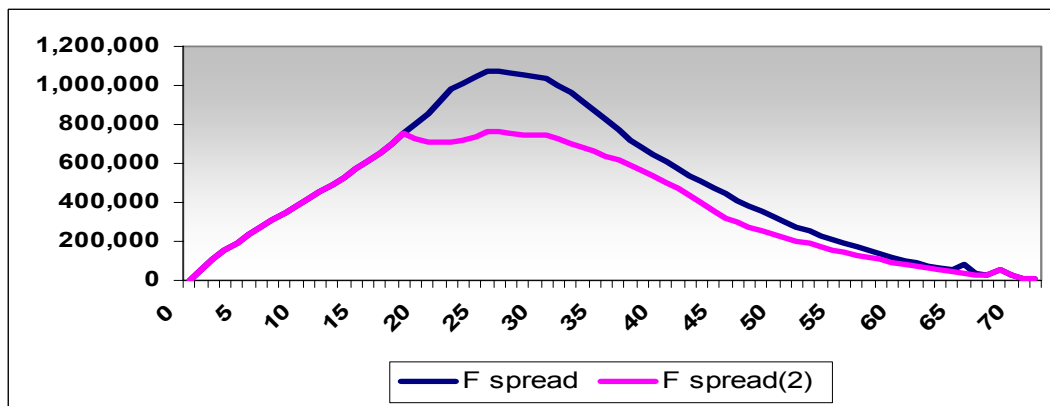
Διάγραμμα 4.8: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (TAL (2)) και όταν δεν συμβαίνει (TAL) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

Πράγματι, τη χρονική στιγμή $t=17$ συμβαίνει ο θάνατος και το αμέσως επόμενο έτος η αναλογιστική υποχρέωση μειώθηκε κατά 42.22%. Μια τέτοια μεγάλη μείωση θα επιφέρει αλλαγές και στα υπόλοιπα μεγέθη. Εκείνη τη χρονική στιγμή ανεξάρτητα από το ποια μέθοδο χρησιμοποιούμε για την απόσβεση της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης υπήρχε πλεόνασμα. Το πλεόνασμα αυξήθηκε σημαντικά κατά 420.08% όταν αποσβένουμε χρησιμοποιώντας την amortization of losses method και κατά 851.98% χρησιμοποιώντας την spread method αντίστοιχα. Λόγω

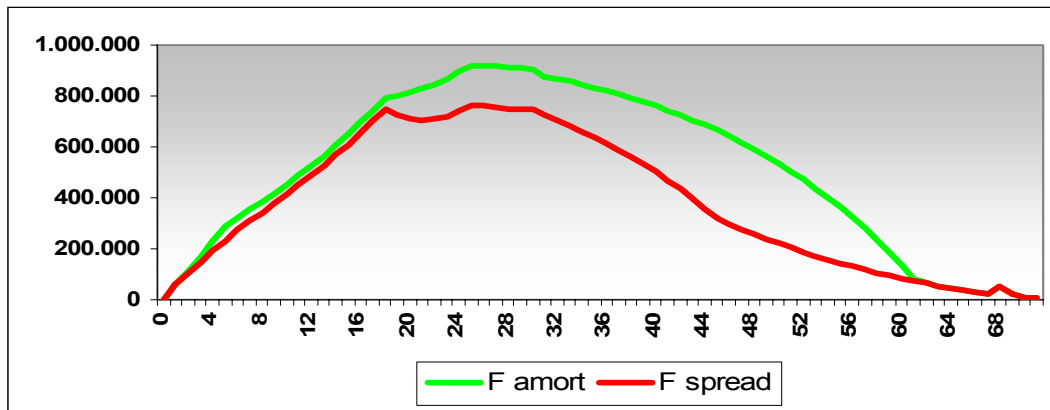
του μεγάλου πλεονάσματος φαίνεται να έχουμε πίστωση εισφορών και κατά αυτόν τον τρόπο επηρεάστηκε και η περιουσία όπως φαίνεται στα παρακάτω διαγράμματα.



Διάγραμμα 4.9: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν συμβαίνει (F amort (2)) και όταν δεν συμβαίνει (F amort) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την amortization of losses method



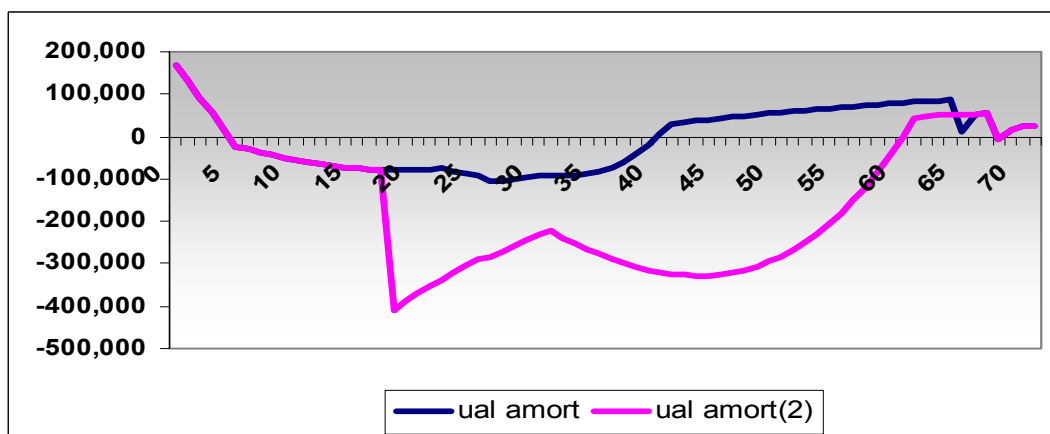
Διάγραμμα 4.10: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν συμβαίνει (F spread (2)) και όταν δεν συμβαίνει (F spread) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την spread method



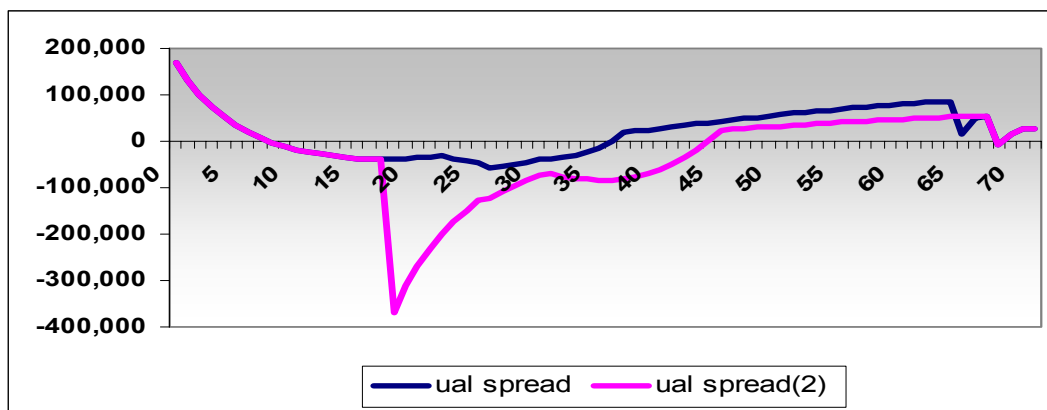
Διάγραμμα 4.11: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method και την amortization of losses method όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

Φαίνεται ότι όταν αποσβένουμε χρησιμοποιώντας τη spread method, η περιουσία μειώνεται περισσότερο από όταν χρησιμοποιούμε την amortization of losses method. Αυτό οφείλεται στο ότι όταν χρησιμοποιούμε την spread method, τη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση την αποσβένουμε με μία ράντα πέντε ετών, ενώ με την amortization of losses method με μία ράντα δέκα ετών. Έτσι η πίστωση των εισφορών είναι πολύ μεγαλύτερη κάτω από την spread method αφού το πλεόνασμα αποσβένεται στα μισά χρόνια σε σχέση με την amortization of losses method και συνεπώς η περιουσία είναι μικρότερη.

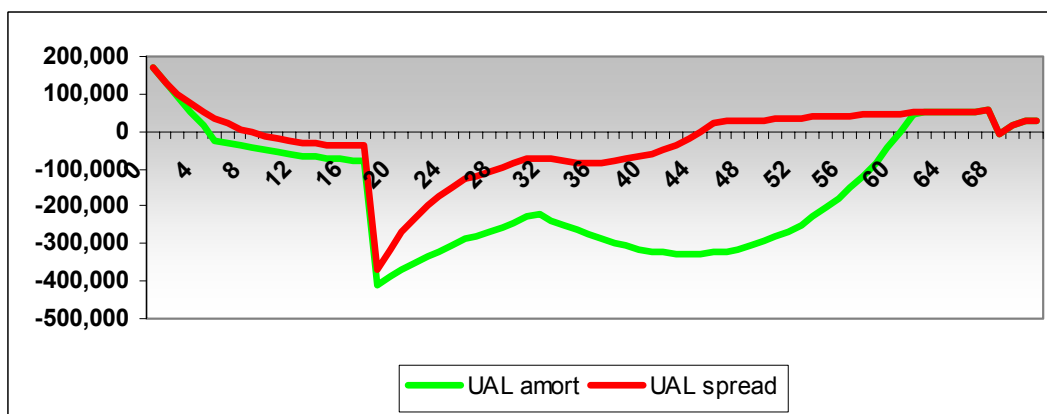
Όπως ήδη αναφέραμε το πλεόνασμα θα αυξηθεί κατά πολύ και αυτό φαίνεται και στα παρακάτω διαγράμματα.



Διάγραμμα 4.12: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (ual amort (2)) και όταν δεν συμβαίνει (ual amort) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την amortization of losses method



Διάγραμμα 4.13: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (ual spread (2)) και όταν δεν συμβαίνει (ual spread) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την spread method

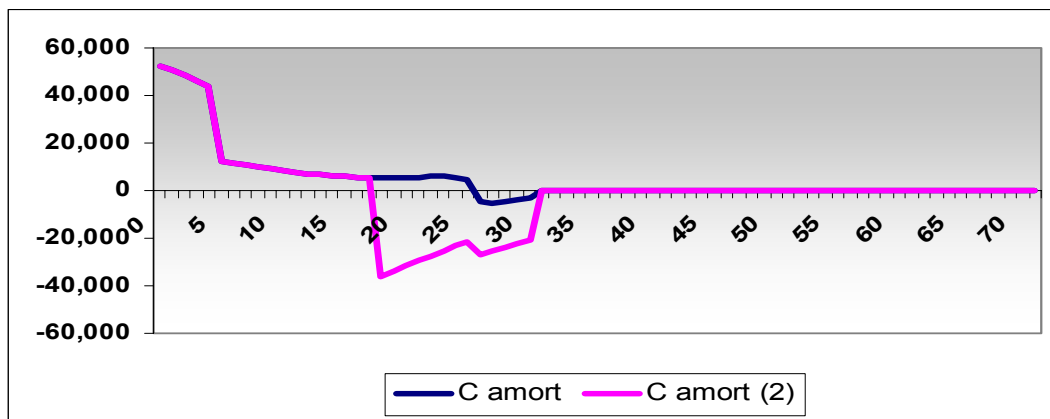


Διάγραμμα 4.14: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method και την amortization of losses method όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

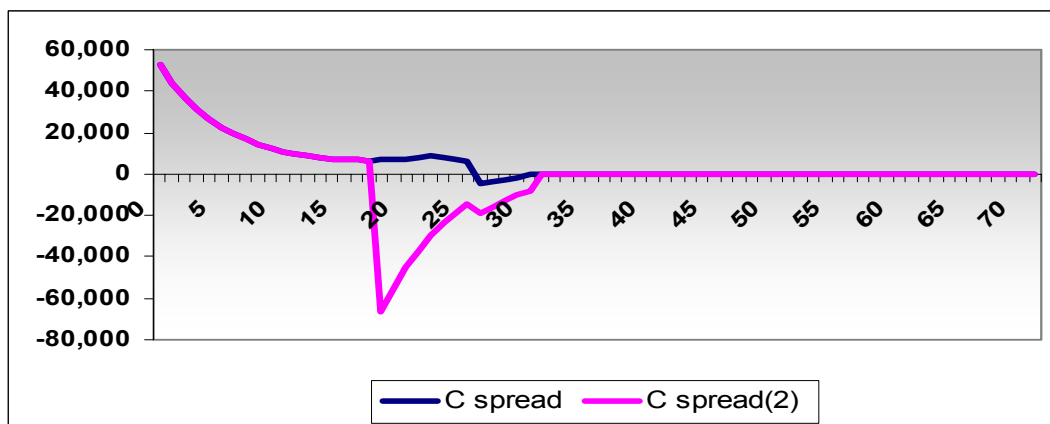
Από το τελευταίο διάγραμμα παρατηρούμε ότι όταν αποσβένουμε χρησιμοποιώντας την amortization of losses method το πλεόνασμα παραμένει υψηλό για περισσότερο χρονικό διάστημα από ότι όταν χρησιμοποιούμε την spread method. Αυτό γίνεται γιατί η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης είναι ανεξάρτητη από τη μέθοδο απόσβεσης που χρησιμοποιούμε. Σαν αποτέλεσμα αυτού, το επίπεδο στο οποίο κυμαίνεται η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση εξαρτάται μόνο από την εξέλιξη της περιουσία. Επειδή η περιουσία όταν χρησιμοποιούμε την amortization of losses method είναι μεγαλύτερη από όταν χρησιμοποιούμε τη spread method η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση είναι αναμενόμενο να εξελίσσεται αντίστοιχα. Ένας ακόμη λόγος για τον οποίο το πλεόνασμα κάτω από την

amortization of losses method παραμένει για περισσότερα χρόνια από ότι κάτω από τη spread method, είναι εξαιτίας της περιόδου απόσβεσης του πλεονάσματος της κάθε μεθόδου. Το πλεόνασμα κάτω από την amortization of losses method αποσβένεται σε περισσότερα χρόνια από ότι κάτω από τη spread method.

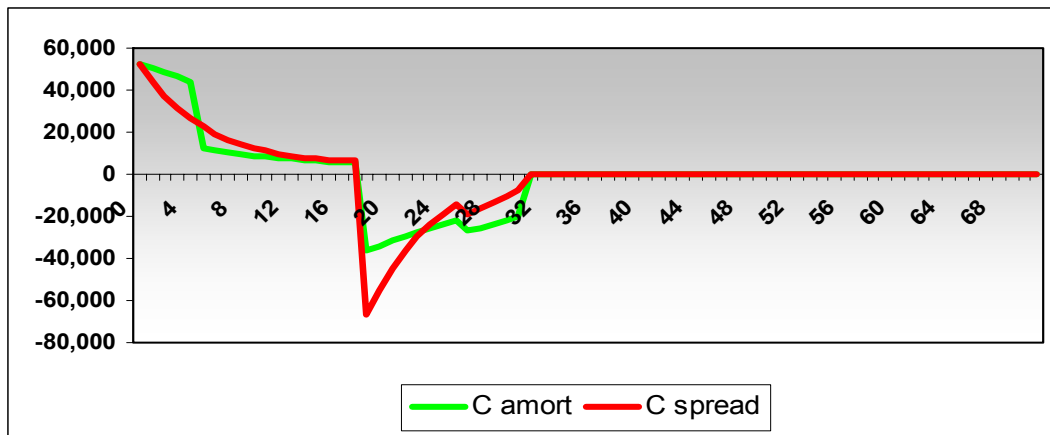
Τέλος στα παρακάτω διαγράμματα απεικονίζεται η εξέλιξη των εισφορών. Φαίνεται ότι οι εισφορές έγιναν πιστωτικές λόγω του θανάτου κάποιου από τα μέλη του πλάνου, αφού αυτό συνέβη την αμέσως επόμενη χρονιά. Αυτό οφείλεται στο ότι το τμήμα του πλεονάσματος το οποίο πρέπει να αποσβεσθεί (SC) είναι μεγαλύτερο από το κανονικό κόστος.



Διάγραμμα 4.15: Η εξέλιξη των εισφορών όταν συμβαίνει (C amort (2)) και όταν δεν συμβαίνει (C amort) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την amortization of losses method



Διάγραμμα 4.16: Η εξέλιξη των εισφορών όταν συμβαίνει (C spread (2)) και όταν δεν συμβαίνει (C spread) θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την spread method



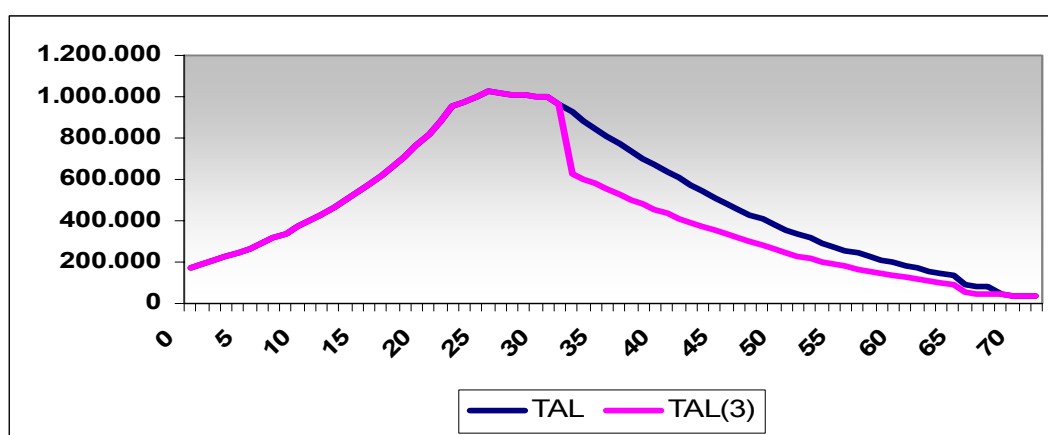
Διάγραμμα 4.17: Η εξέλιξη των εισφορών όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method και την amortization of losses method όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

Όπως φαίνεται και στο τελευταίο διάγραμμα από τη στιγμή του θανάτου και έπειτα, η πίστωση των εισφορών όταν αποσβένουμε χρησιμοποιώντας την amortization of losses method είναι μικρότερη αρχικά από όταν χρησιμοποιούμε την spread method. Αυτό οφείλεται στη διάρκεια απόσβεσης της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης που υποθέτουμε με την κάθε μέθοδο και που επηρεάζει άμεσα το πρόσθετο κόστος. Η διάρκεια απόσβεσης με την amortization of losses method είναι 10 χρόνια και με την spread method είναι 5 χρόνια. Δηλαδή για το πρόσθετο κόστος ισχύει $SC_s = -80,828 < -39,460 = SC_a$. Στη συνέχεια επειδή το πλεόνασμα υπό την amortization of losses method είναι μεγαλύτερο το αρνητικό πρόσθετο κόστος μειώνεται με μικρότερο ρυθμό. Έτσι τη χρονική στιγμή $t=23$ η πίστωση των εισφορών κάτω από την spread method γίνεται μικρότερη από ότι κάτω από την amortization of losses method.

Αριθμητικά, η εξέλιξη της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης, των εισφορών και της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης, δίνονται στο Παράρτημα III.

4.5 Υπόθεση θανάτου μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

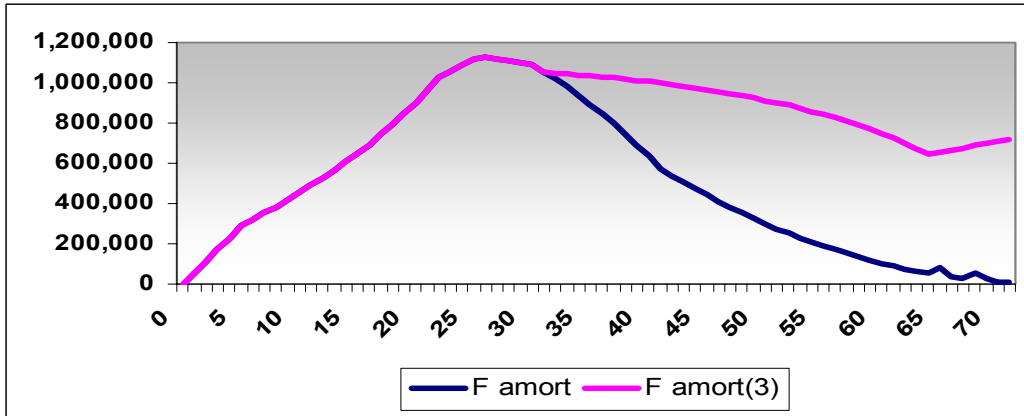
Υποθέτουμε ότι ένα μέλος του πλάνου αποβιώνει σε ηλικία 71 ετών τη χρονική στιγμή $t=32$. Όπως και πριν είναι αναμενόμενο η αναλογιστική υποχρέωση να μειωθεί και να παραμείνει σε χαμηλότερο επίπεδο από όταν δεν αποβιώνει κάποιο μέλος του πλάνου. Αυτό φαίνεται στο διάγραμμα 4.18



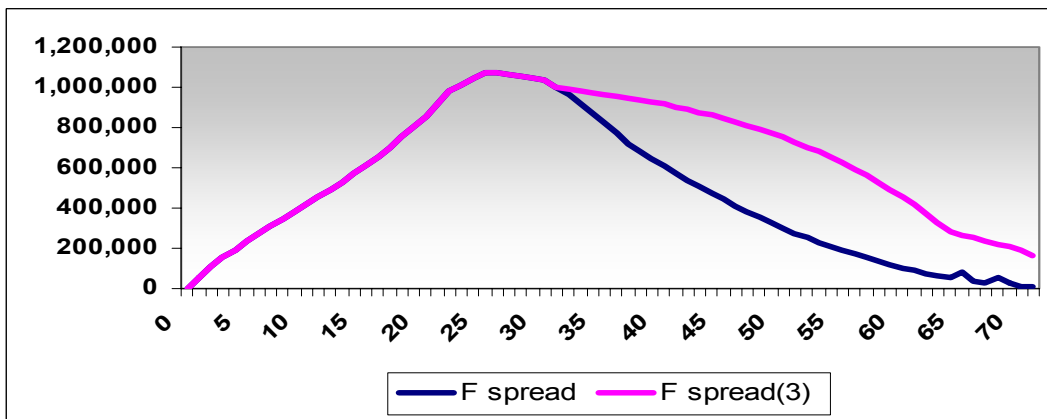
Διάγραμμα 4.18: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (TAL (3)) και όταν δεν συμβαίνει (TAL) θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

Η περιουσία του πλάνου θα μειώνεται με μικρότερο ρυθμό όταν υπάρχει θάνατος από όταν επιβιώσουν όλοι οι συμμετέχοντες. Αυτό θα γίνει γιατί το πλάνο θα αποδώσει χαμηλότερο από το αναμενόμενο ύψος παροχών. Το όφελος που προκύπτει λόγω του θανάτου, θεωρούμε ότι δε θα αποδοθεί στα μέλη του πλάνου αλλά θα συμπεριληφθεί στα κέρδη της επιχείρησης και κατά συνέπεια, η περιουσία θα είναι υψηλότερη από την αναλογιστική υποχρέωση. Επειδή μετά τη συνταξιοδότηση όλων των μελών οι εισφορές έχουν σταματήσει να δίνονται (έτσι αποφεύγεται η πίστωση των εισφορών), η περιουσία θα διατηρηθεί μεγαλύτερη από την αναλογιστική υποχρέωση για περισσότερη διάρκεια ετών. Κατά αυτόν τον τρόπο θα διατηρηθεί για περισσότερη διάρκεια ετών και το πλεόνασμα που υπάρχει. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι δεν έχουμε ξανά δημιουργία ελλείμματος καθώς η περιουσία παραμένει σε υψηλότερο επίπεδο της αναλογιστικής υποχρέωσης.

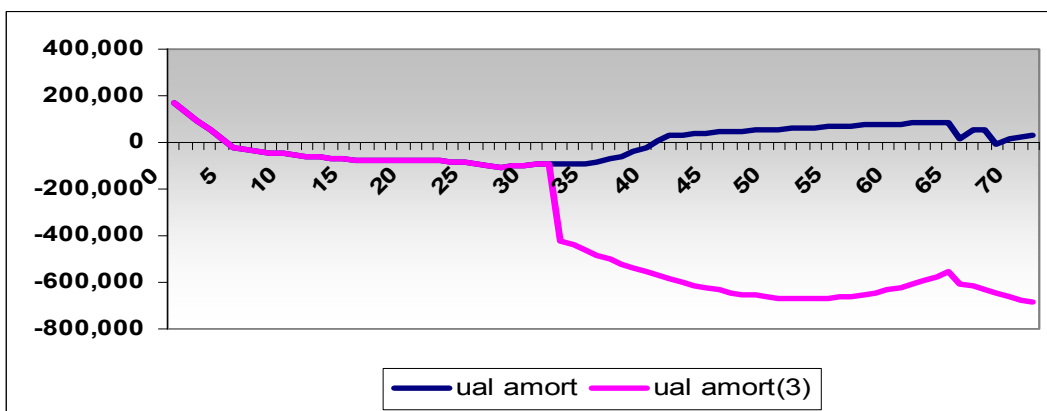
Όλα τα παραπάνω απεικονίζονται στα παρακάτω διαγράμματα.



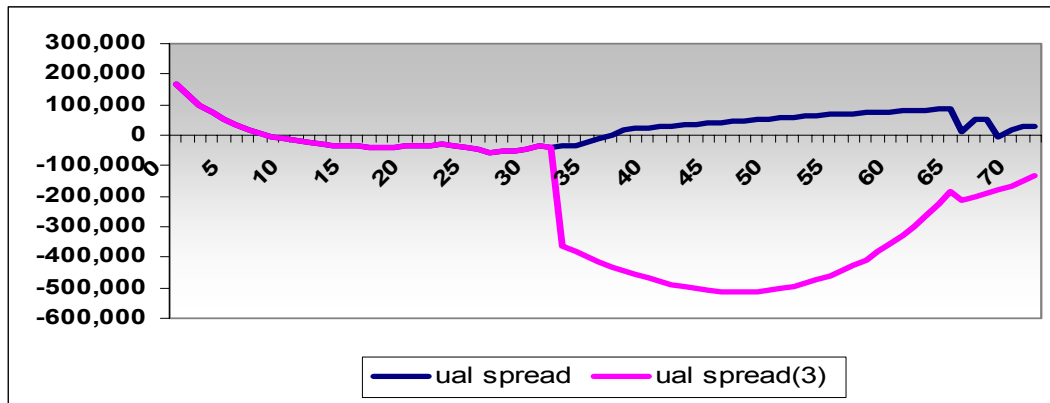
Διάγραμμα 4.19: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν συμβαίνει (F amort (3)) και όταν δεν συμβαίνει (F amort) θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την amortization of losses method



Διάγραμμα 4.20: Η εξέλιξη της περιουσίας όταν συμβαίνει (F spread (3)) και όταν δεν συμβαίνει (F spread) θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την spread method



Διάγραμμα 4.21: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (ual amort (3)) και όταν δεν συμβαίνει (ual amort) θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την amortization of losses method



Διάγραμμα 4.22: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει (ual spread (3)) και όταν δεν συμβαίνει (ual spread) θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης θεωρώντας την spread method

Οι διαφορές μεταξύ των μεθόδων απόσβεσης είναι ίδιες όπως στην περίπτωση που ο θάνατος πραγματοποιήθηκε σε ηλικία πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης. Δηλαδή θεωρώντας την amortization method η περιουσία που αναπτύσσεται είναι μεγαλύτερη. Το ίδιο ισχύει και για το πλεόνασμα. Στις εισφορές δεν αλλάζει κάτι αφού όταν πραγματοποιείται ο θάνατος έχει σταματήσει η καταβολή τους.

Αριθμητικά, η εξέλιξη της περιουσίας, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και της αναλογιστικής υποχρέωσης όταν συμβαίνει θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης, δίνονται στο Παράρτημα IV.

Κεφάλαιο 5 - Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική μελετήσαμε τις δύο πλέον διαδεδομένες μεθόδους απόσβεσης ελλειμμάτων και πλεονασμάτων (spread method και amortization of losses method) και πως η εφαρμογή καθεμιάς από αυτές επιδρά στην εξέλιξη της περιουσίας του πλάνου, της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και στο επίπεδο των εισφορών. Επίσης είδαμε ποιοι παράγοντες επηρεάζουν τη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση. Μέσα από την συγκεκριμένη εργασία, καταλήξαμε στα εξής.

Όταν αποσβένουμε χρησιμοποιώντας την amortization of losses method η περιουσία που σωρεύεται είναι μεγαλύτερη από αυτή που σωρεύεται όταν χρησιμοποιούμε την spread method μέχρι τη συνταξιοδότηση όλων των συμμετεχόντων του πλάνου. Σύμφωνα με αυτό, η amortization of losses method φαίνεται να παρέχει μεγαλύτερη ασφάλεια στο πλάνο από την spread method. Επίσης, η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση παρουσιάζει κατά μέσο όρο πλεόνασμα όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method, ενώ παρουσιάζει κατά μέσο όρο έλλειμμα θεωρώντας την spread method.

Όταν αποσβένουμε θεωρώντας την spread method, οι εισφορές που καταβάλλονται στην έναρξη του πλάνου είναι μικρότερες από όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method. Επίσης η εξέλιξή τους είναι πιο ομαλή κατά τη διάρκεια του πλάνου.

Αν η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ισούται με τη μονάδα, η αναλογιστική υποχρέωση είναι μεγαλύτερη από όταν η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 είναι διάφορη της μονάδας. Το ίδιο συμβαίνει και με την περιουσία του πλάνου. Από την άλλη η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση και οι εισφορές είναι μικρότερες.

Στην περίπτωση που η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι τα 65 ισούται με τη μονάδα, η περιουσία που σωρεύεται αποσβένοντας θεωρώντας την amortization of losses method είναι μεγαλύτερη από αυτή που σωρεύεται θεωρώντας την spread

method. Επίσης στην ίδια περίπτωση, αποσβένοντας με την amortization of losses method στη μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση παρουσιάζεται κατά μέσο όρο πλεόνασμα, ενώ θεωρώντας τη spread method παρουσιάζεται κατά μέσο όρο έλλειμμα. Τέλος και σε αυτή την περίπτωση οι εισφορές που καταβάλλονται θεωρώντας την spread method είναι αρχικά μικρότερες από ότι όταν θεωρούμε την amortization of losses method

Αν το επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων αυξηθεί κατά μια μονάδα κάποια χρονική στιγμή, η περιουσία του πλάνου θα αυξηθεί, η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση το ίδιο ενώ οι εισφορές θα μειωθούν. Αν το επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων μειωθεί κατά μια μονάδα κάποια χρονική στιγμή, η περιουσία και η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση θα μειωθούν ενώ οι εισφορές θα αυξηθούν. Η αναλογιστική υποχρέωση παραμένει ανεπηρέαστη καθώς δεν εξαρτάται από το επιτόκιο απόδοσης επενδύσεων.

Αν το επιτόκιο αύξησης αποδοχών αυξηθεί κατά μία μονάδα κάποια χρονική στιγμή, η αναλογιστική υποχρέωση θα αυξηθεί. Θεωρώντας την amortization of losses method το πλεόνασμα που υπάρχει μετατρέπεται σε έλλειμμα και οι εισφορές αυξάνονται. Σαν αποτέλεσμα την επόμενη χρονιά η περιουσία θα αυξηθεί. Όταν θεωρούμε την spread method, το έλλειμμα που υπάρχει γίνεται μεγαλύτερο, κατά συνέπεια και οι εισφορές γίνονται μεγαλύτερες. Σαν αποτέλεσμα αυτού, την επόμενη χρονιά η περιουσία αυξάνεται.

Αν το επιτόκιο αύξησης αποδοχών μειωθεί κατά μία μονάδα, η αναλογιστική υποχρέωση μειώνεται. Θεωρώντας την amortization of losses method το πλεόνασμα αυξάνεται, οι εισφορές μειώνονται και σαν αποτέλεσμα αυτών, την επόμενη χρονιά η περιουσία μειώνεται. Θεωρώντας την spread method, το έλλειμμα μετατρέπεται σε πλεόνασμα, οι εισφορές μειώνονται και κατά συνέπεια η περιουσία την επόμενη χρονιά μειώνεται.

Η απόκλιση του πραγματικού επιτοκίου αύξησης αποδοχών από αυτό που υποθέτουμε επιφέρει μεγαλύτερες μεταβολές στα μεγέθη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης, της περιουσίας και των εισφορών από ότι η απόκλιση του πραγματικού επιτοκίου απόδοσης επενδύσεων από αυτό που υποθέτουμε.

Όταν ένα μέλος του πλάνου αποβιώνει πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης, η αναλογιστική υποχρέωση μειώνεται σημαντικά στην επόμενη αποτίμηση και συνεχίζει να είναι μικρότερη μέχρι τη λήξη του πλάνου από όταν δεν αποβιώνει κανείς. Μεταξύ των μεθόδων συμπεραίνουμε ότι η περιουσία που σωρεύεται θεωρώντας την amortization of losses method είναι μεγαλύτερη από ότι θεωρώντας την spread method. Η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση μειώνεται μετά το θάνατο του μέλους. Το ίδιο ισχύει και για τις εισφορές. Μεταξύ των μεθόδων, η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση είναι κατά μέσο όρο μικρότερη θεωρώντας την amortization of losses method από όταν θεωρούμε την spread method.

Όταν ένα μέλος του πλάνου αποβιώσει μετά την κανονική ηλικία συνταξιοδότησης, η αναλογιστική υποχρέωση μειώνεται. Η περιουσία παραμένει μεγαλύτερη από όταν δεν αποβιώσει κανείς όποια μέθοδο απόσβεσης και αν θεωρήσουμε. Το πλεόνασμα που υπάρχει παραμένει και δεν δημιουργείται ξανά έλλειμμα μέχρι τη λήξη του πλάνου. Αλλαγές στις εισφορές δεν υπάρχουν καθώς η καταβολή τους σταματάει όταν συνταξιοδοτηθεί και το τελευταίο μέλος του πλάνου. Μεταξύ των μεθόδων, η περιουσία που σωρεύεται από τη στιγμή του θανάτου και έπειτα θεωρώντας την amortization of losses method είναι μεγαλύτερη από όταν θεωρούμε τη spread method. Το ίδιο ισχύει και για την εξέλιξη του πλεονάσματος που υπάρχει εκείνη τη στιγμή. Δηλαδή είναι μεγαλύτερο θεωρώντας την amortization of losses method παρά θεωρώντας την spread method.

Υπάρχουν δύο βασικές προσεγγίσεις της amortization of losses method για την απόσβεση τις πρόσθετης υποχρέωσης. Σύμφωνα με την προσέγγιση (1) η πρόσθετη υποχρέωση αποσβένεται με μία σταθερή ράντα 5 ετών. Σύμφωνα με την προσέγγιση (2) η απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης γίνεται βάσει ράντας με διάρκεια την υπολειπόμενη περίοδο από εκείνη των 5 ετών. Κάτω από τις δύο διαφορετικές προσεγγίσεις της amortization of losses method για την απόσβεση της πρόσθετης υποχρέωσης παρατηρήθηκαν τα εξής. Οι τάσεις της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης, της περιουσίας και των εισφορών είναι ίδια όποια προσέγγιση και αν θεωρήσουμε. Θεωρώντας την προσέγγιση (1), δημιουργείται μεγαλύτερη περιουσία, από ότι θεωρώντας την προσέγγιση (2). Και οι εισφορές τα πρώτα χρόνια είναι μεγαλύτερες κάτω από την προσέγγιση (1).

Κεφάλαιο 6 – Περαιτέρω Διερεύνηση

- Στην παρούσα εργασία θεωρούμε ότι αποσβένουμε και τα ελλείμματα και τα πλεονάσματα που δημιουργούνται. Στην πράξη συνήθως, για λόγους συντηρητικότητας δεν αποσβένεται το σύνολο του ποσού του πλεονάσματος αλλά όταν αυτό δημιουργείται εξισώνεται η εισφορά με το κανονικό κόστος. Μια περαιτέρω διερεύνηση θα πρέπει να εξετάσει σε βάθος την εξέλιξη των μεγεθών (περιουσία, μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση, εισφορές) στην περίπτωση που δεν αποσβένεται εξ' ολοκλήρου το ποσό του πλεονάσματος.
- Επίσης, θεωρούμε ότι ο πληθυσμός που πλάνου είναι κλειστή ομάδα, δηλαδή δεν υπάρχει είσοδος νέων μελών στο πλάνο. Μια περαιτέρω διερεύνηση θα ήταν να θεωρήσουμε ότι ο πληθυσμός του πλάνου δεν είναι κλειστή ομάδα και να εξετάσουμε την εξέλιξη της περιουσίας της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών.
- Τέλος, σε αυτή την εργασία θεωρούμε ότι η αρχική περιουσία του πλάνου ισούται με το μηδέν. Μια περαιτέρω διερεύνηση θα ήταν να θεωρήσουμε ότι η αρχική περιουσία ισούται με κάποιο ποσοστό της αρχικής αναλογιστικής υποχρέωσης και να εξετάσουμε την εξέλιξη του των βασικών αναλογιστικών μεγεθών κάτω από την υπόθεση αυτή.

Παράρτημα Ι

${}_{65-x}P_x \neq 1$			
<i>Χρόνος (t)</i>	<i>AL</i>	<i>F (amortization of losses method)</i>	<i>F (spread method)</i>
0	169,866	0	0
5	267,354	290,333	233,206
10	397,402	452,137	415,870
15	574,026	648,560	610,873
20	822,074	900,741	857,776
25	1,029,768	1,121,010	1,075,275
30	1,000,801	1,091,520	1,037,566
35	810,684	893,058	825,006
40	636,964	631,998	608,920
45	485,144	442,068	442,068
50	358,621	301,576	301,576
55	258,272	188,951	188,951
60	182,647	103,125	103,125
65	91,714	77,991	77,991
70	36,618	10,555	10,555
71	34,098	7,087	7,087

Πίνακας 1: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης σε σχέση με την περιουσία κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου

${}_{65-x}p_x \neq 1$				
<i>Χρόνος (t)</i>	<i>Amortization of losses method</i>		<i>Spread method</i>	
	<i>Ual</i>	<i>C</i>	<i>Ual</i>	<i>C</i>
0	169,866	52,437	169,866	52,437
5	-22,979	12,236	34,148	22,582
10	-54,735	8,319	-18,468	11,008
15	-74,534	5,877	-36,848	6,965
20	-78,667	5,368	-35,702	7,217
25	-91,242	4,879	-45,507	6,122
30	-90,718	-3,382	-36,764	-280
35	-82,374	0	-14,322	0
40	4,967	0	28,044	0
45	43,075	0	43,075	0
50	57,045	0	57,045	0
55	69,322	0	69,322	0
60	79,521	0	79,521	0
65	13,723	0	13,723	0
70	26,063	0	26,063	0
71	27,011	0	27,011	0

Πίνακας 2: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου

Παράρτημα II

${}_{65-x}P_x = 1$			
<i>Χρόνος (t)</i>	<i>AL</i>	<i>F (amortization of losses method)</i>	<i>F (spread method)</i>
0	209,467	0	0
5	324,218	352,358	282,094
10	470,208	543,010	497,703
15	654,478	766,935	716,098
20	885,520	1,037,634	970,412
25	1,051,328	1,249,439	1,160,352
30	1,000,801	1,190,892	1,083,367
35	810,684	1,010,129	873,306
40	636,964	788,665	610,144
45	485,144	492,297	442,068
50	358,621	301,576	301,576
55	258,272	188,951	188,951
60	182,647	103,125	103,125
65	91,714	77,991	77,991
70	36,618	10,555	10,555
71	34,098	7,087	7,087

Πίνακας 3: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης σε σχέση με την περιουσία κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου, όταν η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 είναι ίση με τη μονάδα

${}_{65-x}P_x = 1$				
<i>Χρόνος (t)</i>	<i>Amortization of losses method</i>		<i>Spread method</i>	
	<i>Ual</i>	<i>C</i>	<i>Ual</i>	<i>C</i>
0	209,467	63,661	209,467	63,661
5	-28,141	14,112	42,124	26,849
10	-72,802	8,604	-27,495	11,535
15	-112,456	3,713	-61,619	4,028
20	-152,114	-1,179	-84,892	-1,091
25	-198,111	-7,340	-109,024	-6,888
30	-190,091	-15,272	-82,565	-9,989
35	-199,445	0	-62,621	0
40	-151,701	0	26,821	0
45	-7,153	0	43,075	0
50	57,045	0	57,045	0
55	69,322	0	69,322	0
60	79,521	0	79,521	0
65	13,723	0	13,723	0
70	26,063	0	26,063	0
71	27,011	0	27,011	0

Πίνακας 4: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου όταν η πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία των 65 είναι ίση με τη μονάδα

Παράρτημα ΙΙΙ

Θάνατος μέλους σε ηλικία 61 ετών ($t=18$)			
<i>Χρόνος (t)</i>	<i>AL</i>	<i>F (amortization of losses method)</i>	<i>F (spread method)</i>
0	169,866	0	0
5	267,354	290,333	233,206
10	397,402	452,137	415,870
15	574,026	648,560	610,873
17	662,701	741,250	701,299
18	382,910	791,430	750,351
19	411,302	800,422	724,609
25	633,896	921,719	762,119
30	677,757	906,571	749,171
35	555,071	832,494	638,602
40	441,063	760,683	501,211
45	358,760	664,583	317,583
50	253,545	535,980	221,091
55	184,002	363,880	143,344
60	130,618	133,571	83,002
65	91,714	38,549	38,549
70	36,618	10,555	10,555
71	34,098	7,087	7,087

Πίνακας 5: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης σε σχέση με την περιουσία κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

<i>Θάνατος μέλους σε ηλικία 61 ετών (t=18)</i>				
Χρόνος (t)	Amortization of losses method		Spread method	
	Ual	C	Ual	C
0	169,866	52,437	169,866	52,437
5	-22,979	12,236	34,148	22,582
10	-54,735	8,319	-18,468	11,008
15	-74,534	5,877	-36,848	6,965
17	-78,549	5,382	-38,597	6,580
18	-408,520	-36,315	-367,441	-66,758
19	-389,120	-33,923	-313,307	-54,849
25	-287,823	-21,429	-128,223	-14,135
30	-228,814	-20,415	-71,414	-7,903
35	-277,424	0	-83,531	0
40	-319,620	0	-60,148	0
45	-324,949	0	22,051	0
50	-282,435	0	32,454	0
55	-179,878	0	40,658	0
60	-2,953	0	47,616	0
65	53,165	0	53,165	0
70	26,063	0	26,063	0
71	27,011	0	27,011	0

Πίνακας 6: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου όταν συμβαίνει θάνατος πριν την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

Παράρτημα IV

Θάνατος μέλους σε ηλικία 71 ετών ($t=32$)			
Χρόνος (t)	<i>AL</i>	<i>F (amortization of losses method)</i>	<i>F (spread method)</i>
0	169,866	0	0
5	267,354	290,333	233,206
10	397,402	452,137	415,870
15	574,026	648,560	610,873
20	822,074	900,741	857,776
25	1,029,768	1,121,010	1,075,275
31	961,780	1,053,531	999,628
32	628,375	1,049,373	992,235
33	602,724	1,044,965	984,400
35	552,554	1,035,341	967,289
40	435,297	1,005,749	914,681
45	332,540	966,149	844,279
50	246,604	913,155	750,065
55	178,158	842,236	623,985
60	126,328	747,332	455,262
65	52,231	657,534	266,679
70	36,618	709,891	186,839
71	34,098	722,320	167,886

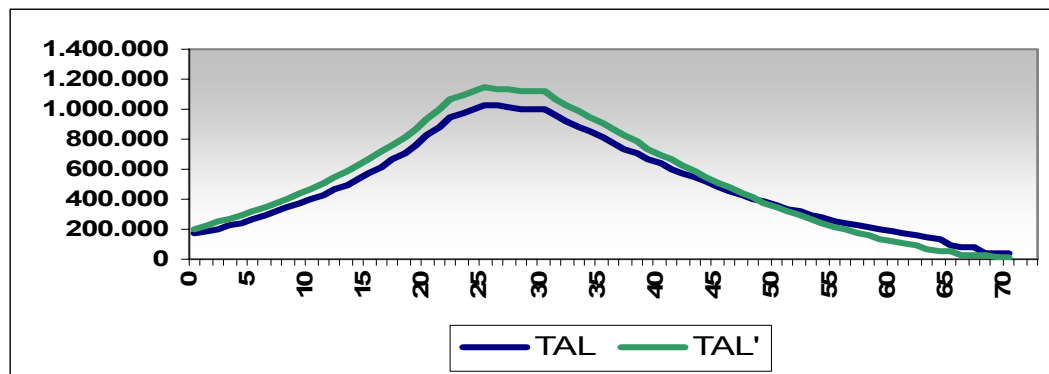
Πίνακας 7: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης σε σχέση με την περιουσία κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου όταν συμβαίνει θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

<i>Θάνατος μέλους σε ηλικία 71 ετών (t=32)</i>		
<i>Χρόνος (t)</i>	<i>Ual(Amortization of losses method)</i>	<i>Ual(Spread method)</i>
0	169,866	169,866
5	-22,979	34,148
10	-54,735	-18,468
15	-74,534	-36,848
20	-78,667	-35,702
25	-91,242	-45,507
31	-91,751	-37,848
32	-420,998	-363,861
33	-442,241	-381,675
35	-482,788	-414,736
40	-570,453	-479,384
45	-633,609	-511,739
50	-666,551	-503,461
55	-664,079	-445,828
60	-621,003	-328,934
65	-605,303	-214,449
70	-673,273	-150,222
71	-688,223	-133,788

Πίνακας 8: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης κατά τη διάρκεια του πλάνου όταν συμβαίνει θάνατος μετά την ηλικία κανονικής συνταξιοδότησης

Παράρτημα V

Το προσδόκιμο επιβίωσης σύμφωνα με τον γαλλικό πίνακα PM 60-64, είναι 13,83 χρόνια για άτομα ηλικίας 65 ετών. Αν βασιστούμε στον ελβετικό πίνακα θνησιμότητας EVK 2000 που το προσδόκιμο επιβίωσης για άτομο 65 ετών είναι 17,56 χρόνια, αναμένουμε το συνολικό κόστος να είναι υψηλότερο για την ίδια συνταξιοδοτική παροχή.



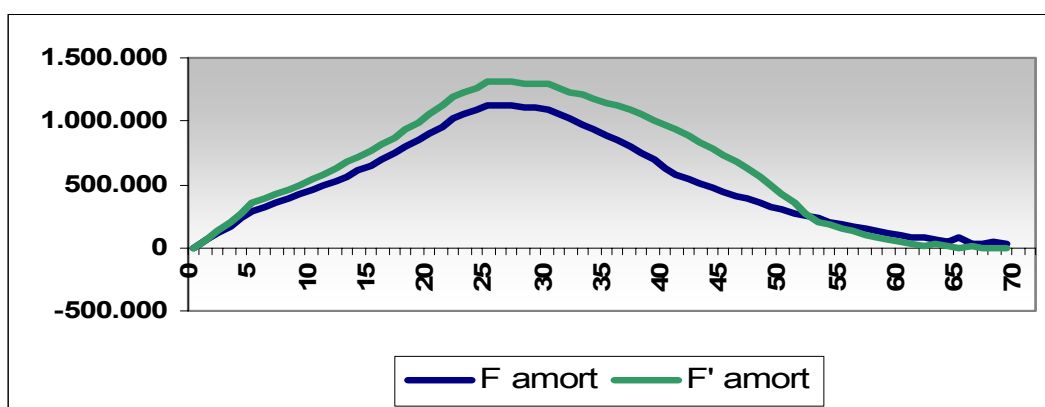
Διάγραμμα 1: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης χρησιμοποιώντας τον γαλλικό πίνακα θνησιμότητας (TAL) και τον ελβετικό (TAL')

Όπως ήταν αναμενόμενο η αναλογιστική υποχρέωση υπολογισμένη σύμφωνα με τον ελβετικό πίνακα θνησιμότητας EVK 2000 είναι μεγαλύτερη αφού το προσδόκιμο επιβίωσης είναι μεγαλύτερο.

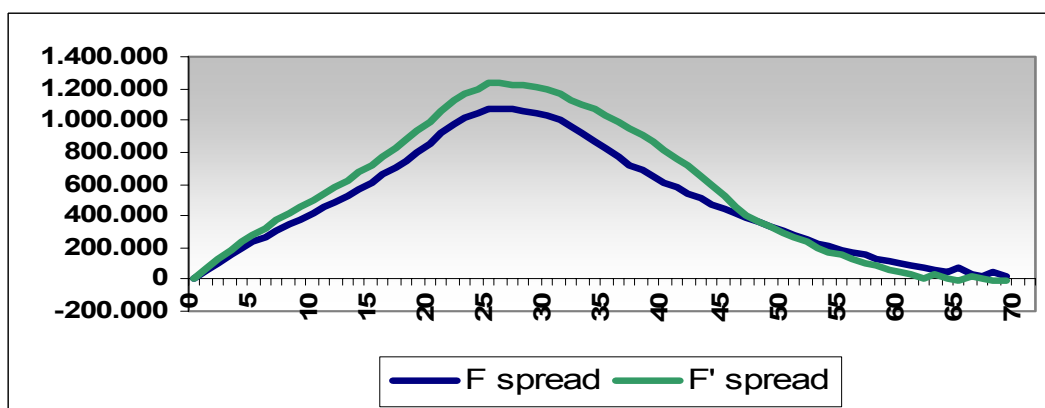
Με την ίδια λογική και η περιουσία που σωρεύεται όταν χρησιμοποιούμε τον ελβετικό πίνακα θνησιμότητας EVK 2000 θα είναι μεγαλύτερη, όποια μέθοδο απόσβεσης και αν θεωρήσουμε. Το πλεόνασμα θα διατηρηθεί για περισσότερα χρόνια. Κάποια στιγμή θα δημιουργηθεί ξανά έλλειμμα διότι και σε αυτή την περίπτωση οι συμμετέχοντες του πλάνου ζουν περισσότερο από το προσδόκιμο επιβίωσης. Κάτω από τη spread method, το έλλειμμα εμφανίζεται ξανά τη χρονική στιγμή $t=46$ όπου ο A1 συμμετέχοντας είναι 81 ετών, ο A2 είναι 86 ετών και ο A3 είναι 89 ετών. Δηλαδή δύο από τους τρεις συμμετέχοντες έχουν περάσει το προσδόκιμο επιβίωσης που είναι η ηλικία των 83 ετών. Κάτω από την amortization of losses method, το έλλειμμα εμφανίζεται ξανά τη χρονική στιγμή $t=52$ όπου ο A1 είναι

87 ετών, ο A2 είναι 92 ετών και ο A3 είναι 95 ετών. Δηλαδή όλοι οι συμμετέχοντες είναι πάνω από το προσδόκιμο επιβίωσης.

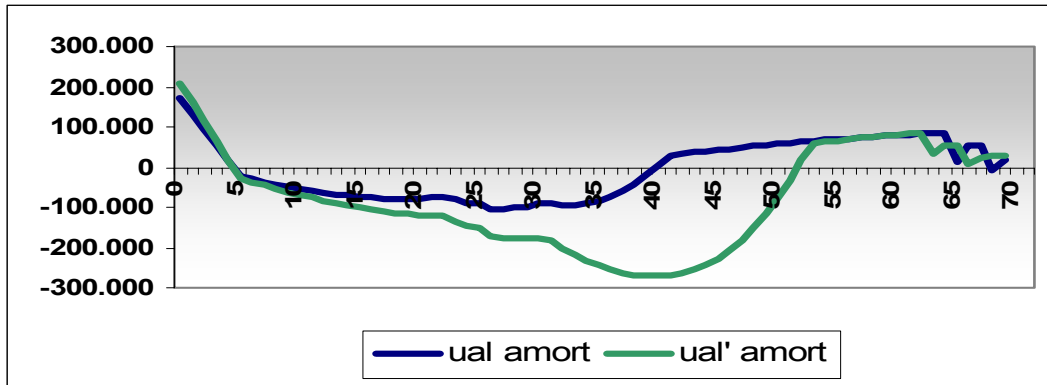
Όλα τα παραπάνω παρουσιάζονται γραφικά και αριθμητικά παρακάτω. Όπου τα μεγέθη F amort, F spread, ual amort, ual spread, C amort και C spread έχουν υπολογισθεί σύμφωνα με το γαλλικό πίνακα θνησιμότητας PM 60-64 και τα μεγέθη F' amort, F' spread, ual' amort, ual' spread, C' amort και C' spread έχουν υπολογιστεί με τον ελβετικό πίνακα θνησιμότητας EVK 2000.



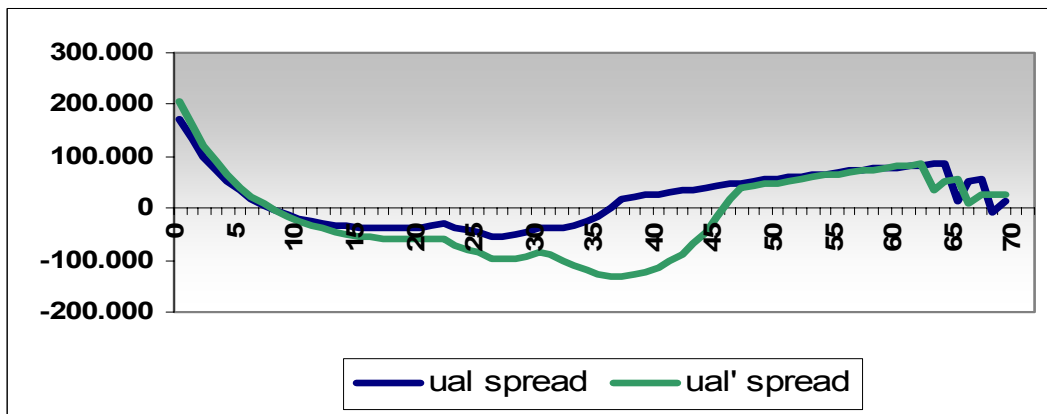
Διάγραμμα 2: Η εξέλιξη της περιουσίας θεωρώντας την amortization of losses method χρησιμοποιώντας τον γαλλικό (F amort) και τον ελβετικό (F' amort) πίνακα θνησιμότητας



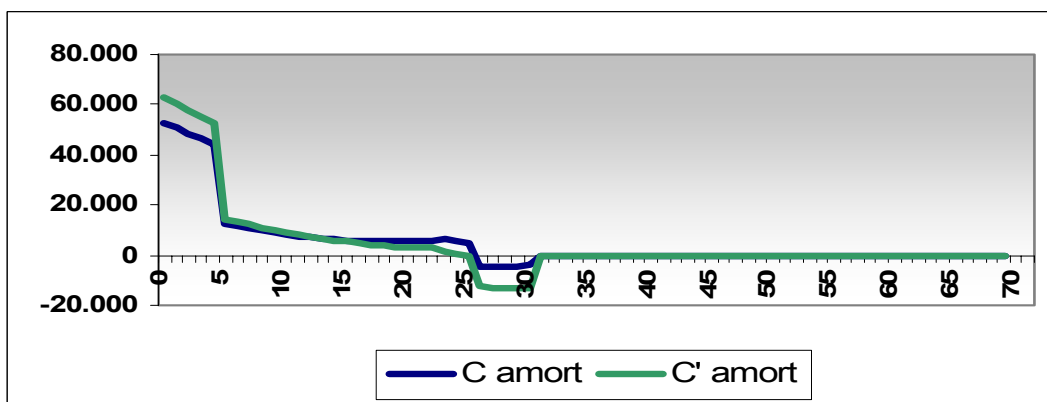
Διάγραμμα 3: Η εξέλιξη της περιουσίας θεωρώντας την spread method χρησιμοποιώντας τον γαλλικό (F spread) και τον ελβετικό (F' spread) πίνακα θνησιμότητας



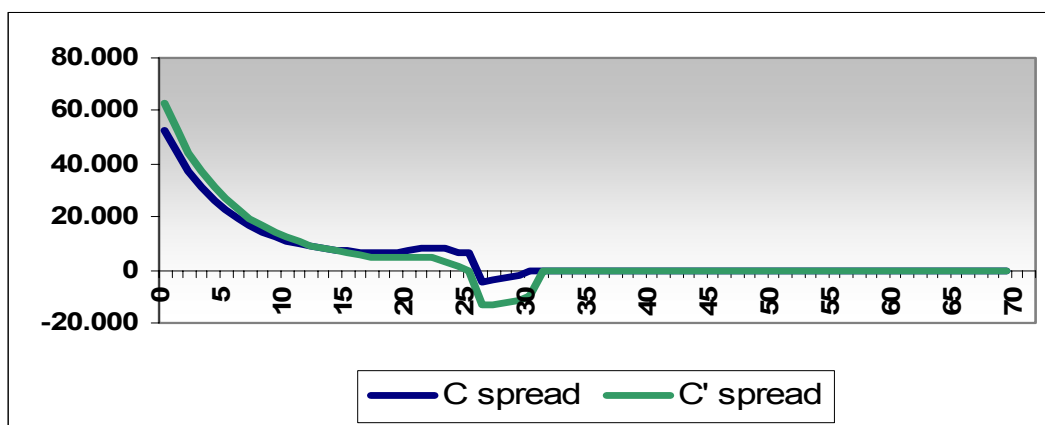
Διάγραμμα 4: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την amortization of losses method χρησιμοποιώντας τον γαλλικό (ual amort) και τον ελβετικό (ual' amort) πίνακα θνησιμότητας



Διάγραμμα 5: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την spread method χρησιμοποιώντας τους τον γαλλικό (ual spread) και τον ελβετικό (ual' spread) πίνακα θνησιμότητας



Διάγραμμα 6: Η εξέλιξη των εισφορών θεωρώντας την amortization of losses method χρησιμοποιώντας τον γαλλικό (C amort) και τον ελβετικό (C' amort) πίνακα θνησιμότητας



Διάγραμμα 7: Η εξέλιξη των εισφορών θεωρώντας την spread method χρησιμοποιώντας τον γαλλικό (C spread) και τον ελβετικό (C' spread) πίνακα θνησιμότητας

Χρήση ελβετικού πίνακα θνησιμότητας

<i>Χρόνος (t)</i>	<i>AL</i>	<i>F (amortization of losses method)</i>	<i>F (spread method)</i>
0	205.421	0	0
5	320.575	348.381	279.369
10	470.397	539.638	495.397
15	667.048	767.853	719.880
20	933.509	1.053.129	994.227
25	1.150.156	1.303.888	1.233.632
30	1.114.306	1.290.598	1.200.296
35	903.417	1.146.636	1.029.576
40	699.753	971.342	814.690
45	510.158	736.760	527.123
50	345.448	422.835	295.715
55	215.650	149.204	149.196
60	123.008	42.506	42.506

65	50.897	-4.164	-4.164
69	18.938	-8.419	-8.419

Πίνακας 9: Η εξέλιξη της αναλογιστικής υποχρέωσης και της περιουσίας θεωρώντας την amortization of losses method και την spread method στη διάρκεια του πλάνου χρησιμοποιώντας τον ελβετικό πίνακα θνησιμότητας

<i>Χρήση ελβετικού πίνακα θνησιμότητας</i>				
<i>Χρόνος (t)</i>	<i>Amortization of losses method</i>		<i>Spread method</i>	
	<i>Ual</i>	<i>C</i>	<i>Ual</i>	<i>C</i>
0	205.421	62.935	205.421	62.935
5	-27.805	14.318	41.206	26.811
10	-69.241	9.207	-25.000	12.248
15	-100.805	5.314	-52.831	6.125
20	-119.619	2.993	-60.718	4.391
25	-153.732	-756	-83.476	-157
30	-176.291	-12.972	-85.990	-10.144
35	-243.219	0	-126.159	0
40	-271.589	0	-114.936	0
45	-226.601	0	-16.965	0
50	-77.388	0	49.733	0
55	66.445	0	66.453	0
60	80.501	0	80.501	0
65	55.062	0	55.062	0
69	27.358	0	27.358	0

Πίνακας 10: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης και των εισφορών θεωρώντας την amortization of losses method και την spread method στη διάρκεια του πλάνου χρησιμοποιώντας τον ελβετικό πίνακα θνησιμότητας

Είναι χρήσιμο να δούμε πιο αναλυτικά την εξέλιξη των εισφορών σε σχέση με τους διαφορετικούς πίνακες απόσβεσης για τα πρώτα 20 έτη καθώς και την εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης από τη αρχή μέχρι 18 έτη αργότερα από την ηλικία των 65 (όσο και το προσδόκιμο επιβίωσης) του τελευταίου συμμετέχοντος.

Η εξέλιξη των εισφορών για τα πρώτα 20 χρόνια του πλάνου				
Time t	Amortization of losses method		Spread method	
	Γαλλικός πίνακας θνησιμότητας PM 60-64	Ελβετικός πίνακας θνησιμότητας EVK 2000	Γαλλικός πίνακας θνησιμότητας PM 60-64	Ελβετικός πίνακας θνησιμότητας EVK 2000
	0	52.437	62.935	52.437
2	48.491	58.197	37.068	44.406
4	43.948	52.692	26.534	31.636
6	11.331	13.184	19.310	22.788
8	9.708	11.093	14.366	16.608
10	8.319	9.207	11.008	12.248
12	7.159	7.507	8.779	9.147
14	6.239	5.994	7.395	6.951
16	5.589	4.694	6.694	5.464
18	5.267	3.667	6.622	4.609
20	5.368	2.993	7.217	4.391

Πίνακας 11: Η εξέλιξη των εισφορών τα 20 πρώτα χρόνια του πλάνου κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης χρησιμοποιώντας τους δύο διαφορετικούς πίνακες θνησιμότητας

Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης				
Time t	Amortization of losses method		Spread method	
	Γαλλικός πίνακας θνησιμότητας PM 60-64	Ελβετικός πίνακας θνησιμότητας EVK 2000	Γαλλικός πίνακας θνησιμότητας PM 60-64	Ελβετικός πίνακας θνησιμότητας EVK 2000
0	169.866	205.421	169.866	205.421
3	54.368	66.027	73.805	89.490
6	-30.313	-36.995	19.275	22.914
9	-49.336	-61.792	-11.585	-15.941
12	-64.140	-83.021	-28.598	-39.095
15	-74.534	-100.805	-36.848	-52.831
18	-79.482	-114.162	-38.403	-59.724
21	-76.625	-121.050	-33.041	-60.095
24	-87.338	-145.285	-42.844	-78.314
27	-104.011	-176.688	-54.403	-98.035
30	-90.718	-176.291	-36.764	-85.990
33	-92.841	-216.453	-32.275	-112.270
36	-72.318	-253.592	-184	-129.508
39	-20.358	-270.937	24.973	-123.152
42	34.054	-263.923	34.137	-87.909
45	43.075	-226.601	43.075	-16.965
48	51.630	-151.885	51.630	42.716

Πίνακας 12: η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης τα πρώτα 48 χρόνια του πλάνου κάτω από τις δύο μεθόδους απόσβεσης χρησιμοποιώντας τους δύο διαφορετικούς πίνακες θνησιμότητας

Παράρτημα VI

Μέχρι τώρα υποθέσαμε ότι τα ελλείμματα και τα πλεονάσματα που δημιουργούνται τα αποσβένουμε σε 10 χρόνια θεωρώντας την amortization of losses method (εκτός από την αρχική υποχρέωση που αποσβένεται σε 5 χρόνια με τη μέθοδο αυτή) και σε 5 χρόνια θεωρώντας την spread method. Αν αποφασίσουμε ότι θα αποσβένουμε σε 10 χρόνια τα ελλείμματα ή πλεονάσματα που δημιουργούνται θεωρώντας την spread method θα διαπιστώσουμε τα εξής.

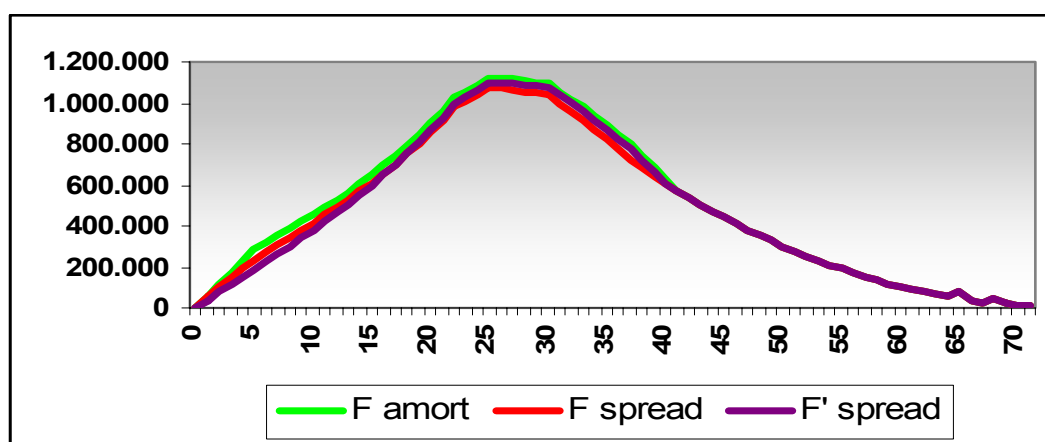
Όταν αποσβένουμε σε 10 χρόνια τα ελλείμματα ή πλεονάσματα θεωρώντας την spread method, οι εισφορές είναι μικρότερες τα πρώτα χρόνια από όταν αποσβένουμε θεωρώντας την ίδια μέθοδο αλλά η περίοδος απόσβεσης είναι 5 χρόνια. Αυτό είναι λογικό αφού το ίδιο ποσό όταν αποσβένεται σε περισσότερα χρόνια χρειάζεται καταβολή μικρότερων εισφορών. Επίσης είναι μικρότερες και από τις εισφορές που καταβάλλονται θεωρώντας την amortization of losses method αφού η πρόσθετη υποχρέωση αποσβένεται σε 5 χρόνια. Σαν συνέπεια αυτού, η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση είναι μεγαλύτερη όταν αποσβένουμε θεωρώντας την spread method σε 10 χρόνια από όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method σε 5 χρόνια και από όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method σε 10 χρόνια. Σαν επακόλουθο αυτών, η περιουσία που σωρεύεται είναι μικρότερη όταν αποσβένουμε θεωρώντας την spread method σε 10 χρόνια από τις άλλες δύο περιπτώσεις.

Με την πάροδο των χρόνων, αφού η μη χρηματοδοτημένη αναλογιστική υποχρέωση είναι μεγαλύτερη αποσβένοντας με την spread method σε 10 χρόνια, οι εισφορές που καταβάλλονται είναι μεγαλύτερες από ότι στις άλλες δύο περιπτώσεις.

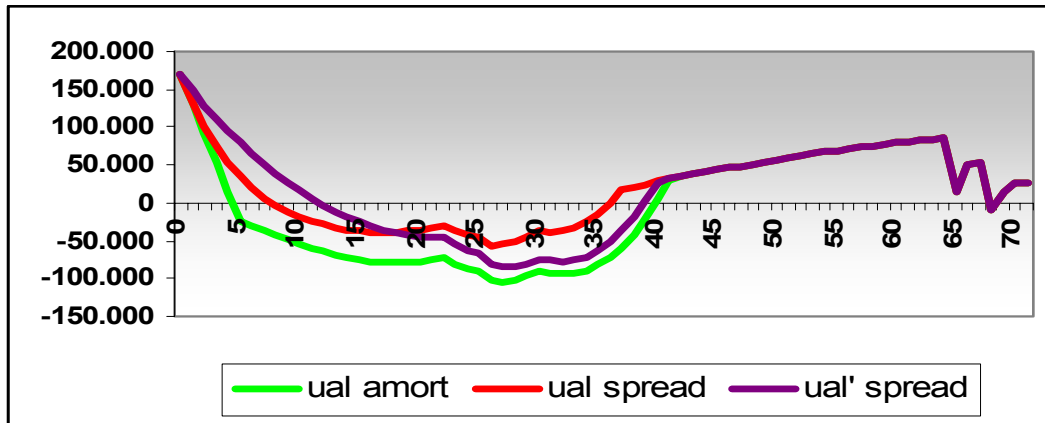
Συνοψίζοντας, όταν αποσβένουμε θεωρώντας την spread method και περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια, οι εισφορές που καταβάλλονται είναι αρχικά μικρότερες από τις εισφορές που καταβάλλονται όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method με περίοδο απόσβεσης τα 5 χρόνια και από εκείνες που καταβάλλονται όταν αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method και περίοδο απόσβεσης τα 10 χρόνια.

Όσον αφορά την εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης, αρχικά όταν αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method και περίοδο απόσβεσης 10 ετών, είναι μεγαλύτερη από ότι στις άλλες δύο περιπτώσεις. Στη συνέχεια όταν έχει δημιουργηθεί πλεόνασμα, το πλεόνασμα που έχει δημιουργηθεί αποσβένοντας θεωρώντας τη spread method τείνει να πλησιάσει το πλεόνασμα που δημιουργείται αποσβένοντας θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης τα 10 χρόνια.

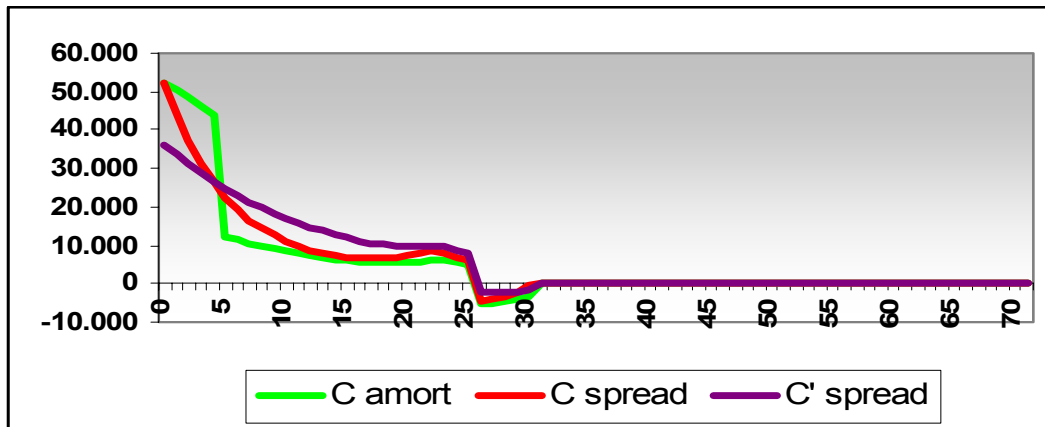
Όλα τα παραπάνω φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα και ύστερα αριθμητικά στους πίνακες που ακολουθούν. Όπου F amort, ual amort και C amort αποσβένουμε θεωρώντας την amortization of losses method και περίοδο απόσβεσης ίση με 10 χρόνια. Όπου F spread, ual spread και C spread αποσβένουμε θεωρώντας την spread method και περίοδο απόσβεσης τα 5 χρόνια και τέλος, όπου F' spread, ual' spread και C' spread αποσβένουμε θεωρώντας τη spread method και περίοδο απόσβεσης τα 10 χρόνια.



Διάγραμμα 8: Η εξέλιξη της περιουσίας θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια (F amort) και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 (F spread) και 10 (F' spread) χρόνια



Διάγραμμα 9: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια (ual amort) και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 (ual spread) και 10 (ual' spread) χρόνια



Διάγραμμα 10: Η εξέλιξη των εισφορών θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια (C amort) και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 (C spread) και 10 (C' spread) χρόνια

<i>Χρόνος (t)</i>	<i>Fund</i>		
	<i>Amortization of losses method (περίοδος απόσβεσης 10 έτη)</i>	<i>Spread method (περίοδος απόσβεσης 5 έτη)</i>	<i>Spread method (περίοδος απόσβεσης 10 έτη)</i>
0	0	0	0
5	290.333	233.206	188.200
10	452.137	415.870	381.366
15	648.560	610.873	599.521
20	900.741	857.776	866.760
25	1.121.010	1.075.275	1.097.464
30	1.091.520	1.037.566	1.075.203
35	893.058	825.006	873.916
40	631.998	608.920	610.190
45	442.068	442.068	442.068
50	301.576	301.576	301.576
55	188.951	188.951	188.951
60	103.125	103.125	103.125
65	77.991	77.991	77.991
70	10.555	10.555	10.555
71	7.087	7.087	7.087

Πίνακας 13: Η εξέλιξη της περιουσίας θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 και 10 χρόνια

<i>Χρόνος (t)</i>	<i>Unfunded Actuarial Liability</i>		
	<i>Amortization of losses method (περίοδος απόσβεσης 10 έτη)</i>	<i>Spread method (περίοδος απόσβεσης 5 έτη)</i>	<i>Spread method (περίοδος απόσβεσης 10 έτη)</i>
0	169.866	169.866	169.866
5	-22.979	34.148	79.154
10	-54.735	-18.468	16.036
15	-74.534	-36.848	-25.495
20	-78.667	-35.702	-44.686
25	-91.242	-45.507	-67.696
30	-90.718	-36.764	-74.402
35	-82.374	-14.322	-63.232
40	4.967	28.044	26.774
45	43.075	43.075	43.075
50	57.045	57.045	57.045
55	69.322	69.322	69.322
60	79.521	79.521	79.521
65	13.723	13.723	13.723
70	26.063	26.063	26.063
71	27.011	27.011	27.011

Πίνακας 14: Η εξέλιξη της μη χρηματοδοτημένης αναλογιστικής υποχρέωσης θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 και 10 χρόνια

<i>Χρόνος (t)</i>	<i>Contributions</i>		
	<i>Amortization of losses method (περίοδος απόσβεσης 10 έτη)</i>	<i>Spread method (περίοδος απόσβεσης 5 έτη)</i>	<i>Spread method (περίοδος απόσβεσης 10 έτη)</i>
0	52.437	52.437	36.021
5	12.236	22.582	24.833
10	8.319	11.008	17.048
15	5.877	6.965	11.926
20	5.368	7.217	9.559
25	4.879	6.122	7.784
30	-3.382	-280	-1.370
35	0	0	0
40	0	0	0
45	0	0	0
50	0	0	0
55	0	0	0
60	0	0	0
65	0	0	0
70	0	0	0
71	0	0	0

Πίνακας 15: Η εξέλιξη των εισφορών θεωρώντας την amortization of losses method με περίοδο απόσβεσης 10 χρόνια και την spread method με περίοδο απόσβεσης 5 και 10 χρόνια

Βιβλιογραφία

1. Howard E. Winklevoss, Pension Mathematics with Numerical Illustrations, 1997 Philadelphia: University of Pennsylvania Press
2. M. Iqbal Owadally and Steven Haberman, Pension Fund Dynamics and Gain/Losses Due to Random Rates of Investment Return, 1999 by Society of Actuaries
3. M. I. Owadally and S. Haberman, Stochastic Investment Modeling and Optimal Pension Funding Strategies, Actuarial Research Paper No. 76, June 1995 Department of Actuarial Science & Statistics City University London
4. William H. Aitken, A Problem – Solving Approach to Pension Funding and Valuation (second edition), 1996 by ACTEX Publications Inc
5. Αλεξία Κονάχου, «η Δραχμή σας - πως διαγράφεται το νέο τοπίο από έρευνα της Ένωσης Ασφαλιστικών Εταιριών Ελλάδας», Το Βήμα online, 16 Απριλίου 2000:
http://tovima.dolnet.gr/print_article.php?e=B&f=12906&m=E22&aa=1
6. Χατζούδη Έλλη, πτυχιακή εργασία «Μελέτη στις Ατομικές Μεθόδους Κοστολόγησης»