

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

ΕΝ διδασκάλων, ὡς τὸ παρόν, ὑπάρχουσιν ἀλλαχοῦ
λία, ἐνῶ παρ' ἡμῖν δυστυχῶς σπανίζουσιν,
ΜΕΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΙ ἀφίεται ὁ Ἕλλην διδάσκαλος τῆς
ΚΑΙ ΠΟΙΚΙΛΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ἕκων δυσχερέστατον ἐντελῶς

... εἶναι ἐπι-

ΤΕΥΧΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΔΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗΝ ΚΑΙ ΔΕΥΤΕΡΑΝ ΤΑΣΙΝ



ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ

ΕΚΔΟΤΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ Δ. ΚΟΛΛΑΡΟΣ

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ ΤΗΣ «ΕΣΤΙΑΣ»

44— Ὁδὸς Σταδίου—44

1922

τῆς

ΑΘΗΝΑΙΣ

Χάρης Κερκανιάτος

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Βιβλία χάριν τῶν διδασκάλων, ὡς τὸ παρόν, ὑπάρχουσιν ἀλλαχοῦ ἐν μεγάλῃ ἀφθονίᾳ καὶ ποικιλίᾳ, ἐνῶ παρ' ἡμῖν δυστυχῶς σπανίζουσιν, ἵνα μὴ εἴπωμεν ἑλλείπουσιν ὅλως. Καὶ ἀφίεται ὁ Ἑλληὴν διδάσκαλος τῆς Στοιχειώδους Ἐκπαιδεύσεως νὰ ἀσκήσῃ ἔργον δυσχερέστατον ἐντελῶς ἀβοήθητος !

Ἡ ἑλλειψὶς αὕτη κατενοήθη τέλος καὶ παρ' ἡμῖν πόσον εἶναι ἐπιβλαβῆς καὶ ἐψηφίσθη πρὸ ὀλίγων ἐτῶν νόμος προνοῶν περὶ βοηθητικῶν βιβλίων χάριν τῶν διδασκάλων. Ἄλλ' ἢ τοῦ νόμου πρόνοια δὲν εἶχε δυστυχῶς κανὲν ἀποτέλεσμα μέχρι τοῦδε. Τίνα ἄρχε τὰ αἴτια τῆς ἀποτυχίας ; Οἷαδῆποτε καὶ ἂν εἶναι τὰ αἴτια, τὰ ὁποῖα δὲν εἶναι τοῦ παρόντος νὰ ἐξετάσωμεν, τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι, ὅτι οἱ διδάσκαλοι ἐργάζονται ἐντελῶς ἀβοήθητοι !

Μή-τις δὲ νομίση, ὅτι ἡ ἑλλειψὶς τοιούτων βοηθημάτων εἶναι μικρά. Αἱ γενικαὶ γνώσεις μὲ τὰς ὁποίας ἐφοδιαζόμεθα εἰς τὰ Διδασκαλεῖα τόσον μόνον χρησιμεύουν, ὅσον διὰ νὰ δυνάμεθα βραδύτερον νὰ ποριζόμεθα ἄλλας γνώσεις, διὰ τῶν ὁποίων τοῦτο μὲν εὐρύνεται βαθμηδὸν ἢ γενικὴ μόρφωσις τοῦ διδασκάλου, τοῦτο δὲ ἀποκτᾶται ἢ πρὸς τὸ ἔργον πρακτικὴ αὐτοῦ δεξιότης. Ἄν μόναι αἱ γνώσεις τοῦ Διδασκαλείου ἦσαν ἐπαρκεῖς δι' ὅλα ταῦτα, δὲν θὰ ὑπῆρχον ἀλλαγοῦ, ὡς εἶπον ἀνωτέρω, τόση ἀφθονία καὶ ποικιλία βοηθημάτων τῶν διδασκάλων.

Εἰς τὴν ὑπάρχουσαν παρ' ἡμῖν ἑλλειψιν τὸ βιβλίον τοῦτο, πολλοῦ χρόνου καὶ κόπου προῖόν, ἐλπίζομεν νὰ μὴ θεωρηθῇ ὅλως περιττόν.

Διηρέθη εἰς τρία τεύχη, ἐν διὰ τὴν διδασκαλίαν πρώτης καὶ δευτέρας τάξεως, ἄλλο διὰ τὴν τῆς τρίτης καὶ τετάρτης καὶ ἄλλο διὰ τὴν τῆς πέμπτης καὶ ἕκτης. Τὴν δὲ ἕκδοσιν τοῦ πρώτου τούτου τεύχους θὰ ἐπακολουθήσῃ ἢ τῶν δύο ἄλλων κατὰ σειράν.

Θὰ μᾶς ἦτο ἀσυγκρίτως εὐκολώτερον νὰ περιορισθῶμεν εἰς γενικὰς ὁδηγίας, ἀλλ' ἐπροτιμήσαμεν νὰ κατέλθωμεν μέχρι καὶ τῶν τελευταίων λεπτομερειῶν, διότι οὕτω μόνον δύναται νὰ ἀνακουφισθῇ ὁ διδάσκαλος, ὁ ὁποῖος, ἠναγκασμένος νὰ παρασκευάζεται διὰ τὴν διδασκαλίαν ἕξ μαθημάτων καθ' ἑκάστην, δὲν ἔχει καιρὸν ἐκ τῆς ἐπισκοπῆσεως γενικῶν

ὀδηγιῶν νὰ καταστρώνη ὀρισμέναις λεπτομερείαις διδασκαλίας. Τοῦτο δὲν εἶναι πλέον ἀνακούφισις καὶ οἰκονομία χρόνου διὰ τὸν διδάσκαλον καὶ ἂν ἀκόμη ὑποτεθῆ, ὅτι αἱ γενικαὶ ὀδηγίαι εἶναι ἐπιτυχεῖς καὶ δύναται οὗτος, δαπανῶν χρόνον, νὰ ὠφεληθῆ ἕξ αὐτῶν. Ἄν ὅμως πρὸς στιγμὴν ὑποτεθῆ, ὅτι αἱ ὀδηγίαι δὲν εἶναι ἐπιτυχεῖς — διατί ὄχι; — τότε ὁ διδάσκαλος θὰ πελαγοδρομῆ καὶ θὰ χάνη καιρὸν ἐπὶ ματαίῳ.

Ἐκεῖνο τέλος πάντων, τὸ ὁποῖον δύναται, νομίζομεν, νὰ θεωρηθῆ ἀληθινὸν βοήθημα δι' ἓνα διδάσκαλον εἶναι ἡ παροχὴ τῶν λεπτομερειῶν, τὰς ὁποίας νὰ δύναται νὰ χρησιμοποιήσῃ οὗτος ἀμέσως. Καὶ κατὰ τὴν ἀντίληψιν ταύτην συνετάχθη τὸ παρὸν βιβλίον.

Ἐν αὐτῷ ὁ διδάσκαλος θὰ εὐρίσκη : α') ὑπόδειγμα διδασκαλίας καὶ ἐξηγήσεως τῆς πορείας αὐτῆς δι' ἕκαστον μάθημα καὶ β') ἀσκήσεις ἐπὶ ἀφηρημένων ἀριθμῶν καὶ προβλήματα διὰ τὸ στάδιον τῆς ἐφαρμογῆς. Διότι διδασκαλία ἀριθμητικῆς ἄνευ ἀσκήσεων ἐφαρμογῆς εἶναι τι μὴ δυνάμενον νὰ ἐννοηθῆ.

Αἱ ἀσκήσεις αὗται καὶ τὰ προβλήματα συνετάχθησαν μετὰ τόσης προσοχῆς καὶ ὑπομονῆς, ὥστε ἐλάχισται, ἂν μὴ οὐδεμία, νὰ εἶναι αἱ δυσχέρειαι τῶν μαθητῶν κατὰ τὴν ἐκτέλεσιν. Χωροῦσιν ἐπακριβῶς ἐκ τῶν εὐκολωτέρων εἰς τὰ δυσκολώτερα καὶ οὐχὶ ἀποτόμως, ἀλλὰ βαθμηδόν, ἀφιεμένου ἐν τῷ μεταξὺ τοῦ ἀναγκαιοῦντος χρόνου καὶ συχνὰ ἐπανερχομένης τῆς διδασκαλίας ἐπὶ τὰ αὐτὰ χάριν τῆς τόσον ἀναγκαίας ἐνταῦθα ἐμπεδώσεως τῶν διδασκομένων, ἀλλὰ πάντοτε μετὰ τινος ποικιλίας, ἵνα μὴ ἐκ τῆς μονοτόνου ἐπαναλήψεως τῶν αὐτῶν καταπίπτῃ τὸ ἐνδιαφέρον τῶν μαθητῶν.

Τοιοῦτον ἐν συντόμῳ τὸ βιβλίον, τοῦ ὁποίου τὸ περιεχόμενον εἶναι, οὕτως εἰπεῖν, ἀπόσταγμα μακρᾶς διδακτικῆς πείρας καὶ καθημερινῶν ἐν τῷ σχολείῳ παρατηρήσεων. Θὰ ἀντιαποκριθῆ εἰς τὸν σκοπὸν του; Τὸ ἐλπίζομεν, διότι κατεβάλομεν πᾶσαν πρὸς τοῦτο προσπάθειαν, ἐργασθέντες ἐπὶ μακρὸν χρόνον μετὰ πολλῆς προσοχῆς καὶ ὑπομονῆς. Ἐχει ἀναμφιβόλως καὶ ἀτελείας, διὰ τὰς ὁποίας ἀφιέμεθα εἰς τὴν ἐπιεικῆ κρίσιν τῶν συναδέλφων. Ἐλπίζομεν ὅμως, ὅτι αἱ ἀτέλειαι δὲν εἶναι τοσαῦται καὶ τοιαῦται, ὥστε νὰ τὸ καταστήσουν ἄχρηστον.

Ἐν Ἀθήναις τῆ 6 Φεβρουαρίου 1922.

ΧΑΡΑΛ. ΚΥΡΙΑΚΑΤΟΣ

ΟΔΗΓΟΣ

ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΕΝ ΤΩ ΔΗΜΟΤΙΚΩ ΣΧΟΛΕΙΩ

ΤΕΥΧΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ Α΄ ΤΑΞΕΩΣ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ὁ λόγος δι' ὃν ἡ διδασκαλία τῆς ἀριθμητικῆς ἐν τῇ πρώτῃ τάξει περιορίζεται ἀπὸ 1—20 εἶναι διότι τὰ παιδιά δὲν δύνανται νὰ μορφώσουν ἔννοιαν μεγαλυτέρου ποσοῦ. Ἡ ἔννοια τοῦ ποσοῦ εἶναι ἀκριβῶς ἢ δυσκολώτερον πάσης ἄλλης μορφουμένη ἐν τῇ παιδικῇ διανοίᾳ κατὰ τὴν πολὺ μικρὰν ἡλικίαν. Ναὶ μὲν λέγουν τὰ παιδιά ἀριθμούς, ὅλλ' οὐδὲν σαφὲς ἐκ τούτων ἔχουσιν εἰς τὴν διάνοιάν των· τὰ 12 π. χ. ἤμπορεῖ νὰ φανιάζονται περισσότερα τῶν 20 καὶ τὰ 1000 ὀλιγώτερα τῶν 200 κ.τ.λ.

Ἐξαίρεσιν ἀποτελοῦν παιδιά τινά, τὰ ὁποῖα ἔχουσιν ἀκριβῆ ἔννοιαν μικρῶν ποσῶν καὶ δύνανται νὰ σχετίζωσι ταῦτα πρὸς ἄλληλα. Τὴν ἰκανότητα δὲ ταύτην ἀπέκτησαν, χωρὶς νὰ διδαχθῶν, εἴτε εἰς παιγνίδια σχετιζόμενα μὲ ἀριθμούς εἴτε εἰς μικροσυναλλαγάς, στελλόμενα ὑπὸ τῶν οἰκείων των δι' ἀγορὰν μικρῶν πραγμάτων. Σημειωτέον δέ, ὅτι εἰς τὰς περιστάσεις ταύτας ἀναπτύσσεται τόση ὀξύτης ἀντιλήψεως, ὅσην δὲν ἀναπτύσσει πολλάκις οὐδ' ἡ τελειότερα διδασκαλία.

Ἡ διδασκαλία ἐνταῦθα θὰ δρμηθῆ ἀπαραιτήτως ἐκ τῆς ἐποπτείας τῶν ποσῶν δι' ἀντικειμένων αἰσθητῶν. Βραδύτερον οὔτε ἀναγκαῖα εἶναι ἡ αἰσθητοποίησις τῶν ἀριθμῶν, οὔτε δυνατὴ πέραν ἐνὸς ὁρίου.

Πῶς π. χ. εἶναι δυνατόν νὰ ἔχωμεν ἐποπτεῖαν τοῦ ἑκατομμυρίου ἢ καὶ πολὺ μικροτέρων ἀριθμῶν ; Ἐν τούτοις ἐργαζόμεθα ἐπ' αὐτῶν λογιστικῶς. Διὰ τὴν ἡλικίαν ὅμως τῆς πρώτης, δευτέρας καὶ ἐν μέρει τῆς τρίτης τάξεως πρώτη καὶ ἀπαραίτητος βᾶσις εἶναι ἡ ἐποπτεία.

§ 1. Ἐποπτεία τῶν ἀριθμῶν 1 — 5

Διδάσκαλος. Τί εἶναι αὐτὰ ἐδῶ ; **Μαθητής.** Χαρτάκια (ἢ καὶ ἄλλα ἀντικείμενα). **δ.** Ἐχω κάμποσα ἐδῶ ; πόσα εἶναι αὐτὰ ποῦ ἔπῃρα στὸ χέρι ; **μ.** 1. **δ.** Καὶ αὐτὸ στὸ ἄλλο χέρι ; **μ.** Κι' αὐτὸ 1. **δ.** Τὰ βάζω μαζὶ. Πόσα γίνονται ; **μ.** Γίνονται 2. **δ.** Ἄ, ὦραϊα ! τὰ ξεύρετε, βλέπω (ὅπως δὴποτε καὶ γινώρῃσιν οἱ μαθηταὶ διὰ τοὺς πολὺ μικροὺς ἀριθμοὺς). Βγάζω 1. Πόσα ἔμειναν ; **μ.** Ἐμείνεν 1. **δ.** Τὸ βάζω πάλιν κοντὰ στὸ ἄλλο. Πόσα ἔγειναν τώρα ; **μ.** Ἐγειναν πάλιν 2. **δ.** Βάζω καὶ ἄλλο. Πόσα ἔγειναν τώρα ; **μ.** 3. **δ.** Μάλιστα ; νὰ τα : 1, 2, 3. Εἰπέτε τα καὶ σεῖς...

(Καλοῦνται ὀλίγοι μαθηταὶ καὶ λαμβάνουν 1 ἢ 2 ἢ 3 ἀπὸ τὰ χαρτάκια ἢ ἄλλα ἀντικείμενα, ἐνῶ οἱ ἄλλοι προσέχουν καὶ διορθώνουν τοὺς τοχὲν σφάλλοντας).

δ. Προσέχετε τώρα εἰς τὸν πίνακα. Πόσα κουλούρια ἔγραφα ; **μ.** 1. **δ.** Παρακάτω ἐδῶ ; **μ.** 2. **δ.** Καὶ παρακάτω ; **μ.** 3. **δ.** Ποῖα εἶναι τὰ περισσότερα ; **μ.** Τὰ 3.

δ. Πᾶμε πάλιν στὰ χαρτάκια. Μετράτε πόσα θὰ πάρω. **μ.** 1... 2... 3... **δ.** Τὰ βάζω ἐδῶ. Παίρνω καὶ ἄλλο 1 καὶ τὸ βάζω μαζὶ μετὰ 3. Ξεύρετε τώρα πόσα εἶναι ; τώρα εἶναι 4. Ἰδοὺ 1... 2... 3... 4. Εἰπέτε τα. Ποῖα εἶναι περισσότερα, τὰ 3 ἢ τὰ 4 ; **μ.** Τὰ 4.

δ. Πόσα κουλούρια εἶναι εἰς τὸν πίνακα ἐδῶ κάτω-κάτω ; **μ.** 3. **δ.** Μετράτε τώρα πόσα θὰ γράψω παρακάτω. **μ.** 1... 2... 3... 4. **δ.** Ποῖα εἶναι τὰ περισσότερα ; **μ.** Τὰ 4.

δ. Μετράτε τώρα πόσα χαρτάκια θὰ πάρω. **μ.** 1... 2... 3... 4. **δ.** Σωστά. Τὰ βάζω ἐδῶ. Βάζω ἄλλο 1 μαζὶ. Πόσα εἶναι τώρα ; Τώρα εἶναι 5. Ἰδοὺ 1... 2... 3... 4... 5. Μετρήσατέ τα καὶ σεῖς. **μ.** 1... 2... 3... 4... 5. **δ.** Ποῖα εἶναι περισσότερα, τὰ 4 ἢ τὰ 5 ; **μ.** Τὰ 5.

δ. Πόσα κουλούρια εἶναι κάτω-κάτω εἰς τὸν πίνακα ; **μ.** 4. **δ.** Μετράτε πόσα θὰ γράψω παρακάτω. **μ.** 1... 2... 3... 4... 5. **δ.** Ποῖα εἶναι τὰ περισσότερα ἀπὸ ὅλα ; **μ.** Τὰ 5. **δ.** Καὶ τὰ ὀλιγότερα ; **μ.** Τὸ 1.

δ. Νὰ μετρήσωμεν ὅλα τὰ κουλούρια. Στὴν πρώτην σειρὰν. **μ.** 1. **δ.** Παρακάτω. **μ.** 1... 2. **δ.** Παρακάτω. **μ.** 1... 2... 3. (κ.τ.λ. μέχρι τῆς πέμπτης σειρᾶς).

(Καλοῦνται μαθηταὶ καὶ μετροῦν ἀντικείμενα εὐρισκόμενα ἐπὶ τῆς ἕδρας· π. χ. δεκάλεπτα, χαρτάκια, ξυλάρια κ.τ.λ.).

1. Ἀσκήσεις.

Νὰ γράψετε εἰς τὴν μίαν γωνίαν τῆς πλάκας σας 1 κουλούρι, εἰς τὴν ἄλλην 2, εἰς τὴν ἄλλην 3, εἰς τὴν ἄλλην 4 καὶ εἰς τὸ μέσον 5.

δ. Ἐως ποῦ ἐμάθατε προχθὲς νὰ μετράτε ; **μ.** Ἐως τὸ 5. **δ.** Μετρήσατε τὰ δάκτυλα τοῦ χεριοῦ σας. **μ.** 1... 2 κ.τ.λ. **δ.** Πόσα εἶναι ; **μ.** 5. **δ.** Καὶ τοῦ ἄλλου χεριοῦ. **μ.** Καὶ αὐτά ... 5.

δ. Θέλω ἓνα παιδί νὰ μετρήσῃ τὰ ξυλαράκια ποῦ ἔχω ἐδῶ εἰς τὴν ἕδραν... Ἄλλος τῆς δεκάρες... Ἄλλος τα χαρτόνια... Ἄλλος τὰ καρύδια... κ.τ.λ.

δ. Πολὺ ὠραῖα τὰ ἐμετρήσατε. Τώρα ὅμως θὰ τὰ ἀλλάξω. Δὲν θὰ εἶναι ὅλα ἀπὸ 5. Μέτρησε σὺ τὰ καρύδια. **μ.** 1... 2... 3. **δ.** Παρακάτω. **μ.** Δὲν ἔχει ἄλλα. **δ.** Λοιπὸν πόσα εἶναι τὰ καρύδια ; **μ.** 3. **δ.** Μέτρησε τῆς δεκάρες. **μ.** 1... 2... **δ.** Σὺ, τὰ ξυλαράκια. **μ.** 1... 2... 3... 4... 5. **δ.** Σὺ, τὰ χαρτιά. **μ.** 1... 2... 3... 4. κτλ.

(Γράφονται κουλούρια εἰς τὸν πίνακα, ἀλλ' οὐχὶ κατὰ σειρὰν ποσοῦ, ἀλλ' ἀτάκτως· π.χ. εἰς τὴν πρώτην σειρὰν 3, εἰς τὴν δευτέραν 1, εἰς τὴν τρίτην 2, εἰς τὴν τετάρτην 5, εἰς τὴν πέμπτην 4 καὶ καλοῦνται μαθηταὶ καὶ εὐρίσκουν πόσα εἶναι εἰς ἐκάστην. Κατόπιν ἄλλοι καὶ εὐρίσκουν π. χ. τὰ 2, τὰ 5 κ.τ.λ.).

2. Ἀσκήσεις

Ὅσα κουλούρια εἶναι σὲ κάθε σειρὰν τοῦ πίνακος νὰ γράψετε δίπλα τόσους σταυροὺς.

§ 2 Ἀνιούδα καὶ κατιούδα ἀρίθμησις

Τὰ πρῶτα ταῦτα μαθήματα ἐποπιτείας τῶν ἀριθμῶν καὶ πρώτης ἀριθμῆσεως, ἴσως θεωρηθοῦν περιττά, μὲ τὴν ἰδέαν δι τὸσον μι-

κρῶν ἀρωμῶν ἔχουσιν ἄλλοθεν ἔννοιαν τὰ παιδιά. Καὶ πραγματικῶς συχνὰ συμβαίνει τοῦτο. Ἐν πάσῃ περιπτώσει προτιμότερον, νομίζομεν, νὰ μὴ παραλειφθοῦν, πρῶτον διότι ἴσως παιδιά τινὰ ὑστεροῦν ἐντελῶς εἰς τοῦτο καὶ δεύτερον διότι καὶ ἂν μερικὰ γνωρίζουν καὶ τι, θὰ διασαφηνίσουν τοῦτο καὶ θὰ ἐννοήσουν καλύτερα διὰ τῆς διδασκαλίας.

δ. Βάζω ἐδῶ αὐτὸ τὸ ξυλάκι. Βάζω καὶ ἄλλο ἓνα μαζί του. Πόσα ἔγιναν; **μ.** Ἐγείναν δύο. **δ.** Βάζω ἄλλο 1. Πόσα ἔγιναν τώρα; **μ.** 3 **δ.** Μάλιστα· 2 καὶ 1 .. 3. Βάζω ἄλλο 1. Πόσα γίνονται; **μ.** 4. **δ.** Πολὺ καλὰ· 3 καὶ 1... 4. Βάζω ἄλλο 1. Πόσα τώρα; **μ.** 5. **δ.** Πολὺ ὠραία· 4 καὶ 1... 5. Νὰ τα ὅλα· 1... 2... 3... 4... 5.

δ. Εἶδετε· ἔβαζα ἓνα-ἓνα καὶ τὰ ἕκαστα ὅλα 5. Ὅσο βάζομεν, τόσον περισσότερα γίνονται. Νὰ μοῦ λέτε τώρα πῶς ἀξάνουν ἓνα-ἓνα. 1 καὶ 1; **μ.** 2. **δ.** 2 καὶ 1; **μ.** 3. (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 5). Νὰ τὰ εἰπῆ ἓνας μόνος του· ἔτσι: 1 καὶ 1... 2, 2 καὶ 1... 3 κ.τ.λ. (Ἐπαναλαμβάνουν καὶ ἄλλοι).

δ. Πόσα λοιπὸν εἶπαμεν εἶναι αὐτὰ τὰ ξυλάκια; **μ.** 5. **δ.** Βγάζω 1. Πόσα ἔμειναν; **μ.** 4. **δ.** Νὰ τὰ μετρήσουμε νὰ ἰδοῦμε: 1... 2... 3... 4. Σωστὰ 4 ἔμειναν. Λοιπὸν 5 ἔξω 1... 4. Βγάζω καὶ ἄλλο. Πόσα ἔμειναν; **μ.** 3. **δ.** Λοιπὸν 4 ἔξω 1... 3. Βγάζω καὶ ἄλλο. Πόσα ἔμειναν; **μ.** 2. **δ.** Λοιπὸν 3 ἔξω 1... 2. Βγάζω ἄλλο 1. **μ.** Ἐμείνεν 1. **δ.** Τὸ βγάζω κι' αὐτό. Τί ἔμεινε; **μ.** Τίποτε.

δ. Ἐπερίσσευαν τώρα ἢ ὀλιγώστευαν; **μ.** Ὀλιγώστευαν. **δ.** Νὰ ἰδοῦμε πῶς ὀλιγώστευαν ἓνα-ἓνα: 5 ἔξω 1... 4, 4 ἔξω 1... 3, 3 ἔξω 1... 2, 2 ἔξω 1... 1, 1 ἔξω 1... τίποτε. (Ἐπανάληψις ὑπὸ τῶν μαθητῶν).

δ. Προσέχετε τώρα εἰς τὸν πίνακα νὰ λέτε πόσα γίνονται τὰ κουλούρια καθὼς τὰ γράφω ἓνα-ἓνα (γράφονται εἰς ὀριζόντιον γραμμὴν καὶ εἰς ἕκαστον γραφόμενον οἱ μαθηταὶ ἐκφωνοῦν 1... 2 κ.τ.λ.)

δ. Πολὺ καλὰ τὰ εἶπετε. Τώρα θὰ σβύνω ἓνα-ἓνα. Λέγετε. **μ.** 4... 3... κ.τ.λ.

(Ἐπαναλαμβάνεται κατὰ σειρὰν ἀρίθμησις 1, 2, 3, 4, 5 καὶ ἀντιστρόφως 5, 4, 3, 2, 1, κανένα).

3. Ἀσκήσεις.

Εἰς τὸ ἓνα μέρος τῆς πλάκας σας νὰ γράψετε ἐπάνω-ἐπάνω ἓνα

σταυρόν, ἀπὸ κάτω εἰς ἄλλην σειρὰν 2, ἀπὸ κάτω εἰς ἄλλην σειρὰν 3 (κ.τ.λ. μέχρι 5).

Εἰς τὸ ἄλλο μέρος τῆς πλάκας ἐπάνω-ἐπάνω 5 σταυροὺς, ἀπὸ κάτω 4 (κ.τ.λ. μέχρις 1).

Προβλήματα

δ. Τώρα ξεύρετε κάμποσὴν ἀριθμητικὴν. Ἀλήθεια ; Νὰ ἰδῆτε τώρα τί ὠρατὰ ποῦ θὰ κάμνωμεν λογαριασμοὺς ! Νὰ σὰς εἰπῶ ἕνα.

1. Ἐνα παιδί εἶχε μιὰ πεντάρα ποῦ τοῦ ἔδωσεν ὁ πατέρας καὶ μιὰ ποῦ τοῦ ἔδωσεν ἡ μητέρα του. Πόσες ἔχει ; **μ.** 2. **δ.** Πῶς τὸ εὑρηκατε ; **μ.** Μιὰ ὁ πατέρας του καὶ μιὰ ἡ μητέρα του 2. **δ.** Πολὺ ὠρατὰ. Ἔτσι σιγά-σιγά εὑρίσκομεν ὅλους τοὺς λογαριασμοὺς.

2. Ἐνα παιδί εἶχε δύο κονδύλια καὶ ἀγόρασεν ἄλλο 1. Πόσα ἔχει ;

3. Ἐνα παιδί εἶχε 2 δεκάρες νὰ πάρῃ χαρτί. Τοῦ ἔδωσε ἡ γιαγιά του ἄλλη 1 καὶ ὁ παππούς του ἄλλη 1 διὰ νὰ πάρῃ περισσότερον. Πόσες δεκάρες ἔχει ;

4. Ἐνα παιδί εἶχε 5 μήλα καὶ ἔδωσεν 1 εἰς ἕνα του φίλον ; Πόσα τοῦ ἔμειναν ;

(Δίδονται καὶ ἄλλα ἀνάλογα).

Τὰ στοιχειώδη ταῦτα προβλήματα λύονται, ἐννοεῖται, προφορικῶς ἐν διαλόγῳ διδασκάλου καὶ μαθητῶν. Αἱ σχέσεις τῶν ἀναφερομένων ἀριθμῶν εἶναι ἀπλούσταται καὶ ὁμως ἀνάγκη νὰ προσέχωμεν ἂν κατανοῶνται ὑπὸ τῶν μαθητῶν καὶ νὰ ἐπιμένωμεν εἰς τὴν κατανόησιν αὐτῶν. Ἐν συμβαίῃ συχνότατα μεγαλυτέρων τάξεων μαθηταὶ νὰ δυσκολεύονται εἰς τὴν λύσιν προβλημάτων, λυομένων δι' ἀπλῆς προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως, αἰτία τούτου εἶναι, ὅτι δὲν ἤσκηθησαν οἱ μαθηταὶ εἰς τὰς μικροτέρας τάξεις εἰς τὴν διάκρισιν τῶν σχέσεων τῶν ἀριθμῶν καὶ τῆς ἐνεργείας ἐκάστης ἀριθμητικῆς πράξεως.

§ 2. Ἀνιούσα ἀρίθμησις ἀνὰ 2.

δ. Πόσα κουλούρια εἶναι ἐδῶ ; **μ.** 1. **δ.** Καὶ ἐδῶ ; **μ.** 2 (γράφονται 2 εἰς τὴν αὐτὴν γραμμὴν, ἀλλ' εἰς κάποιαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ἑνός). **δ.** Λοιπὸν ἕνα αὐτὸ καὶ δύο ἐδῶ (δεικνύονται) πόσα γίνονται ; **μ.**.... **δ.** Δὲν τὸ ξεύρετε ; Ἐν σὰς ἔλεγα 2 καὶ 1 ; **μ.** 2 καὶ 1... 3. **δ.** Τὸ ἴδιο εἶναι καὶ ἐδῶ. Ἐδῶ βάζομεν πρῶτα τὸ 1 καὶ ἔπειτα τὸ 2. Λοιπὸν 1 καὶ 2... 3. Εἰπέτε το.

δ. Πόσα κουλούρια εἶναι ἐδῶ ; (κάτω ἀπὸ τὸ 1). **μ.** 2. **δ.** Καὶ ἐδῶ παραπέρα ; **μ.** Πάλιν 2. **δ.** 2 καὶ 2... 4. Λοιπὸν 1 καὶ 2 ; **μ.** 3. **δ.** 2 καὶ 2 ; **μ.** 4.

δ. Πόσα είναι ἐδῶ ; (κάτω ἀπὸ τὰ 2 τῆς πρώτης στήλης) **μ.** 3.
δ. Καὶ ἐδῶ ; **μ.** 2. **δ.** Λοιπὸν 3 καὶ 2 ; ..., 5. Εἰπέτε το. Ἐξ ἀρχῆς : 1 καὶ 2 ; ..., 2 καὶ 2 ; ..., 3 καὶ 2 ; ... (Ἐπανάληψις ὑπὸ τῶν μαθητῶν).

4. Ἀσκήσεις

+	++	Οἱ μαθηταὶ ὀδηγοῦνται νὰ γράψουν εἰς ἐκάστην γραμμὴν τὸ ἄθροισμα, παραπλεύρως, ἕται εἰς πρώτην 3 σταυρούς, εἰς τὴν δευτέραν 4 καὶ εἰς τρίτην 5, ἀλλ' εἰς ἀπόστασιν ἀπὸ τῶν πρώτων στηλῶν.
++	++	
+++	++	

§ 4. Κατιοῦσα ἀρίθμησις ἀνὰ 2.

Ἐπαναλαμβάνεται τὸ προηγούμενον μάθημα συντόμως καὶ πρὸς ἐμπέδωσιν καὶ ἵνα ἐκ τούτου δομηθῶμεν εἰς τὴν καιιοῦσαν ἀρίθμησιν.

δ. Πόσα λοιπὸν εἶπαμεν ὅτι γίνονται 1 καὶ 2 ; **μ.** 3. **δ.** Γράψω ἐδῶ 3 κουλούρια στῆ σειρά. Σβώνω τὰ 2. Ἰδέτε πόσα ἔμειναν ; **μ.** 1. **δ.** Λοιπὸν 3 ἔξω 2 ; **μ.** 1. **δ.** Εἰπέτε το. Πόσα εἶναι αὐτὰ ποῦ ἔγραψα τώρα ; **μ.** 4. **δ.** Σβώνω 2. Πόσα ἔμειναν ; **μ.** 2. **δ.** Λοιπὸν 4 ἔξω 2 ; **μ.** 2. **δ.** 3 ἔξω 2 ; ..., 4 ἔξω 2 ; ... Πόσα εἶναι αὐτά ; **μ.** 5. **δ.** Σβώνω 2. Πόσα ἔμειναν ; **μ.** 3. **δ.** Λοιπὸν 5 ἔξω 2 ; **μ.** 3. **δ.** Εἰπέτε το.

δ. 1 καὶ 2 ; ..., 2 καὶ 2 ; ..., 3 καὶ 2 ; ..., 5 ἔξω 2 ; ..., 4 ἔξω 2 ; ..., 3 ἔξω 2 ; 2 ἔξω 2 ; ... (Ἐπαναλαμβάνουν τὰς σειρὰς καὶ τινες μαθηταί).

5. Ἀσκήσεις.

+	καὶ	++		++++	ἔξω	++
++	»	++		++++	»	++
+++	»	++		+++	»	++
				++	»	++

Ὄδηγοῦνται οἱ μαθηταὶ νὰ γράψωσι παραπλεύρως τὸ ἄθροισμα εἰς τὰς πρώτας σειρὰς καὶ τὴν διαφορὰν εἰς τὰς ἄλλας.

ἐποπτείας (ὅπως τῶν ἀριθμητ. ψηφίων) χωρὶς φόβον, ὅτι θὰ προχωροῦν ἀσφαλμένως. Διὰ τοῦτο αἱ προηγηθεῖσαι καὶ ἄλλαι παραπλήσιαι ἀσκήσεις εἶναι ἐποπτεῖαι οὐχὶ ἀνωφελεῖς. Βλέπουν δι' αὐτῶν (κουλούρια, στανροί, γραμμαὶ κ.τ.λ.) χωριστὰ τὸ ἓν, χωριστὰ τὰ δύο κ.τ.λ. καὶ παρατηροῦν καὶ συγκρίνουν τὰ ποσά.

Προβλήματα.

8. Ὁ Εὐάγγελος εἶχε 1 πένναν καὶ ἀγόρασεν ἄλλες 3 Πόσας ἔχει ;
9. Ἐξώδευσαμεν 1 δεκάραν διὰ μελάνην καὶ 4 διὰ χαρτί. Πόσας ἐξώδευσαμεν;
10. Εἰς ἓνα θρανίον εἶναι 1 παιδί, εἰς ἄλλο 2 καὶ ἄλλο ἄλλα 2. Πόσα παιδιὰ εἶναι ὅλα ;
11. Ὁ Δημήτριος εἶχε 3 πέννες καὶ ἐκράτησε τὴν μίαν τῆς ἄλλες τῆς ἐχάρισε. Πόσες ἐχάρισε ;
12. Ἐνα παιδί εἶχε πέντε δεκάρες καὶ τώρα ἔχει 1. Τῆς ἄλλες τῆς ἐξώδευσε. Πόσες ἐξώδευσε ;
13. Εἰς τὸν φράκτην τοῦ κήπου ἦσαν πρὸ ὀλίγου 4 πουλιὰ καὶ τώρα εἶναι 1. Τὰ ἄλλα ἔφυγαν. Πόσα ἔφυγαν ;

§ 6. Τὰ ἀριθμητικὰ ψηφία 1 - 5

α.	0	00	000	0000	00000
β.	1	2	3	4	5

δ. Πόσα κουλούρια ἔχω γράψῃ εἰς τὸν πίνακα ἐδῶ δὰ (α) ; **μ.** 1. **δ.** Ἐδῶ ; **μ.** 2. κ.τ.λ.

δ. Τώρα θὰ μάθετε μερικὰ σημεῖα ποῦ θὰ τὰ διαβάσετε ὅπως τὰ γράμματα καὶ θὰ λέγουν 1, 2, κ.τ.λ. Αὐτὸ ἐδῶ ποῦ γράφω κάτω ἀπὸ τὸ ἓνα κουλούρι (β) λέγει 1. Ὅταν τὸ βλέπετε, θὰ λέτε 1. Πηγαίνω εἰς τὰ δύο γράφω ἀπὸ κάτω αὐτὸ 2. Καὶ λέγει δύο. (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 5).

δ. Τί εἶναι αὐτό ; **μ.** 1. **δ.** Αὐτό ; **μ.** 2. (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 5). Τώρα ὄχι κατὰ σειράν. Τί εἶναι αὐτό ; **μ.** 3. **δ.** Αὐτό ; **μ.** 1. **δ.** Αὐτό ; **μ.** 5. **δ.** Αὐτό ; **μ.** 2 κ.τ.λ.

δ. Τώρα θὰ σθῆσω τὰ κουλούρια, νὰ ἰδοῦμε ποιὸς τὰ ἐνθυμεῖται τὰ ψηφία. (γίνονται ἐρωτήσεις).

7. Ἀσκήσεις

Νὰ γράψετε μόνον τὰ 1 2 3 διὰ νὰ τὰ γράψετε καλά. Τρεῖς φορές.

Ἄλλὰ 5 μόνον πράγματα εἶναι ἀπὸ κάθε τι ; Εἶναι πολλά, πάρα πολλά. Για ἰδέτε, 5 παιδιὰ μόνον εἶναι ; **μ.** 5 ξυλαράκια ἔχω ἐδῶ ; 5 πορτοκάλια ἔχει μία πορτοκαλιά ; Εἶναι πάρα πολλά ἀπὸ κάθε πρᾶγμα.

δ. Τώρα θὰ μάθωμεν νὰ μετροῦμεν παραπάνω ἀπὸ 5.

δ. Παίρνω 5 ξυλαράκια ἀπὸ τὸ κουτί καὶ τὰ βάζω ἐκεῖ πέρα χωριστά. Παίρνω ἄλλα 5 Μετράτέ τα σεις. **μ.** 1... 2... 3... 4... 5... **δ.** Πολὺ καλά. Αὐτὰ τὰ βάζω ἐδῶ κοντά. Εἰς αὐτὰ ἐδῶ βάζω ἄλλο 1 ἀπὸ τὸ κουτί. Εσῆρτε πόσα ἔγειναν τώρα ; Ἔγειναν 6. Τί εἶναι παραπάνω, τὰ 5 ἢ τὰ 6 ; **μ.** τὰ 6. **δ.** λοιπὸν 5 καὶ 1... 6.

δ. Ἐδῶ εἰς τὰ 6. βάζω ἄλλο 1. καὶ γίνονται 7... 6. καὶ 1... 7. Εἰπέτε το... **δ.** λοιπὸν πρῶτα-πρῶτα ἦσαν 5. Ἔβαλα 1 καὶ ἔγειναν ; **μ.** 6. **δ.** Ἔβαλα ἄλλο 1 καὶ ἔγειναν ; **μ.** 7. **δ.** λοιπὸν 5 καὶ 1... 6, 6 καὶ 1... 7. Εἰπέτε το καὶ σεις.

(Οὕτω προχωροῦμεν μέχρι τοῦ 10).

δ. Ἔως ποῦ ἐμάθαμεν νὰ μετροῦμεν τώρα ; **μ.** Ἔως τὰ 10. **δ.** Ποῖα εἶναι περισσότερα, τὰ 5 ἢ τὰ 6 ;.. Τὰ 6 ἢ τὰ 7 ;.. τὰ 7 ἢ τὰ 8 ;.. Τί ἔρχεται ἔπειτα ἀπὸ τὰ 8 ;.. **μ.** Τὰ 9. **δ.** Καὶ ἔπειτα ἀπὸ 9 ; **μ.** Τὰ 10. **δ.** Ποῖα εἶναι τὰ περισσότερα ἀπὸ ὅλα ; **μ.** Τὰ 10.

δ. Ἐκεῖνα τὰ πέρα ξυλαράκια τὰ ἐλησημονήσαμεν. Πόσα ἦσαν ; **μ.** 5. **δ.** Καὶ αὐτὰ ἐδῶ ἦσαν 5, ἄλλα πόσα ἔγειναν ; **μ.** 10. **δ.** Διατί αὐτὰ ἐδῶ ἔγειναν 10 ; **μ.** Γιατί ἐθάλαμεν καὶ ἄλλα. **δ.** Βλέπετε πόσα πολλά ποῦ εἶναι αὐτὰ ἐδῶ τὰ 10 ;

δ. Νὰ μετρήσῃ ἕνας ἀπὸ τὸ 1 ἕως 10 **μ.** 1... 2... 3... κ.τ.λ. Καὶ ἄλλος.

δ. Τί ἔρχεται ἐμπρὸς ἀπὸ τὸ 5 ; **μ.** Τὸ 6. **δ.** Ἐμπρὸς ἀπὸ τὸ 6 ;.. Ἀπὸ τὸ 9 ;.. Ἀπὸ τὸ 7 ;.. κ.τ.λ.

δ. Τί ἔρχεται προτῆτερα ἀπὸ τὸ 10 ; **μ.** τὸ 9. **δ.** Προτῆτερα ἀπὸ τὸ 9 ; **μ.** τὸ 8 κ.τ.λ. Τί εἶναι περισσότερα, τὰ 6 ἢ τὰ 8 ;... τὰ 7 ἢ τὰ 9 ;.. Τὰ 10 ἢ τὰ 9 ;..

8. Ἀσκήσεις.

Νὰ γράψετε εἰς τὴν πλάκα σας μίαν σειρὰν με 5 σταυροῦς, ἄλλην ἀπὸ κάτω με 6, ἄλλην ἀπὸ κάτω με 7 (κ.τ.λ. μέχρι 10).

§ 8. Κατιοῦσα ἀρίθμησις 1 - 10

δ. Νὰ ἔλθῃ ἓνα παιδί νὰ πάρῃ 6 ξυλάκια ἀπὸ τὸ κουτί... Ἄλλο νὰ πάρῃ 8... Ἄλλο 7... Ἄλλο 10 κ.τ.λ.

δ. Νά μετρήσῃ ἓνας πόσα δάκτυλα ἔχει καὶ στὰ δύο χέρια...
"Άλλος πόσα παιδιά εἶναι εἰς αὐτό, ἐκείνο καὶ ἐκείνο τὸ θρανίον
(τόσα θρανία, ἐννοεῖται, ὥστε νὰ μὴ εἶναι πλέον ἀπὸ τοὺς 10 μαθη-
τάς).. "Άλλος νὰ πάρῃ 7 ἀλφαριθμητικά ἀπὸ τοὺς ἄλλους νὰ τὰ φέρῃ
ἐδῶ... Μέτρησέ τα... **δ.** σωστὰ 7. "Άλλος νὰ πάρῃ καὶ νὰ φέρῃ 10
μολύβια.

δ. Ἴδέτε τώρα πόσα κουλούρια θὰ γράψω εἰς τὸν πίνακα. (γρά-
φονται 10). **μ.** 1... 2... κ.τ.λ.

δ. Σθύνω 1. Πόσα ἔμειναν ;.. **δ.** "Άς τὰ μετρήσωμεν νὰ ἰδοῦ-
με. 1... 2... 9... Πόσα λοιπὸν ἔμειναν ; **μ.** 9. **δ.** Καὶ πόσα ἦσαν;
μ. 10. **δ.** Λοιπὸν 10 ἔξω 1... 9. Εἰπέτε το... σθύνω καὶ ἄλλο.
Πόσα ἔμειναν ; **μ.** 8. **δ.** λοιπὸν 9 ἔξω 1... 8. Εἰπέτε το. (κ.τ.λ.
μέχρι μηδενός).

δ. Παίρνω 10 ἐυλάκια. Νά τα. Βγάζω τώρα ἓνα-ἓνα καὶ τὸ
βάζω πάλιν εἰς τὸ κουτί. Ἴδου λέγετε σεις **μ.** 10 ἔξω 1... 9. (κ.
τ.λ.) **δ.** Πόσα ἔμειναν ; **μ.** Κανένα !

δ. Λέγετέ μου τώρα : 10 ἔξω 1 ; **μ.** 9. **δ.** 9 ἔξω 1 ; **μ.** 8.
(κ.τ.λ.). Ποιὸς μπορεῖ τώρα νὰ εἰπῇ ὅλην τὴν σειρὰν μόνος του ;
μ. 10 ἔξω 1... 9, 9 ἔξω 1... 8 (κ.τ.λ.) **δ.** Καὶ ἄλλος...

δ. Προσέχετε τώρα εἰς τὸν πίνακα. Πόσα κουλούρια ἔχω γράψῃ
ἐδῶ ; **μ.** 1. **δ.** Ἐδῶ ἀπὸ κάτω ; **μ.** 2. **δ.** Ἐδῶ παρακάτω ; **μ.**
3. (γράφονται σειραὶ μὲ 1 ἐπὶ πλέον μέχρι 10). **δ.** Ποιὰ εἶναι τὰ
ὀλιγώτερα ; **μ.** τὸ 1. **δ.** Καὶ τὰ περισσότερα ; **μ.** Τὰ 10.

δ. Ἐδῶ πέρα τώρα, εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ πίνακος, προσέχετε
πόσα θὰ γράψω. Πόσα ἔχω ἐδῶ στὴν πρώτην σειρὰν ; 10. **δ.** στὴν
παρακάτω σειρὰν θὰ γράψω ἓνα ὀλιγώτερον. Πόσα θὰ γράψω ; **μ.** 9.
δ. Πολὺ καλά. Νά, τὰ γράψω. Τώρα στὴν παρακάτω ἓνα ὀλιγώ-
τερον. Πόσα θὰ γράψω ; **μ.** 8. (κ.τ.λ. μέχρις 1.).

δ. Ἴδέτε τώρα. ἐδῶ εἰς τὴν πρώτην σειρὰν ὅσο κατεβαίνομεν, τὰ
κουλούρια γίνονται περισσότερα. Ἴδου : 1... 2... 3... 10. Ἐδῶ εἰς
τὴν ἄλλην σειρὰν ὅσο κατεβαίνομεν, γίνονται ὀλιγώτερα. Ἴδου :
10...9...8... 1. (Επαναλαμβάνουν οὕτως ἀριθμοῦντες μαθηταὶ τινες
καὶ τὰς δύο σειράς).

8. Ἀσκήσεις.

(Ὁδηγοῦνται οἱ μαθηταὶ νὰ γράψουν μόνοι τὰς δύο σειράς τοῦ
πίνακος, ἀφοῦ σθυσθοῦν, ἀπὸ μνήμης).

§ 8. Τὰ ἀριθμητικὰ ψηφία 1—10

δ. Τί εἶναι αὐτό; (γράφεται εἰς τὸν πίνακα) **μ.** 1. **δ.** Αὐτό; (γράφεται τὸ ψηφίον 2, ἔπειτα 3, 4, 5 καὶ λέγουν οἱ μαθηταί).

δ. Τώρα πρέπει νὰ μάθωμεν καὶ τὰ ἄλλα ψηφία. Ποῖα εἶναι τὰ ἄλλα; **μ.** τὸ 6, τὸ 7 κ.τ.λ. **δ.** Μάλιστα αὐτά.

α.						5	
β.							6
κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 10.							

δ. Πόσας γραμμὰς ἔγραψα εἰς τὸν πίνακα; (α) **μ.** 5. **δ.** Πολὺ καλλὰ. Γράφω δίπλα τὸ ψηφίον 5, ποῦ τὸ ξεύρετε. Παρακάτω (β) πόσας ἔγραψα; **μ.** 6. **δ.** Λοιπὸν γράφω κοντὰ καὶ τὸ ψηφίον 6. Ἴδετε πῶς εἶναι γραμμέρον. Μετρήσατε τώρα τὰς γραμμὰς ποῦ θὰ γράψω παρακάτω. Πόσαι εἶναι; **μ.** 7. **δ.** Ἴδου καὶ τὸ ψηφίον 7. Προσεξάτε τὰ νέα ψηφία πῶς γράφονται. (Ὅτω προχωροῦμεν μέχρι τοῦ 10).

δ. Τὰ εἶδατε λοιπὸν ὅλα τὰ ψηφία πῶς γράφονται. Βλέπετε τίποτε ξεχωριστὸ στὸ 10;.... **δ.** Ἴδετε ἐδῶ. Νά, γράφεται μὲ δύο ψηφία. Τὸ ἓνα τὸ ξεύρετε. **μ.** Μάλιστα! Εἶναι τὸ 1. **δ.** Βέβαια εἶναι τὸ ψηφίον 1. Αὐτὸ τὸ ἄλλο, τὸ στρογγυλὸ λέγεται *μηδέν*. Καὶ ὅταν εἶναι μαζὶ μὲ τὸ 1 λέγει 10. Ὅταν εἶναι μόνον του δὲν λέγει τίποτε.

(Γίνονται ἐρωτήσεις πρὸς ἀναγνώρισιν τῶν νέων ψηφίων, καλοῦνται δὲ καὶ τινες νὰ τὰ γράφουν).

9. Ἀσκήσεις.

Νὰ ἀντιγράψετε τέσσαρες φορές : 1 2 3 4 5 6 7. **δ.** Ὅλα τὰ νέα ψηφία τὰ ἔγραψα; **μ.** Ὁχι. Μόνον τὸ 6 καὶ τὸ 7. **δ.** Νὰ τὰ γράψετε ὅμως καλλὰ.

Ἐπαναλαμβάνεται κατὰ διάφορον ὅμως τρόπον τὸ προηγούμενον μάθημα. Γίνεται ὑπὸ τινων μαθητῶν ἀριθμησις ἀπὸ 1—10 καὶ ἀντιστρόφως 10—0. Κατόπιν ἐρωτήσεις π.χ. 5 καὶ 1 ;.. 8 καὶ 1 ;.. 6 καὶ 1 ;.. 9 καὶ 1 κ.τ.λ. Καὶ ἀντιστρόφως : 10 ἔξω 1 ;.. 7 ἔξω 1 ; κ.τ.λ. Κατόπιν γράφονται ἀριθμητικὰ ψηφία καὶ ζητεῖται ἡ ἀναγνώρισίς των. π.χ. τί εἶναι αὐτό; **μ.** 8. **δ.** Αὐτό; **μ.** 6 κ.τ.λ. Κατόπιν γράφονται γραμμαὶ ἢ σταυροὶ εἰς διαφόρους σειρὰς καὶ καλοῦνται μαθηταί νὰ γράφουν παραπλεύρως τὰ ἀνάλογα ἀριθμητ. ψηφία. Καὶ ἀντιστρόφως γράφονται ἀριθμητ. ψηφία καὶ οἱ μαθηταὶ γράφον παραπλεύρως ἰσάριθμα κουλοῦρια ἢ γραμμὰς κ.τ.λ.

10. Ἀσκήσεις.

δ. Τώρα θὰ γράψετε μόνοι σας ὅλα τὰ ψηφία : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0.

δ. Βλέπετε δὲν ἔγραψα τὸ 10. Ἐγραψα μόνον τὸ **μηδέν**. Νὰ τὰ γράψετε τρεῖς φορές, ἀλλὰ καλά.

11. Ἀσκήσεις.

δ. Ὅπου εἶναι κουλούρια νὰ γράψετε δίπλα τὸ ἀριθμητικὸν ψηφίον ποῦ πρέπει (π. χ. εἰς τὴν πρώτην σειρὰν 3 κ.τ.λ.) καὶ ὅπου εἶναι ἀριθμητικὰ ψηφία νὰ γράψετε δίπλα σταυροὺς (π. χ. εἰς τὸ πρῶτον 8 σταυροὺς, εἰς τὸ δεῦτερον 5 κ.τ.λ.).

000	8
000000	5
00	3
0000000000	7
00000000000	6
0000	10
000000000	2
00000000	4
00000	

Ἡ ἀνωτέρω ἀσκήσις, ὡς καὶ πολλαὶ ἄλλαι δύναται νὰ γίνεταί ἐν συνεργασίᾳ διδασκάλου καὶ μαθητῶν εἰς ὥραν μαθήματος ἀριθμητικῆς κατὰ τὸ πρόγραμμα. Εἰς ὥραν μαθήματος θὰ γίνωνται, ἐννοεῖται, καὶ τὰ προβλήματα. Οὕτω πως ἐνδιατρίβομεν περὶ τοὺς αὐτοὺς ἀριθμοὺς οἵτινες ἐμπεδοῦνται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον, χωρὶς τὴν ἀνίαν τῆς μονοτόνου ἀριθμῆσεως καὶ τῆς ξηρᾶς γραφῆς, ἥτις ὅσον καὶ ἂν εἶναι ἀναγκαία, δὲν πρέπει νὰ διαρκῆ ἐπὶ πολὺ χωρὶς κατὰ τὸ δυνατόν νὰ ποικίλλεται.

Προβλήματα.

19. Μία γυναίκα εἶχε 6 κόττες. Χθὲς ἠγόρασε μίαν καὶ σήμερον ἄλλην μίαν. Πόσες ἔχει τώρα ;

20. Ἄλλη γυναίκα εἶχε 10 κόττες. Χθὲς ἐπώλησε μίαν. Πόσας ἔχει τώρα ;

21. Εἰς ἓνα παιγνίδι ἔπαιζαν στὴν ἀρχὴ 3 παιδιὰ. Ὑστερα ἦλθαν ἄλλα 2 καὶ ὕστερα ἄλλο 1. Πόσα παιδιὰ παίζουσι τώρα ;

22. Ἐνα παιδί εἶχε 8 δεκάρας Ἐξώθευσε μίαν διὰ χαρτί καὶ ἄλλην μίαν διὰ κονδύλια. Πόσες τοῦ ἔμειναν ;

23. Είναι 10 παιδιά και θέλω να δώσω 1 πορτοκάλι στο κάθε ένα. Πόσα πορτοκάλια θέλω ;

§ 9. Πρόσθεσις και ἀφαιρέσις τοῦ 2.

δ. 1 και 1 ; **μ.** 2. **δ.** 1 και 2 ; **μ.** 3. **δ.** Πολὺ καλά. Τὰ ἐνθουμείσθε, βλέπω, 2 και 2 ; **μ.** 4. **δ.** σωστά. Τώρα θὰ μάθωμεν να λογαριάζωμεν ὄλο μὲ 2 ἕως τὸ 10.

α. 0	β. 00 3 γ.
δ. 00	00 4
000	00 5
0000	00 6
00000	00 7
000000	00 8
0000000	00 9
00000000	00 10

δ. 1 ἐδῶ (α) και 2 ἐδῶ πέρα (β) πόσα γίνονται μαζί ; **μ.** 3. **δ.** Μάλιστα 3. Λοιπὸν γράφω ἐδῶ (γ) και τὸ ψηφίον 3.

δ. Παρακάτω τώρα. Πόσα εἶναι ἐδῶ ; (δ) **μ.** 2 και ἐδῶ πέρα ; **μ.** Πάλιν 2. **δ.** 2 και 2 ; **μ.** 4. **δ.** Πολὺ ώραῖα. Γράφω τὸ ψηφίον 4. Ἐδῶ παρακάτω πόσα εἶναι ; **μ.** 3. **δ.** Καὶ ἐδῶ πέρα ; **μ.** 2. **δ.** Καὶ μαζί 3 και 2 ; **μ.** 5. **δ.** σωστά 3 και 2... 5. Γράφω τὸ ψηφίον 5. Νὰ τὰ εἰπῆ ἕνας ἐξ ἀρχῆς και τὰ τρία ποῦ εἶπαμεν (λέγουν και ἄλλοι).

δ. Ἐδῶ παρακάτω πόσα εἶναι ; **μ.** 4. **δ.** Καὶ ἐδῶ πέρα ; **μ.** 2. (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 8 και 2... 10. Ἐν τῷ μεταξὺ γίνονται ἐπαναλήψεις. Ἐν τέλει δὲ ἐπαναλαμβάνεται ὄλη ἡ σειρά : 1 και 2... 3, 2 και 2... 4 κ.τ.λ. ὑπὸ τῶν μαθητῶν).

(Τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ 2 δύναται νὰ διδάξῃ τώρα ὁ διδάσκακος ἢ νὰ ἀφήσῃ εἰς ἄλλο μάθημα. Τοῦτο ἐξαρτᾶται και ἐκ τῆς ἐπιτυχίας, ἣν εἶχεν εἰς τὴν πρόσθεσιν, και ἐκ τῆς ὥρας και ἐξ ἄλλων λόγων).

δ. Νὰ λογαριάσῃ ἕνα παιδάκι ἀπὸ τὸ 1—10 ἕνα-ἕνα. Ἐνα ἄλλο παιδάκι νὰ βγάξῃ ἕνα-ἕνα ἀπὸ τὰ 10—0.

δ. Τώρα νὰ λογαριάξῃ ἕνας μὲ τὸ 2... **μ.** 1 και 2... 3, 2 και 2... 4 (κ.τ.λ. Ἐπαναλαμβάνεται και ὑπὸ ἄλλων.)

δ. Πόσοι εἶναι αὐτοὶ οἱ σταυροὶ εἰς τὸν πίνακα ; **μ.** 3. **δ.** Ἄν σβήσω 2, πόσοι θὰ μείνουν ; **μ.** 1. **δ.** σβήνω λοιπὸν 2. Ἐμεινε ἕνας. Ἴδού. Πόσοι εἶναι αὐτοὶ ; **μ.** 4. **δ.** σβήνω 2. Πόσοι ἔμειναν **μ.** 2.

δ. Γράφω 5, σβήνω 2. Πόσοι ἔμειναν; **μ.** 3. **δ.** Ἔως ἐδῶ τὰ εἶπετε πολὺ καλά, διότι τὰ ξεῦρετε ἀπὸ πρώτα.

δ. Προσέχετε τώρα εἰς τὰ νέα, 4 καὶ 2; **μ.** 6 **δ.** Γράφω 6 σταυρούς, σβήνω 2. Πόσοι ἔμειναν; Μετρήστε τους. **μ.** 4. **δ.** λοιπὸν 6 ἔξω 2; **μ.** 4. **δ.** σωστά: νὰ τα 4. Τώρα 5 καὶ 2; **μ.** 7. **δ.** Γράφω 7 καὶ σβήνω 2. Πόσα ἔμειναν; **μ.** 5. **δ.** λοιπὸν 7 ἔξω 2; **μ.** 5. **δ.** 6 ἔξω 2 ;.. 7 ἔξω 2... (κ.τ.λ. μέχρι 10 ἔξω 2.)

δ. Νὰ Ἴδοῦμε τώρα ποῖος τὰ ἐνθυμεῖται ὅλα; 10 ἔξω 2 ;.. 9 ἔξω 2 ; (κ.τ.λ. μέχρι 2 ἔξω 2.)

δ. Τώρα θὰ βάζωμεν ὅλο 2. Νὰ τὰ λέτε ἔτσι ἀπ' ἔξω : 1 καὶ 2 ;.. 2 καὶ 2 ;.. 3 καὶ 2 ;.. (κ.τ.λ. μέχρι 8 καὶ 2 καὶ ἐπαναμβάνεται ἡ σειρά ὑπὸ τινων μαθητῶν.)

δ. Τώρα θὰ βγάζωμεν ὅλο 2. Καὶ ἀφοῦ βγάζωμεν θὰ γίνονται περισσότερα ἢ ὀλιγώτερα ;.. Λοιπὸν 10 ἔξω 2 ;.. 9 ἔξω 2 ;.. (κ.τ.λ. μέχρι 2 ἔξω 2.)

12. Ἀσκήσεις.

δ. Αὐτὴν τὴν φορὰ δὲν θὰ γράφετε κουλούρια καὶ γραμμάς κ.τ.λ. ἀλλὰ μόνον ἀριθμούς. Ἔτσι δά :

1 καὶ 2... 3	10 ἔξω 2... 8
2 καὶ 2... 4	9 ἔξω 2... 7
(κ.τ.λ. μέχρι 8 καὶ 2.)	(κ.τ.λ. μέχρι 2 ἔξω 2)

Τινὲς τῶν διδασκάλων διδάσκουσι συγχρόνως πρόσθεσιν καὶ ἀφαιρέσιν π. χ. 1 καὶ 2... 3. Καὶ πάλιν 3 ἔξω 2... 1. Τοῦτο φέρει πολλάκις σύγχυσιν. Ἐπίσης δὲν εὐρίσκομεν ὠφέλιμον τὸ νὰ φθάνη τις διὰ σειρᾶς συλλογισμῶν εἰς τὸ ἄθροισμα ἢ τὴν διαφορὰν τῶν ἀριθμῶν π. χ. 4. καὶ 2. Ἄν βάλωμεν, λέγουσιν, εἰς τὸ 4 ἀκόμη 1 πόσα γίνονται ; 5. λοιπὸν τὸ 2, ποῦ εἶναι 1 παραπάνω, ἂν τὸ βάλωμεν εἰς τὸ 4 πόσα θὰ γείνουν ; κ.τ.λ. Καὶ τὸ νὰ ἐξηγηθῇ ἀπλῶς τοῦτο, ἔχει καλῶς. Ἀλλὰ τὸ χειρότερον εἶναι, ὅτι τινὲς ἀπαιτοῦσιν ἀπὸ τὰ παιδιὰ νὰ διατυπώνουν τοὺς συλλογισμούς, διότι ἄλλως ὅ.τι λέγουσιν τὸ λέγουσιν μηχανικῶς ! Διὰ τόσων συλλογισμῶν δὲν φθάνουσι βεβαίως τὰ παιδιὰ τῆς πρώτης τάξεως εἰς συμπεράσματα. Ἡμεῖς τοῦλάχιστον εὐρήκαμεν ἀποτελεσματικώτερον τὸ ἀπ' εὐθείας 4 καὶ 2... 6. Τοῦτο, εἶναι ἀληθές, ἔχει τι τὸ μηχανικόν. Ἀλλ' ἐκτὸς τοῦ ὅτι ὁ μηχανισμὸς δὲν εἶναι πάντοτε ἀποκρουστέος, ἐδῶ ὁ μηχανισμὸς εἶναι περισσότερον φαινό-

μενικὸς καὶ ὀλιγώτερον πραγματικὸς. Ἐν τῇ διανοίᾳ τοῦ παιδίου γίνεται κἄποια ὑποσυνείδητος σκέψις, ὅτι ἀφοῦ τὸ 2 εἶναι κατὰ 1 περισσότερον τοῦ ἐνός, θὰ δώσῃ ἀθροισμα μεγαλύτερον τοῦ 5. Ἀλλὰ τὴν αὐτόματον αὐτὴν ἐνέργειαν τῆς παιδικῆς διανοίας πολὺ φοβούμεθα, ὅτι ταράσσει ἢ κατὰστρωσις τῶν συλλογισμῶν καὶ ἢ δι' αὐτὴν ἀπαιτουμένη πολυλογία. Οὐδὲν περισσότερον τῆς πολυλογίας ταράσσει τὴν λειτουργίαν τῆς παιδικῆς διανοίας.

§ 10. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 3.

(Ἐπανάληψις προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως τοῦ 2 καὶ κατὰ σειράν καὶ ἄλλως π. χ. 3 καὶ 2 ; 7 καὶ 2 ; κ.τ.λ.)

δ. 1 καὶ 3 πόσα γίνονται ; Αὐτὸ τὸ ξεύρετε. Ἀλήθεια ; **μ.** 1 καὶ 3... 4. **δ.** Καὶ 2 καὶ 3 ; Καὶ αὐτὸ τὸ ξεύρετε. **μ.** 2 καὶ 3... 5 **δ.** Καὶ 3 καὶ 2 ; **μ.** 5. **δ.** Βλέπετε τὸ ἴδιο εἶναι.

α. 0	β. 000	4.
00	000	5.
000	000	6.
0000	000	7.
00000	000	8.
000000	000	9.
0000000	000	10.

δ. Ἄς ἀρχίσωμεν ἀπὸ τὸ 1. Πόσα εἶναι ἐδῶ ; (α) **μ.** 1 **δ.** Καὶ ἐδῶ ; (β) **μ.** 3. **δ.** Πόσα γίνονται μαζί ; **μ.** 4. λοιπὸν γράφω ἐδῶ τὸ ψηφίον 4. Παρακάτω ἐδῶ πόσα εἶναι ; **μ.** 2. Καὶ ἐδῶ ; **μ.** 3. **δ.** 2 καὶ 3 ; **μ.** 5. Λοιπὸν τί πρέπει νὰ γράψω ἐδῶ ; **μ.** Τὸ ψηφίον 5. (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς σειρᾶς, γινομένων ἐν τῷ μεταξὺ ἐπανάληψεων.)

δ. Νὰ εἰπῇ ἕνας ὅλην τὴν σειράν : 1 καὶ 3... 4, 2 καὶ 3... 5 κ.τ.λ. (λέγουν καὶ ἄλλοι.) **δ.** 5 καὶ 3 ;.. 2 καὶ 3 ;.. 6 καὶ 3 ;... 4 καὶ 3.... κ.τ.λ.

0000000000
 0000000000
 0000000000
 (κ.τ.λ. μέχρι 3)

δ. Ἐδῶ εἰς τὴν ἐπάνω σειράν ἔχομεν πόσα κουλούρια ; Μετρή-

σατέ τα. **μ.** 1... 2... 3... 10. **δ.** σωστά. "Αν σβήσω 1, πόσα θα μείνουν; **μ.** 9. **δ.** Μάλιστα 10 έξω 1... 9. "Αν σβήσω 2; **μ.** θα μείνουν 8. **δ.** σωστά 10 έξω 2... 8. "Αν σβήσω 3; **μ.** θα μείνουν 7. **δ.** Ίδου σβήνω 1, 2, 3, Νά ἴδοῦμε πόσα ἔμειναν 1, 2... 7. Να το 7. λοιπὸν 10 έξω 3; **μ.** 7. **δ.** 7 καὶ 3; **μ.** 10. **δ.** 10 έξω 3; **μ.** 7. Εἰπέτε τὸ 10 έξω 3... 7.

δ. Ἐδῶ στὴν παρακάτω σειρά πόσα εἶναι; **μ.** 9. "Αν σβήσω 2 πόσα μένουν; **μ.** 7. **δ.** "Αν σβήσω 3; **μ.** 6. **δ.** Ίδου σβήνω 3. Μετρήσατε πόσα ἔμειναν. **μ.** 1, 2... 6. **δ.** Λοιπὸν 9 έξω 3; 6 (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς σειράς.)

δ. 6 έξω 3; .. 9 έξω 3; .. 5 έξω 3; (κ.τ.λ.) Νά εἰπῆ ἕνας ὅλην τὴν σειράν. Καὶ ἄλλος κ.τ.λ.

13. Ἀσκήσεις.

1	καὶ 3... 4	10	ἐξω 3... 7
2	» 3..	9	» 3...
3	» 3...	8	» 3...
4	» 3...	7	» 3...
5	» 3...	6	» 3...
6	» 3...	5	» 3...
7	» 3...	4	» 3...

Προβλήματα.

24. Εἰς ἕνα μέρος τοῦ κήπου εἶναι κοντὰ 3 ἀμυγδαλιές, εἰς ἄλλο πάλιν 3 καὶ εἰς ἄλλο 2. Πόσαι εἶναι ὅλαι;

25. Εἰς τὴν αὐλήν ἦσαν 5 κυπαρίσσια καὶ ἐφυτεύσαμεν ἄλλα 3. Πόσα εἶναι ὅλα;

26. Ἡ μητέρα εἶχε 8 κόττες καὶ ἐπώλησε τὰς 3. Πόσας ἔχει τώρα;

27. Ἐνα παιδί εἶχε 10 καρύδια. Ἀπ' αὐτὰ ἔδωσε 3 εἰς ἕνα ἄλλο παιδί καὶ ἄλλα 3 εἰς ἕνα ἄλλο. Πόσα τοῦ ἔμειναν;

28. Εἰς 3 παιδιὰ θέλομεν νὰ δώσωμεν ἀπὸ 2 αὐγά σὸ καθένα. Πόσα αὐγά θέλομεν;

Ἀσκήσεις ἐφ' ὄλων τῶν προηγούμενων.

Αἱ ἀσκήσεις αὗται καὶ τὰ προβλήματα δύνανται, ὡς εἶπομεν καὶ προηγουμένως, νὰ γίνωνται ὡς τακτικὸν μάθημα ἀριθμητικῆς καὶ κατόπιν παρηλλαγμένοι νὰ δίδωνται ὡς κατ' ἰδίαν ἀνασχόλησις τῶν μαθητῶν. "Αν ἔχωσιν ἐξοικειωθῆ οἱ μαθηταὶ μὲ τὰ ἀριθμητικὰ ψη-

φία, τότε μεταχειριζόμεθα μόνα αὐτὰ ὡς παραστατικά σημεῖα, ἄλλως κάμνομεν χρῆσιν τῶν γνωστῶν ἐποπτικῶν μέσων (σταυρῶν, κουλουριῶν κ.τ.λ.).

Περὶ τὸν νὰ λεχθῆ, ὅτι ἂν αἱ ἐν τῷ βιβλίῳ τούτῳ παρατιθέμεναι ἐκάστοτε ἀσκήσεις εἶναι πολλαὶ ἀναλόγως τῶν δυνάμεων τῶν μαθητῶν, αἱ ὁποῖαι δὲν εἶναι πανταχοῦ καὶ πάντοτε αἱ αὐταί, περιοριζόμεθα εἰς ὀλιγωτέρας. Ὅλα θὰ κανονίζωνται ἀναλόγως τῶν δυνάμεων τῶν μαθητῶν.

14. Ἀσκήσεις.

3 καὶ 3...	4 καὶ 2...	1 καὶ 3...	10 ἔξω 2...	5 ἔξω 3...
1 » 3...	8 » 2...	5 » 2...	10 » 3...	7 » 2...
7 » 3...	2 » 3...	7 » 3...	5 » 2...	7 » 3...

15. Ἀσκήσεις.

4 καὶ 3...	3 καὶ 3...	10 ἔξω 3...	4 ἔξω 3...	7 ἔξω 3...
6 » 2...	2 » 2...	6 » 3...	9 » 2...	9 » 3...
7 » 2...	5 » 3...	7 » 2...	8 » 3...	8 » 3...

§ 11. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 4.

(Ἐπανάληψις τῆς προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως τοῦ 3 προφορικῶς.)

α. 0 β. 0000 5.
 γ. 00 0000 6.
 (κ.τ.λ. μέχρι 6 καὶ 4.)

δ. Ἐνα ποῦ εἶναι ἐδῶ (α) καὶ 4 ἐδῶ (β) πόσα γίνονται ;.. Ἄν σὰς ἔλεγα 4 καὶ 1, πόσα ; **μ.** 5. **δ.** Τὸ ἴδιο δὲν εἶναι ; λοιπόν ; **μ.** 5. **δ.** Πόσα εἶναι ἐδῶ ; **μ.** 2. **δ.** Ἐδῶ πέρα ; **μ.** 4. **δ.** Πόσα γίνονται μαζί ;.. Πάλιν δὲν τὸ εὑρίσκετε. 4 καὶ 2 ; **μ.** 6. **δ.** Καὶ 2 καὶ 4 ; **μ.** 6. **δ.** 3 ἐδῶ καὶ 4 ἐδῶ πέρα, πόσα ;.. 4 καὶ 3 ;.. **μ.** 7. **δ.** Καὶ 3 καὶ 4 ; **μ.** 7. **δ.** Νὰ τὰ εἰπῆ ἕνας ὅλα.

δ. Ἐδῶ εἶναι 4 καὶ ἐδῶ ; **μ.** 4. **δ.** Μαζί ;... Αὐτὸ δὲν τὸ ξεύρετε. Μετρήσατέ τα ὅλα νὰ τὸ εὑρετε... **μ.** 8. **δ.** Μάλιστα 4 καὶ 4... 8. Εἰπέτε το. (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 6 καὶ 4. Ἐπανάληψις τῆς σειρᾶς ὑπὸ τῶν μαθητῶν καὶ ἐρωτήσεις).

(Ὅδτω διδάσκεται κατόπιν καὶ ἡ ἀφαίρεσις : 10 ἔξω 4 κ.τ.λ. μέχρι 4 ἔξω 4).

16. Ἀσκήσεις.

1 καὶ 4... 10 ἔξω 4...
(κ.τ.λ. μέχρι 6 καὶ 4) (κ.τ.λ. μέχρι 4 ἔξω 4.)

17. Ἀσκήσεις ἐφ' ὅλων τῶν προηγουμένων.

2 καὶ 4...	5 καὶ 4...	6 καὶ 3...	10 ἔξω 3...	8 ἔξω 2...
1 » 3...	3 » 4...	2 » 3...	9 » 4...	8 » 4...
6 » 4...	4 » 4...	3 » 3...	5 » 3...	7 » 4...

Προβλήματα.

29. Ἐνα παιδί θέλει 3 δεκάρες διὰ πέννες, 5 διὰ μελάνην καὶ 4 διὰ χαρτί! Πόσες δεκάρες πρέπει νὰ τοῦ δώσῃ ὁ πατέρας του;

30. Εἰς ἓνα κλαρί ἐνός δένδρου εἶναι 2 πουλιά, εἰς ἄλλο 3 καὶ εἰς ἄλλο 4. Πόσα εἶναι ὅλα;

31. Εἰς τὸν φράκτον τοῦ κήπου ἦσαν 8 πουλιά καὶ ἔφυγαν τὰ 4 Πόσα ἔμειναν;

32. Ἐνα παιδί ἔδωκε 3 ἀρνάκια, ἄλλο παραπέρα ἄλλα 3 καὶ ἄλλο παραπέρα ἄλλα 5. Πόσα ἀρνάκια ἔχουν τὰ 3 παιδιά;

§ 12. Πρόσθεσις καὶ ἀφαιρέσις τοῦ 5.

0 καὶ 00000... 6. 10 ἔξω 5... 5
(κ.τ.λ. μέχρι 5 καὶ 5) (κ.τ.λ. μέχρι 5 ἔξω 5)

(Ἡ διδασκαλία καὶ ἡ κατόπιν αὐτῆς ἀσκήσις ὡς εἰς τὸ προηγούμενον.) Τονίζεται, ὅτι τὸ 2 καὶ 5. π. γ. οὐδὲν ἄλλο εἶναι ἢ τὸ 5 καὶ 2. κ.τ.λ.

18. Ἀσκήσεις ἐφ' ὅλων τῶν προηγουμένων.

1 καὶ 5...	3 καὶ 5...	4 καὶ 5...	10 ἔξω 5 ..	9 ἔξω 3...
3 » 4...	5 » 4...	2 » 4...	10 » 3...	8 » 5...
5 » 5...	4 » 3...	6 » 4...	10 » 4...	8 » 3...

§ 13. Πρόσθεσις καὶ ἀφαιρέσις τοῦ 6.

(Ἡ διδασκαλία καὶ ἡ κατόπιν αὐτῆς ἀσκήσις ὡς εἰς τὰ προηγούμενα).

19. Ἀσκήσεις ἐφ' ὅλων τῶν προηγουμένων.

1 καὶ 6...	4 καὶ 6...	10 ἔξω 4...	8 ἔξω 4...	10 ἔξω 1...
1 » 5...	3 » 5...	10 » 6...	9 » 6...	3 » 3...
3 » 6...	3 » 4...	10 » 5...	7 » 2...	8 » 7...
2 » 4...	3 » 3...	9 » 3...	7 » 4...	8 » 2...

Προβλήματα.

33. Ἐνα παιδί εἶχε 3 μολύβια καὶ τοῦ ἔφεραν ὁ πατέρας του ἄλλα 6 Πόσα ἔχει ὅλα ;

34. Ἀπὸ 10 παξιμάδια ποῦ εἶχε ἓνα παιδί ἐκράτησε 4 καὶ τὰ ἄλλα τὰ ἐχάρισε εἰς τὰ ἄλλα παιδιά. Πόσα ἐχάρισε ;

35. Μία τριανταφυλλιά εἰς τὸν κήπον ἔχει 4 τριαντάφυλλα ἀνοικτά, ἄλλη ἔχει 2 καὶ ἄλλη 3. Πόσα ἔχουν καὶ αἱ τρεῖς ;

36. Πόσα κονδύλια θέλομεν διὰ νὰ δώσωμεν σὲ 8 παιδιά ἀπὸ 1 ;

§ 14. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 7.

(Ἡ διδασκαλία καὶ ἡ κατόπιν αὐτῆς ἀσκήσεις ὡς εἰς τὰ προηγούμενα).

20. Ἀσκήσεις ἐφ' ὅλων τῶν προηγουμένων.

1 καὶ 7...	2 καὶ 3...	2 καὶ 6...	10 ἔξω 7...	8 ἔξω 6...
2 » 7...	4 » 6...	6 » 4...	10 » 8...	8 » 1...
3 » 7...	6 » 4...	5 » 3...	9 » 8...	8 » 7...
4 » 6...	3 » 6...	4 » 3...	9 » 4...	9 » 2...

§ 15. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 8 καὶ 9

δ. 8 καὶ 1 πόσα γίνονται ; **μ.** 9. **δ.** Καὶ 8 καὶ 2 ; **μ.** 10. **δ.** Ἄν ποῦμε 1 καὶ 8. **μ.** 9 πάλιν. **δ.** Καὶ 2 καὶ 8 ; **μ.** 10. **δ.** Αὐτὸ εἶναι ὅλον : 1 καὶ 8 ; **μ.** 9. **δ.** 2 καὶ 8 ; **μ.** 10. Βλέπετε πόσον εὐκόλον εἶναι ;

δ. 9 καὶ 1 ; **μ.** 10. **δ.** Καὶ 1 καὶ 9 ; πάλιν 10. (γίνονται ὀλίγαι ἐρωτήσεις).

21. Ἀσκήσεις.

1 καὶ 8...	1 καὶ 7...	10 ἔξω 9...	9 ἔξω 8...
2 » 8...	2 » 7...	10 » 8...	9 » 7...
1 » 9...	3 » 7...	10 » 7...	9 » 6...

22. Ἀσκήσεις ἐφ' ὅλων τῶν προηγουμένων.

1 καὶ 3...	4 καὶ 6...	4 ἔξω 3...	10 ἔξω 4...
2 » 4...	2 » 3...	6 » 4...	5 » 2...
3 » 5...	3 » 4...	8 » 2...	7 » 3...

23. Ἀσκήσεις.

2 καὶ 2...	2 καὶ 4...	4 ἔξω 2...	10 ἔξω 6...
2 » 5...	2 » 7...	7 » 5...	7 » 2...
3 » 6...	2 » 8...	9 » 6...	10 » 3...

24. Ἀσκήσεις.

7 καὶ 3...	7 καὶ 2...	8 ἔξω 3...	9 ἔξω 2...
2 » 7...	1 » 8...	8 » 5...	9 » 8...
3 » 6...	7 » 3...	10 » 3...	9 » 5...
1 » 9...	3 » 6...	10 » 7...	9 » 4...

Συνθετώτερα προβλήματα.

Τοιαῦτα λέγομεν ὅσα δὲν λύονται μὲ μίαν μόνον ἀριθμητικὴν πράξιν, ἀλλὰ μὲ περισσοτέρας π. χ. μὲ πρόσθεσιν καὶ ἀφαιρέσιν ἢ καὶ μὲ πολλαπλασιασμὸν κ.τ.λ.

Εἶναι γνωστὸν πόσον δυσκολεύονται καὶ τῶν ἠνωτέρων ἀκόμη τάξεων οἱ μαθηταὶ νὰ διακρίνωσιν εἰς τὰ τοιαῦτα προβλήματα τὰς σχέσεις τῶν ἀριθμῶν καὶ τὴν ἀπαιτουμένην εἰς ἐκάστην σχέσιν ἀριθμητικὴν πράξιν· π.χ. ὅτι αὐτοὶ οἱ δύο ἀριθμοὶ θὰ πολλαπλασιασθοῦν πρῶτον καὶ τὸ γινόμενον θὰ ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τὸν ἄλλον κ.τ.λ. Τοῦτο συμβαίνει ἀναμφιβόλως ἐκεῖ ὅπου δὲν ἠσκήθησαν οἱ μαθηταὶ μικρὸν καὶ κατ' ὀλίγον ἀπὸ τῶν μικροτέρων τάξεων εἰς τὴν διάκρισιν τῶν σχέσεων τῶν ἀριθμῶν τῶν προβλημάτων.

Τὰ συνθετώτερα ταῦτα προβλήματα λύονται εἰς τὰς μικροτέρας τάξεις καὶ πρὸ πάντων εἰς τὴν ἀρχὴν κατὰ τὸν ἐξῆς περίπου τρόπον :

Ἔνα παιδὶ π.χ. εἶχε 4 μολύβια καὶ ὁ θεϊὸς του τοῦ ἔφευρεν ἄλλα 6. Ἀπὸ ὅλα αὐτὰ ἐχάρισεν εἰς ἓνα ἄλλο παιδὶ 5. Πόσα τοῦ ἔμειναν ;

Τὸ πρόβλημα λύεται διὰ προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως.

Ἄς μὴ φανῆ παράδοξον, ὅτι καὶ ἀνωτέρων τάξεων παιδιὰ δὲν ἀντιλαμβάνονται πολλάκις τὸ ἀπλούσιαιον αὐτὸ πρᾶγμα, ὅτι θὰ ἐνώσουν τοὺς δύο πρώτους ἀριθμοὺς καὶ θὰ χωρίσουν ἐκ τοῦ συνόλου τὸν τρίτον,

Διὰ τοῦτο τώρα εἰς τὴν ἀρχὴν ἢ διατύπωσις τῶν τοιούτων προβλημάτων χωρίζεται εἰς δύο· Οὕτω :

Ἔνα παιδὶ εἶχε 4 κονδύλια καὶ ὁ θεϊὸς του τοῦ ἔφευρεν ἄλλα 6. Πόσα ἔχει ὅλα ;

Ἐφοῦ δὲ οἱ μαθηταὶ εὔρουν, ὅτι εἶχε 10 κονδύλια, τότε διανυ-
ποῦται καὶ τὸ δεύτερον μέρος τοῦ προβλήματος οὕτω περίπου :

Πόσα κονδύλια εἶπαμεν, ὅτι εἶχε αὐτὸ τὸ παιδί ; 10— Ἀπ' αὐτὰ
τὰ 10 ἔδωσε εἰς ἓνα ἄλλο παιδί 5. Πόσα, λέτε, τοῦ ἔμειναν; εὐκόλως
τώρα θὰ ἐννοήσουν οἱ μαθηταί, ὅτι πρόκειται περὶ ἀφαιρέσεως.

Τώρα δυνάμεθα νὰ ἐπαναλάβωμεν ἠνωμένον τὸ πρόβλημα οὕτω:
Δοιπὸν ἓνα παιδί εἶχε 4 κονδύλια καὶ ὁ θεῖός του τοῦ ἔφερεν ἄλλα
6 Ἀπὸ ὅλα αὐτὰ ἔβγαλε καὶ ἔδωσεν εἰς ἓνα ἄλλο παιδί 5. Πόσα τοῦ
ἔμειναν ; Δοιπὸν 4 ποῦ εἶχε καὶ 6 ποῦ τοῦ ἔφερεν ὁ θεῖός του ; 10.
Ἐξω 5 ποῦ ἔδωσε εἰς τὸ ἄλλο παιδί ; 5.

Μὲ τὴν ἐν ἀρχῇ τμηματικὴν αὐτὴν διατύπωσιν ἀρχίζουσι νὰ δια-
κρίνωσιν οἱ μαθηταὶ τὴν ἐνέργειαν τῶν διαφορῶν ἀριθμητικῶν πρά-
ξεων καὶ ποῖαι ἐξ αὐτῶν ἀπαιτοῦνται εἰς ἐκάστην περίπτωσιν.

Προβλήματα.

37. Ἐνα παιδί εἶχε 5 κονδύλια καὶ ἡ θεία του τοῦ ἔχαρισεν ἄλλα 4. Ἀπ'
αὐτὰ ἔδωσε 3 εἰς τὸν ἀδελφόν του. Πόσα τοῦ ἔμειναν ;

38. Ἀπὸ τῆς κόττης εἶχαμεν προχθὲς 5 αὐγά καὶ χθὲς 3. Ἀπ' αὐτὰ ἐφάγα-
μεν 6. Πόσα ἔμειναν ;

39. Εἶχαμεν 5 κόλλες χαρτί καὶ ἀγοράσαμεν ἄλλες 3. Ἐκάμαμεν ἓνα τετρά-
διον ἀπὸ 4 κόλλες. Πόσες κόλλες μᾶς μένουσι νὰ κάμωμεν ἄλλο ἓνα;

§ 16. Σημεῖα ἀριθμητικῶν πράξεων.

Σημεῖον προσθέσεως + καὶ ἀφαιρέσεως —.

Εἰς τὴν χρῆσιν τῶν ἀριθμητικῶν ψηφίων δύνανται τώρα νὰ προ-
στεθοῦν καὶ τὰ σημεῖα τῶν ἀριθμητικῶν πράξεων, ἀμφότερα τὰ πα-
ραστατικά ταῦτα μέσα πολὺ διευκολύνουσι τὴν διδασκαλίαν.

$$\alpha. \quad 2 \qquad \beta. \quad 1$$

$$\gamma. \quad 2 + 1 = 3 \delta.$$

δ. Πόσα εἶναι αὐτὰ ; (α) **μ.** 2, **δ.** Καὶ αὐτό ; (β) **μ.** 1. **δ.**
Ἄν εἰς τὸ 2 βάλωμεν τὸ 1, πόσα γίνονται ; **μ.** 3. **δ.** Καὶ ἂν ἀπὸ
τὰ 2 βγάλωμεν τὸ 1, πόσα μένουσι ; **μ.** 1. **δ.** Ἐδῶ δὲν φαίνεται
ἂν θὰ βάλωμεν τὸ 1 εἰς τὰ 2 ἢ ἂν θὰ τὸ βγάλωμεν. Ἄν θὰ τὸ βάλω-
μεν τί πρέπει νὰ γράψωμεν μεταξὺ τῶν ; **μ.** Πρέπει νὰ γράψω-
μεν **καὶ**. **δ.** Ἀλήθεια· αὐτὸ ἐγράψαμεν ἕως τώρα. Ἀλλὰ τώρα θὰ
μάθωμεν νὰ γράψωμεν ἀντὶ τοῦ **καὶ** ἓνα σταυρὸν. Ἐτσι δὲ (γ). Ὁ

σταυρὸς λέγει **καί**. Τὸν διαβάζομεν ὅπως προτῆτερα τὸ **καί**. Διαβάστε τα λοιπὸν. **μ.** 2 καὶ 1. **δ.** Τώρα ἀντὶ νὰ γράψω «γίνονται», γράψω δύο μικρὰς γραμμὰς (=). Πόσα γίνονται 2 καὶ 1; **μ.** 3. **δ.** Μάλιστα νὰ ποῦ γράψω 3 (δ).

δ. Διαβάστε αὐτά; $4+2$. **μ.** Τέσσερα καὶ δύο. **δ.** Πόσα γίνονται; **μ.** 6. **δ.** Πῶς θὰ γράψω τὸ «γίνονται;» **μ.** μὲ δύο γραμμὰς. **δ.** Πολὺ καλὰ. Ἴδού: $4+2=6$. (Γίνονται καὶ ἄλλαι ἐρωτήσεις, γραφομένων τοιούτων παραστάσεων εἰς τὸν πίνακα καὶ καλοῦνται μαθηταὶ καὶ γράφουν ὁμοίως.)

25. Ἀσκήσεις.

$8+2=$	$4+5=$	$2+8=$	$2+5=$
$7+3=$	$2+3=$	$3+6=$	$1+8=$
$6+4=$	$3+4=$	$1+7=$	$2+4=$

(Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον διδάσκεται καὶ τῆς ἀφαιρέσεως τὸ σημεῖον, τὸ ὁποῖον ἀφίνομεν δι' ἄλλο μάθημα, διὰ νὰ μὴ συγχυσθῇ ἐν ἀρχῇ μὲ τὸ τῆς προσθέσεως. Ἀφοῦ δὲ διακριθῇ καλῶς τὸ σημεῖον τῆς ἀφαιρέσεως, τότε γράφονται τοιαῦτα περίπου εἰς τὸν πίνακα καὶ γίνονται ἐρωτήσεις: π. χ. $8-2$, $5-3$, $4+3$, $3+2$ κ.τ.λ.)

26. Ἀσκήσεις

$1+2=$	$4+3=$	$10-2=$	$8-3=$	$7-4=$
$3+5=$	$6+3=$	$10-8=$	$9-2=$	$10-2=$
$7+2=$	$5+1=$	$8-5=$	$7-3=$	$7-5=$

Ἀφοῦ ἐνόησαν ἤδη οἱ μαθηταὶ τὴν χρῆσιν τῶν σημείων προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως, δυνάμεθα εὐκολώτερον νὰ ἐπαναλάβωμεν ὅλας τὰς προηγηθείσας σειρὰς ἀνιούσης καὶ κατιούσης ἀριθμῆσεως. Ἐπερὶ τὴν στοιχειώδη ταύτην ἀρίθμησιν εὐχέρεια τῶν μαθητῶν, ἥτις ἀποκτιᾶται διὰ συχνῶν ἐπαναλήψεων, θὰ ἀπαλλάξῃ τὸν διδάσκαλον πολλῶν δυσχερειῶν βραδύτερον, αἵτινες θὰ εἶναι ἀναπόφευκτοι, ὅταν οἱ μαθηταὶ δὲν εἶναι ἐπαρκῶς ἡσκημένοι.

Αἱ ἐπαναλήψεις αὗται θὰ γίνωνται καὶ εἰς ὄραν τακτικοῦ μαθήματος ἀριθμητικῆς, δαπανωμένου μέρους τοῦ χρόνου καὶ εἰς προβλήματα, καὶ ὡς κατ' ἰδίαν ἀσχολίαι τῶν μαθητῶν. Οὕτω θὰ ἐπαναληφθῶσιν ἐντὸς ὀλίγων ἡμερῶν αἱ σειραὶ :

α')	$1+1=2$	μέχρι	$9+1=10$	Καί	$10-1=9$	μέχρι	$1-1=0$
β')	$1+2=$	»	$8+2=$	»	$10-2=$	»	$2-2=$
γ')	$1+3=$	»	$7+3=$	»	$10-3=$	»	$3-3=$
δ')	$1+4=$	»	$6+4=$	»	$10-4=$	»	$4-4=$
ε')	$1+4=$	»	$5+5=$	»	$10-5=$	»	$5-5=$
στ')	$1+6=$	»	$4+6=$	»	$10-6=$	»	$6-6=$
ζ')	$1+7=$	»	$3+7=$	»	$10-7=$	»	$7-7=$

κ.τ.λ.

Γραφή ἀριθμῶν προβλημάτων.

Δυνάμεθα τώρα νὰ γράφωμεν τοὺς ἀριθμοὺς τῶν προβλημάτων εἰς τὸν πίνακα, ἵνα ὑποβοηθῆται ἡ μνήμη τῶν μαθητῶν ἀφοῦ τὰ προβλήματα θὰ γίνωνται βαθμηδὸν συνθετώτερα καὶ εἶναι φόβος συγχύσεως καὶ παραλλαγῆς τῶν ἀριθμῶν.

Εἰς ἓνα παιδάκι ἢ γιαγιά του ἔδωσε 3 παξιμάδια καὶ ἡ θεία του ἄλλα 3. Ἀπ' αὐτὰ ἔδωσε 2 εἰς τὸν ἀδελφόν του καὶ 2 εἰς τὴν ἀδελφήν του. Πόσα ἔκράτησε ;

δ. Νὰ εἰπῆ ἓνας τὸ πρόβλημα. Καὶ ἄλος... Νὰ τί θὰ κάμνωμεν διὰ νὰ μὴ μπερδεύετε τοὺς ἀριθμοὺς. Νὰ τοὺς γράφωμεν εἰς τὸν πίνακα. Πόσα παξιμάδια, εἶπαμεν, ἔδωσε στὸ παιδί ἢ γιαγιά του ;

μ. 3. δ. Ἴδού γράφω ἔδω 3 καὶ ἡ θεία του πόσα τοῦ ἔδωσεν ; **μ.**

Ἄλλα 3. **δ.** Τὰ γράφω καὶ αὐτὰ κοντά. Ἀπ' αὐτὰ τί ἔκαμεν ; **μ.**

Ἐδωσε 2 εἰς τὸν ἀδελφόν του. **δ.** Σωστά. Τὰ γράφω ἔδω πέρα αὐτὰ ποῦ ἔδωσε. Νὰ τα 2. Τί ἄλλο ἔκαμε ; **μ.** Ἐδωσε καὶ 2 εἰς τὴν ἀδελφήν του. **δ.** Ἴδού, τὰ γράφω καὶ αὐτὰ.

δ. Νὰ ἰδῆτε τώρα πόσο καλύτερα ποῦ θὰ εἰπῆτε τὸ πρόβλημα, ἂν βλέπετε τοὺς ἀριθμοὺς...

δ. Πόσα λοιπὸν παξιμάδια εἶχε τὸ παιδί ; **μ...** **δ.** Νά, 3 καὶ 3 ; **μ.** 6. Τὰ ἔκράτησε καὶ τὰ 6 ; **μ.** Ὁχι Ἐδωσε 2 εἰς τὸν ἀδελφόν του. **δ.** Λοιπὸν ἔξω 2 ; **μ.** 4. **δ.** Ἀλλὰ ἀπ' αὐτὰ τὰ 4 τί ἄλλο ἔκαμε ; **μ.** Ἐδωσε καὶ 2 εἰς τὴν ἀδελφήν του. **δ.** Ἀπὸ τὰ 4 λοιπὸν θὰ βγάλωμεν ἄλλα 2. Πόσα τοῦ ἔμειναν ; **μ.** 2. (Εἶναι εὐκολώτερον ἐπὶ τοῦ παρόντος νὰ γίνωνται δύο ἀφαιρέσεις, ἀντὶ νὰ προστεθοῦν τὰ 2 καὶ 2 καὶ νὰ ἀφαιρεθοῦν διὰ μιᾶς ἐκ τοῦ 6).

Προβλήματα.

40. Ὁ πατέρας ἐξώδευσε ὃ δρ. διὰ κρέας, 2 διὰ βούτυρον καὶ 2 διὰ πατάτες. Πόσα ἐξώδευσεν ὅλα ;

41. Είχαμεν 10 μήλα και επετάξαμεν τὰ 4, διότι είχαν ἀρχίσῃ νὰ σαπίζουν. Πόσα μᾶς ἔμειναν ;

42. Ἀπὸ 8 δεκάρες ποῦ εἶχε ἓνα παιδί ἔδωσε ὁ διὰ χαρτί και ὁ διὰ μελά-
νῃν. Πόσες τοῦ ἔμειναν ;

43. Ἐνα παιδάκι ἔκοψεν ἀπὸ τὸν κῆπόν του 10 λουλούδια και ἔδωσε 4 εἰς ἓνα του φίλον και 4 εἰς ἄλλον. Πόσα τοῦ ἔμειναν :

§ 17. Προσθετέοι περισσότεροι τῶν δύο και ἀφαιρετέοι περισσότεροι τοῦ ἑνός.

Μέχρι τοῦδε μόνον εἰς τὰ προβλήματα εἶχομεν προσθετέους πε-
ρισσοτέρους τῶν δύο και ἀφαιρετέους περισσοτέρους τοῦ ἑνός. Τοῦτο,
διότι τὰ προβλήματα λύονται ἐν συνεργασίᾳ μαθητῶν και διδασκάλου,
οἷσις ἐβοήθει εἰς πᾶσαν ἀπορίαν. Τώρα δυνάμεθα νὰ εἰσαγάγωμεν
τοῦτο και εἰς τὰς ἀσκήσεις, ἀφοῦ δοθοῦν αἱ κατάλληλαι ὁδηγίαι.

$$α. 4 + 3 + 1 = 8$$

$$β. 4 + 2 + 3 + 1 = 10$$

δ. Εἰς τὸ 4 ποῦ ἔχω ἔδῶ (α) θέλω νὰ βάλω 3 και γράφω ἐμ-
πρὸς + 3. Πόσα γίνονται ; **μ.** 7 **δ.** Θέλω νὰ βάλω ἀκόμη 1. Λοι-
πὸν ἐμπρὸς ἀπὸ τὸ 3 γράφω + 1. Καὶ γίνονται ὅλα : 4 και 3...
7 και 1... 8. Εἰπέτε τα (Ἐὸ διδάσκαλος δεικνύει τὰ ψηφία).

δ. Ἰδέτε τώρα ἔδῶ (β) πόσα θὰ βάλω ; Λέγετε. **μ.** 4 και 2...
6. **δ.** Καὶ αὐτά ; **μ.** και 3... 9. **δ.** Καὶ αὐτό ; **μ.** και 1... 10.
δ. Πολύ καλά. Βλέπετε, στὸ πρῶτο (α) ἔχομεν τρεῖς ἀριθμούς, στὸ
ἄλλο (β) τέσσαρας.

(Καλοῦνται μαθηταὶ και γράφουν τοιαύτας προσθέσεις, κατόπιν
δὲ γίνεται και προφορική ἀσκῃσις).

27. Ἀσκήσεις.

$$3 + 2 + 1 =$$

$$1 + 1 + 4 + 2 =$$

$$5 + 1 + 4 =$$

$$3 + 2 + 4 + 1 =$$

$$3 + 1 + 4 =$$

$$3 + 2 + 1 + 4 =$$

$$2 + 1 + 3 + 2 =$$

$$2 + 2 + 2 + 4 =$$

$$2 + 6 + 1 =$$

Κατὰ τὸν αὐτόν, ὡς ἀνωτέρω, τρόπον δίδονται ὁδηγίαι και διὰ
τὴν ἀφαίρεσιν.

28. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{lll} 10-2-1= & 7-2-3 & 10-5-3= \\ 9-3-2-1= & 6-2-3-1= & 10-3-2-4= \\ 10-4-2-3= & 8-3-3- & 9-2-5-2= \end{array}$$

29. Ἀσκήσεις

$$\begin{array}{l|l} 4+2+1+3= & 8-4-2= \\ 2+3+4= & 9-6-3= \\ 4+3+1= & 10-3-4-2= \\ 5+3+1+1= & 9-5-2-2= \end{array}$$

§ 18. Πολλαπλασιασμός.

Ἡ μέχρι τοῦδε κτηθεῖσα ἰκανότης τῶν μαθητῶν περὶ τὸ ἀριθμεῖν μέρη τοῦ 10 καὶ ἡ ὅπωςδήποτε ἡσκημένη τώρα ἀντίληψις των ἐπιτρέπει νὰ χωρήσωμεν εἰς τὸν πολλαπλασιασμόν, ὀλίγον δὲ βραδύτερον καὶ εἰς τὴν διαίρεσιν.

δ Βάζω ἐδῶ ἓνα ξυλάκι. Βάζω καὶ ἄλλο κοντά, ἀλλὰ ὄχι μαζί. Πόσες φορές ἔβαλα ; **μ**. δύο φορές. **δ**. Ἀπὸ πόσα κάθε φορά ; **μ**. ἀπὸ 1. **δ**. Πόσα γίνονται δύο φορές ἀπὸ 1 ; **μ**. 2. **δ**. Βάζω καὶ ἄλλο. Πόσες ἔβαλα ; **μ**. τρεῖς φορές. **δ**. Ἀπὸ πόσα ; **μ**. 1. **δ**. Πόσα γίνονται τρεῖς φορές ἀπὸ 1 ; **μ**. 3. **δ**. Λοιπὸν : μία φορά ἀπὸ 1 ; **μ**. 1. **δ**. Δύο φορές ἀπὸ 1 ; **μ**. 2. Τρεῖς φορές ἀπὸ 1 ; **μ**. 3. (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 5.)

δ. Μαζεύω τώρα τὰ ξυλάκια. Ἀρχίζω ἀπὸ τὴν ἀρχὴν νὰ βάζω ἀπὸ 2 κάθε φοράν. Ἴδου 2. Καὶ πάλιν 2. Πόσες φορές ἔβαλα ἀπὸ 2 ; **μ**. δύο φορές. **δ**. Πόσα γίνονται δύο φορές ἀπὸ 2 ; **μ**. 4. (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 5×2 .)

δ. Λοιπὸν : μία φορά 2 ; **μ**. 2. **δ**. Δύο φορές 2 ; **μ**. 4. **δ**. Τρεῖς φορές 2 ; **μ**. 6. (κ.λ.π. μέχρι τοῦ 5×2 .)

δ. Μαζεύω τώρα αὐτὰ καὶ θὰ ἀρχίσω νὰ βάζω ἀπὸ 3 κάθε φοράν. Ἴδου 3 αὐτά. Καὶ ἄλλα 3 κοντά. Πόσες φορές ἔβαλα ἀπὸ 3 ; **μ**. δύο φορές. **δ**. Καὶ πόσα γίνονται δύο φορές ἀπὸ 3 ; .. Δὲν τὸ ξέβρετε ; 3 τὴ μία φορά καὶ 3 τὴν ἄλλην ; **μ**. 6. **δ**. Λοιπὸν δύο φορές τὸ 3 ; **μ**. 6. **δ**. Βάζω καὶ πάλιν 3. Πόσες φορές ἔβαλα τώρα ; **μ**. τρεῖς φορές. **δ**. Πόσα γίνονται τρεῖς φορές ἀπὸ 3 ; **μ**. 9.

δ. Λοιπὸν μία φορά 3 ; **μ.** 3. (κ.τ.λ. μέχρι 3×3). **δ.** Παραπάνω ἀπὸ τρεῖς φορές 3 δὲν βάζω, γιατί δὲν μπορεῖτε νὰ τὰ λογαριάσετε ἀκόμη. Ἄργότερα θὰ μάθετε.

δ. Τώρα 4. κάθε φοράν. 4 αὐτὰ καὶ 4 αὐτὰ ; **μ.** 8. **δ.** Πόσες φορές 4 εἶναι ; **μ.** δύο φορές 4. **δ.** Πόσα γίνονται δύο φορές 4 ; **μ.** 8. **δ.** Τώρα 5 κάθε φοράν. 5 αὐτὰ καὶ 5 αὐτὰ ; **μ.** 10. **δ.** Λοιπὸν δύο φορές 5 πόσα γίνονται ; **μ.** 10.

(Ἐπανάληψις ὅλων τῶν σειρῶν).

30. Ἀσκήσεις.

$1+1=$	$2+2=$	$3+3=$
$1+1+1=$	$2+2+2=$	$3+3+3=$
$1+1+1+1=$	$2+2+2+2=$	$4+4=$
$1+1+1+1+1=$	$2+2+2+2+2=$	$5+5=$

§ 19. Τὸ σημεῖον τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.

α. $1=1$ γ.

β. $1+1=2$

$1+1+1=3$

$1+1+1+1=4$

$1+1+1+1+1=5$

(κ.τ.λ. μέχρι 10)

δ. Τί ἔγραφα ἐδῶ ; (α) **μ.** 1. **δ.** Ἐδῶ παρακάτω ; (β) **μ.** Δυο φορές 1. **δ.** Πόσον γίνεται δύο φορές 1 ; **μ.** 2. **δ.** Καὶ μία φορά 1, ποῦ ἔχω ἀπὸ πάνω ; (α) **μ.** 1. **δ.** Βέβαια μιὰ φορά 1 γίνεται 1. Νὰ ποῦ τὸ γράφω (γ). Ἐδῶ τί ἔγραφα ; **μ.** 3 φορές 1. **δ.** Πόσον γίνεται 3 φορές 1 ; **μ.** 3. (κ.τ.λ. μέχρι 10).

δ. Εἶδετε ὅμως πόσον ἀργήσαμεν ἕως νὰ γράψωμεν 10 φορές 1 ; Καὶ ἐπιάσαμεν καὶ τόσον τόπον εἰς τὸν πίνακα. Τώρα θὰ τὰ γράψω μὲ ἕνα ἄλλον τρόπον, ποῦ δὲν θὰ ἀργοῦμε καθόλου. Προσέξατε νὰ τὸ μάθετε.

α. $2 \times 1=2$. β.

$3 \times 1=3$

$4 \times 1=4$

$5 \times 1=5$

$6 \times 1=6$

(κ.τ.λ. μέχρι 10×1).

δ θέλω νὰ γράψω δύο φορές 1. Νὰ τί κάμνω. Γράψω 2. (α).
 Ἐπειτα αὐτὸ τὸ σημάδι \times καὶ ἔπειτα 1. Πόσον γίνεται δύο φορές 1 ; **μ**. 2. **δ**. Τὸ γράψω 2. (β).

δ. Τώρα θέλω νὰ γράψω τρεῖς φορές 1. Λοιπὸν γράψω 3, ἔπειτα αὐτὸ τὸ σημάδι καὶ ἔπειτα 1. Πόσον γίνεται 3 φορές 1 ; **μ**. 3 (κ. τ.λ. μέχρι 10×1).

δ. Εἶδετε τώρα πόσον γρήγορα τὰ ἐγράψαμεν ; Εὐρέτε τί μᾶς ἔκαμε νὰ τὰ γράψωμεν τόσον γρήγορα ; Αὐτὸ τὸ σημεῖον \times . Ὁμοιάζει μὲ χι. Τὸ λέγουν *ἐπὶ εἰς τὴν ἀριθμητικὴν*.

$$1 \times 2 = 2$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$4 \times 2 = 8$$

$$5 \times 2 = 10$$

δ. Τώρα θέλω νὰ γράψω μίαν φοράν τὸ 2. Τί θὰ γράψω πρῶτα ; **μ**. 1. **δ**. Ἴδου τὸ γράφω. Ἐπειτα ; **μ**. *ἐπὶ*. **δ**. Μάλιστα, τὸ γράφω καὶ αὐτό. Ἐπειτα ; **μ**. 2. **δ**. Τώρα θὰ γράψω πόσον γίνεται μιά φορά τὸ 2. Πόσον γίνεται ; **μ**. 2. Τώρα δύο φορές τὸ 2 (κ.τ.λ. μέχρι 5×2).

δ. Πρέπει ὅμως νὰ τὰ ἐνθυμῆσθε : Μιά φορά τὸ 2 ; **μ**. 2. **δ**. δύο φορές τὸ 2 ; **μ**. 4 (κ.τ.λ. μέχρι 5×2 . Ἀπαναλαμβάνεται ἡ σειρά ὑπὸ τῶν μαθητῶν). Ὄττω προχωροῦμεν : 1×3 , 2×3 , 3×3 , 1×4 , 2×4 , 1×5 , 2×5).

31. Ἀσκήσεις.

$$1 \times 1 = \quad 6 \times 1 = \quad 1 \times 2 = \quad 1 \times 3 = \quad 1 \times 4 =$$

$$2 \times 1 = \quad 7 \times 1 = \quad 2 \times 2 = \quad 2 \times 3 = \quad 2 \times 4 =$$

$$3 \times 1 = \quad 8 \times 1 = \quad 3 \times 2 = \quad 3 \times 3 = \quad 1 \times 5 =$$

$$4 \times 1 = \quad 9 \times 1 = \quad 4 \times 2 = \quad \quad \quad 2 \times 5 =$$

$$5 \times 1 = \quad 10 \times 1 = \quad 5 \times 2 =$$

Προβλήματα.

44. Εἰς 3 παιδιὰ θέλω νὰ δώσω ἀπὸ 2 μῆλα στὸ κάθε ἓνα, Πόσα μῆλα θέλω ;

45. Ἄν εἰς τὰ 3 παιδιὰ θέλω νὰ δώσω ἀπὸ 3 μῆλα στὸ καθένα, πόσα μῆλα θέλω ;

46. Ἐνα παιδί εἰς 2 του τσέπες ἔχει ἀπὸ 4 καρύδια στὴν κάθε μιά. ὅσα καρύδια ἔχει ;

47. Ἄν εἶχε 5 καρῦδια στήν κάθε του τσέπη, πόσα καρῦδια θά εἶχε στή 2^η τσέπη ;

48. Διά νά κάμωμεν 2 τετράδια ἀπό 3 κόλλες τά καθένα, πόσες κόλλες θέλομεν ;

49. Διά νά κάμωμεν 5 τετράδια ἀπό 2 κόλλες τό καθένα, πόσες κόλλες θέλομεν ;

§ 20. Τὰ σημεῖα + — ×.

α. $3 + 2 = 5$	β. $5 - 2 = 3$	γ. $2 \times 3 = 6$
$4 + 1 = 5$	$8 - 3 = 5$	$5 \times 2 = 10$
$5 + 3 = 8$	$10 - 6 = 4$	$2 \times 4 = 8$
$6 + 4 = 10$	$9 - 3 = 6$	$2 \times 5 = 10$

δ. Διαβάστε αὐτά (α) **μ.** 3 καὶ 2. **δ.** Πόσα γίνονται 3 καὶ 2 ; **μ.** 5. **δ.** Μάλιστα. Γράφω 5. Τί σημεῖον εἶναι μεταξύ τοῦ 3 καὶ τοῦ 2 ; **μ.** τὸ καί. **δ.** Καὶ τί σημαίνει τὸ καί ; Ὅτι τὸ 2 θά τὸ βάλωμεν μαζί μὲ τὸ 3. Καὶ γίνονται μαζί ; **μ.** 5. **δ.** Τί λέγει παρακάτω ; **μ.** 4 καὶ 1. (κ.τ.λ.) Τί σημεῖον ἔχει ὅλη αὐτὴ ἡ σειρά ; **μ.** τὸ καί

δ. Διαβάστε τώρα αὐτά (β). **μ.** 5 ἔξω 2. **δ.** Πόσα γίνονται 5 ἔξω 2 ; **μ.** 3. **δ.** Εἰς αὐτὴν τὴν σειράν ὅλο τί σημεῖον ἔχομεν ; **μ.** τὸ ἔξω. **δ.** Εἰπέτε ὅλα νά γράφωμεν πόσα γίνονται. 8 ἔξω 3 κ.τ.λ.

δ. Διαβάστε τώρα αὐτά (γ). **μ.** 2 φορές 3. **δ.** Πόσον γίνεται δύο φορές 3 ; **μ.** 6. **δ.** Ἴδού· γράφω 6 κ.τ.λ.

δ. Ἐδῶ λοιπὸν ἐγράψαμεν καὶ τὰ τρία σημεῖα ποῦ ξεύρομεν. Ποῖα ; **μ.** τὸ καί τὸ ἔξω καὶ τὸ ἐπί. **δ.** Τί κάμνει τὸ καί ; Νά τί κάμνει, ἐνώνει τοὺς ἀριθμούς. Μὲ τὸ 3 ἐνώνεται τὸ 2 καὶ γίνονται μαζί ; **μ.** 5. **δ.** Εἰπέτε μου ποίους ἀριθμούς ἐνώνει παρακάτω ; **μ.** τὸ 4 μὲ τὸ 1. **δ.** Καὶ γίνονται μαζί ; **μ.** 5. κ.τ.λ.

δ. Τί κάμνει τὸ ἔξω ; (δεικνύεται) Ἐδῶ δὲ βγάξει τὸ 2 ἀπὸ τὸ 5. Καὶ πόσον γίνεται τὸ 5, ὅταν βγάλωμεν τὸ 2 ; **μ.** 3. **δ.** Ἐμεγάλωσε τὸ 5 ἢ ἐμίκρυνε ; **μ.** ἐμίκρυνε. **δ.** Βέβαια τὸ ἔξω ὅλο καὶ μικραίνει τοὺς ἀριθμούς, ἐνῶ τὸ καί τοὺς μεγαλώνει. Παρακάτω : 8 ἔξω 3 ; **μ.** 5 κ.τ.λ.

δ. Ἄς πᾶμε τώρα ἐδῶ (γ). Πῶς τὸ εἶπαμεν αὐτὸ τὸ σημεῖον ; **μ.** ἐπί. **δ.** Ἄς ἰδοῦμε τι κάμνει καὶ αὐτό. Ἐδῶ λέγει δύο φορές 3. Ἐδῶ λέγει πέντε φορές 2. κ.τ.λ. Αὐτὸ λοιπὸν τὸ ἐπί λέγει νά παίρνωμεν ἓνα ἀριθμὸν πολλές φορές.

(Περισσότερον νὰ ζητηθῆ ἀπὸ τοὺς μαθητὰς νὰ διατυπώσουν τὴν ἐνέργειαν ἐκάστου σημείου, διότι καὶ θὰ εἶναι τοῦτο πολὺ δύσκολον εἰς τὰ μικρὰ παιδάκια. Ἄλλ' ἂν δὲν δύνανται νὰ διατυπώσουν, δὲν σημαίνει, ὅτι καὶ δὲν ἐνόησαν. Εἶναι δὲ τοῦτο ἀρκετόν).

32. Ἀσκήσεις

$4 + 2 =$	$10 - 3 =$	$1 \times 2 =$	$2 \times 2 =$
$5 + 3 =$	$9 - 6 =$	$2 \times 2 =$	$3 \times 3 =$
$6 + 4 =$	$7 - 4 =$	$5 \times 2 =$	$2 \times 4 =$
$2 + 7 =$	$8 - 5 =$	$2 \times 3 =$	$2 \times 5 =$

33. Ἀσκήσεις

$2 + 8 =$	$10 - 5 =$	$2 \times 3 =$	$3 \times 3 =$
$6 + 3 =$	$10 - 4 =$	$2 \times 2 =$	$3 \times 2 =$
$5 + 4 =$	$9 - 4 =$	$2 \times 5 =$	$4 \times 2 =$
$4 + 5 =$	$9 - 2 =$	$2 \times 4 =$	$1 \times 5 =$

Προβλήματα.

50. Εἶχαμεν 5 πορτοκάλια καὶ ἀγοράσαμεν ἄλλα 4. Πόσα ἔχομεν ;
 51. Ἀπὸ 10 πορτοκάλια ποῦ εἶχαμεν εἰς τὸ σπίτι μας ἐφάγαμεν τὸ μεσημέρι τὰ 5. Τὰ ἄλλα τὰ ἐφυλάξαμεν διὰ τὸ βράδυ. Πόσα ἐφυλάξαμεν ;
 52. Θέλω νὰ ἀγοράσω 3 μολύβια ἀπὸ 2 δεκάρες τὸ 1. Πόσες δεκάρες θέλω ;
 53. Εἰς 5 θρανία κάθονται 2 παιδιὰ σὲ κάθε θρανίον. Πόσα παιδιὰ εἶναι ὅλα ;

§ 21. Διαίρεσις.

δ. Ἐχω ἐδῶ 3 ξυλάκια. Θὰ τὰ μοιράσω (δίδονται εἰς 3 μαθητὰς). Πόσα ἐπῆρες σὺ ; **μ.** 1—**δ.** Καὶ σὺ ; **μ.** 1—**δ.** Καὶ σὺ ; **μ.** 1—**δ.** Ἐμοίρασα 3 ξυλάκια σὲ 3 παιδιὰ. Καὶ πόσα ἐπῆρες καθένα ; **μ.** 1.

δ. Ἄν εἶχα 3 σῦκα νὰ μοιράσω σὲ 3 παιδιὰ, πόσα θὰ ἔπαιρνε κάθε παιδί ; **μ.** 1.—**δ.** Βέβαια 1. Καὶ ἂν ἐμοίραζα 3 ἀυγά σὲ 3 παιδιὰ, πόσα θὰ ἔπαιρνε καθένα ; **μ.** πάλιν 1.—**δ.** Βέβαια, ὅταν μοιράζωμεν 3 πράγματα σὲ 3 ἀνθρώπους, θὰ πάρη καθένας ἀπὸ 1.

δ. Τώρα παίρνω 6 ξυλάκια. Θὰ τὰ μοιράσω πάλιν εἰς τοὺς 3. Πόσα, λέτε, θὰ πάρη καθένας ; **μ.**...**δ.** Ἄς ἀρχίσωμεν νὰ τοὺς δίδωμεν ἀπὸ 1 καὶ βλέπομε. Πάρε σὺ... καὶ σὺ... καὶ σὺ... Ἐχω

καὶ ἄλλα ἐδώ. Πάρε λοιπὸν καὶ ἄλλο σύ... καὶ σύ... καὶ σύ. Τὰ ἐμοίρασα ὅλα. Δὲν ἔχω ἄλλο. Πόσα ἐπῆρες σύ ; **μ.** 2.—**δ.** Καὶ σύ ; **μ.** 2.—**δ.** Καὶ σύ ; **μ.** 2.—**δ.** Πόσα ἐμοίρασα ; **μ.** 6.—**δ.** Σὲ πόσους ; **μ.** σὲ 3 —**δ.** Πόσα ἐπῆρε καθένας ; **μ.** 2.—**δ.** Λοιπὸν, ὅταν μοιράζωμεν 6 πράγματα σὲ 3 ἀνθρώπους, πόσα παίρνει καθένας ; **μ.** 2.

δ. Αὐτὰ τὰ 6 θὰ τὰ μοιράσω τώρα σὲ 2. Πάρε 1 σύ, πάρε καὶ σύ. Καὶ ἄλλο 1 καθένας. Νὰ καὶ ἄλλο 1. Τώρα δὲν εἶναι ἄλλα. Πόσα ἐπῆρες σύ ; **μ.** 3.—**δ.** Καὶ σύ ; **μ.** 3.—**δ.** Πόσα ἐμοιράσαμεν ; **μ.** 6.—**δ.** Σὲ πόσους ; **μ.** σὲ 2.—**δ.** Πόσα ἐπῆρε καθένας ; **μ.** 3.—**δ.** Λοιπὸν, ὅταν μοιράζωμεν 6 πράγματα σὲ 2 ἀνθρώπους, πόσα θὰ πάρη καθένας ; **μ.** 3.

δ. Τώρα λοιπὸν ἐμάθαμεν καὶ ἓνα ἄλλον λογαριασμόν· νὰ μοιράζωμεν τὰ πράγματα καὶ νὰ παίρνη καθένας ἴσα.

δ. "Ας ἰδοῦμε τώρα τί καὶ τί ξεύρομεν. Νὰ ἐνώνωμεν ἓνα ἀριθμὸν μὲ ἄλλον καὶ νὰ γίνεταὶ μεγαλύτερος. π. χ. 5 καὶ 2. Πόσον γίνεται ; **μ.** 7. Εἰπέτε

$α\ 5 + 2 = β\ 8 - 2 = γ\ 5 \times 2 = δ\ 3 : 3 =$ μου πῶς νὰ τὸ γράψω.
 $6 : 6 =$ **μ.** $5 + 2$.—**δ.** Μάλι-
 $6 : 3 =$ στα νὰ ποῦ τὸ γράφω
 $6 : 2 =$ (α). Τί ἄλλο ξεύρομεν ;

μ. Νὰ βγάζωμεν τὸν ἓνα ἀπο τὸν ἄλλον.—**δ.** Πολὺ καλὰ. Εἰπέτε μου ἓνα· **μ.** 8 ἔξω 2.—**δ.** Τὸ γράφω καὶ αὐτὸ (δ). Τί ἄλλο ξεύρομεν ; **μ.** Νὰ παίρνωμεν πολλὰς φορές τὸν ἴδιον ἀριθμὸν.—**δ.** Τί σημεῖον ἔχομεν γι' αὐτό ; **μ.** τὸ **ἐπί**.—**δ.** Νὰ ποῦ τὸ γράφω (γ).

δ. Αὐτὰ ξεύρομεν. Τί ἄλλο ἐμάθαμεν σήμερα ; **μ.** νὰ μοιράζωμεν.—**δ.** Μάλιστα. Ἴδου πῶς τὸ γράφομεν, ὅταν θὰ μοιράσωμεν ἓνα ἀριθμὸν. "Ας ποῦμε ὅτι θὰ μοιράσωμεν 3 πράγματα σὲ 3 ἀνθρώπους. Ἴδου πῶς τὸ γράφω (δ). Τί σημεῖον ἔβαλα ; **μ.** δύο τελείες.—**δ.** Εἰς τὴν ἀριθμητικὴν λέγονται **διὰ**. Καὶ σημαίνουν, ὅτι τὸ 3 θὰ μοιρασθῆ σὲ 3. Θέλω νὰ μοιράσω 6 πράγματα σὲ 6 ἀνθρώπους. Πῶς θὰ τὸ γράψω ; Νά, γράφω 6, ὕστερα τὸ **διὰ** καὶ ἔμπρὸς τὸ 6. Καὶ τὸ διαβάζω 6 διὰ 6.

δ. Τὸ ἴδιο τὸ 6 θέλω νὰ τὸ μοιράσω σὲ τρεῖς. Γράφω 6 : 3 Διαβάστε το. **μ.** 6 διὰ 3.—**δ.** Τί θὰ εἴπῃ αὐτό ; **μ.** "Οτι τὰ 6 θὰ τὰ μοιράσουν 3.—**δ.** Πόσα θὰ πάρη καθένας ; **μ.** 2.—**δ.** Τὸ 6 θὰ τὸ μοιράσω σὲ 2. Πῶς θὰ τὸ γράψω ; **μ.** 6 : 2 κ. τ. λ.

34. Ἀσκήσεις

$8 + 2 =$	$10 - 2 =$	$3 \times 2 =$	$3 : 3 =$
$6 + 2 =$	$8 - 2 =$	$4 \times 2 =$	$6 : 6 =$
$4 + 5 =$	$9 - 5 =$	$2 \times 5 =$	$6 : 2 =$
$7 + 2 =$	$9 - 7 =$	$3 \times 3 =$	$6 : 3 =$

Ἐπανερχόμεθα εἰς τὴν διδασκαλίαν τῆς διαιρέσεως, ἵνα εὐκρινισθῇ ἔτι μᾶλλον ἡ ἔννοια αὐτῆς.

δ. Ποῖον νέον λογαριασμὸν ἐράθασμεν εἰς τὸ ἄλλο μάθημα ; **μ.** νὰ μοιράζωμεν τὰ πράγματα.—**δ.** Μάλιστα. Τώρα θὰ μάθωμεν ἀκόμη καλύτερα. Ἀλλὰ πρέπει νὰ προσέχετε.

δ. Παίρνω 2 ξυλάκια νὰ τὰ μοιράσω, σὲ 2. Πόσα θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** 1.—**δ.** Πῶς θὰ τὸ γράψωμεν ; **μ.** $2 : 2 = 1$.—**δ.** Τὸ γράφω

$a \quad 2 : 2 = 1 \quad \delta$

$3 : 3 = 1 \quad 3 : 2 = \dots$

$4 : 4 = 1 \quad 4 : 2 = 2 \quad \gamma$

$5 : 5 = 1$

$6 : 6 = 1 \quad 6 : 3 = 2 \quad 6 : 2 = 3$

$7 : 7 = 1$

$8 : 8 = 1 \quad 8 : 2 = 4 \quad 8 : 4 = 2$

$9 : 9 = 1 \quad 9 : 3 = 3$

$10 : 10 = 1 \quad 10 : 2 = 5 \quad 10 : 5 = 2$ καθένας ; **μ.** 1.—

(α). Πόσα θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** 1.—**δ.** Τὸ γράφω καὶ αὐτὸ (β).

δ. Τώρα 3 νὰ τὰ μοιρασθοῦν 3. Πῶς θὰ τὸ γράψω ; **μ.** $3 : 3 = 1$.—**δ.** Τὸ γράφω. Πόσο θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** 1.—

δ. Τὸ γράφω. Τὸ ἴδιο τὸ 3 θέλω νὰ τὸ μοιράσω σὲ 2. Παίρνει καθένας ἀπὸ 1, ἀλλὰ περισσεύει 1. Ἐδῶ θέλομεν νὰ παίρνη ἴσα καθένας καὶ νὰ μὴ περισσεύῃ τίποτε. Δὲν τὸν μοιράζομεν λοιπὸν τὸ 3 σὲ 2. Θὰ τὸ μάθετε ἀργότερα αὐτό.

δ. Πηγαίνομεν εἰς τὸ 4. Νὰ τὸ μοιράσουν 4. Τί θὰ γράψω ; **μ.** 4 διὰ 4.—**δ.** Πολὺ καλά. Τὸ γράφω. Ἄν τώρα τὸ 4 τὸ μοιράσουν 2 ; **μ.** θὰ πάρῃ καθένας 2.—**δ.** Σωστά. Τὸ γράφω δίπλα ἐδῶ (γ). Βλέπετε τὸ 4 ἢ μπορεῖ νὰ τὸ μοιράσουν 4 καὶ ἢ μπορεῖ νὰ τὸ μοιράσουν καὶ 2 καὶ νὰ μὴ περισσεύσῃ τίποτε.

(Ὅτῳ προχωροῦμεν μέχρι τοῦ 10, διαιροῦντες ἕκαστον δι' ὅσων ἀριθμῶν εἶναι διαιρητός),

35. Ἀσκήσεις

Νὰ ἀντιγράψετε ἀπὸ ἅ ὅλα ποῦ εἶναι εἰς τὸν πίνακα.

36. Ἀσκήσεις

$$\begin{array}{ccccccccc} 4+2+3= & 9-2-5= & 2\times 3= & 5:5= & 10:2= \\ 3+3+4= & 6-2-3= & 3\times 3= & 4:2= & 10:5= \\ 2+5+1= & 10-5-2= & 2\times 5= & 6:2= & 8:4= \end{array}$$

Οἱ ὅροι : πρόσθεσις, ἀφαίρεσις κ. τ. λ.

Μετὰ τὰ μέχρι τοῦδε διδασθέντα ἐνόησαν ἤδη οἱ μαθηταὶ τὴν ἐνεργεῖαν τῶν τεσσάρων ἀριθμητικῶν πράξεων ὅ,τι ἀγνοοῦν εἶναι μόνον οἱ ὅροι, αἱ λέξεις : πρόσθεσις, ἀφαίρεσις, πολλαπλασιασμός καὶ διαίρεσις. Θὰ ἠδύνατο ἴσως εἶπη τις—νὰ παραλειφθοῦν ἐν τῇ τάξει ταύτῃ. Λέγομεν ὅχι διὰ τὸν ἐξῆς λόγον. Διὰ τῶν ὅρων τούτων εὐκολύνεται πολὺ ἡ ἔκφρασις καὶ λείπει ἡ ἐξ ἀνάγκης πολυλογία, ἣτις εἶναι μεγάλος ἐχθρὸς τῆς διδασκαλίας, ἰδίως τῆς διδασκαλίας τῆς μικρᾶς ἡλικίας. Λέγοντες π. χ. «πρόσθετομεν» ἢ «θὰ κάμωμεν πρόσθεσιν» ἀποφεύγομεν τὰ συνήθη «θὰ βάλωμεν ὅλους αὐτοὺς μαζί καὶ θὰ τοὺς κάμωμεν ἓνα ποῦ θὸ ἀξίζη ὅσον ἀξίζουσι ὅλοι» καὶ ἄλλα παρόμοια ἀπογύρια, τὰ ὁποῖα φέρουν πολλάκις σύγχυσις μᾶλλον ἢ διευκρίνισιν τοῦ πράγματος, ὅταν μάλιστα γίνωνται ἀδεξίως.

Οἱ ἐπιστημονικοὶ ὅροι ἐν οἰωδῆποιε κλάδῳ τῆς γνώσεως ἔχουν τὴν δύναμιν νὰ συγκεντρῶνουν ἐν τῇ διανοίᾳ, νὰ διακρίνουν καὶ σαφηνίζουσι ὅλον τὸ περιεχόμενον τῆς ἐννοίας καὶ τῆς ἐνεργείας, εἰς ἣν ἀναφέρονται. Λέγοντες π. χ. λίμνη ἐννοοῦμεν ἀμέσως πᾶν ὅ,τι ἐκφράζει ὁ ὅρος, ἀφοῦ πλέον ἐμάθομεν, ὅτι εἶναι βαθύτερον μέρος τοῦ ἐδάφους κ.τ.λ. πρᾶγμα τὸ ὁποῖον δὲν εἶναι δυνατὸν πάντοτε νὰ ἐπιναλαμβάνωμεν ὅταν θέλωμεν νὰ ἐκφράσωμεν ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον ἐκφράζει ἡ λέξις λίμνη,

Οἱ ἐπιστημονικοὶ λοιπὸν ὅροι εἶναι ἀναγκαῖοι εἰς πᾶσαν βαθμῖδα διδασκαλίας, ἀρκεῖ μόνον νὰ δίδωνται εἰς καιρὸν κατὰ τὸν ὁποῖον δύνανται νὰ εἶναι ἐντελῶς καταληπτοί.

Ἐννοεῖται οἰκοθεν, ὅτι δὲν ὠφελεῖ ἐνταῦθα—ἢ μᾶλλον βλάπτει—ἡ αὐστηρὰ διατύπωσις ἑρισμῶν : «πρόσθεσις εἶναι ἡ πρᾶξις, δι' ἣς δο-

θέντων κ.τ.λ.». Ἀρκεῖ μόνον νὰ ἐννοοῦν οἱ μαθηταὶ τί θὰ κάμουν ὅταν ἀκούσουν : πρόσθεσις, ἀφαίρεσις κ.τ.λ

§ 22. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις.

$$α \quad 3 + 3 = 6$$

$$β \quad 4 + 3 + 2 = 9$$

δ. Ἐνα παιδί εἶχε 3 πεντά-
ρες. Γράφω ἐδῶ (α) 3. Τοῦ
ἔδωσε ὁ πατέρας του ἄλλες 3.

Γράφω κοντὰ πάλιν 3. Πόσες εἶναι ὅλες ; **μ.** 6.—**δ.** Τί σημεῖον
θὰ βάλω γιὰ νὰ ἰδοῦμε πῶς τὸ ἓνα 3 θὰ ἐνωθῆ μετὰ τὸ ἄλλο ; **μ.** τὸ
καὶ + —**δ.** Πολὺ καλὰ. Τὸ γράφω. Πόσα, εἶπαμεν, γίνονται ; **μ.**
6.—**δ.** Τὸ γράφω καὶ αὐτό.

δ. Δίδω στὴν Γιώργην τῶρα 4 ξυλάκια. Τὰ γράφω καὶ στὴν πί-
νακα (β). Τοῦ δίδω πάλιν 3. Τὰ γράφω καὶ αὐτά. Τοῦ δίδω πάλιν
2. Τὰ γράφω. Πόσα σοῦ ἔδωσα ὅλα - ὅλα, Γιώργη ; Μέτρησέ τα.
μ. 9.—**δ.** Λοιπὸν τὰ 4, τὰ 3 καὶ τὰ 2 γίνονται μαζί 9. Τί θὰ βάλω
ἐδῶ στὴν πίνακα γιὰ νὰ δείξω πῶς τὸ 4, τὸ 3 καὶ τὸ 2 θὰ πάνε
ὅλα μαζί ; **μ.** τὸ **καὶ** +.—**δ.** Πολὺ καλὰ, νὰ πεῦ τὸ γράφω. Λο-
γαριάστε τα τῶρα ὅλα. **μ.** 4 καὶ 3...7 καὶ 2...9.

δ. Τέτοιους λογαριασμοὺς ἔχομεν κάμῃ ἕως τῶρα πολλοὺς.
Παίρνομεν δύο ἢ καὶ περισσοτέρους ἀριθμοὺς καὶ τοὺς κάνομεν
ὅλους ἓνα ἀριθμὸν. Ἀλήθεια ; Αὐτὸ λέγεται *πρόσθεσις*. Εἰπέτε το...
Παίρνω τὰ 2 ξυλάκια, ἔπειτα 1 ἔπειτα 3. Τὰ βάζω μαζί, νὰ τα.
Ἐκαμα πρόσθεσιν ; Βέβαια, γιατί ἐπῆρα πολλὰ καὶ τὰ ἔβαλα
ὅλα μαζί.

δ. Εἶχα 5 ἀβγά καὶ μετ' ἔσπασαν τὰ 2. Πόσα ἔμειναν γερά ;
μ. 3.—**δ.** Ἐδῶ εἶναι πρόσθεσις ; **μ.** Ὁχι.—**δ.** Ὁχι βέβαια, γιατί
εἰς τὰ 5 δὲν ἔβαλα καὶ ἄλλα ἔβγαλα. Ὅταν βγάζωμεν, δὲν εἶναι
πρόσθεσις.

δ. Ἐκοφα ἀπὸ τὴν πορτοκαλιὰ 6 πορτοκάλια καὶ τὰ ἔβαλα
εἰς ἓνα καλάθκι. Ὑστερα ἔκοφα ἄλλα 4 καὶ τὰ ἔβαλα καὶ αὐτὰ
εἰς τὸ καλάθκι. Ἐδῶ εἶναι πρόσθεσις ; **μ.** εἶναι.—**δ.** Ἄν τῶρα
βγάλω ἀπὸ τὸ καλάθκι 5, εἶναι πρόσθεσις ; **μ.** ὄχι.

36. Ἀσκήσεις

$4 + 5 =$	$5 + 3 + 2 =$	$3 + 4 + 1 =$
$4 + 3 + 3 =$	$2 + 4 =$	$6 + 1 + 3 =$
$2 + 1 + 4 =$	$2 + 3 + 4 =$	$2 + 7 =$

δ. Τί λογαριασμοί είναι αυτοί, ποῦ θὰ γράψετε ; **μ.** πρόσθεσις.
—**δ.** Βέβαια. ὅπου βλέπετε τὸ + εἶναι πρόσθεσις,

37. Ἀσκήσεις.

Νὰ κάμετε αὐτὰς τὰς προσθέσεις :

$$2 + 2 + 3 + 2 =$$

$$5 + 2 + 1 + 2 =$$

$$4 - 2 + 1 + 3 =$$

$$3 + 1 + 2 + 4 =$$

$$2 + 3 + 2 + 3 =$$

$$4 + 1 + 3 + 1 =$$

Ἐχωρίσαμεν τὴν ἀφαίρεσιν ἀπὸ τῆς προσθέσεως πρὸς ἀποφυγὴν συγχύσεως τῶν ὄρων. Ὑλοῦ τινα ἔπουν ἴσως θὰ ὠφέλει ἢ ἐκ παραλλήλου διδασκαλία προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως διὰ τὴν ἀντίθεσιν τῆς ἐνεργείας, ἣτις ἀντίθεσις ἐξαίρει ἀμφοτέρας τὰς πράξεις. Ἄλλ' εἰς τὴν πολὺ μικρὰν ἡλικίαν, καθ' ἣν ἡ προσοχὴ δὲν ἐντείνεται πολὺ οὔτε ἐπὶ πολλὴν ὥραν, τὰ πράγματα εὐκόλως συγχέονται. Καὶ εἶνα' ἐνδεχόμενον ἐδῶ πολλοὶ μαθηταὶ νὰ λέγουν πρόσθεσιν τὴν ἀφαίρεσιν καὶ τἀνάπαλιν. Διὰ τοῦτο προτιμοτέρα ἢ χωριστὴ διδασκαλία.

δ. Δίδω εἰς τὸν Ἀνδρέαν ἐδῶ 7 ξυλάκια. Ἴδού. Τώρα θὰ τοῦ πάρω ὀπίσω τὰ 3. Πόσα τοῦ ἔμειναν ; **μ.** 4.—**δ.** Ἐπερίστειραν τὰ 7 ἢ ὀλιγόστειραν ; **μ.** Ὀλιγόστειραν.—**δ.** Εἰπέτε μου τώρα' ἐκάμαμεν πρόσθεσιν ; **μ.** Ὁχι.—**δ.** Βέβαια ὄχι, γιατί εἰς τὰ 7 δὲν ἐβάλαμεν καὶ ἄλλα, παρὰ ἐῖγάλαμεν. Μόνον ὅταν βάζωμεν γίνεται πρόσθεσις.

$$α \quad 7 - 3 = 4 \quad \delta$$

δ. Ἄς τα γράψωμεν καὶ εἰς τὸν πίνακα.

$$γ \quad 8 - 2 = 6$$

Ἐδωσα 7 (α . Ἐπῆρα ὀπίσω 3)

Γράφω κοντὰ καὶ τὸ 3. Θὰ βάλωμεν τὸ 3 εἰς τὸ 7 ἢ θὰ τὸ βγάλωμεν ; **μ.** Θὰ τὸ βγάλωμεν.—**δ.** Λοιπὸν τί σημεῖον πρέπει νὰ γράψω ; **μ.** τὸ — ἔξω.—**δ.** Αὐτὸ μάλιστα' νὰ ποῦ τὸ γράφω. Διαβάστε το τώρα. **μ.** 7—3... **δ.** Πόσα μένουσιν ; **μ.** 4.—**δ.** Πολὺ καλά. Τὸ γράφω καὶ αὐτὸ (6).

δ. Ἐνας ἄνθρωπος εἶχε 8 πρόβατα καὶ ἐπώλησε τὰ 2. Γράφω ἐδῶ (γ) 8 καὶ κοντὰ 2. Τί σημεῖον θάλω ; **μ.** τὸ — ... **δ.** Μάλιστα. Τὸ γράφω. Πόσα γίνονται τώρα ; **μ.** 6.—**δ.** Ἐβάλαμεν τώρα ἢ ἐβγάλωμεν ; **μ.** ἐβγάλωμεν.—**δ.** Εὑρετε τί γίνεται, ὅταν βγάνωμεν ἓνα ἀριθμὸν ἀπὸ ἄλλον ; Γίνεται ἀφαίρεσις. Εἰπέτε το... **δ.** Εἰπέτε μου τί εἶναι αὐτὸ ποῦ γράφω ; (10—5) **μ.** ἀφαιρέσις.—**δ.** Διατί

μ. διότι θὰ βγάλωμεν.—**δ.** Ποῖον σημεῖον μᾶς λέγει, ὅτι θὰ βγάλωμεν; **μ.** τὸ — ... **δ.** Πολὺ καλὰ.

δ. Γράφω αὐτὰ (5+2). Ἀφαιρέσεις θὰ γείνη ἐδῶ; **μ.** ὄχι· θὰ γείνη πρόσθεσις.—**δ.** Πολὺ καλὰ τὰ ἐμάθατε. Τώρα θὰ σᾶς βάλω νὰ γράψετε καὶ προσθέσεις καὶ ἀφαιρέσεις.

38. Ἀσκήσεις

$2+4=$	$10-4=$	$8-4=$	$8-4-2=$
$5+3+2=$	$9-3=$	$3-3=$	$9-3-2=$
$6+1+2=$	$5-2=$	$7-5=$	$10-5-3=$

Προβλήματα.

54. Προχθὲς ἐκόψαμεν ἀπὸ τὸ ἀμπέλι 2 κοφίνια σταφύλια, χθὲς ἐκόψαμεν 3 καὶ σήμερα 4. Πόσα γίνονται ὅλα;

55. Ἐνας γεωργὸς ἐγέμισε ἀπὸ τὸ ἕνα τοῦ χωράφι 4 σακκιὰ ρεβίθια, ἀπὸ τὸ ἄλλο 2 καὶ ἀπὸ τὸ ἄλλο 3. Πόσα σακκιὰ ρεβίθια εἶναι ὅλα;

56. Ἀπὸ 8 κόττες ποῦ εἶχε μίᾳ γυναίκα ἐπώλησε 3. Πόσες ἐκράτησε;

57. Ἀπὸ 10 ἀρνιά ποῦ εἶχε ἕνας ἄνθρωπος ἐπώλησε 4. Πόσα τοῦ ἔμειναν;

(Γίνεται λόγος ἐδῶ εἰς ποῖον πρόβλημα γίνεται πρόσθεσις καὶ εἰς ποῖον ἀφαιρέσις).

§ 23 Πολλαπλασιασμός.

δ. Ἔως τώρα ξεύρομεν πρόσθεσιν καὶ ἀφαιρέσιν, τώρα θὰ μάθωμεν καὶ ἕνα ἄλλον λογαριασμόν.

δ. Δίδω ἕνα ξυλάκι σὲ καθένα ἀπὸ τοὺς ἐμπροσθινοὺς μαθητάς. Προσέχετε πόσες φορές δίδω ἀπὸ 1. Πόσες; **μ.** 5 φορές.—**δ.**

Ἐδώσαμεν λοιπὸν πέντε φορές 1. Ξεύρομεν καὶ νὰ τὸ γράφωμεν 5

α $5 \times 1 = 5$

β $5 \times = 10$

γ $2 \times 4 = 8$

φορές 1. Ἀλήθεια; Λέγετε μου νὰ τὸ γράψω (α). **μ.** Πρῶτα 5, ὕστερα \times καὶ ὕστερα 1.—**δ.** Πολὺ

καλὰ. Καὶ γίνεται 5 φορές 1; **μ.** 5.

δ. Τώρα θὰ δώσω ἀπὸ 2 σὲ καθένα. Προσέχετε πόσες φορές θὰ δώσω... **μ.** 5 φορές.—Ἀπὸ πόσο; **μ.** ἀπὸ 2.—**δ.** Πῶς νὰ τὸ γράψω; (β) κ.τ.λ.

δ. Ἐδῶ λοιπὸν (α) ἐπήραμεν 5 φορές τὸ 1. Ἐδῶ; (β) **μ.** 5 φορές τὸ 2.—**δ.** Ἐδῶ (γ) τί ἐγράψα; **μ.** 2 φορές τὸ 4.—Λοιπὸν

ὅταν παίρνωμὲν ἕνα ἀριθμὸν πολλὰς φορές, γίνεται **πολλαπλασιασμός**. Εἰπέτε το...

δ. Τί ἠξέυραμεν ἕως τώρα ; **μ.** πρόσθεσιν καὶ ἀφαιρέσιν. **δ.** Καὶ τώρα τι ἐμάθαμεν ; **μ.** Πολλαπλασιασμόν.—**δ.** Ποῖον εἶναι τὸ σημεῖον τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ; **μ.** τὸ \times ἐπί.—**δ.** Τῆς προσθέσεως ;... τῆς ἀφαιρέσεως ;

δ. Τ' εἶναι αὐτὸ ποῦ γράφω ; $(4+2)$... αὐτό : $(7-3)$... αὐτό ; (3×3)

39. Ἀσκήσεις

$8+2=$	$10-6=$	$1 \times 2=$	$5 \times 2=$	$1 \times 4=$
$3+5=$	$10-5=$	$2 \times 2=$	$1 \times 3=$	$2 \times 4=$
$7+3=$	$6-3=$	$3 \times 2=$	$2 \times 3=$	$1 \times 5=$
$5+4=$	$10-7=$	$4 \times 2=$	$3 \times 3=$	$2 \times 5=$

§ 24. Διαίρεσις

δ. Ἔως τώρα πόσους λογαριασμοὺς ξέυρομεν ; **μ.** τρεῖς.—**δ.** Τι καὶ τί ; **μ.** πρόσθεσιν κ.τ.λ.—**δ.** Τώρα θὰ μάθωμεν καὶ ἄλλον ἕνα καὶ τελειώνωμεν.

δ. Παίρνω 4 ξυλάκια νὰ τὰ μοιράσω σὲ 4 παιδιά... Πόσα ἐπῆρε κάθε παιδί ; **μ.** 1.—**δ.** Πῶς θὰ τὰ γράφω ; (α) **μ.** Πρῶτα 4, α $4 : 4 = 1$ ὕστερα δύο σειεῖς καὶ ὕστερα πάλιν 4.—**δ.** Πῶς θὰ τὸ διαβάσωμεν ; **μ.** 4 διὰ 4.—**δ.** Πόσα γίνονται ; **μ.** 1.—**δ.** Τὸ γράφω.

δ. Τώρα τὰ 4 θὰ τὰ μοιράσω σὲ 2... Πόσα ἐπῆρες ; **μ.** 2. **δ.** Καὶ σὺ ; **μ.** 2.—**δ.** Τὸ γράφω (β) 4 διὰ 2 γίνονται 2.

δ. Αὐτὸ (γ) τί λέγει ; **μ.** 6 διὰ 2.—**δ.** Δηλαδή 6 νὰ τὰ μοιράσουν 2. Θὰ πάρη καθένας ; **μ.** 3.

δ. Αὐτὸς λοιπὸν ὁ λογαριασμὸς ποῦ εἶναι διὰ νὰ μοιράζωμεν λέγεται **διαίρεσις**. Εἰπέτε το... **δ.** Τώρα τὰ ξέυρομεν ὅλα ! Τι καὶ τί ; **μ.** πρόσθεσιν κ.τ.λ. **δ.** Ποῖον εἶναι τὸ σημεῖον τῆς διαιρέσεως ; **μ.** τὸ : **διά**.

δ. Τι εἶναι αὐτό ; $(6+2)$ **μ.** πρόσθεσις.—**δ.** Αὐτό ; $(8-3)$ **μ.** ἀφαιρέσις.—**δ.** Αὐτό ; (3×2) **μ.** πολλαπλασιασμός.—**δ.** Καὶ αὐτό ; $(5 : 5)$ **μ.** διαίρεσις.

40. Ἀσκήσεις

$$\begin{array}{cccccc}
 6+2= & 6-4= & 2 \times 4= & 4:4= & 6:3= & 10:5= \\
 3+4= & 7-3= & 3 \times 3= & 5:5= & 8:4= & 10:2= \\
 5+4= & 9-5= & 5 \times 2= & 6:2= & 8:2= & 6:3=
 \end{array}$$

Προβλήματα.

58. Ἐνα παιδί εἶχε στή μιά του τσέπη 3 πορτοκάλια καὶ στήν ἄλλη του ἄλλα 3 καὶ στὰ χέρια του 2. Πόσα εἶναι ὅλα ;

59. Ἀπὸ τὰ 8 πορτοκάλια ποῦ εἶχε αὐτὸ τὸ παιδί ἐχάρισε τὰ 4 εἰς ἓνα ἄλλο. Πόσα τοῦ ἔμειναν :

60. Θέλω νὰ δώσω σὲ 4 παιδιὰ ἀπὸ 2 καρύδια σὲ κάθε ἓνα. Πόσα καρύδια θέλω ;

61. Θέλω νὰ φτιάξω 3 τετράδια ἀπὸ 5 κόλλες τὸ καθένα. Πόσες κόλλες θέλω ;

62. Ἔχω 10 μῆλα νὰ τὰ μοιράσω σὲ 10 παιδιὰ. Πόσα θὰ πάρη κάθε παιδί ;

63. Νὰ μοιρασθοῦν 4 μῆλα σὲ 2 παιδιὰ. Πόσα θὰ πάρη κάθε παιδί ;

ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ 1—20

§ 25. Ἀνιούδα καὶ κατιούδα ἀριθμησίς 11—20.

δ. Ἔως ποῦ ξέρομεν νὰ μετροῦμεν ἕως τώρα ; **μ.** ἕως τὰ 10.
—δ. Τώρα θὰ μάθωμεν καὶ περισσότερα. Παίρνω ἀπὸ τὸ κουτί 10 ἐυλάκια· 1, 2... 10. Τὰ βάζω ἐδῶ. Βλέπετε πόσα ἄλλα εἶναι στὸ κουτί ; **μ.** πολλά!—**δ.** Τώρα θὰ πάρω ἄλλο 1 καὶ θὰ τὸ βάλω κοντὰ στὰ 10 (εἰς μικρὰν ἀπόστασιν). Ξεβρετε πόσα γίνονται τὰ 10 αὐτὰ καὶ τὸ 1 μαζί ; Γίνονται 11. Περισσότερα εἶναι τὰ 10 ἢ τὰ 11 ; **μ.** τὰ 11.—**δ.** 10 λοιπὸν καὶ 1... 11 καὶ ἓνα ποῦ βάζω ἀκόμη 12. Καὶ ἄλλο ἀκόμη 13. Εἰπέτε τα ὅλα **μ.** 10 καὶ 1... 11, 11 καὶ 1... 12, 12 καὶ 1... 13.—Ποῖα εἶναι τὰ περισσότερα ἕως ἐδῶ ; **μ.** τὰ 13.—**δ.** Βάζω καὶ ἄλλο καὶ γίνονται 14 καὶ ἄλλο καὶ γίνονται 15. Εἰπέτε τα ὅλα ἐξ ἀρχῆς. **μ.** 10 καὶ 1... 11 κ.τ.λ.—**δ.** Ποῖα εἶναι τὰ περισσότερα ἕως ἐδῶ ; **μ.** τὰ 15.—**δ.** Παίρνω καὶ ἄλλο καὶ γίνονται 16 καὶ ἄλλο καὶ γίνονται πόσα ; ἤμπορεῖτε νὰ τὸ εὑρετε σεις. **μ.** 17.—**δ.** Καὶ ἄλλο 1 ; **μ.** 18, καὶ ἄλλο 1 ; **μ.** 19.—**δ.** Πολὺ ὥραφα. Νὰ τὰ εἰπῆ ἓνας ἀπὸ τὰ 10 ἕως τὰ 19... **δ.** Καὶ ἄλλος... Καὶ ἄλλος... Τώρα εἰς τὰ 19 βάζω ἄλλο 1 καὶ γίνονται 20.

δ. Πόσα είναι αὐτὰ ἐδῶ τὰ πρῶτα ; **μ.** 10.—**δ.** Νὰ ἰδοῦμε καὶ αὐτὰ τὰ ἄλλα : 1, 2, 3...10. Καὶ αὐτὰ εἶναι 10. Καὶ γίνονται μαζί 10 καὶ 10 ; **μ.** 20.—**δ.** Τὰ βάζω μαζί τώρα ὅλα. Μετρᾶτέ τα ἕνα-ἕνα καθὼς θὰ τὰ βάζω στὸ κουτί. **μ.** 1...2...3... κ.τ.λ. 20.

δ. Νὰ ἔλθῃ ἕνας νὰ πάρῃ ἀπὸ τὸ κουτί 12... "Ἄλλος 15... "Ἄλλος 18... "Ἄλλος 20... κτλ.

41. Ἀσκήσεις.

Νὰ γράψετε στὴν πλάκα σας μιὰ σειρὰ μὲ 10 γραμμὰς, ἄλλην παρακάτω μὲ 11, ἄλλην παρακάτω μὲ 12, ἄλλην παρακάτω μὲ 13 κ.τ.λ. μέχρις 20.

δ. Μετρᾶτε πόσα ξυλάκια θὰ πάρω ἀπὸ τὸ κουτί. **μ.** 1, 2, 3...20.—**δ.** Ἀπ' αὐτὰ θὰ βγάλω 1, πόσα μένουν ; **μ.** 19.—**δ.** Θὰ βγάλω καὶ ἄλλο μένουν ; **μ.** 18 (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 10).—**δ.** Νὰ μετρήσῃ ἕνας ἀπὸ 10 ἕως 20... "Ἄλλος τώρα ἀνάποδα ἀπὸ τὸ 20 νὰ κατεβαίνει ἕνα-ἕνα ἕως τὸ 10. (ἀριθμοῦν καὶ ἄλλοι κατ' ἀντιθέσιν καὶ κατιοῦσαν ἀριθμησιν).

42. Ἀσκήσεις.

Νὰ γράψετε εἰς τὴν πλάκα σας μιὰν σειρὰν μὲ 20 γραμμὰς, παρακάτω ἄλλην μὲ 19, παρακάτω μὲ 18 (κ.τ.λ. μέχρι 10).

§ 26. Γραφὴ τῶν ἀριθμῶν 11--20.

δ. Ἔως ποῦ ξέρομεν νὰ γράφωμεν τοὺς ἀριθμοὺς ; **μ.** ἕως τὰ

α.	1	β.	11	10.— δ.	"Ἴδου τὰ γράφω (α)....
	2	γ.	12		Τώρα λοιπὸν θὰ μάθωμεν πῶς γράφεται τὸ 11. Ἴδου (β). Πῶς γράφεται ; μ. 1 καὶ 1 κοντά — δ. Τὴ ἐρχεται ἔπειτα ἀπὸ τὸ 11 ; μ. τὸ 12.— δ. Πῶς τὸ ἔγραφα ; (γ) μ. 1 καὶ 2 κοντά.— δ. Τὴ εἶναι ἔπειτα ἀπὸ τὸ 12 ; μ. Τὸ 13.— δ. Πῶς τὸ ἔγραφα ; μ. 1 καὶ 3.— δ. Βλέπετε, ὅλα αὐτὰ γράφονται μὲ δύο
	3		13		
	4		14		
	5		15		
	6		16		
	7		17		
	8		18		
	9		19		
	10		20		

ψηφία. Τώρα θέλω νὰ εὔρη ἕνας πῶς θὰ γράψω τὸ 14. **μ.** 1 καὶ 4.—**δ.** Σωστά. Τὸ γράφω. Τὸ 15; **μ.** 1 καὶ 5 (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 19). Βλέπετε πόσο εὐκόλα εἶναι; Ποιὸ μᾶς λείπει ἀκόμη; **μ.** τὸ 20.—**δ.** Τὸ εἴκοσι τὸ γράφομεν ἔτσι δὲ 20· μὲ 2 καὶ ἔμπρὸς 0.

δ. Τί εἶναι αὐτὸ ποῦ σᾶς δείχνω; **μ.** 14 καὶ αὐτό;... **μ.** 19 κ.τ.λ. Καλὰ τὰ γνωρίζετε. Θὰ τὰ σήσω. Νὰ ἔλθῃ ἕνας. Γράψε 12... 15... 11 κ.τ.λ. Ἄλλος... κτλ.

43. Ἀσκήσεις.

δ. Θὰ γράψω πάλιν τὰς δύο στήλας, ὅπως ἦσαν πρῶτα. Νὰ τὰς ἀντιγράψετε καὶ νὰ ἐνθυμεῖσθε πῶς γράφονται.

§ 27. Πρόσθεσις καὶ ἀφαιρέσις τοῦ ἀριθμοῦ 1 ἀπὸ 10—20.

δ. Τί λέγει αὐτό; (α) **μ.** 1 καὶ 1...2.—**δ.** αὐτό; **μ.** 2 καὶ 1...

α. $1+1=2$ β. $11+1=12$ γ. 3 (κ.τ.λ. μέχρι $10+1$).

$2+1=3$ $12+1=13$ **δ.** Αὐτὸ (β) τί λέγει; **μ.**

$3+1=4$ $13+1=14$ 11 καὶ 1.—**δ.** Πόσα γίνονται 11 καὶ 1; **μ.** 12.

(κ.τ.λ. μέχρι (κ.τ.λ. μέχρι γονται 11 καὶ 1; **μ.** 12.

$10+1=11$) $19+1=20$) —**δ.** Τὸ γράφω (γ). Αὐτὸ

τί λέγει; **μ.** 12 καὶ 1.—**δ.** Πόσα γίνονται; **μ.** 13.—Βλέπετε τί γίνεται ἐδῶ; 1 καὶ 1... 2. Καὶ ἐδῶ 11 καὶ 1... 2. Ἐδῶ 2 καὶ 1...

3. Καὶ ἐδῶ 12 καὶ 1... 13. Τί διαφέρει τὸ 2 ἀπὸ τὸ 12 ὅπως γράφεται; **μ.** τὸ 12 ἔχει στὴν ἀρχὴν 1. **δ.** Τὸ 3 ἀπὸ τὸ 13; **μ.**

τὸ ἴδιον, ἔχει στὴν ἀρχὴν 1 κ.τ.λ.

δ. Τώρα θὰ μάθωμεν καὶ νὰ ἀφαιροῦμεν ἕνα-ἕνα. Τί λέγει

α. $10-1=9$ β. $20-1=10$ αὐτό; (α) **μ.** 10 ἔξω 1.—

$9-1=8$ $19-1=18$ **δ.** Πόσα μένουσιν; **μ.** 9—

(κ.τ.λ. μέχρις (κ.τ.λ. μέχρι **δ.** Λέγετέ τα σεις νὰ τὰ

$1-1$) $11-1=10$) γράφω. Αὐτὰ τὰ ξεύρετε.

δ. Ἐδῶ τώρα (β). Τί λέγει αὐτό; **μ.** $20-1$.—**δ.** Πόσα μένουσιν; **μ.** 19—**δ.** Ἐδῶ; **μ.** $19-1$ (κ.τ.λ. μέχρις $11-1$. Ἐφιστάται ἡ προσοχὴ τῶν μαθητῶν, ὅπως καὶ εἰς τὴν πρόσθεσιν εἰς τὰ ἀντίστοιχα $9-19$, $8-18$ κ.τ.λ.)

44. Ἀσκήσεις.

$10+1=11$ $20-1=19$ Νὰ τὰ τελειώσετε μόνοι σας. Εἰς
 $11+1=12$ $19-1=18$ τὴν πρόσθεσιν θὰ φθάσετε ἕως τὸ
 $19+1=20$. Εἰς τὴν ἀφαίρεσιν ἕως τὸ $11-1=10$.

§ 28. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 2, ἀπὸ 10—20.

δ. Καὶ αὐτὸ τὸ μάθημα εἶναι εὐκόλον, ὅπως καὶ τὸ προηγούμενον. Φθάνει μόνον νὰ προσέχετε. Τί λέγει αὐτό; (α) **μ.** $1+2$.
 $2+2=$ $12+2=14$ —**δ.** Πόσα γίνονται; **μ.** 3.—
 (κ.τ.λ. μέχρι (κ.τ.λ. μέχρι —**δ.** Πόσα γίνονται; **μ.** 3.—
 $10+2=12$) $18+2=20$) Λέγετέ τα νὰ τὰ γράφω... Ἐφθάσαμεν εἰς τὸ 9 καὶ θὰ προσθέσωμεν 2. Πόσα γίνονται 9 καὶ 1; **μ.** 10.—**δ.** Λοιπὸν 9 καὶ 2 πόσα; Ἐνα παραπάνω. **μ.** 9 καὶ 2... 11.—**δ.** 10 καὶ 2; **μ.** 12.

δ. Ἐδῶ (β) τώρα. 11 καὶ 2; **μ.** 13.—**δ.** Βέβαια, 1 καὶ 2... 3, 11 καὶ 2... 13 κ.τ.λ.

δ. Τώρα θα μάθωμεν ἀμέσως καὶ τὴν ἀφαίρεσιν. Εἶναι πολὺ εὐκόλα. Τί λέγει αὐτό; (α)
 $10-2=8$ $20-2=18$ 10 ἔξω 2.—**δ.** Πόσα; κ.τ.λ.
 $9-2=7$ $19-2=17$ Ἐδῶ (β) τώρα. Τί λέγει αὐτό;
 (κ.τ.λ. μέχρι (κ.τ.λ. μέχρι **μ.** $20-2$.—**δ.** πόσα μένουν;
 $2-2$) $11-2$) κ.τ.λ. (Ἐπανάληψις προφορικῶς καὶ ἐρωτήσεις).

45. Ἀσκήσεις 2.

$8+2=$ $20-2=$ Παραγγέλλεται εἰς τοὺς μαθητὰς
 $9+2=$ $19-2=$ νὰ συμπληρώσουν τὰς σειράς.
 $10+2=$ $18-2=$
 (μέχρι $10+2$) (μέχρι $12-2$)

§ 29. Πολλαπλασιασμὸς τοῦ 2.

α. 2 β. $1 \times 2=2$ $6 \times 2=12$ **δ.** Ἐδῶ (α)
 $2+2=4$ $2 \times 2=4$ $7 \times 2=14$ ἔγραφα μίαν
 $2+2+2=6$ $3 \times 2=6$ $8 \times 2=17$ φοράν τὸ 2.
 (κτλ. μέχρις ὅτου προσ- $4 \times 2=8$ $9 \times 2=18$ Παρακάτω 2
 τεθῆ δεκάκις τὸ 2) $5 \times 2=10$ $10 \times 2=20$ φορές τὸ 2.

Παρακάτω ; **μ.** τρεις φορές τὸ 2. **δ.** Καὶ παρακάτω ; **μ.** τέσσαρες φορές τὸ 2. (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς στήλης). **δ.** Πόσον γίνεται 2 καὶ 2 ; **μ.** 4. **δ.** Καὶ παρακάτω 2 καὶ 2 καὶ 2 ; **μ.** 6 κ.τ.λ.

δ. Εἶδετε πόσον ἀργήσαμεν ; Ξεύρομεν ὅμως τὸν ἄλλον τρόπον ποῦ δὲν ἀργοῦμε. Ἀλήθεια ; Νὰ εἰπῆτε σεῖς τί θὰ κάμωμεν. **μ.** νὰ τὰ γράφωμεν μὲ τὸ ἐπὶ X.—**δ.** Αὐτὸ βέβαια. Λοιπὸν ἐδῶ (α) εἶναι μιὰ φορά τὸ 2. Ἐδῶ ἀντίκρυ (β) τί θὰ γράψω ; **μ.** 1×2 .—**δ.** Πόσον γίνεται μιὰ φορά τὸ 2 ; **μ.** 2.—**δ.** Παρακάτω τί εἶναι ; **μ.** $2 + 2$.—**δ.** Καὶ θὰ γράψω ἀντίκρυ ; **μ.** 2×2 (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς σειρᾶς $10 \times 2 = 20$).

δ. Προσέξατέ τα καλὰ, διότι θὰ τὰ σβήσω καὶ θὰ τὰ λέτε ἀπ' ἔξω. Προσέξατε καὶ ἓνα ἄλλο. Ἀντὶ νὰ λέγωμεν ὅπως ἕως τώρα, μιὰ φορά τὸ 2, δύο φορές τὸ 2, τρεῖς φορές τὸ 2 κ. τ. λ. θὰ τὰ λέγωμεν συντομώτερα· ἔτσι δά : μιὰ οἱ 2... 2, δύο οἱ 2... 4, τρεῖς οἱ 2... 6. Εἰπέτε καὶ σεῖς ἔτσι τὰ παρακάτω. **μ.** 4 οἱ 2... 8, 5 οἱ 2... 10, 6 οἱ 2... 12 κ.τ.λ.

δ. Τώρα θὰ τὰ σβήσω (σβήνονται τὰ γινόμενα μόνον). Νὰ τὰ εἰπῆ ἓνας... (ἕως τὸ 5×2) Ἄλλος παρακάτω... Ἄλλος...

δ. 7 οἱ 2 ; .. 6 οἱ 2 ; .. 9 οἱ 2 ; .. 10 οἱ 2 ; κ.τ.λ. Τί λογαριασμός, λετε, ἦτο αὐτός ; ... **δ.** Ἦτο πολλαπλασιασμός. Τὸ ἐλησμονήσατε ; Ὅταν πλύνωμεν τὸν ἴδιον ἀριθμὸν πολλές φορές, γίνεται πολλαπλασιασμός.

46. Ἀσκήσεις.

Νὰ ἀντιγράψετε αὐτὰ ἀπὸ τὸν πίνακα (ἀφοῦ ἔχουν σβεσθῆ τὰ γινόμενα) καὶ νὰ εὑρετε πόσα γίνονται.

§ 30. Διαίρεσις διὰ 2.

(Ἐπαναλαμβάνεται συντόμως ἡ πρόσθεσις, ἀφαιρέσις καὶ πολλαπλασιασμός τοῦ 2.)

δ. Εἶπομεν λοιπὸν τὴν πρόσθεσιν τὴν ἀφαιρέσιν καὶ τὸν πολλαπλασιασμόν τοῦ 2. Τί μᾶς μένει ἀκόμη ; **μ.** ἡ διαίρεσις.—**δ.** Πότε γίνεται διαίρεσις ; **μ.** ὅταν μοιράζωμεν.—**δ.** Ποῖον τὸ σημεῖον τῆς διαιρέσεως ; **μ.** το : διά.

α. $2 : 2 = 1$ β. $12 : 2 = 6$ δ. Διαβάστε αὐτὰ (α) μ.
 $4 : 2 = 2$ $14 : 2 = 7$ 2 διὰ 2.—δ. Καὶ θὰ εἰπῆ τὰ
 $6 : 2 = 3$ $16 : 2 = 8$ 2 νὰ τὰ μοιράσουν 2. Καὶ
 $8 : 2 = 4$ $18 : 2 = 9$ θὰ πάρῃ καθένας ; μ. 1.—
 $10 : 2 = 5$ $20 : 2 = 10$ δ. Τὸ γράφω. Παρακάτω. μ.
 4 : 2.—δ. Πόσον γίνεται ; μ. 2 (κ.τ.λ. μέχρι $10 : 2$).

δ. Ἔως ἐδῶ καλά τὰ εἶπατε, γιατί τὰ ἤξεύρετε ἀπὸ πρῶτα. Αὐτὰ ἐδῶ (β) εἶναι λιγάκι δυσκολώτερα, ἀλλὰ ἂν προσέξετε θὰ τὰ μάθετε πολὺ ὥραϊα. Λοιπὸν $12 : 2$; μ. ... Νὰ ἔλθῃ ἕνας ἐδῶ νὰ πάρῃ 12 ξυλάκια νὰ τὰ μοιράσῃ σὲ 2. Δίνε τους ἕνα-ἕνα. Πόσα ἐπῆρες σὺ ; μ. 6... Καὶ σὺ ; μ. 6... Λοιπὸν ; μ. $12 : 2 = 6$. —δ. Πολὺ καλά. Τὸ γράφω. Πρέπει ὅμως νὰ τὸ ἐνθυμηθῆτε. (οὕτω διὰ τῶν ξυλαρίων 14, 16, 18, 20 μοιραζομένων εἰς 2, φθάνομεν μέχρι τοῦ $20 : 2 = 10$. Ἐπαναλαμβάνεται ἡ σειρά καὶ γίνονται κατόπιν ἐρωτήσεις.)

47. Ἀσκήσεις.

Νὰ τὰ ἀντιγράψετε ὅπως εἶναι (δὲν σβήνονται τὰ πηλικά) καὶ νὰ τὰ μάθετε καλά.

§ 31. Πρόσθεσις καὶ ἀφαιρέσις τῶν 3.

α. $1 + 3 = 4$ β. $11 + 3 = 14$ δ. Τὶ λέγει αὐτό ; (α) μ.
 $2 + 3 = 5$ $12 + 3 = 15$ 1 καὶ 3.—δ. Γίνεται ; μ.
 $3 + 3 = 6$ $13 + 3 = 16$ 4. — δ. Παρακάτω. μ.
 (κ.τ.λ. μέχρι (κ.τ.λ. μέχρι $2 + 3$.—δ. Πόσα ; μ. 5.
 $10 + 3 = 13$) $17 + 3 = 20$)

δ. Ἐδῶ τώρα (β). $11 + 3$; μ. 14.—δ. $1 + 3$... 4, 11 καὶ 3... 14 (κ.τ.λ. μέχρι $17 + 3$).

δ. Τώρα θὰ τὰ σβήσω (σβήνονται τὰ ἀθροίσματα) καὶ θέλω τὰ εἰπῆτε μόνον κατὰ σειράν...

δ. $11 + 3$;... $15 + 3$;... $17 + 3$;... $12 + 3$;... $8 + 3$;...
 $9 + 3$;... $10 + 3$; κ.τ.λ.

δ. Τὶ λέγει αὐτό ; (α) μ. $13 - 3$.—δ. πόσα μένουν ; μ. 10.—

α. $13 - 3 = 10$ δ. Παρακάτω. μ. $12 - 3$
 $12 - 3 = 9$... $11 - 3$... $10 - 3$...
 $11 - 3 = 8$ $9 - 3$.—δ. Ἐδῶ τώρα
 $10 - 3 = 7$ β. $20 - 3 = 17$ (β) μ. $20 - 3$.—δ. Πό-

$$9 - 3 = 6 \quad 19 - 3 = 16$$

(κ.τ.λ. μέχρι (κ.τ.λ. μέχρι

$$3 - 3) \quad 13 - 3)$$

χων. (π. χ. $10 - 3$, $20 - 3$ κ.τ.λ.). Ἐπαναλήψεις τῆς σειρᾶς καὶ κατόπιν ἐρωτήσεις).

σα; **μ.** 17.—**δ.** $19 - 3$;
... κ.τ.λ. (Γίνεται πα-
ραβολὴ τῶν ἀντιστοι-

48. Ἀσκήσεις.

$11 + 3 =$	$15 + 3 =$	$8 + 3 =$	$20 - 3 =$	$16 - 3 =$
$12 + 3 =$	$16 + 3 =$	$10 + 3 =$	$19 - 3 =$	$15 - 3 =$
$13 + 3 =$	$17 + 3 =$	$9 + 2 =$	$18 - 3 =$	$14 - 3 =$
$14 + 3 =$	$9 + 3 =$	$10 + 2 =$	$17 - 3 =$	$13 - 3 =$
				$12 - 3 =$
				$11 - 3 =$

§ 31. Πολλαπλασιασμός τοῦ 3.

3 $1 \times 3 = 3$ (Ὅπως ὁ πολλαπλασιασμός τοῦ 2)

$3 + 3 = 6$ $2 \times 3 = 6$

(κ.τ.λ. τὸ 3 (κ.τ.λ. μέχρι
6 φορές) 6×3)

49. Ἀσκήσεις.

$1 \times 3 =$	$4 \times 3 =$	$5 \times 2 =$	$8 \times 2 =$	$8 + 3 =$	$12 - 3 =$
$2 \times 3 =$	$5 \times 3 =$	$6 \times 2 =$	$9 \times 2 =$	$9 + 2 =$	$11 - 8 =$
$3 \times 3 =$	$6 \times 3 =$	$7 \times 2 =$	$10 \times 2 =$	$9 + 3 =$	$11 - 9 =$

§ 33. Διαίρεσις διὰ 3.

δ. Παίρνω 3 ξυλάκια. Θὰ τὰ μοιράσω σὲ 3 παιδιὰ. Πόσα θὰ πάρῃ καθένα; **μ.** ἀπὸ 1.—**δ.** Σωστά· ἓνα αὐτός, ἓνα αὐτός καὶ ἓνα αὐτός. Νά τα. Τώρα θὰ πάρω καὶ ἄλλα 3. Πόσα γίνονται; **μ.** 6.—**δ.** Αὐτὰ τὰ 6 θὰ τὰ μοιράσω πάλιν σὲ 3 παιδιὰ. Ἄς τοὺς τὰ μοιράσω ἓνα-ἓνα. Πόσα ἐπῆρε καθένας σας; **μ.** 2.—**δ.** Ἄν μοιράσω λοιπὸν 6 σὲ 3 ἀνθρώπους, θὰ πάρῃ καθένας πόσα; **μ.** 2.—**δ.** Δώσατέ μου πάλιν τὰ ξυλάκια. Πόσα εἶναι; **μ.** 6.—**δ.** Θὰ πάρω ἄλλα 3. Πόσα γίνονται 6 καὶ 3; **μ.** 9.—**δ.** Αὐτὰ τὰ 9 θὰ μοιράσω πάλιν σὲ 3. Ὅλο σὲ 3 θὰ μοιράζω. Ἴδού. Πόσα ἐπῆρε καθένας; **μ.** 3.—**δ.** Μάλιστα νά τα. 3 ὁ ἓνας καὶ 3 ὁ ἄλλος 6 καὶ 3 ὁ ἄλλος 9.

δ. Λοιπὸν ; **β** νὰ τὰ μοιράσουν τρεῖς πόσα θὰ πάρῃ καθένας ;
μ. 1. **δ.** 6 νὰ μοιραθοῦν σὲ **β** ; **μ.** 2. **δ.** 9 νὰ μοιραθοῦν σὲ **β** ; **μ.** 3.

δ. Εἰς τὰ 9 αὐτὰ θὰ βάλω ἄλλα **β**. Πόσα γίνονται 9 καὶ **β** ;
μ. 12. **δ.** Τὰ 12 νὰ τὰ μοιράσω πάλιν σὲ **β**. Πόσα πῆρε καθένας ;

μ. 4. **δ.** Εἰς τὰ 12 θὰ βάλω ἄλλα **β** καὶ γίνονται ; **μ.** 15. **δ.** Τὰ 15 θὰ τὰ μοιράσω πάλιν σὲ **β**. Πόσα ἐπῆρε καθένας ; **μ.** 5.

Πολὸ καλά. Εἰς τὰ 15 θὰ βάλω ἄλλα **β** καὶ γίνονται ; **μ.** 18. **δ.** Τὰ μοιράσω πάλιν σὲ **β**. Πόσα ἐπῆρε καθένας ; **μ.** 6. **δ.** Πολὸ

καλά. Σταματῶ εἰς τὰ 18. (Γίνονται ἐρωτήσεις ἐξ ἀρχῆς.)

δ. Τώρα θὰ μάθωμεν καὶ νὰ τὰ γράφωμεν. Πῶς θὰ γράφωμεν : **β** νὰ τὰ μοιράσουν τρεῖς· τὸ ξεύρετε ἀπὸ πρῶτα. **μ.** **β** διὰ **β**.

$$α. \quad 3 : 3 = 1$$

$$6 : 3 = 2$$

$$9 : 3 = 3$$

$$12 : 3 = 4$$

$$15 : 3 = 5$$

$$18 : 3 = 6$$

δ. Μάλιστα· τὸ γράφω (α). Πόσα γίνονται $3 : 3$; **μ.** 1. **δ.** Τώρα **β** νὰ τὰ μοιράσουν **β**. **μ.** 2. **δ.** Τώρα 9 νὰ τὰ μοιραθοῦν **β**. Πόσα καθένας ; **μ.** 3. **δ.** Λογαριάστε ἂν εἶναι σωστά : **β** ὁ ἕνας καὶ **β** ὁ ἄλλος 6 καὶ **β** ὁ ἄλλος 9. Σωστά λοιπὸν εἶναι.

(Οὕτω προχωροῦμεν μέχρι τοῦ $8 : 3$. Βεβαίως οἱ μαθηταὶ θὰ ἀποκρίνονται ἐδῶ λ.χ. εἰς τὸ $6 : 3 = 2$ καὶ τὸ $9 : 3 = 3$ κ.τ.λ. ὀδηγούμενοι ἐκ τοῦ ἀξοντος ἀριθμοῦ 1...2...3 κ.τ.λ. καὶ κατὰ τὸ πλεῖστον δὲν θὰ σκέπτονται. Ἄλλὰ καὶ τοῦτο δὲν εἶναι ὄλως ἀνωφελές. Ἄρκει δι' ἐπαναλήψεων νὰ διακρατηθῇ εἰς τὴν μνήμην ἡ σειρὰ ὀρθῶς. Ἡ κυρία ἀξία τῆς ἀριθμητικῆς εἶναι ἀκριβῶς ἡ εὐχέρεια, ἥτις κατανατᾶ μηχανισμός. Ἄν εἶναι νὰ φθάνῃ τις διὰ συλλογισμῶν εἰς τὸ $3 + 3 = 6$ καὶ εἰς τὸ $5 \times 10 = 50$ κ.τ.λ. ἐν τῇ πρακτικῇ χρήσει, δὲν θὰ εἶχε πολλὴν ἀξίαν ἢ οὕτω παρασκευάζουσα τοὺς μαθητὰς διδασκαλία. Ὁ μηχανισμὸς λοιπὸν δὲν εἶναι πάντοτε ἀποκρουστέος, ἂν ἀκριβῶς περὶ μηχανισμοῦ ἐνταῦθα πρόκειται).

50. Ασκήσεις.

1) Να αντιγράψετε σωστά την σειράν ($3 : 3 = 1$ κ.τ.λ.) και να τὴν μάθετε καλά ἀπ' ἔξω.

2) Να κάμψτε αὐτὰς τὰς διαιρέσεις, πολλαπλ. και προσθ.

$$\begin{array}{cccccc} 15 : 3 = & 12 : 3 = & 4 \times 3 = & 3 \times 3 = & 8 + 3 = \\ 9 : 3 = & 6 : 3 = & 6 \times 3 = & 5 \times 3 = & 10 + 3 = \\ 18 : 3 = & 3 : 3 = & 2 \times 3 = & 1 \times 3 = & 9 + 3 = \end{array}$$

Αἱ ἐκφράσεις: «6 νὰ τὰ μοιράσουν 3» και «6 διὰ 3» κ.τ.λ. τῶν ὁποίων ἔως τώρα ἐκάμναμεν χρῆσιν οὔτε εὐκολοὶ εἶναι οὔτε συνήθεις εἰς τὰ μετὰ ταῦτα. Ἐως τώρα ἦσαν ἀναγκαῖαι, δια νὰ συνδέσουν ἢ μᾶλλον νὰ ταυτίσουν οἱ μαθηταὶ τὴν ἔννοιαν τῆς διαιρέσεως μὲ τὴν ἔννοιαν τοῦ μερισμοῦ. Τώρα ὅμως δυνάμεθα νὰ κάμνωμεν χρῆσιν τῆς εὐκολωτέρας και συνήθους ἐκφράσεως.

α. $4 : 2 = 2$ β.

$6 : 3 =$

$10 : 2 =$

$12 : 3 =$

δ. Τί λέγει ἐδῶ ; **μ.** 4 διὰ 2. **δ.** Ἐδῶ ; **μ.** 6 διὰ 3 κ.τ.λ. **δ.** Τώρα θὰ μάθωμεν νὰ τὰ λέμε εὐκολώτερα. Ἀντὶ νὰ ποῦμε π. χ. 4 διὰ 2 ἢ 4 νὰ τὰ μοιράσουν 2, ἀρχίζομεν ἀπὸ τὸν δεῦτερον ἀριθμόν, νὰ ἐδῶ ἀπὸ τὸ 2, και λέμε: τὸ 2 εἰς τὸ 4 εἰσέρχεται 2· και γράφομεν ἐδῶ (6). Ἐδῶ λέμε τὸ 3 εἰς τὸ 6 εἰσέρχεται 2 κ.τ.λ. (Ὅττω γράφονται ἄλλαι τινὲς διαιρέσεις και οἱ μαθηταὶ εὐκόλως θὰ προσοικειωθοῦν τὴν νέαν ἐκφρασιν).

Προβλήματα.

64. Ἐνας χωρικός ἠγόρασε 5 πρόβατα, κατόπιν 4, κατόπιν 3 και κατόπιν ἄλλα 2. Πόσας ἔχει ὄλα ;

65. Ἐνας ἄλλος εἶχε 12 δρ. και ἐξώδευσε 3. Πόσας τοῦ ἔμειναν ;

66. Πόσες δεκάρες κάμνουν 7 πορτοκάλια ἀπὸ 2 δεκάρες τὸ ἓνα ;

67. Ἄν 12 μῆλα μοιρασθοῦν σὲ 3 παιδιὰ, πόσας θὰ πάρῃ καθένας ;

68. Ἐνα παιδί εἶχε 15 πένες και ἐκράτησε 3 και τῆς ἄλλες τῆς ἐμοίρασε σὲ 4 φίλους του. Πόσας ἐπῆρε καθένας ;

§ 34. Πρόσθεσις και ἀφαιρέσις τοῦ 4.

Σχηματίζεται ἡ στήλη $1 + 4 = 5$ μέχρι $10 + 4 = 14$. Κατόπιν

παραλλήλως $11+4=15$ μέχρι $16+4=20$. Ἐφιστάται ἡ προσοχή εἰς τοῦτο, ὅτι τὸ $2+4$ εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ $4+2$ κ.τ.λ. Περισσότερα ἄσκησις γίνεται εἰς τοὺς ἀριθμούς, διὰ τῆς προσθέσεως τῶν ὁποίων μεταβαίνομεν εἰς τὴν δευτέραν δεκάδα, ἦτοι $7+4$, $8+4$, $9+4$. Οὕτω καὶ εἰς τὴν ἀφαίρεσιν.

51. Ἀσκήσεις.

$1+4=$	$7+4=$	$11+4=$	$13+4=$	$9+4=$
(κ.τ.λ. ἕως	$8+4=$	$12+4=$	$7+4=$	$15+4=$
$6+4)$	$9+4=$	(κ.τ.λ. ἕως	$12+4=$	$8+4=$
	$10+4=$	$16+4)$	$14+4=$	$16+4=$

$10-4=$	$20-4=$	$13-4=$
$9-4=$	$19-4=$	$12-4=$
(κ.τ.λ. μέχρι $4-4)$	(κ.τ.λ. μέχρι $14-4)$	$11-4=$

Ἐφιστάται ἡ προσοχή περισσότερον εἰς τὰ $13-4$ κ.τ.λ. εἰς τὴν διδασκαλίαν ταύτην τῆς ἀφαιρέσεως τοῦ 4.

52. Ἀσκήσεις.

Σβήνονται τὰ ἐπὶ τοῦ πίνακος εὑρεθέντα ὑπόλοιπα καὶ ἀντιγράφονται οἱ σειραὶ, οἱ δὲ μαθηταὶ εὕρισκουν ἐκ νέου τὰ ὑπόλοιπα.

53. Ἀσκήσεις

$5+4+3=$	$12+4+4=$	$18-4=$	$17-4=$
$7+2+4=$	$9+4+3=$	$13-4=$	$20-4=$
$5+3+4=$	$14+4+2=$	$19-4=$	$12-4=$
$3+4+4=$	$7+4+3=$	$11-4=$	$16-4=$

54. Ἀσκήσεις

$4+4=$	$15+4=$	$4 \times 3=$	$3 \times 3=$
$8+4=$	$12+4=$	$4 \times 2=$	$3 \times 2=$
$16+4=$	$14+4=$	$5 \times 3=$	$2 \times 3=$
$12+4=$	$13+4=$	$5 \times 2=$	$6 \times 2=$

55. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc}
 9 + 4 + 3 = & 11 - 4 - 3 = & 7 \times 2 = & 14 : 2 = \\
 7 + 4 + 2 = & 15 - 4 - 3 = & 8 \times 2 = & 16 : 2 = \\
 8 + 3 + 4 = & 18 - 4 - 4 = & 9 \times 2 = & 18 : 2 = \\
 4 + 3 + 4 = & 19 - 4 - 3 = & 5 \times 2 = & 20 : 2 =
 \end{array}$$

§ 35. Πολλαπλασιασμός τοῦ 4.

$$\begin{array}{cc}
 4 & 1 \times 4 = 4 \\
 4 + 4 = 8 & 2 \times 4 = 8 \\
 4 + 4 + 4 = 12 & 3 \times 4 = 12 \\
 \text{κ.τ.λ.} & \text{κ.τ.λ.}
 \end{array}$$

(Ὅπως καὶ τῶν προηγουμένων, προκαλουμένης τῆς προσοχῆς, ὅτι τὸ 2×4 εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ 4×2 καὶ τὸ 3×4 τὸ αὐτὸ μὲ τὸ 4×3 κ.τ.λ. Τὰ ἀνωτέρω, ἀφοῦ σθεσθοῦν, γράφονται ἀπὸ μνήμης ὡς ἄσκησις).

§ 36. Διαίρεσις διὰ 4.

(Ὅπως ἡ διαίρεσις τοῦ 3. Πρῶτον αἰσθητοποιήσις διὰ τῆς διανομῆς ἑυλαρίων ἢ ἄλλων ἀντικειμένων εἰς τέσσαρας καὶ κατόπιν ἡ γραφὴ διὰ τῶν σειρῶν : $4 : 4$, $8 : 4$ κ.τ.λ.).

56. Ἀσκήσεις.

α') Ἀντιγραφὴ τῶν ἐπὶ τοῦ πίνακος διαιρέσεων μετὰ τῶν πηλίκων καὶ ἀπομνημόνευσις.

β') Ἐκτέλεσις τῶν ἐξῆς διαιρέσεων.

$$\begin{array}{cccc}
 12 : 4 = & 12 : 3 = & 15 : 3 = & 20 : 4 = \\
 20 : 4 = & 20 : 2 = & 16 : 4 = & 20 : 2 = \\
 8 : 4 = & 2 : 2 = & 18 : 2 = & 9 : 3 = \\
 16 : 4 = & 16 : 2 = & 12 : 4 = & 18 : 3 =
 \end{array}$$

Προβλήματα.

69. Ἡ μητέρα προχθὲς εἶχε 7 ἀυγά. Χθὲς τῆς ἐγέννησαν ἢ κόττες ἄλλα 4 καὶ σήμερα 3. Πόσα ἔχει ὄλα ;

70. Ἀπὸ 12 κοττόπουλα ποῦ εἶχε ἡ μητέρα ἐπώλησε 4. Πόσα τῆς ἔμειναν ; Ἄν πωλήσῃ ἀκόμη 3, πόσα θὰ τῆς μείνουν ;

71. Θέλομεν γὰ ἀγοράσωμεν 5 τετράδια ἀπὸ 4 δεκάρες τὸ 1. Πόσες δεκάρες θέλομεν ;

72. Ἄν μοιρασθοῦν 26 καρῦδια σὲ 4 παιδιὰ, πόσα θὰ πάρῃ κάθε παιδί ;

73. Σὲ 6 παιδιὰ θέλομεν νὰ δώσωμεν ἀπὸ 3 κόλλες χαρτί καὶ ἔχομεν 14 κόλλες. Μᾶς φθάνουν ; Πόσες μᾶς λείπουν ;

§ 37. Πρόσθεσις καὶ ἀφαιρέσις τοῦ 5.

(Ὅπως τῶν προηγουμένων ἢ διδασκαλία. Σχηματίζονται τρεῖς σειραὶ κατακόρυφοι. α.) $1+5$ μέχρι $5+5$. β.) $6+5$ μέχρι $10+5$, εἰς ἣν γίνεται περισσοτέρα ἀσκήσις. γ.) $11+5$ μέχρι $15+5$. Ἐφίστάται ἢ προσοχὴ εἰς τὸ ὅτι $2+5$ εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ $5+2$ κ.τ.λ.)

57. Ἀσκήσεις.

$6+5=$	$4+3+5=$	$8+4+5=$
$4+5=$	$2+4+5=$	$8+3+5=$
$7+5=$	$5+4+5=$	$9+4+5=$
$9+5=$	$3+5+5=$	$8+5+5=$
$8+5=$	$5+5+5=$	$7+5+5=$

(Καὶ τῆς ἀφαιρέσεως ἢ διδασκαλία ὡς ἢ τῶν προηγουμένων : α.) $10-5$ μέχρι $5-5$. β.) $15-5$ μέχρι $10-5$. γ.) $20-5$ μέχρι $15-5$. Κατόπιν ἐρωτήσεις ἐξ ὅλων τῶν σειρῶν σκορπιστά).

58. Ἀσκήσεις.

$20-5=$	$20-5-5=$	$13-5=$
$17-5=$	$17-5-5=$	$11-5=$
$19-5=$	$19-5-5=$	$14-5=$
$16-5=$	$16-5-5=$	$12-5=$
$18-5=$	$18-5-5=$	$10-5=$

59. Ἀσκήσεις.

$8+3+5=$	$6+5+3=$	$15-4-2=$	$17-5-4=$
$7+4+3=$	$9+2+5=$	$15-3-5=$	$16-2-5=$
$9+2+4=$	$8+5+4=$	$16-3-5=$	$14-3-5=$

§ 38. Πολλαπλασιασμὸς τοῦ 5.

(Ὅπως τῶν προηγουμένων. Σχετίζεται καὶ ἐδῶ τὸ 2×5 πρὸς τὸ 5×2 κ.τ.λ.).

60. Ἀσκήσεις.

$1 \times 5 =$	$5 \times 1 =$	$2 \times 4 =$	$2 \times 3 =$	$7 \times 2 =$
$2 \times 5 =$	$5 \times 2 =$	$3 \times 4 =$	$6 \times 3 =$	$8 \times 2 =$
$3 \times 5 =$	$5 \times 3 =$	$3 \times 5 =$	$4 \times 4 =$	$3 \times 5 =$
$4 \times 5 =$	$5 \times 4 =$	$3 \times 3 =$	$9 \times 2 =$	$5 \times 4 =$

61. Ἀσκήσεις.

$9 + 2 + 5 =$	$16 - 4 - 4 =$	$9 \times 2 =$
$8 + 3 + 2 =$	$18 - 5 - 5 =$	$6 \times 3 =$
$3 + 3 + 5 =$	$20 - 5 - 5 =$	$4 \times 4 =$
$3 + 4 + 5 =$	$19 - 5 - 5 =$	$8 \times 2 =$

§ 39. Διαίρεσις διὰ 5.

(Ὅπως καὶ τῶν προηγουμένων. Ἐνταῦθα αἱ δυσκολίαι θὰ εἶναι ὀλιγώτεραι, γνωστοῦ ὄντος ὅτι καὶ τὸ 10 καὶ τὸ 15 καὶ τὸ 20 διαίρονται εὐκόλως διὰ 5).

62. Ἀσκήσεις.

$20 : 5 =$	$18 : 3 =$	$12 : 3 =$	$9 : 3 =$
$10 : 5 =$	$18 : 2 =$	$18 : 3 =$	$8 : 4 =$
$15 : 5 =$	$16 : 2 =$	$12 : 4 =$	$15 : 5 =$
$5 : 5 =$	$16 : 4 =$	$10 : 5 =$	$15 : 3 =$

Προβλήματα.

74. Ἐνα παιδί ἔχει 6 καρύδια στὴ μιά του τσέπη καὶ 5 στὴν ἄλλη καὶ 4 στὰ χέρια του καὶ θέλει νὰ τὰ μοιράσῃ ὅλα σὲ 3 φίλους του. Πόσα θὰ πάρῃ καθένας;

75. Σὲ 8 παιδιά θέλωμεν νὰ δώσωμεν ἀπὸ 2 πέννες στὸ καθένα. Μᾶς φθάγουν 10 πέννες ποῦ ἔχομεν; Πόσες μᾶς λείπουν;

76. Εἶχαμεν 8 ἀυγά ἀπὸ χθὲς καὶ 5 ποῦ μᾶς ἐγέννησαν σήμερα ἢ κότες. Ἄν φάγωμεν 4 πόσα θὰ μᾶς μείνουν;

77. Ἐχομεν 20 πεντάρες. Ἄπ' αὐτὲς θὰ ἀγοράσωμεν 6 μολύβια ἀπὸ 3 πεντάρες τὸ καθένα. Πόσες πεντάρες θὰ μᾶς μείνουν;

§ 40. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 6.

(Ὅπως καὶ τῶν προηγουμένων. Γίνεται περισσοτέρα ἀσκήσεις εἰς τὴν σειρὰν $5 + 6$ ἕως $10 + 6$ καὶ $15 - 6$ ἕως $10 - 6$).

63. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc}
 4+6= & 6+6= & 3+2+6= & 4+2+6= \\
 5+6= & 9+6= & 6+3+6= & 7+5+6= \\
 8+6= & 12+6= & 4+4+6= & 5+4+6= \\
 7+6= & 14+6= & 7+3+6= & 7+6+6=
 \end{array}$$

64. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc}
 10-6= & 15-6= & 20-6-6= & 16-6-6= \\
 11-6= & 13-6= & 15-6-6= & 12-6-6= \\
 14-6= & 19-6= & 18-6-6= & 14-6-6= \\
 12-6= & 20-6= & 17-6-6= & 19-6-6=
 \end{array}$$

§ 41. Πολλαπλασιασμός καὶ διαίρεσις τοῦ 6.

Ὁ πολλαπλασιασμός καὶ ἡ διαίρεσις τοῦ 6 ὡς καὶ τοῦ 7, 8, 9 καὶ 10 περιορίζονται εἰς στενὸν κύκλον ἐνταῦθα, δεδομένου, ὅτι δὲν δυνάμεθα νὰ ἐκταθῶμεν πέραν τοῦ 20. Διὰ τοῦτο καὶ αἱ ἐπ' αὐτῶν ἀσκήσεις θὰ εἶναι συντομώτεραι. Ἡ διδασκαλία ὅπως εἰς τὰ προηγούμενα.

65. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc}
 1 \times 6= & 6 \times 3= & 12 : 6= & 20 : 4= \\
 2 \times 6= & 4 \times 5= & 18 : 6= & 18 : 2= \\
 3 \times 6= & 2 \times 5= & 12 : 2= & 16 : 4= \\
 6 \times 2= & 3 \times 4= & 18 : 3= & 15 : 3=
 \end{array}$$

66. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc}
 3+6+6= & 15-6= & 3 \times 6= & 20 : 4= \\
 4+3+6= & 14-6= & 2 \times 6= & 20 : 5= \\
 4+4+6= & 11-6= & 2 \times 4= & 20 : 2= \\
 5+6+6= & 13-6= & 2 \times 5= & 18 : 2= \\
 3+3+6= & 12-6= & 6 \times 3= & 18 : 3=
 \end{array}$$

Προβλήματα.

78. Ἐνας χωρικός εἶχε 9 βώδια, κατόπιν ἠγόρασεν ἄλλα 6 καὶ κατόπιν ἄλλα 5. Ὅλα αὐτὰ τὰ ἐμείρασεν εἰς τοὺς 2 υἱοὺς του. Πόσα βώδια ἐπῆρε καθένας;

79. Ἐνας ἄλλος χωρικός εἶχεν 7 πρόβατα καὶ ἠγόρασεν ἄλλα 6. Δὲν ἠμποροῦσε ὅμως νὰ τὰ βόσκη ὅλα καὶ ἐπώλησε τὰ 5. Πόσα ἐκράτησε;

80. Μία γυναίκα επώλησε 3 κοττόπουλα πρὸς 6 δρ. τὸ ἕνα. Πόσα χρήματα ἐπῆρε ;

81. Θὰ μοιράσωμεν 18 μολύβια σὲ 6 παιδιά. Πόσα θὰ πάρη κάθε παιδί ;

82. Θὰ μοιράσωμεν 20 τετράδια σὲ 5 παιδιά. Πόσα θὰ πάρη κάθε παιδί ;

83. Ἐνα παιδί ἔκοψε ἀπὸ τὴν μιὰ πορτοκαλιά τοῦ κήπου του 7 πορτοκάλια, ἀπὸ τὴν ἄλλην 6 καὶ ἀπὸ τὴν ἄλλην 5 καὶ τὰ ἐχάρισεν ὄλα σὲ 3 φίλους του. Πόσα ἐπῆρε καθένας ;

§ 42. Αἱ 4 πράξεις ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν 7—10.

Περιοριζόμεθα μόνον νὰ παραθέσωμεν τὰς σχετικὰς ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν τούτων ἀσκήσεις, ἀφοῦ ἡ διδασκαλία ἐκάστης πράξεως θὰ γίνεται ὡς ἡ τῶν προηγουμένων.

67. Ἀσκήσεις.

$1+7=$	$6+7=$	$5+7+7=$	$6+5+7=$
$2+7=$	$7+7=$	$2+7+7=$	$4+5+7=$
$3+7=$	$8+7=$	$7+4+7=$	$5+3+7=$
$4+7=$	$9+7=$	$6+7+7=$	$6+6+7=$
$3+7=$	$10+7=$	$7+3+7=$	$3+6+7=$

68. Ἀσκήσεις.

$10-7=$	$20-7=$	$16-7=$	$11-7=$
$9-7=$	$19-7=$	$15-7=$	$15-7-7=$
$8-7=$	$18-7=$	$14-7=$	$20-7-7=$
$7-7=$	$17-7=$	$12-7=$	$14-7-7=$

69. Ἀσκήσεις.

$5+2+7=$	$4+4+7=$	$15-7-7=$
$7+6+7=$	$4+2+7=$	$14-7-7=$
$4+5+7=$	$6+5+7=$	$20-7-7=$
$9+3+7=$	$7+6+7=$	$18-7-7=$
$4+7+6=$	$2+3+7=$	$16-7=7=$

70. Ἀσκήσεις.

$1 \times 7 =$	$2 \times 6 =$	$2 \times 4 =$	$7 : 7 =$	$14 : 2 =$
$2 \times 7 =$	$3 \times 5 =$	$3 \times 4 =$	$14 : 7 =$	$16 : 2 =$
$2 \times 6 =$	$4 \times 5 =$	$4 \times 4 =$	$18 : 6 =$	$18 : 2 =$
$3 \times 6 =$	$7 \times 2 =$	$5 \times 4 =$	$16 : 8 =$	$20 : 2 =$

Προβλήματα.

84. Ήλθαν 7 παιδιά εις τόν κήπον μας. Πόσα πορτοκάλια πρέπει νά κόψωμεν, διὰ νά δώσωμεν 2 σέ κάθε παιδί ;

85. Ἡ μία μας κόττα ἔκαμε 8 κοττόπουλα καί ἡ ἄλλη 7. Ἀπ' αὐτά ἐχαρίσκαμεν σέ 2 φίλους ἀπό 5 στόν καθένα. Πόσα μᾶς ἔμειναν ;

86. Ἐδῶ κοντᾶ βόσκουν 6 ἀρνάκια, παραπέρα 7 καί λίγο ἀκόμη παραπέρα 4. Πόσα εἶναι ὄλα ;

87. Ἀπό 20 πορτοκάλια ποῦ εἶχαμεν στό σπίτι ἐφάγαμεν 7 καί ἐχαρίσκαμεν ἄλλα 7. Πόσα μᾶς μένουσιν ;

88. Εἶχαμεν 9 μυγδαλιές εις τόν κήπον μας καί ἐφτεύσαμεν ἄλλες 7. Πόσες πρέπει νά φυτεύσωμεν ἀκόμη διὰ νά γείνουσιν ὄλες 20 ;

71. Ἀσκήσεις.

$1 + 8 =$	$6 + 8 =$	$11 + 8 =$	$4 + 3 + 8 =$
$2 + 8 =$	$7 + 8 =$	$12 + 8 =$	$4 + 5 + 8 =$
$3 + 8 =$	$8 + 8 =$	$7 + 8 =$	$2 + 3 + 8 =$
$4 + 8 =$	$9 + 8 =$	$4 + 8 =$	$4 + 4 + 8 =$
$5 + 8 =$	$10 + 8 =$	$9 + 8 =$	$3 + 4 + 8 =$

72. Ἀσκήσεις.

$20 - 8 =$	$15 - 8 =$	$10 - 8 =$	$20 - 8 - 8 =$
$19 - 8 =$	$14 - 8 =$	$9 - 8 =$	$17 - 8 - 8 =$
$18 - 8 =$	$13 - 8 =$	$8 - 8 =$	$16 - 8 - 8 =$
$17 - 8 =$	$12 - 8 =$	$16 - 8 =$	$19 - 8 - 8 =$
$16 - 8 =$	$11 - 8 =$	$14 - 8 =$	$18 - 8 - 8 =$

73. Ἀσκήσεις.

$3 + 8 + 8 =$	$2 + 4 + 8 =$	$20 - 8 - 4 =$	$13 - 8 - 2 =$
$4 + 3 + 8 =$	$7 + 2 + 8 =$	$12 - 8 - 4 =$	$11 - 8 - 3 =$
$2 + 8 + 8 =$	$5 + 5 + 8 =$	$16 - 8 - 5 =$	$14 - 8 - 4 =$
$2 + 2 + 8 =$	$8 + 3 + 8 =$	$18 - 8 - 3 =$	$17 - 8 - 3 =$
$3 + 5 + 8 =$	$8 + 4 + 8 =$	$15 - 8 - 2 =$	$19 - 8 - 4 =$

74. Ἀσκήσεις.

$1 \times 8 =$	$2 \times 7 =$	$16 : 8 =$	$12 : 2 =$
$2 \times 8 =$	$2 \times 6 =$	$16 : 2 =$	$12 : 6 =$
$8 \times 2 =$	$2 \times 5 =$	$16 : 4 =$	$12 : 4 =$
$2 \times 4 =$	$3 \times 6 =$	$14 : 2 =$	$12 : 3 =$

75. Ἀσκήσεις.

$1 + 9 =$	$5 + 9 =$	$9 + 9 =$	$9 + 5 =$
$2 + 9 =$	$6 + 9 =$	$10 + 9 =$	$9 + 8 =$
$3 + 9 =$	$7 + 9 =$	$11 + 9 =$	$11 + 9 =$
$4 + 9 =$	$8 + 9 =$	$7 + 9 =$	$9 + 6 =$

76. Ἀσκήσεις.

$20 - 9 =$	$15 - 9 =$	$10 - 9 =$	$14 - 8 =$
$19 - 9 =$	$14 - 9 =$	$9 - 9 =$	$14 - 9 =$
$18 - 9 =$	$13 - 9 =$	$16 - 7 =$	$14 - 7 =$
$17 - 9 =$	$12 - 9 =$	$16 - 9 =$	$14 - 5 =$
$16 - 9 =$	$11 - 9 =$	$15 - 8 =$	$14 - 6 =$

77. Ἀσκήσεις.

$5 + 4 + 9 =$	$7 + 4 + 9 =$	$20 - 2 - 9 =$	$11 - 9 - 2 =$
$3 + 6 + 7 =$	$7 + 2 + 9 =$	$15 - 2 - 9 =$	$11 - 2 - 5 =$
$4 + 4 + 9 =$	$8 + 4 + 8 =$	$17 - 2 - 6 =$	$11 - 2 - 9 =$
$4 + 4 + 8 =$	$9 + 5 + 6 =$	$19 - 9 - 4 =$	$16 - 7 - 9 =$

78. Ἀσκήσεις.

$1 \times 9 =$	$4 \times 5 =$	$2 \times 8 =$	$18 : 2 =$	$18 : 9 =$	$18 : 6 =$
$2 \times 9 =$	$4 \times 2 =$	$3 \times 3 =$	$14 : 2 =$	$15 : 3 =$	$10 : 5 =$
$9 \times 2 =$	$7 \times 2 =$	$5 \times 4 =$	$16 : 8 =$	$15 : 5 =$	$20 : 5 =$
$3 \times 6 =$	$2 \times 9 =$	$6 \times 2 =$	$16 : 2 =$	$18 : 3 =$	$20 : 4 =$

79. Ἀσκήσεις.

$1 + 10 =$	$6 + 10 =$	$20 - 10 =$	$15 - 10 =$	$10 - 10 =$
$2 + 10 =$	$7 + 10 =$	$19 - 10 =$	$14 - 10 =$	
$3 + 10 =$	$8 + 10 =$	$18 - 10 =$	$13 - 10 =$	
$4 + 10 =$	$9 + 10 =$	$17 - 10 =$	$12 - 10 =$	
$5 + 10 =$	$10 + 10 =$	$16 - 10 =$	$11 - 10 =$	

80. Ἀσκήσεις.

$1 \times 10 =$	$2 \times 7 =$	$20 : 10 =$	$18 : 2 =$
$2 \times 10 =$	$2 \times 6 =$	$20 : 2 =$	$18 : 9 =$
$2 \times 9 =$	$2 \times 5 =$	$20 : 5 =$	$18 : 6 =$
$2 \times 8 =$	$2 \times 4 =$	$20 : 4 =$	$18 : 3 =$

Προβλήματα.

89. Μία γυναίκα ἐπώλησε 3 κοττόπουλα πρὸς 6 δρ. τὸ 1. Μὲ ὅσα λεπτὰ ἐπῆρε ἠγόρασε 2 ζευγάρια παντοῦφλες ἀπὸ 5 δρ. τὸ ζευγάρι. Τὴν ἐφθασαν τὰ λεπτὰ ;

90. Ἀπὸ 20 δρ. ποῦ εἶχαμεν ἐδακνίσσαμεν 10 εἰς ἓνα μας φίλον καὶ ἐξωδύσαμεν ὃ διὰ ζάχαριν. Πόσα μᾶς ἔμειναν ;

91. Ἐξωδύσαμεν 5 δρ. διὰ ρύζι, 4 διὰ πατάτες καὶ 9 διὰ κρέας. Πόσα ἐξωδύσαμεν ὅλα ;

92. Πηγαίνουν ὃ ἀμάξια στῆ σειρὰ καὶ σὲ κάθε ἀμάξι εἶναι 4 ἄνθρωποι. Πόσοι ἄνθρωποι εἶναι καὶ στὰ 5 ἀμάξια ;

93. Πόσα ἀμάξια θέλουν 12 ἄνθρωποι, ἂν στὸ καθένα πηγαίνουν 4 ἄνθρωποι ;

§ 43. Διαίρεσις μεθ' ὑπολοίπου.

Ἀφήσαμεν ἕως τώρα τὴν μεθ' ὑπολοίπου διαίρεσιν πρὸς ἀποφυγὴν συγχύσεως κατὰ τὴν διδασκαλίαν τῶν μέχρι τοῦ 20 δυνατῶν διαιρέσεων, ὧν ἡ μηχανικὴ ἐκμάθησις καὶ ἐμπέδωσις εἶναι ἡ βᾶσις τῶν μετὰ ταῦτα. Τώρα δέ, ὅτε κατωρθώθη τοῦτο, δυνάμεθα ἐνκόλως νὰ δώσωμεν εἰς τοὺς μαθητὰς ἰδέαν τιὰ τῆς μεθ' ὑπολοίπου διαιρέσεως, ἐπιφυλασσόμενοι νὰ ἐκταθῶμεν περισσότερον εἰς τὴν δευτέραν τάξιν.

δ. Θέλω αὐτὰ τὰ 6 χαρτόνια νὰ τὰ μοιράσω σὲ 2 παιδιὰ. Πάρε λοιπὸν σὺ (δίδεται) καὶ σὺ. Πόσα ἐπῆρε καθένας ; **μ.** 3. **δ.** Τώρα ὅμως, θὰ τοὺς μοιράσω 7. Ἴδού. Πόσα ἐπῆρε καθένας ; **μ.** 3. **δ.** Ἴδέτε ὅμως, ὅλα ἐμοιράσθησαν ; **μ.** Ὁχι. Περισσεύει 1. **δ.** Σωστά. Νά το ἐδῶ. Τί νὰ τὸ κάμωμεν αὐτό ; Σὲ ποιὸν νὰ τὸ δώσω ;... Ἀλλὰ τότε αὐτὸς θὰ ἔχη 4 καὶ ὁ ἄλλος θὰ ἔχη 3. Δὲν πάει αὐτό. Εἰς τὴν διαίρεσιν ὅλοι πρέπει νὰ ἔχουν ἴσα. Εξύρετε τί ἡμποροῦμεν νὰ κάμωμεν ; Αὐτὸ ποῦ περισσεύει νὰ τὸ κόψωμεν σὲ 2 ἴσα κομμάτια νὰ πάρη καθένας ἀπὸ ἓνα κομμάτι. Ἔτσι δὲ (κόπτεται καὶ δίδεται).

δ. Ἀπὸ τὰ 7 λοιπὸν χαρτόνια ποῦ ἐμοίρασα πόσα ἐπῆρε καθένας ; **μ.** 3 καὶ ἓνα κομματάκι. **δ.** Πολὸ ὠραῖα. Ἐπῆρε καθένας 3 καὶ μισό.

δ. Τώρα ἔχω νὰ μοιράσω εἰς αὐτοὺς τοὺς 3 ἐδῶ 6 χαρτόνια. Ἴδού (μοιράζονται). Πόσα ἐπῆρε καθένας ; **μ.** 2. **δ.** Ἐπερίσσευσε τίποτε ; **μ.** Ὁχι. **δ.** Ἄν τοὺς ἐμοίρασα 7, τί θὰ ἐγινότανε ; **μ.** θὰ ἐπερίσσευεν 1. **δ.** Καὶ τί θὰ τὸ ἐκάμναμεν ; **μ.** θὰ τὸ ἐκόβαμεν.

δ. Σὲ πόσα κομμάτια ; **μ.** σὲ 3. Βέβαια σὲ 3 κομμάτια. Καὶ θὰ ἔπαιρνε καθένας 2 καὶ 1 κομμάτι.

δ. Λοιπὸν εἰς τὴν διαίρεσιν τὰ πράγματα μοιράζονται σωστὰ καὶ ἄλλοτε δὲν περισσεύει τίποτε, ἄλλοτε περισσεύει.

δ. Προσέχετε τώρα ἐδῶ εἰς τὸν πίνακα. θέλω νὰ διαιρέσω τὸ 8 μὲ τὸ 2. Πῶς θὰ τὸ γράψω ; **μ.** $8 : 2$. Πολὺ καλά. τὸ γράψω (α).

$$\alpha. 8 : 2 = 4 \delta.$$

$$\gamma. 9 : 2 = 4 \text{ ὑπόλοιπον } 1. \delta.$$

$$10 : 5 = 2$$

$$12 : 5 = 2 \text{ ὑπόλοιπον } 2$$

$$13 : 5 = 2 \quad \gg \quad 3$$

$$15 : 5 = 3$$

$$18 : 5 = 3 \text{ ὑπόλοιπον } 3$$

$$18 : 3 = 6$$

$$18 : 4 = 4 \text{ ὑπόλοιπον } 2$$

Λοιπὸν τὸ 2 εἰς τὸ 8 ; **μ.** 4. **δ.** Σωστά, τὸ γράψω (δ). Τώρα $9 : 2 = (\gamma)$ Τὸ 2 εἰς τὸ 9 ; ... 9 νὰ τὰ μοιράσουν 2, πόσα θὰ πάρη καθένας ; **μ.** 4. **δ.** 4 ὁ ἕνας καὶ 4 ὁ ἄλλος 8. Ἐδῶ εἶναι 9. **μ.** Περισσεύει 1. **δ.** Εἰσέρετε πῶς θὰ τὸ λέμε αὐτὸ ποῦ περισσεύει ; Θὰ τὸ λέμε **ὑπόλοιπον**. Ἰδέτε πῶς τὸ γράψω (δ).

δ. Παρακάτω, τὸ 5 εἰς τὸ 10 ; **μ.** 2. **δ.** Ἐχει ἐδῶ ὑπόλοιπον ; **μ.** δὲν ἔχει. **δ.** 12 νὰ τὰ μοιράσουν 5, πόσα θὰ πάρη καθένας ; ... Δὲν τὸ εὐρίσκετε, βλέπω. Ἄς ποῦμε ὅτι θὰ πάρη καθένας 3. Θὰ ἔχωμεν 5 φορές ἀπὸ 3. Πέντε φορές τὸ 3 γίνεται 15 καὶ ἐδῶ εἶναι 12. Δὲν μπερὶ λοιπὸν νὰ πάρη καθένας 3. Θὰ πάρη 2. Ἄλλὰ 5 φορές 2 πόσον γίνεται ; **μ.** 10. **δ.** Σωστά, ἐδῶ ὅμως ἔχομεν 12. Τί γίνεται ; **μ.** Περισσεύουν 2. **δ.** Πολὺ καλά. Γράψω λοιπὸν : τὸ 5 εἰς τὸ 12 πηγαίνει 2 καὶ ὑπόλοιπον 2. Τὸ 5 εἰς τὸ 13 ; **μ.** 2 καὶ ὑπόλ. 3 (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς στήλης).

81. Ἀσκήσεις.

$4 : 2 =$	$8 : 4 =$	$11 : 2 =$	$16 : 2 =$
$6 : 2 =$	$9 : 4 =$	$11 : 5 =$	$18 : 2 =$
$5 : 2 =$	$9 : 2 =$	$12 : 3 =$	$18 : 6 =$
$7 : 2 =$	$10 : 5 =$	$12 : 4 =$	$18 : 5 =$

82. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{llll}
 7+7= & 7+7+5= & 20-5= & 20-5-7= \\
 8+8= & 8+8+4= & 14-7= & 14-7-3= \\
 6+6= & 6+2+8= & 20-8= & 20-8-6= \\
 9+9= & 9+9+1= & 18-9= & 18-9-6=
 \end{array}$$

83. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{lll}
 7+3-5= & 8+8-6= & 10+10-6= \\
 7+4-5= & 9+9-6= & 6+9-5= \\
 8+4-6= & 5+8-4= & 6+7-5= \\
 8+5-6= & 8+4-5= & 9+7-8=
 \end{array}$$

84. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{llll}
 2 \times 7= & 3 \times 4= & 14 : 2= & 20 : 2= \\
 4 \times 5= & 3 \times 5= & 15 : 2= & 18 : 2= \\
 8 \times 2= & 3 \times 6= & 18 : 3= & 18 : 9= \\
 2 \times 8= & 4 \times 4= & 17 : 3= & 14 : 4=
 \end{array}$$

85. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{lll}
 2 \times 7 + 4= & 2 \times 4 + 6= & 2 \times 5 - 4= \\
 2 \times 8 + 4= & 3 \times 3 + 7= & 2 \times 8 - 6= \\
 3 \times 4 + 6= & 2 \times 6 + 7= & 2 \times 9 - 6= \\
 3 \times 5 + 4= & 4 \times 4 + 3= & 2 \times 10 - 5=
 \end{array}$$

Προβλήματα.

94. Ἡ μία μὰς κόττα αὐτὴν τὴν ἐβδομάδα ἐγέννησε 6 ἀγά, ἡ ἄλλη 3, ἡ ἄλλη 5 καὶ ἡ ἄλλη 4. Πόσα γίνονται ὅλα ;

95. Ἐχομεν 2 καλάθια σταφύλια ἀπὸ 8 ὀκάδες τὸ καθένα. Ἐὰν ἀπ' αὐτὰ φιλεύσωμεν 6 ὀκάδες εἰς ἓνα γείτονα πόσα θὰ μὰς μείνουν ;

96. Ἡ μία δεκίρα ἔχει 2 πεντάρες. Πόσες πεντάρες ἔχουν 8 δεκάρες ;

97. Ἐχομεν 15 πορτοκάλια γὰ τὰ χαρίσωμεν σὲ 5 παιδιὰ. Πόσα θὰ πάρῃ καθὲς παιδί ;

98. Ἐχομεν 11 πορτοκάλια γὰ τὰ χαρίσωμεν σὲ 5 παιδιὰ. Πόσα θὰ πάρῃ καθένα ;

ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ Β΄ ΤΑΞΕΩΣ

Ἐν τῇ δευτέρᾳ τάξει τοῦ δημοτ. σχολείου ἡ διδασκαλία τῆς ἀριθμητικῆς ἐκτείνεται ἀπὸ 1 - 100. Βίσις καὶ ἐδῶ, ὅπως καὶ ἐν τῇ α΄ τάξει, θὰ εἶναι ἡ αἰσθητοποίησις, ἣν πολὺν θὰ βοηθήσῃ νὰ μορφώσωσιν οἱ μαθηταὶ σαφεῖς ἐννοίας τῶν βαθμηδὸν αὐξανόντων ποσῶν καὶ τῶν ἀριθμῶν, δι' ὧν ταῦτα παρίστανται.

Ὡς μέσα αἰσθητοποιήσεως δύνανται νὰ χρησιμεύσωσιν ὅσα καὶ ἐν τῇ πρώτῃ τάξει. Καὶ τοῦ ἀριθμητικοῦ ἐδῶ δύναται νὰ γείνη πολλή χρῆσις, ὥς θὰ ἴδωμεν

Ἐν ἀρχῇ τῆς διδασκαλίας τῆς ἀριθμητικῆς τῆς β΄ τάξεως τὸ επίσημον ἀναλυτικὸν πρόγραμμα δρίζει: «Σχηματισμὸς τῆς πρώτης ἑκατοντάδος πρώτον ἐκ δεκάδων καὶ ἔπειτα ἐκ πεντάδων. Αἰσθητοποίησις τῶν ἀριθμῶν 30, 40, 50, 60 κ τ.λ. διὰ δεκάδων καὶ πεντάδων».

Ὅ,τι δύναται νὰ προστεθῇ ἐνταῦθα ἐπωφελῶς, νομίζομεν, εἶναι:

α΄.) Νὰ μὴ μεταβαίνωμεν ἀποτόμως ἀπὸ δεκάδος εἰς δεκάδα, ἀλλὰ πρώτον δι' ἀριθμήσεως τῶν ἐν τῷ μεταξὺ μονάδων· δηλαδὴ ὄχι 20 καὶ 10 γίνονται 30, ἀλλὰ 21, 22, 23..... 30. Ἐνταῦθα περιοριζόμεθα εἰς ἀπλῆν ἀπιοῦσαν καὶ καιοῦσαν ἀρίθμησιν, ἣτις εἶναι εὐκολωτάτη, χωρὶς ἄλλους συνδυασμοὺς τῶν ἐν τῷ μεταξὺ ἀριθμῶν. Οὕτω λαμβάνουσιν οἱ μαθηταὶ ἀκριβεστέραν ἰδέαν τῆς βαθμηδὸν χωρούσης αὐξήσεως τῶν ἀριθμῶν ἢ διὰ τῆς ἀποτόμου ἀπὸ δεκάδος εἰς δεκάδα μεταβάσεως, ἣτις ἔχει πολὺν τὸ δόριστον διὰ μικρὰ παιδία.

β΄.) Νὰ διδάσκειται παραλλήλως καὶ ἡ γραφὴ τῶν ἀριθμῶν, τὴν ὁποίαν τὸ επίσημον πρόγραμμα ἀφίνει, νομίζομεν, πολὺν ἀργά. Ἡ γραφὴ τῶν ἀριθμῶν, εὐκολωτάτα διδασκομένη, εἶναι μία αἰσθητὴ παράστασις, ἱκανῶς βοηθητικὴ τῆς διανοήσεως καὶ τῆς μνήμης τῶν μαθητῶν καὶ σπουδαῖον σιῆριγμα διὰ τὴν κατ' ἰδίαν ἐργασίαν αὐτῶν.

Ἡ ἐπανάληψις τῶν ἐν τῇ πρώτῃ τάξει διδασκθέντων ἀπὸ 1 - 20 δύναται νὰ γείνη συντόμως ἐν ἀρχῇ τοῦ σχολικοῦ ἔτους, μεθ' ὃ προβαίνομεν εἰς τὴν διδασκαλίαν τῶν διὰ τὴν β^ο τάξιν ὀριζομένων.

§ 1. Οἱ ἀριθμοὶ 1 - 30.

δ. Μετράτε πόσα ξυλάκια¹ θὰ πάρω. **μ.** 1, 2, 3... 20. **δ.** Σωστά 20. Τὰ βάζω ἐδῶ. Ἔως τὰ 20 ξεύρτε νὰ λογαριάζετε πολὺ καλά. Τώρα θὰ ἀρχίσωμεν νὰ μανθάνωμεν καὶ παραπάνω ἀπὸ 20.

δ. Αὐτὸ λοιπὸν, εἴπαμεν, εἶναι 20. Βάζω κοντὰ (εἰς μικρὰν ἀπόστασιν) ἄλλο 1. Ξεύρτε πόσα γίνονται; **μ.** 21. (Αὐτὰ καὶ ἄλλα τῆς ἀπλῆς ἀριθμήσεως τὰ γνωρίζουν οἱ μαθηταί, ἀκούοντες ἐδῶ καὶ ἐκεῖ, δὲν ἔχουν μόνον σαφῆ ἔννοιαν τῆς ἀξομειώσεως τῶν ποσῶν, ἐκίος ἐξαιρέσεων, περὶ ὧν εἴπομεν ἐν ἀρχῇ τοῦ βιβλίου). **δ.** Σωστά 21. Βάζω ἄλλω 1 κοντὰ σ' αὐτό. Πόσα γίνονται; **μ.** 22 (κ.τ.λ. μέχρις 29).

δ. Πόσα λοιπὸν ἔχομεν ἔως τώρα μὲ τὰ 20 ποῦ εἶναι ἐδῶ καὶ τὰ ἄλλα ποῦ εἶναι ἐδῶ; **μ.** 29. **δ.** Βάζω 1 ἀκόμη καὶ ξεύρτε πόσα γίνονται; γίνονται 30. Πόσα λοιπὸν εἶναι ὅλα; **μ.** 30. Πόσα ἦσαν τὰ πρῶτα; **μ.** 20. **δ.** Νὰ ἰδοῦμε αὐτὰ ποῦ ἐθάλαμεν ἔως νὰ γείνουν 30. Μετρήσατέ τα. **μ.** 1, 2, 3... 10. **δ.** λοιπὸν 20 καὶ 10; **μ.** 30. Ποῖα εἶναι περισσότερα; τὰ 20 ἢ τὰ 30;

δ. 30 ἔξω 1; **μ.** 29 (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 20). **δ.** Μετρήσατε πόσα ἐθάλαμεν διὰ νὰ κατεβοῦμε ἀπὸ τὸ 30 εἰς τὸ 20. **μ.** 1, 2, 3... 10. **δ.** 30 λοιπὸν, ἔξω 10; **μ.** 20.

δ. Πόσα εἶναι αὐτὰ τὰ κουλούρια εἰς τὸν πίνακα; (γράφονται τρεῖς σειραὶ ὀριζοντίως ἀπὸ 10). **μ.** 10. **δ.** Καὶ αὐτὰ παρακάτω; **μ.** καὶ αὐτὰ 10. **δ.** Καὶ αὐτὰ παρακάτω; **μ.** πάλιν 10.

δ. Λοιπὸν 10 καὶ 10; (δεικνύονται αἱ σειραὶ) **μ.** 20. **δ.** Καὶ 10; **μ.** 30. **δ.** Πόσες φορές ἀπὸ 10 εἶναι τὸ 30; **μ.** τρεῖς φορές. **δ.** Καὶ τὸ 20; **μ.** δύο φορές ἀπὸ 10.

δ. 30 ἔξω 10; **μ.** 20. **δ.** 20 ἔξω 10; **μ.** 10. **δ.** 10 ἔξω 10; **μ.** κανένα.

(1) Ὡς πρόχειρον μέσον ἐποπτείας ὁ διδάσκαλος δύναται νὰ ἔχη ξυλάκια εἰς μέγεθος τῶν συνήθων μολυβδοκονδύλων. Ταῦτα ὡς πρῶτον ἐποπτικὸν μέσον εἶναι προτιμότερα παντὸς ἄλλου, διότι διακρίνονται εὐκρινῶς εἰς χεῖρας τοῦ διδασκάλου ἀπὸ ἐλόκληρον τὴν τάξιν, ἐνῶ τὰ ἄλλα (νομίσματα, λιθάρια κ.τ.λ.) διακρίνονται μόνον ἀπὸ τοὺς πλησίον μαθητάς.

δ. Ἐδῶ ἔχω γράφη 10 κουλούρια (α).

α. ΟΟΟΟΟΟΟΟΟΟ β. ΟΟΟΟΟ ΟΟΟΟΟ

(γράφονται τρεις σειραὶ ἀπὸ 10 καὶ ἀπὸ διπλὰ 5.)

Ἐδῶ πέρα (β) τὰ γάρω χωρισμένα. Πῶς εἶναι χωρισμένα ; **μ.** σὲ 5 καὶ 5. **δ.** Λοιπὸν 10 αὐτὰ (δεικνύονται αἱ δεκάδες) καὶ 10 αὐτὰ παρακάτω ; **μ.** 20. **δ.** Καὶ 10 παρακάτω ; **μ.** 30. **δ.** 30 ἔξω 10 ; κ.τ.λ.

δ. Ἐδῶ τώρα 5 αὐτὰ καὶ 5 αὐτὰ ; (δεικνύονται αἱ πεντάδες) **μ.** 10. **δ.** Καὶ 5 αὐτὰ ; **μ.** 15 (κ.τ.λ. μέχρι 30). **δ.** 30 ἔξω 5 ; .. 25 ἔξω 5 ; κ.τ.λ. (Εἰς τὴν κατὰ δεκάδας καὶ πεντάδας ἀριθμησιν δύναται νὰ χρησιμοποιηθῆται ἐπωφελῶς καὶ τὸ ἀριθμητήριον).

δ. Ἔως ποῦ ἐμάθαμεν νὰ λογαριάζωμεν ; **μ.** Ἔως τὰ 30. **δ.** Ἔως ποῦ ἠξέυραμεν ἔως τώρα ; **μ.** ἔως τὰ 20. **δ.** Ποῖα εἶναι περισσότερα ; **μ.** τὰ 30. **δ.** Νῦν μετρήσῃ ἕνας ἀπὸ τὸ 1 ἕως τὰ 30 ἕνα - ἕνα... **δ.** Ἄλλος νὰ μετρήσῃ πέντε - πέντε καὶ ἄλλος δέκα - δέκα.

1. Ἀσκήσεις.

Νὰ γράψετε 30 μικρὰς γραμμὰς εἰς μίαν σειράν. Ἐπειτα 3 σειρὰς ἀπὸ 10 σταυροὺς στὴν κάθε μία. Καὶ ἔπειτα 6 σειρὰς ἀπὸ 5 τετραγωνάκια στὴν κάθε μίαν.

Τινὲς τῶν ἀσκήσεων δύναται πολλάκις, ὡς εἶπομεν καὶ εἰς τὴν πρώτην τάξιν, νὰ ἐκτελῶνται ἐν συνεργασίᾳ διδασκάλου καὶ μαθητῶν εἰς ὦραν τακτικοῦ μαθήματος ἀριθμητικῆς, διὰ τὰ ἐννοοῦν οἱ μαθηταὶ νὰ ἐκτελοῦν μόνοι κατόπιν ἄλλας παρομοίας. Ἀλλὰ κυρίως αἱ ἀσκήσεις εἶναι διὰ τὴν κατ' ἰδίαν ἀσχολίαν τῶν μαθητῶν, ἥτις ἀναπτύσσει τὴν αὐτενέργειαν, εἴτε ἐν τῷ σχολείῳ, καθ' ἣν ὦραν ὁ διδάσκαλος ἐργάζεται εἰς ἄλλην τάξιν, εἴτε κατ' οἶκον.

Διὰ τὸ ἐνδεχόμενον, ὅτι ὅταν αἱ ἀσκήσεις εἶναι σχετικῶς ὀλίγαι δύναται νὰ ἐκτελῶνται ὅλαι ἐν τῷ σχολείῳ, παραθέτομεν κἄπως περισσοτέρας, ὥστε νὰ μένη καὶ διὰ τὸν οἶκον μικρὰ τις ἀσχολία εἰς τοὺς μαθητάς. Ἐν πάσῃ περιπτώσει ὁ διδάσκαλος δύναται νὰ κανονίξῃ τὸ ζήτημα ἀναλόγως τῶν δυνάμεων τῶν μαθητῶν καὶ τῶν τόσων ἄλλων σχολικῶν καὶ οἰκογενειακῶν ὄρων.

§ 2. Γραφή τῶν ἀριθμῶν 1 - 30.

α. 1	β, 11	γ. 21
2	12	22
3	13	23

(κ.τ.λ. μέχρι 10) (κ.τ.λ. μέχρι 20) (κ.τ.λ. μέχρι 30)

δ. Νὰ διαβάσῃ ἕνας τὴν πρώτην στήλην (α). Ἄλλος τὴν δευτέραν στήλην (β)... Πολὸν καλά. Αὐτὰ τὰ ἤξεύραμεν. Ποῖα πρέπει τώρα νὰ μάθωμεν νὰ γράφωμεν ; **μ.** ἕως τὰ 30. **δ.** Βέβαια. Ἐκτὸς τοῦ ποῦ ἕως ποῦ εἶναι γραμμένα εἰς τὴν πρώτην στήλην ; **μ.** ἀπὸ 1 ἕως 10. **δ.** Εἰς τὴν δευτέραν ; **μ.** ἀπὸ 11 ἕως 20. **δ.** Τὶ μᾶς λείπει τώρα νὰ γράφωμεν ; **μ.** ἀπὸ 21 ἕως 30

δ. Πῶς εἶναι γραμμένον ἐδῶ (δεικνύεται) τὸ 10 ; **μ.** μὲ 1 καὶ 0. **δ.** Τὸ 11 ; **μ.** μὲ 1 καὶ 1. **δ.** Τὸ 20 ; **μ.** μὲ 2 καὶ 0. **δ.** Τὶ θὰ ἀρχίσωμεν τώρα ἐδῶ ἐπάνω (γ) νὰ γράφωμεν ; **μ.** 21. **δ.** Ἐὰν προσέξετε καλά, θὰ καταλάβετε πῶς θὰ γραφῇ τὸ 21..... Τὸ 20 (δεικνύεται) ἐδῶ κάτω 2 καὶ 0, τὸ 21 ἐδῶ ἐπάνω (γ) 2 καὶ 1. Νά το. Αὐτὸ λέγει 21. Τὸ 22 ;... Τὸ 22 γράφεται μὲ 2 καὶ 2. Τὸ 23 ; **μ.** 2 καὶ 3. **δ.** Τὸ 24 ; **μ.** 2 καὶ 4. Βλέπετε ἐδῶ ; 4, (πρώτη στήλη) ἐδῶ 14 (δευτέρα στήλη) μὲ 1 καὶ 4. Ἐδῶ (τρίτη στήλη) 24 μὲ 2 καὶ 4. Τὸ 25 ; **μ.** μὲ 2 καὶ 5 κ.τ.λ. μέχρις 29).

δ. Τί ἔρχεται ἔπειτα ἀπὸ τὸ 29 ; **μ.** Τὸ 30. **δ.** Ἐὰν προσέξετε πῶς εἶναι γραμμένο τὸ 10 καὶ τὸ 20, θὰ καταλάβετε πῶς γράφεται τὸ 30... Τὸ 30 γράφεται μὲ 3 καὶ 0. Ἴδου 30.

(Καλοῦνται μαθηταὶ καὶ γράφουν ἀριθμοὺς σκορπιστά· π. χ. 27, 5, 12, 25 κ.τ.λ.)

2. Ἀσκήσεις.

Νὰ γράψετε μόνοι ἀπ' ἑξῆς τὰς τρεῖς στήλας τῶν ἀριθμῶν 1-10, 11 - 20 καὶ 21 - 30, ὅπως ἦσαν εἰς τὸν πίνακα. Κατόπιν νὰ γράψετε εἰς μίαν σειρὰν πέρα καὶ πέρα ἀπὸ 1 ἕως 30.

§ 3. Οἱ ἀριθμοὶ 30 - 40.

δ. Μετράτε πόσα ξυλάκια θὰ πάρω. **μ.** 1, 2, 3, 4... 10. **δ.** Σωστά. Τὰ βάζω ἐδῶ. Μετράτε ὅσα ἄλλα θὰ πάρω. **μ.** 1, 2, 3.... 10. **δ.** Τὰ βάζω καὶ αὐτὰ κοντὰ (εἰς μικρὰν ἀπόστασιν). Μετράτε

πάλιν. **μ.** 1, 2, 3... 10. **δ.** Πόσα ἐπῆρα ὄλα ; 10 αὐτὰ καὶ 10 αὐτὰ ; **μ.** 20. **δ.** Καὶ 10 αὐτὰ ; **μ.** 30.

δ. Ὅλα λοιπὸν αὐτὰ εἶναι 30. Ἄν βάλω 1 ἀκόμῃ, αὐτὸ δά, πόσα θὰ γείνουν ὄλα ; **μ.** 31. **δ.** Πολὺ ὠραία. Ὅπως 20 καὶ 1, ποῦ ἐμάθαμεν, γίνεται 21, ἔτσι καὶ 30 καὶ 1 γίνονται 31. Βάζω ἄλλο 1. Πόσα γίνονται ὄλα ; **μ.** 32. **δ.** Νὰ καὶ ἄλλο. **μ.** 33 (κ. τ. λ. μέχρι 39). Ἄν εἰς τὰ 39 βάλω 1 ἀκόμῃ, αὐτὸ δά, ξεύρετε πόσα γίνονται ;... Γίνονται 40.

δ. Ἔως ποῦ ἠξέυραμεν πρῶτα ; **μ.** ἔως τὰ 30. Ἔως ποῦ ἐφθάσαμεν τώρα ; **μ.** ἔως τὰ 40. **δ.** Ποῖα εἶναι περισσότερα ; **μ.** τὰ 40. Μετρήσατε πόσα ἐβάλαμεν εἰς τὰ 30 διὰ νὰ γείνουν 40. Αὐτὰ ἐδῶ ἐβάλαμεν. **μ.** 1, 2, 3... 10. **δ.** 30 λοιπὸν καὶ 10 ; **μ.** 40. **δ.** Τὰ 40 λοιπὸν εἶναι 10 παραπάνω ἀπὸ τὰ 30.

δ. Πόσα εἶναι αὐτὰ ; (δεικνύονται αἱ δεκάδες τῶν ξυλαρίων) **μ.** 10. **δ.** Καὶ 10 αὐτὰ ; **μ.** 20. **δ.** Καὶ 10 αὐτὰ ; **μ.** 30. **δ.** Καὶ 10 αὐτὰ ; **μ.** 40. Πόσες φορές ἀπὸ 10 εἶναι τὰ 40 ; **μ.** τέσσαρες φορές. **δ.** Ἀπὸ τὰ 40 αὐτὰ βγάζω 10. Πόσα ἔμειναν ; **μ.** 30. **δ.** Βγάζω ἄλλα 10 (κ.τ.λ. ἔως 0).

(Ἄν ὑπάρχη ἀριθμητήριον, δεικνύονται αἱ δεκάδες, αἱ ὁποῖαι εὐκόλως χωρίζονται καὶ εἰς πεντάδας. Ἄν τοῦναντίον, γράφονται δεκάδες π. χ. σταυρῶν ἢ ἄλλων σημείων ἐπὶ τοῦ πίνακος χωρισμένοι ἀμέσως εἰς πεντάδας καὶ ὄχι ὅπως εἰς τὸ προηγούμενον μάθημα δεκάδες πρῶτον καὶ παραπλεύρως πεντάδες, διότι τοῦτο θὰ ἀπῆτει πολὺν χρόνον, καθ' ὅσον προχωροῦμεν εἰς μεγαλυτέρας ἀριθμούς. Ἄλλα καὶ δὲν εἶναι ἀνάγκη τούτου, διότι ἢ κατὰ μονάδας, δεκάδας καὶ πεντάδας ἀρίθμησις δὲν παρεχει δυσκολίας εἰς τοὺς μαθητάς).

δ. Προσέχετε τώρα εἰς τὸν πίνακα. Πόσοι εἶναι αὐτοὶ οἱ σταυροί ; **μ.** 5. **δ.** Καὶ αὐτοὶ ; (γράφονται εἰς τὴν αὐτὴν γραμμὴν) **μ.** πάλιν 5. **δ.** Καὶ μαζί μὲ τοὺς ἄλλους ; **μ.** 10. (γράφονται τέσσαρες τοιαῦται γραμμαὶ δεκάδων, διηρημένων εἰς πεντάδας). **δ.** Μετρήσατε δέκα - δέκα (δεικνύονται αἱ δεκάδες). Τώρα πέντε - πέντε (δεικνύονται αἱ πεντάδες)... Πολὺ καλά. Νὰ μετρήσῃ ἕνας ἀπὸ τὸ 5 ἔως τὸ 40... Καὶ ἄλλος... Τώρα ἀπὸ τὰ 40 νὰ κατεβαίνῃ ἕνας ἄλλος πέντε - πέντε ἔως τὸ 0. Καὶ ἄλλος... (Γίνονται καὶ ἐρωτήσεις οὐχὶ κατὰ σειρὰν π. χ. 25 καὶ 5... 15 καὶ 5... 40 ἔξω 5 κ.τ.λ.)

Ἀμέσως μετὰ τὰ ἀνωτέρω διδάσκειται ἡ γραφὴ τῶν ἀριθμῶν 30 - 40, ἀντὶ νὰ ἀφελθῇ εἰς ἄλλην ὥραν διδασκαλίας, ὅπως ἐγεινεν

εἰς τὸ προηγούμενον μάθημα, διὰ νὰ ἐξηγηθῇ εὐρύτερον ἡ διδασκαλία τῆς γραφῆς τῶν νέων ἀριθμῶν. Τώρα ὅμως δύναται ἄνευ οὐδεμιᾶς δυσκολίας νὰ διδάσκειται συγχρόνως ἡ γραφή πάσης νέας δεκάδος.

Ἐπαναλαμβάνομεν καὶ ἐδῶ, ὅπως εἰς τὸ προηγούμενον μάθημα, τὰς στήλας 1, 2, 3 κ.τ.λ. 11, 12, 13, κ.τ.λ. διὰ νὰ προσπέσουν καὶ πάλιν εἰς τὴν ἀντίληψιν τῶν μαθητῶν αἱ σειραὶ τῶν ἀριθμῶν καὶ νὰ ἐντυπωθῇ ἐκ τούτου ζωηρότερον εἰς αὐτοὺς ἡ κατὰ δεκάδας αὐξήσις τῶν ποσῶν καὶ ἡ κανονικῶς παραλλάσσουσα γραφή τῶν ἀριθμῶν· π. χ. 1, 10, 20, 30, 40, 11, 21, 31, 41 κ.τ.λ. Βραδύτερον ὅμως εἶναι περιττὸν τοῦτο. Ὁ παραλληλισμὸς τῆς γραφῆς τῶν ἀριθμῶν δύναται νὰ γίνεται μόνον εἰς δύο συναφεῖς δεκάδας, τὴν διδασκομένην νέαν καὶ τὴν πρὸ αὐτῆς· π. χ. 40, 41, 42 - 50 51, 52 κ.τ.λ.

δ. Ποίους νέους ἀριθμοὺς ἐμάθαμεν; Ἀπὸ ποῦ ἕως ποῦ; **μ.** ἀπὸ 30 ἕως 40. **δ.** Τώρα θὰ μάθωμεν ἀμέσως καὶ νὰ τοὺς γράφωμεν. Ἰδέτε ἐδῶ (α).

α. 1	β. 11	γ. 21	δ. 31
2	12	22	32
3	13	23	

(κ.τ.λ. μέχρι 10) (κ.τ.λ. μέχρις 2) (κ.τ.λ. μέχρι 30) (μέχρι 40).

δ. Λέγετε σεῖς νὰ γράφω... Πολὺ καλά. Ἀπὸ ποῦ ἀρχίζει ἡ δευτέρα στήλη; **μ.** ἀπὸ 11. **δ.** Σωστά (β). Λέγετε παρακάτω... Τώρα τὴν τρίτην στήλην. Λέγετε. **μ.** 21 (γ) 22... 30.

δ. Ἐφθάσαμεν λοιπὸν ἕως τὰ 30. Τί ἔρχεται ἔπειτα; **μ.** 31. Τώρα ἀπὸ τὸ 31 πρέπει νὰ ἀρχίσῃ ἄλλη στήλη. Ἄν προσέξετε, θὰ καταλάβετε πῶς γράφεται τὸ 31. Πῶς γράφεται, εἶπαμεν, τὸ 10; **μ.** 1 καὶ 0. **δ.** τὸ 11; **μ.** 1 καὶ 1. **δ.** Τὸ 20... τὸ 21;... τὸ 30... Λοιπὸν τὸ 31; **μ.** 3 καὶ 1. **δ.** Πολὺ ὠραῖα. Τὸ γράφω (δ). Τὸ 32; (κ.τ.λ. μέχρι τοῦ 39).

δ. Ἐφθάσαμεν λοιπὸν εἰς τὸ 39. Τί ἔρχεται ἔπειτα; **μ.** τὸ 40. **δ.** Ἄν προσέξετε πῶς γράφεται τὸ 10, τὸ 20, τὸ 30, θὰ καταλάβετε πῶς γράφεται τὸ 40. **μ.** 4 καὶ 0! Σωστά. Νὰ ποῦ τὸ γράφω 40.

δ. Ἀπὸ ποῦ ἕως ποῦ εἶναι γραμμένα εἰς τὴν πρώτην στήλην; **μ.** ἀπὸ 1 ἕως 10. **δ.** Εἰς τὴν δευτέραν;... εἰς τὴν τρίτην;... εἰς

τὴν τετάρτην ;... Πῶς γράφεται τὸ 37 ;... τὸ 23 ;... τὸ 14 ;... τὸ 26 ;... τὸ 39 ; κ.τ.λ.

3. Ἀσκήσεις.

Νὰ γράψετε ἀπ' ἔξω τὰς τέσσαρας στήλας (σβήνονται) ὅπως ἦσαν εἰς τὸν πίνακα.

Νὰ γράψετε εἰς μίαν σειρὰν 30 κουλούρια καὶ εἰς ἄλλην 40.

Νὰ γράψετε μὲ ἀριθμητικὰ ψηφία τοὺς ἀριθμοὺς : δέκα, εἴκοσι, τριάντα, σαράντα, εἴκοσι ἑπτὰ, τριάντα πέντε, δώδεκα, ὀκτώ, δέκα ὀκτώ, τριάντα ἑπτὰ, δεκαπέντε, τρία, εἴκοσι δύο, τριάντα τρία.

(Οἱ ἀριθμοὶ οἱ γραφόμενοι ὀλογράφως, ὡς ἀνωτέρω, ἐπὶ τοῦ πίνακος, ἀντιγράφονται ὑπὸ τῶν μαθητῶν ἐὰν ἡ ἀσκησις θὰ ἐκτελεσθῇ κατ' οἶκον. Ἐὰν εἶναι διὰ τὸ σχολεῖον, τότε περιττὴ ἡ ἀντιγραφή· οἱ μαθηταὶ γράφουσι μόνον δι' ἀριθμητικῶν ψηφίων ὅσα βλέπουσιν εἰς τὸν πίνακα ὀλογράφως).

§ 4. Οἱ ἀριθμοὶ 40 - 50.

Τὸ ἀριθμητήριον πολὺ θὰ διηκολούνηεν ἐνταῦθα τὴν κατὰ δεκάδας ἀρίθμησιν τῶν μέχρι τοῦδε γνωστῶν, διὰ τὴν ἀρχίση ἢ τὴν νέα δεκάδα. Ἄλλ' ἂν δὲν ὑπάρχη τοιοῦτον, ἡ ἐποπτεία τῶν ἀριθμῶν πρέπει νὰ γείνη διὰ τῶν ξυλαρίων, τὰ ὁποῖα, ὡς εἴπομεν, ἔχει ἕτοιμα ὁ διδάσκαλος. Μετροῦνται λοιπὸν τέσσαρες δεκάδες ἐκ τούτων καὶ τοποθετοῦνται χωριστὰ ἐκάστη ἐπὶ τῆς ἑδρας, ὥστε νὰ τὰς διακρίνωσιν ὅλοι οἱ μαθηταί.

δ. Μετρήσατε δέκα - δέκα ὅπως εἶναι ἐδῶ (δεικνύονται αἱ δεκάδες τῶν ξυλαρίων). 10 καὶ 10 ; **μ.** 20. **δ.** Καὶ 10 ; **μ.** 30. **δ.** Καὶ 10 ; **μ.** 40. **δ.** Ποῖα εἶναι τὰ περισσότερα ; **μ.** τὰ 40. **δ.** Ἐὰν βγάλω 10 ἀπὸ τὰ 40, πόσα μένουσιν ; **μ.** 30. **δ.** Ἐὰν βγάλω ἀκόμη 10 ; **μ.** 20 κ.τ.λ.

δ. Πόσα λοιπὸν εἶναι ὅλα αὐτὰ ; **μ.** 40. **δ.** Προσέχετε τώρα νὰ μάθωμεν καὶ παραπάνω. Εἰς τὰ 40 θέλω νὰ βάλω 1 παραπάνω· πόσα θὰ γείνουσιν ; **μ.** 41. **δ.** Πολὺ καλά. Βάζω ἄλλο 1, πόσα γίνονται ; **μ.** 42 (κ.τ.λ. μέχρι 49).

δ. Ἐφθάσαμεν λοιπὸν εἰς τὰ 49. Ἐὰν βάλωμεν 1 ἀκόμη, ξεύρετε πόσα γίνονται ;... 50. Πόσα λοιπὸν εἶναι ὅλα ; **μ.** 50. **δ.** Ἐως ποῦ ἡξεύραμεν ἀπὸ προχθὲς νὰ μετροῦμεν ; **μ.** ἕως τὰ 40.

δ. Νὰ ἰδοῦμε πόσα ἐδάλαμεν εἰς τὰ 40 διὰ νὰ γείνουν 50. Μετρήσατέ τα. (μετροῦνται τὰ τῆς τελευταίας δεκάδος) **μ.** 1, 2, 3...10.

δ. 40 λοιπὸν καὶ 10 ; **μ.** 50. **δ.** Ποῖα εἶναι τὴν ὥρα τὰ περισσότερα ποῦ ξεῦρομεν ; **μ.** τὰ 50.

δ. Νὰ μετρήσῃ ἕνας ἀπὸ τὸ 1 ἕως τὰ 50 ἕνα - ἕνα. **μ.** 1, 2, 3... 50. **δ.** 10 καὶ 10 ;... (κ.τ.λ. ἕως 50) **δ.** 50 ἔξω 10; (κ.τ.λ. ἕως 0) **δ.** 5 καὶ 5 ; **μ.** 10. **δ.** 10 καὶ 5 ;... (κ.τ.λ. ἕως 45 καὶ 5) **δ.** 50 ἔξω 5 ; **μ.** 45 (κ.τ.λ. ἕως 0).

δ. Αὐτὰ τὰ νέα ποῦ ἐμάθαμεν, νὰ τὰ γράψωμεν ἀμέσως τὴν ὥρα. Ἐπὶ ποῦ ἕως ποῦ εἶναι τὰ νέα ; **μ.** ἀπὸ 40 ἕως 50. **δ.** Πῶς γράφεται τὸ 40 ; **μ.** 4 καὶ 0. **δ.** Λοιπὸν τὸ 41 ; **μ.** 4 καὶ 1. **δ.** Τὸ γράφω 41. Ἐπειτα ; **μ.** 42. (κ.τ.λ. μέχρι 49) **δ.** Πῶς τὰ γράψωμεν τὰ 50 ;... Πῶς γραφονται τὰ 10 ; **μ.** 1 καὶ 0. **δ.** τὰ 20 ;... τὰ 30 ;... τὰ 40 ;... τὰ 50 ; **μ.** 5 καὶ 0. **δ.** Βέβαια, τὰ 50 θέλουν 5 καὶ 0.

(Ἐὰν ὁ χρόνος ἐπιτρέπη, καλοῦνται μαθηταὶ τινες καὶ γράφουν διαφόρους ἀριθμούς : 22, 16, 44, 39 κ.τ.λ.)

4. Ἀσκήσεις.

Νὰ γράψετε πέντε στήλας : 1 - 10, 11 - 20, 21 - 30, 31 - 40, 41 - 50.

Νὰ γράψετε μὲ ἀριθμητικὰ ψηφία : τριάντα, σαράντα, πενήντα, σαράντα ὀκτώ, δέκα τέσσαρα, εἴκοσι τρία, τριάντα πέντε, σαράντα τέσσαρα, τριάντα τρία, εἴκοσι δύο.

§ 5. Αἱ τέσσαρες πράξεις.

Πρόσθεσις καὶ Ἀφαίρεσις.

Ἐφοῦ ἐφθάσαμεν ἤδη εἰς τὸ ἥμισυ τῆς πρώτης ἑκατοντάδος καὶ οἱ μαθηταὶ κινοῦνται εὐχερῶς εἰς τὴν κατὰ δεκάδας καὶ πενιάδας ἀρίθμησην, δυνάμεθα εἰς ταύτην νὰ παρεισάγωμεν τὴν ὥρα ἀσκήσεις καὶ προβλήματα (στρεφόμενα μόνον εἰς δεκάδας καὶ πενιάδας) καὶ ἐκ τῶν τεσσάρων πράξεων τῆς ἀριθμητικῆς μέχρι τέλους τῆς ἑκατοντάδος. Τοῦτο καὶ πολὺ εὐκόλον εἶναι, ἂν, ὡς εἶπομεν, περιορίζεται εἰς δεκάδας καὶ πενιάδας, καὶ ποικιλίαν φέρει, ἐπωφελῶς διακόπιονσαν κατὰ διασχήματα τὴν καθ' ἑαυτὴν μονότονον καὶ διὰ τοῦτο θιαρὰν ἀνοιῦσαν καὶ καιοῦσαν ἀρίθμησην, καὶ πολὺ θὰ διευκολύνῃ

εἰς τὰ μετὰ ταῦτα, Διότι οἱ μαθηταὶ θὰ ἐξοικειώνωνται περισσότερο δια τοῦ τρόπου τούτου ἢ διὰ τῆς ξηρᾶς ἀριθμῆσεως μὲ διαρκῶς αὐξάνοντα ποσὰ καὶ ἐν γένει ἡ διδασκαλία θὰ εἶναι κατόπιν πολὺ εὐκολωτέρα, ἀφοῦ θὰ ἔχη ἤδη ἀρθῆ ἕν μέρος τῶν δυσχερειῶν· θὰ εἶναι π. χ. πολὺ εὐκολωτέρα ἡ διδασκαλία τοῦ $35 + 33 = 68$, ὅταν γνωρίζουν ἤδη οἱ μαθηταὶ τὸ $30 + 30 = 60$ καὶ τὸ $35 + 30 = 65$ κ.τ.λ.

Πρὸς τοῦτο ὅμως μᾶς εἶναι ἀναγκαία ἡ χρῆσις τῶν σημείων τῶν τεσσάρων πράξεων. Καὶ δὲν θὰ εἶναι περιττὴ ἐνταῦθα μία σύντομος ἐπανάληψις αὐτῶν, ὅσον καὶ ἂν ἐδιδάχθησαν εἰς τὴν πρώτην τάξιν. Ἐπαναλαμβάνομεν πρῶτον τὰ τῆς προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως καὶ ἀφοῦ ταῦτα ἐντυπωθοῦν καλῶς καὶ κατανοηθῆ ἡ ἐνέργειά των (μετὰ δύο-τρία μαθήματα) ἐπαναλαμβάνομεν τὸ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ καὶ ὀλίγον κατόπιν τὸ τῆς διαιρέσεως.

α. 10	5 β.	δ. 15	5 ε.
γ. $10 + 5 = 15$		$15 - 5 = 10$	

δ. Τί εἶναι αὐτό; (α) **μ.** 10. **δ.** Καὶ αὐτό; (β) **μ.** 5. **δ.** Θὰ τὸ βάλωμεν τὸ 5 εἰς τὸ 10 ἢ θὰ τὸ βγάλωμεν; **μ...** **δ.** Βέβαια δὲν ξεύρετε. Τὰ γράφω παρακάτω ἔτσι δά (γ). Ξεύρετε τώρα; **μ.** 10 καὶ 5... 15. Ἀπὸ ποῦ ἐκαταλάβετε, ὅτι θὰ βάλωμεν τὸ 5 εἰς τὸ 10 διὰ γείνη 15; **μ.** ἀπὸ τὸ **καί**. Ὠραία. Τὸ ἐνθυμείσθε, βλέπω. Διαβάστε λοιπὸν αὐτὰ (γράφονται διάφοροι ἀριθμοὶ) καὶ λέγετε πόσα γίνονται: $15 + 5$, $20 + 10$, $30 + 10$ κ.τ.λ.

δ. Ἐνθυμείσθε τί εἶπαμεν, ὅτι γίνεται ὅταν εἰς ἕνα ἀριθμὸν βάζωμεν καὶ ἄλλους καὶ γίνεται μεγαλύτερος;... Γίνεται **πρόσθεσις**. Εἰπέτε το... Πότε λοιπὸν γίνεται πρόσθεσις;... Ποῖον εἶναι τὸ σημεῖον τῆς προσθέσεως;

δ. Ἀπ' αὐτὸ ἐδῶ (δ) τὸ 15 θέλω νὰ βγάλω 5. Ἴδου, τὸ γράφω κοντά (ε). Διὰ νὰ καταλάβετε, ὅτι θὰ βγάλω τὸ 5, θὰ γράφω καὶ ἐδῶ τὸ ἴδιο σημεῖον, ποῦ ἔγραψα πρῶτα ἐδῶ πέρα;... Ἴδέτε τώρα (γράφεται κάτωθεν $15 - 5 = 10$) **μ.** 15 ἔξω 5... 10. **δ.** Πολὺ ὦραϊα. Καὶ αὐτὸ τὸ ἐνθυμείσθε. Νὰ τὸ λέγωμεν **πλὴν**· 15 πλὴν 5... 10. Διαβάστε αὐτὰ μὲ τὸ **πλὴν** καὶ λέγεται πόσα γίνονται: $20 - 10$, $30 - 10$, $35 - 5$ κ.τ.λ.

δ. Τί εἶπαμεν, ὅτι γίνεται ὅταν ἀπὸ ἕνα ἀριθμὸν βάζωμεν ἄλλον καὶ γίνεται μικρότερος;... Γίνεται **ἀφαίρεσις**. Εἰπέτε το... Μὲ τὴν

ἀφαίρεσιν οἱ ἀριθμοὶ γίνονται ὅλο καὶ μικρότεροι, ἐνῶ μὲ τὴν πρόσθεσιν γίνονται ὅλο καὶ μεγαλύτεροι.

5. Ἀσκήσεις.

$10 + 5 =$	$20 + 10 + 10 =$	$15 - 5 =$	$50 - 10 - 10 =$
$20 + 10 =$	$30 + 10 + 10 =$	$20 - 10 =$	$30 - 10 - 10 =$
$25 + 5 =$	$15 + 5 + 5 =$	$30 - 10 =$	$40 - 10 - 10 =$
$30 + 10 =$	$30 + 5 + 5 =$	$40 - 10 =$	$40 - 5 - 5 =$
$40 + 10 =$	$40 + 5 + 5 =$	$50 - 10 =$	$50 - 5 - 5 =$

6. Ἀσκήσεις.

$10 + 5 + 5 =$	$10 + 10 + 5 =$	$30 - 5 - 5 =$	$50 - 10 - 5 =$
$20 + 5 + 5 =$	$30 + 10 + 5 =$	$20 - 5 - 5 =$	$40 - 10 - 5 =$
$30 + 5 + 5 =$	$20 + 10 + 5 =$	$40 - 5 - 5 =$	$30 - 10 - 5 =$
$40 + 5 + 5 =$	$25 + 5 + 5 =$	$50 - 5 - 5 =$	$20 - 10 - 5 =$

Προβλήματα.

(Οἱ ἀριθμοὶ τῶν προβλημάτων γράφονται εἰς τὸν πίνακα)

1. Εἰς ἓνα κοφίνι ἔχομεν 20 ὀκάδες σταφύλια, εἰς ἄλλο 10 καὶ εἰς ἄλλο 5. Πόσες ὀκάδες ἔχουν ὅλα τὰ κοφίνια;

2. Εἶχαμεν 50 δρ. καὶ ἐξώθευσamen 10 διὰ κρέας, 10 διὰ ψάρια καὶ 5 διὰ τυρὶ. Πόσαι μᾶς ἔμειναν;

3. Ἐνα παιδί εἶχε 40 καρύδια καὶ ἀπ' αὐτὰ ἔδωσε εἰς ἓνα τοῦ φίλον 10, εἰς ἄλλον ἄλλα 10 καὶ εἰς ἄλλον πάλιν ἄλλα 10. Πόσα τοῦ ἔμειναν;

4. Ἐνας χωρικός ἐπῆρε ἀπὸ ροδάκινα, τοῦ ἐπώλησε, 25 δραχ., ἀπὸ σῦκα 5 καὶ ἀπὸ ἀχλάδια 10. Ἀπ' αὐτὰ ἐξώθευσε 10 δρ. διὰ ζάχαριν καὶ 10 διὰ ρύζι. Πόσα τοῦ ἔμειναν;

§ 6. Ἀριθμητικὴ δεκάδων καὶ πεντάδων περιοδοτέρων τῆς μιᾶς.

α. $20 + 10 = 30$	β. $20 + 10 = 30$	γ. $10 + 10 = 20$
$10 + 20 =$	$20 + 20 =$	$10 + 15 = 25$
$30 + 10 =$	$30 + 10 =$	$20 + 15 =$
$10 + 30 =$	$30 + 20 =$	$30 + 10 =$
$40 + 10 =$	$20 + 30 =$	$30 + 15 =$
$10 + 40 =$		

δ. Τί είναι ἐδῶ ; (α) **μ.** $20+10$. **δ.** Καὶ πόσα γίνονται ; **μ.** $20+10=30$. **δ.** Πολὺ καλά. Τὰ γράφω. Καὶ παρακάτω ; **μ.** $10+20$. **δ.** Καὶ γίνονται ; **μ.** 30. **δ.** Σωστά, τὸ ἴδιο εἶναι ὅποιο καὶ ἂν εἶναι πρῶτα. (Ὅστω εὐρίσκονται τὰ ἀθροίσματα ὅλης τῆς στήλης καὶ γράφονται).

δ. Πόσα γίνονται $20+10$; (β) **μ.** 30. **δ.** Παρακάτω τί λέγει ; **μ.** $20+20$. **δ.** Πόσο, λέτε, θὰ γείνη $20+20$; **μ.**... **δ.** Θὰ γείνη 40. Ἰσοῦ. $20+10$ γίνεται 30. Ἐδῶ ποῦ εἶναι $20+20$ εἶναι 10 παραπάνω ἀπὸ τὰ 30. Θὰ γείνη λοιπὸν 40. Τί λέγει παρακάτω ; **μ.** $30+10$. **δ.** Πόσα γίνονται ; **μ.** 40. **δ.** Καὶ $30+20$; **μ.** 50. **δ.** Βέβαια, 10 παραπάνω κ.τ.λ.

δ. Ἐδῶ τώρα. (γ) $10+10$; **μ.** 20. **δ.** Καὶ παρακάτω $10+15$; **μ.**... **δ.** Εἶναι 5 περισσότερα. Λοιπὸν θὰ γείνουν $10+15=25$ κ.τ.λ. (Γίνονται ἐρωτήσεις κατόπιν καὶ διὰ τὰς τρεῖς στήλας)

δ. Ὅλο τι ἐκάμαμεν ἐδῶ ; πρόσθεσιν, ἀφαιρέσιν, ἢ τί ἄλλο ; **μ.** Ὅλο πρόσθεσιν. **δ.** Πολὺ καλά.

δ. Προσέχετε τώρα ἐδῶ (Εἰς τὰς τρεῖς κατωτέρω στήλας διδάσκεται κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἡ ἀφαιρέσιν, ἣτις δύναται νὰ διδαχθῇ εἰς τὴν αὐτὴν μὲ τὴν πρόσθεσιν ὥραν ἢ εἰς ἄλλην. Ἀναλόγως τῶν δυνάμεων τῶν μαθητῶν).

$20-10$	$50-10$	$20-10$
$30-10$	$50-20$	$20-15$
$30-20$	$40-30$	$30-10$
$40-10$	$50-30$	$35-15$
$40-20$	$40-40$	$45-15$

7. Ἀσκήσεις

$20+10=$	$20+15=$	$20-10=$	$20-15=$
$30+20=$	$10+15=$	$40-10=$	$25-15=$
$20+20=$	$30+10=$	$40-20=$	$40-10=$
$10+20=$	$30+15=$	$50-20=$	$40-15=$
$20+30=$	$20+15=$	$50-30=$	$45-15=$

§ 7. Ἀριθμοὶ 50—60.

(Ἡ διδασκαλία ὅπως εἰς τὰς προηγουμένας δεκάδας)

Γράφονται ὑπὸ τινῶν μαθητῶν οἱ ἀριθμοὶ 40 - 60 (41, 42, 43 κ.τ.λ.) εἰς δύο στήλας.

Γράφονται κατόπιν με ἀριθμητικά ψηφία : ἑξήντα, πενήντα ὀκτώ, σαράντα δύο, πενήντα πέντε, εἴκοσι δύο, τριάντα τρία, σαράντα τέσσαρα, πενήντα ἓνα, πενήντα ἕξι, σαράντα ἑπτὰ, πενήντα ἑπτὰ, δώδεκα, πενήντα τέσσαρα, τριάντα ἑπτὰ.

8. Ἀσκήσεις

$10+10=$	$40+10=$	$50-10=$	$60-50=$
$20+10=$	$40+20=$	$60-10=$	$50-20=$
$30+10=$	$30+20=$	$60-20=$	$40-20=$
$40+10=$	$30+30=$	$60-30=$	$40-30=$
$50+10=$	$10+40=$	$60-40=$	$60-60=$

9. Ἀσκήσεις

$20+20+10=$	$25+5+30=$	$60-10=$	$60-10=$
$20+20+20=$	$20+15+5=$	$60-20-10=$	$60-15=$
$20+10+30=$	$35+5+20=$	$60-20-20=$	$50-10=$
$20+10+20=$	$45+5+5=$	$60-30=$	$50-15=$

§ 8. Πολλαπλασιασμός.

α. 5 2 β. $5+2=7$ γ. $5-2=3$ δ. 5×2

δ. Αὐτὸ τὸ 5 καὶ τὸ 2 τοῦ ἔγγραφου ἐδῶ εἰς τὸν πίνακα (α) τί θὰ γείνουν ;... Δὲν ξεύρετε βέβαια. Θὰ τὰ γράψω πάλιν ἐδῶ (β) με κάποιον σημεῖον. Ἐκαταλάβετε τώρα ; **μ.** $5+2=7$. **δ.** Τί ἔγεινεν ἐδῶ ; πρόσθεσις, ἀφαιρέσις ; **μ.** πρόσθεσις. **δ.** Βέβαια, διότι ἐνώνομεν ἓνα ἀριθμὸν με ἄλλον· ποῖους ; **μ.** τὸ 5 καὶ τὸ 2. **δ.** Καὶ ἔγειναν πόσα ; **μ.** 7. ("Ὅσον μὴ θεωρηθῶν περιττὰ ὅσα λέγονται ἐδῶ περὶ προσθέσεως, ἀφαιρέσεως κ.τ.λ. ἀφοῦ ἔχουν ἤδη λεχθῆ. Εἶναι μία εὐκαιρία ἐπαναλήψεως, τῆς ὁποίας πρέπει νὰ ἐπωφεληθῶμεν. Ὅστω μόνον σαφηνίζονται βαθμηδὸν καὶ ἐμπεδοῦνται αἱ προηγούμεναι γνώσεις, ἵνα ἐπ' αὐτῶν στηρίζονται ἀσφαλῶς αἱ ἐπόμεναι).

δ. Γράψω τὰ ἴδια ἐδῶ (γ) χωρὶς κανέν σημεῖον. Τί ἐκαταλάβετε ;... Τώρα ἐκαταλάβετε ; (τίθεται τὸ σημεῖον τῆς ἀφαιρέσεως $5-2=$) **μ.** 5 ἔξω 2 μένουσι 3. **δ.** Πολὺ καλὰ, ἀλλὰ εἶπαμεν ἀντὶ ἔξω νὰ λέγωμεν πλὴν. Τί ἔγεινεν ἐδῶ ; **μ.** ἀφαιρέσις. **δ.** Διατί ἀφαιρέσις ; κ.τ.λ.

δ. Γράφω πάλιν τὰ ἴδια μὲ ἓνα σημεῖον ποῦ ἔχομεν πολὺν καιρὸν νὰ τὸ ἰδοῦμε. Δὲν πιστεύω νὰ τὸ ἐλησμονήσατε (5×2)... Εἶναι τὸ *ἐπί* καὶ σημαίνει, ὅτι θὰ πάρωμεν 5 φορές τὸ 2. Πόσον γίνεται 5 φορές 2 ; **μ.** 10. Διαβάστε αὐτὰ (3×5 , 2×3 , 2×4 , 4×5 , 2×10 κ.τ.λ.) καὶ λέγετε πόσα γίνονται. Τὶ κάμνομεν ὅταν παίρνωμεν ἓνα ἀριθμὸν πολλὰς φορές ; τὸ ἐνθυμεῖσθε ;... Κάμνομεν *πολλαπλασιασμόν*. Πότε λοιπὸν γίνεται *πολλαπλασιασμός* ; **μ.** Ὅταν παίρνωμεν ἓνα ἀριθμὸν πολλὰς φορές, κ.τ.λ.

δ. Τὶ ἔγεινεν ἐδῶ ; (α) **μ.** πρόσθεσις. **δ.** Ἐδῶ ; (β) **μ.** ἀφαιρέσις κτλ. Ποῖον εἶναι τὸ σημεῖον τῆς προσθέσεως ; κ.τ.λ.

δ. Τώρα λοιπὸν ποῦ ἐνθυμηθήκατε τὸν *πολλαπλασιασμόν*, θὰ κάμωμεν μὲ μεγαλυτέρους ἀριθμούς.

(Αἱ σχηματιζόμεναι κατωτέρω σειραὶ προσθέσεως καὶ αἱ ἀντίστοιχοι *πολλαπλασιασμοῦ*, ἐπὶ τῶν ὁποίων θὰ γείνη ἡ διδασκαλία, εἶναι οὐσιώδεις μέσον ἐποπτείας, τὰ μάλιστα βοηθητικῆς τῆς ἀντιλήψεως καὶ τῆς μνήμης. Ἡ παράλειψις αὐτῶν καὶ ἡ διὰ μόνου τοῦ προφορικοῦ λόγου διδασκαλία θὰ ἦτο ἀσυγχώρητον μεθοδικὸν σφάλμα).

α. 10

$10 + 10 = 20$

$10 + 10 + 10 = 30$

(κ.τ.λ. ἕως 6 φορές 10)

β. $1 \times 10 = 10$

$2 \times 10 = 20$

$3 \times 10 = 30$

(κ.τ.λ. ἕως 6×10)

δ. Ἐδῶ (α) ἔγραψα μίαν φοράν 10. Παρακάτω ; **μ.** δύο φορές 10. **δ.** Πόσον γίνεται ; **μ.** 20. **δ.** Παρακάτω ; **μ.** τρεῖς φορές 10. **δ.** Πόσον γίνεται ; **μ.** 30 (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς στήλης). (Ἐρωτήσεις : πέντε φορές 10, τρεῖς φορές 10 κ.ε.λ.).

δ. Θὰ ἐνθυμεῖσθε βέβαια ἀπὸ τὴν πρώτην τάξιν τὸν ἄλλον τρόπον ποῦ τὰ γράφομεν χωρὶς νὰ ἀργοῦμε τόσον πολὺ. **μ.** τὰ γράφομεν μὲ τὸ *ἐπί*. **δ.** Βέβαια. Δηλαδή ἀντὶ νὰ κάμνωμεν πρόσθεσιν, κάμνομεν *πολλαπλασιασμόν*. Ἴδου ποῦ τὰ γράφω (β). Διαβάστε αὐτό. **μ.** 1 ἐπὶ 10. **δ.** Πόσον γίνεται ; **μ.** 10. **δ.** Τὸ γράφω. Παρακάτω ; **μ.** 2×10 . **δ.** Πόσον γίνεται ; **μ.** 20 (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς στήλης).

(Γίνονται ἐρωτήσεις ἀλλ' ὄχι μὲ τὸ *ἐπί*, ἀλλὰ μὲ τὸν συνήθη τρόπον 2 οἱ 10... 20, 3 οἱ 10... 30 κ.τ.λ. διὰ νὰ συνηθίσουν βαθμῶν οἱ μαθηταί).

(Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον διδάσκεται καὶ ὁ πολλαπλασιασμὸς τοῦ 5. Ἀπὸ 1×5 μέχρις $6 \times 5 = 30$).

10. Ἀσκήσεις.

$3 \times 10 =$	$10 \times 3 =$	$5 + 5 + 5 =$	$3 \times 5 =$
$6 \times 10 =$	$10 \times 5 =$	$5 + 5 =$	$4 \times 5 =$
$4 \times 10 =$	$10 \times 4 =$	$5 + 5 + 5 + 5 =$	$2 \times 5 =$
$2 \times 10 =$	$10 \times 6 =$	$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 =$	$5 \times 5 =$
$5 \times 10 =$	$10 \times 2 =$	$5 + 5 + 5 + 5 + 5 =$	$6 \times 5 =$

11. Ἀσκήσεις.

$10 + 30 + 5 =$	$50 - 20 - 5 =$	$5 \times 5 =$
$20 + 20 + 20 =$	$60 - 20 - 5 =$	$6 \times 5 =$
$40 + 10 + 5 =$	$60 - 30 - 5 =$	$6 \times 10 =$
$30 + 30 =$	$60 - 40 =$	$5 \times 10 =$

Προβλήματα.

5. Ἐξωδύσαμεν 20 δρ. διὰ βούτυρον, 20 διὰ λάδι καὶ 15 διὰ ζάχαριν. Πόσα γίνονται ὄλα;

6. Ἀπὸ 60 δρ. ποῦ εἶχαμεν ἐξωδύσαμεν 30 διὰ ἀλεύρι καὶ 10 διὰ φασόλια. Πόσαι μᾶς ἔμειναν;

7. Θὰ χαρίσωμεν εἰς 6 παιδιὰ ἀπὸ 10 πέννες εἰς κάθε ἓνα. Πόσες πέννες θέλομεν;

8. Εἰς 6 παιδιὰ θὰ χαρίσωμεν ἀπὸ 5 αὐγά εἰς κάθε ἓνα. Πόσα αὐγά θέλομεν;

§ 9. Οἱ ἀριθμοὶ 60—70

(Ἡ διδασκαλία ὅπως εἰς τὰς προηγουμένας δεκάδας).

12. Ἀσκήσεις.

Νὰ γραφοῦν οἱ ἀριθμοὶ 50, 51, 52 κ.τ.λ. ἕως 70.

Νὰ γραφοῦν μὲ ἀριθμητικὰ ψηφία: ἑβδομηντα, δεκαπέντε, τίκοσι τρία, τριάντα δύο, ἐξήντα πέντε, ἐξήντα ἓνα, σαράντα ἑπτὰ, πενήντα ἔξι, ἐξήντα, ἐξήντα τέσσαρα, ἐξήντα ἑννέα, πενήντα ἑπτὰ, ἐξήντα ἑπτὰ.

$60 + 10 =$	$55 + 5 =$	$70 - 10 =$	$70 - 5 =$
$50 + 10 =$	$60 + 5 =$	$70 - 20 =$	$60 - 5 =$
$50 + 20 =$	$65 + 5 =$	$60 - 20 =$	$50 - 5 =$

13. Ἀσκήσεις.

$40 + 20 =$	$70 - 10 =$	$2 \times 10 =$	$2 \times 5 =$
$50 + 20 =$	$70 - 20 =$	$3 \times 10 =$	$3 \times 5 =$
$40 + 30 =$	$70 - 30 =$	$4 \times 10 =$	$4 \times 5 =$
$30 + 15 =$	$65 - 15 =$	$5 \times 10 =$	$5 \times 5 =$
$40 + 15 =$	$35 - 15 =$	$6 \times 10 =$	$6 \times 5 =$
$50 + 15 =$	$55 - 15 =$	$7 \times 10 =$	$7 \times 5 =$

14. Ἀσκήσεις

$20 + 20 + 20 =$	$60 - 20 - 30 =$	$5 \times 10 =$	$10 \times 2 =$
$20 + 20 + 30 =$	$70 - 10 - 20 =$	$7 \times 10 =$	$10 \times 2 =$
$30 + 20 + 20 =$	$70 - 30 - 20 =$	$4 \times 10 =$	$10 \times 7 =$
$10 + 40 + 15 =$	$65 - 5 - 10 =$	$5 \times 5 =$	$10 \times 3 =$
$30 + 30 + 10 =$	$70 - 10 - 5 =$	$6 \times 5 =$	$10 \times 6 =$
$10 + 30 + 15 =$	$50 - 10 - 5 =$	$7 \times 5 =$	$10 \times 4 =$

Προβλήματα.

9. Προχθές ἐκόψαμεν ἀπὸ τὴν πορτοκαλιὰν 5 πορτοκάλια, χθές 15 καὶ σήμερον 20. Πόσα ἐκόψαμεν ὅλα;

10. Εἰς τὴν τάξιν μας εἶναι 70 μαθηταί. Σήμερον ἦλθαν μόνον 50. Πόσοι ἀπουσιάζουσιν;

11. Κάθε κόλλα χαρτί ἔχει 5 λεπτά. Πόσα λεπτά θέλομεν δια 10 κόλλες;

12. Πόσο κάνουν 1 πήγεις ψασμα ἀπὸ 10 δρ. τὸν πήχυν;

13. Εἶχε ἓνας 40 δρ. καὶ ἀπὸ αὐτὰς ἠγόρασε 5 κοττόπουλα ἀπὸ 5 δρ. τὸ ἓνα. Πόσες δρ. τοῦ ἔμειναν;

§ 10 Διαίρεσις.

δ. Ἔως τώρα ξεύρομεν τὴν πρόσθεσιν καὶ τί ἄλλο; **μ.** καὶ τὴν ἀφαίρεσιν καὶ τὸν πολλαπλασιασμόν.

δ. Τί θὰ γείνη ἐδῶ; (γράφεται εἰς τὸν πίνακα π. χ. $10 + 5$)

μ. πρόσθεσις. **δ.** Διατί πρόσθεσις; **μ.** διότι τὸ 10 θὰ ἐνωθῇ μὲ τὸ

5. **δ.** Καὶ θὰ γείνουν μαζί; **μ.** 15.

δ. Ἐδῶ τί θὰ γείνη; (π. χ. $30 - 10$) **μ.** ἀφαίρεσις. **δ.** Διατί;

μ. διότι θὰ βγάλωμεν κ. τ. λ. **δ.** Καὶ ἐδῶ; (π. χ. 3×10) **μ.**

πολλαπλασιασμός. **δ.** Διατί; κ.τ.λ.

δ. Ἡξεύρομεν λοιπὸν ἔως τώρα πρόσθ. ἀφαίρ. καὶ πολλαπλ.

Τώρα θὰ μάθωμεν καὶ κάτι ἄλλο ἀκόμη, θὰ μάθωμεν *διαίρεσιν*.
 -Κάτι ξεύρετε ἀπὸ τὴν πρώτην τάξιν. Ἐλήθεια ;...

δ. Πότε γίνεται διαίρεσις ;... Νὰ σὰς εἰπῶ ἓνα πρόβλημα νὰ καταλάβετε. Θέλω νὰ μοιράσω 20 δεκάρες σὲ δύο ἀνθρώπους, πόσες θὰ πάρη καθένας ; **μ.** 10. **δ.** Τὶ ἔγεινεν ἐδῶ ; **μ.** διαίρεσις. **δ.** Διατί διαίρεσις ;... Διότι ὅταν μοιράζωμεν ὅ,τι δὴποτε πράγματα γίνεται *διαίρεσις*.

δ. Θέλω 15 αὐγά νὰ τὰ μοιράσω σὲ 3 παιδιὰ (γράφονται 15 : 3). Τὶ θὰ γείνη ἐδῶ ; **μ.** διαίρεσις. **δ.** Διατί ; **μ.** διότι θὰ μοιράσωμεν. **δ.** Πολὺ καλά. Ἐνθυμεῖται κανεὶς τὸ σημεῖον τῆς διαιρέσεως ;... Ἴδου τὸ σημεῖον (τῆς διαιρέσεως (γράφεται 15 : 3) καὶ λέγεται *διά*. Ἐδῶ θὰ τὰ διαβάσωμεν 15 διὰ 3. Πόσα αὐγά θὰ πάρη κάθε παιδί ; **μ.** 5 κ.τ.λ.

δ. Διαβάστε αὐτὰ καὶ λέγετε πόσον γίνεται (π. χ. 10 : 2, 10 : 5, 20 : 2, 20 : 4 κ.τ.λ.).

δ. Τώρα νὰ μάθετε νὰ τὰ λέτε ὄχι μὲ τὸ *διά*, ἀλλὰ εὐκολώτερα. Ἔτσι δά' ἀρχίζομεν ἀπὸ τὸ δεύτερον, τὰ μικρότερον. Τὸ 2 εἰς τὸ 10 εἰσέρχεται 5, τὸ 5 εἰς τὸ 10 εἰσέρχεται 2. Εἰπέτε καὶ σεῖς ἔτσι τὰ ἄλλα.

δ. Τὶ λοιπὸν ἐμάθαμεν τώρα ; **μ.** τὴν διαίρεσιν. **δ.** Τὶ ἤξεύραμεν ἀπὸ πρῶτα ; **μ.** προσθ. ἀφαιρ. καὶ πολλαπλ. **δ.** Καὶ τὰ τέσσαρα αὐτὰ ποῦ εἶπατε λέγονται *πράξεις* τῆς ἀριθμητικῆς· ἡ πρόσθεσις μία πρᾶξις, ἡ ἀφαιρέσις ἄλλη πρᾶξις κ.τ.λ. Πόσαι λοιπὸν εἶναι αἱ πράξεις τῆς ἀριθμητικῆς ;... Ποῖα καὶ ποῖα ;...

(Ὡς ἀσκήσεις δίδονται τὰ κατωτέρω ἐκ τῆς πρώτης τάξεως γνωστὰ καὶ ἀπλῶς ἐπαναλαμβανόμενα ἐδῶ. Εἰς ἄλλο δὲ μάθημα δίδονται ὁδηγίαι διὰ τὴν διαίρεσιν τῶν μέχρι τοῦδε διδαχθέντων μεγαλύτερων ἀριθμῶν).

15. Ἀσκήσεις

2 : 2 =	12 : 2 =	3 : 3 =	18 : 6 =	20 : 4 =	16 : 4 =
4 : 2 =	20 : 2 =	6 : 3 =	18 : 3 =	20 : 10 =	16 : 8 =
10 : 2 =	16 : 2 =	9 : 3 =	8 : 4 =	20 : 5 =	18 : 9 =
6 : 2 =	18 : 2 =	12 : 3 =	12 : 4 =	15 : 5 =	14 : 7 =
8 : 2 =	14 : 2 =	15 : 3 =	16 : 4 =	10 : 5 =	12 : 6 =

§ 11 Διαίρεσις δεκάδων ἐπὶ ἀριθμῶν μεγαλυτέρων τοῦ 20.

δ. Ἔως τὰ 20 ἤξεύρετε καλὰ τὴν διαίρεσιν. Τώρα θὰ μάθετε νὰ διαιρῆτε καὶ μεγαλυτέρους ἀριθμούς.

δ. Ἄν μοιράσω 20 πορτοκάλια σὲ 2 παιδιὰ (γράφεται $20 : 2$) πόσα θὰ πάρῃ καθένα ; **μ.** 10. **δ.** Σωστά· 10 τὸ ἓνα παιδί καὶ 10 τὸ ἄλλο 20. Λοιπὸν τὸ 2 εἰς τὸ 20 εἰσέρχεται 10. Ἄν ἦσαν τὰ παιδιὰ 10 καὶ τὰ πορτοκάλια πάλιν 20, (γράφεται κάτωθεν $20 : 10$) πόσα θὰ ἔπαιρνε κάθε παιδί ; **μ.** 2. Λοιπὸν τὸ 10 εἰς τὸ 20 εἰσέρχεται 2.

δ. Εἰς αὐτὰ τὰ 20 πορτοκάλια θὰ βάλω ἄλλα 10 καὶ θὰ γείνουν ; **μ.** 30. **δ.** Τὰ 30 θὰ τὰ μοιράσω σὲ 3. Πόσα θὰ πάρῃ καθένας ;... Θὰ πάρῃ 10. Διότι 10 ὁ ἓνας καὶ 10 ὁ ἄλλος 20 καὶ 10 ὁ ἄλλος 30. Λοιπὸν τὸ 3 εἰς τὸ 30 ; **μ.** εἰσέρχεται 10. **δ.** Καὶ τὸ 10 εἰς τὸ 30 ; **μ.** 3.

δ. Ἄν τώρα ἔχωμεν 40 πορτοκάλια νὰ μοιρασθοῦν εἰς 4, πόσα θὰ πάρῃ καθένας ;... θὰ πάρῃ 10. Λοιπὸν τὸ 10 εἰς τὸ 40 ; **μ.** 4. **δ.** Καὶ τὸ 4 εἰς τὸ 40 ; **μ.** 10.

(Οὕτω σχηματίζεται στήλη $20 : 2$ μέχρι $40 : 4$, καὶ παραπλεύρως ἄλλη $10 : 10$ μέχρι $40 : 10$. Τῶν λοιπῶν γνωστῶν δεκάδων ἡ διαίρεσις προτιμότερον νὰ μείνῃ δι' ἄλλο μάθημα. Θὰ εἶναι τότε πολὺ εὐκολωτέρα χωρὶς νὰ εἶναι φόβος νὰ γείνη σύγχυσις, ὅπως εἶναι τώρα, ἂν διδαχθοῦν ὅλοι συγχρόνως).

16. Ἀσκήσεις.

10	$1 \times 10 =$	10	$10 : 10 =$
$10 + 10 =$	$2 \times 10 =$	$20 : 2 =$	$20 : 10 =$
$10 + 10 + 10 =$	$3 \times 10 =$	$30 : 3 =$	$30 : 10 =$
$10 + 10 + 10 + 10 =$	$4 \times 10 =$	$40 : 4 =$	$40 : 10 =$

§ 12. Διαίρεσις ἀριθμῶν διαιρετῶν διὰ 5.

(Ο μαθηταὶ γνωρίζουν τὸν πολλαπλασιασμὸν τοῦ 5 μέχρι τοῦ 6×5 . Ἔως ἐδῶ λοιπὸν περιορίζεται καὶ ἡ διαίρεσις ἐπὶ τοῦ παρόντος).

δ. Ἔως τὸ 20 ξέερετε νὰ διαιρῆτε μὲ τὸ 5. Ἀλήθεια ; Λέγετέ

μου λοιπόν τὸ 5 εἰς τὸ 5 ; Ἀλλὰ πρῶτα τι θὰ εἰπῆ τὸ 5 εἰς τὸ 5 ; ... Θὰ εἰπῆ 5 πράγματα νὰ μοιρασθοῦν σὲ 5. Πόσα θὰ πάρῃ καθένας ; **μ. 1. δ.** Γράφω λοιπὸν $5 \cdot 5 = 1$. Τὸ 5 εἰς τὸ 10 ; (κ. τ.λ. μέχρι $30 : 5$. Γράφονται τὸ ἐν κάτωθεν τοῦ ἄλλου καὶ σχηματίζεται στήλη).

17. Ἀσκήσεις

$5 : 5 =$	$25 : 5 =$	$10 : 10 =$	$25 : 5 =$	$10 : 2 =$
$20 : 5 =$	$10 : 5 =$	$15 : 3 =$	$30 : 3 =$	$40 : 10 =$
$15 : 5 =$	$30 : 5 =$	$40 : 4 =$	$20 : 4 =$	$30 : 6 =$

§ 13. Οἱ ἀριθμοὶ 70—80.

(Ἡ διδασκαλία ὅπως εἰς τὰς προηγουμένας δεκάδας)

18. Ἀσκήσεις.

Νὰ γραφοῦν εἰς τρεῖς στήλας : 50 - 60 (51, 52 κτλ.) 60 - 70 καὶ 70 - 80.

Νὰ γραφοῦν δι' ἀριθμητικῶν ψηφίων : ὀγδῶντα, ἑβδομήντα, ἑβδομήντα δύο, ἑξήντα ἐπτὰ, ἑβδομήντα ὀκτώ, δεκαπέντε, εἴκοσι τρία, τριάντα τέσσαρα, ἑβδομήντα πέντε, ἑβδομήντα τρία, ἑβδομήντα ἕνα, σαράντα δύο, πενήντα ἕξι, ἑβδομήντα ἕξι, ἑβδομήντα ἑννέα, ἑβδομήντα ἐπτὰ, ἑξήντα τρία.

19. Ἀσκήσεις.

$70 + 10$	$50 + 10 + 20 =$	$80 - 10 =$	$80 - 10 - 10 =$
$60 + 10$	$20 + 20 + 20 =$	$60 - 10 =$	$80 - 20 - 20 =$
$30 + 20$	$40 + 20 + 20 =$	$80 - 20 =$	$70 - 10 - 20 =$
$40 + 40$	$30 + 20 + 30 =$	$80 - 40 =$	$80 - 40 - 10 =$

20. Ἀσκήσεις.

$70 + 5 + 5 =$	$20 + 15 + 5 =$	$80 - 5 =$	$75 - 15 =$
$30 + 5 + 5 =$	$40 + 15 + 5 =$	$70 - 5 =$	$65 - 15 =$
$40 + 5 + 5 =$	$50 + 15 + 5 =$	$60 - 5 =$	$55 - 15 =$
$50 + 5 + 5 =$	$60 + 15 + 5 =$	$50 - 5 =$	$45 - 15 =$

Κατὰ τὸν γνωστὸν ἐκ τῶν προηγουμένων τρόπον ἐπανελαμβάνε-

ται συντόμως ὁ πολλαπλασιασμός μέχρις 7×10 , προστίθεται δὲ καὶ τὸ 8×10 , καὶ συνεχίζεται ἢ διαίρεισι ἀπὸ 40 ἕως 80. Συνεχίζεται πρὸς τούτοις καὶ ὁ πολλαπλασιασμός τοῦ 5 ἀπὸ 6×5 μέχρι 10×5 καὶ ἀκολουθεῖ κατόπιν ἢ διαίρεισι διὰ 5.

Ἄλλα αὐτὰ γίνονται εἰς δύο ἢ τρία μαθήματα, εἰς τὰ ὁποῖα γίνονται ἐν συνεργασίᾳ διδασκάλου καὶ μαθητῶν καὶ τινες τῶν κατωτέρω ἀσκήσεων.

21. Ἀσκήσεις.

$1 \times 10 =$	$6 \times 10 =$	$10 \times 6 =$	$10 \times 5 =$
$2 \times 10 =$	$4 \times 10 =$	$10 \times 8 =$	$10 \times 2 =$
$5 \times 10 =$	$7 \times 10 =$	$10 \times 7 =$	$10 \div 4 =$
$3 \times 10 =$	$8 \times 10 =$	$10 \times 3 =$	$10 \times 1 =$

22. Ἀσκήσεις.

$60 : 6 =$	$20 : 10 =$	$50 : 5 =$	$60 : 10 =$
$70 : 7 =$	$40 : 4 =$	$70 : 10 =$	$30 : 10 =$
$80 : 8 =$	$50 : 10 =$	$70 : 7 =$	$30 : 3 =$
$80 : 10 =$	$40 : 10 =$	$20 : 2 =$	$80 : 10 =$

23. Ἀσκήσεις.

5	$1 \times 5 =$
$5 + 5 =$	$2 \times 5 =$
$5 + 5 + 5 =$	$3 \times 5 =$
(κ.τ.λ. μέχρι τοῦ νὰ προστεθῇ δεκάκις τὸ 5)	(κ.τ.λ. μέχρι 10×5)

24. Ἀσκήσεις.

$7 \times 5 =$	$6 \times 5 =$	$10 : 5 =$	$30 : 5 =$	$35 : 5 =$
$3 \times 5 =$	$4 \times 5 =$	$20 : 5 =$	$40 : 5 =$	$5 : 5 =$
$8 \times 5 =$	$5 \times 5 =$	$25 : 5 =$	$50 : 5 =$	$10 : 2 =$
$9 \times 5 =$	$10 \times 5 =$	$15 : 5 =$	$45 : 5 =$	$20 : 4 =$

Προβλήματα.

14. Εἰς δύο καλάθια ἔχομεν ἀπὸ 40 ἀγὰ κατῆνα. Πόσκι ἀγὰ εἶναι στὰ 2 καλάθια;

15. Εἰς τὴν πρώτην τάξιν εἶναι 40 μαθηταὶ καὶ εἰς τὴν δευτέραν 30. Πόσοι εἶναι εἰς τὰς δύο τάξεις :

16. Ἐνας βοσκὸς εἶχεν 80 πρόβατα καὶ ἐπώλησε 30. Πόσα τοῦ ἔμειναν :

17. Ἐνας ἄλλος εἶχε 50 πρόβατα καὶ ἠγόρασεν ἄλλα 30. Ἀπὸ αὐτὰ βόσκει μόνον 40, τὰ ἄλλα τὰ ἔδωσεν εἰς ἄλλον βοσκόν. Πόσα ἔδωσεν εἰς τὸν ἄλλον :

18. Ἐχομεν 80 κυπαρισσάκια νὰ τὰ μοιράσωμεν σὲ 10 παιδιὰ, διὰ νὰ τὰ φυτεύσῃ κάθε παιδί εἰς τὸν κήπὸν του. Πόσα θὰ πάρῃ κάθε παιδί :

§ 14. Οἱ ἀριθμοὶ 80—90.

(Ἡ διδασκαλία ὅπως εἰς τὰς προηγουμένας δεκάδας).

25. Ἀσκήσεις.

Νὰ γραφοῦν εἰς τρεῖς στήλα : 60 - 70, 70 - 80, 80 - 90,

Νὰ γραφοῦν μὲ ἀριθμητικὰ ψηφία : ἑνενηντα, ὀγδῶντα ἑννέα, ἑβδομηντα τέσσαρα, δέκα ὀκτώ, εἴκοσι ἑπτὰ, τριάντα ἕξι, ὀγδῶντα ἓνα, ἑξήντα ὀκτώ, ὀγδῶντα ὀκτώ, σαράντα πέντε, πενήντα τέσσαρα, ὀγδῶντα τρία, ὀγδῶντα πέντε, ἑξήντα τρία, ὀγδῶντα τέσσαρα, ὀγδῶντα ἑπτὰ.

26. Ἀσκήσεις.

$80 + 10 =$	$20 + 20 + 30 =$	$90 - 10 =$	$90 - 10 - 10 =$
$70 + 20 =$	$30 + 20 + 40 =$	$90 - 20 =$	$90 - 10 - 20 =$
$30 + 40 =$	$30 + 30 + 30 =$	$80 - 20 =$	$80 - 20 - 30 =$
$50 + 40 =$	$40 + 20 + 20 =$	$90 - 30 =$	$90 - 30 - 20 =$
$40 + 40 =$	$50 + 30 + 10 =$	$90 - 40 =$	$90 - 40 - 30 =$

27. Ἀσκήσεις.

$85 + 5 =$	$90 - 5 =$	$10 \times 5 =$	$8 \times 5 =$	$50 : 5 =$
$75 + 15 =$	$65 - 15 =$	$9 \times 5 =$	$7 \times 5 =$	$40 : 5 =$
$60 + 15 =$	$85 - 15 =$	$6 \times 5 =$	$3 \times 5 =$	$25 : 5 =$
$55 + 5 =$	$70 - 5 =$	$4 \times 5 =$	$5 \times 5 =$	$30 : 5 =$

28. Ἀσκήσεις.

$4 \times 10 =$	$5 \times 10 =$	$90 : 9 =$	$15 : 5 =$
$6 \times 10 =$	$7 \times 10 =$	$90 : 10 =$	$20 : 5 =$
$8 \times 10 =$	$3 \times 10 =$	$80 : 10 =$	$35 : 5 =$
$9 \times 10 =$	$2 \times 10 =$	$70 : 10 =$	$45 : 5 =$

Προβλήματα.

19. Εἰς ἓνα μαγαζὶ ἓνα κάρρο ἔφερε 20 σακκιά ἀλευρι, ἄλλο κάρρο ἔφερε 30 καὶ ἄλλο 15. Πόσα σακκιά εἶναι ὅλα ;

20. Ἡ μητέρα εἶχε 40 δρ. καὶ τῆς ἔδωσεν ὁ πατέρας ἄλλες 50. Ἀπ' αὐτὰ ὅλα ἐξώδευσε 60 διὰ φορέματα τῶν παιδιῶν. Πόσαι τῆς ἔμειναν ;

21. Ἠγοράσαμεν 8 πήχεις ὑφασμα ἀπὸ 5 δρ. τὸν πήχυν. Πόσον θὰ πληρώσωμεν ;

22. Ἐχομεν 50 δρ. καὶ ἀπὸ αὐτὰς θὰ ἀγοράσωμεν 10 πήχεις ὑφασμα ἀπὸ 5 δρ. τὸν πήχυν. Θὰ μᾶς φθάσουν ;

23. Ἐνα παιδί ἔχει 90 καρύδια. Θὰ κρατήσῃ τὰ 10 καὶ τὰ ἄλλα θὰ τὰ μοιράσῃ σὲ 8 παιδιὰ ποῦ ἐπῆρε σπίτι του. Πόσα θὰ πάρῃ κάθε παιδί ;

§ 15. Οἱ ἀριθμοὶ 90—100.

δ. Ἔως ποῦ ἠξεύρομεν νὰ μετροῦμεν ; **μ.** ἕως τὰ 90. **δ.** Ἐδῶ λοιπὸν εἰς τὰ 90 (γράφεται) ἂν βάλω ἄλλο 1, πόσα θὰ γείνουν ; **μ.** 91. **δ.** Σωστά. Τὸ γράφω καὶ αὐτὸ ἀπὸ κάτω. Ἄν βάλωμεν ἄλλο 1 ; **μ.** 92. (κ.τ.λ. καὶ γίνεται στήλη μέχρι τοῦ 99) **δ.** Ἄν τώρα εἰς τὰ 99 βάλωμεν ἄλλο 1, γίνονται 100. Ἴδοῦ πῶς γράφεται τὸ 100.

δ. Μετρήσατε ἀπὸ τὰ 90 ἕως τὰ 100 ἓνα-ἓνα... Ποῖος τώρα εἶναι ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς ποῦ ξεύρομεν ; **μ.** τὰ 100.

δ. Μετρήσατε τώρα δέκα-δέκα ἀπὸ τὰ 10 ἕως τὰ 100. Τώρα ἀπὸ τὰ 100 νὰ βγάζετε δέκα-δέκα ἕως νὰ φθάσωμεν εἰς τὸ 0...

δ. Πῶς γράφεται τὸ 10 ; **μ.** 1 καὶ 0. **δ.** Πολὺ καλὰ. Τὸ γράφω. Τὸ 20 ; **μ.** 2 καὶ 0 (κ.τ.λ. καὶ γίνεται στήλη μέχρι τοῦ 90) **δ.** Τὸ 90 λοιπὸν γράφεται μὲ 9 καὶ 0 καὶ τὸ 100 μὲ 10 καὶ 0. Νά το. (γράφεται κάτωθεν τοῦ 90)

(Γίνονται ἐρωτήσεις ἀναφερόμεναι καὶ εἰς τὰς τέσσαρας πράξεις ἀπὸ 10 - 100. χρησιμοποιεῖται ἐνταῦθα καὶ τὸ ἀριθμητήριον).

29. Ἀσκήσεις.

Νὰ γραφοῦν εἰς τρεῖς στήλας : 70 (71, 72 κ.τ.λ.) —80, 80—90, 90—100.

Νὰ γραφοῦν μὲ ἀριθμητικὰ ψηφία : ἑκατό, ἐνενηντα ἐννέα, ὀγδῶντα ἕξῃ, δέκα ἐπτὰ, εἴκοσι τρία, τριάντα ἐννέα, ἐνενηντα, ἐνενηντα ἓνα, ὀγδῶντα ἐπτὰ, ἐνενηντα ὀκτώ, σαράντα ἓνα, πενήντα τέσσαρα, ἑξήντα ἕξῃ, ἐνενηντα ἐπτὰ, ἐνενηντα δύο, ἐνενηντα ἕξῃ, ἑβδομήντα ἐπτὰ, ἐνενηντα τρία, ἐνενηντα τέσσαρα, ἐνενηντα πέντε.

30. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc} 90 + 10 = & 50 + 20 = & 100 - 10 = & 100 - 30 = \\ 80 + 10 = & 50 + 30 = & 100 - 20 = & 100 - 50 = \\ 80 + 20 = & 50 + 40 = & 90 - 30 = & 70 - 30 = \\ 70 + 10 = & 50 + 50 = & 80 - 40 = & 80 - 50 = \end{array}$$

31. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc} 30 + 10 + 20 = & 30 + 5 + 5 = & 100 - 20 - 10 = & 100 - 5 - 5 = \\ 40 + 40 + 20 = & 65 + 5 + 15 = & 100 - 30 - 20 = & 100 - 5 - 15 = \\ 30 + 20 + 40 = & 80 + 15 + 5 = & 90 - 40 - 20 = & 85 - 15 - 5 = \\ 20 + 30 + 50 = & 75 + 5 + 15 = & 80 - 40 - 10 = & 60 - 5 - 15 = \end{array}$$

32. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccccc} 7 \times 10 = & 3 \times 10 = & 7 \times 5 = & 70 : 10 = & 40 : 4 = & 50 : 5 = \\ 8 \times 10 = & 6 \times 10 = & 8 \times 5 = & 90 : 10 = & 30 : 3 = & 40 : 5 = \\ 9 \times 10 = & 4 \times 10 = & 9 \times 5 = & 80 : 10 = & 90 : 9 = & 30 : 5 = \\ 10 \times 10 = & 5 \times 10 = & 10 \times 5 = & 100 : 10 = & 100 : 10 = & 45 : 5 = \end{array}$$

Προβλήματα.

24. Ἐν δραχμῇ ἔχει 10 δεκάρες. Πόσες δεκάρες ἔχουν 3 δρ ;
 25. Πόσες δεκάρες ἔχουν 7 δρ;... 9 δρ;... 2 δρ;... κ.τ.λ.
 26. Ἡ δρ. ἔχει 100 λεπτά. Τὸ πενήνταράκι 50 λ. Πόσα λ. ἔχουν 2 πενήνταράκια;
 27. Ἡ δεκάρα ἔχει 10 λεπτά καὶ ἡ πεντάρα 5. Πόσα λεπτά κάμνομεν μὲ μὲ 3 δεκάρες καὶ 3 πεντάρες ;
 28. Πόσα λεπτά κάμνομεν μὲ 1 εἰκοσαράκι, μίαν δεκάραν καὶ μίαν πεντάραν;
 29. Πόσα λεπτά κάμνομεν μὲ 1 πενήνταράκι, ἕνα εἰκοσαράκι, μίαν δεκάραν καὶ μίαν πεντάραν ;
 30. Μὲ 10 λεπτά πόσες πεντάρες γίνονται ;... μὲ 15 λεπτά ;... μὲ 20 λεπτά ;... 30 λ... μὲ 40 λ... μὲ 50 λεπτά ;...
 31. Μὲ 30 λεπτά πόσες δεκάρες γίνονται;... μὲ 50; μὲ 80; κ.τ.λ.

§ 16. Μονάδες καὶ δεκάδες.

Μετὰ τὸν γενόμενον ἤδη σχηματισμὸν τῆς πρώτης ἑκατοντάδος καὶ τὴν ἐξοικειώσιν τῶν μαθητῶν πρὸς τὰ ποσά, δι' ὧν αὕτη βαθμηδὸν ἐσχηματίσθη, δυνάμεθα νὰ δώσωμεν ἀκριβῆ πλέον ἔννοιαν δεκάδος καὶ μονάδος, ὥστε νὰ διακριθῇ σαφέστερον ἢ ὅσον μέχρι τοῦδε ἡ μεταξὺ αὐτῶν σχέσις.

δ. Ἐδῶ εἰς τὴν ἔδραν, βλέπετε, ἔχω διάφορα πράγματα· ξυλάκια, σφαιροῦλες, κονδύλια, δεκάρες... Ξεύρετε πῶς λέγεται εἰς τὴν ἀριθμητικὴν ἕνα-ἕνα ἀπ' αὐτὰ τὰ πράγματα; Λέγεται **μονάς**· π. χ. ἕνα ξυλάκι μία μονάς, μία σφαῖρα μία μονάς, ἕνα κονδύλι μία μονάς. Ἀλλὰ καὶ ὅ,τι πρᾶγμα καὶ γὰρ εἶναι, π. χ. πορτοκάλι, αὐγό, καρῦδι, δένδρον, θρανίον κ.τ.λ. λέγετε μονάς.

δ. Παίρνω αὐτὸ τὸ ξυλάκι. Εἶναι μία μονάς. Ἀλήθεια;... Παίρνω καὶ ἄλλο· ἄλλη μονάς. Πόσας μονάδας ἐπῆρα; **μ.** 2 μονάδας. **δ.** Παίρνω καὶ ἄλλο. Πόσας ἔχω τώρα; **μ.** 3 μονάδας (οὕτω λαμβάνεται ἀριθμὸς τις· π. χ. 10 ἢ 15 ἢ καὶ περισσότερα).

δ. Ἄν ἔχω 20 αὐγά, ἔχω 20 μονάδας αὐγῶν. Ἄν πάρω 40 καρῦδια, τί λέγομεν, ὅτι ἔχω; **μ.** 40 μονάδας καρυδίων. **δ.** Ἄν ἔχωμεν 65 πορτοκάλια; **μ.** 65 μονάδας πορτοκαλίων κ.τ.λ. **δ.** Τέλος πάντων ὅσα εἶναι ἀπὸ κάθε τι, τόσαι μονάδες εἶναι.

δ. Προσέχετε τώρα ἐδῶ. Παίρνω 10 ξυλάκια, αὐτά. Εἶναι 10 μονάδες. Ἀλήθεια; Λοιπὸν αὐταὶ αἰ 10 μονάδες μαζὶ κάμνουν μίαν δεκάδα. Τὴν βάζω ἐδῶ. Παίρνω ἄλλα 10. Τί ἔκαμα; **μ.** ἄλλην δεκάδα. **δ.** Πόσας δεκάδας ἔχω τώρα; **μ.** 2 δεκάδας. **δ.** Πόσαι μονάδες γίνονται αἰ 2 δεκάδες; **μ.** 20 μονάδες. **δ.** Πολὸν καλά. 10 ἢ μία καὶ 10 ἢ ἄλλη 20.

δ. Πόσας μονάδας θέλομεν διὰ τὰ κάμωμεν 3 δεκάδας; Πόσας μονάδας θέλομεν διὰ 5 δεκάδας; κ.τ.λ. 4 δεκάδες πόσας μονάδας ἔχουν; κ.τ.λ.

δ. Ἐδῶ εἰς τὸ ἀριθμητήριον εἰς κάθε σύρμα εἶναι 10 μονάδες ἢ 1 δεκάς. Πόσαι μονάδες εἶναι εἰς τὰς 3 δεκάδας ἐδῶ; (δεικνύονται)... Εἰς τὰς 6 δεκάδας;... Εἰς τὰς 8 δεκάδας;... Εἰς τὰς 10 δεκάδας;... κ.τ.λ.

δ. Παίρνω μίαν δεκάδα (δεικνύεται εἰς τὸ ἀριθμητήριον) καὶ ἀπὸ τὴν παρακάτω 5 μονάδας (αἰ ἄλλαι 5 τῆς δεκάδος ἀπομακρύνονται). Πόσαι μονάδες εἶναι ὅλαι; **μ.** 15. **δ.** Σωστά· 10 ποῦ ἔχει ἡ δεκάς καὶ 5 αἰ παρακάτω 15. Παίρνω τώρα 2 δεκάδας, αὐτάς ἐδῶ, καὶ 8 μονάδας ἀπὸ τὴν παρακάτω. Πόσαι μονάδες εἶναι ὅλαι; **μ.** 28. **δ.** Πῶς τὸ εὐρήκατε; **μ.** 20 ποῦ εἶναι αἰ 2 δεκάδες καὶ 8 αἰ ἄλλαι 28 κ.τ.λ.

δ. Μὲ 8 μονάδας κάμνω καρμῖαν δεκάδα; **μ.** ὄχι. **δ.** Διατί; **μ.** διότι χρειάζονται 10 καὶ εἶναι μόνον 8. **δ.** Μὲ 12 μονάδας κάμνομεν καρμῖαν δεκάδα; **μ.** κάμνομεν μίαν καὶ περισσεύουν καὶ 2 μονάδες. **δ.** Μὲ 25 μονάδας τί καὶ τί γίνεται; **μ.** 2 δεκάδες

καὶ 5 μονάδες κ.τ.λ. Τὶ ἀριθμὸς γίνεται μὲ μιαν δεκάδα καὶ 6 μονάδας ;... Μὲ 3 δεκάδας καὶ 4 μονάδας ;... Μὲ 5 δεκάδας καὶ 8 μονάδας ; κ.τ.λ.

33. Ἀσκήσεις.

Νὰ γραφοῦν μὲ ἀριθμητικὰ ψηφία οἱ ἀριθμοὶ ποῦ γίνονται ἀπὸ τὰς σημειουμένας μονάδας καὶ δεκάδας :

δύο	δεκάδες	ἑπτὰ	μονάδες	ἑπτὰ	δεκάδες	ὀκτὼ	μονάδες
τρεις	»	ἐννέα	»	ἐννέα	»	ἕξ	»
τέσσαρες	»	μία	»	ὀκτὼ	»		
τέσσαρες	»			ὀκτὼ	»	ἐννέα	»
πέντε	»			δέκα	»		
μία	»	δύο	»	ὀκτὼ	»	τέσσαρες	»

§ 17. Στήλη μονάδων καὶ δεκάδων.

α. 15 **δ.** Διαβάσῃ τὸν πρῶτον ἀριθμὸν (α). **μ.** 15. **δ.** Πόσας δεκάδας καὶ πόσας μονάδας ἔχει ὁ ἀριθ. 15 ; **μ.** 1 δεκ. καὶ 5 μον. **δ.** Παρακάτω. **μ.** 24. **δ.** Πόσας δεκ. καὶ μον. ἔχομεν ἐδῶ ; **μ.** 2 δεκ. καὶ 4 μον. **δ.** Παρακάτω. **μ.** 9. μον. **δ.** Ἐδῶ τί ἔχομεν ; **μ.** μόνον μονάδας, δεκάδας δὲν ἔχομεν. **δ.** Πολὺ καλά. Εἰς τὸ 30 παρακάτω τί καὶ τί ἔχομεν ; **μ.** 3 δεκ. **δ.** Καὶ μονάδας ;... Δὲν ἔχομεν μον. **δ.** Τὸ 30 εἶναι σωστά-σωστά 3 δεκ. Δὲν περισσεύουν μονάδες καὶ ἔχομεν 0. (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς στήλης)

δ. Τί εἶναι ἐδῶ (α) τὸ 5 ; **μ.** μον. **δ.** Τὸ 4 παρακάτω ; **μ.** μον. **δ.** Τὸ 9 παρακάτω ; **μ.** μον. (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς στήλης) **δ.** Ὡστε εἰς ὅλην αὐτὴν τὴν στήλην. (δεικνύεται) γράφονται ὅλο μονάδες. Ἰάμε εἰς τὴν ἄλλην. Τί εἶναι ἐδῶ (α) τὸ 1 ; δεκ. (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς στήλης).

δ. Λοιπὸν εἰς τὴν τελευταίαν στήλην (δεικνύεται) γράφονται πάντοτε αἱ μονάδες. Εἰς τὴν προηγουμένην ἀριστερὰ (δεικνύεται) πάντοτε αἱ δεκάδες.

δ. Νὰ ἰδῆτε τώρα ἀκόμη καλύτερα τί διαφορὰν ποῦ ἔχουν αἱ μονάδες ἀπὸ τὰς δεκάδας. (γίνεται στήλη εἰς τὸν πίνακα ἐκ τῶν ἀριθ. π. χ. 11, 22, 33, 7, 82 ἢ καὶ ἄλλων). Ἐδῶ εἰς τὸ 11 τὸ ἴδιο ἀξίζει τὸ πρῶτον 11 τὸ ἴδιο καὶ τὸ δεῦτερον ; Τὸ πρῶτον ἀξίζει 10. Διατί ; **μ.** διότι εἶναι δεκάς. **δ.** Βέβαια. Τὸ ἄλλο, εἶναι μονάς

καὶ ἀξίζει μόνον 1. Εἰς τὸ 22 τὸ ἴδιο ἀξίζει καὶ τὸ πρῶτον 2 καὶ τὸ δευτέρον; **μ.** τὸ πρῶτον ἀξίζει 20, διότι εἶναι 2 δεκάδες... **δ.** Εἰς τὸ 33 ποιὸ ἀπὸ τὰ δύο 3 ἀξίζει περισσότερον; **μ.** τὸ πρῶτον. **δ.** Διατί; **μ.** διότι εἶναι 3 δεκάδες καὶ ἀξίζει 30... **δ.** Αὐτὸ ἐδῶ τὸ 7 εἶναι εἰς τὴν θέσιν τῶν μονάδων καὶ λέγει 7. "Ἐάν ἦτο λιγάνι ἀριστερά, κάτω ἀπὸ τὸ πρῶτον 3, πόσον νομίζετε, ὅτι θὰ ἔλεγε;... Θὰ ἔλεγεν 70, διότι θὰ ἦτο 7 δεκάδες κ.τ.λ.

(Καλοῦνται μαθηταὶ τινες εἰς τὸν πίνακα καὶ γράφουν ἀριθμοὺς κατὰ στήλας καὶ γίνονται τοιαῦται συγκρίσεις).

34. Ἀσκήσεις.

Νὰ γείνη μία στήλη μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 26, 84, 8, 7, 13 (αἱ μονάδες καὶ αἱ δεκάδες νὰ γράφωνται ὀρθῶς εἰς τὴν θέσιν των). Ἄλλη μὲ τοὺς ἀριθ. 6, 15, 70, 9, 35. Ἄλλη μὲ τοὺς ἀριθ. 40, 5, 64, 95, 12. Καὶ ἄλλη μὲ τοὺς ἀριθ. 78, 7, 14, 3, 1.

§ 18. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις δεκάδων.

α. 10+10	β. 20—10	γ. 10+10	δ. 21—10
15+10	25—10	11+10	34—10
25+10	35—10	22+10	47—10

δ. Πόσα γίνονται αὐτὰ ἐδῶ; (α) **μ.** 20. **δ.** Καὶ τὰ παρακάτω 15+10; **μ.** 25. **δ.** Πῶς τὸ εὗρήκατε;... Ἴδου πῶς τὸ εὗρίσκομεν. Πόσα λέγει αὐτὸ τὸ 1 ἐδῶ εἰς τὸ 15; **μ.** λέγει 10, διότι εἶναι δεκάς. **δ.** 10 αὐτὰ καὶ 10 τὰ ἄλλα ἐδῶ (δεικνύονται) 20 καὶ 5... 25. Λοιπὸν 15 καὶ 10... 25. Τὰ παρακάτω 25+10;... 20 ποῦ εἶναι αἱ 2 δεκάδες τοῦ 25 καὶ 10 τὰ ἄλλα 30 καὶ 5... 35. Λοιπὸν; **μ.** 25 καὶ 10... 35.

δ. Ἀλλὰ χωρὶς νὰ χάνωμεν καιρὸν, ὅταν προσθέτωμεν 10, πηγαίνομεν ἀμέσως ἀπὸ τὸ 15 εἰς τὸ 25, ἀπὸ τὸ 25 εἰς τὸ 35. Εἰπέτε μου: 35+10; **μ.** 45. **δ.** 45 καὶ 10;... 55 καὶ 10; κ.τ.λ.

δ. Τί λέγουν αὐτὰ ἐδῶ; (β) **μ.** 20 πλὴν 10. **δ.** Πόσα μένουν; **μ.** 10. **δ.** Πόσα μένουν εἰς τὰ παρακάτω 25 πλὴν 10; **μ.** 15. **δ.** Πολὺ καλά. Εἰς τὴν πρόσθεσιν πηγαίνομεν δέκα ἔμπρός· ἀπὸ τὸ 15 εἰς τὸ 25, ἀπὸ τὸ 25 εἰς τὸ 35 κ.τ.λ. Εἰς τὴν ἀφαίρεσιν πηγαίνομεν 10 ὀπίσω· ἀπὸ τὸ 35 π. χ. εἰς τὸ 25 κ.τ.λ.

δ. Ἐδῶ τώρα (γ). Πόσα γίνονται; **μ.** 20. **δ.** Καὶ παρακάτω;

μ. 21. δ. Πολὺ καλὰ. Ὅπως γίνεται καὶ μὲ τὸ 15, 25 κ.τ.λ. Λοιπὸν 32 καὶ 10 ;... 44 καὶ 10 ;... 56 καὶ 10 ;... 69 καὶ 10 ; κ.τ.λ. (Ὅτῳ καὶ ἡ ἀφαίρεσις τοῦ 10.)

35. Ἀσκήσεις.

(Δίδονται ἀριθμοὶ τινες, π. χ. $36+10$, $28+10$ κ.τ.λ. καὶ $48-10$, $72-10$ κ.τ.λ. διὰ νὰ εὑρεθοῦν τὰ ἀθροίσματα καὶ αἱ διαφοραί).

$\alpha. 25+10$	$\beta. 45-10$
$25+20$	$45-20$
$36+10$	$58-10$
$36+20$	$58-20$

δ. Πόσα γίνονται αὐτὰ ἐδῶ ; (α) **μ. 35. δ.** Πολὺ εὐκόλα, πιστεύω θὰ εὑρετε πόσον γίνεται τὸ $25+20$. **μ. 45 ! δ.** Πῶς τὸ εὑρήκατε ; **μ.** δύο φορές 10. **δ.** Πολὺ καλὰ. Αὐτὸ εἶναι. Τώρα $36+10$. Πόσον ; **μ. 46. δ.** Καὶ $36+20$; **μ. 56. δ.** Ἔτσι. Πεταχθήκαμε ἀμέσως δύο φορές 10. Καὶ $36+30$;... $40+30$;... $42+30$;... $65+20$;... $64+30$; κ.τ.λ.

δ. Ἐδῶ τώρα (β.) $45-10$; **μ. 35. δ.** $45-20$; **μ. 25. δ.** Αὐτὸ εἶναι. Κατεθαίνουμε δύο φορές 10. Εἰπέτε μου : $52-20$;... $65-30$;... $90-30$; κ.τ.λ.

36. Ἀσκήσεις.

$28+10=$	$55+20=$	$43-20=$	$82-20=$
$28+20=$	$55+40=$	$64-30=$	$84-20=$
$35+30=$	$62+30=$	$78-40=$	$65-40=$
$46+30=$	$74+20=$	$95-40=$	$79-20=$

Προβλήματα.

32. Πόσα λεπτὰ εἶναι 3 πεντάρες καὶ 1 εἰκοσαράκι ;
 33. Πόσα λ. εἶναι 1 πενηνταράκι καὶ 2 δεκάρες ·
 34. Πόσα λ. εἶναι 2 πενηνταράκια ;
 35. Ἀπὸ 2 πενηνταράκια, ποῦ εἶχαμεν ἐξωδύσαμεν 3 δεκάρες. Πόσα λεπτὰ μᾶς ἔμειναν ;
 36. Πόσαι δρ. γίνονται 1 μονόδραχμον, 1 διδραχμον, 1 πεντάδραχμον καὶ 1 δεκάδραχμον ;
 37. Πόσαι δρ. γίνονται 10 μονόδραχμα καὶ 10 διδραχμα ;

38. Πόσαι δρ. γίνονται 10 μονοδρ. 10 διδρ. και 10 πεντάδραχμα ;
 39. Πόσαι δρ. γίνονται 3 δεκαδρ. 3 πενταδρ. και 10 διδραχμα ;
 40. Πόσαι δρ. γίνονται 8 διδρ. 2 πεντάδρ. και 3 δεκάδραχμα ;

ΜΕΤΑ ΤΑΣ ΔΕΚΑΔΑΣ ΚΑΙ ΠΕΝΤΑΔΑΣ
 ΟΙ ΛΟΙΠΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ 1—100

Μετὰ τὴν κατὰ δεκάδας καὶ πεντάδας ἀρίθμησην ἀπὸ 1 - 100, τὸ ἐπίσημον πρόγραμμα δριζέει : α') « Ἀρίθμησης ἀπὸ τοῦ 21 - 30 ἀνιούσα καὶ κατιούσα κατὰ σειρὰν καὶ διὰ παραλείψεως ἐν τῷ μεταξὺ ἀριθμῶν, β') Πρόσθεσις καὶ ἀφαιρέσις ἐντὸς τῆς δεκάδος ταύτης. γ') Πολλαπλασιασμός τοῦ 2 καὶ 3 ἐντὸς τῆς δεκάδος ταύτης. δ') Αἱ δυναταὶ πλήρεις διαιρέσεις τῶν ἀριθμῶν 20 - 30 διὰ τῶν ἀριθμῶν 1 - 10 ».

ἜΟλα ταῦτα καιόπιν ἐκτείνονται. κατὰ τὸ ἐπίσημον πρόγραμμα, ἐπὶ τῶν λοιπῶν δεκάδων μέχρι τοῦ 100.

Πρὸς τοῦτο ὁμως, νομίζομεν, δὲν πρέπει νὰ παραλειφθοῦν τὰ ἀπὸ 1 - 20, ἃν καὶ διδαχθέντα ἐν τῇ πρώτῃ τάξει, ἀλλ' ἐξ αὐτῶν ἀκριβῶς νὰ δομηθῶμεν. Καὶ ἂν μὲν γνωρίζουν ταῦτα καλῶς οἱ μαθηταί, τόσῳ καλύτερον στήριγμα θὰ εἶρη ἢ περαιτέρω διδασκαλία. Ἄν τούναντίον, πρέπει πρώτον νὰ ἐκμάθουν ταῦτα καλῶς καὶ καιόπιν νὰ προχωρήσωμεν. Ἡ ἀκριβὴς γνώσις καὶ ἡ εὐχερὴς κίνησις ἐντὸς τῶν ὀλίγων τούτων ἀριθμῶν 1 - 20 εἶναι ἡ βᾶσις τῶν μετὰ ταῦτα, διότι ὅταν οἱ μαθηταὶ γνωρίζουν καλῶς π. χ. τὸ $8+3=11$, τὸ $8+6=14$ κ.τ.λ κ.τ.λ. χωρὶς καμμίαν δυσκολίαν θὰ ἐννοήσουν ἁμέσως τὸ $18+3=21$ καὶ τὸ $28+6=34$. κ.τ.λ. κ.τ.λ.

Ἡ διδασκαλία 1 - 20 θὰ εἶναι πάντως συντομωτέρα ἢ ἐν τῇ πρώτῃ τάξει· θὰ εἶναι μᾶλλον ἀπλῆ εἰς τὴν μνήμην ἀνάκλησις γνωστικῶν, ἵνα δι' αὐτῶν καιανοηθοῦν τὰ ἄγνωστα, ἐκτὸς τῆς σπανίας περιπτώσεως ἂν οἱ μαθηταὶ εἶναι πολὺ ἀδύνατοι εἰς ταῦτα, ὅτε πρέπει νὰ ἐπιμείνωμεν.

Ἀρχίζομεν ἀπὸ τὸ 2, διότι ἡ τοῦ 1 ἀρίθμησης εἶναι πλέον ἐντελῶς περιττὴ καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἀνιαρὰ.

§ 19. Πρόσθεσις καὶ ἀφαιρέσις τοῦ 2.

δ. Τὸ 2 ξεύρετε νὰ τὸ λογαριάσετε νεράκι. Ἀλήθεια ; $1+2$ πόσον γίνεται ; μ. β. δ. Σεῖς νὰ λέγετε καὶ ἐγὼ νὰ γράφω. Λοιπὸν $2+2$; (κ.τ.λ. καὶ γίνεται στήλη ἀπὸ $1+2=3$ μέχρι $10+2=12$, μεθ' ὃ γίνονται ἐρωτήσεις οὐχὶ κατὰ σειρὰν).

δ. Τώρα $11+2$ πόσα γίνονται ; **μ.** 13. **δ.** Μάλιστα, τὸ γράφω. Καὶ $12+2$; **μ.** 14 (κ.τ.λ. καὶ γίνεται ἄλλη στήλη παραλλήλως τῆς πρώτης ἀπὸ $11+2=13$ μέχρι $18+2=20$).

δ. Ἐφθάσαμεν λοιπὸν ἕως τὸ $18+2$. Προχωροῦμεν εἰς τὸ $19+2$. (γίνεται ἀρχὴ τρίτης παραλλήλου στήλης) Πόσα γίνονται ; .. Πόσα γίνονται $9+2$; **μ.** 11. **δ.** Ἀπ' αὐτὸ ἤμπορεῖτε νὰ καταλάβετε πόσα γίνονται $19+2$. **μ.** 21! (κ.τ.λ. καὶ συμπληροῦται ἡ στήλη μέχρις $28+2=30$ καὶ γίνονται ἐρωτήσεις).

(Δὲν ἀφίνεται ἐδῶ ἡ ἀφαίρεσις δι' ἄλλο μάθημα, ὅπως ἐγένετο εἰς τὰ προηγούμενα, ὅτε ἦσαν μεγαλύτεραι αἱ δυσκολίαι),

δ. Τὶ λέγει ἐδῶ ; **μ.** $30-2$. **δ.** Πόσα μένουσιν ; **μ.** 28. **δ.** Παρακάτω γράφω $29-2$. Πόσα ; (κ.τ.λ. καὶ γίνεται στήλη μέχρις $20-2$). Τὰ ἄλλα τὰ ξεύρετε καὶ δὲν τὰ γράφομεν. Νὰ μοῦ τὰ εἰπῆτε μόνον ἀπ' ἑξῶ : $15-2$; ... $18-2$; ... $11-2$; κ.τ.λ.

37. Ἀσκήσεις.

$18+2=$	$23+2=$	$30-2=$	$19-2=$	$25+10=$
$9+2=$	$19+2=$	$20-2=$	$26-2=$	$40+20=$
$27+2=$	$24+2=$	$10-2=$	$23-2=$	$42+10=$
$28+2=$	$21+2=$	$11-2=$	$21-2=$	$65+10=$

§ 20. Πολλαπλασιασμός καὶ διαίρεσις τοῦ 2.

δ. Εἰς τὸ ἄλλο μάθημα εἶπαμεν τὴν πρόσθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν τοῦ 2. Τώρα μᾶς μένει ὁ πολλαπλασιασμός καὶ ἡ διαίρεσις. Καὶ αὐτὰ τὰ ξεύρετε καλά. Λέγετέ μου τὶ λέγει αὐτό ; (1×2) . **μ.** 1 ἐπὶ 2. **δ.** Πόσον γίνεται ; **μ.** 2. **δ.** Κάτω ἀπ' αὐτὸ γράφω 2×2 . Πόσον γίνεται ; **μ.** 4. (κ.τ.λ. καὶ γίνεται στήλη μέχρι 10×2 , ἣν ἐπαναλαμβάνουσι κατὰ σειρὰν τινὲς τῶν μαθητῶν, ἀφοῦ σβεσθοῦν τὰ γινόμενα, μεθ' ὃ γίνονται ἐρωτήσεις οὐχὶ κατὰ σειρὰν).

δ. Τὶ λέγει αὐτό ; **μ.** $2 : 2$. **δ.** Καὶ τί σημαίνει ; **μ.** τὰ 2 νὰ τὰ μοιράσουν 2. **δ.** Πόσα θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** 1. **δ.** Παρακάτω γράφω $4 : 2$. Πόσον ; **μ.** 2. (κ.τ.λ. μέχρις $20 : 2$. Ἐπανάληψις τῆς στήλης κατὰ σειρὰν, ἀφοῦ σβεσθοῦν τὰ πηλίκια, καὶ ἐρωτήσεις).

38. Ἀσκήσεις.

$3 \times 2 =$	$4 \times 2 =$	$10 : 2 =$	$6 : 2 =$	$3 \times 10 =$
$6 \times 2 =$	$10 \times 2 =$	$20 : 2 =$	$16 : 2 =$	$4 \times 10 =$
$1 \times 3 =$	$9 \times 2 =$	$8 : 2 =$	$4 : 2 =$	$5 \times 10 =$
$8 \times 2 =$	$7 \times 2 =$	$12 : 2 =$	$18 : 2 =$	$10 \times 5 =$
$5 \times 2 =$	$2 \times 2 =$	$14 : 2 =$	$2 : 2 =$	$6 \times 5 =$

§ 21. Πρόσθεσις καὶ ἀφαιρέσις τοῦ 3.

α. $1 + 3 = 4$	β. $11 + 3 = 14$	γ. $21 + 3 = 24$
$2 + 3 = 5$	$12 + 3 = 15$	$22 + 3 = 25$
(κ.τ.λ. μέχρι $10 + 3$)	(κ.τ.λ. μέχρις $20 + 3$)	(κ.τ.λ. μέχρι $30 + 3$)

δ. Πόσα γίνονται $1 + 3$; (α) **μ.** 4. **δ.** Τώρα θὰ γράψω 2 καὶ 3. Πόσα; **μ.** 5. **δ.** Καὶ ἂν ἔλεγα $3 + 2$; **μ.** πάλιν 5. **δ.** Τὶ θὰ γράψω παρακάτω; **μ.** $3 + 3$. **δ.** Πόσα γίνονται; **μ.** 6 (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς στήλης). Τώρα τὰ εἶδετε ἐδῶ γραμμένα πόσα γίνονται. Θὰ τὰ σήσω νὰ μοῦ εἰπῆτε τὴν σειρὰν ἀπ' ἔξω. (κατόπιν ἐρωτήσεις οὐχὶ κατὰ σειρὰν)... Τώρα θὰ ξαναγράψω πόσα γίνονται! Ἄλλὰ νὰ τὰ λέτε σεῖς. **μ.** $1 + 3 = 4$ κ.τ.λ.

δ. Ἐδῶ τώρα (β) Πόσα γίνονται;... Ἴδετε ἐδῶ (α). Λέγει $1 + 3 = 4$. Εἶναι καὶ ἐδῶ $1 + 3$ (δεικνύεται ἡ μονὰς τοῦ 11) καὶ γίνεται 4. Ἄλλὰ τί εἶναι περισσότερο; Νὰ ἐδῶ ἡ δεκάς τοῦ 11. Καὶ γίνονται 8; **μ.** 14. **δ.** Ἄλλὰ τὰ λέμε ἀμέσως χωρὶς νὰ ἐξετάζωμεν μονάδας καὶ δεκάδας, διότι ἀργοῦμε. Εὐρόμεν ἀπὸ πρῶτα $2 + 3 = 5$, λοιπὸν λέμε ἀμέσως $12 + 3 = 15$. Εὐρόμεν $3 + 3 = 6$. Λοιπὸν; **μ.** $13 + 3 = 16$ κ.τ.λ. (Οὕτω συμπληροῦται ἡ δευτέρα στήλη καὶ γίνεται κατόπιν ὅ,τι καὶ εἰς τὴν πρώτην).

δ. Πόσα τὰ εὐρίσκετε αὐτά; (γ) **μ.** 24. **δ.** Πολὺ ὠραία! $1 + 3 = 4$, $11 + 3 = 14$, $21 + 3 = 24$. Ἔτσι τὰ εὐρίσκετε πολὺ εὐκολα. (Συμπληροῦται ἡ στήλη καὶ γίνεται ὅ,τι καὶ εἰς τὰς δύο προηγούμενας).

39. Ἀσκήσεις.

$4 + 3 =$	$8 + 3 =$	$7 + 3 =$	$11 + 10 =$	$50 + 20 =$
$14 + 3 =$	$18 + 3 =$	$15 + 3 =$	$12 + 10 =$	$60 + 30 =$
$24 + 3 =$	$19 + 3 =$	$28 + 3 =$	$25 + 10 =$	$50 + 40 =$
$2 + 3 =$	$26 + 3 =$	$29 + 3 =$	$33 + 10 =$	$50 + 50 =$

(Ἡ ἀφαίρεσις θὰ διδάσκεται τοῦ λοιποῦ χωριστὰ ἀπὸ τὴν πρόσθεσιν καὶ ὁ πολλαπλασιασμὸς χωριστὰ ἀπὸ τὴν διαίρεσιν, διότι αἱ δυσκολίαι γίνονται βαθμηδὸν μεγαλύτεραι).

δ. Εἰς τὴν πρόσθεσιν τοῦ 3 εἶχαμεν κάμῃ τρεῖς στήλας. Ἡ πρώτη ἔφθανεν ἕως $10 + 3 = 13$. Ἀπ' ἐδῶ θ' ἀρχίσωμεν τὴν ἀφαίρεσιν. Λοιπὸν $13 - 3$; (γράφεται) **μ.** 10. **δ.** Τώρα παρακάτω $12 - 3$. Πόσα; **μ.** 9. (κ.τ.λ. μέχρι $3 - 3 = 0$. Γίνεται ἐπανάληψις κατὰ σειρὰν ἀφοῦ σθεσθοῦν αἱ διαφοραὶ καὶ κατόπιν ἐρωτήσεις).

(Αὐτὸ τοῦτο γίνεται καὶ εἰς τὴν δευτέραν στήλην $23 - 3$ μέχρι $13 - 3$ καὶ εἰς τὴν τρίτην $33 - 3$ μέχρις $23 - 3$).

40. Ἀσκήσεις.

$13 - 3 =$	$12 - 3 =$	$11 - 3 =$	$35 - 10 =$
$23 - 3 =$	$7 - 3 =$	$18 - 3 =$	$43 - 10 =$
$33 - 3 =$	$22 - 3 =$	$31 - 3 =$	$50 - 10 =$
$15 - 3 =$	$32 - 3 =$	$21 - 3 =$	$52 - 10 =$

41. Ἀσκήσεις.

$21 + 2 =$	$23 + 3 =$	$32 - 3 =$	$17 - 3 =$	$28 - 10 =$
$24 + 2 =$	$23 + 2 =$	$22 - 3 =$	$26 - 3 =$	$48 - 10 =$
$25 + 3 =$	$28 + 2 =$	$12 - 3 =$	$26 - 2 =$	$75 - 10 =$
$29 + 3 =$	$28 + 3 =$	$11 - 2 =$	$26 - 10 =$	$85 - 10 =$

§ 22. Πολλαπλασιασμὸς τοῦ 3.

δ. Ἐμάθαμεν τὴν πρόσθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν τοῦ 3. Τώρα θὰ μάθωμεν τὸν πολλαπλασιασμὸν τοῦ 3. Νὰ ἰδοῦμε τι ἐνθυμεῖσθε ἀπὸ πρῶτα: 1×3 ; **μ.** 3. **δ.** 2×3 ; **μ.** 6 (κ.τ.λ. μέχρις 6×3 . Ἐπαναλαμβάνεται ἡ σειρὰ καὶ κατόπιν γίνονται σκορπιστὰ ἐρωτήσεις).

δ. Ἄς τὰ γράψωμεν τώρα μὲ τὴν σειρὰν (γίνεται στήλη ἀπὸ 1×3 μέχρις 6×3 , τὴν ὁποῖαν ἐπαναλαμβάνουν οἱ μαθηταί, ἐρωτημένων κατὰ προτίμησιν, ἐννοεῖται, τῶν ἀδυνατοτέρων).

δ. Ἐως ἐδῶ τὰ ἤξεύρατε ἀπὸ πρῶτα. τώρα θὰ προχωρήσωμεν. Μετὰ τὸ 6×3 ἔρχεται τὸ 7×3 , δηλαδὴ θὰ προσθέσωμεν ἑπτὰ φορές τὸ 3. (γράφεται εἰς γραμμὴν ὀριζόντιον ἑπτὰ φορές τὸ 3 εἰς πρόσθεσιν ἐνῶ οἱ μαθηταί λέγουν ἕκαστον ἄθροισμα). Τί ἀριθμὸς γίνεται λοιπὸν, ἂν προστεθῇ 7 φορές τὸ 3; **μ.** 21.

(Οὕτω γράφεται κατωτέρω 8 φορές τὸ 3, κατωτέρω 9 καὶ κα-

τωτέρω 10 φορές, ἐνῶ οἱ μαθηταὶ ἐπαναλαμβάνουν τὰ ἀθροίσματα).

δ. Τώρα θὰ κάμω μίαν μεγάλην στήλην ἐξ ἀρχῆς καὶ σεῖς θὰ λέτε πόσα γίνονται : 1×3 ; **μ.** 3. **δ.** 2×3 ; **μ.** 6 (κ.τ.λ. μέχρι 10×3 . Ἐπαναλαμβάνεται ἡ στήλη κατὰ σειράν, ἀφοῦ σθεσθοῦν τὰ γινόμενα καὶ κατόπιν γίνονται ἐρωτήσεις σκορπιστά).

42. Ἀσκήσεις.

$1 \times 3 =$	$6 \times 3 =$	$8 \times 3 =$	$4 \times 3 =$
$2 \times 3 =$	$7 \times 3 =$	$8 \times 3 =$	$7 \times 3 =$
$3 \times 3 =$	$8 \times 3 =$	$9 \times 3 =$	$7 \times 2 =$
$4 \times 3 =$	$9 \times 3 =$	$9 \times 2 =$	$6 \times 2 =$
$5 \times 3 =$	$10 \times 3 =$	$5 \times 2 =$	$6 \times 3 =$

43. Ἀσκήσεις.

$7 + 3 =$	$30 - 3 =$	$6 \times 3 =$	$30 + 30 =$
$27 + 3 =$	$26 - 3 =$	$7 \times 3 =$	$55 + 10 =$
$19 + 3 =$	$22 - 3 =$	$8 \times 3 =$	$55 + 20 =$
$8 + 3 =$	$21 - 3 =$	$9 \times 3 =$	$60 + 30 =$
$28 + 3 =$	$28 - 3 =$	$10 \times 3 =$	$60 + 40 =$

§ 23. Διαίρεσις διὰ 3.

(Ἐπαναλαμβάνεται συντόμως ἡ διὰ τοῦ 2 διαίρεσις μέχρις 20)

δ. Τώρα θὰ μάθωμεν νὰ διαιροῦμεν μὲ 3. Ἴδου 3 ξυλάκια νὰ μοιρασθοῦν σὲ 3 παιδιὰ. Πόσα ἐπῆρε καθένας ; **μ.** 1. **δ.** Λοιπὸν ὅταν μοιράζωμεν 3 πράγματα σὲ τρεῖς ἀνθρώπους, πόσα παίρνει καθένας ; **μ.** 1. **δ.** Πῶς τὸ γράφομεν ; **μ.** $3 : 3 = 1$ (γράφεται καὶ γίνεται ἀρχὴ στήλης).

δ. Ἄς πάρω 4 νὰ τοὺς μοιράσω... Περισσεύει 1... Πρέπει νὰ μὴ περισσεύῃ τίποτε. Ἀργότερα θὰ μάθωμεν τί γίνεται, ὅταν περισσεύουν. Ἄς τοὺς μοιράσωμεν 5... Πόσα ἐπῆρες σὺ ; **μ.** 2. **δ.** Καὶ σὺ ; **μ.** 2. **δ.** Καὶ σὺ ; **μ.** 1. **δ.** Δὲν κάνει ἔτσι. Εἰς τὴν διαίρεσιν πρέπει νὰ παίρνουν ὅλοι ἴσα. Ἄς τοὺς μοιράσω 6... Τώρα μάλιστα ὅλοι ἐπῆραν ἀπὸ 2. Πῶς τὰ τὸ γράψω παρακάτω ; **μ.** $6 : 3 = 2$.

δ. Διὰ νὰ πάρῃ καθένας ἀπὸ 3, πόσα πρέπει νὰ ἔχω νὰ τοὺς μοιράσω ;... Ἴδου τί λέγω : 3 ποῦ θὰ πάρῃ ὁ ἕνας καὶ 3 ὁ ἄλλος ; **μ.** 6. **δ.** Καὶ 3 ὁ ἄλλος ; **μ.** 9. **δ.** Νά τα τὰ 9. Πάρε 3 σὺ καὶ 3 σὺ καὶ 3 σὺ. Ἐπερίσευσε τίποτε ; **μ.** Ὁχι. **δ.** Λοιπὸν τὸ 3 εἰς τὸ 9 ; **μ.** 3. **δ.** Τὸ γράψω καὶ αὐτὸ παρακάτω.

(Ὅττω προχωροῦντες ἀξάνομεν τὴν στήλην μέχρι τοῦ 18 : 3. Αἱ λοιπαὶ μέχρι τοῦ 30 δυνατὰ διαιρέσεις προτιμότερον νὰ μείνουν δι' ἄλλο μάθημα. Ἐπαναλαμβάνεται μέχρις ἀπομνημονεύσεως κατὰ σειρὰν ἢ στήλην καὶ κατόπιν γίνονται σκορπιστὰ ἐρωτήσεις).

44. Ἀσκήσεις.

12 : 3 =	9 : 3 =	3 × 3 =	5 × 3 =	18 : 2 =	16 : 2 =
3 : 3 =	18 : 3 =	2 × 3 =	1 × 3 =	12 : 2 =	14 : 2 =
15 : 3 =	15 : 3 =	6 × 3 =	4 × 3 =	20 : 2 =	10 : 2 =

(Ἐπαναλαμβάνονται συντόμως τὰ τοῦ προηγουμένου μαθήματός καὶ γράφεται ἐξ ἀρχῆς ἢ στήλην μέχρι τοῦ 18 : 3, διὰ νὰ συνεχισθῇ κατωτέρω. Περιττὴ ἐδῶ ἢ διὰ τῶν ξυλαρίων αἰσθητοποιήσις. Ἐχουν ἐννοήσῃ οἱ μαθηταὶ ἐκ τοῦ προηγουμένου μαθήματος).

δ. Ἔως τὸ 18 τὰ διαιρεῖτε καλὰ μὲ τὸ 3. Τώρα θὰ μάθωμεν καὶ παρακάτω. Ἄν μοιράσωμεν 18 πράγματα σὲ 3 ἀνθρώπους, πόσα, εἴπαμεν, θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** 6.

δ. Ἄν θέλωμεν νὰ δώσωμεν ἄλλο 1 στὸν καθένα ἀπὸ τοὺς τρεῖς πόσα πράγματα θέλωμεν ἀκόμη ; **μ.** 3 **δ.** Καὶ τὰ 18, ποῦ ἔχομεν, πόσα θὰ γείνουν ; **μ.** 21. **δ.** Καὶ θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** 7. **δ.** Λοιπὸν τὸ 3 εἰς τὸ 21 ; **μ.** 7. (γράφεται κατωτέρω).

δ. Θελω τώρα νὰ εὑρετε ποῖος ἀριθμὸς ἔπειτα ἀπὸ τὸ 21 διαιρεῖται ἀκριβῶς μὲ τὸ 3 ;... Ἄν βάλωμεν 1 ἀκόμη ; **μ.** δὲν διαιρεῖται. **δ.** Πόσα πρέπει νὰ βάλωμεν ἀκόμη ; **μ.** 3. **δ.** Καὶ τὸ 21 θὰ γείνη ; **μ.** 24. **δ.** Λοιπὸν τὸ 3 εἰς τὸ 24 ; **μ.** 8.

δ. Τὸ 25 λέτε νὰ διαιρῆται ἀκριβῶς μὲ τὸ 3 ; **μ.** Ὁχι. **δ.** Διατί ; **μ.** διότι 1 μόνον εἶναι παραπάνω. **δ.** Καὶ θέλωμεν πόσα ; **μ.** ἄλλα 3. **δ.** Ποῖον λοιπὸν διαιρεῖται μὲ τὸ 3 ἔπειτα ἀπὸ τὸ 24 ; **μ.** τὸ 27. **δ.** Τὸ 3 εἰς τὸ 27 ; **μ.** 9. **δ.** Τὸ γράφω καὶ αὐτό.

δ. Τι ἀριθμὸς ἔρχεται μετὰ τὸ 27, ποῦ νὰ διαιρῆται μὲ τὸ 3 ; **μ.** τὸ 30. **δ.** Αὐτὸ εἶναι τὸ εὐκολώτερον. Τὸ εὑρετε καὶ ἀπὸ πρῶτα. Τὸ 3 εἰς τὸ 30 ; **μ.** 10. **δ.** Τὸ γράφω (Ἐπαναλαμβάνεται ὑπὸ πολλῶν μαθητῶν ἢ στήλην ἐξ ἀρχῆς καὶ κατόπιν γίνονται ἐρωτήσεις).

45. Ἀσκήσεις.

15 : 3 =	24 : 3 =	9 × 3 =	7 × 3 =	18 : 2 =
12 : 3 =	9 : 3 =	6 × 3 =	3 × 3 =	14 : 2 =
21 : 3 =	27 : 3 =	5 × 3 =	2 × 3 =	12 : 2 =
18 : 3 =	6 : 3 =	8 × 3 =	4 × 3 =	16 : 2 =

46. Ἀσκήσεις.

$15 + 3 + 2 =$	$30 - 10 - 2 =$	$9 \times 3 =$	$24 : 3 =$
$19 + 3 + 10 =$	$28 - 10 - 3 =$	$9 \times 2 =$	$18 : 3 =$
$18 + 3 + 9 =$	$25 - 10 - 2 =$	$8 \times 2 =$	$27 : 3 =$
$17 + 10 + 2 =$	$22 - 10 - 3 =$	$8 \times 3 =$	$21 : 3 =$

Προβλήματα.

41. Ἀπὸ 4 πεντάδραχμα καὶ 2 δεκάδραχμα ποῦ εἶχαμεν ἐξωδεύσαμεν 30 δρ. Πόσα μᾶς ἔμειναν ;
42. Τὸ εἰκοσιπεντάδραχμον ἔχει 25 δρ. Πόσας δρ. κάμνουν 1 εἰκοσιπεντάδραχμον καὶ 2 δεκάδραχμα ;
43. Πόσον στοιχίζουσι 4 πήχεις ὕφασμα ἀπὸ 3 δρ. τὸν πήχυν ;
44. Μία κορδέλλα εἶναι μακρὰ 24 πήχεις. Ἄν τὴν κόψωμεν εἰς τρία ἴσα μέρη, πόσους πήχεις θὰ εἶναι κάθε μέρος ;
45. Πόσες δεκάδες σταφύλια ἔχουν ὁ καλάθια, ἂν τὸ κάθε καλάθι ἔχη 5 δεκάδες ;
46. Ἐχρεωστουσαμεν 100 δρ. καὶ ἐδώσαμεν ἀπέναντι 50. Πόσες χρεωστοῦμεν ἀκόμη ;

§ 24. Προσθεσις καὶ ἀφαιρέσις τοῦ 4.

(Ἐν συνεργασίᾳ μετὰ τῶν μαθητῶν σχηματίζεται στήλη ἀπὸ $1 + 4$ μέχρι $10 + 4$, τὴν ὁποίαν, ὡς διδαχθεῖσαν εἰς τὴν πρώτην τάξιν, εὐκόλως διὰ τῆς ἐπαναλήψεως θα μάθουν).

δ. Ὅσοι ἐπρόσεξαν εἰς ὅσα εἶπαμεν θὰ ἐννοήσουν ἀμέσως τὰ παρακάτω. Πόσα γίνονται $13 + 4$; Ὅποιος ξεύρει τὸ $3 + 4$ τὸ εὐρίσκει ἀμέσως. **μ.** $13 + 4 = 17$. **δ.** $21 + 4$; ... πόσα εἶναι $1 + 4$; **μ.** 5. **δ.** Λοιπὸν $21 + 4$; **μ.** 25. **δ.** $11 + 4$; ... $7 + 4$; ... $17 + 4$; ... $27 + 4$; ... $6 + 4$; ... $36 + 4$; κ.τ.λ.

47. Ἀσκήσεις.

α') Νὰ ἀντιγραφῆ ἡ στήλη τοῦ πίνακος. β') Νὰ γείνη παραπλεύρως μία ἀπὸ $11 + 4$ ἕως $20 + 4$, ἄλλη ἀπὸ $21 + 4$ ἕως $30 + 4$ καὶ ἄλλη ἀπὸ $31 + 4$ ἕως $36 + 4$.

48. Ἀσκήσεις

$7 + 4 =$	$36 + 4 =$	$13 + 4 =$	$10 + 8 + 4 =$
$28 + 4 =$	$14 + 4 =$	$17 + 4 =$	$20 + 10 + 5 =$
$16 + 4 =$	$25 + 4 =$	$19 + 4 =$	$18 + 10 + 4 =$
$24 + 4 =$	$29 + 4 =$	$26 + 4 =$	$30 + 6 + 4 =$

δ. Πηγαίνομεν τώρα εἰς τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ 4. Τὴν ξεύρετε καὶ ἀπὸ πρῶτα καὶ τώρα θὰ τὴν μάθετε καλύτερα. Δὲν θὰ κάνετε κανένα λάθος.

δ. 1 καὶ 4 πόσα γίνονται ; **μ.** 5. **δ.** Ἀφαίρεσις εἶναι αὐτό ; **μ.** εἶναι πρόσθεσις. **δ.** Βέβαια πρόσθεσις, διότι εἰς τὸ 1 ἐβάλαμεν ἄλλα 4 καὶ ἔγειναν 5. Εἰπέτε μου τώρα 5—4 ; **μ.** 1. **δ.** Ἐδῶ τί ἔγεινε ; **μ.** ἀφαίρεσις, **δ.** Ξεύρετε διατί ; **μ.** διότι ἐβγάλαμεν.

δ. Ὅλο 4 τώρα θὰ ἀφαιροῦμεν. Ἄς ἀρχίσωμεν ἀπὸ τὸ 14—4. (ἀρχὴ στήλης) Πόσα μένουν ; **μ.** 10 (κ.τ.λ. μέχρι 4—4=0. Ἐπιμένομεν εἰς τὴν ἀκριβοῦς ἐκμάθησιν τῆς στήλης).

δ. 24—4 ; ... 18—4 ; ... 32—4 ; ... 40—4 ; ... 21—4 ; κτλ.

49. Ἀσκήσεις

Νὰ γραφῆ μία στήλη : 14—4=10 μέχρι 4—4=0, ἄλλη : 24—4 μέχρι 14—4, ἄλλη 34—4 μέχρις 24—4 καὶ ἄλλη 40—4 μέχρι 34—4.

50. Ἀσκήσεις.

14—4=	8—4=	22—4=	23—4=
13—4=	7—4=	32—4=	31—4=
12—4=	6—4=	40—4=	36—4=
10—4=	5—4=	24—4=	33—4=
9—4=	4—4=	34—4=	31—4=

51. Ἀσκήσεις.

12+4+10=	4+3+10=	40—4—4=	30—3=
18+10+4=	2+4+3=	36—4—4=	21—3=
26+4+10=	7+3+20=	32—4—4=	27—3=
17+10+4=	17+4+3=	28—4—4=	24—3=

§ 25. Πολλαπλασιασμός τοῦ 4.

(Ὅπως καὶ ὁ πολλαπλασιασμός τοῦ 3. Προηγείται καὶ ἐδῶ ἡ πρόσθεσις. Εἰς τὸ πρῶτον μάθημα μέχρις 7×4 καὶ εἰς τὸ δεύτερον μέχρι 10×4).

52. Ἀσκήσεις.

$4 + 4 + 4 =$	$5 \times 4 =$	$2 \times 4 =$	$6 \times 3 =$
$8 + 4 + 4 =$	$2 \times 4 =$	$4 \times 2 =$	$7 \times 3 =$
$12 + 4 + 4 =$	$4 \times 4 =$	$3 \times 4 =$	$8 \times 3 =$
$16 + 4 + 4 =$	$6 \times 4 =$	$4 \times 3 =$	$9 \times 3 =$
$20 + 4 + 4 =$	$7 \times 4 =$	$5 \times 3 =$	$10 \times 3 =$

53. Ἀσκήσεις.

$1 \times 4 =$	$6 \times 4 =$	$1 \times 3 =$	$6 \times 3 =$	$6 \times 2 =$
$2 \times 4 =$	$7 \times 4 =$	$2 \times 3 =$	$7 \times 3 =$	$7 \times 2 =$
$3 \times 4 =$	$8 \times 4 =$	$3 \times 3 =$	$8 \times 3 =$	$8 \times 2 =$
$4 \times 4 =$	$9 \times 4 =$	$4 \times 3 =$	$9 \times 3 =$	$9 \times 2 =$
$5 \times 4 =$	$10 \times 4 =$	$5 \times 3 =$	$10 \times 3 =$	$10 \times 2 =$

§ 26. Διαίρεσις διὰ 4.

(Ὅπως καὶ ἡ διαίρεσις τοῦ 3. Εἰς τὸ πρῶτον μάθημα προχωροῦμεν μέχρι τοῦ $28 : 4$. Εἰς τὸ δεῦτερον τελειώνομεν εἰς τὸ $40 : 4$).

54. Ἀσκήσεις.

$12 : 4 =$	$24 : 4 =$	$5 \times 4 =$	$3 \times 4 =$	$30 : 3 =$
$24 : 4 =$	$16 : 4 =$	$2 \times 4 =$	$7 \times 4 =$	$27 : 3 =$
$8 : 4 =$	$28 : 4 =$	$4 \times 4 =$	$6 \times 4 =$	$24 : 3 =$

55. Ἀσκήσεις.

$20 : 4 =$	$36 : 4 =$	$7 \times 4 =$	$3 \times 4 =$	$4 \times 2 =$
$40 : 4 =$	$12 : 4 =$	$4 \times 4 =$	$5 \times 4 =$	$2 \times 4 =$
$16 : 4 =$	$24 : 4 =$	$8 \times 4 =$	$6 \times 4 =$	$4 \times 3 =$
$32 : 4 =$	$28 : 4 =$	$9 \times 4 =$	$2 \times 4 =$	$3 \times 4 =$

Προβλήματα.

47. Ἐχρεωστούσαμεν εἰς ἓνα γείτονα 100 δρ. καὶ τοῦ ἐδώσαμεν 50. Πόσας χρεωστοῦμεν ἀκόμη ;

48. Εἰς ἓνα ἄλλον ἐχρεωστούσαμεν πάλιν 100 δρ. καὶ τοῦ ἐδώσαμεν 5 δεκάδραγμα. Πόσα χρεωστοῦμεν ἀκόμη ;

49. Θὰ πληρώσωμεν εἰς τὸν παντοπώλην 32 δρ. καὶ τοῦ ἐδώσαμεν 1 εἰκοσιπεντάδραχμον καὶ 2 πεντάδραγμα. Πόσον ὑπόλοιπον θὰ μᾶς θῶσῃ ;

50. Θὰ πληρώσωμεν 10 κόλλες χαρτί ἀπὸ 4 λεπτὰ τῆν κόλλων καὶ ἄλλες 10 κόλλες ἀπὸ 3 λεπτὰ. Πόσα λεπτὰ γίνονται ὅλα ;

51. Διὰ ζάχαριν ἐξωδεύσαμεν 12 δρ. διὰ καφέν 10, διὰ ρύζι 4 καὶ διὰ φασόλια 3. Ἐδώσαμεν 3 δεκάδραχμα. Θὰ πάρωμεν ὑπόλοιπον ;

52. Διὰ νὰ πληρώσωμεν 3 πήχεις ὑφασμα ἀπὸ 5 δρ. τὸν πήχυν ἐδώσαμεν 8 διδραχμα. Θὰ πάρωμεν ὑπόλοιπον ;

§ 27. Προσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 5,

δ. Ποίους ἀριθμοὺς ἤξεύρομεν ἕως τώρα νὰ προσθέτωμεν ; **μ.** τὸ 1, τὸ 2, τὸ 3 καὶ τὸ 4. **δ.** Τώρα θὰ μάθωμεν νὰ προσθέτωμεν καὶ τὸ 5.

δ. Πόσα γίνονται $1+5$; **μ.** 6. **δ.** Τὶ θὰ γράψω παρακάτω ; **μ.** $2+5$. **δ.** Καὶ γίνονται ; **μ.** 7. (συμπληροῦται ἡ στήλη μέχρι $10+5$. Ἐπιμένομεν εἰς τὴν ὀρθὴν ἀπομνημόνευσιν, ἰδίως εἰς τὰ ἀπὸ $6+5$ καὶ ἄνω, ὅτε εἰσερχόμεθα εἰς τὴν δευτέραν δεκάδα. Εἰς τὰ ἀπὸ $11+5$ μέχρι 30 ἀσχολούμεθα προφορικῶς, διότι ἄλλως αἱ στήλαι θὰ γείνουν πολλαί. Παραλείπομεν δὲ νὰ γράψωμεν τούτων τῶν ἀριθμῶν τὰς στήλας, διότι πρὸς αὐτοὺς εἶναι περισσότερο ἐξοικειωμένοι οἱ μαθηταί, ἢ πρὸς τοὺς ἀπὸ 30 καὶ ἄνω. Παραλλήλως δὲ πρὸς τὴν πρώτην στήλην σχηματίζομεν ἄλλην ἀπὸ $31+5$ ἕως $40+5$ καὶ πάλιν ἄλλην ἀπὸ $41+5$ μέχρι $45+5$).

56. Ἀσκήσεις.

Νὰ γείνουν τρεῖς στήλαι. α') ἀπὸ $1+5$ ἕως $10+5$. β') ἀπὸ $31+5$ ἕως $40+5$ καὶ γ') ἀπὸ $41+5$ ἕως $45+5$.

57. Ἀσκήσεις.

$2+5=$	$6+5=$	$28+5=$	$27+5=$
$5+2=$	$16+5=$	$24+5=$	$37+5=$
$3+5=$	$8+5=$	$40+5=$	$45+5=$
$5+3=$	$14+5=$	$39+5=$	$23+5=$
$4+5=$	$17+5=$	$7+5=$	$29+5=$

(Καὶ ἡ ἀφαίρεσις κατὰ τὴν αὐτὴν σειρὰν θὰ διδαχθῇ. Γίνεται στήλη ἀπὸ $15-5$ μέχρι $5-5$. Τὰ κατόπιν μέχρι τοῦ 30 προφορικῶς καὶ μετὰ τοῦτο στήλη ἀπὸ $45-5$ μέχρι $35-5$ καὶ ἀπὸ $50-5$ μέχρι $45-5$).

58. Ἀσκήσεις.

Νὰ γείνη στήλη ἀπὸ 50—5 μέχρι 40—5 καὶ ἀπὸ 35—5 μέχρις 25—5.

59. Ἀσκήσεις.

40—5=	13—5=	50—5=	42—2=
42—5=	14—5=	50—4=	42—3=
32—5=	11—5=	50—3=	43—4=
23—5=	37—5=	50—2=	44—5=

60. Ἀσκήσεις.

4+3+5=	34+4+5=	17—5—4=
17+10+5=	19+10+5=	21—5—4=
6+5+10=	35+10+5=	38—10—3=
3+3+5=	27+5+10=	49—10—5=
23+3+5=	27+10+3=	29—10—4=

§ 28. Πολλαπλασιασμὸς τοῦ 5.

(Ἡ διδασκαλία ὅπως καὶ ἡ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ 4, μετὴν διαφορὰν, ὅτι ἐδῶ δύναται νὰ μὴ χωρισθῇ εἰς δύο, διότι οἱ μαθηταὶ ἔχουν ἤδη παρασκευασθῇ διὰ τὸν πολλαπλασιασμὸν τοῦ 5 ἐκ τῆς κατὰ δεκάδας καὶ πεντάδας ἀριθμῆσεως).

61. Ἀσκήσεις.

1×2=	1×3=	1×4=	1×5=	6×5=
2×2=	2×3=	2×4=	2×5=	7×5=
3×2=	3×3=	3×4=	3×5=	8×5=
4×2=	4×3=	4×4=	4×5=	9×5=
5×2=	5×3=	5×4=	5×5=	10×5=

62. Ἀσκήσεις.

6×2=	6×3=	6×4=	10×5=
7×2=	7×3=	7×4=	7×5=
8×2=	8×3=	8×4=	9×5=
9×2=	9×3=	9×4=	6×5=
10×2=	10×3=	10×4=	8×5=

§ 29. Διαίρεσις διὰ 5.

(Ἡ διδασκαλία ὅπως καὶ εἰς τὰ προηγούμενα. Καὶ ἐδῶ αἱ ἔυκολαὶ θὰ εἶναι ὀλιγώτεραι ὅπως καὶ εἰς τὸν πολλαπλασιασμὸν διὰ τὸν αὐτὸν λόγον).

63. Ἀσκήσεις.

20 : 5 =	40 : 5 =	3 × 5 =	5 × 5 =
15 : 5 =	35 : 5 =	4 × 5 =	7 × 5 =
30 : 5 =	45 : 5 =	8 × 5 =	6 × 5 =
25 : 5 =	50 : 5 =	10 × 5 =	9 × 5 =

64. Ἀσκήσεις.

12 : 2 =	18 : 3 =	40 : 4 =	25 : 5 =
18 : 2 =	24 : 3 =	36 : 4 =	40 : 5 =
14 : 2 =	27 : 3 =	32 : 4 =	35 : 5 =
16 : 2 =	21 : 3 =	28 : 4 =	45 : 5 =

§ 30. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις ἀριθμῶν ἔχόντων δεκάδας καὶ μονάδας.

δ. Πόσας δεκ. πόσας μον. ἔχει ὁ ἀριθ. 15 ποῦ ἔγραφα εἰς τὸν πίνακα ; **μ.** μίαν δεκ. καὶ 5 μον. **δ.** Ἡ μία δεκάς πόσας μον. ἔχει ; **μ.** 10. **δ.** Σωστά. Ἄν θέλω τὸ 15 ἤμπορῶ νὰ τὸ γράψω καὶ ἔτσι δά : 10 + 5. Δέκα μον. ποῦ κάμνει ἢ μία δεκάς καὶ 5 αἱ ἄλλαι 15.

δ. Ἄν θέλω νὰ γράψω ἔτσι χωριστὰ καὶ τὸ 18 παρακάτω, πῶς θὰ τὸ γράψω ; **μ.** 10 + 8. **δ.** Καὶ τὸ 12 ; **μ.** 10 + 2.

δ. Πόσας δεκ. πόσας μον. ἔχει τὸ 24 ; **μ.** 2 δεκ. καὶ 4 μον. **δ.** Πόσας μον. κάμνουν αἱ 2 δεκάδες ; **μ.** 20. **δ.** Εἶναι ἄλλαι μονάδες ἐκτὸς αὐτῶν, ποῦ γίνονται ἀπὸ τὰς δεκάδας ; **μ.** εἶναι 4. **δ.** Ἄν γράψω καὶ τὸ 24 χωρισμένο ὅπως τὰ προηγούμενα, πῶς θὰ τὸ γράψω ; **μ.** 20 + 4. (δίδονται καὶ ἄλλοι ἀριθμοί).

$$\begin{aligned}
 \alpha. & 15 + 10 = 25 \\
 & 15 + 10 + 2 \\
 & 15 + 12 \\
 & 27 + 10 \\
 & 27 + 10 + 3 \\
 & 27 + 13 \\
 & 27 + 23
 \end{aligned}$$

δ. Πόσα γίνονται αὐτά ; (α) **μ.** 25. **δ.** Μάλιστα, τὸ γράφω. Πόσα γίνονται τὰ παρακάτω ; **μ.** 15 καὶ 10... 25 καὶ 2... 27. **δ.** Σωστά. Καὶ τὰ παρακάτω $15+12$;... Δὲν τὸ εὐρίσκετε. Θὰ τὸ εὑρετε ἀμέσως : 15 καὶ 10 (δεικνύεται ἡ δεκάς τοῦ 12)—αὐτὸ δὲν ἀξίζει 10 ἀφοῦ εἶναι μία δεκάς ;—Λεῖπὸν 15 καὶ 10... 25 καὶ 2 (δεικνύεται τὸ ψηφίον μονάδων τοῦ 12) 27. Λέγετε παρακάτω· $27+10$... 37. (γράφονται καὶ ἄλλοι τοιοῦτοι ἀριθμοὶ διὰ νὰ εὐρίσκουν τὰ ἀθροίσματα οἱ μαθηταί).

65. Ἀσκήσεις.

$14+10=$	$15+15=$	$24+12=$	$13+13=$
$14+10+2=$	$25+15=$	$24+22=$	$34+11=$
$14+12=$	$18+11=$	$35+15=$	$34+14=$

(Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ὀδηγοῦνται οἱ μαθηταί καὶ διὰ τὴν ἀφαίρεσιν· π. χ. $25-10$, $25-10-2$, $25-12$ κ.τ.λ.)

66. Ἀσκήσεις.

$30-10=$	$50-15=$	$28-14=$	$22+14=$
$30-10-5=$	$50-12=$	$37-13=$	$20+20=$
$30-15=$	$48-12=$	$46-16=$	$20+28=$
$35-13=$	$45-23=$	$46-14=$	$25+25=$

Προβλήματα.

53. Πόσαι δρ. εἶναι 2 εἰκοσιπεντάδραχμα ;
 54. » » » 2 » καὶ 1 δεκάδραχμον ;
 55. » » » 3 πεντάδραχμα καὶ 6 δίδραχμα ;
 56. Πόσας δρ. κάμνουν 8 πήχεις ὑφασμα ἀπὸ 2 δρ. ὁ πήχυς ;
 57. » » » 8 » » » 3 » » »
 58. » » » 8 » » » 4 » » »
 59. » » » 8 » » » 5 » » »
 60. Ἐδώσαμεν 15 δρ. διὰ κάρβουνα καὶ 12 διὰ ξύλα. Πόσα γίνονται δλα ;
 61. Ἠγοράσαμεν πράγματα 13 δραχμῶν καὶ ἐδώσαμεν 1 εἰκοσιπεντάδραχμον. Πόσον ὑπόλοιπον θὰ λάβωμεν ;

§ 31. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 6.

(Αἱ δυσκολίαι τῆς προσθέσεως τῶρα μὲ τοὺς μεγαλύτερους ἀριθμοὺς γίνονται περισσότεραι καὶ δύναται ἐν ἀνάγκῃ νὰ χωρίζεται ἡ

πρόσθεσις ἐκάστου ἀριθμοῦ, τῶν ἀπὸ 6 καὶ ἄνω, εἰς δύο μαθήματα. Ἐνταῦθα θὰ εἶναι ἓν μάθημα, ἀλλ' ὁ διδάσκαλος δύναται νὰ τὸ χωρίζη· π. χ. ἀπὸ $1+6$ μέχρι $5+6$ καὶ ἀπὸ $6+6$ μέχρι $10+6$. Ἐκάστη δὲ σειρά ἀσκήσεων δύναται ἐν ἀνάγκῃ νὰ χωρίζεται εἰς δύο ἢ ἐν μέρος αὐτῆς νὰ γίνεται ἐν συνεργασία μετὰ τοῦ διδασκάλου, ἄλλο δὲ ὑπὸ τῶν μαθητῶν κατ' ἰδίαν. Τοῦτο θὰ ἐξαρτηθῇ ἐκ τῶν δυναμῶν τῶν μαθητῶν, αἱ ὁποῖαι δὲν εἶναι πανταχοῦ καὶ παντοτε αἱ αὐταί).

α. $6+1$	β. $1+6$
$6+2$	$2+6$
$6+3$	$3+6$
$6+4$	$4+6$
$6+5$	$5+6$
	$6+6$
	$7+6$
	(μέχρι $10+6$)

δ. Ἡξεύρομεν καλὰ νὰ προσθέτωμεν ἕως τώρα τοὺς ἀριθ. 1, 2, 3, 4 καὶ 5. Ποῖος ἔρχεται κατόπιν; **μ.** ὁ 6. **δ.** Τὸν ἀριθ. 6 θὰ μάθωμεν νὰ προσθέτωμεν τώρα.

δ. Πόσα γίνονται αὐτὰ ἐδῶ; (α). **μ.** $6+1$. . 7. (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς στήλης).

δ. Τώρα αὐτὰ ἐδῶ (β). Πόσα γίνονται $1+6$; **μ.** 7. **δ.** Τὴ διαφορὰ ἔχουν ἀπὸ τὰ πρῶτα; (α) **μ.** ἐδῶ εἶναι πρῶτα τὸ 1 καὶ ὕστερα τὸ 6. **δ.** Καὶ εἶναι τὸ ἴδιο. Παρακάτω **μ.** $2+6$... 8 (κ.τ.λ. μέχρι τέλους τῆς στήλης, γινομένων συχνῶν ἐρωτήσεων ἐπὶ τῶν προηγουμένων. Κατόπιν ἀπομνημόνευσις τῆς στήλης κατὰ σειράν).

δ. Μὲ τὴν σειράν τὰ εὐρίσκετε καλὰ. Ἄλλὰ νὰ ἰδοῦμε ποῖος τὰ ξεύρει ὄχι μὲ τὴν σειράν. Λοιπὸν $4+6$;... $2+6$;... $5+6$;...

(Καλοῦνται κατόπιν μαθηταὶ εἰς τὸν πίνακα καὶ γράφουν π, χ. $16+6$, $26+6$, $38+6$, καὶ ἄλλα τοιαῦτα ζεύγη. προσθετέων, οὐχὶ κατὰ σειράν, καὶ εὐρίσκουν τὰ ἀθροίσματα, μὴ ὑπερβαίνοντα τὰ 60, ὁδηγούμενοι νὰ προστρέχωσιν ἐκάστοτε πρὸς τὰ ἀντίστοιχα· π. χ. $27+6$... $7+6$ κ.τ.λ.)

67. Ἀσκήσεις.

Νὰ γείνη μία στήλη ἀπὸ $1+6$ ἕως $5+6$. Ἄλλη ἀπὸ $11+6$ ἕως $15+6$. Καὶ ἄλλη ἀπὸ $21+6$ ἕως $25+6$.

68. Ἀσκήσεις.

3+6=	12+6=	21+6=	32+6=	40+6=
5+6=	14+6=	25+6=	34+6=	41+6=
2+6=	15+6=	23+6=	33+6=	42+6=
4+6=	13+6=	24+6=	35+6=	43+6=

69. Ἀσκήσεις

3+6=	8+6=	11+3+6=	15+10+6=
7+6=	6+6=	14+4+6=	27+10+6=
5+6=	9+6=	16+6+6=	29+10+6=
4+6=	2+6=	18+6+6=	32+10+6=

δ. 1 καὶ 6 ; **μ.** 7. **δ.** 7 πλὴν 6 ; **μ.** 1. **δ.** Εἶδετε ; Ἐβάλαμεν τὸ 6 εἰς τὸ 1 καὶ ἔγειναν μαζί 7. Ἐβγάλαμεν τὸ 6 ἀπὸ τὸ 7 καὶ ἔμεινε πάλιν 1. Τώρα 2 καὶ 6 ; **μ.** 8. **δ.** 8 πλὴν 6 ; **μ.** 2. **δ.** Τὸ ἴδιο καὶ ἐδῶ (κ.τ.λ. μέχρι 4+6, 10—6 προφορικῶς).

α. 10—6	β. 16—6
9—6	15—6
8—6	14—6
7—6	13—6
6—6	12—6
	11—6

δ. Αὐτὰ ποῦ εἶπαμεν θὰ τὰ γράψωμεν τώρα μὲ τὴν σειρὰν. Ἴδου (α). Λέγετε πόσα μένουσιν καθὼς τὰ γράφω. (Ἐρωτήσεις κατόπιν).

δ. 5 καὶ 6 ; **μ.** 11. **δ.** Καὶ 11 πλὴν 6 ; **μ.** 5. **δ.** 6+6 ; **μ.** 12. **δ.** Καὶ 12 πλὴν 6 ; **μ.** 6 (κ.τ.λ. μέχρι 10+6, 16—6).

δ. Ἄς τὰ γράψωμεν καὶ αὐτὰ μὲ τὴν σειρὰν (β). Λέγετε πῶς ἔρχεται ἡ σειρὰ καὶ πόσα μένουσιν.

δ. Θὰ σήσω τώρα τὰς δύο σειρὰς καὶ θὰ τὰ βάλω ὅλα εἰς μίαν. Ἀρχίζομεν ἀπὸ τὸ 16—6. Πόσα μένουσιν ; **μ.** 10. **δ.** Τὶ ἔρχεται παρακάτω ; **μ.** 15—6. **δ.** Καὶ πόσα μένουσιν ; **μ.** 9. (κ.τ.λ. μέχρι 6—6. Ἀφοῦ ἀπομνημονευθῆ ἡ στήλη γίνονται ἐρωτήσεις σκορπιστά).

δ. 10—6 ; **μ.** 4. **δ.** 20—6 ; **μ.** 14. **δ.** 30—6 ; **μ.** 24. **δ.** 21—6 ;... Ἐλησμονήσατε τὸ 11—6 ;... **μ.** 21—6... 15. **δ.** Ἔτσι

βέβαια. 23—6 ; (Γίνονται τοιαῦτα ἐρωτήσεις ἐφ' ὅλων τῶν δεκάδων μέχρι τοῦ 60).

70. Ἀσκήσεις.

11—6=	20—6=	30—6=	41—6=
8—6=	19—6=	28—6=	37—6=
10—6=	21—6=	31—6=	39—6=
9—6=	18—6=	26—6=	40—6=

71. Ἀσκήσεις.

16—6=	10—6=	28—6=	40—6=
13—6=	20—6=	30—6=	44—6=
17—6=	22—6=	35—6=	42—6=
24—6=	25—6=	33—6=	48—6=
12—6=	21—6=	31—6=	45—6=

72. Ἀσκήσεις.

5 + 6 + 6 =	24 + 5 + 10 =	50 — 10 — 6 =
13 + 10 + 6 =	34 + 10 + 4 =	47 — 10 — 6 =
34 + 10 + 6 =	27 + 10 + 4 =	49 — 6 — 10 =
18 + 10 + 6 =	22 + 20 + 5 =	46 — 20 — 6 =
18 + 20 + 3 =	26 + 4 + 15 =	48 — 20 — 5 =

§ 32. Πολλαπλασιασμός τοῦ 6.

α. 6	β. $1 \times 6 = 6$	γ. $6 \times 1 =$
$6 + 6 = 12$	$2 \times 6 = 12$	$6 \times 2 =$
(ἕως ἑξ φορές 6)	(ἕως 6×6)	(ἕως 6×6)

δ. Ποίων ἀριθμῶν ἠξεύρομεν ἕως τώρα τὸν πολλαπλασιασμόν ;
 μ. τοῦ 1, 2... 5. δ. Τώρα θὰ μάθωμεν καὶ τοῦ 6.

δ. Ἀρχίζομεν καὶ ἐδῶ ἀπὸ τὴν πρόσθεσιν. Ἐδῶ (α) εἶναι μόνον τοῦ τὸ 6. Ἐδῶ παρακάτω ; μ. $6 + 6$. δ. Πόσον γίνεται ; μ. 12 (κ.τ.λ. μέχρις οὗ προστεθῆ ἑξ φορές τὸ 6).

δ. Εἶπαμεν, ὅτι μὲ αὐτὸν τὸν τρόπον ἀργοῦμε πολὺ. Ἀλήθεια ;
 Λοιπὸν τί κάμνομεν ; μ. Τὰ γράφομεν μὲ τὸ ἐπί. δ. Βέβαια· δηλαδὴ ἀντὶ νὰ κάμνωμεν πρόσθεσιν, κάμνομεν πολλαπλασιασμόν.

δ. Ἴδου λοιπὸν. (β) 1×6 ; **μ.** 6. **δ.** 2×6 ; **μ.** 12 (κ.τ.λ. μέχρις 6×6 . Ἐπαναλαμβάνεται ἡ στήλη καὶ κατὰ σειρὰν καὶ οὐχὶ κατὰ σειρὰν δ' ἐρωτήσεων).

δ. Ἰδέτε ἐδῶ κἀτι ποῦ εἶδαμεν καὶ ἄλλες φορές. Ἐδῶ (β) λέγει 1×6 καὶ γίνεται 6. Ἐδῶ πέρα ; (γ) **μ.** 6×1 . **δ.** Καὶ γίνεται ; **μ.** πάλιν 6. **δ.** Ἐδῶ παρακάτω ; (β) **μ.** $2 \times 6 = 12$. **δ.** Καὶ ἐδῶ πέρα ; **μ.** 6×2 . Τὸ ἴδιο εἶναι 12 καὶ 12. **δ.** Βλέπετε πόσον εὐκόλα τὰ εὐρίσκομεν, ὅταν ἐνθυμούμεθα καλὰ τὰ πρῶτα ; Εὐρέτε ποιὸ εἶναι νέον, ποῦ δὲν τὸ ἤξεύραμεν ἀπὸ πρῶτα ; **μ.** τὸ $6 \times 6 = 36$. (ἐπανάληψις καὶ τῶν δύο στηλῶν)

73. Ἀσκήσεις.

$3 \times 6 =$	$4 \times 6 =$	$4 \times 4 =$	$4 \times 5 =$	$7 \times 4 =$
$6 \times 6 =$	$6 \times 2 =$	$4 \times 5 =$	$8 \times 5 =$	$8 \times 4 =$
$2 \times 6 =$	$6 \times 5 =$	$4 \times 6 =$	$9 \times 5 =$	$9 \times 4 =$
$5 \times 6 =$	$6 \times 4 =$	$4 \times 3 =$	$10 \times 5 =$	$10 \times 4 =$

(Ἀφοῦ ἐπαναληφθῆ ἡ στήλη τῆς προσθέσεως τοῦ προηγουμένου μαθήματος καὶ παραπλεύρως ἢ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, συνεχίζονται ἀμφότεραι, προστιθεμένου ἐπτά φορές τοῦ 6, κατόπιν ὀκτώ, ἐννέα καὶ δέκα, καὶ παραπλεύρως πολλαπλασιαζομένου μέχρι 10×6 . Ἡ ἀπομνημόνευσις τῶν στηλῶν καὶ καθόλου ἢ ἐμπέδωσις εἶναι κἀπως δυσκολωτέρα ἐδῶ, ὅπως καὶ εἰς τοὺς κατόπιν ἀριθμοὺς 7, 8 καὶ 9 καὶ ἀπαιτεῖται διὰ τοῦτο περισσότερο ἐπιμονή).

74. Ἀσκήσεις

$50 + 6 =$	$24 + 6 + 6 =$	$8 \times 6 =$	$3 \times 6 =$
$51 + 6 =$	$30 + 6 + 6 =$	$7 \times 6 =$	$5 \times 6 =$
$52 + 6 =$	$36 + 6 + 6 =$	$10 \times 6 =$	$2 \times 6 =$
$53 + 6 =$	$42 + 6 + 6 =$	$6 \times 6 =$	$4 \times 6 =$
$54 + 6 =$	$48 + 6 + 6 =$	$9 \times 6 =$	$6 \times 6 =$

75. Ἀσκήσεις

$15 + 15 =$	$40 - 15 =$	$9 \times 6 =$	$9 \times 3 =$
$26 + 14 =$	$60 - 10 =$	$7 \times 6 =$	$9 \times 4 =$
$38 + 12 =$	$60 - 14 =$	$10 \times 6 =$	$9 \times 5 =$
$48 + 12 =$	$60 - 24 =$	$8 \times 6 =$	$9 \times 6 =$

§ 33. Διαίρεσις διὰ 6.

δ. "Αν μοιράσω 6 πράγματα εἰς 6 ἀνθρώπους, πόσα θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** 1. **δ.** "Αν ἤθελα νὰ δώσω 2 πράγματα στὸν καθένα, πόσα ἤθελα διὰ τοὺς 6 ; ... θὰ ἤθελα 6 φορές 2. Ἄλῃθεια ; Πόσα γίνονται 6 φορές 2 ; **μ.** 12. Τὸ 6 εἰς τὸ 12 ; **μ.** 2.

δ. "Αν ἤθελα νὰ δώσω 3 στὸν καθένα, πόσα θὰ ἤθελα ; ... Θὰ ἤθελα 6 φορές 3. Πόσα γίνονται ; **μ.** 18. **δ.** Τὸ 6 εἰς τὸ 18 ; **μ.** 3.

δ. Αὐτὰ τὰ ἤξεύρατε καὶ ἀπὸ πρῶτα· τὸ 6 εἰς τὸ 6 ; **μ.** 1. **δ.** Τὸ 6 εἰς τὸ 12 ; **μ.** 2 κ.τ.λ.

δ. Τώρα εἰς τὰ παρακάτω, ποῦ δὲν τὰ ξεύρετε, νὰ ἰδῆτε τι καλὰ ποῦ θὰ μᾶς βοηθῆ εἰς τὴν διαίρεσιν ὁ πολλαπλασιασμός.

δ. Θὰ μοιράσω 30 πράγματα εἰς 6 ἀνθρώπους. (γράφεται $30 : 6$) Πόσα θὰ πάρῃ καθένας ; Ἄς ποῦμε 3. Θέλω λοιπὸν 6 φορές 3. Πόσα γίνονται ; **μ.** 18. **δ.** Λέγω λοιπὸν : ἂν πάρῃ καθένας 3, οἱ 6 παίρνουν 18 πράγματα καὶ ἐγὼ ἔχω 30. Εἶναι νὰ πάρουν περισσότερα ἀπὸ 3 ; **μ.** εἶναι. **δ.** Ἄς ποῦμε λοιπὸν νὰ πάρῃ καθένας 4. Θέλω 6 φορές 4. Πόσα γίνονται ; **μ.** 24. **δ.** Εἶναι νὰ πάρουν ἀκόμη περισσότερα ἀπὸ 4 ; **μ.** Εἶναι, γιατί ἔχομεν 30. **δ.** Βέβαια. Ἄς πάρουν λοιπὸν ἀπὸ 5. Πόσον γίνεται 6 φορές 5. **μ.** 30 ἴσα-ἴσα. **δ.** Πόσα λοιπὸν θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** 5. **δ.** Τὸ 6 εἰς τὸ 30 ; **μ.** 5. **δ.** Βλέπετε τὸ εὐρήκαμεν σιγά-σιγά μὲ τὸν πολλαπλασιασμόν.

δ. Ἄς ποῦμε ἄλλο ἓνα νὰ τὸ καταλάβετε καλύτερα. Τὸ 3 εἰς τὸ 27 (γράφεται $27 : 3$). Ἄς ποῦμε 6. Πολλαπλασιάσατε τὸ 3 μὲ τὸ 6. **μ.** $3 \times 6 = 18$. **δ.** Εἶναι σωστὸ λοιπὸν τὸ 3 εἰς τὸ 27... 6 ; **μ.** ὄχι, πάει περισσότερον. **δ.** Βάλτε 7. Τί θὰ κάμψτε νὰ ἰδῆτε ἂν εἶναι σωστὸ ; **μ.** $3 \times 7 = 21$, πάει ἀκόμη περισσότερον. **δ.** Βάλτε 8. **μ.** $3 \times 8 = 24$. **δ.** Τὸ εὐρήκαμεν ἀκόμη ; **μ.** πάει περισσότερον. **δ.** Λοιπ' ἂς ποῦμε 9. **μ.** $3 \times 9 = 27$, πηγαίνει σωστά.

(Θὰ ἐννοηθῆ πάντως ὁ τρόπος οὗτος τῆς εὐρέσεως τῶν ὀρθῶν πηλίκων τῆς διαιρέσεως, ἀλλὰ δὲν θὰ ἔχουν ἀμέσως οἱ μαθηταὶ τὴν ἀπαιτουμένην εὐχέρειαν. Ἄλλὰ μετὰ δύο-τρία μαθήματα θὰ δύνανται εὐχερῶς ὅπωςδήποτε νὰ κάμνουν χρῆσιν τοῦ μέσου τούτου, τὸ ὁποῖον εἶναι ἀπαραίτητον διὰ τὴν διαίρεσιν τῶν μεγαλυτέρων ἀριθμῶν, εἰς τοὺς ὁποίους τώρα εἰσερχόμεθα. Τοῦτο προϋποθέτει ἀκριβῆ γνῶσιν τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, εἰς ὃν ἔχουσιν ἤδη ἱκανῶς ἐξασκηθῆ μέχρι τοῦ ἀριθ. 6 καὶ θὰ ἐξασκηθῶσι καὶ εἰς τοὺς κατόπιν ἀριθμοὺς οἱ μαθηταί).

$$\begin{array}{l} \alpha. 6 : 6 = 1 \quad \beta. 6 \\ 12 : 6 = 2 \quad 12 \\ 18 : 6 = \\ 24 : 6 = \\ 30 : 6 = \end{array}$$

δ. Τώρα ἄς πάρωμεν κατὰ σειράν τὴν διαίρεσιν μὲ τὸ 6.

Ἴδου (α) $6 : 6$; **μ.** 1. **δ.** Πολλαπλασιάσατε τὸ 1 μὲ τὸ 6. **μ.** $1 \times 6 = 6$. **δ.** Τὸ γράφω καὶ αὐτὸ τὸ 6 ἐδῶ (β). Τὸ 6 εἰς τὸ 12 ; **μ.** 2. **δ.** 2 οἱ 6 ; **μ.** 12. **δ.** Τὸ γράφω καὶ αὐτὸ (β) κ.τ.λ.

(Εἰς τὸ προσεχὲς μάθημα συμπληροῦται κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἡ στήλη μέχρις $60 : 6$. Αἱ κατωτέρω ἀσκήσεις εἶναι καὶ διὰ τὰ δύο μαθήματα).

76. Ἀσκήσεις

$$\begin{array}{cccc} 18 : 6 = & 30 : 5 = & 18 : 2 = & 25 : 5 = \\ 30 : 6 = & 12 : 6 = & 18 : 9 = & 15 : 5 = \\ 12 : 6 = & 18 : 3 = & 24 : 3 = & 40 : 5 = \\ 24 : 6 = & 24 : 4 = & 12 : 3 = & 45 : 5 = \end{array}$$

77. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc} 36 : 6 = & 30 : 6 = & 40 : 5 = & 8 : 4 = \\ 48 : 6 = & 18 : 6 = & 40 : 4 = & 16 : 4 = \\ 60 : 6 = & 12 : 6 = & 36 : 4 = & 32 : 4 = \\ 42 : 6 = & 24 : 6 = & 30 : 5 = & 28 : 4 = \\ 54 : 6 = & 6 : 6 = & 50 : 5 = & 24 : 4 = \end{array}$$

Προβλήματα.

62. Ἐξωθεύσαμεν 35 δρ. διὰ ἀλεύρι, 15 διὰ πατάτες καὶ 8 διὰ ζάχαριν. Πόσα ἐξωθεύσαμεν ;
63. Ἀπὸ 2 εἰκοσιπεντάδραχμα ποῦ εἶχαμεν ἐξωθεύσαμεν 12 δρ. Πόσα μᾶς ἔμειναν ;
64. Ἐχρεωστούσαμεν 60 δρ. καὶ ἐδώσαμεν 25. Πόσας χρεωστοῦμεν ἀκόμη ;
65. Πόσα λεπτά κάμνουν 8 κόλλες χαρτί ἀπὸ 5 λ. ἢ κόλλα ; Πόσον ὑπόλοιπον θὰ πάρωμεν ἀπὸ 1 πενήνταράκι ;
66. Πόσας δρ. κάμνουν 8 πήχεις ὑφασμα ἀπὸ 4 δρ. ὁ πήχυς ;
67. Πόσας δρ. κάμνουν 9 ὀκάδες λάδι ἀπὸ 6 δρ. ἢ ὀκά ; Μᾶς φθάνουν 2 εἰκοσιπεντάδραχμα γὰ τὸ πληρώσωμεν ;
68. Θὰ μοιράσωμεν 30 κόλλες χαρτί εἰς 6 παιδιά. Πόσες θὰ πάρῃ καθένα ;

69. Οἱ 42 μαθηταὶ τῆς τάξεως κἀθύνται εἰς 6 ἴσα θρανία. Πόσοι εἶναι εἰς κάθε θρανίον ;

§ 34. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 7.

(Ἡ διδασκαλία ὅπως καὶ τοῦ 6).

78. Ἀσκήσεις.

$4+7=$	$7+5=$	$36+7=$	$44+7+10=$
$2+7=$	$7+3=$	$35+7=$	$43+7+20=$
$5+7=$	$7+6=$	$32+7=$	$45+7+10=$
$3+7=$	$7+4=$	$34+7=$	$52+7+10=$
$6+7=$	$7+2=$	$33+7=$	$53+7+10=$

79. Ἀσκήσεις.

$6+7=$	$17+7=$	$43+7=$	$19+7+6=$
$10+7=$	$27+7=$	$46+7=$	$49+7+6=$
$9+7=$	$26+7=$	$56+7=$	$56+7+6=$
$7+7=$	$36+7=$	$47+7=$	$48+7+6=$
$8+7=$	$38+7=$	$28+7=$	$54+7+6=$

80. Ἀσκήσεις.

$17-7=$	$15-7=$	$22-7=$	$55-7-6=$
$10-7=$	$13-7=$	$34-7=$	$64-7-6=$
$11-7=$	$16-7=$	$36-7=$	$70-7-6=$
$14-7=$	$12-7=$	$45-7=$	$63-7-6=$

81. Ἀσκήσεις

$17+17=$	$28+17=$	$68-17=$	$49-17=$
$24+17=$	$36+17=$	$59-17=$	$57-17=$
$32+17=$	$43+17=$	$50-17=$	$60-17=$

§ 35. Πολλαπλασιασμός τοῦ 7.

(Ὅπως τοῦ 6).

82. Ἀσκήσεις.

$7+7+7=$	$4 \times 7=$	$7 \times 3=$	$5 \times 4=$
$14+7+7=$	$3 \times 7=$	$7 \times 5=$	$5 \times 5=$
$21+7+7=$	$5 \times 7=$	$7 \times 2=$	$5 \times 6=$
$28+7+7=$	$6 \times 7=$	$7 \times 6=$	$5 \times 7=$

83. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc} 35 + 7 + 7 = & 7 \times 7 = & 3 \times 7 = & 4 \times 7 = \\ 42 + 7 + 7 = & 8 \times 7 = & 6 \times 7 = & 7 \times 10 = \\ 49 + 7 + 7 = & 9 \times 7 = & 2 \times 7 = & 7 \times 9 = \\ 56 + 7 + 7 = & 10 \times 7 = & 5 \times 7 = & 7 \times 8 = \end{array}$$

§ 36. Διαίρεσις διὰ τοῦ 7.

(Ὅπως καὶ διὰ τοῦ 6).

84. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{ccccc} 21 : 7 = & 28 : 7 = & 5 \times 7 = & 4 \times 7 = & 28 : 4 = \\ 35 : 7 = & 42 : 7 = & 3 \times 7 = & 2 \times 7 = & 21 : 3 = \\ 14 : 7 = & 7 : 7 = & 6 \times 7 = & 7 \times 6 = & 35 : 5 = \end{array}$$

85. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc} 49 : 7 = & 14 : 7 = & 42 : 7 = & 6 \times 7 = \\ 70 : 7 = & 35 : 7 = & 42 : 6 = & 7 \times 7 = \\ 56 : 7 = & 28 : 7 = & 56 : 8 = & 8 \times 7 = \\ 63 : 7 = & 21 : 7 = & 63 : 9 = & 9 \times 7 = \end{array}$$

Προβλήματα.

70. Πόσον μῆκος ἔχουν 7 σανίδες, ἂν ἡ καθεμία ἔχη μῆκος 3 μέτρων ; (Δεικνύεται τὸ γνωστὸν παρ' ἡμῖν γαλλικὸν μέτρον καὶ ἐξηγεῖται, ὅτι χρησιμεύει ὡς μονὰς καταμετρήσεως κ.τ.λ. καὶ ὅτι εἶναι μεγαλύτερον τοῦ πήχεως, μὲ τὸν ὁποῖον μετροῦμεν συνήθως ἐν Ἑλλάδι μόνον τὰ ὑφάσματα).

71. Εἰς τὸ κωδωνοστάσιον τῆς Ἐκκλησίας, ποῦ εἶναι ὑψηλὸν 12 μέτρα, ἐστήσαμεν τὸν κοντὸν τῆς σημαίας ποῦ ἔχει ὕψος 4 μέτρα. Πόσον ὑψηλὰ θὰ εἶναι ἡ σημαία ;

72. Ἡ βρύση τοῦ χωρίου εἶναι μακρὰν ἀπὸ τὸ σχολεῖον 50 μέτρα. Ἡ Ἐκκλησία εἶναι παραπέρα ἀπὸ τὴν βρύσην 40 μέτρα. Πόσον εἶναι μακρὰν ἡ Ἐκκλησία ἀπὸ τὸ σχολεῖον ;

73. Ἔχομεν 7 δοχεῖα γεμάτα μέλι ὃ ὀκάδες τὸ καθένα. Πόσες ὀκάδες εἶναι ἕλον τὸ ἐλί ;

74. Ἔχομεν ἓνα βαρέλι μὲ 90 ὀκάδες λάδι. Ἄν ἀπ' αὐτὸ γεμίσωμεν ἓνα μικρότερον μὲ 70 ὀκάδες, πόσον θὰ μείνῃ εἰς τὸ πρῶτον βαρέλι ;

75. Ἀπὸ ἓνα βαρέλι ποῦ ἔχει 90 ὀκάδες λάδι, θὰ γεμίσωμεν 7 δοχεῖα ἀπὸ 10 ὀκάδες τὸ καθένα. Θὰ μείνῃ ἀκόμη λάδι εἰς τὸ πρῶτον βαρέλι ; Καὶ πόσον ;

§ 37. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 8.

(Ἡ διδασκαλία ὅπως καὶ τοῦ 6).

86. Ἀσκήσεις.

$5+8=$	$12+8=$	$8+2=$	$22+8=$
$2+8=$	$13+8=$	$8+4=$	$35+8=$
$4+8=$	$15+8=$	$8+3=$	$44+8=$
$3+8=$	$13+8=$	$8+5=$	$56+8=$
$6+8=$	$16+8=$	$8+6=$	$62+8=$

87. Ἀσκήσεις.

$8+8=$	$17+8=$	$8+7=$	$27+8+7=$
$7+8=$	$19+8=$	$8+6=$	$39+8+6=$
$10+8=$	$16+8=$	$18+7=$	$38+8+8=$
$9+8=$	$20+7=$	$17+8=$	$64+8+8=$
$6+8=$	$18+8=$	$18+6=$	$53+10+7=$

88. Ἀσκήσεις.

$12-8=$	$15-8=$	$24-8=$	$33-8=$
$10-8=$	$17-8=$	$22-8=$	$52-8=$
$11-8=$	$14-8=$	$25-8=$	$56-8=$
$13-8=$	$16-8=$	$26-8=$	$64-8=$

89. Ἀσκήσεις.

$19-8=$	$31-8=$	$60-8=$	$80-8-8=$
$27-8=$	$36-8=$	$70-8=$	$72-8-8=$
$25-8=$	$44-8=$	$80-8=$	$64-8-8=$
$13-8=$	$23-8=$	$75-8=$	$56-8-8=$

§ 38. Πολλαπλασιασμός τοῦ 8.

(Ἡ διδασκαλία ὅπως καὶ εἰς τὸν πολλαπλασιασμόν τοῦ 6).

90. Ἀσκήσεις

$8+8+8=$	$4\times 8=$	$6\times 8=$	$8\times 3=$
$16+8+8=$	$2\times 8=$	$1\times 8=$	$8\times 4=$
$24+8+8=$	$5\times 8=$	$8\times 2=$	$8\times 6=$
$32+8+8=$	$3\times 8=$	$8\times 5=$	$7\times 6=$

91. Ἀσκήσεις

$40 + 8 + 8 =$	$6 \times 8 =$	$10 \times 8 =$	$5 \times 8 =$
$48 + 8 + 8 =$	$7 \times 8 =$	$2 \times 8 =$	$6 \times 8 =$
$56 + 8 + 8 =$	$8 \times 8 =$	$3 \times 8 =$	$7 \times 8 =$
$64 + 8 + 8 =$	$9 \times 8 =$	$4 \times 8 =$	$8 \times 8 =$

§ 39. Διαίρεσις διὰ 8.

(Ἡ διδασκαλία ὅπως καὶ εἰς τὴν διαίρεσιν διὰ 6).

92. Ἀσκήσεις.

$16 : 8 =$	$3 \times 8 =$	$24 : 3 =$	$4 \times 6 =$
$40 : 8 =$	$2 \times 8 =$	$24 : 6 =$	$3 \times 8 =$
$24 : 8 =$	$4 \times 8 =$	$24 : 4 =$	$4 \times 8 =$
$32 : 8 =$	$5 \times 8 =$	$32 : 4 =$	$8 \times 4 =$

93. Ἀσκήσεις.

$48 : 8 =$	$64 : 8 =$	$5 \times 8 =$	$8 \times 8 =$
$80 : 8 =$	$72 : 8 =$	$10 \times 8 =$	$4 \times 8 =$
$40 : 8 =$	$32 : 8 =$	$6 \times 8 =$	$9 \times 8 =$
$56 : 8 =$	$24 : 8 =$	$7 \times 8 =$	$3 \times 8 =$

94. Ἀσκήσεις.

$32 + 18 =$	$54 + 18 =$	$80 - 10 =$	$60 - 15 =$
$48 + 16 =$	$60 + 14 =$	$80 - 8 =$	$60 - 18 =$
$45 + 17 =$	$64 + 16 =$	$80 - 18 =$	$60 - 16 =$

Προβλήματα.

76. Διὰ γὰ πληρώσωμεν 32 δρ. ἐδώσαμεν 4 δεκάδραχμα. Πόσα ὑπόλοιπα θὰ μᾶς δώσουν ;

77. Ἠγοράσαμεν 3 πήχεις ὑφασμα ἀπὸ 8 δρ. τὸν πήχυν καὶ 2 πήχεις ἀπὸ 7 δρ. τὸν ἕνα. Πόσα θὰ πληρώσωμεν ὄλα ;

78. Εἶχαμεν 15 κόττες καὶ ἐπωλήσαμεν τὰς 8 ἀπὸ 10 δρ. τὴν μίαν. Πόσα χρήματα ἐπήραμεν καὶ πόσες κόττες μᾶς ἔμειναν ;

79. Ἐχομεν φυτεῦση 7 σειρῆς κυπαρίσσια ἀπὸ 8 σὲ κάθε σειρᾶν. Πόσα εἶναι ὄλα ;

80. Ἐδώσαμεν 32 δρ. διὰ πιάτα, 20 διὰ ποτήρια καὶ φλυτζάνια καὶ 18 δι' ἄλλα πράγματα. Πόσα εἶναι ὄλα ;

§ 40. Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις τοῦ 9.

(Ὅπως καὶ ἡ τοῦ 6).

95. Ἀσκήσεις.

$9+2=$	$4+9=$	$11+9=$	$34+9=$
$9+5=$	$2+9=$	$12+9=$	$45+9=$
$9+4=$	$6+9=$	$15+9=$	$56+9=$
$9+3=$	$5+9=$	$13+9=$	$63+9=$
$9+6=$	$3+9=$	$16+9=$	$72+9=$

96. Ἀσκήσεις.

$9+7=$	$6+9=$	$18+9=$	$27+9=$	$54+9=$
$9+8=$	$9+9=$	$25+9=$	$46+9=$	$72+9=$
$9+9=$	$8+9=$	$32+9=$	$36+9=$	$63+9=$
$9+10=$	$7+9=$	$47+9=$	$45+9=$	$81+9=$

97. Ἀσκήσεις.

$12-9=$	$13-9=$	$21-9=$	$36-9=$	$81-9=$
$15-9=$	$16-9=$	$34-9=$	$54-9=$	$51-9=$
$19-9=$	$11-9=$	$32-9=$	$72-9=$	$64-9=$
$14-9=$	$20-9=$	$45-9=$	$63-9=$	$75-9=$

98. Ἀσκήσεις.

$16-9=$	$27-9=$	$65-9=$	$57-9=$
$17-9=$	$36-9=$	$63-9=$	$63-9=$
$19-9=$	$43-9=$	$70-9=$	$75-9=$
$15-9=$	$54-9=$	$72-9=$	$90-9=$

§ 41. Πολλαπλασιασμός τοῦ 9,

(Ὅπως τοῦ 6).

99. Ἀσκήσεις.

$9+9+9=$	$5\times 9=$	$2\times 9=$	$9\times 10=$
$18+9+9=$	$3\times 9=$	$9\times 6=$	$9\times 7=$
$27+9+9=$	$6\times 9=$	$9\times 3=$	$9\times 8=$
$36+9+9=$	$4\times 9=$	$9\times 4=$	$9\times 5=$

100. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc}
 36 + 9 + 9 = & 6 \times 9 = & 3 \times 9 = & 9 \times 7 = \\
 45 + 9 + 9 = & 7 \times 9 = & 5 \times 9 = & 9 \times 8 = \\
 54 + 9 + 9 = & 8 \times 9 = & 2 \times 9 = & 9 \times 9 = \\
 63 + 9 + 9 = & 9 \times 9 = & 4 \times 9 = & 9 \times 10 =
 \end{array}$$

§ 42. Διαίρεσις διὰ 9.

(Ἡ διδασκαλία ὅπως καὶ εἰς τὴν διαίρεσιν διὰ τοῦ 6).

101. Ἀσκήσεις

$$\begin{array}{cccc}
 18 : 9 = & 18 : 6 = & 5 \times 9 = & 4 \times 9 = \\
 45 : 9 = & 18 : 3 = & 3 \times 6 = & 2 \times 9 = \\
 27 : 9 = & 45 : 5 = & 6 \times 6 = & 4 \times 8 = \\
 36 : 9 = & 36 : 6 = & 3 \times 9 = & 3 \times 8 =
 \end{array}$$

102. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{cccc}
 54 : 9 = & 27 : 9 = & 9 \times 9 = & 5 \times 9 = \\
 81 : 9 = & 45 : 9 = & 5 \times 9 = & 3 \times 9 = \\
 63 : 9 = & 18 : 9 = & 6 \times 9 = & 2 \times 9 = \\
 72 : 9 = & 36 : 9 = & 8 \times 9 = & 4 \times 9 =
 \end{array}$$

Προβλήματα.

81. Πόσαι δραχμαὶ εἶναι 2 εἰκοσιπεντάδραχμα καὶ 9 δίδραχμα ;
 82. » » » 2 » » » 9 πεντάδραχμα ;
 83. » » » 9 δεκάδραχμα » 3 δίδραχμα ;
 84. » » » 8 » » » 4 πεντάδραχμα ;
 85. Θέλομεν νὰ ἀγοράσωμεν 7 πήχεις ὑφασμα ἀπὸ 9 δρ. τὸν πήχυν καὶ ἔχομεν 70 δρ. Μᾶς φθάνουν ;
 86. Διὰ μίαν ἐργασίαν ἐπῆραν 5 ἐργάται μαζὶ 45 ἔδρ. Πόσα θὰ πάρῃ καθένας ;
 87. Πόσας ὀκάδας ζάχαριν ἔχουν 9 σακκίδια. ἂν τὸ καθένα ἔχη 8 ὀκάδας :

Μὲ τὸν ἀριθ. 10 περιττὸν νὰ γείνη ὅ,τι καὶ μὲ τοὺς λοιποὺς ἕως τώρα, διότι ἡ χρῆσις αὐτοῦ καὶ εἰς τὰς τέσσαρας πράξεις εἶναι ἤδη γνωστὴ καὶ εὐχερῆς εἰς τοὺς μαθητὰς.

Ἄλλ' ὅσον εἶναι εὐκόλος ἡ χρῆσις τοῦ 10, τόσον εἶναι δύσκολος ἡ τῶν λοιπῶν ἀριθμῶν, ἥτις ἀπαιτεῖ πολλὴν καὶ ἐπίμονον ἀσκησιν. Διὰ τοῦτο μετὰ τὴν ἰδιαίτεραν ἐκτίσιν ἀριθμοῦ διδασκαλίαν καὶ ἐπι

τῶν ἑσασάρων πράξεων ἐντὸς τῆς πρώτης ἑκατοντάδος, δὲν θὰ ἦτο περιττὴ μία σύντομος ἐπανάληψις τῶν ἀπὸ 2—9 ἀριθμῶν ἢ τοῦλάχιστον τῶν ἀπὸ τοῦ 5 καὶ ἄνω, ἀν' ὑποτιθεῖ, οὐ δὲν θὰ ἦτο ἀνάγκη διὰ τοὺς μικροτέρους τοῦ 5.

Καὶ εἶναι μὲν ἀληθές, οὐ ἐπανήλθομεν μέχρι τοῦδε πολλάκις ἐπὶ τὰ αὐτά, κατὰ ἓνα ἢ ἄλλον τρόπον, καὶ τὰ ἐπανελάβομεν κατὰ κόρον. Ἄλλ' εἶναι ἐπίσης ἀληθές, οὐ πέραν τῆς δυσχερείας τοῦ νὰ κατὰστήσωμεν τοὺς μαθητὰς ἱκανοὺς νὰ χειρίζονται ὀρθῶς καὶ εὐχερῶς τοὺς ἀπὸ 1—100 ἀριθμοὺς δὲν ὑπάρχει, δυνάμεθα νὰ εἰπώμεν, εἰς τὴν ἀριθμητικὴν ἄλλη δυσχέρεια. Τὰ μετὰ ταῦτα, καὶ ὅσον εἶναι δύσκολα, δὲν εἶναι βασανιστικὸ διὰ τὸν διδάσκαλον, ὅτιν' ἔχη μαθητὰς γνωρίζοντας ὅσα πρέπει νὰ γνωρίζουν διὰ νὰ παρακολουθήσουν τὴν διδασκαλίαν. Ἄλλως ὁμως ἔχει τὸ πρῶγμα, ὅταν οἱ μαθηταί, ὑστεροῦντες εἰς τὰ προηγούμενα, δὲν δύνανται νὰ παρακολουθήσουν τὰ ἐπόμενα. Ὅλοι γνωρίζομεν ἐκ πείρας πόσον εἶναι βασανιστικὸν διὰ τὸν διδάσκαλον ὅταν εὐρεθῇ εἰς ἀνωτέραν τάξιν καὶ οἱ μαθηταί του ὑστεροῦν εἰς τὴν στοιχειώδη ἀριθμῆσιν. Πῶς θὰ δυνηθοῦν νὰ ὑπολογίσουν π. χ. ὅτι τὸ 80 εἰς τὸ 425 εἰσέρχεται 5, ἀφοῦ ἀγνοοῦν τὸ $5 \times 8 = 40$; κ.τ.λ. κ.τ.λ. Διὰ τοῦτο πρέπει πολὺ νὰ ἐπιμείνωμεν εἰς τὰ στοιχειώδη ταῦτα, τῶν ὁποίων ἡ ἀκριβὴς γνώσις καὶ ἡ μετ' εὐχερείας χρῆσις ἔχουσι τόσην ἀξίαν διὰ τὰ μετὰ ταῦτα.

Ἡ ἀνακεφαλαιωτικὴ αὕτη ἐπανάληψις θὰ γείνη κατὰ τὰ προηγούμενα μαθήματα, ἀλλὰ συντομώτερον, ἐννοεῖται, καὶ θὰ χρησιμοποιηθοῦν αἱ αὐταὶ ἀσκήσεις, τῶν ὁποίων ἡ ἐκτέλεσις θὰ εἶναι τώρα πολὺ εὐκολωτέρα.

Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον δὲν πρέπει νὰ παραλειφθῇ εἰς τὴν ἐπανάληψιν εἶναι ὁ πίναξ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, ὁ Πυθαγόρειος πίναξ, περὶ τοῦ ὁποίου προνοεῖ καὶ τὸ ἀναλυτικὸν πρόγραμμα.

Θὰ ἐπαναληφθοῦν καὶ θὰ ἀπομνημονευθοῦν αἱ γνωσταὶ ἤδη σιῆλαι $1 \times 2, 2 \times 2, \dots, 1 \times 3, 2 \times 3$ κ.τ.λ. κατὰ σειρὰν μέχρι τέλους ὅλου τοῦ Πυθαγορείου πίνακος.

§ 42. Πολλαπλασιασμός καὶ διαίρεσις δεκάδων.

$$α. 2 \times 20 = 40$$

$$β. 40 : 2 = 20$$

$$2 \times 30 = 60$$

$$60 : 2 = 30$$

δ. Ἐδω (α), ὅπως βλέπετε, ἔχω νὰ πολλαπλασιάσω τὸ 2 μὲ

τὸ 20. Πόσον γίνεται δύο φορές 20 ; **μ.** 40. **δ.** Πολὺ καλά. Τὸ ξεύρομεν καὶ ἀπὸ τὴν πρόσθεσιν. Γράφω 40.

δ. Ἴδου πῶς γίνεται. Αὐτὸ τὸ 2 εἰς τὸν ἀριθ. 20 (δεικνύεται) εἶναι δεκ. Λοιπὸν αἱ δύο δεκ. ἂν πολλαπλασιασθοῦν μὲ τὸ 2, γίνονται 4 δεκ. Αἱ 4 δεκ. πόσαι μονάδες εἶναι ; **μ.** 40. (Ἡ αὐτὴ ἀνάλυσις γίνεται καὶ διὰ τὸ κατωτέρω $2 \times 30 = 60$).

δ. Ἀλλὰ χωρὶς νὰ εὐρίσκωμεν δεκάδας καὶ μονάδας καὶ νὰ ἀργοῦμε τόσον πολὺ, κάμνομεν τὸν πολλαπλ. συντομώτερα· ἔτσι δά : π. χ. 3×30 . Λέγω $3 \times 3 = 9$ καὶ τὸ 0 μπροστὰ 90. Πολλαπλασιάσατε καὶ σεῖς αὐτά : 2×40 . **μ.** $2 \times 4 = 8$ καὶ τὸ 0 μπροστὰ 80. **δ.** Καὶ αὐτά : $3 \times 20 \dots 5 \times 20 \dots 20 \times 3 \dots 20 \times 5$ (ἐξηγηταί, ὅτι εἶναι ἀδιάφορον ποῖον εἶναι πρῶτον καὶ ποῖον δεύτερον) κ.τ.λ.

δ. Τὸ ἴδιο εὐκόλα γίνεται καὶ ἡ διαίρεσις. Τὸ 4 ἐδῶ (6) εἶναι δεκάδες. Ἐάν τὰς 4 δεκ. τὰς μοιρασθοῦν 2, πόσας θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** 2 δεκ. **δ.** Αἱ 2 δεκ. ποῦ θὰ πάρῃ καθένας, πόσαι μονάδες γίνονται ; **μ.** 20. **δ.** Λοιπὸν τὸ 2 εἰς τὸ 40 .. 20.

(Τὸ αὐτὸ καὶ εἰς τὸ $60 : 2$).

δ. Ἀλλὰ καὶ ἐδῶ ἤμποροῦμεν νὰ τὰ εὐρίσκωμεν συντομώτερα, π. χ. $80 : 4$. Λέγω τὸ 4 εἰς τὸ 8... 2. Καὶ τὸ 0... 20. Λοιπὸν τὸ 4 εἰς τὸ 80... 20. Εἴρηστε καὶ σεῖς ἔτσι σύντομα αὐτά : $60 : 3$. $90 : 3 \dots 100 : 2$ κ.τ.λ.

103. Ἀσκήσεις

$1 \times 20 =$	$5 \times 20 =$	$1 \times 40 =$	$40 : 2 =$	$80 : 2 =$
$2 \times 20 =$	$1 \times 30 =$	$2 \times 40 =$	$60 : 2 =$	$80 : 4 =$
$3 \times 20 =$	$2 \times 30 =$	$1 \times 50 =$	$60 : 3 =$	$100 : 2 =$
$4 \times 20 =$	$3 \times 30 =$	$2 \times 50 =$	$90 : 3 =$	$100 : 5 =$

§ 43. Πολλαπλασιασμὸς ἀριθμῶν ἔχοντων δεκάδας καὶ μονάδας

α. $3 \times 12 =$

β. $4 \times 15 =$

δ. Ἐδῶ (α) ἔχω νὰ πολλαπλασιάσω 3×12 . Πόσα γίνονται ;... Δὲν μοῦ λένε, βλέπω. Καὶ ξεύρετε πόσον εὐκόλον εἶναι. Πόσον γίνεται 3×10 ; **μ.** 30. **δ.** Ἀλλὰ ποῦ εἶναι τὸ 10 ; Ἴδου (δεικνύεται ἡ δεκάς τοῦ 12). Αὐτὸ τὸ 1 ἐδῶ λέγει 10, διότι εἶναι δεκάς. Πόσα λοιπὸν ἔχω ἀπ' αὐτὸ ποῦ εἶναι 3×10 ; **μ.** 30. **δ.** Καὶ

3×2 ; (δεικνύονται αἱ δύο μον. τοῦ 12). **μ.** 6. **δ.** Καὶ μαζί; **μ.** 36.

δ. Αὐτὸ (6) τώρα. Μόνοι σας. **μ.** 4 οἱ 10... 40. **δ.** Ποῦ εἶναι τὸ 10; **μ.** ἢ δεκάς τοῦ 15. **δ.** Πολὺ καλά. Προχώρει. **μ.** 4 οἱ 5... 20. **δ.** Λοιπὸν; **μ.** 40 καὶ 20... 60.

δ. Ἐκαταλάβετε λοιπὸν τί κάμνομεν; Πολλαπλασιάζομεν χωριστὰ τὰς δεκάδας καὶ χωριστὰ τὰς μονάδας καὶ ὅσα εὑρομεν καὶ ἀπὸ τὰς δεκ. καὶ ἀπὸ τὰς μον. τὰ ἐνώνομεν.

δ. Εὑρετε πόσον γίνεται 3×15 ... 2×17 ... 5×13 ... 2×18 5×14 κ. τ. λ.

δ. Θὰ ποῦμε τώρα μερικὰ λιγάκι δυσκολώτερα. Τὰ γράφω, διὰ νὰ τὰ βλέπετε καλότερα: 2×24 . Δύο οἱ 20; (δεικνύονται αἱ 2 δεκ.) **μ.** 40. **δ.** δύο οἱ 4; **μ.** 8. **δ.** Καὶ μαζί; **μ.** 48. **δ.** Λοιπὸν 2 οἱ 24... 48. 2 οἱ 35; κ.τ.λ.

δ. 3×24 ; **μ.** τρὶς 20... 60, τρὶς 4... 12... 60 καὶ 12... 72. **δ.** 3×32 ;... 2×34 ;... 3×25 ;... 4×25 ;

104. Ἀσκήσεις.

$3 \times 11 =$	$5 \times 14 =$	$5 \times 16 =$	$4 \times 24 =$
$2 \times 15 =$	$2 \times 16 =$	$2 \times 20 =$	$4 \times 25 =$
$4 \times 12 =$	$3 \times 16 =$	$2 \times 23 =$	$5 \times 20 =$
$4 \times 13 =$	$4 \times 16 =$	$3 \times 25 =$	$2 \times 45 =$

§ 44. Διαιρέσεις ἀριθμῶν ἐχόντων δεκάδας καὶ μονάδας

α. $20 : 2 = 10$	β. $24 : 2 = 12$	γ. 12
40 : 2 = 20	48 : 4 = 12	12

δ. Ἔχω ἐδῶ (α) $20 : 2$. Τὸ ξεύρετε. **μ.** 10. **δ.** Μάλιστα· τὸ γράφω. Παρακάτω ἔχω $40 : 2$. **μ.** 20. **δ.** Τὸ γράφω καὶ αὐτό.

δ. Ἐδῶ πέρα (β) ἔχω $24 : 2$... Δὲν τὸ εὑρίσκετε αὐτό. Κάτι πρέπει νὰ ἐνθυμηθῆτε διὰ νὰ τὸ εὑρετε. Τί εἶναι τὸ 2 τοῦ 24; **μ.** δεκ. Ἄν οἱ 2 ἄνθρωποι μοιράσουν τὰς 2 δεκάδας, πόσας θὰ πάρη καθένας; **μ.** 1. **δ.** Καὶ ἀπὸ τὰς 4 μον. τοῦ 24 πόσας θὰ πάρη καθένας; **μ.** 2. **δ.** Καὶ ὅλα μαζί; **μ.** 10 καὶ 2... 12. **δ.** Σωστά· τὸ γράφω.

δ. Εὑρετε τώρα τὸ παρακάτω. **μ.** Εἶναι 4 δεκ. καὶ 8 μον. **δ.** Χωριστὰ, εἶπαμεν, τὰς δεκ. καὶ χωριστὰ τὰς μονάδας. **μ.** τὸ 4 εἰς τὸ 4... 1. **δ.** Τί εἶναι αὐτὸ τὸ 1; **μ.** δεκάς. **δ.** Προχώρει. **μ.** τὸ

4 εἰς τὸ 8... 2. **δ.** Πόσα γίνονται ὄλα ; **μ.** 12. **δ.** Πολὺ καλὰ τὸ γράφω καὶ αὐτό.

δ. Τώρα ποῦ ἐκαταλάβετε πῶς γίνεται, ἄς τὰ εὐρίσκωμεν γρηγορώτερα χωρὶ νὰ λογαριάζωμεν δεκ. καὶ μονάδας. Ἴδού : Λέγω τὸ 2 εἰς τὸ 2 (β) 1, καὶ τὸ γράφω ἀμέσως (γ). Τὸ 2 εἰς τὸ 4... 2. Καὶ τὸ γράφω καὶ αὐτὸ ἐμπρὸς εἰς τὸ 1 (γ). Πόσα εὐρήκαμεν ; **μ.** 12. **δ.** Ὅσα καὶ προτήτερα (β).

δ. Λέγετε τὸ παρακάτω. **μ.** τὸ 4 εἰς τὸ 4... 1, (γράφονται), τὸ 4 εἰς τὸ 8... 2. **δ.** Τὶ εὐρήκαμεν ; (γ) **μ.** 12. (καλοῦνται καὶ εἰς τὸν πίνακα μαθηταὶ καὶ γράφουν π. χ. 69 : 3, 44 : 2 καὶ ἄλλους ἀριθμούς, τῶν ὁποίων καὶ αἱ δεκάδες καὶ αἱ μονάδες νὰ διαιροῦνται ἀκριβῶς ὑπὸ τοῦ λαμβανομένου ὡς διαιρέτου).

105. Ἀσκήσεις.

30 : 3 =	50 : 5 =	69 : 3 =	90 : 3 =
33 : 3 =	55 : 5 =	77 : 7 =	93 : 3 =
40 : 4 =	60 : 3 =	80 : 4 =	99 : 3 =
44 : 4 =	66 : 2 =	84 : 2 =	96 : 3 =
48 : 2 =	66 : 3 =	88 : 4 =	100 : 5 =

Προβλήματα.

88. Πόσον θὰ δώσωμεν διὰ 15 ὀκ. ζάχαριν ἀπὸ 4 δρ. τὴν ὀκᾶν ;
89. Πόσον θὰ δώσωμεν διὰ 28 ψωμιά ἀπὸ 2 δρ. τὸ ἓνα ;
90. Πόσον θὰ δώσωμεν διὰ 35 ὀκ. πατάτες ἀπὸ 2 δρ. ἢ ὀκᾶ :
91. Πόσας δρ. κάμνουν 3 εἰκοσιπεντάδραχμα ;
92. Διὰ νὰ πληρώσωμεν 8 πήχεις ὑφασμα ἀπὸ 12 δρ. τὸν πήχυον ἐδώσαμεν 1 ἑκατοντάδραχμον. Θὰ λάβωμεν ὑπόλοιπον ; Καὶ πόσον ;
93. Διὰ μίαν ἐργασίαν 3 ἐργάται ἐπῆραν 96 δρ. Πόσες θὰ πάρῃ καθένας ;

§ 45. Διαίρεσις μεθ' ὑπολοίπου.

Περὶ διαιρέσεως μεθ' ὑπολοίπου δὲν κάμνει λόγον τὸ ἐπίσημον ἀναλυτικὸν πρόγραμμα. Φρονοῦμεν οὐχ ἤτιον, ὅτι δὲν εἶναι περιττὸν—οὔτε δύσκολον, ὅπως γνωρίζομεν ἐκ πείρας—νὰ λάβουν οἱ μαθηταὶ τῆς β' τάξεως ἰδέαν τινὰ τῶν τοιούτων διαιρέσεων. Καὶ εἰς τῆς πρώτης ἀκόμη τάξεως τὴν διδασκαλίαν εἶπομεν ὀλίγα τινὰ περὶ τούτου. Ἐν πάσῃ περιπτώσει δύναται ὁ διδάσκαλος νὰ διδάξῃ ἢ νὰ παραλείψῃ τὴν μεθ' ὑπολοίπου διαίρεσιν, ὅπως καὶ ὅσα ἄλλα παρατίθενται ἐν τῷ βιβλίῳ τούτῳ πέραν τοῦ προγράμματος.

Ἡ διδασκαλία θὰ γείνη ὅπως περίπου καὶ εἰς τὴν πρώτην τάξιν μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἐδῶ θὰ ἐκταθῶμεν εἰς μεγαλυτέρους ἀριθμούς.

Παραθέτομεν πολλὰς σχετικῶς ἀσκήσεις, διότι δι' αὐτῶν θὰ δοθῇ ἀφορμὴ νὰ ἐπαναληφθοῦν αἱ διαιρέσεις πολλῶν ἀριθμῶν μὲ τὴν ποικιλίαν, ὅτι ἄλλαι μὲν ἐξ αὐτῶν θὰ εἶναι ἀκριβεῖς, ἄλλαι δὲ θὰ ἀφίνουσιν ὑπόλοιπα. Ἀλλὰ καὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ θὰ γίνεται ἐδῶ περισσοτέρα χρῆσις (καθ' ὃν τρόπον εἶδομεν εἰς τὴν διαίρεσιν διὰ 6) διὰ τὴν εὗρεσιν πηλίκων καὶ ὑπολοίπων.

106. Ἀσκήσεις.

10 : 2 =	12 : 6 =	14 : 7 =	16 : 4 =
10 : 3 =	12 : 3 =	14 : 8 =	18 : 3 =
10 : 5 =	12 : 5 =	16 : 2 =	18 : 5 =
10 : 4 =	14 : 5 =	16 : 8 =	20 : 6 =
10 : 6 =	14 : 2 =	16 : 5 =	20 : 4 =

107. Ἀσκήσεις.

20 : 5 =	24 : 4 =	27 : 3 =	30 : 5 =
20 : 9 =	24 : 5 =	27 : 6 =	30 : 6 =
20 : 8 =	24 : 6 =	28 : 4 =	30 : 3 =
21 : 3 =	25 : 6 =	28 : 7 =	30 : 4 =
21 : 4 =	25 : 5 =	28 : 9 =	30 : 8 =

108. Ἀσκήσεις.

32 : 8 =	38 : 6 =	47 : 8 =	56 : 7 =
32 : 5 =	40 : 7 =	48 : 8 =	60 : 7 =
35 : 5 =	40 : 8 =	50 : 6 =	64 : 8 =
36 : 5 =	42 : 7 =	54 : 6 =	72 : 8 =
36 : 4 =	45 : 5 =	54 : 5 =	75 : 9 =

Προβλήματα.

94. Ἀπὸ 75 πρόβατα ποῦ εἶχεν ἕνας χωρικός ἐπώλησε τὰ 25. Πόσα ἐκράτησε ;
95. Ἐνας ἄλλος εἶχε 45 πρόβατα καὶ ἠγόρασεν ἄλλα 20 καὶ κατόπιν ἄλλα 15. Πόσα ἔχει ὅλα ;
96. Πόσα ἀγῶ ἔχουν 3 καλάθια, εἴαν ἔχη 25 τὸ καθένα ;
97. Πόσες ὀκάδες βεβίθια ἔχουν 3 σικκιά, ἂν τὸ καθένα ἔχη 32 ὀκάδες ;
98. Ἐδώσαμεν 80 δραχμὰς διὰ 4 μεγάλα βιβλία. Πόσον στοιχίζει τὸ ἕνα

99. Με 100 οκάδες μέλι γεμίζομεν 10 ἴσα δοχεῖα. Πόσες οκάδες πηγαίνουν εἰς κάθε δοχεῖον ;

100. Πόσον στοιχίζουσι 10 πήχεις ὕψους ἀπὸ 10 δρ. ὁ πήχυς ;

§ 46. **Τὰ κλάσματα** $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, καὶ $\frac{1}{5}$

Ὅσα ὀρίζει τὸ ἐπίσημον ἀναλυτικὸν πρόγραμμα νὰ διδάσκωνται εἰς τὴν Β' τάξιν ἐκ τῶν κλασμάτων (1), θὰ ἠδύναντο, νομίζομεν, νὰ παραλειφθοῦν ἀζημίως, ἂν μὴ ἐπωφελῶς.

Βεβαίως τὰ παιδιὰ εἰς πᾶσαν στιγμὴν βλέπουσι νὰ κόπτονται εἰς μικρὰ ἢ μεγάλα τεμάχια διάφορα πράγματα· ἀλλὰ τοῦτο δὲν δύναται νὰ σχετισθῇ πρὸς τὴν διαίρεσιν τῆς ἀκεραίας μονάδος εἰς μέρη κατὰ τὴν ἀκριβῆ μαθηματικὴν ἔννοιαν, ἣ ὁποία ἐδῶ δὲν εἶναι, νομίζομεν, εὐκόλον νὰ μορφωθῇ. Καὶ ἐπὶ πλέον δὲν ὑπάρχει ὁ λόγος νὰ διδαχθῇ ἀφοῦ δὲν εἶναι ἐκ τῶν ἀπαραιτήτων διὰ τὴν κατανόησιν τῶν ἐν τῷ προγράμματι ὀριζομένων διὰ τὴν ἀμέσως ἀνωτέραν τάξιν.

Ἡ ἀναγκαία προπαρασκευὴ τῶν μαθητῶν τῆς Β' τάξεως διὰ τὸ μάθημα τῆς ἀριθμητικῆς εἰς τὴν Γ' τάξιν συνίσταται εἰς τὴν ὀρθὴν ἀρίθμησιν καὶ τὴν μόρφωσιν ἀκριβοῦς ἐννοίας ἐκάστης τῶν τεσσάρων ἀριθμητικῶν πράξεων, ἐν τῇ στοιχειωδεστερᾷ, ἐννοεῖται, μορφῇ, καὶ τὴν εὐχερῆ διάκρισιν τῆς διαφορῆς ἐνεργείας τῶν ἀριθμῶν ἐν ἐκάστη τούτων. Τὸ $38+7$ π. χ. ἢ τὸ $45-7$ ἢ τὸ 5×9 καὶ τὸ $45 : 9$ κ.τ.λ. νὰ εἶναι εἰς τὸν μαθητὴν γνῶσις σταθερά, ὀρθῶς καὶ εὐχερῶς εἰς ἐκάστην περίπτωσιν χρησιμοποιουμένη. Εἰς τοῦτο δὲ οὐδόλως μᾶς διευκολύνει ἡ γνῶσις τοῦ κλάσματος καὶ ἂν ὑποτεθῇ, ὅτι εἶναι εὐκόλος ἢ μόρφωσις τῆς ἐννοίας αὐτοῦ εἰς τὰ μικρὰ παιδιὰ.

Ἄλλ' ἂν εἶναι δύσκολος ἡ μόρφωσις τῆς ἐννοίας τοῦ κλάσματος ὡς μέρος τῆς ἀκεραίας μονάδος, ἀκόμη δυσκολωτέρα εἶναι, ὅταν τὸ κλάσμα δὲν εἶναι μέρος μονάδος, ἀλλὰ μέρος ἀριθμοῦ, π. χ. τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ 20, τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ 30 κ.τ.λ. Διότι τὰ παιδιὰ δυσκόλως ἀντιλαμβάνονται ἓνα ἀριθμὸν ὡς τι ὅλον, τοῦ ὁποίου μέρος εἶναι ἄλλος ἀριθμὸς, π. χ. τὸ 5 ὡς τέταρτον τοῦ 20 ἢ τὸ 4 ὡς πέμπτον αὐτοῦ κ.τ.λ. Ὅ,τι δύναται ἐδῶ καλῶς νὰ ἐννοηθῇ καὶ νὰ χρησιμο-

(1) Τὸ πρόγραμμα ὀρίζει τὰ ἑξῆς : «Τὰ κλάσματα $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$. Ἀσκή-

σεις προφορικαί πρὸς εὑρεσιν τοῦ $\frac{1}{2}$, τοῦ $\frac{1}{4}$, τοῦ $\frac{1}{5}$ τῶν ἀριθμῶν 1—100».

ποιηθῆ εἶναι τὸ $\frac{1}{2}$, τὸ ἥμισυ. Τὰ ἄλλα εἶναι δύσκολα καὶ φέρουν σύγχυσιν χωρὶς λόγον.

Αὐτὴ τέλος πάντων εἶναι ἡ γνώμη μας, τὴν ὁποίαν ἐκφράζομεν ἐλευθέρως, διότι φρονοῦμεν, ὅτι εἰς τοὺς κατὰ ἓνα ἢ ἄλλον τρόπον θίγοντας ζητήματα παιδαγωγικὰ ἢ μεθοδολογικὰ ἐπιβάλλεται νὰ ἔχουν ὀρισμένην γνώμην καὶ νὰ τὴν ἐκφράζουν ἐλευθέρως.

Ἐπειδὴ ὁμως δυνατὸν νὰ πλανώμεθα ἐν προκειμένῳ δὲν παραλείπομεν νὰ παραθέσωμεν κατωτέρω διαγράμματα διδασκαλίας καὶ δοκίμοις σχετικῶς πρὸς τὰ ἐν τῷ προγράμματι ὀριζόμενα νὰ διδαχθοῦν ἐκ τοῦ κλάσματος.

δ. Βλέπετε αὐτὸ τὸ πορτοκάλι. (ἢ ἄλλο τι, εὐκόλως κοπτόμενον εἰς ἴσα μέρη) Θὰ τὸ κόψω εἰς 2 ἴσα μέρη. Ἰδοῦ· πόσο πορτοκάλι εἶναι αὐτὸ τὸ κομμάτι; **μ.** τὸ μισό, **δ.** Καὶ τὸ ἄλλο κομμάτι ἐδῶ; **μ.** τὸ ἄλλο μισό. **δ.** Πολὺ καλά. Τὰ πλησιάζω τὰ δύο μισὰ καὶ γίνεται πάλιν τὸ πορτοκάλι ἓνα, ὅσον ἦτο πρὶν τὸ κόψω. Ἀλλὰ τὰ κομμάτια ξεκολλοῦν ἂν τὰ ἀφήσω.

δ. Τὶ ἄλλα πράγματα θὰ ἠμπορούσαμεν νὰ κόψωμεν ἔτσι στή μέσῃ, ἂν εἶχαμεν ἐδῶ; **μ.** ἓνα ψωμί, ἓνα λουκοῦμι, ἓνα πεπόνι, ἓνα κηδῶνι κ.τ.λ. **δ.** Βέβαια, καὶ αὐτὰ ποῦ εἶπατε καὶ ὅσα ἄλλα πράγματα εἶχαμεν. Ὅλα ἠμποροῦν νὰ κοποῦν. Ἀλλὰ ξεύρετε; Πρέπει το κομμάτια νὰ εἶναι ἴσα· δὲν κάνει τὸ ἓνα νὰ εἶναι μικρότερον καὶ τὸ ἄλλο μεγαλύτερον.

δ. Αὐτὸ λοιπὸν εἶναι τὸ μισὸ πορτοκάλι. Τὸ μισὸ εἰς τὴν ἀριθμητικὴν τὸ λέγουν **δεύτερον**. Αὐτὸ ἐδῶ εἶναι τὸ ἐν δεύτερον. Αὐτὸ τὸ ἄλλο; **μ.** τὸ ἄλλο δεύτερον. Πόσα δεύτερα ἔχει ὅλον τὸ πορτοκάλι; **μ.** δύο δεύτερα.

δ. Παίρνω ἄλλο πορτοκάλι. Εἶναι τὸ ἴδιο μεγάλο μὲ αὐτὸ ποῦ ἔκοψα. (Πρέπει νὰ δοθῇ προσοχὴ νὰ εἶναι ἴσα τὰ ἀντικείμενα. τὰ ὁποῖα κόπτονται πρὸς αἰσθητοποίησιν, ὥστε νὰ εἶναι καταφανῶς μικρότερον ἀπὸ τὸ ἐν δεύτερον τὸ ἐν τέταρτον καὶ ἀπὸ τὸ ἐν τέταρτον τὸ ἐν πέμπτον, ὅταν πρόκειται νὰ γείνουν τιαυτὰ συγκρίσεις) Ἀλλ' αὐτὸ δὲν θὰ τὸ κόψω εἰς δύο μέρη. Θὰ τὸ κόψω εἰς 4. Βλέπετε προσπαθῶ τὰ κομμάτια νὰ εἶναι ἴσα. Ἰδοῦ· ἓνα, δύο, τρία, τέσσαρα. Ξεύρετε τώρα πῶς θὰ λέγεται κάθε μέρος; Θὰ λέγεται **τέταρτον**. Τὶ εἶναι λοιπὸν αὐτό; **μ.** ἐν τέταρτον. **δ.** Αὐτό; **μ.** ἄλλο τέταρτον κ.τ.λ. **δ.** Πόσα τέταρτα ἔχει ὅλον τὸ πορτοκάλι; **μ.** τέσσαρα τέταρτα. **δ.** Πολὺ καλά.

δ. Αὐτὰ τὰ 4 τέταρτα τὰ βάζω τὸ ἓνα κοντὰ στὸ ἄλλο καὶ ξαναγίνεται τὸ πορτοκάλι. Ἴδού. Ἀλλὰ χωρίζουν τὰ κομμάτια, ὅταν τὰ ἀφήσωμεν μόνα.

δ. Λοιπὸν πῶς λέγονται τὰ κομμάτια ὅταν ἓνα πρᾶγμα τὸ κόψω εἰς δύο; **μ.** δεύτερα. **δ.** Πῶς πρέπει νὰ κόπτονται τὰ κομμάτια;

μ. Ἰσα. **δ.** Ὅταν ἓνα πρᾶγμα κόπτεται εἰς τέσσαρα, πῶς λέγονται τὰ κομμάτια; **μ.** τέταρτα. **δ.** Τί γίνεται, ὅταν βάλωμεν πάλιν κοντὰ-κοντὰ τὰ δύο δεύτερα; **μ.** ὅλον τὸ πρᾶγμα ποῦ ἐκόψαμεν.

δ. Ἄν τὸ κόψωμεν εἰς 4, πῶς, εἴπαμεν, θὰ λέγωνται τὰ κομμάτια; **μ.** τέταρτα. **δ.** Πόσα τέταρτα πρέπει νὰ βάλωμεν κοντὰ-κοντὰ διὰ νὰ ξαναγείνη τὸ πρᾶγμα ὅπως ἦτο; **μ.** 4 τέταρτα.

δ. Τί εἶναι αὐτὸ ποῦ ἐπῆρα ἀπὸ τὸ πορτοκάλι, ποῦ ἐκοψα πρῶτον; **μ.** 1 δεύτερον. **δ.** Αὐτό, ποῦ ἐπῆρα ἀπὸ τὸ ἄλλο πορτοκάλι; **μ.** 1 τέταρτον. **δ.** Ποῖον εἶναι περισσότερον, τὸ 1 δεύτερον ἢ τὸ 1 τέταρτον; **μ.** τὸ 1 δεύτερον. **δ.** Βέβαια τὸ 1 δεύτερον εἶναι μεγαλύτερον κομμάτι. Εὐρέτετε διατί; Διότι ἓνα πρᾶγμα εἰς ὅσον περισσότερα μέρη τὸ κόπτομεν, τόσον γίνονται μικρότερα.

δ. Γράφω ἐδῶ δύο γραμμὰς ἴσας. (χαράσσονται ἐπὶ τοῦ πίνακος δύο εὐθεῖαι ὀριζόντιοι ἴσαι) Χωρίζονται καὶ αἱ γραμμαί, ὅπως ὅλα τὰ πρᾶγματα. Ἴδού (χαράσσεται μικρὰ κατακόρυφος γραμμὴ εἰς τὸ μέσον τῆς πρώτης) τὴν ἐχώρισα εἰς δύο μὲ ἀυτὴν τὴν μικρὰν γραμμὴν. Τί μέρος εἶναι αὐτό, ἀπὸ τὴν μικρὰν γραμμὴν ἕως τὸ τέλος; **μ.** τὸ ἓν δεύτερον. **δ.** Αὐτὸ τὸ ἄλλο μέρος; **μ.** τὸ ἄλλο δεύτερον.

δ. Αὐτὴν τὴν ἄλλην γραμμὴν θὰ τὴν χωρίσω εἰς 4 μέρη. Τί πρέπει νὰ προσέξω; **μ.** νὰ εἶναι ἴσα. **δ.** Ἴδού· τί μέρος εἶναι αὐτό; **μ.** ἓν τέταρτον. **δ.** Αὐτό; **μ.** ἄλλα τέταρτον κ.τ.λ.

(Θὰ ἠδύνατο ἐδῶ νὰ διδαχθῆ καὶ τὸ πέμπτον, ἀλλ' εἶναι προτιμότερον νὰ μείνη δι' ἄλλο μάθημα, διὰ νὰ ἐπανέλθωμεν οὐχὶ μὲ ξηρὰν ἐπανάληψιν).

109. Ἀσκήσεις.

1) Νὰ κόψετε τρία ἴσα ξυλάκια εἰς δεύτερα καὶ ἄλλα τρία πάλιν ἴσα εἰς τέταρτα.

2) Νὰ χωρίσετε τρεῖς εὐθείας γραμμὰς εἰς δεύτερα καὶ ἄλλας τρεῖς εἰς τέταρτα.

δ. Εἰς τὸ ἄλλο μάθημα εἶχαμεν εἰπεῖν, ὅτι κάθε πρᾶγμα ἔμπορεῖ νὰ κόπτεται εἰς κομμάτια. Ὅταν κόπτεται εἰς δύο, πῶς λέγονται

τὰ κομμάτια ; **μ.** δεύτερα. **δ.** Ὄταν κόπτεται εἰς τέσσαρα ; **μ.** τέταρτα. Τί εἶναι μεγαλύτερον, τὸ ἐν δευτέρον ἢ τὸ ἐν τέταρτον ; **μ.** τὸ 1 δεύτερον.

δ. Κόπτω αὐτὸ τὸ ξυλάκι εἰς δύο. Βλέπετε προσέχω νὰ εἶναι ἴσα τὰ κομμάτια. Ἴδού. Τί εἶναι αὐτό ; **μ.** 1 δεύτερον κ.τ.λ.

δ. Αὐτὸ τὸ ἄλλο ξυλάκι τὸ κόπτω εἰς 4 μέρη, ἐννοεῖται, ἴσα. Ἴδού. Πῶς θὰ λέγωνται ; **μ.** τέταρτα. **δ.** Τί εἶναι αὐτό ; **μ.** 1 τέταρτον κ.τ.λ.

δ. Παίρνω καὶ αὐτὸ τὸ ξυλάκι. Αὐτὸ ὅμως θὰ τὸ κόψω εἰς 5 μέρη, ἐννοεῖται, ἴσα. Ἴδού. Εὗρετε τώρα πῶς θὰ λέγωνται τὰ κομμάτια ; Θὰ λέγωνται **πέμπτα**. Τί εἶναι αὐτό ; **μ.** 1 πέμπτον κ.τ.λ. Πόσα πέμπτα εἶναι ὅλα ; Μετρήσατέ τα. **μ.**... 5 πέμπτα.

δ. Ποῖα εἶναι τὰ μεγαλύτερα κομμάτια, τὰ δεύτερα, τὰ τέταρτα, ἢ τὰ πέμπτα ; **δ.** Ἴδού 1 δεύτερον, 1 τέταρτον καὶ 1 πέμπτον. **μ.** Τὸ 1 δεύτερον εἶναι τὸ μεγαλύτερον. **δ.** Καὶ τὸ μικρότερον ; **μ.** τὸ 1 πέμπτον.

(Γράφονται πρὶς εὐθεῖαι γραμμαὶ καὶ ἡ μία χωρίζεται εἰς δεύτερα, ἡ ἄλλη εἰς τέταρτα καὶ ἡ ἄλλη εἰς πέμπτα καὶ γίνεται, ὡς ἀνωτέρω, σύγκρισις τῶν μερῶν).

δ. Νομίζετε, ὅτι μόνον εἰς δύο μέρη ἢ εἰς τέσσαρα ἢ εἰς πέντε ἢμποροῦμεν νὰ χωρίζωμεν τὰ πράγματα ; ἢμποροῦμεν νὰ τὰ χωρίζωμεν καὶ εἰς 3 καὶ εἰς 6 καὶ εἰς 7 καὶ εἰς 10 καὶ εἰς 20 καὶ 80 καὶ 100 καὶ εἰς ὅσα θελομεν. Ἄλλῃ δὲν μπορεῖτε νὰ τὰ λογαριάζετε ἀκόμη παρὰ μόνον, ὅταν χωρίζωνται εἰς 2, εἰς 4 καὶ εἰς 5.

110. Ἀσκήσεις.

1) Νὰ εὗρετε 6 ἴσα ξυλάκια καὶ τὰ 2 νὰ τὰ κόψετε εἰς δεύτερα, τὰ ἄλλα 2 εἰς τέταρτα καὶ τὰ ἄλλα 2 εἰς πέμπτα.

2) Νὰ γράψετε 6 ἴσας γραμμάς καὶ τὰς 2 νὰ τὰς χωρίσετε εἰς δεύτερα, τὰς ἄλλας 2 εἰς τέταρτα καὶ τὰς ἄλλας 2 εἰς πέμπτα.

Προβλήματα.

101. Διὰ 3 πήχεις ὑφασμα ἐδώσαμεν 15 δρ. Πόσον στοιχίζει ὁ κάθε πήχυς ;
102. Διὰ 4 ὀκάδες λάδι ἐδώσαμεν 24 δρ. Πόσον στοιχίζει ἡ ὀκά ;
103. Πόσον στοιχίζουν 6 σανίδες ἀπὸ 9 δρ. ἡ μία ;
104. Πόσον στοιχίζουν 9 πήχεις ὑφασμα ἀπὸ 8 δρ. ὁ πήχυς ;
105. Ἄν ἀγοράσωμεν 3 ὀκάδες ἀλευρι ἀπὸ 2 δρ. τὴν ὀκάν καὶ δώσωμεν 1 ἑκατοντάδραχμον, πόσον ὑπόλοιπον θὰ λάβωμεν ;

106. Εἰς ἓνα δοχεῖον ἔχομεν 24 δεκάδες μέλι, εἰς ἄλλο 20 καὶ εἰς ἄλλο 16. Πόσον εἶναι ὅλον ;

107. Εἰς ἓνα δοχεῖον ἔχομεν 45 δεκ. μέλι, εἰς ἄλλο 30 καὶ εἰς ἄλλο 15. Ἐάν ἀπ' αὐτὸ ὅλον πωλήσωμεν 60 δεκάδες, πόσες θὰ μᾶς μείνουν ;

§ 47. Εὐρεσις τοῦ $1/2$ διαφόρων ἀριθμῶν.

μ. Ἐάν κόψω 1 πορτοκάλι στὴ μέση καὶ τὸ μοιράσω εἰς αὐτοὺς τοὺς δύο, ποῦ εἶναι ἐδῶ ἔμπρός, πόσον θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** τὸ μισό. **δ.** Τὸ μισό βέβαια. Πῶς εἶπαμεν, ὅτι λέγεται τὸ μισό εἰς τὴν ἀριθμητικὴν ; **μ.** 1 δεύτερον. Ἐάν τοὺς μοιράσω καὶ μιὰ κουλούρα, κομμένην στὰ δύο, πόσον πάλιν θὰ πάρῃ καθένας ; **μ.** τὴ μισή.

δ. Ἄλλὰ δὲν θὰ μοιράζωμεν πάντα ὅλο καὶ 1 πρᾶγμα. Θὰ μοιράζωμεν καὶ πολλά. Ἐάν τοὺς μοιράσωμεν λοιπὸν αὐτὰ τὰ 10 ξυλάκια, ἀφοῦ δὲν ἔχομεν πορτοκάλια καὶ κουλούρες. Ἴδού· τοὺς τὰ δίδω ἀπὸ ἕνα-ἓνα. Πόσα ἐπῆρες σύ ; **μ.** 5. **δ.** Καὶ σύ ; **μ.** 5. **δ.** Τὰ μισὰ σωστὰ ἐπῆρε καθένας ; **μ.** Μάλιστα. **δ.** Πόσα λοιπὸν εἶναι τὰ μισὰ τοῦ 10 ; **μ.** 5. Τί ἔκαμα διὰ νὰ τοὺς τὰ μοιράσω ; **μ.** διαιρέσιν. (Ἐχουν ἤδη συνδέσῃ οἱ μαθηταὶ τὴν ἔννοιαν τῆς διαιρέσεως μὲ τὴν ἐποπτείαν τῆς διανομῆς κατὰ τὸν τρόπον τοῦτον ἀπὸ τὰ προηγούμενα μαθήματα) **δ.** Βέβαια διαιρέσιν κάμνομεν διὰ νὰ εὐρίσκωμεν τὰ μισὰ. Ἴδού· $10 : 2 = 5$ (γράφεται). Μὲ τί διηρέσαμεν τὸ 10, διὰ νὰ εὐρωμεν τὰ μισὰ ; **μ.** μὲ τὸ 2.

δ. Τώρα θὰ τοὺς μοιράσω 12.... Πόσα ἐπῆρες σύ ; **μ.** 6. **δ.** Καὶ σύ ; **μ.** 6. **δ.** Τὰ 6 εἶναι σωστὰ τὰ μισὰ τοῦ 12 ; **μ.** Μάλιστα. **δ.** Τί ἔκαμαμεν καὶ ἐδῶ ; **μ.** διαιρέσιν. Ἐάν τὴν γράφωμεν καὶ αὐτήν : $12 : 2 = 6$.

δ. Λοιπὸν τί κάμνομεν, διὰ νὰ εὐρίσκωμεν τὸ ἥμισυ ἑνὸς ἀριθμοῦ ; **μ.** διαιρέσιν. **δ.** Μὲ τί ; **μ.** μὲ τὸ 2. **δ.** Πολὺ καλά. Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ ἥμισυ ἑνὸς ἀριθμοῦ τὸν διαιροῦμεν μὲ τὸ 2.

δ. Πόσον εἶναι τὸ ἥμισυ τοῦ 20 ;... τοῦ 40 ;... τοῦ 60 ;... τοῦ 80 ;... τοῦ 100 ;...

(Καλοῦνται μαθηταὶ τινὲς εἰς τὸν πίνακα καὶ ἐκτελοῦν τὰς κάτωθι διαιρέσεις. Τῶν διαιρετέων (ἐκτὸς ὀλίγων, ὧν τὸ πηλίκον διὰ 2 εἶναι πρὸ πολλοῦ γνωστὸν) καὶ αἱ δεκάδες καὶ αἱ μονάδες διαιροῦνται διὰ 2. Τοῦτο ἔχει ἤδη διδαχθῆ καὶ τώρα ἐπαναλαμβάνεται μετ' ἐνδιαφέροντος βεβαίως).

6 : 2 =	24 : 2 =	48 : 2 =	80 : 2 =
8 : 2 =	28 : 2 =	60 : 2 =	84 : 2 =
10 : 2 =	20 : 2 =	64 : 2 =	88 : 2 =
12 : 2 =	40 : 2 =	68 : 2 =	100 : 2 =

111. Ἀσκήσεις

(Ἀντιγράφονται αἱ ἀνωτέρω διαιρέσεις, ἀφοῦ σβέσθωσιν τὰ πηλικά, καὶ ἐκτελοῦνται πάλιν ὑπὸ τῶν μαθητῶν κατ' ἰδίαν. Ὅτι πολλὰ ἐξ αὐτῶν ἔχουσι γείνη μέχρι τοῦδε πολλάκις, δὲν εἶναι λόγος νὰ καθιστᾷ περιττὴν τὴν ἐπανάληψιν. Περὶ τῆς σημασίας τῆς ἐπαναλήψεως εἰς τὸ μάθημα τῆς ἀριθμητικῆς εἴπομεν πολλάκις μέχρι τοῦδε).

§ 48. Εὗρεσις τοῦ $\frac{1}{4}$ διαφόρων ἀριθμῶν.

(Ἡ συσχέτισις τῆς διαιρέσεως τῆς μονάδος εἰς μέρη μὲ τὴν διαιρέσιν ἀριθμῶν εἰς μέρη, ἂν εἰς τὸ προηγούμενον μάθημα δὲν ἔφερε σύγχυσιν, ἐδῶ ὅμως θὰ φέρη. Διὰ τοῦτο παραλείπομεν ἐδῶ τὴν διαιρέσιν τῆς μονάδος εἰς τέταρτα—καὶ ἐρχόμεθα ἀπ' εὐθείας εἰς τὴν διαιρέσιν ἀριθμῶν εἰς τέταρτα).

δ. Αὐτὰ τὰ 8 ξυλάκια θὰ τὰ βάλω χωριστὰ εἰς δύο μέρη, τὰ μισὰ εἰς τὸ ἓνα καὶ τὰ ἄλλα μισὰ εἰς τὸ ἄλλο. Πόσα ἐπῆγαν σὲ κάθε μέρος ; **μ.** 4. **δ.** Λοιπὸν τὰ μισὰ τοῦ 8 πόσα εἶναι ; **μ.** 4. **δ.** Πῶς εὐρίσκομεν τὸ ἥμισυ ἑνὸς ἀριθμοῦ ; Αὐτὸ τὸ εἶπαμεν προχθές **μ.** τὸν διαιροῦμεν μὲ τὸ 2.

δ. Παίρνω ἄλλα 8 ξυλάκια, ἀλλὰ δὲν θὰ τὰ χωρίσω εἰς δύο μέρη, ὅπως αὐτὰ ἐδῶ, ἀλλὰ εἰς τέσσαρα μέρη. Ἴδού... Πόσα ἐπῆγαν σὲ κάθε μέρος ; **μ.** 2. **δ.** Μάλιστα, 2... 2... 2... 2. Τὰ μισὰ εἶναι καὶ ἐδῶ σὲ κάθε μέρος, ὅπως ἐδῶ πέρα ; (δεικνύονται τὰ ἄλλ). **μ.** Ὅχι. **δ.** Βέβαια ἐδῶ δὲν εἶναι τὰ μισὰ, διότι δὲν τὰ ἐχωρίσαμεν εἰς δύο μέρη· τὰ ἐχωρίσαμεν εἰς τέσσαρα. Εὐρετε πῶς θὰ λέγεται τὸ κάθε μέρος, ὅταν πολλὰ πράγματα τὰ χωρίζωμεν εἰς τέσσαρα μέρη ; Θὰ λέγεται 1 τέταρτον. Λοιπὸν ἐδῶ τὸ 2 εἶναι τὸ τέταρτον τοῦ 8.

δ. Τώρα θὰ πάρω 12 ξυλάκια νὰ τὰ χωρίσω εἰς δύο μέρη. Πόσα θὰ εἶναι σὲ κάθε μέρος ; Αὐτὸ τὸ εὐρετε πολὺ καλά. **μ.** 6 σὲ κάθε μέρος. Μάλιστα. Ἴδού, 6 καὶ 6. Πόσα λοιπὸν εἶναι τὰ ἥμισυ τοῦ 12 ; **μ.** 6.

δ. Παίρνω ἄλλα 12, ἀλλὰ θὰ τὰ χωρίσω τώρα εἰς τέσσαρα

μέρη. Ἴδού... Πόσα ἐπῆγαν σὲ κάθε μέρος ; **μ.** 3. **δ.** Πῶς θὰ λε-
γεται τώρα τὸ κάθε μέρος, ἀφοῦ τὸ 12 ἐχωρίσθη εἰς τέσσαρα ; **μ.**
1 τέταρτον. **δ.** Πόσα εἶναι τὸ τέταρτον τοῦ 12 ; **μ.** 3.

δ. Τὶ κάμνωμεν, εἶπαμεν, διὰ νὰ εὐρίσκωμεν τὸ ἥμισυ ἑνὸς ἀριθ-
μοῦ ; **μ.** τὸν διαιροῦμεν μὲ τὸ 2. **δ.** Ξεῦρετε τώρα τί θὰ κάμνωμεν,
διὰ νὰ εὐρίσκωμεν τὸ τέταρτον ἑνὸς ἀριθμοῦ ; **μ.** Θὰ τὸν διαιροῦμεν
μὲ τὸ 4. **δ.** Βέβαια θὰ τὸν διαιροῦμεν μὲ τὸ 4.

δ. Ἄς εὐρωμεν τώρα τὸ τέταρτον μερικῶν ἀριθμῶν μὲ τὴν διαί-
ρῃσιν.

(Καλοῦνται μαθηταὶ τινες εἰς τὸν πίνακα καὶ ἐκτελοῦσι τὰς κά-
τωθι διαιρέσεις, μεθ' ὃ ἀντιγράφονται αὗται ὑπὸ τῶν μαθητῶν, ἀφοῦ
σβεσθῶσι τὰ πηλίκια, καὶ ἐκτελοῦνται κατ' ἰδίαν ὡς ἄσκησις).

12 : 4 =	16 : 4 =	40 : 4 =	44 : 4 =	84 : 4 =
8 : 4 =	24 : 4 =	32 : 4 =	48 : 4 =	88 : 4 =
20 : 4 =	28 : 4 =	36 : 4 =	80 : 4 =	100 : 4 =

Προβλήματα.

108. Ἐνας εἶχεν 60 δρ. καὶ ἐξώδευσε τὰ μισά. Πόσα τοῦ ἔμειναν ;

109. Ἄλλος εἶχεν 80 δρ. καὶ ἐξώδευσε τὸ τέταρτον. Πόσα τοῦ ἔμειναν ;

110. Ἐνας ἄλλος ἀπὸ 40 δρ. ποῦ εἶχεν ἐκράτησε τὸ τέταρτον καὶ τὰ ἄλλα
τὰ ἔδωσεν εἰς ἕνα τοῦ φίλου, ποῦ εἶχεν ἀνάγκην. Πόσα ἐκράτησε καὶ πόσα ἔδω-
σεν εἰς τὸν φίλον του ;

111. Ἡ μητέρα ἠγόρασε 4 πήχεις ὑφασμα διὰ νὰ κάμη φορέματα εἰς τὸ
παιδί της. Τὰ μισὰ λεπτά τὰ εἶχε. Τὰ ἄλλα μισά της τὰ ἔδωσεν ὁ πατέρας.
Πόσα εἶχε καὶ πόσα της ἔδωσεν ὁ πατέρας ;

112. Τὸ ἔτος ἔχει 12 μῆνας. Πόσους μῆνας ἔχει τὸ ἥμισυ τοῦ ἔτους ; τὸ
τέταρτον τοῦ ἔτους ;

113. Πόσους μῆνας ἔχουν 2 ἔτη ; ... 3 ἔτη ; ... 4 ἔτη ;

§ 49. Εὐρεσις τοῦ $\frac{1}{5}$ διαφόρων ἀριθμῶν.

δ. Ποῖον εἶναι τὸ ἥμισυ τοῦ 8 ; **μ.** 4. **δ.** Καὶ τὸ τέταρτον ;
μ. 2. **δ.** Τὸ ἥμισυ τοῦ 12 ; **μ.** 6. **δ.** Καὶ τὸ τέταρτον ; **μ.** 3.

δ. Ἠξεύρομεν λοιπὸν ἕως τώρα νὰ εὐρίσκωμεν τὸ ἥμισυ ἑνὸς
ἀριθμοῦ καὶ τὸ τέταρτον. Τώρα θὰ μάθωμεν νὰ εὐρίσκωμεν καὶ τὸ
πέμπτον.

δ. Παίρνω αὐτὰ τὰ 20 ξυλάκια. Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ ἥμισυ τί
θὰ κάμωμεν ; **μ.** Θὰ τὰ χωρίσωμεν εἰς δύο μέρη. **δ.** Ἴδού... Πόσα
ἐπῆγαν σὲ κάθε μέρος ; **μ.** 10. **δ.** Τὶ εἶναι ἐδῶ τὸ 10 ; **μ.** τὸ
ἥμισυ τοῦ 20.

δ. Τί θά κάμωμεν διὰ νὰ εὑρωμεν τὸ τέταρτον ; **μ** θὰ τὰ χωρίσωμεν εἰς τέσσαρα. **δ.** Μάλιστα... Πόσα ἐπῆγαν σὲ κάθε μέρος ; **μ.** 5. **δ.** Τὸ 5 λοιπὸν τί εἶναι ἐδῶ ; **μ.** τὸ τέταρτον τοῦ 20.

δ. Ἦώρα θέλω νὰ εὑρωμεν τὸ πέμπτον τοῦ 20. Τί θά κάμωμεν ; **μ.** θὰ τὰ χωρίσωμεν εἰς πέντε. **δ.** Αὐτὸ βέβαια θὰ κάμωμεν. Ἴδού... Πόσα ἐπῆγαν σὲ κάθε μέρος ; **μ.** 4. **δ.** Λοιπὸν τὸ 4 εἶναι τὸ πέμπτον τοῦ 20.

δ. Ἀλλὰ τί εἶπαμεν πῶς κάμνωμεν διὰ νὰ εὐρίσκωμεν τὸ ἥμισυ ἐνὸς ἀριθμοῦ χωρὶς νὰ ἔχωμεν ξυλάκια καὶ ἄλλα πράγματα ; **μ.** τὸν διαιροῦμεν μὲ τὸ 2. **δ.** Καὶ διὰ νὰ εὐρίσκωμεν τὸ τέταρτον ; **μ.** τὸν διαιροῦμεν μὲ τὸ 4. **δ.** Καὶ διὰ νὰ εὐρίσκωμεν τὸ πέμπτον ;... Τὸν διαιροῦμεν μὲ τὸ 5. Αὐτὸ ποῦ ἐκάμναμεν ἕως τώρα, ποῦ ἐχωρίζαμεν τὰ ξυλάκια εἰς 5 μέρη δὲν ἦτο διαίρεσις ;

Λοιπὸν : 10 : 5 (γράφεται). Τὸ 5 εἰς τὸ 10 ; **μ.** 2. **δ.** Τί εἶναι ἐδῶ λοιπὸν τὸ 2 ; **μ.** τὸ πέμπτον τοῦ 10. **δ.** Αὐτὰ τώρα : 15 : 5... **μ.** τὸ 5 εἰς τὸ 15... 3. **δ.** Τί εἶναι τὸ 3 ; **μ.** τὸ πέμπτον τοῦ 15. (Δίδονται καὶ ἄλλοι ἀριθμοί, οἱ τῆς κάτωθι ἀσκήσεως, ὅπως καὶ εἰς τὰ προηγούμενα μαθήματα).

112. Ἀσκήσεις.

$10 : 5 =$	$25 : 5 =$	$15 : 5 =$	$5 \times 12 =$	$60 : 5 =$
$30 : 5 =$	$50 : 5 =$	$20 : 5 =$	$5 \times 15 =$	$75 : 5 =$
$40 : 5 =$	$45 : 5 =$	$35 : 5 =$	$5 \times 20 =$	$100 : 5 =$

113. Ἀσκήσεις.

Νὰ εὐρεθῆ τὸ ἥμισυ,	τὸ τέταρτον καὶ τὸ πέμπτον	τοῦ 20
» » »	» » »	τοῦ 40
» » »	» » »	τοῦ 100

114. Ἀσκήσεις.

$8 + 9 + 10 =$	$100 - 9 - 8 =$	$7 \times 9 =$	$4 \times 13 =$	$63 : 7 =$
$7 + 9 + 20 =$	$80 - 8 - 9 =$	$8 \times 9 =$	$2 \times 26 =$	$63 : 9 =$
$48 + 10 + 9 =$	$90 - 10 - 8 =$	$9 \times 9 =$	$3 \times 24 =$	$72 : 8 =$
$72 + 10 + 8 =$	$90 - 20 - 7 =$	$10 \times 9 =$	$5 \times 16 =$	$81 : 9 =$

115. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{r}
 32 + 18 + 40 = 90 - 40 - 12 = 8 \times 8 = 3 \times 15 = 48 : 8 = \\
 27 + 20 + 13 = 100 - 20 - 14 = 7 \times 8 = 3 \times 31 = 48 : 4 = \\
 46 + 14 + 30 = 100 - 25 - 15 = 9 \times 8 = 5 \times 14 = 48 : 2 = \\
 58 + 10 + 17 = 96 - 30 - 13 = 9 \times 9 = 3 \times 26 = 48 : 6 =
 \end{array}$$

116. Ἀσκήσεις.

$$\begin{array}{r}
 12 + 35 + 40 = 100 - 30 - 35 = 7 \times 7 = 6 \times 15 = 88 : 4 = \\
 24 + 25 + 50 = 100 - 35 - 40 = 7 \times 8 = 5 \times 14 = 93 : 3 = \\
 28 + 28 + 30 = 90 - 35 - 40 = 7 \times 9 = 4 \times 24 = 72 : 8 = \\
 35 + 35 + 30 = 80 - 35 - 40 = 7 \times 10 = 2 \times 45 = 69 : 3 =
 \end{array}$$

(Ἀσκήσεις, ὡς αἱ ἀνωτέρω, ἀσχετοὶ πλέον πρὸς τὴν διδασκαλίαν τῶν κλασμάτων, δύνανται τοῦ λοιποῦ, ἂν ὁ χρόνος τῆς λήξεως τῶν μαθημάτων ἐπιτρέψῃ, νὰ δίδωνται πολλαί. Μέρος τούτων, ὡς εἶπομεν καὶ ἀλλαχοῦ τοῦ βιβλίου, δύνανται νὰ ἐκτελῶνται ἐν συνεργασίᾳ διδασκάλου καὶ μαθητῶν, μέρος δὲ κατ' ἰδίαν ὑπὸ τῶν μαθητῶν).

Τ Ε Λ Ο Σ

ΑΝΑΓΚΑΙΑΙ ΤΙΝΕΣ ΕΞΗΓΗΣΕΙΣ

1) Εἰς τὰ διαγράμματα διδασκαλίας ὁ μὲν ἐρωτῶν διδάσκαλος παριστάνεται διὰ τοῦ **δ**, ὁ δὲ ἀπαντῶν μαθητὴς διὰ τοῦ **μ**. Ἡ ἐρώτησις ἀπευθύνεται, ἐννοεῖται, εἰς ὁλόκληρον τὴν τάξιν, ἀλλ' ἡ ἀπάντησις θὰ δίδεται ὑφ' ἐνὸς μόνου μαθητοῦ, ὀριζομένου ὑπὸ τοῦ διδασκάλου. Διατυποῦται ὁμως γενικῶς ἐν τῷ βιβλίῳ πᾶσα ἐρώτησις, π. χ. «λέγετε σεῖς» κ.τ.λ. χάριν συντομίας καὶ οἰκονομίας χώρου.

2) Ἡ ἀπάντησις, τὴν ὁποίαν φαίνεται δίδων ὁ μαθητὴς διατυποῦται πάντοτε βραχύτατα χάριν συντομίας. Ἐννοεῖται δέ, ὅτι ἡ διδομένη ὑπὸ τοῦ μαθητοῦ ἀπάντησις δὲν θὰ εἶναι πάντοτε ὀρθή, πολλάκις δὲ καὶ δὲν θὰ δίδεται οὐδεμίαν ἀπάντησις, ἀλλὰ διατυποῦται εὖτω διὰ νὰ κρατῆται ἡ σειρά τῆς διδασκαλίας.

3) Τὰ διαγράμματα διδασκαλίας, τὰ ὁποῖα βεβαίως δὲν ἐγράφησαν διὰ τοὺς ἔχοντας μακρὰν πείραν διδασκάλους, δύνανται οἱ βουλόμενοι νὰ μὴ ἀκολουθῶσι κατὰ γράμμα, ἀλλὰ νὰ παραλαμβάνωσιν ἐξ αὐτῶν μόνον ὅ,τι θεωρήσωσι χρήσιμον. Ἐκεῖνο τὸ ὅποῖον θαρρούντως συνιστῶμεν νὰ ἀκολουθῶσιν εἶναι ἡ σειρά τῶν μαθημάτων καὶ τῶν ἀσκήσεων.

4) Ἐνιαχοῦ ὑπερβαίνομεν τὸ ἐπίσημον ἀναλυτικὸν πρόγραμμα π. χ. ἀντὶ μόνου προσθέσεως ἀριθμῶν ἔχοντων δεκάδας καὶ μονάδας (28+15 κ.τ.λ.) ἔχομεν καὶ ἀφαιρέσιν καὶ πολλαπλασιασμόν. Ἄλλ' ὁ διδάσκαλος δύναται, ἂν θέλῃ, νὰ παραλείπῃ ὅ,τι εἶναι πέραν τοῦ προγράμματος. Ἄν ἡμεῖς ἐξετάθῃμεν πέραν τοῦ προγράμματος ἐνταῦθα, εἶναι διότι τὸ βιβλίον δὲν ἔχει σκοπὸν στενῆς ὑπηρεσιακῆς συμμορφώσεως, ἀλλ' εὐρύτερον ἐπιστημονικὸν σκοπὸν καὶ ὁ γράφων πρέπει νὰ εἶναι ἐλεύθερος. Εἰς ἐν βιβλίον, ὡς τὸ παρόν, πρέπει νὰ ἐξετάζωνται εὐρύτερον τὰ ζητήματα καὶ ὑφ' ὅλας, εἰ δυνατὸν τὰς ἐπόμεναις, καὶ τὰς μᾶλλον ἀντιθέτους, διότι οὕτω μόνον εὐρίσκειται ἡ ὀρθὴ ὁδός. Ἀκριβῶς δὲ μεγάλην ἠθέλομεν ὁμολογήσῃ χάριν εἰς ἐκείνους ἐκ τῶν κ. κ. συναδέλφων, οἵτινες θὰ μᾶς ὑπεδείκνουν τὰ

τὰ σημεῖα, εἰς τὰ ὅποια σφάλλομεν ὅσον καὶ ἐκεῖνα εἰς τὰ πιτυγχάνομεν. Καὶ ἀναμφιβόλως θὰ ἔχωμεν καὶ ἐπιτυχίας καὶ ἀποτυχίας.

5) Ἡ εἰς δύο κοπή τῶν χαρτονομισμάτων μᾶς εὔρεν εἰς τὸ τέλος τῆς ἐκτυπώσεως τοῦ βιβλίου, ὅτι οὐδεμία μεταβολὴ ἦτο πλέον δυνατή, ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν ἀρχὴν ἂν μᾶς εὔρισκεν, δὲν θὰ ἐφέρομεν μεταβολήν, διότι εἰς τὴν δευτέραν τάξιν ὑπολογισμοὶ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς σημερινῆς ἀγοραίας ἀξίας τοῦ νομίσματος δὲν εἶναι δυνατοί. Ὁμολογουμένως ὁ γινόμενος ἐν τῷ βιβλίῳ εἰς τὸ ἄριον ὑπολογισμὸς πενταδράχμου, εἰκοσιπενταδράχμου καὶ ἑκατονταδράχμου προσκρούει εἰς τὴν πραγματικότητα, τῆς ὁποίας ἔχουν ἰδέαν τὰ παιδιά ἀπὸ τὰς εἰκογενείας των. Ἄλλ' ὁ διδάσκαλος δύναται νὰ ἐξηγήσῃ, ὅτι ἕκαστον τῶν ἀνωτέρω νομισμάτων θὰ ἐννοῆται ἀποτελούμενον ἐκ δύο μερῶν.