

Πανεπιστήμιο Αιγαίου
Παιδαγωγικό τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

*"Μελέτη των μαθησιακών δυσκολιών για την μαθηματική εκπαίδευση
στο δημοτικό σχολείο : η περίπτωση της εμφάνισης συμπτωμάτων μη
κατανόησης λογικομαθηματικών εννοιών , η δυσλεξία και
δυσαριθμησία"*

ΠΑΤΣΑΗ ΑΝΤΩΝΙΑ

A.M 411/2014150

Επιβλέπων καθηγητής : Ευγένιος Αυγερινός

Ακαδημαϊκό έτος 2017-2018

Ρόδος, Ιούνιος 2018

Περιεχόμενα

Εισαγωγή.....	9
Κεφάλαιο 1°	12
Ορισμός μαθησιακών δυσκολιών	12
1.1 Από το χθες στο σήμερα.....	12
1.2 Ποσό συχνή είναι η εμφάνιση μαθησιακών δυσκολιών;	19
1.3 Διαχωρισμός Μαθησιακών Δυσκολιών σε Γενικές και Ειδικές.....	20
1.4 Κατάρριψη των μύθων σχετικά με τις μαθησιακές δυσκολίες.....	23
Κεφάλαιο 2°	27
Οι μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά - Η ύπαρξη δυσαριθμσίας	27
2.1 Δομικά στοιχεία των μαθηματικών	27
2.2 Τα είδη των μαθησιακών δυσκολιών που σχετίζονται με τα μαθηματικά.....	31
2.3 Οι παράγοντες που συμβάλλουν στην εμφάνιση μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά - τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα που απορρέουν από αυτούς	33
2.4 Ορισμός και μορφές της Δυσαριθμσίας.....	44
2.4.1 Αναπτυξιακή Ή Εξελικτική Δυσαριθμσία	57
2.4.2 Επίκτητη Δυσαριθμσία	58
2.5 Τα χαρακτηριστικά της Δυσαριθμσίας	60
2.6. Εμφάνιση μαθησιακών δυσκολιών στον τομέα της Γεωμετρίας.....	64
Κεφάλαιο 3°	69
3.1 Πώς μπορούμε να αντιμετωπίσουμε τις μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά ;.....	69

3.2 Αντιμετώπιση των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά μέσω διδακτικών μεθόδων της ειδικής αγωγής.....	77
3.3. Αντιμετώπιση των μαθηματικών δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με Δυσαριθμησία	85
Κεφάλαιο 4 ^ο Έρευνα.....	97
Σκοπός της παρούσας έρευνας.....	97
Ερευνητικά ερωτήματα	97
Επιλογή της μεθόδου	98
Συμμετέχοντες (Δείγμα).....	100
Εργαλείο της ερευνάς	102
Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων.....	102
Αποτελέσματα	103
Κατηγορίες λαθών στην επίλυση των έργων.....	113
Συζήτηση - συμπεράσματα	117
Παράρτημα.....	123
Βιβλιογραφία.....	130

«Αφιερωμένη στην οικογένεια μου»

Math-lexic [Dyscalculia Poem]

These numbers dance around me, Singing songs of defeat. At first, I see a three, or is it a two? I can feel my heartbeat from my head to my toes. It bangs my neck like a bass drum. The cold sweat is like a second layer to my body. My pencil makes a soft carving noise, but nothing but scribbles comes out. My hand is on fire, or is it my mind? All the numbers and symbols stare me down They laugh, and sneer as warm tears tickle my cheek My mind is a prison where I always have a life sentence. It's like my eyes and my mind have two different brains My eyes try to scan my paper, but my mind refuses to listen the anger brews inside me like angry waves crashing against rocks All I see is red My teeth are clenched so tightly my jaw aches I don't get it. Dam. Dam. Dam. Another mistake as if it's a surprise So I look back down at the gang of 1, 2, and 3's and my eyes ache in pain for all I see is, s'3 2 1

Kristin

(16 years old, she has Dyscalculia)

Πρόλογος - Ευχαριστίες

Ο κύριος λόγος που με παρότρυνε να ασχοληθώ με το θέμα αυτής της εργασίας , πηγάζει από την θέληση μου να διευρύνω τους πνευματικούς μου ορίζοντες στο πεδίο αυτό , ώστε να μπορέσω να βοηθήσω προσωπικά δυο ανήλικα μέλη της οικογένειάς μου οπου έχουν χαρακτηριστεί από τα Κέντρα Διαφοροδιάγνωσης, Διάγνωσης και Υποστήριξης Ειδικών Εκπαιδευτικών Αναγκών (ΚΕΔΔΥ), ως άτομα με Ειδικές Μαθησιακές δυσκολίες. Μέσα από την καθημερινή επαφή μαζί τους , αρχίσαν να μου δημιουργούνται αναρίθμητα ερωτήματα γύρω από τις μαθησιακές δυσκολίες . Τι είναι ; Πως εμφανίζονται ; Πως εξελίσσονται μέσα από την διαδικασία της μάθησης ; Ποιοι είναι οι παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η ανάπτυξη των μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων και κάτω από ποιες συνθήκες οι παράγοντες αυτοί μπορούν να αποτελέσουν τροχοπέδη της μαθηματικής προόδου; Και γενικά τα πολυάριθμα γνωστικά εμπόδια που δέχονται τα παιδιά αυτά . Και κάπου εδώ μου δημιουργείται άλλη μια ερώτηση . Μπορεί το πρόγραμμα του ενιαίου Σχολείου να υποστηρίξει αυτά τα παιδιά στις τάξεις του;

Σκοπός μου στην παρούσα εργασία είναι να αποδείξω πως η αντιμετώπιση , έως ένα συγκεκριμένο βαθμό , μπορεί να επιτευχθεί μέσα από τα πλαίσια

της κοινής διδασκαλίας , απαιτώντας βέβαια τις κατάλληλες προσαρμογές από τους εκπαιδευτικούς γενικής παιδείας .

Έπειτα, «το κλειδί για την επιτυχημένη στροφή προς την εκπαιδευτική αντιμετώπιση δεν είναι η ύπαρξη της εκπαιδευτικής έρευνας, αλλά η διάχυση των αποτελεσμάτων της στους εκπαιδευτικούς και η αλλαγή των αντιλήψεων και καθημερινών διδακτικών πρακτικών τους.» (Παντελιάδου & Μπότσας, 2007)

Εισαγωγή

Το θέμα των μαθησιακών Δυσκολιών αποτελεί την μεγαλύτερη κατηγορία εκπαιδευτικών αναγκών , καθώς απασχολεί εδώ και περίπου 40 χρόνια μεγάλο ποσοστό των μαθητών , των γονέων , των εκπαιδευτικών και την επιστημονική κοινότητα από ποικίλους χώρους . Οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες (ΜΔ) είναι ιδιαίτερα αυξημένες και σχετίζονται με τον γνωστικό , τον συναισθηματικό και τον κοινωνικό τομέα . Οι ερευνητές , στην προσπάθειά τους να νοηματοδοτήσουν τον ορό , επισήμαναν κάποια κοινά χαρακτηριστικά μεταξύ των μαθητών με μαθησιακές δυσκολίες . Τα χαρακτηριστικά αυτά συμπίπτουν τόσο στην σχολική επίδοση των μαθητών , (γνωστικά χαρακτηριστικά) αλλά και στην κοινωνική τους συμπεριφορά εντός και εκτός σχολικού περιβάλλοντος (κοινωνικό-συναισθηματικά χαρακτηριστικά). Σχετικά με την επίδοση των μαθητών που παρουσιάζουν μαθησιακές Δυσκολίες , παρατηρείται πως μεγάλο ποσοστό των ερευνητών έχουν καταπιαστεί με τις δυσκολίες που συναντούν οι μαθητές στην ανάγνωση και την γραφή . Πάνω σε αυτούς του πρόποδες λοιπόν έχουν δημιουργηθεί και οι περισσότερες εκπαιδευτικές στρατηγικές παρέμβασης . Η αποτελεσματικότητα των περισσότερων εξ αυτών είναι αξιόλογη .

Πρέπει όμως να επισημανθεί πως οι μαθητές που εμφανίζουν διαταραχές , δεν κωλύονται μόνο στα γλωσσικά ζητήματα . Αντιθέτως , πηγή δυσκολιών γι' αυτούς αποτελούν και τα Μαθηματικά. Και κάπου εδώ , προκαλεί μεγάλη εντύπωση το γεγονός ότι η βιβλιογραφία που πραγματεύεται τις μαθηματικές δυσκολίες καθώς και τις πιθανές εκπαιδευτικές στρατηγικές παρέμβασης , είναι πολύ πενιχρή συγκριτικά με το εύρος της βιβλιογραφίας που υπάρχει για τις δυσκολίες και τους τρόπους αντιμετώπισης αυτών στην ανάγνωση και τη γραφή. Επομένως , οι μαθητές που χρήζουν ειδικά σχεδιασμένης διδασκαλίας ,δεν την δέχονται εξαιτίας αυτού του επιστημονικού κενού .

Τα παιδιά είναι μέρος ενός κοινωνικού περιβάλλοντος πλούσιο σε μαθηματικές εμπειρίες (Rivera, 1998). Ακούν τους ενήλικες να μετρούν ή να χρησιμοποιούν τα χρήματα, βλέπουν αριθμούς στα τηλέφωνα, στα λεωφορεία. Στα σπίτια και στα τηλεοπτικά προγράμματα. Όπως αναφέρει, άλλωστε και ο Ginsburg (1989), οι άτυπες γνώσεις των μαθηματικών (informal mathematics) είναι πιο ισχυρές από τις τυπικές γνώσεις (formal Mathematics) που αποκτούν στα πλαίσια της σχολικής εκπαίδευσης, καθώς τα παιδιά πριν από την εισαγωγή τους στο σχολείο μαθαίνουν να λένε την ώρα, να μοιράζονται το φαγητό τους. Να υπολογίζουν τιμές προϊόντων νοερά, δηλαδή εισάγονται λίγο ή πολύ σε

εννοείς όπως σύγκριση αριθμών (μεγαλύτερο, μικρότερο), πρόσθεση - αφαίρεση (παίρνω ή δίνω) και γεωμετρία (σχήμα και μέγεθος).

Όλα τα παραπάνω , απαιτείται να ομαδοποιηθούν και να επεξεργαστούν περαιτέρω από τα παιδιά μέσα στην σχολική τάξη και στο ευρύτερο περιβάλλον με στόχο να γίνει μια σύνδεση των άτυπων γνώσεων τους με τα μαθηματικά δεδομένα στο εκπαιδευτικό πλαίσιο . Έτσι , σε πολλά παιδιά , φαίνεται δύσκολο , με αποτέλεσμα να δημιουργούνται δυσκολίες που στέκονται ως τροχοπέδη στην μαθησιακή ανάπτυξη των μαθητών αλλά και στην κοινωνικοποίηση τους

Κεφάλαιο 1°

Ορισμός μαθησιακών δυσκολιών

1.1 Από το χθες στο σήμερα

Στο πέρασμα των χρόνων , παρατηρείται μεγάλη μεταβολή στον καθορισμό του ορού (Μαθησιακές Δυσκολίες),οπού φαίνεται σε κάθε περίπτωση να εκφράζει την αντίληψη της εκάστοτε εποχής .

Από το 1800 έως το 1930 , οι νευροψυχολόγοι αναλαμβάνουν να μελετήσουν τις περιπτώσεις των μαθητών όπου παρουσίαζαν δυσκολίες . Οι μελέτες αυτές είχαν ως πυλώνα τους τη λειτουργία και δυσλειτουργία του εγκεφάλου . Οι όροι που χρησιμοποίησαν για να εξηγήσουν την διαταραχή αυτή ήταν αφασία *Boca*, αφασία *Wernicke* (Lerner, 2003) και συγγενής λεκτική τύφλωση (Μαρκοβίτης & Τζουριάδου, 1991).

Στο διάστημα μεταξύ 1930-1960 οι έρευνες επεκτάθηκαν πέραν της μελέτης σχετικά με τις λειτουργίες και δυσλειτουργίες του εγκεφάλου . Αρχίσαν πλέον να επικεντρώνονται στην διδασκαλία αυτών των ατόμων .

Σημαντική ήταν η συμβολή των του *Samuel Orton* και της *Maria Montessori*¹.

Παρατηρείται ότι ο ορός μαθησιακές δυσκολίες, στην σημερινή του μορφή, προκύπτει μέσα από προγενέστερους ορισμούς οπού επικεντρώνονταν στους βιολογικούς παράγοντες της διαταραχής και στις συνέπειες της συμπεριφοράς (για παράδειγμα το εγκεφαλικό τραύμα ή η διάσπαση προσοχής).

Πλέον είναι ξεκάθαρο το περιεχόμενο των μαθησιακών δυσκολιών και καλύπτει ένα ευρύ φάσμα αιτιών και χαρακτηριστικών - συμπτωμάτων.

Οι *Hallahan, Lloyd, Kauffman, Weiss & Mariinez*, το 2005 στο βιβλίο *Learning Disabilities - Foundations, Characteristics and Effective Teaching* συγκεντρώνουν ποικίλλες ορολογίες σχετικά με τις μαθησιακές δυσκολίες και μπορούν να αναζητηθούν στην σχετική βιβλιογραφία. Πρωτοπόρος στην διατύπωση του ορού «Μαθησιακές Δυσκολίες» στάθηκε ο *Samuel Kirk*, αναφέρει ξεκάθαρα την προτίμηση του στην χρήση του ορού αυτού παρά των όρων « εγκεφαλικό τραύμα» ή «ελάχιστη εγκεφαλική δυσλειτουργία»². Τα επόμενα χρόνια διατυπώθηκαν και άλλοι

¹ Ο *Samuel Orton*, το 1937, πρότεινε ότι οι διαταραχές του λόγου οφείλονται στην έλλειψη εγκεφαλικής κυριαρχίας και πρότεινε μία εκπαιδευτική μέθοδο για την αντιμετώπιση αυτών των διαταραχών. Η *Maria Montessori*, αν και ήταν γιατρός, εργάστηκε στον εκπαιδευτικό τομέα προτείνοντας ότι για τη μάθηση και τη γνωστική ανάπτυξη αυτών των μαθητών είναι σημαντικό να χρησιμοποιούνται δομημένα υλικά και δομημένο περιβάλλον.

² Στο βιβλίο του *Educating Exceptional Children* (1962), περιγράφει τις μαθησιακές δυσκολίες ως «καθυστέρηση, διαταραχή ή καθυστερημένη ανάπτυξη σε μία ή περισσότερες από τις διαδικασίες του λόγου, της γλώσσας, της ανάγνωσης, της γραφής, της αριθμητικής ή σε άλλους σχολικούς τομείς και οφείλονται σε

ορισμοί που είτε θα πρόσθεταν κάποια νέα στοιχεία είτε θα αναφέρονταν στα ίδια .

Μετα από λίγα χρόνια ,το 1965 η Bateman έρχεται να δώσει μια άλλη εκδοχή στον ορισμό σχετικά με το τί είναι οι μαθησιακές δυσκολίες . Μέσα από το άρθρο «*An educator's view of diagnostic approach to learning disorders*» κάνει λόγο «*μαθητές με μαθησιακές διαταραχές είναι αυτοί που εκδηλώνουν μία σημαντική εκπαιδευτική ασυμφωνία ανάμεσα στο εκτιμώμενο νοητικό τους δυναμικό και στην πραγματική τους παρουσίαση. Αυτή η ασυμφωνία σχετίζεται με βασικές διαταραχές στη μαθησιακή διαδικασία, οι οποίες πιθανώς να συνοδεύονται από ευαπόδεικτη δυσλειτουργία του κεντρικού νευρικού συστήματος και δεν είναι δευτερεύουσες στη γενικευμένη νοητική καθυστέρηση, στην εκπαιδευτική και πολιτισμική αποστέρηση, στις διαταραχές της συμπεριφοράς ή στην απώλεια των αισθήσεων*»

Το 1977, διατυπώθηκε ο ορισμός των μαθησιακών δυσκολιών στον ομοσπονδιακό νόμο 94-142 στις Η.Π.Α. (Public Law 94-142, U.S. Office of Education), ο οποίος υιοθετήθηκε από μία αναφορά του κογκρέσου στην Εθνική Συμβουλευτική Επιτροπή για τους Ανάπηρους (National Advisory Committee on the Handicapped). Ορίζει ότι τα παιδιά με

πιθανή βλάβη σε κάποιο από τα δύο ημισφαίρια ή/και σε διαταραχές της συμπεριφοράς και των συναισθημάτων. Οι μαθησιακές δυσκολίες δεν είναι το αποτέλεσμα νοητικής καθυστέρησης, αισθητηριακών διαταραχών ή πολιτισμικών και εκπαιδευτικών παραγόντων»,

ειδικές μαθησιακές δυσκολίες παρουσιάζουν διαταραχή σε μία ή περισσότερες από τις βασικές ψυχολογικές λειτουργίες που περιλαμβάνονται στην κατανόηση ή στη χρήση προφορικού ή γραπτού λόγου. Αυτές οι διαταραχές μπορεί να εκδηλωθούν ως ατελής ικανότητα ακοής, σκέψης, ομιλίας, ανάγνωσης, γραφής, συλλαβισμού ή εκτέλεσης μαθηματικών πράξεων. Περιλαμβάνονται καταστάσεις οι οποίες αναφέρονται ως αντληπτικές μειονεξίες, εγκεφαλική βλάβη, ελάχιστη εγκεφαλική δυσλειτουργία, δυσλεξία και αναπτυξιακή αφασία. Οι μαθησιακές δυσκολίες δεν οφείλονται σε οπτική, ακουστική ή κινητική μειονεξία, σε νοητική υστέρηση, σε συναισθηματική διαταραχή ή σε αρνητικούς περιβαλλοντικούς, κοινωνικούς ή οικονομικούς παράγοντες.

Με βάση τον παραπάνω ορισμό ακολουθήσαν πολλές ανατιθέμενες απόψεις από πολλούς ερευνητές. Χαρακτηριστικά ο Hammill και η Myers (1990) αναφέρουν ότι δεν πρέπει να χρησιμοποιείται ο όρος παιδιά καθώς οι μαθησιακές δυσκολίες δεν αφορούν μόνο την συγκεκριμένη πληθυσμιακή ομάδα. Στην συνέχεια διευκρινίζει πως η έλλειψη στην ικανότητα της ορθογραφίας δεν πρέπει να θεωρείται ξεχωριστή περίπτωση μαθησιακών δυσκολιών, καθώς η ορθογραφία εντάσσεται στη γραπτή έκφραση. Επιπρόσθετα επισημαίνει την ύπαρξη παρανόησης στο ότι οι μαθησιακές δυσκολίες δεν μπορούν να συνυπάρχουν με

αισθητηριακές βλάβες ή με αρνητικούς περιβαλλοντικούς, κοινωνικούς ή οικονομικούς παράγοντες.

Αργότερα , το 1989, η Εθνική Μεικτή Επιτροπή για τις Μαθησιακές Δυσκολίες (National Joint Committee on Learning Disabilities) ορίζει τις μαθησιακές δυσκολίες, αναφέροντας ότι οι μαθησιακές δυσκολίες είναι ένας γενικός όρος, ο οποίος αναφέρεται σε μία ανομοιογενή ομάδα διαταραχών οι οποίες εκδηλώνονται με σημαντικές δυσκολίες στην απόκτηση και χρήση των ικανοτήτων της ακρόασης, της ομιλίας, της ανάγνωσης, της γραφής, του συλλογισμού ή των μαθηματικών ικανοτήτων. Αυτές οι διαταραχές είναι εγγενείς στο άτομο, αποδίδονται σε δυσλειτουργία του κεντρικού νευρικού συστήματος και μπορεί να διατηρηθούν καθ' όλη τη διάρκεια της ζωής του ατόμου . Με τις μαθησιακές δυσκολίες είναι δυνατόν να συνυπάρχουν προβλήματα αυτορρύθμισης της συμπεριφοράς, κοινωνικής αντίληψης και κοινωνικής αλληλεπίδρασης αλλά αυτά τα προβλήματα δεν αποτελούν από μόνα τους μαθησιακές δυσκολίες. Αν και οι μαθησιακές δυσκολίες είναι δυνατόν να εμφανιστούν σε συνδυασμό με άλλες καταστάσεις μειονεξίας (όπως για παράδειγμα αισθητηριακή βλάβη, νοητική καθυστέρηση, σοβαρή συναισθηματική διαταραχή) ή εξωτερικές επιδράσεις (όπως οι πολιτισμικές διαφορές, ανεπαρκής ή ακατάλληλη διδασκαλία), δεν είναι το άμεσο αποτέλεσμα αυτών των καταστάσεων ή επιδράσεων.

Αναλύοντας τον ορισμό αυτό μπορούμε ευκολά να καταλάβουμε πως οι μαθησιακές δυσκολίες αφορούν πολλούς τομείς ικανοτήτων . Επιπρόσθετα επισημαίνει ότι η αιτία της διαταραχής αυτής οφείλεται στο ίδιο το άτομο και όχι σε εξωτερικούς παράγοντες, όπως είχαν οριστεί παλαιότερα , λόγου χάρη, η οικονομική κατάσταση του ή οι φτωχές πρακτικές ανατροφής του παιδιού ή η λανθασμένη σχολική διδασκαλία κ.α. . Μπορούν προφανώς να συνυπάρχουν χωρίς όμως να αποτελούν την βασική αίτια της . Σύννηθες είναι το φαινόμενο , οι μαθησιακές δυσκολίες να συνοδεύονται με άλλες καταστάσεις μειονεξίας (όπως για παράδειγμα αισθητηριακή βλάβη, νοητική καθυστέρηση, σοβαρή συναισθηματική διαταραχή) ή εξωτερικές επιδράσεις (όπως οι πολιτισμικές διαφορές, ανεπαρκής ή ακατάλληλη διδασκαλία), χωρίς όμως να αποτελεί το βασικό αποτέλεσμα αυτών των καταστάσεων ή επιδράσεων.

Το 1990 πραγματοποιείται η πρώτη τροποποίηση στον ορισμό των μαθησιακών δυσκολιών στο νομό των Η.Π.Α. 94-142 και για δεύτερη φορά το 1997 από την Εκπαίδευση για τα Άτομα με Αναπηρίες (Individuals with Disabilities Education Act of 1997, IDEA- Public Law 105-17), όπου πλέον παίρνει και την τελική του μορφή . Σύμφωνα με τον ορισμό αυτό «οι μαθητές με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες είναι εκείνοι που παρουσιάζουν διαταραχή σε μία ή περισσότερες από τις βασικές ψυχολογικές λειτουργίες που περιλαμβάνονται στην κατανόηση ή στη

χρήση προφορικού ή γραπτού λόγου. Αυτές οι διαταραχές μπορεί να εκδηλωθούν ως ατελής ικανότητα ακρόασης, σκέψης, ομιλίας, ανάγνωσης. Γραφής, συλλαβισμού ή εκτέλεσης μαθηματικών πράξεων. Περιλαμβάνονται καταστάσεις οι οποίες αναφέρονται ως αντιληπτικές μειονεξίες, εγκεφαλική βλάβη, ελάχιστη εγκεφαλική δυσλειτουργία, δυσλεξία και αναπτυξιακή αφασία. Οι μαθησιακές δυσκολίες δεν οφείλονται σε οπτική, ακουστική ή κινητική μειονεξία. Σε νοητική υστέρηση, σε συναισθηματική διαταραχή ή σε αρνητικούς περιβαλλοντικούς, κοινωνικούς ή οικονομικούς παράγοντες. » (Παπαγεωργίου, 2005).

Το γεγονός ότι καθίσταται αδύνατον να οριστεί με ακρίβεια τι είναι οι μαθησιακές δυσκολίες, και να προκύψει ένας κοινά αποδεκτός ορισμός, οδήγησε στην διατύπωση πέντε κυρίων ορισμών από το 1962 μέχρι σήμερα. Το γεγονός αυτό θα μπορούσαμε να πούμε ότι λειτουργεί διευκολυντικά σε διάφορους σκοπούς όπως η αναγνώριση, η αξιολόγηση, η διδασκαλία και η έρευνα. Παρόλα αυτά παρουσιάζουν κάποια κοινά στοιχεία μεταξύ τους όπως το έλλειμμα στην επιτυχία, οι διαταραχές σε μία ή περισσότερες ψυχολογικές διεργασίες που συμμετέχουν στη μάθηση, τα διαφορετικού τύπου προβλήματα στη μάθηση, η δυσλειτουργία του κεντρικού νευρικού συστήματος και η συνύπαρξη δύο ή παραπάνω προβλημάτων.

1.2 Ποσό συχνή είναι η εμφάνιση μαθησιακών δυσκολιών;

Το ποσοστό των ατόμων που αντιμετωπίζουν τέτοιου είδους διαταραχές ποικίλλει και δεν μπορεί να εκτιμηθεί . Υπάρχει ποικιλία ως προς την εκτίμηση του πλήθους, μεταξύ ερευνητών, γεγονός που οφείλεται στην οπτική όπου αντιμετωπίζει τον ορό «μαθησιακές δυσκολίες». Συχνά παρατηρείται να προσδιορίζονται και οι κατηγορίες των ατόμων με μαθησιακές δυσκολίες . Η κλίμακα δυσκολίας καθορίζεται σε μικρές δυσκολίες μάθησης , μέτριες ή μεγάλες . Στις κατηγορίες αυτές περιλαμβάνονται και τα άτομα με ειδικές ανάγκες . Τα δεδομένα συγκλίνουν προς την άποψη ότι το 10 % -20% του γενικού πληθυσμού αντιμετωπίζει δυσκολίες στην μάθηση . Αρκετοί είναι όμως και οι ερευνητές όπου ανεβάζουν το ποσοστό έως 30% του μαθητικού πληθυσμού όπως είναι οι Adelman και Taylor . (Μαριδάκη-Κασσωτάκη, 2005). Ενώ πολλά παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες έχουν υψηλή έως πολύ υψηλή νοημοσύνη , εμφανίζουν τις περισσότερες δυσκολίες τους , σύμφωνα με έρευνες , στα γλωσσικά μαθήματα σε ποσοστό έως 80% των περιπτώσεων . (Σακκάς, 2002). Επιπλέον, υπάρχει μια διακύμανση ως προς την συχνότητα εμφάνισης ανάλογα με το φύλο . Τα αγόρια φαίνεται ότι αντιμετωπίζουν σε μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίες και ιδιαίτερα

δυσκολίες που έχουν σχέση με τη λειτουργία του νευρικού συστήματος, με τη συμπεριφορά και με τη μάθηση της γλώσσας (π.χ. Δυσκολίες στον προφορικό λόγο, Δυσλεξία, δυσορθογραφία, κ.α.) (Πόρποδας, 2003α).

Ο Κυπριωτάκης Α. (1989) παρατηρεί πως στην Ελλάδα το ποσοστό των μαθητών με μαθησιακές διαταραχές ανέρχεται ολοένα και περισσότερο . Περίπου 10 μαθητές ανάμεσα στους 30 μιας τάξης παρουσιάζουν μαθησιακές διαταραχές. Ο Μασσανιώτης Ν. (1982) υπολογίζει ότι περίπου το ένα από τα δέκα παιδιά που πηγαίνουν σχολείο έχει δυσκολίες στη μάθηση, που οφείλονται σε αναπτυξιακές διαταραχές, ενώ έχουν κανονική νοημοσύνη, φυσιολογικά αισθητήρια όργανα και φυσιολογικό εγκέφαλο και τους διαχωρίζει από τους μαθητές που η φύση τους δημιουργεί προβλήματα στη μάθηση (Σακκάς, 2002).

Τέλος, υποστηρίζεται ότι οι μαθησιακές δυσκολίες εμφανίζονται περισσότερο στα παιδιά των πόλεων απ' ότι των αγροτικών περιοχών (Αναγνωστόπουλος & Σίνη, 2005).

1.3 Διαχωρισμός Μαθησιακών Δυσκολιών σε Γενικές και Ειδικές

Οι δυσκολίες στην μάθηση αφορούν δυο ομάδες παιδιών . Η πρώτη είναι αυτών με γενικές μαθησιακές δυσκολίες και η δεύτερη με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες . Τι μπορεί όμως να συνεπάγεται;

Με τον όρο γενικές μαθησιακές δυσκολίες , αναφερόμαστε σε άτομα με κάποια διαταραχή ή και ειδική ανάγκη . Εξαιτίας αυτών λοιπόν, εμφανίζει δυσκολίες στη διαδικασία μάθησης . Χαρακτηριστικά αναφέρω ότι ως διαταραχή ή ειδική ανάγκη ορίζονται η νοητική υστέρηση αισθητηριακά ή κινητικά προβλήματα, χρόνια νοσήματα, ψυχικές παθήσεις ή σοβαρά προβλήματα υγείας, καθώς επιδρούν αρνητικά στις γνωστικές λειτουργίες. Για παράδειγμα εάν ένα παιδί έχει κινητικά προβλήματα θα εμφανίσει χαμηλές επιδόσεις στο σχολείο και τα μαθήματα, λόγω των περιορισμών που προκύπτουν από την έλλειψη της πρωτογενής αυτής ανάγκης. Τα συμπτώματα των γενικών μαθησιακών δυσκολιών δεν σχετίζονται μόνο με δυσκολίες στο σχολικό πλαίσιο, αλλά επηρεάζουν όλους τους τομείς της ζωής (Αγαλιώτης, 2004).

Εξ' άλλης όψεως υποστηρίζεται πως τα άτομα με γενικές μαθησιακές δυσκολίες εμφανίζουν δυσκολίες σε δεξιότητες που αφορούν την επεξεργασία και την κατανόηση του προφορικού και γραπτού λόγου και άρδην σε ότι αφορά την μαθησιακή διαδικασία. Ως προς την αιτιολογία της, μπορεί να έχει νευρολογικό υπόβαθρο ή να οφείλεται σε παράγοντες εκπαίδευσης, ψυχολογικούς, νοημοσύνης κτλ. Στα άτομα αυτά, οι

μαθησιακές δυσκολίες αποτελούν δευτερογενές πρόβλημα και τα παιδιά χαρακτηρίζονται από μειωμένη ικανότητα επικοινωνίας, αδυναμία κατανόησης και δυσκολίες στην έκφραση (Πολυχρόνη, Χατζηχρήστου & Μπίρμπου, 2006).

Όλος αντιθέτως με τις γενικές μαθησιακές δυσκολίες, οι ειδικές μαθησιακές δυσκολίες εικάζεται ότι έχουν νευρολογική βάση.

Από την άλλη πλευρά, με τον όρο «ειδικές μαθησιακές δυσκολίες», εννοούνται εγγενείς διαταραχές οπού δημιουργούν δυσκολίες στην μαθησιακή διαδικασία και σχετίζονται με ένα ή και παραπάνω τομείς. Δεν τίθεται θέμα ότι ο εκπαιδευόμενος εμφανίζει δυσκολίες λόγω χαμηλής νοημοσύνης. Οι έρευνες αποδεικνύουν πως οι δυσκολίες του οφείλονται κυρίως στην δεξιότητα επεξεργασίας και αποκωδικοποίησης του γραπτού λόγου. Συνήθεις ειδικές μαθησιακές δυσκολίες είναι οι δυσκολίες στην εκμάθηση της ανάγνωσης, της ορθογραφίας και του γραπτού λόγου.

Εύκολα μπορούμε να διεξάγουμε το συμπέρασμα πως οι μαθησιακές δυσκολίες αφορούν την εκμάθηση και κατάκτηση της γλώσσας και των μαθηματικών εννοιών. Πολύ συχνά μάλιστα, οι ειδικές μαθησιακές δυσκολίες συγχέονται με τη δυσλεξία, αν και η τελευταία αναφέρεται μόνο στα προβλήματα ανάγνωσης και ορθογραφημένης γραφής. Ενώ, οι ειδικές μαθησιακές δυσκολίες συνήθως επηρεάζουν 5 γενικούς τομείς των παιδιών, οι οποίοι είναι η ομιλούμενη γλώσσα, η γραπτή γλώσσα, η

αριθμητική, η αιτιολόγηση και η μνήμη (Πολυχρόνη, Χατζηχρήστου & Μπίρμπου, 2006).

Έτσι λοιπόν, διεξάγεται το συμπέρασμα πως με το όρο "μαθησιακές δυσκολίες" περιγράφουμε τις δυσκολίες που εμφανίζουν τα άτομα στην κατανόηση του λογού στην γραφή στην ομιλία καθώς και στα μαθηματικά. Όλα αυτά ως επί το πλείστον οφείλονται σε βλάβη του κεντρικού νευρικού συστήματος. Ταυτόχρονα όμως, το άτομο δεν έχει να αντιμετωπίσει δυσκολίες μόνο στην μάθηση. Συχνά συνυπάρχουν και προβλήματα στον συναισθηματικό τομέα, στην κοινωνικοποίηση του ατόμου αλλά και στην διαμόρφωση της συμπεριφοράς του.

1.4 Κατάρριψη των μύθων σχετικά με τις μαθησιακές δυσκολίες

Μεγάλη μερίδα εκπαιδευτικών στοχάζεται στις μέρες αναφορικά με τις περιπτώσεις των μαθητών με μαθησιακές δυσκολίες. Διερωτώνται σχετικά με τα χαρακτηριστικά και τη διαχείριση των Μαθησιακών Δυσκολιών. Παρόλα αυτά όμως, κυρίως λόγω μη ενημέρωσης τους σχετικά με το ζήτημα, έχουν δημιουργηθεί ανά σειρά ετών διάφοροι μύθοι οι οποίοι είναι χρήσιμο να αποσαφηνιστούν διότι μόνο έτσι θα μπορέσουμε να κατανοήσουμε εις βάθος τί συμβαίνει, αλλά και να μπορέσουμε να βοηθήσουμε ένα παιδί που έχει μαθησιακές δυσκολίες. Επίσης συχνά

προκαλούν και αρκετό προσωπικό πόνο στα άτομα με αυτού του είδους τις δυσκολίες. Οι πιο διαδεδομένοι μύθοι είναι οι εξής:

“Τα άτομα με Μαθησιακές Δυσκολίες χαρακτηρίζονται πως έχουν χαμηλό δείκτη νοημοσύνης”.

Συχνά παρατηρείται μία σύγχυση ανάμεσα στους όρους Μαθησιακή Δυσκολία και νοητική καθυστέρηση. Αυτό που ισχύει είναι το εξής: Οι μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες έχουν τουλάχιστον «φυσιολογική» νοημοσύνη. Κάποια από τα παιδιά αυτά έχουν υψηλή νοημοσύνη, ενώ άλλα βρίσκονται στο κατώτερο όριο του «φυσιολογικού». Η κατανομή των δεικτών νοημοσύνης των ατόμων με Μαθησιακές Δυσκολίες είναι παρόμοια με αυτή των φυσιολογικών ατόμων.

“Τα άτομα με Μαθησιακές Δυσκολίες δεν μπορούν να μάθουν”.

Και όμως αυτά τα άτομα μπορούν να μάθουν με τον δικό τους τρόπο . Ο κάθε άνθρωπος έχει το δικό του στυλ μάθησης . Πολλές είναι οι περιπτώσεις των ατόμων αυτών που σημειώνουν ποικίλες ακαδημαϊκές επιτυχίες . Το μόνο που διαφέρει σε αυτά τα άτομα είναι ότι μπορούν να μάθουν κατά βάση με την χρήση εναλλακτικών στρατηγικών διδασκαλίας όπου θα προσαρμόζονται στις ιδιαίτερες ανάγκες και απαιτήσεις του ατόμου . Χαρακτηριστικά αναφέρω τα ονόματα τριών μεγάλων επιστημόνων που διέπρεψαν στον χώρο τους *Isaac Newton, Albert Einstein, Thomas Edison*.

“Οι Μαθησιακές Δυσκολίες Θεραπεύονται”.

Αρχικά , οι μαθησιακές δυσκολίες δεν αποτελούν πάθηση ώστε να απαιτούν θεραπεία. Ανά τα χρονιά , γίνεται λόγος για διάφορες "μέθοδους Θεραπείας" . Πάρα ταύτα , η εικασία αυτή δεν επιβεβαιώνεται από καμία ερευνά . Έτσι , η σωστή έκφραση είναι πως οι μαθησιακές δυσκολίες διαχειρίζονται και ελέγχονται. Μέσα από εξατομικευμένα πρόγραμμα , μπορεί το άτομο να διευκολυνθεί στην μάθηση . Ως άμεση απόρροια του παραπάνω είναι το άτομο , αν όχι να εξαλείψει , να ελαττώσει την επίδραση τους στη ζωή του .

“Οι Μαθησιακές Δυσκολίες είναι αποτέλεσμα ανεπαρκούς διδασκαλίας”.

Για να εμφανίσει ένα άτομο μαθησιακές δυσκολίες , πρέπει να υπάρχει σύνδεση και με άλλες εγγενής δυσκολίες . Μπορεί όμως το πρόβλημα να ενταθεί σε περίπτωση που οι διδασκαλίες διεξάγονται σε ακατάλληλες υποδομές .

“Οι μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες είναι απλά τεμπέληδες”.

Πάρα πολύ συχνά ακούμε γύρο μας , γονείς ή και εκπαιδευτικούς να χαρακτηρίζουν τους μαθητές τεμπέληδες και ούτω καθεξής . Η εμπειρία όμως δείχνει πως οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες πολλές φορές δείχνουν την εικόνα του μαθητή που βαριέται, εικόνα φυσικά που είναι

ανακριβής. Απλά χρειάζονται περισσότερο χρόνο για να ολοκληρώσουν μία εργασία. Ωστόσο , τις περισσότερες φορές στην προσπάθειά τους να αποφύγουν άλλη μία αποτυχία, αποφεύγουν να εμπλακούν σε ακαδημαϊκές εργασίες.

“Οι μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες αντιμετωπίζουν προβλήματα μόνο στα μαθήματα του σχολείου”.

Η μάθηση του ατόμου δεν έγκειται μόνο στην σχολική μάθηση . Έτσι λοιπόν και οι δυσκολίες μάθησης δεν αφορούν μόνο τα μαθήματα του σχολείου . Σύμφωνα με πρόσφατες μελέτες σχετικά με το ζήτημα αυτό , αποδεικνύεται πως το άτομο εμφανίζει δυσκολίες στον κοινωνικό και συναισθηματικό τομέα , και μάλιστα με μεγάλα ποσοστά ύπαρξης .

“Οι Μαθησιακές Δυσκολίες ξεπερνιούνται με τον καιρό”.

Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω , οι μαθησιακές δυσκολίες δεν αποτελούν πάθηση οπού να χρειάζονται θεραπεία ή και να ξεπερνιούνται με την πάροδο του χρόνου . Είναι ένα ζήτημα οπού θα συνοδεύει το άτομο δια βίου . Παρόλα αυτά , μπορούν να μειωθούν οι συνέπειες των δυσκολιών σε πολύ μεγάλο βαθμό , γεγονός που εξαρτάται άμεσα από ποικίλους παράγοντες (π.χ ηλικία , περιβάλλον κ.α.)

Κεφάλαιο 2°

Οι μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά - Η ύπαρξη δυσαριθμησίας .

2.1 Δομικά στοιχεία των μαθηματικών

Είναι ευρέως γνωστό πως ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών που αντιμετωπίζουν μαθησιακές δυσκολίες , περνούν άσχημα σχολικά χρονιά , στιγματίζοντας έτσι την ζωή τους . Τί μπορεί όμως να οφείλεται πίσω από αυτό το γεγονός; Οι Resnick, Cauzinille-Marmèche & Mathieu. (1995) κατά την ανάλυση της ειδικής φύσης που απαρτίζει τα μαθηματικά , αναλύουν τρία κύρια χαρακτηριστικά που τα διακρίνουν από άλλους τομείς της ανθρώπινης γνώσης.

Το πρώτο χαρακτηριστικό σχετίζεται με τις αφηρημένες μορφές γνώσης που απαιτούνται στα μαθηματικά , σε σύγκριση με άλλους τομείς μελέτης . Το δεύτερο χαρακτηριστικό αναφέρεται στο γεγονός πως η μαθηματική γνώση συνδέεται συχνά με μια εξειδικευμένη τυπική γλώσσα που επιβάλλει περιορισμούς στη σύνταξη και τη σημασιολογία. Και το τρίτο πως η τυπική γλώσσα των Μαθηματικών εκφράζει ένα παιχνίδι εναλλαγής μεταξύ σημαίνοντος και σημαινόμενου, λειτουργώντας ταυτόχρονα ως όργανο και ως αντικείμενο.

Βασική απαίτηση των μαθηματικών είναι ο μαθητής να διαθέτει την ικανότητα συγκέντρωσης καθώς και να σκέφτεται αλλά και να αιτιολογεί αυτό που σκέφτεται αφαιρετικά (Bartel, 1990) . Το ζήτημα αυτό όμως είναι πολυπαραγοντικό προκειμένου να επιτευχθεί . Θεωρούνται απαραίτητοι κάποιοι γνωστικοί παράγοντες ώστε να σημειωθεί πρόοδος στα μαθηματικά . Και για να γίνει πιο κατανοητό το παραπάνω , θα αναφέρω το παρακάτω παράδειγμα . Ένας μαθητής , καθώς ξεκινάει η διδασκαλία των μαθηματικών , είναι απαραίτητο να θυμάται και να κατανοεί τις βασικές σχέσεις μεταξύ των μαθηματικών εννοιών αλλά και να μπορεί να τις γενικεύει . Καθώς όμως ο μαθητής προάγεται και ανεβαίνει μαθησιακό επίπεδο , θα έρχεται αντιμέτωπος με περίπλοκες γνωστικές δεξιότητες όπου θα απαιτείται να κατέχει . (Mercer, 1997) . Και κάπως έτσι αρχίζουν να δημιουργούνται οι πρώτες δυσκολίες στην μάθηση . Δηλαδή λόγω της αδυναμίας τους να σκεφτούν συμβολικά και αφαιρετικά .

Το αντικείμενο των Μαθηματικών, απαιτεί από τον μαθητή να μπορεί να συγκεντρώνεται, να σκέφτεται και να αιτιολογεί αφαιρετικά. Για το λόγο αυτό είναι απαραίτητοι κάποιοι γνωστικοί παράγοντες για να προοδεύσει κάποιος στα Μαθηματικά. Έτσι για παράδειγμα, πριν από την έναρξη της διδασκαλίας των τυποποιημένων (formalized) μαθηματικών, χρειάζεται ο μαθητής να θυμάται και να αντιλαμβάνεται βασικές σχέσεις καθώς και

να μπορεί να γενικεύει. Όσο όμως ανεβαίνει ο μαθητής τα επίπεδα της μαθηματικής ανάπτυξης, τόσο πιο περίπλοκες γνωστικές δεξιότητες απαιτείται να κατέχει. Εξαιτίας της πολυπλοκότητας αυτής οι μαθητές δυσκολεύονται να σκεφτούν συμβολικά και αφαιρετικά με αποτέλεσμα να δυσχεραίνεται η μαθηματική τους ανάπτυξη και η ανέλιξη τους σε υψηλότερα επίπεδα μαθηματικής γνώσης. Οι Resnick et al. (1995), σημειώνουν ότι στα Μαθηματικά δεν υπάρχουν σημαινόμενα φυσικά αντικείμενα. Για παράδειγμα, αν και μπορεί κανείς να καταδείξει ένα σύνολο τριών πραγμάτων και μπορεί επίσης να καταδείξει το γραπτό ψηφίο 3, αυτά τα φυσικά αντικείμενα και σύμβολα δεν έχουν καθεαυτά την ιδιότητα του αριθμού. Ο αριθμός, που είναι το βασικό αντικείμενο της Αριθμητικής, αποτελεί μια αυστηρά νοητική οντότητα. Έτσι, σε αυτό τον τομέα των Μαθηματικών οι άνθρωποι σκέφτονται για αντικείμενα που υπάρχουν μόνο ως νοητές αφαιρέσεις. Για τον λόγο αυτό οι πιο αδύναμοι μαθητές έχουν συχνά δυσκολίες, ειδικά αν δεν τους προσφέρονται ευκαιρίες να ικανοποιήσουν δυο μεγάλες τους ανάγκες στον τομέα της μάθησης: διδασκαλία σε πιο αργούς ρυθμούς και περισσότερη υποστήριξη από τους δασκάλους (Malmer, 2000).

Σημαντικό ρολό στην μάθηση των μαθηματικών, αποτελεί ο διττός ρόλος της μαθηματικής γλώσσας . Από την μια υπάρχουν οι τυπικές λειτουργίες του συμβολισμού και από την άλλη υπάρχουν οι αναφορικές λειτουργίες .

Ως τυπικοί συμβολισμοί είναι μέρος ενός συστήματος που υπακούει σε δικούς του κανόνες, και μπορούν να λειτουργούν χωρίς συνεχή αναφορά στα Μαθηματικά αντικείμενα όπου αντιστοιχούν. Τα αναφορικά σύμβολα, αναφέρονται σε αντικείμενα ή σε γνώσεις εξωτερικές από το τυπικό σύστημα (Resnick et al., 1995). Σε αυτό το σημείο, καταλυτικό ρόλο παίζουν και οι δυσκολίες των μαθητών στην ανάγνωση και στην γραφή. Ως άμεσο αποτέλεσμα αυτού είναι η δυσκολία απόκτησης μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων. Έρευνες δείχνουν πως μαθητές με ανεπτυγμένες τις δεξιότητες γραφής και ανάγνωσης, έχουν περισσότερες πιθανότητες να αφομοιώσουν την νέα γνώση πραγματικά. Απεναντίας, οι μαθητές που διαθέτουν μειωμένες ικανότητες στα δυο προαναφερθέντα αντικείμενα, έχουν ελλιπές λεξιλόγιο και συχνά δυσκολεύονται να συγκροτήσουν σε ενιαίο πλαίσιο τις θεμελιώδεις αρχές της μάθησης (Malmer, 2000). Τα προβλήματα στην ανάγνωση, φαίνεται πως επισύρουν δυσκολίες στην επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων (Bartel, 1990). Θα αποτελούσε σοβαρή παράλειψη να μην τονίσουμε και την σημασία ύπαρξης νευροψυχολογικών προβλημάτων στο άτομο. Συχνά, οι εκπαιδευόμενοι με διάσπαση προσοχής, υπερκινητικότητας ή με τα

σύνδρομα Asperger's³ και Tourette's⁴ , εμφανίζουν δυσκολίες στην απόκτηση μαθηματικών γνώσεων .

Δεν πρέπει να λησμονούμε ακόμη και την ύπαρξη ενός ακόμη συνδρόμου , με την ονομασία Δυσαριθμησία , όπου δημιουργεί προβλήματα στην απόκτηση μαθηματικών γνώσεων . Το ζήτημα μελετάται εκτενώς στην συνέχεια .

2.2 Τα είδη των μαθησιακών δυσκολιών που σχετίζονται με τα μαθηματικά

Πολλές είναι οι αναφορές σχετικά με την διάκριση των ειδών των μαθησιακών δυσκολιών που σχετίζονται με τον γνωστικό τομέα των μαθηματικών . Ιδιαίτερη όμως , κατά την άποψη μου κρίνεται η διάκριση που προτείνει ο Geary το 2004 σε άρθρο γνωστού περιοδικού . Σύμφωνα με τον ίδιο , υπάρχουν οι εξής τρεις κατηγορίες

1^η) Εκπαιδευόμενοι όπου αντιμετωπίζουν προβλήματα στην χρήση διαδικασιών : Βασικό στοιχείο όπου μπορούμε να διακρίνουμε την

³ Τα άτομα με αυτό το σύνδρομο έχουν πολύ εξελιγμένα ειδικά ενδιαφέροντα (π.χ. υπολογιστές, γλώσσες, φωτογραφικές μηχανές), παρουσιάζουν, όμως, προβλήματα και δυσκολίες σε καθημερινές κοινωνικές δραστηριότητες.

⁴ Το σύνδρομο αυτό είναι μια κληρονομική νευροψυχιατρική διαταραχή που εμφανίζεται κατά την παιδική ηλικία και χαρακτηρίζεται από την εμφάνιση πολλαπλών φυσικών (κινητικών) και τουλάχιστον ενός φωνητικού τικ.

συγκεκριμένη δυσκολία αποτελούν τα λάθη κατά την εφαρμογή διαδικασιών (π.χ αλγορίθμων) και η χρήση στρατηγικών που θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ανώριμες (π.χ σε παιδιά συνηθίζεται η χρήση των δάχτυλων για την εκτέλεση μετρήσεων) . Μολαταύτα , εμφανίζουν κάποιου είδους εξέλιξης , όπως και οι τυπικοί μαθητές , σημειώνοντας απλά μια αργοπορία . Η βελτιωση όμως είναι πιο ορατή με το πέρασμα του χρόνου και από την μετάβαση σε νέα τάξη . Δεν μπορεί όμως να είναι ξεκάθαρο εάν συνυπάρχουν μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά και στην ανάγνωση .

2^η) Μαθητές με προβλήματα στη σημασιολογική μνήμη: Το κύριο χαρακτηριστικό των μαθητών αυτών είναι η αδυναμία τους στην ανάκληση βασικών αριθμητικών δεδομένων. Πιο συγκεκριμένα , μπορεί να αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην γνώση ή και την ανάκληση μαθηματικών αποτελεσμάτων . Ενδέχεται όμως να το πέτυχουν με κάποια καθυστέρηση ενώ είναι πιθανόν να συνοδεύεται και από αρκετά λάθη που σχετίζονται με τον υπολογισμό . (π.χ $2+3 = 4$, επειδή το 4 ακολουθεί στην απαρίθμηση το 2, 3). Είναι αναμενόμενο ,λοιπόν , η παραπάνω δυσκολία να αποτελέσει τροχοπέδη στην ανάπτυξη κάποιων περαιτέρω μαθηματικών δεξιοτητων . Και πάλι οι μαθητές της κατηγορίας αυτής εμφανίζουν εξέλιξη , όμως αυτή είναι διαφορετική από το σύνολο των μαθητών. Έρευνες

αποδεικνύουν πως οι μαθητές αυτοί εμφανίζουν εξίσου δυσκολίες και στον αναγνωστικό τομέα .

3^η) *Μαθητές με προβλήματα στην οπτικό-χωρική αντίληψη:* Κυρίο γνώρισμα της συγκεκριμένης κατηγορίας αποτελούν τα λάθη σχετικά με τον χώρο κατά την διαδικασία αναπαράστασης αριθμητικων πράξεων . Οι εκπαιδευόμενοι με την συγκεκριμένη δυσκολία , ως επι το πλείστων , κατά την εκτέλεση κάθετων πράξεων , τοποθετούν τα ψηφιά σε λάθος στήλη . Ως αποτέλεσμα αυτού είναι να οδηγούνται σε λανθασμένο αποτέλεσμα . Επιπλέον , είναι γνωστό πως κατά τον χειρισμό πολυψήφιων αριθμών , αδυνατούν να ερμηνεύσουν σωστά την αξία θέσης των ψηφίων . (π.χ το 7.450 το χρησιμοποιούν ως 7. 540) . Παρόλα αυτά , δεν υπάρχουν αναφορές όπου να συσχετίζεται η συγκεκριμένη δυσκολία με δυσκολίες στην ανάγνωση .

2.3 Οι παράγοντες που συμβάλλουν στην εμφάνιση μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά - τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα που απορρέουν από αυτούς .

Οι βασικότεροι παράγοντες που φέρουν ευθύνη για την εμφάνιση μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά , δημιουργώντας παράλληλα

χαρακτηριστικά γνωρίσματα που εκδηλώνουν οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες , είναι οι εξής

Η νοημοσύνη:

Σε καθείς γνωστικό έργο απαιτείται ο παράγοντας της νοημοσύνης και μάλιστα , η επίδραση του στην μάθηση και στην επίδοση των μαθητών είναι καταλυτική . Έτσι , λόγω της ιδιαιτερότητας που εμφανίζουν τα μαθηματικά ως προς τις απαιτήσεις τους δημιουργούνται δυσκολίες στην μάθηση και στην εφαρμογή απλών μαθηματικών εννοιών .

Η οπτική αντίληψη: η ύπαρξη της δυσλειτουργίας στην οπτική αντίληψη των μαθητών δημιουργεί δυσκολίες . Οι μαθητές εμφανίζουν τα παρακάτω χαρακτηριστικά , όπου συνδέονται με την δυσλειτουργία της οπτικής αντίληψης

- Ευκολά χάνει την προσοχή του από τον χώρο εργασίας τους (π.χ δεν εντοπίζει που εργάζεται στο χαρτί) με αποτέλεσμα να «χάνεται»,
- Ο χώρος που έχει στην σελίδα πιστεύει ότι δεν του φτάνει , αν και είναι ικανοποιητικός προκειμένου να ολοκληρώσει την εργασία του ,
- Μπερδεύεται στον διαχωρισμό μεταξύ οπτικά «παρόμοιων» ψηφίων όπως για παράδειγμα το 6 με το 9 , το 2 με το 5 , το 23

με το 32. Φαίνεται να αντιμετωπίζει τους αριθμούς ως απλές εικόνες χωρίς όμως με τον αναγκαίο προσανατολισμό τους στο επίπεδο. Είναι όμως πολύ πιθανό η αντιστροφή των αριθμών να οφείλεται σε αδυναμία της φωνολογικής κωδικοποίησης των αριθμών κι όχι στην οπτική αντίληψη (Αγαλιώτης, 2000),

- Η αντιγραφή απλών σχημάτων αποτελεί δύσκολη υπόθεση για τον μαθητή ,
- Δυσκολεύεται στην δημιουργία ευθείας γραμμής , έστω και μικρών ευθειών , χωρίς την χρήση κανόνα ,
- Παρουσιάζει δυσκολίες σχετικά με την αντίληψη του χρόνου και της αρίθμησης , γεγονός που συνδέεται με την σύγχυση των εννοιών του «πριν» και του «μετά»
- Δυσκολεύεται να διατυπώσει την ώρα από το αναλογικό ρολόι , κυρίως λόγω του αργού προσδιορισμού της θέσης των δεικτών αλλά και λόγω της μη κατανόησης των ορών παρά και και,
- Δεν έχει σωστή κατεύθυνση στις μαθηματικές του πράξεις π.χ. Το πάνω και κάτω, τη στοίχιση των ψηφίων, το δεξιά και αριστερά.
- Η τοποθέτηση της υποδιαστολής στους δεκαδικούς αριθμούς είναι λανθασμένη

- Εμφανίζει δυσκολίες στην χρήση της αριθμογραμμή (Αγαλιώτης, 2000 και Pillon, Lochy, Zesiger & Seron, 2002).

Η ακουστική αντίληψη: σχετικά με την ακουστική αντίληψη, ο μαθητής εμφανίζει δυσκολίες

- Στις προφορικές ασκήσεις,
- Στη χρήση και στην διατύπωση και στην κατανόηση προφορικών προβλημάτων,
- Στην αρίθμηση μιας δεδομένης σειράς πραγμάτων,
- Στη γραφή μιας σειράς αριθμών κατά την υπαγόρευση,
- Ενώ συγχέει ακουστικά όμοιες λέξεις, όπως *βγάζω* και *βάζω*,

Οργάνωση του χώρου και του χρόνου: Ο μαθητής

- Έχει έλλειψη οργάνωσης των κινήσεων του αλλά και δραστηριοτήτων του ανάλογα τον χώρο και το επίπεδο που βρίσκεται,
- Εμφανίζει δυσκολία σχετικά με την κατανόηση εννοιών που σχετίζονται με τον προσανατολισμό
- Αδυνατεί να καταλάβει την έννοια της θεριακής αξίας των ψηφίων,
- Δεν κατανοεί τα επιμέρους στάδια εκτέλεσης, όταν αυτά απαιτούν χωρικές κινήσεις, των αλγορίθμων των

πράξεων,

- Δυσκολεύεται στην ομαδοποίηση των ψηφίων ενός αριθμού ανά τρία (π.χ 12.325) ενώ είναι πιθανό να ομαδοποιήσει με τυχαίο τρόπο ή αρχίζοντας από τα αριστερά προς τα δεξιά (Reuhkala, 2001)

Οπτικό-Κινητικά: και σε αυτό τον τομέα , ο μαθητής εμφανίζει ποίκιλλα προβλήματα και δυσκολίες :

- Είναι αργός στην γραφή των αριθμών ενώ αρκετές φορές δεν έχουν την σωστή μορφή
- Εμφανίζει δυσκολίες όταν πρέπει να γράψει αριθμούς σε συγκεκριμένο χρόνο και χώρο . Ένα κλασσικό παράδειγμα της περίπτωσης αυτής είναι πως μπορεί να γράφει σχετικά μεγάλα ψηφιά λόγω της έλλειψης συντονισμού του ματιού με το χέρι ,
- Εμφανίζει καθυστέρηση κατά την εκτέλεση εργασιών λόγω ελλιπούς οπτικό- κινητικού συντονισμού με άμεσο αντίκτυπο στη μνημονική επιβάρυνση, το συναισθηματικό του κόσμο και την προσοχή του (Pillon, Lochy, Zesiger & Seron, 2002).

Η μνήμη: Ο μαθητής εμφανίζει δυσκολίες

- Στη συγκράτηση δεδομένων και πληροφοριών που μόλις διαχειρίστηκε (βραχύχρονη μνήμη) (Hitch & Mcalley, 1991),
- Σε περιπτώσεις προβλημάτων με περισσότερες της μιας πράξεις δε σχηματίζει την ακριβή νοητική αναπαράσταση του προβλήματος (Αγαλιώτης, 2000 και Reuhkala, 2001)),
- Στην αντιγραφή από τον πίνακα, δε συγκρατεί πολλές πληροφορίες αλλά συνεχώς ελέγχει και κοιτά ώστε να είναι σίγουρος για την ορθότητα των ενεργειών του (Αγαλιώτης, 2000),
- Στην αυτοματοποίηση αλλά και στην χρήση δεδομένων (π.χ. Ανάκληση των αποτελεσμάτων των πράξεων),
- Ξεχνά τα στάδια- βήματα των αλγορίθμων των πράξεων (βραχύχρονη μνήμη, μακροπρόθεσμή μνήμη και μνήμη ακολουθιών),
- Στην ανάκληση των αλγοριθμικών πράξεων που γνωρίζει σε νέες συνθήκες , π.χ ενώ κατέχει την πρόσθεση πιθανόν να δυσκολεύεται να την ανακαλέσει κατά την εκτέλεση ενός πολλαπλασιασμού ή την αφαίρεση

κατά την εκτέλεση μιας διαίρεσης (μακροπρόθεσμή μνήμη),

- Στην συγκράτηση των σημασιών των αριθμητικών συμβόλων (βραχύχρονη μνήμη και μακροπρόθεσμή μνήμη),

- Συναντά δυσκολίες όσον αφορά τη χρονική σειρά των γεγονότων (μνήμη ακολουθιών),

- Στην έναρξη της αρίθμησης, με αύξουσα ή φθίνουσα κατεύθυνση, από έναν τυχαίο αριθμό (μνήμη ακολουθιών) αλλά ξεκινά την αρίθμηση από την αρχή της κλίμακας, το 1.

- Στην ολοκλήρωση των απαιτούμενων διαδικασιών σχετικά με θέματα που πρέπει να διεκπεραιωθούν μέσω πολλαπλών και συνεχόμενων βημάτων (μνήμη ακολουθιών),

Η προσοχή : Ο μαθητής

- Δυσκολεύεται να εστιάσει την προσοχή του στα απαιτούμενα βήματα ολοκλήρωσης των αλγορίθμων των πράξεων, αλλά και στις οδηγίες του εκπαιδευτικού ενώ πολλές φορές κάνει λάθη απροσεξίας κατά την εκτέλεση των υπολογισμών .

Η γλώσσα: Ο μαθητής παρουσιάζει

- Δυσκολίες σύνδεσης των μαθηματικών όρων και εννοιών με τις αντίστοιχες σημασίες τους, π.χ. Μείον, συν, διαφώ, μοιράζω, πολλαπλασιάζω κ.τ.λ. Ή δυσκολεύεται να κατανοήσει λέξεις με πολλαπλή σημασία (προβλήματα προσληπτικού λόγου) (Mercer, 1997).

- Προβλήματα εκφραστικού λόγου όπως: δυσκολία χρήσης των μαθηματικών όρων και εννοιών, δυσκολία προφορικής διατύπωσης μαθηματικών συλλογισμών ή δυσκολία στη λεκτική παρουσίαση των ακολουθούμενων βημάτων για την επίλυση ενός προβλήματος (Fuchs & Fuchs, 2002).

- Δυσκολίες στην εκτέλεση εντολών οι οποίες περιέχουν

Μαθηματικούς όρους (προσληπτικός λόγος)

- Δυσκολία ή και αδυναμία κατά το σχηματισμό της αναγκαίας νοητικής αναπαράστασης ενός προβλήματος ή κατάστασης που του δίνεται λεκτικά (προσληπτικός λόγος)

Ανάγνωση- Γραφή: Ο μαθητής

- Δεν κατανοεί το λεξιλόγιο των προβλημάτων και δε συνδέει τους αριθμητικούς όρους με το περιεχόμενό τους,
- Φτάνει σε λανθασμένα αποτελέσματα εξαιτίας των δυσκολιών του στην ανάγνωση και τη γραφή των αριθμών και των συμβόλων,
- Παρουσιάζει αρκετές φορές αντιστροφές στη γραφή των μονοψήφιων και πολυψήφιων αριθμών γεγονός που είναι πολύ πιθανό να οφείλεται στο ότι ο μαθητής έχει απομνημονεύσει μόνο τα οπτικό- χωρικά χαρακτηριστικά των ψηφίων χωρίς όμως την αναγκαία σύνδεση ανάμεσα στην μορφή των αριθμών και την ακουστική τους ταυτότητα (Αγαλιώτης, 2000).

Αφαιρετική σκέψη: ο μαθητής

- Δυσκολεύεται να συνδυάσει λεκτικές και αριθμητικές πληροφορίες στην εκτέλεση των αλγορίθμων (Fuchs & Fuchs, 2002)
- Αδυνατεί να εκτελέσει συγκρίσεις μεγέθους και ποσότητας
- Εμφανίζει δυσκολία στην κατανόηση των αριθμητικών

συμβόλων (σύμβολα των πράξεων, ανισότητες, ισότητες)

Αλλά και στην κατανόηση του αφηρημένου επιπέδου των μαθηματικών εννοιών και χειρισμών

- Προτιμά την ενασχόλησή του με χειροπιαστά αντικείμενα και παραμένει για πολύ μεγάλο διάστημα στο πραξιακό στάδιο. Είναι πιθανό αυτό να σχετίζεται με τον τρόπο αναπαράστασης της γνώσης κι όχι το περιεχόμενό της (Αγαλιώτης, 2000).

Μεταγνώση: Η μεταγνώση αναφέρεται στη γνώση που έχει το ίδιο το άτομο για τις δικές του γνωστικές λειτουργίες. Έτσι μέσα από μια μεταγνωστική θεώρηση οι μαθητές με Μ.Δ στα μαθηματικά περιγράφονται να έχουν δυσκολίες: α) στην αξιολόγηση των ικανοτήτων τους στην επίλυση πράξεων και προβλημάτων, β) στο εντοπισμό και την εφαρμογή της κατάλληλης στρατηγικής επίλυσης, γ) στην οργάνωση των πληροφοριών και δ) στη γενίκευση των στρατηγικών σε παρόμοιες περιπτώσεις (Kramarski, Menarech, & Arami, 2002 και Mercer, 1997). Ως εκ τούτου,

- Ο μαθητής πολλές φορές δεν μπορεί να βρει και να επιλέξει την σωστή στρατηγική που απαιτείται για να επιλύσει ένα πρόβλημα .

- Ένα πρόβλημα το προσεγγίζει ολικά , χωρίς το χωρίζει σε επιμέρους τμήματα προκειμένου να διευκολυνθεί .
- Φαίνεται να μην θυμάται ή να μην ανακαλεί προσεγγίσεις που χρησιμοποίησε παλαιότερα σε παρόμοιες καταστάσεις .
- Αδυνατεί να εντοπίσει τα δεδομένα και τα ζητούμενα σε ένα πρόβλημα ενώ πολλές φορές δεν τα συνδυάζει προκειμένου να οδηγηθεί στην επίλυση του προβλήματος (πλεονάζουσες πληροφορίες) .

Συναισθηματικοί παράγοντες: Αποτελούν μια νέα κατηγορία παραγόντων στην οποία εστιάζεται η σύγχρονη έρευνα. Ο μαθητής:

- Η απροσεξία του τον οδηγεί σε λάθη κυρίως στους υπολογισμούς
- Αδυνατεί να συλλογιστεί λεκτικά καθώς και να επεξεργαστεί την απάντηση του πριν δώσει μια απάντηση . Επικρατεί κυρίως η παρορμητικότητα του .
- Αδιαφορεί για τις λεπτομερείς ενός προβλήματος,
- Δεν ολοκληρώνει μια εργασία στον προβλεπόμενο χρόνο ,

- Εγκαταλείπει εύκολα την προσπάθειά του σε ένα πρόβλημά .
- Παρουσιάζεται με χαμηλό αυτοσυναίσθημα σε ό,τι αφορά τα Μαθηματικά,
- Πολύ εύκολα μπορεί να αποθαρρυνθεί όταν αντιμετωπίζει δυσκολίες ενώ δεν επιμένει στην επίλυση του προβλήματος του .
- Φαίνεται να είναι νευρικός όταν απαιτείται να εργαστεί στα μαθηματικά , εμφανίζοντας συμπεριφορά υπεκφυγής προκειμένου να μειώσει την νευρικότητα του .

2.4 Ορισμός και μορφές της Δυσαριθμσίας

Πλέον τα τελευταία χρονιά , χρησιμοποιείται ο ορός Δυσαριθμσία (Dyscalculia) με σκοπό την περιγραφή των μαθησιακών δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι εκπαιδευόμενοι στα μαθηματικά , με απλό και συνοπτικό τρόπο . Εισηγητής του ορού υπήρξε ο Αμερικάνος ερευνητής R. Coen , ο οποίος μέσα από ένα άρθρο του στο περιοδικό , υποστήριξε ότι οι δυσκολίες στην πρόσκτηση των μαθηματικών εννοιών, παρά την

απουσία οποιουδήποτε εμφανούς προβλήματος, είναι πιθανό να οφείλονται σε δυσλειτουργία του κεντρικού νευρικού συστήματος (σε κάποια αναπτυξιακή διαταραχή) που έχει παρόμοια αποτελέσματα με τις επίκτητες εγκεφαλικές κακώσεις των ενηλίκων (Αγαλιώτης, 2000).

Αν και ο Cohn, εισήγαγε τον όρο «Δυσαριθμήςια», δεν αποτέλεσε πρωτοπόρος στην κατανόηση πως ορισμένοι εκπαιδευόμενοι παρουσιάζουν δυσκολίες στα μαθηματικά που σχετίζονται με την μαθηματική πράξη και τη μαθηματική λογική. Αναφορές υπήρξαν και προγενέστερα. Σύμφωνα με τους Mang & Roth, (1999) από το 1916 ο Ranschburg υποψιαζόταν την ύπαρξη της Δυσαριθμήςιας. Στο ζήτημα έδωσε μια άλλη οπτική ο E. Guttenman το 1930 όπου παρατήρησε πως μαθητές με νοημοσύνη κανονικού επιπέδου, εμφανίζουν σημαντικές δυσκολίες στον τομέα των μαθηματικών. Παρόλα αυτά, ο Cohn στο άρθρο του το 1961, έθεσε επί τάπητος το ζήτημα της Δυσαριθμήςιας, δίνοντας το έναυσμα για περαιτέρω διερεύνηση.

Μετα από πέντε χρόνια, το 1966, ο Luria υποστηρίζει την άποψη πως οι διαταραχές της μαθηματικής ικανότητας των παιδιών συνδέονται με συγκεκριμένες δυσλειτουργίες του εγκεφάλου (π.χ. Βλάβες της βρέγματος-ινιακής περιοχής συνδέονται με δυσκολίες στην κατανόηση της αίσθησης του αριθμού, ενώ βλάβες στη μετωπιαία περιοχή προκαλούν

δυσκολίες στην αποκωδικοποίηση πληροφοριών κατά την επίλυση προβλημάτων) (Αγαλιώτης, 2000).

Ένα χρόνο αργότερα , οι Johnson & Myklebust παρουσιάζουν αναλυτικά το φαινόμενο της Δυσαριθμσίας αλλά και στα χαρακτηριστικά των εκπαιδευομένων που χαρακτηρίζονται από το σύνδρομο . Ιδιαίτερη έμφαση βεβαίως , έδωσαν στις μαθηματικές δεξιότητες . (Αγαλιώτης, 2000). Στα χαρακτηριστικά αυτά θα αναφερθούμε στην συνέχεια , με αναλυτική παρουσίαση τους .

Ο Kosc το 1974 , σύμφωνα με τον Αγαλιώτη (2011) , ορίζει την Δυσαριθμσία βρίσκοντας γενική αποδοχή . Με βάση τα στοιχεία μιας ερευνάς σε 374 παιδιά από τη Μπρατισλάβα, καταλήγει στο συμπέρασμα πως «δυσαριθμσία είναι μια δομική διαταραχή των μαθηματικών ικανοτήτων, που έχει τις ρίζες της σε μια γενετική ή εκ γενετής διαταραχή εκείνων των τμημάτων του εγκεφάλου, που είναι τα άμεσα ανατομικό-φυσιολογικά υποστρώματα της ωρίμανσης των μαθηματικών ικανοτήτων, ανάλογα με την ηλικία, χωρίς μια ταυτόχρονη διαταραχή της γενικής νοητικής λειτουργίας». Είναι εμφανές πως ο συγκεκριμένος ορισμός δίνει έμφαση στην αιτιολογία της κατάστασης .

Αργότερα , το 1986 , ο ερευνητής M. Sharma από την Ουγγαρία , ορίζει την δυσαριθμσία επικεντρωμένος στην λειτουργική και παρατηρήσιμη συμπεριφορά των μαθητών . «Η δυσαριθμσία αναφέρεται σε μια

διαταραχή της ικανότητας της χρήσης ή μάθησης των Μαθηματικών, δηλαδή σε μη επαρκώς αναπτυγμένη αίσθηση του αριθμού και των αριθμητικών σχέσεων, καθώς και σε δυσκολία εκμάθησης και εφαρμογής των αλγορίθμων». Είναι διακριτό πως ο συγκεκριμένος ορισμός εστιάζει στη δυσχέρειά και τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι εκπαιδευόμενοι καθώς καταβάλλουν προσπάθειά να κατανοήσουν την δομή αλλά και την λειτουργία των μαθηματικών .

Το υπουργείο παιδείας της Αγγλίας και της Ουαλίας (dfes, 2001) ορίζει το σύνδρομο της Δυσαριθμησίας ως εξής «η δυσαριθμησία είναι μια κατάσταση που επηρεάζει αρνητικά την ικανότητα απόκτησης αριθμητικών δεξιοτήτων. Οι μαθητές με δυσαριθμησία πιθανόν να έχουν δυσκολία στην κατανόηση απλών αριθμητικών εννοιών, να μην διαθέτουν τη δυνατότητα διαισθητικής αντίληψης των αριθμών και να έχουν προβλήματα στο να μάθουν τους αριθμητικούς συνδυασμούς και τις αριθμητικές διαδικασίες. Ακόμη κι όταν δίνουν μια σωστή απάντηση ή χρησιμοποιούν μια σωστή διαδικασία, πιθανόν να το κάνουν μηχανιστικά και χωρίς αυτοπεποίθηση». (Αγαλιώτης, 2011)

Παρατηρώντας τους παραπάνω ορισμούς ,μπορούμε να καταλάβουμε πως κοινό στοιχείο αποτελεί το θέμα των δυσκολιών στην εννοιολογική κατανόηση των αριθμών και των διαδικασιών συνδυασμού τους. Εξ άλλης όψεως , ο Sharma κάνει λόγο για «ικανότητα απόκτησης» , ότι δηλαδή το

πρόβλημά έγκειται στην φάση εισδοχής των πληροφοριών και πως πρέπει να δίνεται προσοχή στην αποτελεσματική αξιοποίηση μετά την κατάκτηση τους.

Θα αποτελούσε παράλειψη αν δεν αναφέραμε και τον ορισμό του Geary (2004) για την δυσαριθμησία - ειδική μαθησιακή δυσκολία στα Μαθηματικά . Αναφέρει λοιπόν ότι «μια μαθηματική μαθησιακή αναπηρία μπορεί να εκδηλωθεί με τη μορφή ελλείψεων στις ικανότητες χειρισμού εννοιών ή διαδικασιών που καθορίζουν το πεδίο των Μαθηματικών και που, θεωρητικά, οφείλονται σε υποκείμενες ελλείψεις στην κεντρική εκτελεστική λειτουργία ή στα γλωσσικά συστήματα αναπαράστασης και διαχείρισης πληροφοριών (δηλαδή στην εργαζόμενη μνήμη) ή στο οπτικό-χωρικό πεδίο ».

Όπως παρατηρεί ο Αγαλιώτης(2000) , στον ορισμό του Geary γίνεται λόγος για τις ενδεχόμενες γενετικές αίτιες της Δυσαριθμησίας , σε αντίθεση με τον ορισμό του Kosc (1974) όπου δεν δίνεται έμφαση στις νευρολογικές αίτιες .

Έτσι , σύμφωνα με τους παραπάνω ορισμούς , οι ερευνητές κατέληξαν στην κατηγοριοποίηση της δυσαριθμησίας , σύμφωνα με την ερευνά που εκπόνησε ο καθένας. Στην συνέχεια παραθέτουμε διαφορετικές κατηγοριοποιήσεις σύμφωνα με την οπτική του εκάστοτε ερευνητή .

Η πρώτη κατηγοριοποίηση του φαινομένου πραγματοποιήθηκε από τον Kosc. Μεταξύ άλλων , αναφέρει πέντε κυρίαρχες μορφές δυσαριθμσίας:

1. Την λεκτική δυσαριθμσία όπου σχετίζεται με τα προβλήματα που αντιμετωπίζει το άτομο στην κατανόηση και την χρήση της μαθηματικής γλώσσας . Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η περίπτωση του παιδιού όπου δεν μπορεί να εκφράσει με αριθμό την ποσότητα αντικειμένων που βλέπει μπροστά του .
2. Την πρακτογνωστική δυσαριθμσία όπου σχετίζεται με την δυσκολία του ατόμου να διαχειριστεί στα μαθηματικά , πραγματικά αντικείμενα και εικόνες όπως είναι η διάταξη ενός αριθμού αντικειμένων ανάλογα με την ποσότητα ή το μέγεθος . Παραδείγματος χάριν , ένα παιδι που αντιμετωπίζει δυσκολίες ή αδυναμία να στην ταξινόμηση ενός πλήθους ράβδων ανάλογα με το μέγεθος ή στην σύγκριση δυο ράβδων ως προς το μέγεθος , τότε πιθανόν έχει πρακτογνωστική δυσαριθμσία σύμφωνα με τον Kosc . Επίσης εμφανίζει δυσκολίες που σχετίζονται με την ομαδοποίηση και την αντιστοίχιση των αντικειμένων . (π.χ πόσα είναι τα μολύβια). Επιπλέον , δείχνει να μην κατανοεί την απόσταση που υπάρχει μεταξύ των αριθμών (π.χ το 2

είναι πιο κοντά με το 3 και όχι με το 4)

3. Τη λεξιλογική δυσαριθμησία , όπου αδυνατεί να αναγνωρίσει τα μαθηματικά σύμβολα , όπως συμβαίνει και με τα ψηφιά , τους αριθμούς κ.α. . Πολλές φορές , εάν η δυσκολία είναι σε πολύ σοβαρό επίπεδο , ενδέχεται να αδυνατεί να διαβάσει τους αριθμούς 2 ή 6 ή τα σύμβολα των πράξεων (+, -, *, :). Εάν η περίπτωση όμως δεν είναι τόσο σοβαρή , τότε ενδέχεται να αδυνατεί απλά να διαβάσει πολυψήφιους αριθμούς , ειδικά εάν αποτελούνται από μηδενικά , κλάσματα , δεκαδικούς , ρίζες κ.α.
4. Την ιδεογνωστική δυσαριθμησία , όπου ο μαθητής εμφανίζει δυσκολίες ή και αδυναμία στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών αλλά και των σχέσεων τους καθώς και στην εκτέλεση των νοερών υπολογισμών . Ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά είναι πως ο εκπαιδευόμενος αδυνατεί να κατανοήσει και εδώ την απόσταση που έχει ένας αριθμός από κάποιο άλλο (π.χ το 2 είναι πιο κοντά με το 3 παρά με το 4) . Έτσι παρατηρείται πως η συγκεκριμένη κατηγορία , χαρακτηρίζεται από την δυσκολία μετάβασης από μια συγκεκριμένη έννοια σε κάτι πιο αφηρημένο καθώς επίσης και από την ύπαρξη ενός χάσματος κατά την μετάβαση μιας μαθηματικής σκέψης σε μια άλλη αλλά και

ανεπαρκής μνήμη βασικών αριθμητικών δεδομένων.

5. Τη λειτουργική δυσαριθμησία με βασικό χαρακτηριστικό την αδυναμία εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων . Οι μαθητές που κατατάσσονται στην κατηγορία αυτή , εμφανίζουν δυσκολίες στην μνήμη τους , καταβάλλοντας μεγάλη προσπάθειά να θυμηθούν και να ακολουθήσουν τους αλγορίθμους των πράξεων. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα του εκπαιδευμένου που ενώ πρέπει να εκτελέσει την πράξη της αφαίρεσης , εκτελεί την πράξη της πρόσθεσης .

Αργότερα , το 1978 , η S. Farnham- Diggory παρουσίασε μια νέα κατηγοριοποίηση των δυσκολιών στα μαθηματικά , στηριζόμενη στις απόψεις του Luria . Χαρακτηριστικά , αναφέρει τέσσερις κατηγορίες με διαταραχές στα μαθηματικά (Αγαλιώτης, 2000, σ. 127):

- i) Οι αδυναμίες ή οι δυσκολίες στην λογική καθώς και την εκτίμηση του χώρου . Χαρακτηριστικό της κατηγορίας αποτελεί πως το άτομο δυσκολεύεται να κατανοήσει φράσεις όπως «το τρίγωνο που βρίσκεται κάτω από τον κύκλο » . Συνοδεύεται επίσης με την εμφάνιση δυσκολιών στην γραφή αριθμών με πολλά ψηφία (κυρίως

όσων περιέχουν το 0)

ii) Το άτομο χαρακτηρίζεται από ελλιπή προγραμματισμό , γεγονός που επιβεβαιώνεται μέσα από την δυσκολία του ατόμου στην εκπόνηση σχεδιασμό ώστε να προβεί στην επίλυση ενός προβλήματος . Ακόμα και αν βρει την λύση , δεν επιδιώκει την επαλήθευση .

iii)Επιμένει σε διαδικασίες ακατάλληλες σε συγκεκριμένες καταστάσεις . Αυτό γίνεται κυρίως λόγω της πίστης του ατόμου πως μια άλλοτε σωστή τεχνική σε μια κατάσταση , ίσως να είναι σωστή και στην νέα και να του δώσει την λύση .

iv)Η αδυναμία του εκπαιδευομένου να εκτελέσει απλές πράξεις .

Μετα από το πέρασμα πέντε χρονών (1983), ο N. Badian κάνει λόγο για μια άλλη κατηγοριοποίηση της δυσαριθμήςια(Αγαλιώτης, 2000). Μεταξύ άλλων , κάνει αναφορά :

1. Στην αλεξία ή αγραφία αριθμών, δηλαδή στην ανικανότητα αναγνώρισης και Γραφής των αριθμητικών συμβόλων,
2. Στην χωρική δυσαριθμήςια, που είναι η δυσκολία εκτίμησης των Διαστάσεων και σχέσεων του

χώρου,

3. Στην αναριθμησία, που είναι η ανικανότητα εκτέλεσης αριθμητικών Πράξεων,
4. Στην δυσαριθμησία προσοχής- μνήμης, δηλαδή στη δυσκολία διατήρησης Της προσοχής σε σειρά συγκεκριμένων μαθηματικών ενεργειών όπως είναι οι Αλγόριθμοι,
5. Στον μεικτό τύπο, που περιλαμβάνει οποιοδήποτε συνδυασμό των Προηγούμενων.

Τέλος , αναφέρω ξανα την περίπτωση του D. Geary όπου στην προσπάθειά του να ταξινομήσει τα διαγνωστικά ευρήματα που υπήρχαν μέχρι πρότινος ώστε να μπορέσει να διερευνήσει το φαινόμενο των Ειδικών μαθησιακών δυσκολιών περισσότερο , δημιουργεί την δική του κατηγοριοποίηση του συνδρόμου . Εκτενέστερα γίνεται αναφορά στο κεφάλαιο 2.2 της παρούσας διατριβής . Ακολουθεί ένας συνοπτικός πίνακας με τους συγκεκριμένους πρότυπους , εστιασμένους στην εκάστοτε δυσκολία που εμφανίζει ο μαθητής .

	1 ^{ος} Υπό-τύπος	2 ^ο Υπο-τύπος	3 ^{ος} Υπο-τύπος
Βασική δυσκολία:	Σημασιολογική μνήμη	Χρήση διαδικασιών, στρατηγικών, αλγορίθμων	Οπτικό-χωρική αντίληψη
Γνωστικά χαρακτηριστικά	- Χαμηλή συχνότητα ανάκλησης αριθμητικών δεδομένων. Η ανάκληση αριθμητικών δεδομένων συνοδεύεται από πολλά λάθη. - Ο χρόνος ανάκλησης Σωστών απαντήσεων Είναι μη συστηματικός.	- Χρήση εξελικτικά Ανώριμων διαδικασιών (χρονοβόρων στρατηγικών μέτρησης). - Λάθη κατά τη χρήση των διαδικασιών (στρατηγικών). - Πιθανή εξελικτική αργοπορία στην κατανόηση των εννοιών	Δυσκολίες στη χωρική αναπαράσταση αριθμητικών πληροφοριών, όπως η τοποθέτηση αριθμών σε στήλες ή ο χειρισμός πολυψήφιων αριθμών που αποτελούνται από τα ίδια ψηφία (936-369).

<p>Εξελικτικά χαρακτηριστικά</p>	<p>Εξελικτική διαφοροποίηση:</p> <p>Ποιοτικά διαφορετική επίδοση σε σχέση με τα παιδιά φυσιολογικής εξέλιξης και υπάρχει μικρή βελτίωση από τάξη σε τάξη.</p>	<p>Εξελικτική αργοπορία:</p> <p>Παρόμοια επίδοση με αυτή μικρότερων παιδιών με φυσιολογική εξέλιξη και βελτιώνεται από τάξη σε τάξη.</p>	<p>Ασαφή.</p>
<p>Νευροψυχολογικά χαρακτηριστικά</p>	<p>- Πιθανή δυσλειτουργία του αριστερού εγκεφαλικού ημισφαιρίου, και ειδικά των οπίσθιων περιοχών του.</p> <p>- Πιθανή εμπλοκή υπο-Φλοιϊκών περιοχών</p>	<p>Ασαφή, πιθανή δυσλειτουργία του αριστερού Εγκεφαλικού Ημισφαιρίου</p>	<p>Δυσλειτουργία του δεξιού Εγκεφαλικού ημισφαιρίου και Ειδικά των οπίσθιων περιοχών Του.</p>

<p>Γενετικά χαρακτηριστικά</p>	<p>Ασαφή, αλλά η σχέση με Ορισμένες μορφές Ειδικής αναγνωστικής Δυσκολίας παραπέμπει Στην κληρονομικότητα</p>	<p>Ασαφή</p>	<p>Ασαφή</p>
<p>Σχέση με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες στην ανάγνωση</p>	<p>Συνδέεται με τις ειδικές Αναγνωστικές δυσκολίες, Ιδιαίτερα αυτές που Συνδέονται με φωνητικές Δυσλειτουργίες</p>	<p>Ασαφής</p>	<p>Δεν φαίνεται να υπάρχει σύνδεση</p>

Επισημαίνεται ότι η Δυσαριθμησία αποτελεί σύνδρομο , όπως ακριβώς συμβαίνει και με την Δυσλεξία , όπου απαρτίζεται από ένα

σύμπλεγμα χαρακτηριστικών που συνυπάρχουν . Αβίαστα, λοιπόν, συνάγεται το συμπέρασμα πως για να χαρακτηριστεί κάποιος με το σύνδρομο της Δυσαριθμίας , πρέπει να εμφανίζει ποικίλλα χαρακτηριστικά σχετικά με τις δυσκολίες , ενώ σε καμία περίπτωση δεν στηριζόμαστε μόνο σε ένα . (Αγαλιώτης, 2000). Σύμφωνα με τον Kosci , το σύνδρομο της Δυσαριθμίας συναντάται στο 6% του μαθητικού πληθυσμου (Αγαλιώτης, 2000).

2.4.1 Αναπτυξιακή Ή Εξελικτική Δυσαριθμσία

Σήμερα , στις επιστημονικές κοινότητες , επικρατούν οι οροί αναπτυξιακή Δυσαριθμσία ή εξελικτική Δυσαριθμσία και η επίκτητη Δυσαριθμσία με σκοπό την διάκριση του συνδρόμου. Η πρώτη χρησιμοποιείται συνήθως για μαθητές (άτομα σχολικής ηλικίας) καθώς έχουν την πρώτη επαφή με τον κλάδο των μαθηματικών .Με τον όρο αναπτυξιακή επισημαίνεται πως ο μαθητής αντιμετωπίζει δυσκολίες στην απόκτηση μαθηματικών δεξιοτητων και γνώσεων , γεγονός που συνδέεται με την ποιότητα της μάθησης του κατά τα πρώτα σχολικά χρονιά . Επιπρόσθετα , το σύνδρομο στην περίπτωση αυτή είναι μια διαταραχή με γνωστικό υπόβαθρο και παρατηρείται κατά την ανάπτυξη του ατόμου ενώ οι επιδόσεις του εκπαιδευομένου στα μαθηματικά είναι κατά πολύ

περιορισμένες , συγκριτικά με το γενικό νοητικό δυναμικό . Η δεύτερη σχετίζεται με άτομα όπου έχουν μαθηματικές γνώσεις , ενώ μεταγενέστερα στην ζωή τους , χάνουν την δεξιότητα - ικανότητα τους . Το γεγονός αυτό φαίνεται πως έχει συνάφεια με κάποια βλάβη στο εγκεφαλικό σύστημα .

2.4.2 Επίκτητη Δυσαριθμσία

Η δεύτερη μορφή Δυσαριθμσίας είναι η επίκτητη , όπου εμφανίζεται εξίσου συχνά όπως η αναπτυξιακή . Ο M. McCloskey (Περικλειδάκης, 2003) υποστηρίζει πως η εγκεφαλική βλάβη του εγκεφάλου που προέρχεται είτε από ατύχημα είτε από ασθένεια , προκαλεί προβλήματα στις γνωστικές λειτουργίες του ατόμου ενώ όταν η βλάβη αναφέρεται και στην μαθηματική σκέψη και ικανότητα , τότε προκύπτει το σύνδρομο της επίκτητη Δυσαριθμσία (Acquired dyscalculia). Πλέον , μέσα από την μελέτη των περιπτώσεων των ασθενών με επίκτητη Δυσαριθμσία , έχουν διεξαχθεί πολύτιμα συμπεράσματα ως προς την αναπτυξιακή Δυσαριθμσία . Όπως αναφέρθηκε και προγενέστερα , είναι πλέον δεδομένο πως η Δυσαριθμσία, όπως και η Δυσλεξία αποτελούν ένα σύνδρομο που απαρτίζονται από ποίκιλλα χαρακτηριστικά και συνυπάρχουν μεταξύ τους .

Έτσι , θεωρείται σωστότερο να μιλάμε για Δυσαριθμησιες (Αγαλιώτης ,2000) . Η εμφάνιση κάποιων χαρακτηριστικών της αναπτυξιακής Δυσαριθμησίας στο άτομο , είναι αναγκαίος παράγοντας . Δεν είναι όμως αρκετό ώστε να κατατάξουμε τα άτομα στις ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες . Ένα απλό είναι ότι πολλά από τα χαρακτηριστικά μπορούν να εμφανιστούν και σε περίπτωσης όπου το άτομο έχει απλά χαμάλη επίδοση ή συνοδεύεται από λοιπές ειδικές ανάγκες . Στον παρακάτω πίνακα επιχειρείται η διάκριση των Δυσαριθμησιων ανάλογα την δυσκολία που εμφανίζουν οι εκπαιδευόμενοι .

Είδος Δυσαριθμησίας	Δυσκολίες του ατόμου
Ποσοτική	<ul style="list-style-type: none"> • Στην μέτρηση • Στους υπολογισμούς • Στην χρήση αριθμών
Ποιοτική	<ul style="list-style-type: none"> • Στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών
Ενδιάμεση	<ul style="list-style-type: none"> • Δυσκολία εργασίας με νούμερα ή σύμβολα

2.5 Τα χαρακτηριστικά της Δυσαριθμησης

Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, η Δυσαριθμηση αποτελεί ένα σύμπλεγμα συμπτωμάτων Μαθησιακών Δυσκολιών, ως επί το πλείστον στις αριθμητικές ικανότητες. Η Δυσαριθμηση είναι η δυσκολία του ατόμου να αντιλαμβάνεται τους αριθμούς και τη σχέση των αριθμών μεταξύ τους, στην έκβαση και εκτίμηση μιας αριθμητικής ενέργειας (Jordan, N., Hanich, L. B., & Kaplan, D. 2003). Αναλυτικότερα ένα άτομο με Δυσαριθμηση παρουσιάζει δυσκολία (Sharma, M. 2003):

1. Στην εκμάθηση αριθμητικών πράξεων με τον παραδοσιακό τρόπο, κυρίως δε με τις μεθόδους που στηρίζονται στη μέτρηση.
2. Στις συναλλαγές χρημάτων. Δηλαδή δυσκολεύονται στο χειρισμό ενός βιβλιαρίου καταθέσεων τραπεζής, στο να δίνουν και να παίρνουν τα ρέστα, να αφήνουν φιλοδώρημα.
3. Στην εκμάθηση αφηρημένων εννοιών του χρόνου και της κατεύθυνσης. Δηλαδή, δυσκολεύονται με τα χρονοδιαγράμματα, να λένε την ώρα, ενώ δεν έχουν αίσθηση του χρόνου.

4. Στην οπτικοχωρική αντίληψη και οργάνωση. Δυσκολεύονται με τις κατευθύνσεις, χάνονται εύκολα, δε διαβάζουν άνετα τους χάρτες, και καταπιάνονται με μηχανικές διαδικασίες.
5. Στην εκμάθηση μουσικών οργάνων, στην ακολουθία οδηγιών σε κάποιο άθλημα. Επίσης, χάνουν την αίσθηση του σκορ και των παιχτών, για παράδειγμα όταν παίζουν χαρτιά ή επιτραπέζια παιχνίδια.
6. Στην ακολουθία διαδοχικών οδηγιών, στην οργάνωση πληροφοριών, στη θύμηση συγκεκριμένων πράξεων και διαδικασιών για τη διεκπεραίωση ενός μαθηματικού υπολογισμού.

Ακολουθεί πίνακας όπου παρουσιάζονται τα ενδεικτικά στοιχεία προς την εμφάνιση της Δυσαριθμησίας . Είναι κατανεμημένα ανά ηλικιακό επίπεδο .

Προσχολική ηλικία	Σχολική ηλικία	Εφηβεία και Ενηλικίωση
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Προβλήματα απαρίθμησης ✓ Προβλήματα στην 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Δυσκολία εκμάθησης βασικών Μαθηματικών 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Αδυναμία εκτίμησης ενός λογαριασμού (π.χ. Το λογαριασμό του

<p>αναγνώριση γραφτών αριθμών</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Δυσκολία σύνδεσης ενός αριθμού (4) με την ύπαρξή του στον κόσμο (4 τετράδια) ✓ Αδύναμη μνήμη συγκράτησης αριθμών ✓ Δυσκολία στην ✓ Οργάνωση πραγμάτων σε μια λογική σειρά 	<p>πράξεων. (πρόσθεση , αφαίρεση, πολ/μο, διαίρεση)</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Αδυναμία ανάπτυξης δεξιοτήτων επίλυσης προβλήματος ✓ Αδύναμη μακροπρόθεσμη μνήμη σε ότι αφορά τις μαθηματικές λειτουργίες ✓ Αδυναμία εξοικείωσης με το μαθηματικό λεξιλόγιο ✓ Αποφυγή 	<p>σουπερ-μαρκετ.)</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Αδυναμία εκμάθησης Μαθηματικών εννοιών, πέρα από τις μαθηματικές πράξεις ✓ Αδυναμία υπολογισμού ή ισοσκελισμού εσόδων-εξόδων ✓ Πρόβλημα με τις έννοιες του χρόνου, όπως να κολλήσει σε ένα πρόγραμμα ή να προσεγγίσει το χρόνο ✓ Προβλήματα στους υπολογισμούς χωρίς τη βοήθεια
--	--	---

	<p>παιχνιδιών στρατηγικής</p> <p>✓ Δυσκολία στη μέτρηση των διαστάσεων ενός πράγματος</p>	<p>χαρτιού ή αριθμομηχανής (νοερά) όπως προσθέσεις, διαιρέσεις κ.α.</p> <p>✓ Δυσκολία εύρεσης διαφορετικών προσεγγίσεων ενός προβλήματος.</p>
--	---	---

Πηγή: National Center for Learning Disabilities (LD.org)

2.6. Εμφάνιση μαθησιακών δυσκολιών στον τομέα της Γεωμετρίας

Ένας ακόμη τομέας των μαθηματικών στον οποίο εμφανίζονται είτε μικρές είτε μεγάλες δυσκολίες αρκετοί μαθητές, είναι αυτός της Γεωμετρίας. Έρευνες αποδεικνύουν πως αρκετοί μαθητές εμφανίζουν σημαντικές δυσκολίες ακόμη και σε βασικές γεωμετρικές έννοιες όπως η γωνία, το τρίγωνο ή το τετράγωνο, συνήθως στις μικρότερες τάξεις όπου διδάσκεται η περιγραφική ή πρακτική Γεωμετρία (μη αποδεικτική Γεωμετρία). Πολλές είναι και οι περιπτώσεις δυσκολιών σχετικές με την μάθηση των ιδιοτήτων των σχημάτων. Κατά τη διδασκαλία της Γεωμετρίας αναπτύσσεται στη σχολική τάξη μια ειδική ορολογία για την περιγραφή των γεωμετρικών εννοιών, η οποία προκαλεί δυσκολίες στην κατανόηση των εννοιών αυτών από τους περισσότερους μαθητές (Τουμάσης, 2004).

Γίνεται ευκολά αντιληπτό πως η γεωμετρία αποτελεί πρόκληση για ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών, είτε με Μαθησιακές δυσκολίες ή χωρίς. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η περίπτωση της ομοιότητας τριγώνων όπου εμπλέκονται οι έννοιες του λόγου και της αναλογίας. Έτσι φαίνεται ότι το επίπεδο για κάποιους μαθητές δυσκολεύει και στον τομέα της

Άλγεβρας καθώς και της Γεωμετρίας . Άλλο ένα παράδειγμα αποτελεί η ολιστική αντίληψη κάποιων μαθητών ως προς τα γεωμετρικά σχήματα . Στην περίπτωση αυτή φαίνεται πως εμφανίζουν μία αδυναμία διάκρισης των ιδιοτήτων ή των σχέσεων που διέπουν ένα γεωμετρικό σχήμα . Για παράδειγμα , ένας μαθητής υποστηρίζει πως μια γωνιά είναι ορθή επειδή του φαίνεται ορθή , παραγκωνίζοντας έτσι την χρήση των γεωμετρικών σχημάτων ώστε να αποδείξουν επαρκώς το συμπέρασμα τους . Το ίδιο ισχύει και για την διάκριση ενός ισοσκελούς τριγώνου (επειδή φαίνεται να είναι ισοσκελές) ή το γεγονός πως ένα τετράγωνο είναι τετράγωνο επειδή έτσι φαίνεται (αγνοώντας την ανάγκη να εξετάσουν εάν υπάρχουν όντως τέσσερις ίσες πλευρές , κακότητες και παραλληλίες ως προς αυτές) . Έρευνες αποδεικνύουν πως για αρκετούς μαθητές δεν είναι αναγκαία η απόδειξη για κάτι το οποίο βλέπουν να είναι προφανές . Έτσι δημιουργείται το εξής πρόβλημα: οι μαθητές να μην είναι σε θέση να κατανοήσουν την σημασία που έχει η απόδειξη στα μαθηματικά αλλά και η διαδικασία εκτέλεσης αυτής . Ο Τουμάσης (2004) υποστηρίζει ότι, το μεγαλύτερο ίσως πρόβλημα που εμφανίζουν οι μαθητές κατά τη διδασκαλία της Γεωμετρίας είναι η έννοια της

απόδειξης, η οποία δημιουργεί πολλές φορές αξεπέραστες δυσκολίες.

Αναμεσά στα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην Γεωμετρία , συγκαταλέγεται και αυτό όπου ο μαθητές εμφανίζουν δυσκολίες στην αντίληψη της θέσης και του προσανατολισμού ενός σχήματος, στην Ευκλείδεια Γεωμετρία, πάνω στο χαρτί . Η δυσκολία εμφανίζεται κυρίως στην αντίληψη ότι η θέση του σχήματος είναι ανεξάρτητη και δεν μπορεί να επηρεάσει τις ιδιότητες του σχήματος . Αξιοσημείωτο είναι και το γεγονός πως η πλειοψηφία των σχημάτων που υπάρχουν στα σχολικά βιβλία , καθώς και αυτά που σχεδιάζουν οι εκπαιδευτικοί , μοιάζουν να ακολουθούν κάποιο πρότυπο σχεδίασης ως προς τις βασικές γραμμές ή τον προσανατολισμό .

Όλα τα παραπάνω έχουν ως συνέπεια τους οι εκπαιδευόμενοι να μην αποκτούν ευρεία αντίληψη για διάφορες γεωμετρικές εννοιές (Hershkowitz, Bruckheimer & Vinner, 1987.). Το πρόβλημα όμως φαίνεται πως συντηρείται από την καθημερινή πραγματικότητα που επικρατεί γύρω μας , δηλαδή κυριαρχεί κυρίως η οριζόντια ή η κατακόρυφη διεύθυνση στα διάφορα αντικείμενα (π.χ. Τοίχος, Θρανίο, σκεπή, κ.ά.).

Έτσι , κρίνεται αναγκαίο στην παρούσα φάση να γίνει μελέτη σχετικά με τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι εκπαιδευόμενοι στην μάθηση γεωμετρικών σχημάτων .

Βασικότερος παράγοντας στην μάθηση , θεωρείται η διδακτική μέθοδος της Γεωμετρίας που ακολουθεί ο δάσκαλος , διότι καθορίζει την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών . Οι Clements και Battista (1992) αναφέρουν ότι ένας από τους βασικούς λόγους για τους οποίους οι μαθητές έχουν δυσκολίες στην κατανόηση της Γεωμετρίας είναι η μέθοδος διδασκαλίας που επιλέγουν οι εκπαιδευτικοί. Ο Holt (1995) υποστηρίζει ότι οι μαθητές ίσως θέλουν να προβληματιστούν, να ανακαλύψουν, να συζητήσουν, να μάθουν και όχι να διδαχθούν. Ο τρόπος που διδάσκεται η Γεωμετρία στα σχολεία (ορισμός-θεώρημα-απόδειξη) συχνά είναι η αιτία που τελικά οι μαθητές μένουν στην άγνοιά τους (Κολέζα & Ντζιαχρήστος, 1990). Τις περισσότερες φορές οι εκπαιδευτικοί δεν διδάσκουν Γεωμετρία , ενώ όταν το κάνουν περιορίζονται στις επιφανειακές γνώσεις μόνο και μόνο για να έχουν οι μαθητές μια ιδέα από Γεωμετρία , αποφεύγοντας την εμπάθυνση .Αίτια του παρόντος προβλήματος φαινεται ότι αποτελεί και η εκπαίδευση των καθηγητών.

Σύμφωνα με έρευνες των Cawley, Foley και Hayes (2009) μετα από ανάλυση τω βιβλίων που χρησιμοποιούν στην εκπαίδευση

των καθηγητών των παιδιών με Ειδικές Εκπαιδευτικές Ανάγκες συμπεραίνουν και πιθανολογούν πως η αριθμητική μοιάζει για αυτούς πιο σημαντική συγκριτικά με την Γεωμετρία .

Σύμφωνα με τα παραπάνω , είναι ευκολά αντιληπτό πως οι εκπαιδευτικοί που δεν είναι επαρκώς προετοιμασμένοι για να διδάξουν μια μαθηματική περιοχή των καθηγητών , μπορεί να οδηγήσει στην παρερμηνευση πως το περιεχόμενο είναι λιγότερο σημαντικό σε σύγκριση με το περιεχόμενο όπου είναι καλύτερα προετοιμασμένοι. Ο Van de Walle (2001) υποστηρίζει ότι οι περισσότεροι δάσκαλοι πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης ξοδεύουν πολύ λίγο χρόνο για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας , γεγονός που οφείλεται είτε στην άνεση τους με την Γεωμετρία ή στο ότι δεν την θεωρούν σημαντική .

Κεφάλαιο 3^ο

3.1 Πώς μπορούμε να αντιμετωπίσουμε τις μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά ;

Στις μέρες πλέον , η επιστημονική κοινότητα έχει μελετήσει το ζήτημα των μαθησιακών δυσκολιών στα Μαθηματικά , διεξοδικά και είναι σε θέση να προτείνει τρόπους αντιμετώπισης αυτών . Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται λόγος για τις ποικίλες τεχνικές που μπορεί να χρησιμοποιήσει και να υποστηρίξει ένας εκπαιδευτικός γενικής αγωγής , μαθητές με ιδιαίτερες εκπαιδευτικές ανάγκες . Οι τεχνικές αυτές απαρτίζονται από ένα σύνολο γενικών αρχών όπου ισχύουν και εφαρμόζονται ανεξαιρέτως στις περιπτώσεις αδυναμιών και λαθών καθώς και σε πιο εξειδικευμένες τεχνικές . Σύμφωνα με τον Αγαλιώτη (2000) κάποια από τα προβλήματα που ενδέχεται να αντιμετωπίζουν οι μαθητές με Μαθησιακές δυσκολίες είναι οι δυσκολίες στις προ μαθηματικές εννοιές και δεξιότητες, την εκμάθηση των βασικών αριθμητικών δεδομένων, στους αλγόριθμους και στην επίλυση προβλημάτων . Σιγουρά όμως

στις κατηγορίες αυτές δεν περιλαμβάνονται όλα τα προβλήματα και οι δυσκολίες που ενδέχεται να αντιμετωπίζει ο εκπαιδευτικός κατά την διδακτική πράξη . Μέσα από την τήρηση των γενικών αρχών αντιμετώπισης των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά , μπορεί να επιτευχθεί και η διαμόρφωση ενός ωφέλιμου κλίματος στην μαθησιακή διαδικασία .

Σύμφωνα με τον Αγαλιώτη (2000), η πρώτη τεχνική αναφέρεται στην ανάγκη για αξιοπιστία στην εκπαιδευτική αξιολόγηση και στον σεβασμό της κατά την επιλογή διδακτικών στόχων . Πιο συγκεκριμένα , κάθε διδασκαλία πρέπει να βασίζεται στα ευρήματα της ενδελεχούς εκπαιδευτικής αξιολόγησης που θα κάνει ο εκπαιδευτικός . Στόχος του παραπάνω είναι να εξασφαλιστεί πως η Στοχοθεσία της διδασκαλίας θα αφορά τις πραγματικές ανάγκες του μαθητή καθώς και θα περιλαμβάνουν τις απαραίτητες γνώσεις . Βέβαια ελλοχεύει ο κίνδυνος να χρησιμοποιηθούν λανθασμένες στρατηγικές που δεν αποδίδουν με ακρίβεια το σημείο που δυσλειτουργεί και κάνει λάθος ο μαθητής . Ως αποτέλεσμα αυτού είναι τελικά να μην επιτευχθεί η άρση των λαθών αλλά ίσως η ενίσχυση τους . Οπότε , με την ορθή αξιοποίηση των δεδομένων της αξιολόγησης , οι εκπαιδευτικοί έχουν την δυνατότητα να στοχεύουν με ακρίβεια στο σημείο όπου ο

μαθητής δυσκολεύεται , και έτσι να διαχειρίζεται ορθότερα και ο διδακτικός χρόνος .

Η δεύτερη στρατηγική αναφέρεται στην ενεργή συμμετοχή των μαθητών κατά το πρόγραμμα διδασκαλίας - παρέμβασης . Η εμπειρία έχει διδάξει πως όταν οι μαθητές συνεργάζονται και έχουν ενδιαφέρον για την υλοποίηση ενός προγράμματος , τότε πολύ πιθανόν το πρόγραμμα να πέτυχει . Ο μαθητής δεν αρκεί να επιβραβεύεται μόνο υλικά και ηθικά για να ενισχύσουμε την θετική συμπεριφορά . Υπάρχουν και άλλοι τρόποι ενίσχυσης των μαθητών για συμμετοχή στο πρόγραμμα . Α) Η παρουσίαση των μαθηματικών αναγκών ενός ανθρώπου που χρειάζεται πρακτικά στην καθημερινή ζωή του η οποίες θα αποκτηθούν κατά την διάρκεια του προγράμματος . Β) Να διατυπωθούμε τους στόχους του προγράμματος που θα πέτυχουμε , και να ξεκαθαρίσουμε ότι δεν θα είναι πολύ εύκολοι .

Τρίτη τεχνική είναι ο τήρηση της ακολουθίας μιας αναπαράστασης της μαθηματικής γνώσης . Ισχύει πως οι μαθηματικές εννοιές και οι δεξιότητες αναπαρίστανται πρωτίστως σε υπαρξιακό επίπεδο και στην συνέχεια σε εικονιστικό .

Η τέταρτη τεχνική σχετίζεται με την διδασκαλία των εικόνων , των κανόνων και των ιδιοτήτων . Ο εκπαιδευτικός οφείλει να

μεριμνά ειδικά για αυτά τα τρία , καθώς είναι εννοείς που συνδέονται άμεσα με τις αδυναμίες μνήμης που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες στον τομέα των μαθηματικών . Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται άμεσα η ορθή εκμετάλλευση του διδακτικού χρόνου με την παροχή γνώσεων όπου περιλαμβάνουν πολυποίκιλες εφαρμογές.

Η πέμπτη τεχνική αναφέρεται στην αδιάκοπη παρακολούθηση του μαθητή ως προς την πρόοδο του αλλά και την ως προς την παροχή ανατροφοδότησης άμεσα . Έρευνες στον τομέα αυτό που μελετάμε , έχουν δείξει πως η συνεχής παρακολούθηση της προόδου του μαθητή αλλά και η άμεση ανατροφοδότηση με την μορφή υποδείξεων σχετικών με τα λάθη του , έχουν καταλυτικό ρολό στην βελτίωση της επίδοσης αυτού .

Η έκτη τεχνική που προτείνεται είναι η ανάγκη να υπάρχουν ευέλικτοι διδακτικοί μέθοδοι όπου θα προσαρμόζονται και πάλι στις ανάγκες του και στο ύφος του εκπαιδευομένου . Παρατηρείται πως οι μαθητές που αντιμετωπίζουν μαθησιακές δυσκολίες στον τομέα των μαθηματικών , εμφανίζουν τα δικά τους μαθησιακά χαρακτηριστικά . Το γεγονός αυτό επιβάλλει την χρήση ποικίλλων διδακτικών προσεγγίσεων , μεθόδων αλλά και δραστηριοτήτων . Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η άποψη του H. Chasty όπου υποστηρίζει «Αν το παιδί δεν μαθαίνει με

τον τρόπο που διδάσκεις τότε πρέπει να διδάξεις με τον τρόπο που μαθαίνει».

Η εβδόμη τεχνική έχει σχέση με την αυτοματοποίηση των μαθηματικών διαδικασιών και δεδομένων , γεγονός που επιφέρει πλήθος πλεονεκτημάτων . Ο μαθητής στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιεί την μνήμη και την προσοχή του για προβλήματα με υψηλότερη δυσκολία , ανταποκρίνεται ταχύτερα στις απαιτήσεις του μαθήματος αλλά και ενισχύεται η αυτοπεποίθηση του μαθητή σε μεγάλο βαθμό . Έτσι ο εκπαιδευτικός πρέπει να επιδιώκει πρωτίστως την κατανόηση και στην συνέχεια την αυτοματοποίηση . Σε αντίθετη περίπτωση το αποτέλεσμα θα είναι μηχανιστικό καθώς θα εφαρμόζει ο μαθητή ακατανόητες ενεργείες . Με αυτό τον τρόπο δεν προάγεται επ' ουδενί η μαθηματική σκέψη .

Η ογδόη τεχνική σχετίζεται με την συστηματική εξοικείωση των μαθητών στην γλώσσα των μαθηματικών . Το να αγνοεί ένας μαθητής τις εννοιές του μαθηματικού λεξιλογίου , επιδρά αρνητικά στην επίδοσή του , γεγονός που πρέπει να λαμβάνετε υπόψιν κατά την σύνταξη των προγραμμάτων αντιμετώπισης . Είναι πολύ σημαντικό ο μαθητής να εξοικειωθεί από νωρίς με την γλώσσα των μαθηματικών . Από μόνής της μπορεί να αποτελέσει ένα σημαντικό διδακτικό στόχο . Γιατρό δεν πρέπει

να την αντιμετωπίζουν οι εκπαιδευτικοί ως κάτι δευτερεύων . Η διαδικασία πρόσληψης της μαθηματικής γλώσσας επιτυγχάνεται διάμεσου της ενεργοποίησης των μαθητών στην συνέχεια μέσα από την κατανόηση των εννοιών και τέλος στην έκφραση με λέξεις .

Η ένατη στρατηγική αναφέρεται στις στρατηγικές μάθησης που μπορούν να αποκτηθούν . Έχει παρατηρηθεί πως οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες δεν παρουσιάζουν μονάχα ελλείψεις σε επίπεδο σχολικών γνώσεων αλλά συχνά παρουσιάζουν αδυναμία στην οργάνωση των διαδικασιών μελέτης τους και μάθησης τους . Η εμφάνιση αυτών των αδυναμιών δυσχεραίνει το ρολό των παρεμβατικών προγραμμάτων . Επομένως , διεξάγεται το συμπέρασμα πως οι μαθητές αυτοί είναι αναγκαίο να διδάσκονται και τις κατάλληλες στρατηγικές μάθησης . Αναφορικά , επισημαίνονται κάποιες

A)στρατηγική που βελτιώνει την μνήμη του μαθητή (π.χ θα μπορούσε να επιτευχθεί με την χρήση λεκτικής επανάληψης)

B)στρατηγική όπου να προσεγγίζεται τη νέα μάθηση με οργανωμένο τρόπο (π.χ μπορεί να επιτευχθεί με την χρήση της λεκτικής αυτοκαθοδήγησης)

Γ) στρατηγική που αναφέρεται στην ορθή κατηγοριοποίηση και ανάλυση των δεδομένων και των ζητούμενων κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (π.χ θα μπορούσε να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας σχέδια και εικόνες , διότι διευκολύνεται η αναπαράσταση των προβλημάτων)

Οι στρατηγικές αυτές είναι αναγκαίο

Α) να διδάσκονται σε συνάρτηση με την διδασκαλία

Β) να αποτελούν κομμάτι των μαθησιακών αναγκών

Γ) να εποπτεύονται και να ανανεώνονται σε τακτά χρονο διαστήματα .

Η δέκατη στρατηγική έχει σχέση με την εκμάθηση της επίλυσης προβλημάτων . Πολλές φορές οι μαθητές αντιμετωπίζουν την επίλυση μαθηματικού προβλήματος ως μια πρακτική για να εφαρμόσουν όσων ξέρουν , δηλαδή την εφαρμογή μαθηματικών πράξεων με σκοπό να βρεθεί μια απάντηση σε διαφορά λεκτικά προβλήματα. Κάτι τέτοιο όμως δεν υφίσταται καθώς η διαδικασία επίλυσης προβλήματος χαρακτηρίζεται για την συνθέτη διαδικασία σκέψης που απαιτεί γι' αυτό και πρέπει να επιτελεί ανεξάρτητο στόχο κάθε διδακτικού σχεδιασμού . Αυτό πρέπει να γίνεται και στις περιπτώσεις όπου διδάσκουμε σε μαθητές με δυσκολίες μάθησης στον τομέα των μαθηματικών .

Η εντέκατη τεχνική έχει σχέση με την έννοια της γενίκευσης στην μάθηση καθώς παρατηρείται πως μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες στον τομέα των μαθηματικών κωλύονται να γενικεύσουν και να εφαρμόσουν την γνώση που κατέχουν σε ένα νέο περιβάλλον ή κατάσταση .

Η δωδέκατη και τελευταία τεχνική αναφέρεται στο γεγονός της αναγκαιότητας να προωθεί ο εκπαιδευτικός και ενδυναμώνει την θετική στάση του μαθητή προς τον τομέα των μαθηματικών . Είναι ευρέως γνωστό πως οι απόψεις και τα κίνητρα ενός εκπαιδευμένου μπορούν να καθορίσουν σημαντικά τα μαθησιακά αποτελέσματα . Ειδικότερα , όταν έχουμε μαθητές που εμφανίζουν συνεχόμενες αποτυχίες στον τομέα της μαθητής , παρατηρείται πως είναι πιο δυσχερές το φαινόμενο . Γι' αυτό τον λόγο κρίνεται απαραίτητο να βελτιώσουμε την αυτοεικόνα των μαθητών που εμφανίζουν δυσκολίες στην μάθηση . Κάτι τέτοιο δεν είναι άμεσα εύκολο γι' αυτό και προτείνονται κάποιοι μέθοδοι όπου μπορούμε να βελτιώσουμε την αυτοεικόνα των μαθητών .

A) να εμπλέξουμε τον εκπαιδευόμενο στην διαδικασία διαμόρφωσης των διδακτικών στόχων ενός προγράμματος

B) να αποφεύγεται η αποτυχία κατά την μαθησιακή διαδικασία , γεγονός που μπορεί να επιτευχθεί με τον έλεγχο των γνώσεων

που απαιτούνται για την υλοποίηση των μαθησιακών στόχων που τίθεται

Γ)τα μαθηματικά να χρησιμοποιούνται εξατομικευμένα , να καλύπτουν δηλαδή τις πραγματικές ανάγκες ενός μαθητή

Δ)ο εκπαιδευτικός να εκφράζει την πίστη του στις δυνατότητες που διαθέτει ο εκπαιδευόμενος

Ε) να επισημαίνεται ο εξής παράγοντας : όταν κάποιος κάνει μια οργανωμένη προσπάθεια , μπορεί να αλλάξει σημαντικά τα αποτελέσματα στην μάθηση

Στ)ο εκπαιδευτικός να είναι θετικός απέναντι στα μαθηματικά

Ζ) ο εκπαιδευόμενος να ενισχύεται κάθε φορά που υλοποιεί σωστά τις μαθηματικές του εργασίες .

3.2 Αντιμετώπιση των μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά μέσω διδακτικών μεθόδων της ειδικής αγωγής

Ένα σύνηθες φαινόμενο που παρουσιάζεται στο τομέα της εκπαίδευσης , και συγκεκριμένα στον τομέα της αντιμετώπισης

των μαθησιακών δυσκολιών , είναι οι εκπαιδευτικοί να είναι αντιμέτωποι με μαθητές όπου δεν δείχνουν να έχουν κάποιο ουσιαστική πρόοδο . Δηλαδή , παρότι οι εκπαιδευόμενοι αποκτούν τη γνώση , στην συνέχεια φαίνεται να λειτουργούν σαν να μην ήταν παρόντες στην διδασκαλία . (Αγαλιώτης, 2000).

Σύμφωνα με έρευνες , καταγράφονται ποικίλες αυξομειώσεις αναφορικά με την επίδοση των μαθητών ενώ τα μαθησιακά αποτελέσματα θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν μικρά σε συνάρτηση με την προσπάθεια που καταβάλλουν οι μαθητές . Το γεγονός αυτό , τις περισσότερες φορές συνδέεται με εγγενείς αδυναμίες του ατόμου , δηλαδή του εκπαιδευομένου . Οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί έχουν πει την φράση: «Μα έχω δοκιμάσει τα πάντα με αυτό το παιδί αλλά δεν γίνεται τίποτα», όπως το αναφέρει και ο Αγαλιώτης (2000).

Μπορούμε να κατανοήσουμε όμως πως υπάρχουν μαθητές με τόσες αδυναμίες που η υλοποίηση των γνωστικών στόχων και των δεξιοτήτων μοιάζει ,αν όχι ουτοπία , ένα πολύ δύσκολο επίτευγμα . Ένας εκπαιδευτικός όμως οφείλει να προσπαθήσει να διευκολύνει την επίπονη αυτή διαδικασία εξετάζοντας κάθε διδακτική ενέργεια από την οποία αποτελείται το πρόγραμμα υποστήριξης του , αυτή την φορά μελετώντας και εντάσσοντας κάποια βασικά πορίσματα των διδακτικών μεθόδων που

περιλαμβάνονται στην ειδική αγωγή . Θα πρέπει να γίνει προσέγγιση σε ποικίλους τομείς της διδασκαλίας . Παράδειγμα αποτελεί η κοινωνική μορφή που παίρνει η διδασκαλία , εάν δηλαδή η διδασκαλία είναι εξατομικευμένη είτε μετωπική είτε ομαδοσυνεργατικής , οι σχέσεις που θα αναπτύξει ο εκπαιδευτικός με τους μαθητές αλλά και το ύφος που θα χρησιμοποιήσει στις διδασκαλίες του . Τίθενται όμως και αλλά ερωτήματα σχετικά με την οργάνωση του μαθήματος όπως ποσό χρόνο θα χρειάζεται ο μαθητής για να υλοποιήσει μια εργασία; Ή με ποιο τρόπο θα πραγματοποιείτε η επιλογή του υλικού ; Θα μπορούν οι μαθητές να συμμετέχουν στην επιλογή αυτού; Όλα αυτά είναι σημαντικά θέματα - ερωτήματα για την μορφή μιας διδασκαλίας που προβλημάτισαν και τον Αγαλιώτη (2000).

Κρίνεται αναγκαίο να δώσουμε ιδιαίτερη προσοχή στην αντιμετώπιση των μαθησιακών δυσκολιών στον τομέα των μαθηματικών , ώστε να μην περιορίζεται μόνο στην εφαρμογή κάποιων τυπικών ή ειδικών τεχνικών και διευθετήσεων αλλά να αποτελεί και μέρος μια ευρύτερης διδακτικής πρακτικής . Είναι εξίσου σημαντικό να εφαρμόζεται «η μαθησιακή ιεραρχία» ή «τα στάδια της μάθησης» (Αγαλιώτης, 2000, σ.σ. 358-359).

Η μαθησιακή ιεραρχία ή τα στάδια της μάθησης είναι μια σειρά επιπέδων κατοχής και ικανότητας χρήσης της γνώσης, ακολουθούν τα επίπεδα αυτής:

1. Απόκτηση : Ο μαθητής έρχεται σε επαφή αλλά δεν έχει αποκτήσει τη δεξιότητα. Δεν γνωρίζει τι πρέπει να κάνει για να εκτελέσει το έργο με ακρίβεια με αποτέλεσμα να οδηγείται σε λάθη ακόμα και αν διατυπώσουμε την ερώτηση πολλές φορές .

Στόχος της διδασκαλίας σε αυτό το στάδιο είναι η ακρίβεια. Παράδειγμα : ο μαθητής διδάσκεται για πρώτη φορά την ακριβή χρήση του πίνακα πολλαπλασιασμού του 6.

2. Ευχέρεια : Ο μαθητής απαντά με ακρίβεια, αλλά όχι με ταχύτητα. Η ταχύτητα στη χρήση μιας δεξιότητας είναι απαραίτητη, προκειμένου αυτή να αποτελέσει βάση για την απόκτηση πιο σύνθετων δεξιοτήτων.

Στόχος της διδασκαλίας σε αυτό το στάδιο είναι η βελτίωση του χρόνου αντίδρασης, που αν είναι δυνατόν να φτάσει σε επίπεδο αυτοματισμού.

Παράδειγμα : ο μαθητής εκτός από ακριβείς απαντήσεις μαθαίνει να δίνει γρήγορες απαντήσεις σε μεμονωμένους πολλαπλασιασμού με το 6.

3. Διατήρηση : Ο μαθητής πρέπει να διατηρεί την ακρίβεια και την ταχύτητα εφαρμογής των διδαγμένων δεξιοτήτων, προκειμένου να συνεχιστεί απρόσκοπτα η πρόοδος του. Επομένως, ο βαθμός κατάκτησης της ύλης που έχει ήδη προσφερθεί πρέπει περιοδικά να ελέγχεται.

Στόχος της διδασκαλίας σε αυτό το στάδιο είναι η διατήρηση των επιπέδων χρήσης της δεξιότητας.

Παράδειγμα: μετά την παρέλευση δύο εβδομάδων, χωρίς τη μεσολάβηση ειδικής διδασκαλίας, ο μαθητής λέει τον πίνακα πολλαπλασιασμού του 6, χωρίς βοήθεια και απαντά με ακρίβεια και ταχύτητα σε ερωτήσεις σχετικών μεμονωμένων πολλαπλασιασμών.

4. Γενίκευση : Ο μαθητής μεταφέρει προγραμματισμένα την κατεχόμενη γνώση σε νέα και πιο σύνθετα πλαίσια, που ελέγχονται άμεσα από τον εκπαιδευτικό.

Στόχος της διδασκαλίας σε αυτό το στάδιο είναι η τοπ χρονική επέκταση της χρήσης της δεξιότητας.

Παράδειγμα: ο μαθητής χρησιμοποιεί τη γνώση του πίνακα του πολλαπλασιασμού του 6 για να λύσει σχετικά λεκτικά προβλήματα (εφαρμογές του πολλαπλασιασμού).

5. Προσαρμογή :Ο μαθητής αναμένεται να χρησιμοποιεί προσαρμοστικά τη νέα γνώση, σε πλαίσια που δεν ελέγχονται άμεσα από τον εκπαιδευτικό.

Στόχος των διδακτικών εφαρμογών σε αυτό το στάδιο είναι η επίλυση προβλημάτων της καθημερινής ζωής.

Παράδειγμα : ο μαθητής χρησιμοποιεί αυθόρμητα τις γνώσεις του για τον πολλαπλασιασμό του 6, για να αγοράσει κάτι από το κυλικείο.

Για να επιτευχθεί ο στόχος της εδραίωσης της νέας γνώσης , κρίνεται απαραίτητη η τήρηση και των πέντε σταδίων της μαθησιακής ιεραρχίας ώστε να μπορέσουμε να την θεωρήσουμε κτήμα του μαθητή . Στην πορεία ενός εκπαιδευτικού σιγουρά θα έχουν βρεθεί μαθητές που την μια μέρα μαθαίνουν κάτι και την άλλη μέρα το ξεχνάνε . Αυτό το γεγονός υποδηλώνει εμφανέστατα πως δεν έχουν κατακτηθεί και τα πέντε στάδια της γνώσης , στην παρούσα περίπτωση δεν έχουν ξεπεράσει ούτε το πρώτο στάδιο της ιεραρχίας . Είναι εμφανές λοιπόν πως στην συγκεκριμένη περίπτωση ο μαθητής δεν έχει ξεπεράσει δηλαδή το στάδιο της απόκτησης ως προς μια συγκεκριμένη γνώση ενώ από την άλλη πλευρά οι εκπαιδευτικοί απαιτούν με τον δικό τους τρόπο να φτάσει στο στάδιο της γενίκευσης και της προσαρμογής . Πιθανολογείται λοιπόν ορισμένοι εκπαιδευόμενοι να πέσουν

θύματα διδακτικών λαθών από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς και να μην είναι στην πραγματικότητα άτομα με εξαιρετικά χαμηλές ικανότητες (Αγαλιώτης, 2000).

Για την καθημερινή τήρηση της μαθησιακής ιεραρχίας, αξίζει να σημειωθεί η ιδιαίτερη σημασία του σταδίου της ευχέρειας και του σταδίου της προσαρμογής (Αγαλιώτης, 2000).

Βασική επιδίωξη στο στάδιο της ευχέρειας που σχετίζεται με την δεξιότητα του ατόμου να αυτοματοποιεί, είναι να εφοδιάσει τον εκπαιδευόμενο με συνθέτες δεξιότητες και διαδικασίες ώστε να έχει μαθησιακή πρόοδο χωρίς να καταπονεί την μνήμη του και την προσοχή του.

Ακόμη, βασική επιδίωξη του σταδίου της προσαρμογής αποτελεί η προσαρμοστική χρήση της νέας γνώσης που αποκτά ο μαθητής. Θεωρώντας δεδομένες τις αδυναμίες των μαθητών αυτών με τη γενίκευση και τη μεταφορά της γνώσης, αυτό αποτελεί το επιστέγασμα της διδασκαλίας και πολύ βασική επιδίωξη ενός προγράμματος αντιμετώπισης των Μαθησιακών Δυσκολιών στα Μαθηματικά, (Αγαλιώτης, 2000).

Πολλές φορές στην πράξη η εφαρμογή αυτού του σταδίου καταστρατηγείται με την έννοια ότι για να μπορέσει το σχολείο να ελέγξει την προσαρμοστική χρήση της γνώσης, είναι

υποχρεωμένο να εντάξει τις σχετικές καταστάσεις στο πρόγραμμα του, με αποτέλεσμα στην εφαρμογή του να αλλοιώνεται η φυσικότητα και ο αυθορμητισμός. Παρ' όλα αυτά, η σημασία της κατάκτησης της γνώσης κάνει απαραίτητη την επιδίωξη του συγκεκριμένου στόχου, έστω και με αυτούς τους περιορισμούς (Αγαλιώτης, 2000).

Ευκολά μπορούμε να διεξάγουμε το συμπέρασμα πως η μαθησιακή ιεραρχία αποτελεί ένα καλό εργαλείο που βοηθάει στην λήψη αποφάσεων από τον εκπαιδευτικό και μπορεί να χρησιμοποιηθεί από την φάση της αξιολόγησης του μαθητή μέχρι την φακή της αποτίμησης της διδασκαλίας και της αυτοαξιολόγησης του εκπαιδευτικού (Αγαλιώτης, 2000).

Παράλειψη θα θεωρείτο εάν δεν επισημαινόταν και ο ρόλος του εκπαιδευτικού στην όλη διαδικασία . Στην περίπτωση όπου και ο εκάστοτε εκπαιδευτικός μεριμνήσει ώστε να επιλέξει τις σωστές διδακτικές παρεμβάσεις σε κάθε στάδιο , λαμβάνοντας υπόψιν βέβαια και το προφίλ των μαθητών καθώς και τα χαρακτηριστικά της διδακτέας ύλης αλλά και γενικότερα να σέβεται τις διδακτικές αρχές της ειδικής αγωγής , η τήρηση της μαθησιακής ιεραρχίας δύναται να αποτελέσει μια από τις βασικότερες επιτυχημένες τεχνικές αντιμετώπισης των

μαθησιακών δυσκολιών στα μαθηματικά καθώς και της δυσαριθμησης γενικότερα .

3.3. Αντιμετώπιση των μαθηματικών δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με Δυσαριθμησης .

Οι μαθητές που αντιμετωπίζουν μαθησιακές δυσκολίες στον τομέα των μαθηματικών , χρήζουν ειδικής αντιμετώπισης όπως ορθά αναφέρει και ο Αγαλιώτης στο βιβλίο του «Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά» (2000). Η αντιμετώπιση τους πρέπει να γίνεται με ειδικές τεχνικές , οι οποίες θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν διαφοροποιημένες με τις συμβατικές σχετικά με τον τρόπο χρήσης των γνωστών διαδικασιών που εφαρμόζονται. Βασικό χαρακτηριστικό αυτής της εξατομικευμένης αντιμετώπισης είναι η ιδιαίτερη βαρύτητα που δίνεται σε ορισμένες διαδικασίες . Οι λεκτικές περιγραφές και οι όροι χρησιμοποιούνται για την διευκόλυνση της απομνημόνευσης, αφού όπως έχουμε αναφέρει και σε προηγούμενες ενότητες ένα από τα χαρακτηριστικά των παιδιών με δυσαριθμησης είναι η κανονική ή πάνω από το μέσο όρο

γλωσσική ανάπτυξη (προφορικός λόγος, αναγνωστική αποκωδικοποίηση, γραφή) και η καλή οπτική μνήμη γραπτών λέξεων (Αγαλιώτης, 2000).

Οι Strang και Rourke (1985) υποστηρίζουν πως κατά την αντιμετώπιση των δυσκολιών των μαθητών με δυσαριθμια στον τομέα της εκτέλεσης πράξεων, πρέπει να ακολουθούνται οι δυο βασικές αρχές 1) η διαδικασία πρέπει να γίνεται όσο το δυνατόν περισσότερο ένα λεκτικό έργο και 2) η διδασκαλία πρέπει να είναι συστηματική και συγκεκριμένη. Έτσι κρίνεται επιτακτική ανάγκη η διδασκαλία να στηρίζεται σε αυτές τις δυο τεχνικές. Με αυτό τον τρόπο οι μαθητές μπορούν να επωφεληθούν από μια διδασκαλία όπου περιέχει λεκτικές περιγραφές και οδηγίες. (Αγαλιώτης, 2000).

Εξ άλλης όψεως όμως, οι δυσαριθμητικού μαθητές εμφανίζουν δυσκολίες στην οπτικό-χωρική αντίληψη και τον οπτικό-κινητικό συντονισμό. Μέσα από αυτό, μπορούμε να διεξάγουμε ευκολά το συμπέρασμα πως ένας μαθητής με δυσαριθμια θα δυσκολευτεί να μάθει μέσω της παρατήρησης και του χειρισμού αντικειμένων.

Για τους παραπάνω λόγους, οι Strang και Rourke (στο Αγαλιώτης, 2000) προτείνουν τα εξής βήματα:

1) Επιλογή μιας απλής μορφής της αριθμητικής πράξης που δυσκολεύει το παιδί (π.χ. Αν το πρόβλημα είναι στην αφαίρεση, επιλέγεται μια αφαίρεση δυο μονοψήφιων αριθμών ή ενός διψήφιου και ενός μονοψήφιου χωρίς «δανεισμό»).

2) Προφορική περιγραφή του σκοπού, των πρακτικών εφαρμογών και των σταδίων της αριθμητικής πράξης από το δάσκαλο. Για παράδειγμα ανάλογα και με την ηλικία του παιδιού μπορεί η αφαίρεση να ειπωθεί ως μια πράξη αντίθετη της πρόσθεσης, που χρησιμοποιείται σε τρεις περιπτώσεις : α) όταν «βγάζουμε», «μειώνουμε», «ελαττώνουμε», «ξοδεύουμε», «χάνουμε» και θέλουμε να δούμε τι απομένει, β) όταν συγκρίνουμε δυο μεγέθη και γ) όταν ψάχνουμε τι λείπει από ένα μέγεθος, προκειμένου να γίνει ίσο με ένα άλλο. Πρώτος στόχος στο στάδιο αυτό είναι να μπορεί το ίδιο το παιδί να περιγράφει το στόχο της πράξης προφορικά και το ρόλο των αριθμών που συμμετέχουν σε αυτή, έστω κι αν δεν την έχει κατανοήσει απόλυτα από μαθηματική άποψη.

3) Προφορική λεπτομερειακή παρουσίαση των διαδοχικών βημάτων εκτέλεσης της πράξης από το δάσκαλο. Σκοπός της παρουσίασης των διαδοχικών βημάτων είναι η παροχή πολύ συγκεκριμένων οδηγιών για να φθάσουν στο επίπεδο: «Συγκεντρώνουμε τη προσοχή μας στο σύμβολο της πράξης, το

ονομάζουμε και περιγράφουμε τι μας λέει να κάνουμε. Κατόπιν μετακινούμε το βλέμμα και το χέρι μας στο δεξιό άκρο της πράξης και αρχίζουμε να εργαζόμαστε στην τελευταία στήλη, όπου βρίσκονται οι μονάδες..».

4) Προφορική παρουσίαση των βημάτων της πράξης από το παιδί. Αφού παρουσιαστούν τα διαδοχικά βήματα από τον εκπαιδευτικό, ακολουθεί το παιδί, το οποίο περιγράφει τις φάσεις εκτέλεσης της πράξης.

5) Γραπτή παρουσίαση των κανόνων εκτέλεσης της πράξης από το παιδί. Το παιδί χρησιμοποιεί τους γραπτούς κανόνες όποτε το θεωρεί απαραίτητο και χρήσιμο. Παράλληλα με την εκμάθηση των κανόνων εκτέλεσης της πράξης, το παιδί θα πρέπει να εξασκείται στην αποστήθιση των Βασικών Αριθμητικών Δεδομένων.

6) Εξοικείωση του παιδιού με την οπτική πλευρά της εκτέλεσης της πράξης, και πιο συγκεκριμένα με την αντιστοιχία των κανόνων με τις πραγματικές ενέργειες. Για να επιτευχθεί αυτός ο στόχος και αφού σιγουρευτούμε ότι το παιδί έχει κατακτήσει πραγματικά σε λεκτικό επίπεδο τους κανόνες εκτέλεσης της πράξης, ζητάμε από το παιδί να καθοδηγήσει τον δάσκαλο ή το άλλο παιδί με προφορικές εντολές και οδηγίες για την εκτέλεση μιας πράξης του τύπου μαθαίνει.

7) Εισαγωγή του χειραπτικού υλικού και επεξήγηση της μαθηματικής πλευράς της πράξης. Αφού καταφέρει το παιδί να περιγράψει λεκτικά την εκτέλεση της πράξης, είναι φυσικά ανάγκη να υπάρξει η μαθηματική θεμελίωση των ενεργειών που περιλαμβάνονται στην εκτέλεση της. Αυτό γίνεται με τη χρήση πραγματικών αντικειμένων, ώστε να βοηθήσει το παιδί στην κατανόηση της σχέσης μεταξύ πραγμάτων, ενεργειών - δραστηριοτήτων και αριθμητικών συμβόλων. Αυτό το σημείο είναι από τα πιο δύσκολα, αφού προϋποθέτει την ικανότητα για κιναισθητική μάθηση και απόκτηση αισθητηριακών εμπειριών, γεγονός που αποτελεί πρόβλημα για τα παιδιά. Η διδασκαλία πρέπει να γίνεται με αρκετά αργό ρυθμό σε αυτή τη φάση, ώστε να δοθεί στο παιδί το κατάλληλο χρονικό περιθώριο για να βγάλει τα απαραίτητα συμπεράσματα. Επίσης πρέπει να γίνεται χρήση πληθώρας υλικών ώστε να διευκολύνεται η διαδικασία γενίκευσης της γνώσης.

8) Εκτέλεση της πράξης με γραπτά σύμβολα. Μετά την κατανόηση της σημασίας των ενεργειών που πραγματοποιούνται για την εκτέλεση μιας πράξης, καθώς και του τρόπου με τον οποίο αυτές οι ενέργειες εκφράζονται μαθηματικά, πρέπει το παιδί να εξασκηθεί πρακτικά στη χρήση των γραπτών συμβόλων

για την εκτέλεση της πράξης, δηλαδή πρέπει να πρέπει να εξασκηθεί γραπτά κάνοντας πράξεις με αριθμούς.

9) Ιδιαίτερες ρυθμίσεις για την αντιμετώπιση των γραφοκινητικών προβλημάτων και των προβλημάτων χωρικού προσανατολισμού, που συχνά παρουσιάζουν τα παιδιά με δυσαριθμησία. Σε αυτό βοηθάει πολύ η χρήση τετραγωνισμένου χαρτιού και άλλων ενδεικτικών βοηθητικών σημαδιών.

10) Εξάσκηση στην «ανάγνωση» των αριθμητικών ασκήσεων . Για να ξεπεραστούν οι δυσκολίες με την επεξεργασία των οπτικών λεπτομερειών και την οπτική διάκριση των συμβόλων, που χαρακτηρίζουν τα παιδιά με δυσαριθμησία, πρέπει να ενθαρρύνονται στη ανάγνωση των πράξεων 65 φωναχτά πριν ξεκινήσουν την εκτέλεση τους. Από τη στιγμή που το παιδί νιώθει σίγουρο και ικανό στη χρήση της φωναχτής ανάγνωσης, μπορεί να μεταβεί στη σιωπηρή ανάγνωση.

11) Χρησιμοποίηση από το μαθητή υπολογιστή τσέπης (κομπιουτεράκι) για τον έλεγχο της ορθότητας των απαντήσεων. Σε περίπτωση λάθους, επαναλαμβάνεται η εκτέλεση της πράξη από την αρχή, με στόχο να επισημανθεί το λάθος. Σε αυτή τη φάση της διαδικασίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακόμα και προσωπικός υπολογιστής με σκοπό να υπάρξει μεγαλύτερο ενδιαφέρον για την διαδικασία.

12) Καταγραφή και ανάλυση των λαθών του παιδιού από το δάσκαλο. Αυτό είναι πολύ σημαντικό στάδιο γιατί η γνωστική ανάλυση των λαθών του παιδιού μπορεί να προσφέρει πολύτιμες πληροφορίες για τις πραγματικές μαθηματικές του ανάγκες και να συμβάλει αποφασιστικά στην επιλογή αποτελεσματικών προγραμμάτων αντιμετώπισης.

13) Γενίκευση και μεταφορά της γνώσης στην εκτέλεση των πράξεων μέσω της χρήσης της σε ποικίλες πραγματικές καταστάσεις. Οι ευκαιρίες που δίνονται στο παιδί να εφαρμόσει πρακτικά την ικανότητα εκτέλεσης των πράξεων, του δίνουν τη δυνατότητα να καταλάβει που χρησιμεύουν οι γνώσεις που απέκτησε, να εμβαθύνει στη σημασία της και να εξασκηθεί στη χρήση της.

Σύμφωνα με τον Αγαλιώτη (2000) αναφορικά με την υποστήριξη της επίλυσης προβλημάτων από παιδιά με δυσαριθμησία πρέπει να δοθεί έμφαση : α) στην ικανότητα κατανόησης των σχέσεων μεταξύ των δεδομένων του προβλήματος και β) στην οργάνωση της ακολουθίας των ενεργειών για την εύρεση της απάντησης. Α) η κατανόηση των σχέσεων μεταξύ των δεδομένων του προβλήματος μπορεί να εξασκηθεί με τους παρακάτω τρόπους:

- Τη μελέτη προτάσεων που περιέχουν αριθμητικά δεδομένα και τη διάκριση όσων δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα, δεν περιέχουν αρκετά δεδομένα ή δεν έχουν νόημα.
- Την αναδόμηση προτάσεων που έχουν τις απαραίτητες πληροφορίες αλλά όχι με τη σωστή σειρά.
- Τη συμπλήρωση ημιτελών προτάσεων διαμέσου της επιλογής μιας λέξης από μια ομάδα προτεινόμενων λέξεων.
- Την υλοποίηση ενεργειών που περιλαμβάνονται σε γραπτές οδηγίες ή την αντιστοίχιση εικόνων με λέξεις.
- Την προσφορά του προβλήματος σε μικρές διαδοχικές προτάσεις και την επεξεργασία και επεξήγηση καθεμίας από αυτές πριν την παρουσίαση ολόκληρου του προβλήματος.
- Την λογική και πραγματολογική επεξεργασία της κατάστασης που περιγράφεται στο πρόβλημα και τη σύνδεση της με την προσωπική ζωή του παιδιού.

B) Σχετικά με την οργάνωση της διαδικασίας επίλυσης προβλημάτων δεν υπάρχουν ερευνητικά δεδομένα που να προέρχονται από μαθητές με δυσαριθμησία (Αγαλιώτης, 2000).

Μια ενδιαφέρουσα προσπάθεια έρχεται από την M. Montague (1992,1998), οποία παρουσιάζει μια ακολουθία και σύνθεση γνωστικών και μεταγνωστικών διαδικασιών. Οι διαδικασίες της

ακολουθίας περιλαμβάνουν στοιχεία αυτοκαθοδήγησης, αυτοερωτήσεων και αυτοελέγχου. Για να επιτευχθούν τα παραπάνω κρίνεται αναγκαίο ο εκπαιδευόμενος να μπορεί να τα διαχειρίζεται επαρκώς . Για να μπορέσουν να υλοποιηθούν θα πρέπει το παιδί να διαθέτει πολύ καλή ικανότητα να χειρίζεται το λεκτικό υλικό καθώς και η διδασκαλία να εκπονείται πολύ προσεκτικά , δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στο ρυθμό και στην οργάνωση της ύλης

Αρχικά το παιδί μαθαίνει την σειρά των ενεργειών σαν λεκτική αλυσίδα και στη συνέχεια με συγκεκριμένα παραδείγματα εξασκείται στην πρακτική εφαρμογή του κάθε βήματος που έχει ήδη κατακτηθεί λεκτικά.

Τα βήματα της ακολουθίας είναι (Αγαλιώτης, 2000, σ.σ. 386-388):

- Διαβάζω ένα πρόβλημα για να το κατανοήσω
 - ✓ Λέω (στον εαυτό μου) : διάβασε το πρόβλημα. Αν δεν το κατάλαβες διάβασε το ξανά.
 - ✓ Ρωτώ : διάβασα και κατάλαβα το πρόβλημα; ο Ελέγχω : το τι κατάλαβα από το πρόβλημα.
- Κάνω παράφραση (το λέω με δικά μου λόγια)

- ✓ Λέω: υπογράμμισε τις σημαντικές πληροφορίες. Πες το πρόβλημα με δικά σου λόγια.
- ✓ Ρωτώ : υπογράμμισα τις σωστές πληροφορίες; Ποια είναι η ερώτηση; Τι ψάχνω να βρω;
- ✓ Ελέγχω : αν οι πληροφορίες έχουν σχέση με την ερώτηση.
- Οπτικοποιώ (το κάνω εικόνα ή διάγραμμα)
 - ✓ Λέω : κάνε μια εικόνα ή ένα διάγραμμα.
 - ✓ Ρωτώ: ταιριάζει η εικόνα με το πρόβλημα;
 - ✓ Τη σχέση εικόνας και πληροφοριών του προβλήματος.
- Σχεδιάζω τη λύση
 - ✓ Λέω : αποφάσισε πόσα βήματα και ποιες πράξεις χρειάζονται. Γράψε τα σύμβολα των πράξεων (+, -, *, :).
 - ✓ Ρωτώ: αν κάνω πρόσθεση ή..... Τι θα βρω; Ποιο δεδομένο αξιοποιώ; Τι θα κάνω μετά; Πόσα βήματα μου μένουν ακόμα;
 - ✓ Ελέγχω: αν το σχέδιο φαίνεται λογικό.
- Εκτιμώ - προβλέπω την απάντηση
 - ✓ Λέω : στρογγυλοποίησε τους αριθμούς. Λύσε το πρόβλημα με μυαλό και γράψε την εκτίμηση.

- ✓ Ρωτώ: έκανα σωστά τις στρογγυλοποιήσεις; Έγραψα την απάντηση;
- ✓ Ελέγχω : αν χρησιμοποίησα όλες τις σημαντικές πληροφορίες.
- Κάνω τις πράξεις
 - ✓ Λέω: κάνε τις πράξεις με τη σωστή σειρά.
 - ✓ Ρωτώ: πλησιάζει η απάντηση που βρήκα στο αποτέλεσμα της εκτίμησης; Είναι η απάντηση μου λογική;
 - ✓ Ελέγχω : αν έκανα όλες τις πράξεις και μετά τη σωστή σειρά.
- Ελέγχω
 - ✓ Λέω : έλεγξε τις πράξεις.
 - ✓ Ρωτώ: έλεγξα όλα τα βήματα; Έλεγξα όλες τις πράξεις; Είναι η απάντηση σωστή;
 - ✓ Ελέγχω : αν όλα είναι εντάξει. Αν όχι, γυρίζω πίσω ή ζητώ βοήθεια αν χρειάζομαι.

Όπως αναφέρει η M. Montague (1998) πριν χρησιμοποιηθεί η παραπάνω ακολουθία ενεργειών για την επίλυση προβλημάτων, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να έχει απόλυτα πειστικές απαντήσεις στα ερωτήματα:

Α) έχει κατανοήσει ο μαθητής τη στρατηγική;

Β) μπορεί να την εφαρμόσει με άνεση;

Γ) τη διατηρεί, παρά την πάροδο κάποιου χρόνου;

Δ) έχει αντιληφθεί ο μαθητής ότι η στρατηγική έχει εφαρμογή σε όλα τα προβλήματα;

Πιο συγκεκριμένα για να είναι χρήσιμο και αποτελεσματικό αυτό το εργαλείο θα πρέπει να περάσει από τα στάδια της «μαθησιακής ιεραρχίας» που αναφερθήκαμε εκτενώς σε προηγούμενη ενότητα. Είναι σημαντικό να σημειωθεί επίσης ότι η χρήση αυτής της στρατηγικής συστήνεται σε παιδιά που έχουν περάσει τις πρώτες τάξεις του δημοτικού και με βάση το πρόγραμμα σπουδών να καλούνται να λύσουν προβλήματα με περισσότερες από μια πράξεις (Αγαλιώτης, 2000).

Κεφάλαιο 4^ο Έρευνα

Στα προηγούμενα κεφάλαια καταβλήθηκε προσπάθεια σκιαγράφησης των βασικών συνιστωσών και χαρακτηριστικών που φέρουν τόσο γενικά ο μαθητής με μαθησιακές δυσκολίες , όσο και οι μαθητές με δυσαριθμσία .

Σκοπός της παρούσας έρευνας

Στο πλαίσιο της παρούσας διατριβής , επιχειρήθηκε η πραγματοποίηση ερευνάς με σκοπό την μελέτη του ενδεχομένου εάν το γενικό σχολείο μπορεί να υποστηρίξει τους μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες στις «σύγχρονες» δομές του καθώς και ποιες είναι οι βασικές ελλείψεις που φέρουν οι μαθητές όπου τελικά καταλήγουν να αντιμετωπίζουν μαθησιακές δυσκολίες .

Η διερεύνηση της φύσης των μαθηματικών δυσκολιών συγκεκριμένων παιδιών ή ευρύτερων ομάδων, μπορεί να βοηθήσει σε μια έμμεση εκτίμηση της ακαταλληλότητας και της αποτελεσματικότητας των ήδη χρησιμοποιούμενων μορφών της διδασκαλίας. Για να επιτευχθεί αυτό, αρκεί να συγκρίνουμε: (α) τις πραγματικές ανάγκες των μαθητών, όπως αυτές προκύπτουν από την ποιοτική ανάλυση των λαθών τους και (β) τις τεχνικές και τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται στα προγράμματα των σχολείων, μ' αυτές που συστήνονται για τις συγκεκριμένες περιπτώσεις, από τη σχετική έρευνα και την τεκμηριωμένη πρακτική (Αγαλιώτης 1997).

Ερευνητικά ερωτήματα

Τα ερευνητικά ερωτήματα της ερευνάς είναι τα εξής :

(1) Τι είδους δυσκολίες παρουσιάζουν στα βασικά δομικά στοιχεία των μαθηματικών, μαθητές στον κόλπο της γενικής τάξης

(2) Με ποιον τρόπο οι βασικές γνωστικές ελλείψεις και αδυναμίες, επηρεάζουν τη μαθηματική συμπεριφορά και διαμορφώνουν την τελική εικόνα των δυσκολιών μάθησης και της συνακόλουθης αποτυχίας στο συγκεκριμένο γνωστικό τομέα;

(3) Ποια είναι σχέση των γνωστικών ελλείψεων στη διαδικασία επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων με την ταυτόχρονη ύπαρξη δυσκολιών ανάγνωσης και ελλειμμάτων στην αποκωδικοποίηση του γραπτού λόγου;

Πιο συγκεκριμένα :

- Σε ποιο βαθμό, οι μαθητές με δυσκολίες μάθησης στα μαθηματικά, έχουν κατακτήσει τις βασικές μαθηματικές έννοιες και δεξιότητες, που αποτελούν τις γνωστικές προϋποθέσεις εκτέλεσης πράξεων και επίλυσης προβλημάτων σε συμβολικό επίπεδο; Ποια γνωστικά στοιχεία της διαδικασίας εκτέλεσης της πρόσθεσης και της αφαίρεσης δυσκολεύουν συνήθως τα παιδιά με χαμηλή επίδοση στα μαθηματικά και ποιες στρατηγικές χρησιμοποιούν προκειμένου να βρουν τα αποτελέσματα; Κατά πόσο οι μαθητές που συστηματικά αποτυχαίνουν στα μαθηματικά, κατανοούν απλά αριθμητικά προβλήματα και είναι σε θέση να επιλέξουν τις σωστές αριθμητικές αναπαραστάσεις και τις κατάλληλες πράξεις επίλυσης; Σε ποιο βαθμό οι δυσκολίες ανάγνωσης/αποκωδικοποίησης που παρουσιάζουν κάποιοι μαθητές επηρεάζουν την επίδοσή τους κυρίως στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων απλών και σύνθετων; Κατά πόσο απλοποίηση της «μαθηματικής γλώσσας» και κυρίως των λέξεων της εκφώνησης ενός προβλήματος, αλλά και ικανοποίηση κάποιων αριθμητικών δεδομένων βοηθά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων;

Επιλογή της μεθόδου

Σύμφωνα με τον Βόμβουκα (1993), ερευνητική στρατηγική που χρησιμοποιείται σε κάθε επιστημονική έρευνα, εξαρτάται από τη φύση του θέματος που

διερευνάται και από το σκοπό της διερεύνησης. Στην περίπτωση ερευνών όπως παρούσα, που: (α) γίνονται στα αρχικά στάδια διερεύνησης μιας γνωστικής περιοχής για την οποία διαθέτουμε λίγα στοιχεία, (β) δίνουν έμφαση στη φυσική ροή των γεγονότων και (γ) επιδιώκουν την απεικόνιση της υπάρχουσας κατάστασης κάποιων σύνθετων μορφών συμπεριφοράς, μέθοδος που θεωρείται η καταλληλότερη είναι περιγραφική (Παρασκευόπουλος, 1993). Χαρακτηριστικά της περιγραφικής έρευνας είναι χαμηλός βαθμός περιοριστικών ελέγχων και παρεμβάσεων από τη μεριά του ερευνητή και μεθοδολογική ευελιξία κατά τη συγκέντρωση των δεδομένων. Συνήθης τελικός στόχος αυτού του είδους των ερευνών, είναι καταγραφή των διαφόρων εκφάνσεων ενός φαινομένου, καθώς και ανίχνευση των κυρίαρχων μεταβλητών και προσδιορισμός των γενικών τους τάσεων (Παρασκευόπουλος, 1993). Υπάρχουν βέβαια και περιπτώσεις περιγραφικών ερευνών, όπως παρούσα, που δε στοχεύουν μόνο στην ανίχνευση του είδους και του τρόπου λειτουργίας των μεταβλητών μιας κατάστασης, αλλά προσπαθούν επιπλέον να προσφέρουν κάποιες ερμηνείες για τη συγκεκριμένη μορφή της κατάστασης και ακόμη να προτείνουν κάποια μέτρα για τον αποτελεσματικό χειρισμό της. ' αυτήν την περίπτωση μιλάμε για διαγνωστική-περιγραφική έρευνα (Βάμβουκας, 1993).

Μια έρευνα με σκοπούς διαγνωστικούς-περιγραφικούς, απαιτεί μια ιδιαίτερη τακτική ως προς τον τρόπο και τα μέσα συλλογής των δεδομένων. Όταν στο στόχαστρο της αναζήτησης βρίσκονται το νόημα, δομή και πηγή πολύπλοκων μορφών ανεπιθύμητης συμπεριφοράς, καθώς και λήψη συγκεκριμένων υποστηρικτικών μέτρων, δεν αρκεί μόνο π.χ. Συστηματική παρατήρηση (που οδηγεί σε καταγραφές χωρίς διευκρινίσεις) και δεν αρμόζει π.χ. Χρήση αυστηρά προκαθορισμένων κριτηρίων αξιολόγησης. Αυτό που χρειάζεται είναι άμεση επαφή και επικοινωνία μεταξύ ερευνητή και υποκειμένων, ώστε να κατανοηθούν και να προσδιοριστούν ακριβής φύση του προβλήματος και οι προσφορότερες λύσεις του. Αυτή την επαφή και την επικοινωνία, σε πλαίσια όπου δεν υπάρχουν αυστηροί περιορισμοί και μπορεί να αναπτυχθεί ανθρώπινη αλληλοκατανόηση, την εξασφαλίζει ένα είδος περιγραφικής έρευνας, κλινική (Βάμβουκας, 1993). Βασική επιδίωξη του ερευνητή που χρησιμοποιεί την κλινική μέθοδο έρευνας, είναι ανάπτυξη στο πλαίσιο της ερευνητικής διαδικασίας, ενός κλίματος οικειότητας και εμπιστοσύνης, που βοηθά τα υποκείμενα να νιώσουν άνετα και να εκθέσουν ελεύθερα τον τρόπο

σκέψης και δράσης τους, σε σχέση με κάποιο συγκεκριμένο θέμα (Βάμβουκας, 1993). Αυτή ανεπιτήδευτη συμπεριφορά των υποκειμένων της έρευνας, είναι απαραίτητη για την ανίχνευση και λεπτομερή ανάλυση των πραγματικών δεδομένων της κατάστασης.

Η κλινική έρευνα μπορεί να αποδειχθεί εξαιρετικά χρήσιμη στο πεδίο των Επιστημών της Αγωγής, ιδιαίτερα σε σχέση με τη διερεύνηση σύνθετων συμπεριφορών πολυπαραγοντικής αιτιολογίας, όπως χαμηλή επίδοση και αποτυχία στη σχολική μάθηση. Στο πλαίσιο αυτό μπορεί να προσφέρει πολλά, μια ιδιαίτερη μορφή της κλινικής μεθόδου, η κλινική κριτική μέθοδος του J. Piaget. Μέθοδος αυτή που επινοήθηκε από το μεγάλο ερευνητή το 1923 και χρησιμοποιήθηκε για τη θεμελίωση του έργου του, περιλαμβάνει: (1) εμπλοκή του παιδιού-υποκειμένου της έρευνας, ' ένα ανάλογο με την ηλικία του πρόβλημα, (2) ελεύθερη συζήτηση για τον τρόπο σκέψης και δράσης του υποκειμένου πάνω στο πρόβλημα και (3) σχολιασμό των απαντήσεων του υποκειμένου από τον ερευνητή. Στόχος του ερευνητή είναι να αναγκάσει το παιδί να εξαντλήσει τα λογικά του επιχειρήματα προσπαθώντας να δικαιολογήσει τις ενέργειες του, ώστε να διαπιστωθεί πού φθάνει συλλογιστική του. Για το λόγο αυτό οι ερωτήσεις του ερευνητή δεν είναι προκαθορισμένες, αλλά εξαρτώνται από τις απαντήσεις που παίρνει (Piaget, 1979γ στο Αγαλιώτης 1999). Αν και ξεκινά από την ανάλυση ατομικών περιπτώσεων, μέθοδος του Piaget δεν μένει ' αυτό το επίπεδο, αλλά έχει ως στόχο την ανακάλυψη του «κοινού» και «γενικού» στον τρόπο σκέψης των παιδιών. Το γεγονός αυτό επιτρέπει την εξαγωγή γενικότερων συμπερασμάτων, που έχουν εφαρμογή σε ομάδες και πληθυσμούς. Εξάλλου, όπως αναφέρει Βάμβουκας (1993) όλα τα είδη της περιγραφικής μεθόδου μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για έρευνα σε ομάδες.

Έχοντας υπόψη μας όλα τα παραπάνω στοιχεία, καθώς και το συγκεκριμένο στόχο της δικής μας εργασίας, επιλέξαμε την περιγραφική στρατηγική και ειδικότερα την κλινική μέθοδο, για τη διεξαγωγή της παρούσας έρευνας.

Συμμετέχοντες (Δείγμα)

Σύμφωνα με τον Ιωσηφίδη (2008), οι δειγματοληπτικές τεχνικές έχουν ταυτιστεί κυρίως με τις ποσοτικές μεθόδους έρευνας. Παρόλα αυτά, και οι ποιοτικές μέθοδοι χαρακτηρίζονται από μια σειρά από διαφορετικές δειγματοληπτικές τεχνικές και πρακτικές, οι οποίες όμως διαφέρουν σημαντικά από αυτές που εφαρμόζονται στις ποσοτικές μεθόδους. Ο τελικός σκοπός της ποσοτικής έρευνας είναι η εξαγωγή γενικεύσιμων συμπερασμάτων για τον πληθυσμό από τον οποίο προήλθε το δείγμα με βάση τις παρατηρήσεις και τα δεδομένα του δείγματος. Αντίθετα, στην ποιοτική έρευνα η γενίκευση με την έννοια της αντιπροσωπευτικότητας σπάνια αποτελεί στόχο. Αυτό συμβαίνει διότι στην ποιοτική κοινωνική έρευνα συχνά ενδιαφερόμαστε για μεμονωμένες περιπτώσεις, οι οποίες απαιτούν διερεύνηση σε βάθος, για μικρά δείγματα, τα οποία

Στην παρούσα ερευνά λαμβάνουν μέρος μαθητές του 2^{ου} δημοτικού σχολείου Αρχαγγέλου στην Ρόδο και συγκεκριμένα οι μαθητές από τις τάξεις Γ δημοτικού έως ΣΤ δημοτικού. Ο σκοπός που επιλέχθηκε το συγκεκριμένο σχολείο είναι γιατί σκοπός μας ήταν το δείγμα να είναι αντιπροσωπευτικό (εντονο διαπολιτισμικό στοιχείο, χαμηλότερα εισοδήματα, υψηλότερα εισοδήματα)

Για τους σκοπούς της ερευνάς διανεμήθηκαν 153 ερωτηματολόγια (βλέπε παράρτημα) όπου περιλάμβανε ερωτήσεις όπου θα αναδείκνυαν τις πεποιθήσεις τους γύρω από το τομέα των μαθηματικών και διάφορες στενευμένες δραστηριότητες μαθηματικών εννοιών. Παρόλα αυτά, υπήρχαν και πολλά αναπάντητα ερωτηματολόγια με αποτέλεσμα να έχουμε συνολικά απαντημένα, 126 ερωτηματολόγια. Έτσι σαν μέγεθος του δείγματος θεωρούμε τον αριθμό 126 ($n=126$).

Εργαλείο της ερευνάς

Η ερευνά μας στηρίχθηκε σε ένα ερωτηματολόγιο που δημιουργήθηκε προσωπικώς το οποίο αποτελείται από δυο διακριτά μέρη . Ήταν ανώνυμο , δεν επιδέχεται βαθμολογίας ενώ τα μοναδικά προσωπικά στοιχεία που απαιτούνταν ήταν το φύλο (αγόρι / κορίτσι) , η τάξη , η ημερομηνία γέννησης , εάν χρειάζονται βοήθεια στο σπίτι , εάν έχουν χαρακτηριστεί με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες και εάν ναι με ποιες και τέλος το σχολείο . Το ερωτηματολόγιο συνοδευόταν από σχετική επιστολή όπου ενημέρωνε τους εκπαιδευτικούς των τάξεων για τον σκοπό της ερευνάς .

Στην συνέχεια ακολουθούσε το πρώτο μέρος του ερωτηματολογίου όπου αποτελείτο από ένα πίνακα με 11 ερωτήσεις με σκοπό την ανάδειξη των πεποιθήσεων και των στάσεων των μαθητών ως προς τον τομέα των μαθηματικών . Η απάντησης στηρίχθηκαν στην κλίμακα Likert . Συγκεκριμένα , η διαβάθμιση ήταν πολύ , αρκετά , λίγο , καθόλου .

Το ερωτηματολόγιο κατασκευάστηκαν μετα από εκτενή προσωπική ερευνά τόσο στην ελληνική όσο και στην διεθνή βιβλιογραφία .

Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων

Τα ερωτηματολόγια διανεμήθηκαν ατομικά από τον ίδιο τον ερευνητή στους μαθητές των συγκεκριμένων τάξεων κατά την διάρκεια του ωρολογίου προγράμματος . Ο εκτιμώμενος χρόνος ολοκλήρωσης του ήταν 45 λεπτά της ώρας , δηλαδή μια διδακτική ώρα . Αποκλειστική ευθύνη για τα αποτελέσματα της ερευνάς

φέρει ο ίδιος ο ερευνητής . Μετα την ολοκλήρωση της έρευνας , ακολούθησε η στατιστική ανάλυση των ερωτηματολογίων και η επεξεργασία τους .

Η στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων έγινε με την χρήση του λογισμικού C.H.I.C αλλά και μέσω Microsoft excel .

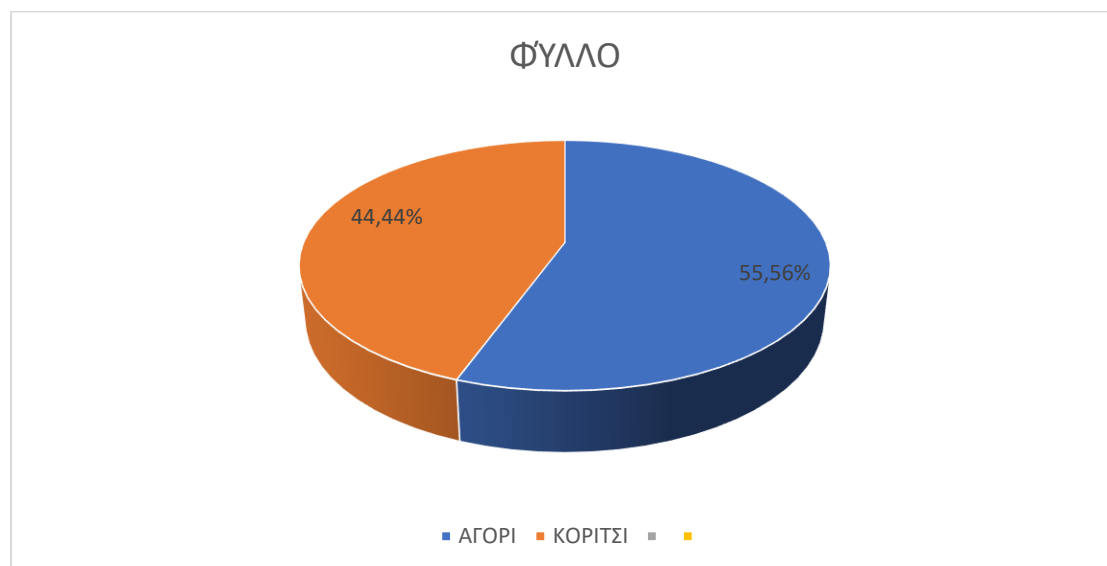
Αποτελέσματα

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω , το ερωτηματολόγιο περιείχε ερωτήσεις εκμείευσης των πεποιθήσεων των μαθητών σχετικά με τον τομέα των μαθηματικών και στην συνέχεια ακολουθούσαν κάποια έργα αριθμητικής και γεωμετρίας . Τα έργα της αριθμητικής εγκλείουν μέσα τους διάφορες λογικομαθηματικές έννοιες όπως της μέτρησης , της υπαγόρευσης αριθμών , τους νοερούς υπολογισμούς , την ανάγνωση αριθμών , την αντιστοίχιση των οπτικά δοσμένων αριθμών πάνω σε αριθμογραμμή , την εκτίμηση ποσότητας ανάλογα το πλαίσιο , την επίλυση προβλημάτων και την γραπτή σύγκριση αριθμών . Τα έργα γεωμετρίας κατασκευάστηκαν με βάση το Αναλυτικό Πρόγραμμα με σκοπό την ανίχνευση πιθανών δυσκολιών στο πεδίο της γεωμετρίας . Περιλαμβάνει έργα σχετικά με την αναγνώριση και κατασκευή των βασικών επίπεδων σχημάτων

(τρίγωνο - τετράγωνο - ορθογώνιο - κύκλος), την αναγνώριση βασικών στερεών (κύβος - ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο - σφαίρα - κύλινδρος - πυραμίδα), την αντιστοίχιση πολυγώνων, την καταμέτρηση βασικών σχημάτων σε πολύπλοκες εικόνες και μια διαισθητική μέτρηση του εμβαδού και του όγκου χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης ένα τετραγωνάκι .

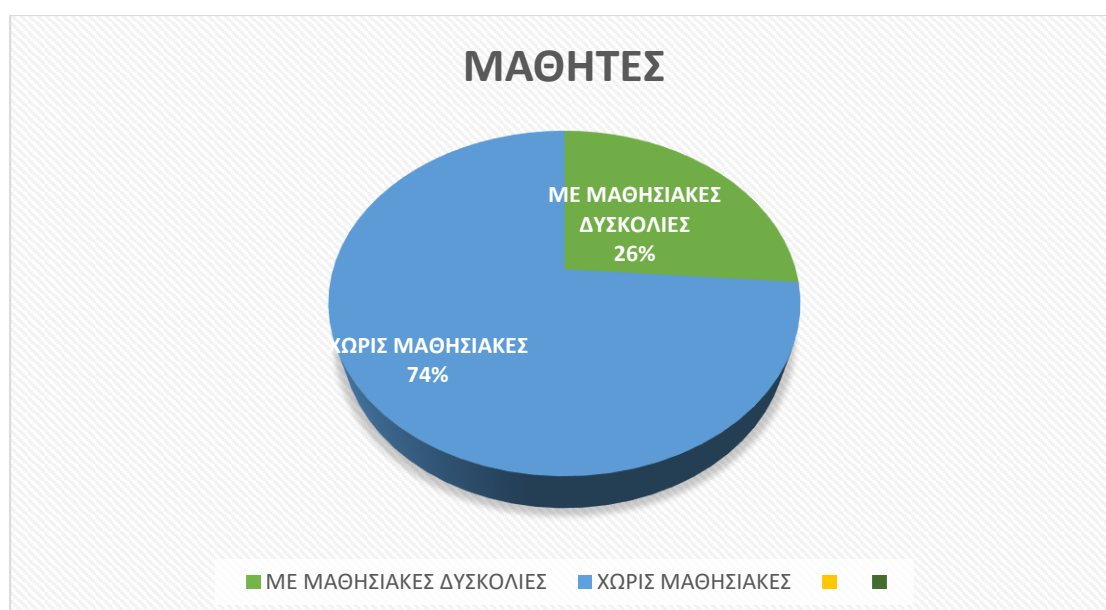
Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την στατιστική επεξεργασία παρουσιάζονται παρακάτω

Πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια συμμετείχαν στην έρευνα;

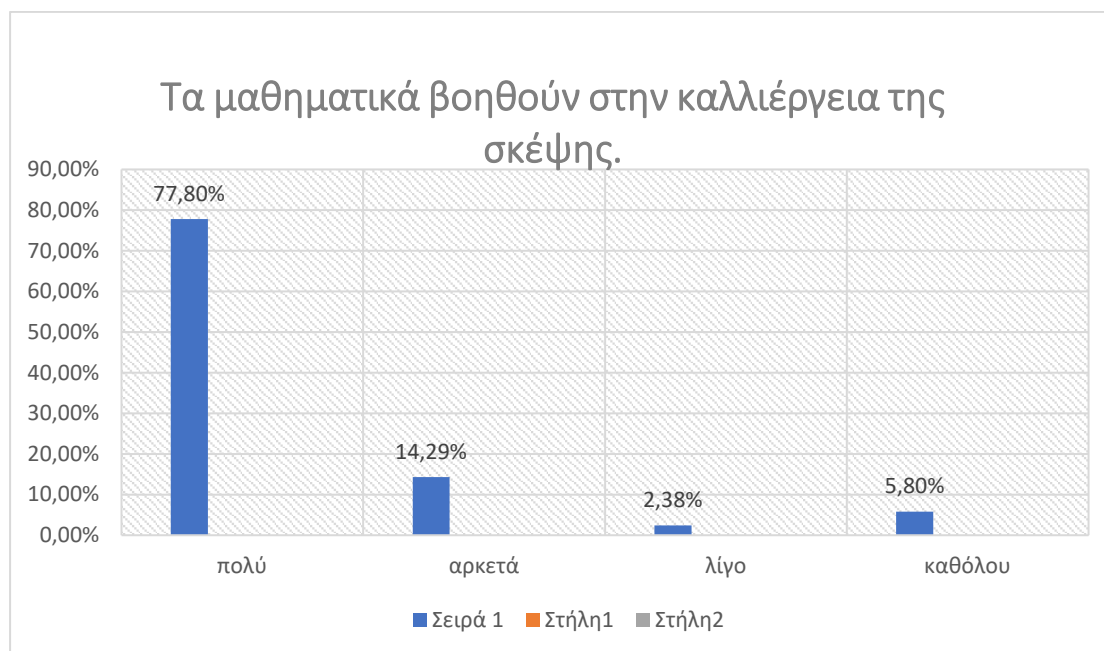


1.1 ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΜΑΘΗΣΙΑΚΈΣ ΔΥΣΚΟΛΊΕΣ

Για να συμπληρωθεί το παρόν πεδίο στο ερωτηματολόγιο , χρειάστηκε η παρέμβαση των εκπαιδευτικών διότι πολλοί μαθητές δεν γνώριζαν τι ισχύει . Να συμπληρώσω πως σύμφωνα με τα λεγόμενα των εκπαιδευτικών , υπήρχαν και πολλοί μαθητές οι οποίοι αντιμετώπιζαν δυσκολίες στην μάθηση , χωρίς όμως να υπάρχει πιστοποίηση από το αρμόδιο ΚΕΔΔΥ . Δεν μπορούμε όμως να τους εντάξουμε στο πλαίσιο των μαθησιακών δυσκολιών , διότι οι αδυναμίες στην μάθηση τους μπορεί να οφείλονται σε ποικίλους άλλους παράγοντες . Και κάπου εδώ επιβεβαιώνονται τα λεγόμενα μας στο κεφάλαιο 1.2 , όπου γίνεται λόγος για την συχνότητα εμφάνισης μαθησιακών δυσκολιών . Το ποσοστό σύμφωνα με έρευνες κυμαίνεται μεταξύ 25% - 30% . Μέσα στα πλαίσια αυτά παρατηρούνται να βρίσκονται και τα ποσοστά με τις μαθησιακές δυσκολίες στο συγκεκριμένο σχολείο .

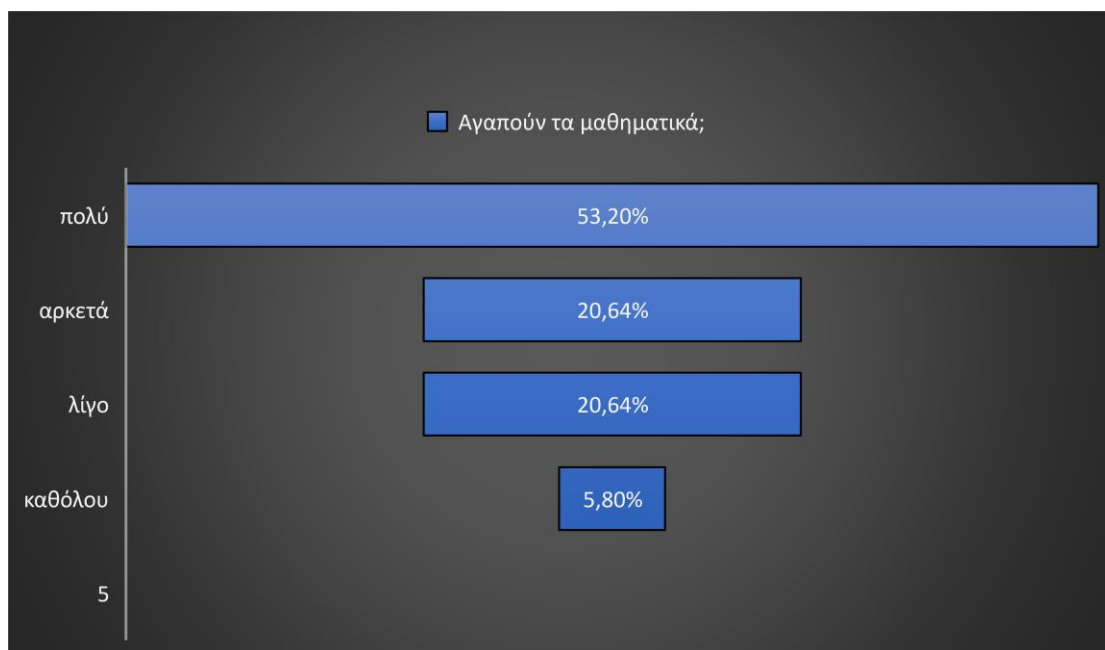


1.2 Οι μαθητές πιστεύουν ότι τα μαθηματικά που μαθαίνουμε στο σχολείο , βοηθούν στην καλλιέργεια της σκέψης :



Ιδιαίτερη χαρά προκαλεί το γεγονός πως αρκετοί μαθητές πιστεύουν πως τα μαθηματικά που διδάσκονται στο σχολείο βοηθούν στην καλλιέργεια της σκέψης .

1.3 Αγαπούν οι μαθητές τα μαθηματικά;



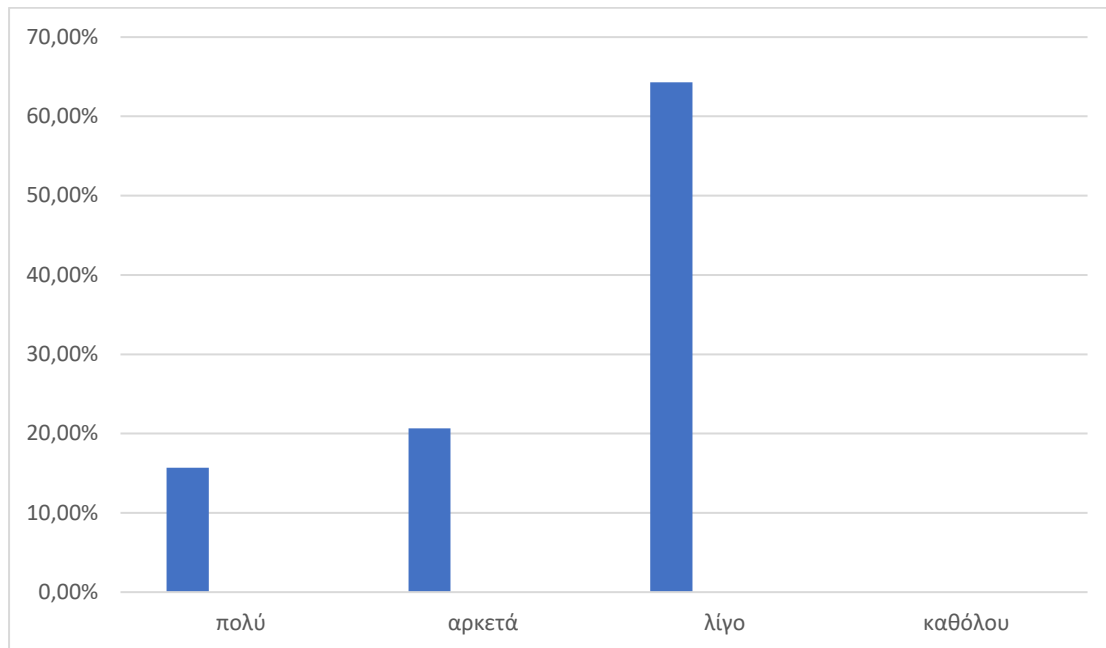
1.5 Δημιουργούνται απορίες σε αυτούς κατά την διάρκεια της διδασκαλίας των μαθηματικών ;



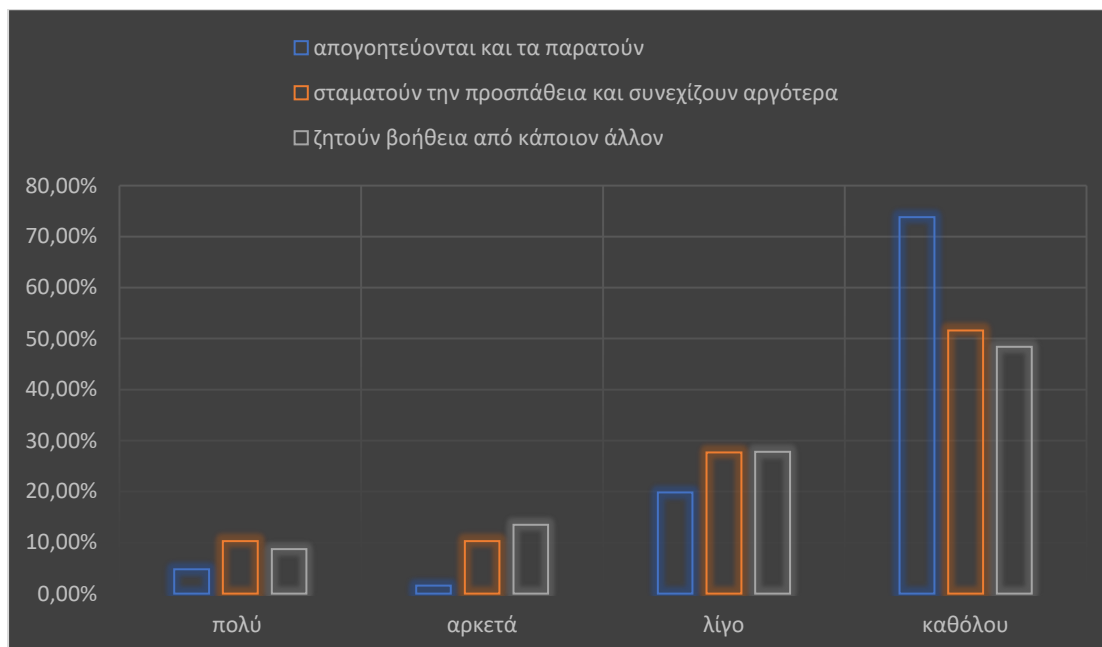
1.6 Ο εκπαιδευτικός της τάξης βοηθάει τους μαθητές κατά την άποψη τους , να σκεφτούν όταν δυσκολεύονται ;



1.7 Πόσο χρόνο χρειάζονται οι μαθητές για να λύσουν ένα πρόβλημα μαθηματικών ;



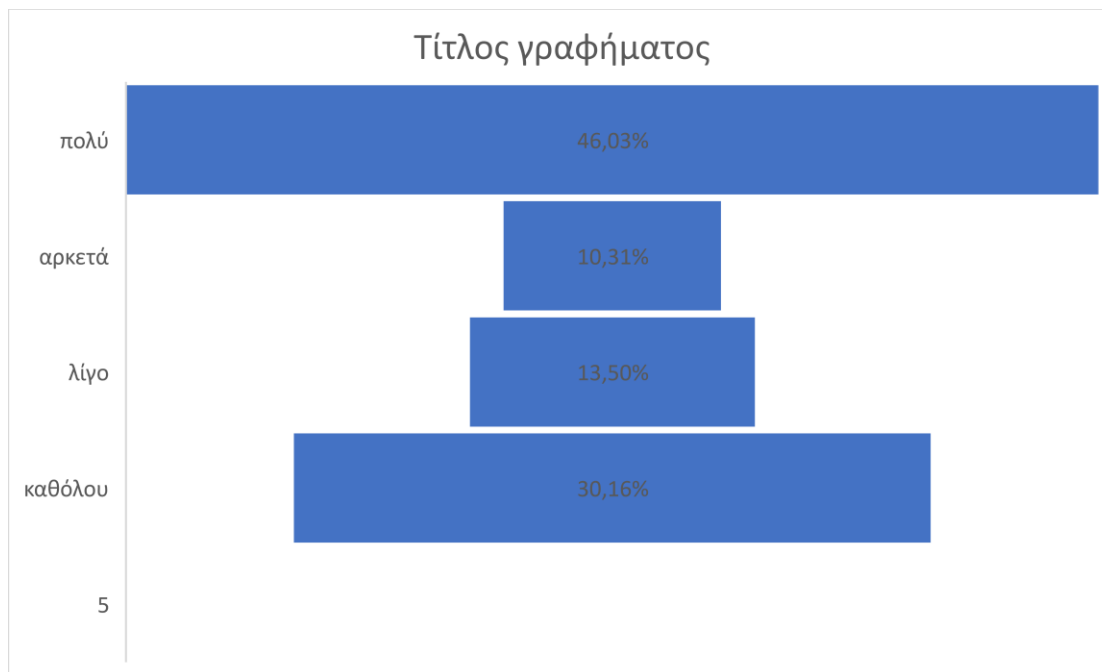
1.8 όταν οι μαθητές δεν καταφέρνουν να ολοκληρώσουν τις εργασίες τους τι κάνουν πιο συχνά :



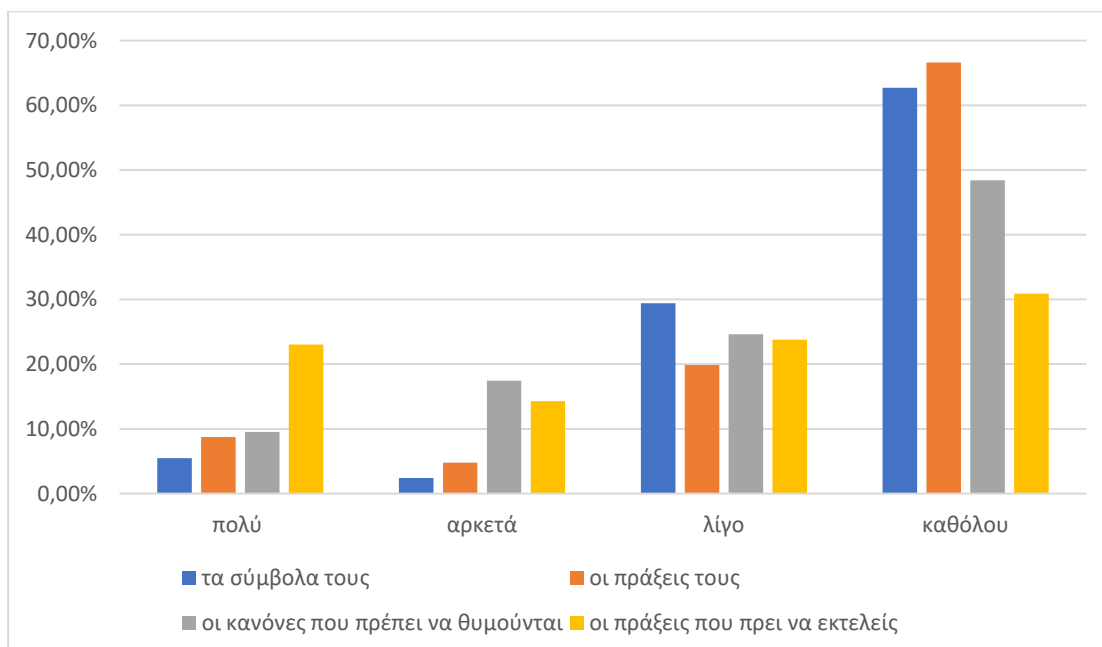
1.9 Οι μαθητές φοβούνται τα μαθηματικά;



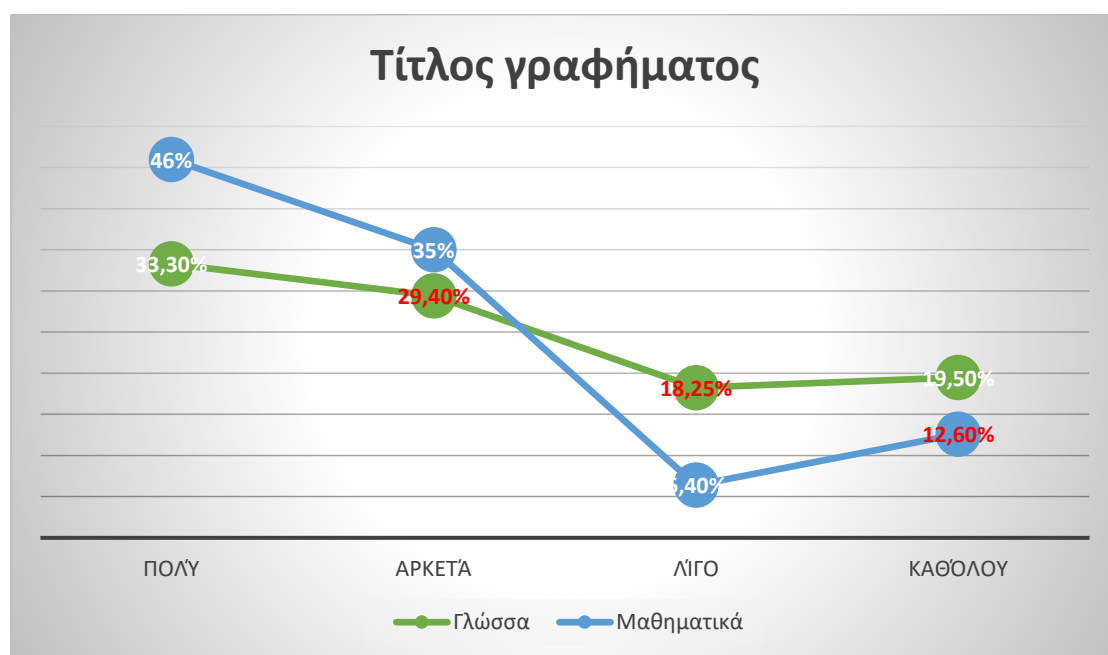
1.10 Το ενδιαφέρον τους για τα μαθηματικά ήταν ίδιο σε όλες τις τάξεις του Δημοτικού;



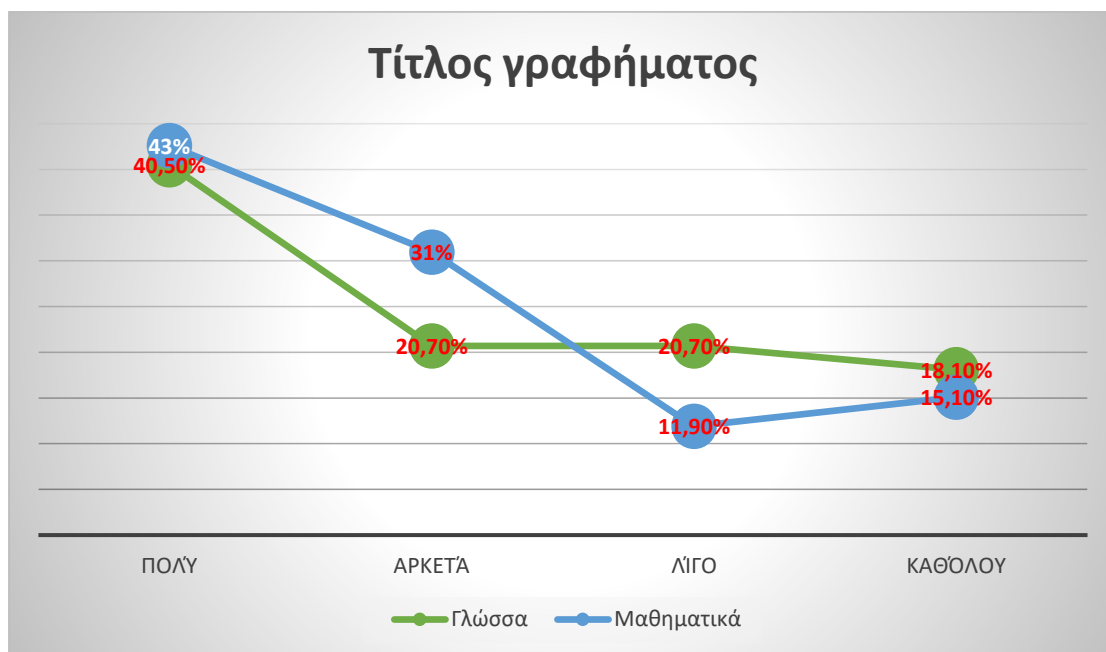
1.11 Τι δυσκολεύει τους μαθητές περισσότερο στα μαθηματικά;



1.12 οι μαθητές πως θα χαρακτήριζαν τον εαυτό ως (καλός μαθητής) στην Νεοελληνική γλώσσα και πως στα μαθηματικά;



1.13 Πως πιστεύουν ότι θα τους χαρακτήριζαν οι συμμαθητές τους , στο μάθημα της νεοελληνικής γλώσσας;



Κατηγορίες λαθών στην επίλυση των έργων

Λάθη ελαττωματικού αλγόριθμου και παραβίαση της θεσιακής αξίας ψηφίων

Αφαίρεση του 'μικρού' από το 'μεγάλο' αριθμό της κάθε στήλης ανεξάρτητα από το αν ανήκει στο μειωτέο στον αφαιρετέο .

Αυτό το λάθος είναι το συχνότερο μεμονωμένο αλγοριθμικό λάθος της αφαίρεσης. Τα περισσότερα από τα παιδιά που κάνουν αυτό το λάθος, βλέπουν κάθε στήλη ως ανεξάρτητη αφαίρεση δύο αριθμών,

που μπορεί κανείς να τους χειρισθεί με την ελευθερία που ισχύει για τους όρους της πρόσθεσης. Δεν έχουν κατανοήσει δηλαδή τη σημασία του αλγόριθμου της αφαίρεσης. Η αφαίρεση του 'μικρού' από το 'μεγάλο' αριθμό ανεξαρτήτως θέσης, όπως διαπιστώσαμε, συνδέεται ορισμένες φορές με ξεκίνημα της αφαίρεσης από το μειωτέο, με τη χρήση όμως ορολογίας που αρμόζει σε ξεκίνημα από τον αφαιρετέο.

Λάθη στο «δανεισμό»

Παράλειψη των «δανεικών» μπορεί να οφείλεται σε εγγενείς αδυναμίες της μνήμης του μαθητή σε ατελή γνώση του αλγόριθμου. Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις, η παράλειψη είναι αποτέλεσμα της έλλειψης αυτοματοποίησης στη χρήση των βασικών αριθμητικών δεδομένων της αφαίρεσης. Το λάθος αυτό εμφανίστηκε πολύ λίγες φορές γιατί τα παιδιά στις αφαιρέσεις όταν μειωτέος είναι μικρότερος από τον αφαιρετέο δεν «δανείζονται» από το ψηφίο της διπλανής τάξης, αλλά συνήθως αντιστρέφουν τους αριθμούς και κάνουν την αφαίρεση.

Αδυναμία αναγνώρισης της αξίας θέσης ψηφίου ενός αριθμού.

Στο έργο 14 , μπορώ να πω πως ήταν αυτό που δυσκόλεψε περισσότερο από κάθε άλλο . Στην περίπτωση αυτή , σε όλες τις

τάξεις χρειάστηκε να επεξηγήσω με πιο απλά λόγια τί απαιτείται από το συγκεκριμένο έργο .

Επίλυση προβλημάτων

Στο ερωτηματολόγιο παρατίθεντο μόνο δυο μαθηματικά προβλήματα με μικρούς αριθμούς και τα δυο . Η δυσκολία των προβλημάτων ήταν πως απαιτούσαν την χρήση αφαιρετικής σκέψης για να επιλυθούν και τον έλεγχο πως η απάντηση που έδωσαν ήταν λογική . Τα μεγαλύτερα ποσοστά αποτυχίας σε όλο το ερωτηματολόγιο , τα παρουσιάζουν τα μαθηματικά προβλήματα .

Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η απάντηση ενός μαθητή για το έργο 17 όπου ως απάντηση του δίνει πως «τα γενέθλια της Μαρίνας θα είναι στις 35 Απριλίου» . Τα περισσότερα λάθη στο συγκεκριμένο έργο ήταν αυτού του τύπου . Μα ο μήνας δεν έχει 30 μέρες:

Φαίνεται λοιπόν πως δεν υπολόγισαν αυτόν τον παράγοντα ώστε να οδηγηθούν σε ένα λογικό αποτέλεσμα .

Λάθη στη Γεωμετρία

Αν και υπήρξαν παραλείψεις στην αναγνώριση των γεωμετρικών σχημάτων και στερεών, καθώς και στην αντιγραφή των σχημάτων,

τα σημαντικότερα λάθη των μαθητών παρατηρήθηκαν στη μέτρηση της επιφάνειας και του όγκου με προκαθορισμένη μονάδα μέτρησης. Όταν δόθηκαν απλά και σύνθετα σχήματα στους μαθητές μέσα σε ένα τετραγωνισμένο πλαίσιο όπου διαγράμμιση βοηθούσε στην καταμέτρηση των τετραγωνικών μονάδων που αποτελούσαν κάθε σχήμα, τα περισσότερα παιδιά (έργο 15) αδυνατούσαν να μετρήσουν τα τετράγωνα κάθε σχήματος. Κάποιοι μαθητές παρόλο που οι γραμμές βοηθούσαν στη διάκριση των τετραγώνων κάθε σχήματος, έδειχναν ότι μετρούσαν «κάτι» το οποίο μόνο αυτοί φαντάζονταν και τους ωθούσε σε λάθος απαντήσεις. Άλλοι αν και στα απλά σχήματα τα κατάφεραν έδειξαν να μπερδεύονται στα σύνθετα σχήματα χάνοντας την αίσθηση της τετραγωνικής μονάδας. Κάποιοι μαθητές μάλιστα έδειξαν πως δεν μπορούν να κατανοήσουν την επιφάνεια που καταλαμβάνει το τετραγωνάκι - μονάδα. Και χρησιμοποίησαν μια τυχαία διαγράμμιση των σχημάτων μετρώντας τις γραμμές που τραβούσε, μ' έναν δικό του τρόπο χωρισμού των σχημάτων.

Άλλοι πάλι μαθητές ως απάντηση στο έργο 15 έδιναν ονομασίες των σχημάτων(π.χ. Αντί να μετρήσουν τα τετράγωνα που εσωκλείει το σχήμα , απαντούσαν πως είναι ρόμβος) , γεγονός που δημιουργήθηκε μάλλον από την μη κατανόηση της εκφώνησης .

Όσον αφορά τη δαισθητική μέτρηση του όγκου δόθηκαν στέρεα σχήματα στα παιδιά που απαρτίζονταν από κυβάκια (μονάδα μέτρησης). Συντριπτική πλειοψηφία των παιδιών μετρούσαν μόνο τα «ορατά» κυβάκια αδυνατώντας να κατανοήσουν και την τρίτη διάσταση των σχημάτων ώστε να συμπεριλάβουν και τα κυβάκια που δεν φαίνονται.

Συζήτηση - συμπεράσματα

Όπως αναφέραμε ήδη, βασικοί στόχοι της έρευνάς μας ήταν: α) να εντοπιστούν οι βασικές γνωστικές ελλείψεις και αδυναμίες που προκαλούν δυσκολίες μάθησης στα μαθηματικά στα παιδιά με χαμηλή μαθηματική επίδοση, β) να διερευνηθεί τρόπος με τον οποίο οι ελλείψεις επηρεάζουν τη μαθηματική συμπεριφορά, γ) να εξεταστεί σχέση των γνωστικών ελλειμμάτων στη διαδικασία επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων με την ταυτόχρονη ύπαρξη δυσκολιών στην ανάγνωση .

Από τα αποτελέσματα της έρευνας προκύπτουν αρκετά χρήσιμα συμπεράσματα: 1) πιο κοινή μαθηματική δυσκολία των συγκεκριμένων παιδιών είναι κατανόηση και επιτυχημένη εκτέλεση της αλγοριθμικής διαδικασίας των βασικών αριθμητικών πράξεων και κυρίως της αφαίρεσης. Τα συστηματικά αλγοριθμικά λάθη

αποτελούν πηγή αποτυχίας στα μαθηματικά για τους συγκεκριμένους μαθητές. Από την ανάλυση της φύσης αυτών των λαθών φαίνεται ότι δεν οφείλονται στην έλλειψη γνώσης σε ανικανότητα εκμάθησης μιας συγκεκριμένης σειράς ενεργειών που πρέπει να εκτελεστούν για να βρεθεί το αποτέλεσμα μιας πράξης, αλλά αποτελούν προϊόντα λανθασμένου τρόπου σκέψης που μπορεί να οφείλεται στη μη κατάκτηση προϋποτιθέμενων γνώσεων στην ατυχή χρήση κανόνων.

Η ανεπαρκής γνώση βασικών αριθμητικών δεδομένων (Β.Α.Δ.) φαίνεται ότι επηρεάζει την αλγοριθμική διαδικασία. Σύμφωνα με τους Baroody και Ginsburg (1991) η ανεπάρκεια στη γνώση βασικών αριθμητικών δεδομένων, είναι χαρακτηριστική για τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Πιο συγκεκριμένα: α) τα παιδιά δεν γνωρίζουν αρκετά Β.Α.Δ. σε επίπεδο αυτοματισμού με αποτέλεσμα να μην μπορούν να τα ανακαλέσουν από τη μνήμη όταν χρειάζεται για την εκτέλεση μιας πράξης επίλυσης ενός προβλήματος, β) στην προσπάθειά τους να βρουν τα Β.Α.Δ. χρησιμοποιούν χρονοβόρες στρατηγικές με πολλές μετρήσεις (κυρίως με τα δάχτυλα και κάποτε με αντικείμενα σημάδια) που αυξάνουν την πιθανότητα του λάθους και γ) οδηγούνται είτε στην εγκατάλειψη της προσπάθειας είτε στην αύξηση του χρόνου επίλυσης της πράξης του προβλήματος, αλλά ακόμη και στο να

ξεχνούν σημαντικά στοιχεία του αλγόριθμου (π.χ. Τα «κρατούμενα») να απαντούν τυχαία. Μη κατάκτηση των Β.Α.Δ. σε επίπεδο αυτοματισμού επομένως επηρεάζει αρνητικά την ικανότητα των μαθητών να εκτελούν πράξεις και να λύνουν προβλήματα .

Οι δυσκολίες στην ανάκληση αριθμητικών δεδομένων κυρίως της πρόσθεσης και της αφαίρεσης, έχουν άμεση σχέση με τις αναποτελεσματικές στρατηγικές που εφαρμόζει μαθητής για την εύρεση αυτών των δεδομένων, στρατηγικές οι οποίες σχετίζονται με τον τρόπο αναπαράστασης της γνώσης από το γνωστικό σύστημα του μαθητή. Το άτομο ενεργεί πάνω στις πληροφορίες που λαμβάνει από το περιβάλλον του και δομεί τη γνώση μέσα από την αλληλεπίδραση με το περιβάλλον (Πόρποδας, 1996).

Η γνώση αυτή, τουλάχιστον για τη γνωστική περιοχή των μαθηματικών, αναπαρίσταται κυρίως με τρεις τρόπους. Αρχικά εμφανίζεται ένας πραξιακός τρόπος οποίος είναι κατεξοχήν κιναισθητικός. Ένα κλασικό παράδειγμα αυτού του τρόπου αναπαράστασης είναι χρήση των δακτύλων για την εκτέλεση απλών μαθηματικών πράξεων όπως είναι πρόσθεση αφαίρεση. Ολοκλήρωση αυτού του τρόπου αναπαράστασης οδηγεί το παιδί στον επόμενο τρόπο, τον εικονιστικό. Εδώ κυρίαρχο στοιχείο είναι οπτικοποίηση κάποιων συγκεκριμένων εννοιών (οι οποίες ενέχουν τη δυνατότητα εικονικοποίησής τους), χωρίς όμως απόλυτο

προσδιορισμό αυτών των εννοιών από τις δημιουργημένες εικόνες. Παράδειγμα αυτού του τρόπου είναι μερισμός μιας ποσότητας αντικειμένων σε ίσα τμήματα τα οποία έχουν το ίδιο πλήθος αντικειμένων μεταξύ τους και το άθροισμα των οποίων ισούται με την αρχική ποσότητα. Τελευταίος σε απόκτηση τρόπος αναπαράστασης είναι συμβολικός. Μέσω αυτού μαθητής είναι σε θέση να κατακτά την ικανότητα χρήσης αφηρημένων στοιχείων τα οποία έχουν τη δυνατότητα συμβολισμού πραγματικών και πιθανών τμημάτων της πραγματικότητας. Κατακτώντας μαθητής αυτόν τον τρόπο μπορεί να επέμβει ενεργά πάνω σε αυτά τα τμήματα γεγονότα χωρίς τη βοήθεια απτών στοιχείων εικόνων (Mercer, 1997).

Φυσικά υπάρχουν και λάθη που δείχνουν να οφείλονται σε δομικές αδυναμίες λειτουργικές ιδιαιτερότητες του μαθησιακού μηχανισμού των παιδιών, όπως π.χ. Έναρξη εκτέλεσης των προσθέσεων από αριστερά προς τα δεξιά λόγω δυσκολιών με τον προσανατολισμό στο χώρο. Τα περισσότερα όμως αλγοριθμικά λάθη φαίνεται ότι προκύπτουν στην προσπάθεια των παιδιών να καλύψουν μαθησιακά κενά μέσα από τη χρήση εννοιών και κανόνων που σε άλλες περιπτώσεις είχαν οδηγήσει σε σωστά αποτελέσματα.

Στο πλαίσιο αυτό αξίζει να επισημανθούν:

α) συχνή παραβίαση της θεσιακής αξίας των αριθμών. Αυτό το είδος των λαθών πιθανότατα προέρχεται από έλλειψη κατανόησης των θεμελιωδών αρχών και των συγκεκριμένων βημάτων του αλγόριθμου της κάθετης πρόσθεσης και της αφαίρεσης καθώς και της έννοιας της θεσιακής αξίας. Διαφορετική αξία του κάθε ψηφίου ανάλογα με τη θέση του στον αριθμό (θεσιακή αξία) δεν λαμβάνεται υπόψη και δεν δίνεται σημασία στη σχέση τελικού αθροίσματος και προσθετέων,

β) Οι περίπλοκοι - λαθεμένοι αλγόριθμοι που προκύπτουν από συγχύσεις πράξεων και συνδυασμό ατυχών γνωστικών υποκαταστάσεων (π.χ. Εύρεση μερικών αθροισμάτων πολλαπλασιασμού σε πρόσθεση τριψήφιου με διψήφιο). Παρατηρήθηκε αρκετά συχνά και κυρίως στην αφαίρεση να γίνεται αφαίρεση στη στήλη των μονάδων και να συνεχίζεται ως πρόσθεση στις δεκάδες. Το λάθος αυτό συνήθως οφείλεται σε σύγχυση του συμβόλου της πράξης σε μικρότερο βαθμό στη χρησιμοποίηση από το μαθητή του αλγόριθμου που γνωρίζει καλά σε όλα τα είδη των πράξεων που καλείται να εκτελέσει, είτε γιατί δεν ξέρει άλλον αλγόριθμο είτε γιατί τον έχει ξεχάσει (Αγαλιώτης, 2004). Γ) αρκετά λάθη στο δανεισμό (αφαίρεση) και τα κρατούμενα δείγμα εγγενών αδυναμιών της μνήμης των μαθητών ατελούς γνώσης του αλγόριθμου.

Ένας άλλος τομέας όπου φαίνεται η αδυναμία των μαθητών με δυσκολίες στα μαθηματικά, είναι κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών όπως το εμβαδό επίπεδων σχημάτων και όγκος στερεών. Αν και τα παιδιά αναγνωρίζουν τα βασικά επίπεδα σχήματα (τετράγωνο, τρίγωνο, ορθογώνιο, κύκλος) και τα στερεά, δείχνουν να μην έχουν αίσθηση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών τους καθώς και της επιφάνειας που καλύπτουν και δεν μπορούν να αντιληφθούν διαισθητικά το μέγεθος του εμβαδού με τη χρήση μιας μονάδας μέτρησης. Όσον αφορά τον όγκο των στερεών σχημάτων δυσκολεύονται να αντιληφθούν το χώρο που καλύπτουν σε σύγκριση με μια κυβική μονάδα μέτρησης. Θα θεωρείτο παράλειψη να μην αναφερθεί το εξής συμπέρασμα . Το μεγαλύτερο ποσοστό των μαθητών όπου ανέφεραν στις πεποιθήσεις τους πως θεωρούν τον εαυτό τους καλύτερο στα μαθηματικά , αποτύχαν στην επίλυση προβλήματος . Αυτό το γεγονός προφανώς οφείλεται στις δυσκολίες που ενδέχεται να έχει ο μαθητής στο γλωσσικό μάθημα με αποτέλεσμα να δημιουργούνται και δυσχέρειες στον τομέα των μαθηματικών

Ασφαλώς τα παραπάνω συμπεράσματα θα πρέπει να επαληθευτούν και από άλλες έρευνες, αφού προκύπτουν από μια ποιοτική μελέτη, ενός μικρού δείγματος που επιλέχθηκε με βάση συγκεκριμένες προϋποθέσεις. Είναι γνωστό ότι όλες οι μελέτες αυτού του είδους

δίνουν κυρίως ενδείξεις κι όχι απόλυτες αποδείξεις. Συνεπώς, τα παραπάνω αποτελέσματα δεν μπορούν να γενικευτούν λόγω του μικρού δείγματος της έρευνας. Επίσης, ένας άλλος περιορισμός της έρευνας, είναι το σύντομο χρονικό διάστημα εφαρμογής του παρεμβατικού προγράμματος καθώς και το περιορισμένο γνωστικά εύρος εστίασης. Συγκεκριμένη έρευνα φαίνεται να δίνει μια αξιόπιστη εικόνα των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν μαθητές με δυσκολίες μάθησης στα μαθηματικά, έτσι όπως προκύπτει από τη σύγκριση των παρόντων αποτελεσμάτων με αυτά άλλων σχετικών ερευνών, καθώς και προτάσεις για αναμόρφωση της παρεχόμενης υποστηρικτικής διδασκαλίας.

Παράρτημα

ΓΕΝΙΚΟ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

Φύλο : Ημερομηνία γέννησης/...../..... Τάξη : Βοήθεια στο σπίτι στα μαθηματικά: Ναι/Όχι

Ειδικές Εκπαιδευτικές ανάγκες: ΝΑΙ /ΟΧΙ Είδος :
Σχολείο.....

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις σύμφωνα με την άποψη σας και την εμπειρία σας .

	Ερωτήσεις	<u>Πολύ</u>	<u>Αρκετ</u> <u>ά</u>	<u>Λίγο</u>	<u>Καθόλου</u>
1	Τα μαθηματικά που μαθαίνουμε στο σχολείο , βοηθούν στην καλλιέργεια της σκέψης.				

2	Αγαπάς τα μαθηματικά;				
3	Σου δημιουργούνται απορίες όταν έχετε μαθηματικά στο σχολείο;				
4	Ο δάσκαλος/α σου σε βοηθά να σκεφτείς όταν δυσκολεύεσαι;				
5	Για να λύσεις μια άσκηση ή ένα πρόβλημα μαθηματικών πόσο χρόνο χρειάζεσαι;				
6	Όταν δεν καταφέρνεις να λύσεις τις εργασίες σου Α)απογοητεύεσαι και τα παρατάς; Β)σταματάς την προσπάθεια και συνεχίζεις αργότερα; Γ)ζητάς τη βοήθεια κάποιου άλλού;				
7	Φοβάσαι τα μαθηματικά;				
8	Το ενδιαφέρον σου για τα μαθηματικά ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Δημοτικού;				
9	Στα μαθηματικά σε δυσκολεύουν Α) τα σύμβολα τους Β) οι πράξεις Γ)οι κανόνες που πρέπει να θυμάμαι Δ)οι πράξεις που πρέπει να εκτελείς και τα προβλήματα				
10	Θα χαρακτήριζες τον εαυτό σου καλό μαθητή Α)στην Νεοελληνική Γλωσσά Β)στα μαθηματικά				
11	Θα σε χαρακτήριζαν οι συμμαθητές σου καλό μαθητή Α)στην Νεοελληνική Γλωσσά Β)Στα μαθηματικά				

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

1. Ποιον αριθμό πρέπει να βάλεις στα κουτάκια ώστε να έχεις αριθμητικό μοτίβο;

40	60		50	100			100	400	700	1000	
----	----	--	----	-----	--	--	-----	-----	-----	------	--

2. Σου δίνεται ένα αριθμός . Μπορείς να βρεις ποιος αριθμός είναι πριν από αυτόν και ποιος είναι μετά :

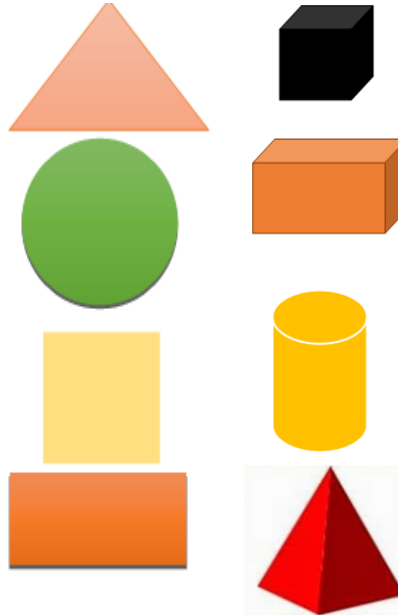
ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟΣ	ΑΡΧΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ	ΕΠΟΜΕΝΟΣ
	39	
	100	
	1.799	

3. Βάλε σε σειρά τους αριθμούς ξεκινώντας πρώτα από τον μεγαλύτερο και πηγαίνοντας προς τον μικρότερο.

879 , 778 , 799 , 889 ,978, 787

4. Αντιστοιχίζω τα σχήματα με την σωστή ονομασία.

- ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ
- ΚΥΚΛΟΣ
- ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ
- ΤΡΙΓΩΝΟ



- ΠΥΡΑΜΙΔΑ
- ΚΥΒΟΣ
- ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ
ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟ
- ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ

5. Μπορείς να υπολογίσεις ποσά χρήματα έχει ο καθένας;

Η ΑΝΤΩΝΙΑ ΕΧΕΙ



_____ € _____ ΛΕΠΤΑ

Ο ΓΙΩΡΓΟΣ ΕΧΕΙ



_____ € _____ ΛΕΠΤΑ

6. Να εκτελέσεις τις παρακάτω πράξεις .

$600+400=$ _____

$500+$ ____= 1.000

$900+100=$ _____

$100+$ ____= 100

$500+500=$ _____

$+$ ____= 1.000

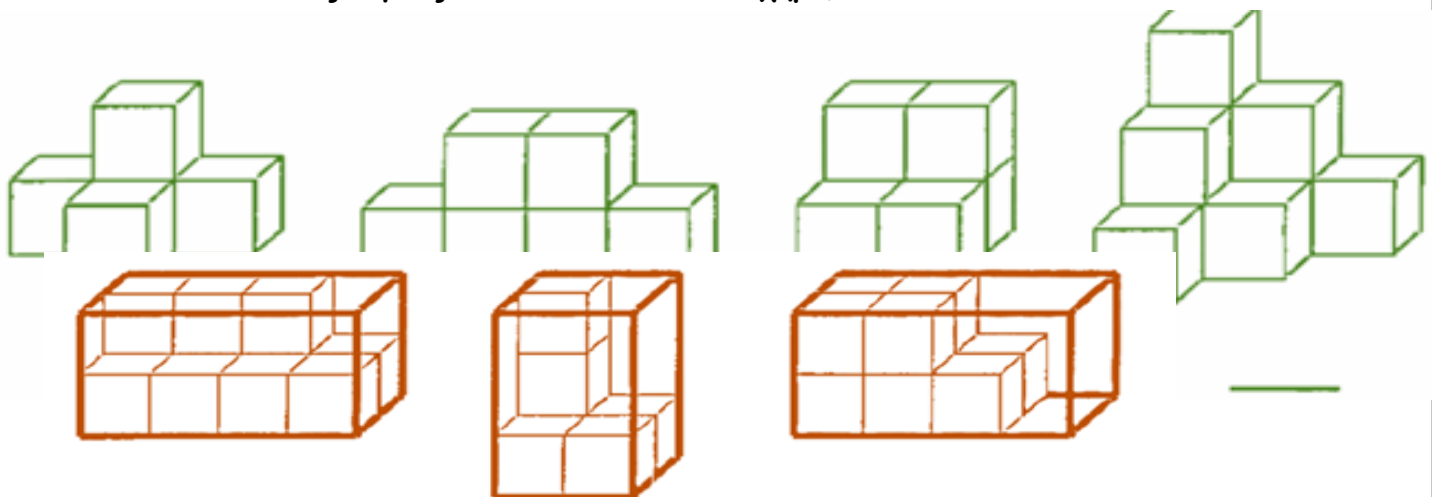
$300+700=$ _____

$+$ ____= 1.000

7. Ενώνω τις κουκίδες ώστε να φτιάξω τα σχήματα που αναγράφονται στις παρακάτω περιπτώσεις .

τετράγωνο				τρίγωνο				ορθογώνιο			
.
.
.
.

8. Από πόσους κύβους αποτελείται το κάθε σχήμα;



9. Πόσα κυβάκια χρειάζεται να προσθέσω για να γεμίσει το καθένα από τα παρακάτω κουτιά ;

10. Γράφω με ψηφία τους αριθμούς:

Α. Χίλια εξακόσια ογδόνταβ. Χίλια εννιακόσια τριάντα εννιά

Γ. Δυο χιλιάδες πέντεδ. Δυο χιλιάδες πενήντα επτά

Ε. Δυο χιλιάδες εννιακόσια δεκατέσσερα.....

$$\begin{array}{r} 164 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ \times 49 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7.034 \\ - 2.156 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18.467 \\ + 15.153 \\ \hline \end{array}$$

11 . Τοποθέτησε τους αριθμούς στην κατάλληλη θέση της αριθμογραμμής :

0,5

299

150

1



12 . Να εκτελεστούν κάθετα οι παρακάτω πράξεις .

13 . Τι ώρα δείχνουν τα ρολόγια;

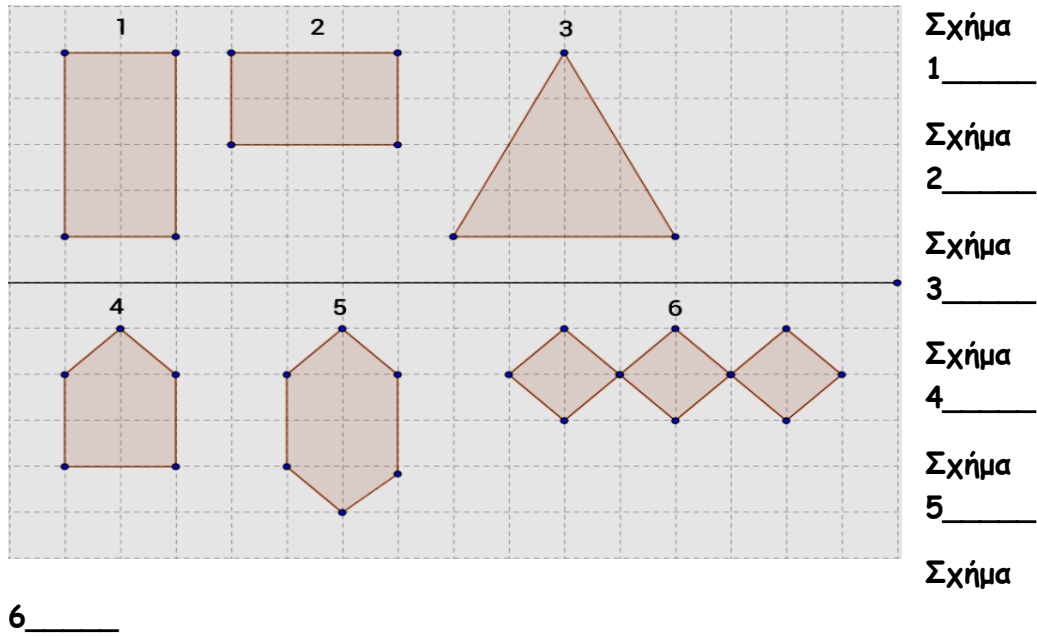


14 . Πόσα βιβλία φανερώνει το ψηφίο 4 σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις;

24 βιβλία, το 4 φανερώνει _____ βιβλία. 421 βιβλία, το 4 φανερώνει _____ βιβλία.

142 βιβλία, το 4 φανερώνει _____ βιβλία. 4.362 βιβλία, το 4 φανερώνει _____ βιβλία.

15. Πόσα τετράγωνα (είτε ολοκληρα είτε με μερος τους) υπάρχουν μέσα σε κάθε σχήμα;



16. Η Μαρίνα είναι 11 χρονών και έχει γενέθλια σε μια εβδομάδα ακριβώς. Σήμερα είναι 28 Απριλίου . Ποια είναι η ημέρα των γενεθλίων της ;

Λύση

Απάντηση

17. Ο Δημοσθένης έπλυνε 4 ζευγάρια κάλτσες . Όταν πήγε να τις βγάλει από το πλυντήριο έλειπε 1 κάλτσα . Πόσες κάλτσες έβγαλε ο Δημοσθένης από το πλυντήριο ;

Λύση

Απάντηση

Σας ευχαριστώ πολύ

Βιβλιογραφία

Bartel, M.R. (1990). Problems in Mathematics Achievement. In Hammil, D.D., & Bartel, N.R. Teaching students with Learning and Behavior Problems. Allyn & Bacon.

Bley, N. S. & Thornton, C. A. (1995). Teaching mathematics to the learning disabled. (3rd ed.). Autsin, TX: Pro-ed.

Cawley, J. F., Foley, T. E., & Hayes, A. M. (2009). Geometry and measurement: A discussion of status and content options for elementary school students with learning disabilities. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 7(1), 21-42

Chasty, H. T. (1990). Meeting the Challenges of Specific Learning Difficulties. In D. P Pumpfrey. & D. C Elliott. (Eds). *Children's Difficulties in Reading, Spelling, Spelling and Writing*. London: The Falmer Press, 46-47

Clements, D., Battista, M. (1992). Geometry and special reasoning. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 420-464). New York: Macmillan Publishing Company.

Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37 (1), 4-15.

Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37 (1), 4-15.

Ginsburg, H.P., (1989). *Children's Arithmetic: How they learn it, and how you teach it* (2nd ed.) Pro - ed

Hallahan, D. P. & Mercer, C. D. (2001). Learning disabilities: Historical perspectives. Στο OSEP(ed.) Specific learning disabilities: Building consensus for identification and classification. OSEP [Technical Report].

Hammill, D. D. (1990). On denying learning disabilities: An emerging consensus. *Journal of Learning Disabilities*, 23, 74 - 84.

Hammill, D.D. (1990), A brief history of learning disabilities.

Hershkowitz, R., Bruckheimer, M., & Vinner, S. (1987). Activities with teachers based on cognitive research. In M. M. Lindquist & A. P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry K-12, Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 222-135). Reston, VA: NCTM.

Holt, J. (1995). Γιατί αποτυγχάνουν τα παιδιά (Μτφ. Δ. Τσαρμακλή). Αθήνα: Εκδόσεις Καστανιώτη.

Kirk, S.A. (1962). *Educating Exceptional children*. Boston: Houghton Mifflin.

Learning disabilities. Austin, TX : Pro-Ed . Σσ. 177-199.

Learning disabilities, 25 (4), σσ. 230-248.

Lerner, J. (2003). *Learning Disabilities: Theories, Diagnosis and Teaching Strategies* (9th ed.). Boston: Houghton Mifflin Company

Malmer, G. (2000). Mathematics and Dyslexia- An Overlooked Connection. *Dyslexia*, 6, pp.223-230

Mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of Mathematics Education /or Students with Learning Disabilities: theory 10-practice.*

Mercer, C. & Mercer, A. (1997). *Teaching Students with Learning Problems* . Englewood Cliffs: Merrill.

Mercer, C.D. & Pullen, P.C. (2005) *Students with learning disabilities*, Pearson: Merrill Prentice Hall

Montague, M. (1992). *The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the*

Montague, M. (1998). *Cognitive strategy instruction in mathematics for students with*

Myers, P.I., & Hammill, D. D. (1990). *Learning disabilities: Basic concepts, assessment practices, and instructional strategies* (4th ed.). Austin, TX: Pro-ed

Resnick, L.B., Cauzinille-Marmeche, E., Mathieu, J. (1995). Η Κατανόηση της Άλγεβρας. Αναφέρεται στο Βοσνιάδου, Σ. (1995). Η Ψυχολογία των Μαθηματικών. Αθήνα: Gutenberg (σελ.191-195).

Rivera, P. D. (1998). *Mathematics Education and Students with Learning Disabilities.*

Strang, J. D., & Rourke, B. P. (1985). *Arithmetic Disability Subtypes: The Neuropsychological. Significance of Specific Arithmetical Impairment In Childhood.* In Rourke, B. P. , σσ. 167-183.

Van de Walle, J. A. (2001). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (4th ed.). Boston: Allyn and Bacon.

Αγαλιώτης, Ι. (2000). Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά. Ελληνικά γράμματα .

Αγαλιώτης, Ι. (2004). Μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά: Αιτιολογία- αξιολόγηση-αντιμετώπιση. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Αγαλιώτης, Ι. (2011). Διδασκαλία Μαθηματικών στην Ειδική Αγωγή και Εκπαίδευση : Φύση και εκπαιδευτική διαχείριση των μαθησιακών δυσκολιών. Αθήνα: ΓΡΗΓΟΡΗ.

Αναγνωστόπουλος, Δ.Κ. & Σίνη, Α.Θ., (2005), Διαταραχές σχολικής μάθησης & ψυχοπαθολογία. Αθήνα: Βήτα Ιατρικές Εκδόσεις.

Κολέζα, Ε., & Ντζιαχρήστος, Β. (1990). Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στα σχολεία: Επίπεδα Ρ. Μ. Van Hiele. Μαθηματική Επιθεώρηση, 37, 11-23.

Μαριδάκη - Κασσωτάκη, Α. (2005). Δυσκολίες μάθησης. Ψυχοπαιδαγωγική προσέγγιση. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Μαρκοβίτης, Μ. & Τζουριάδου, Μ. (1991). Μαθησιακές Δυσκολίες: Θεωρία και Πράξη. Προμηθεύς: Θεσσαλονίκη.

Παντελιάδου Σ. & Μπότσας Γ. (2007). Μαθησιακές Δυσκολίες: Βασικές έννοιες και χαρακτηριστικά, Εκδ. Γράφημα, Θεσσαλονίκη

Παπαγεωργίου Β.Α., (2005), Ψυχιατρική παιδιών και εφήβων. Θεσσαλονίκη: University Studio Press

Πολύχρονη, Φ., Χατζηχρήστου, Χ., Μπίμπου, Α., (2006) Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες, Δυσλεξία Αθήνα : Ελληνικά Γράμματα

Σακκάς, Β. (2002). Μαθησιακές Δυσκολίες και οικογένεια. Αθήνα: Ατραπός.

Τομαράς Ν. (2008) Μαθησιακές Δυσκολίες. Ισότιμες ευκαιρίες στην εκπαίδευση. Αθήνα: Πατάκης

Τουμάσης, Μ. (2004). Σύγχρονη διδακτική των Μαθηματικών.
Αθήνα: Gutenberg