

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ



ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
*Στατιστική και Αναλογιστικά – Χρηματοοικονομικά
Μαθηματικά*

**Σχέδια Δειγματοληψίας Αποδοχής
Ιδιοτήτων και Μεταβλητών**

Παναγιωτίδου Δέσποινα

Διπλωματική εργασία

ΣΑΜΟΣ 2019

Ευχαριστίες

Με την εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω πρωτίστως την οικογένεια μου για την στήριξη της όλα αυτά τα χρόνια και ιδιαίτερα την αγαπημένη μου θεία και όλους τους καλούς μου φίλους που ήταν δίπλα μου σε αυτή τη «διαδρομή». Επίσης, τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Αθανάσιο Ρακιτζή για τη βοήθεια και την καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια υλοποίησης της διπλωματικής μου εργασίας και τα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς επιτροπής κ. Αλέξανδρο Καρααργηγόριου και κα. Δημητρακοπούλου Θεοδώρα.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες και ιδιότητες των σχεδίων δειγματοληψίας αποδοχής για ιδιότητες και μεταβλητές. Τα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής χρησιμοποιούνται στον στατιστικό έλεγχο ποιότητας και μέσω αυτών μπορούμε να αποφασίσουμε αν θα απορρίψουμε ή αν θα αποδεχθούμε τις παρτίδες προϊόντων που παράγονται σε μια παραγωγική διαδικασία. Θα δούμε πώς αξιολογούμε την χαρακτηριστική καμπύλη (OC), ένα κοινό μέτρο απόδοσης για ένα σχέδιο δειγματοληψίας καθώς και τις συνήθεις κατανομές που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή της. Η μελέτη επικεντρώνεται στις βασικές κατηγορίες (απλά και διπλά) των σχεδίων δειγματοληψίας. Εξετάζουμε εν συντομία τη λειτουργία δύο κοινών συστημάτων δειγματοληψίας, δηλαδή του *MILITARY STANDARD 105E* και του *MILITARY STANDARD 414*. Τέλος, δίνεται και μια επισκόπηση των διαθέσιμων πακέτων της R, τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρακτική εφαρμογή των διαφόρων τύπων σχεδίων δειγματοληψίας αποδοχής.

Λέξεις κλειδιά: Σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής, Ιδιότητες, Μεταβλητές, Χαρακτηριστική καμπύλη OC, LTPD, AQL, R-Packages

Abstract

In this MSc thesis, we review the basic concepts and properties of acceptance sampling plans for attributes and variables. Acceptance sampling plans are used in statistical quality control and through them we can make a decision to reject or accept a lot of products produced in a production process. We will see how we evaluate the operating characteristic (OC) curve, a common performance measure for a sampling plan as well as the usual distributions that are used to construct it. This study focuses on the basic categories (single and double) of sampling plans. We further review in brief the operation of two common sampling systems, namely the MILITARY STANDARD 105E and the MILITARY STANDARD 414. Finally, we conducted a review on the available packages in R that are used for the practical implementation of the various types of acceptance sampling plans.

Key-words: Acceptance Sampling Plans, Attributes, Variables, Operating Characteristic (OC) Curves LTPD, AQL, R-Packages

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ ΑΠΟΔΟΧΗΣ

1.1 Εισαγωγή.....	1-2
1.2 Είδη δειγματοληψίας αποδοχής.....	2-3

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ ΑΠΟΔΟΧΗΣ ΓΙΑ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

2.1 Εισαγωγή στα δειγματοληπτικά σχέδια αποδοχής για ιδιότητες	5
2.2 Βασικές έννοιες και συμβολισμοί της δειγματοληψίας αποδοχής ιδιοτήτων.....	6
2.3 Απλό Σχέδιο Δειγματοληψίας.....	7-8
2.3.1 Κατανομές-Χαρακτηριστική Καμπύλη.....	8-11
2.3.1.1 Υπεργεωμετρική Χαρακτηριστική Καμπύλη.....	8-10
2.3.1.2 Διωνυμική Χαρακτηριστική Καμπύλη.....	10
2.3.1.3 Poisson Χαρακτηριστική Καμπύλη.....	10-11
2.4 Κίνδυνος Παραγωγού και Κίνδυνος Καταναλωτή.....	11-12
2.5 Υλοποίηση Απλού Δειγματοληπτικού Σχεδίου.....	12-15
2.5.1 Χρήση Υπεργεωμετρικής Χαρακτηριστικής Καμπύλης.....	12-13
2.5.2 Χρήση Διωνυμικής Χαρακτηριστικής Καμπύλης.....	13-14
2.5.3 Χρήση Poisson Χαρακτηριστικής Καμπύλης.....	14-15
2.6 Σχέδιο Δειγματοληψίας για Μηδέν Ελαττωματικά	15
2.7 Διπλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Ιδιοτήτων.....	15-18
2.7.1 Διαδικασία Κατασκευής Διπλού Δειγματοληπτικού Σχεδίου.....	16-18
2.7.2 Αναμενόμενος Αριθμός Επιθεωρούμενων Μονάδων (<i>Average Sample Number, ASN</i>).....	18
2.8 Πολλαπλό Σχέδιο Δειγματοληψίας.....	19-20
2.9 Σύστημα Δειγματοληψίας MILITARY STANDARD 105E	20-23
2.10 Κανόνες Αλλαγής Επιπέδου Επιθεώρησης.....	23-24
2.11 Σχέδια Επανορθωτικού Ελέγχου Ιδιοτήτων.....	24-26
2.11.1 Σχέδια Δειγματοληψίας Dodge-Romig.....	26-27

2.12 Ανακεφαλαίωση.....	27
-------------------------	----

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ ΑΠΟΔΟΧΗΣ ΓΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

3.1 Εισαγωγή στα δειγματοληπτικά σχέδια αποδοχής για μεταβλητές.....	29-30
3.2 Βασικές έννοιες και συμβολισμοί της δειγματοληψίας αποδοχής μεταβλητών.....	30
3.3 Περιγραφή της κατασκευής ενός σχεδίου δειγματοληψίας αποδοχής για μεταβλητές.....	31-32
3.4 Μέθοδος K.....	32-34
3.4.1 Μέθοδος K με γνωστό το κάτω όριο προδιαγραφών LSL.....	32-33
3.4.2 Μέθοδος K με γνωστό το άνω όριο προδιαγραφών USL.....	34
3.5 Μέθοδος M.....	34-36
3.5.1 Μέθοδος M με γνωστό το κάτω όριο προδιαγραφών LSL.....	34-35
3.5.2 Μέθοδος M με γνωστό το άνω όριο προδιαγραφών USL.....	35-36
3.5.3 Μέθοδος M με γνωστά το κάτω και άνω όριο προδιαγραφών LSL, USL.....	36
3.6 Χαρακτηριστική καμπύλη στα σχέδια δειγματοληψίας για μεταβλητές.....	36-37
3.7 Σχέδιο δειγματοληψίας αποδοχής για μεταβλητές με άγνωστη διακύμανση.....	37-38
3.8 Σύστημα Δειγματοληψίας MILITARY STANDARD 414.....	39-41
3.9 Σχέδια Επανορθωτικού Ελέγχου Μεταβλητών.....	41-42
3.10 Διπλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Μεταβλητών.....	42
3.10.1 Διπλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Μεταβλητών (γνωστή τυπική απόκλιση).....	42-43
3.10.2 Διπλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Μεταβλητών (άγνωστη τυπική απόκλιση).....	44-45
3.11 Ανακεφαλαίωση.....	45

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΠΑΚΕΤΑ ΣΤΗ ΓΛΩΣΣΑ R ΓΙΑ ΣΧΕΔΙΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑΣ ΑΠΟΔΟΧΗΣ

4.1 Εισαγωγή στα υπολογιστικά πακέτα της γλώσσας R.....	47
---	----

4.2 Το υπολογιστικό πακέτο AcceptanceSampling	47-48
4.2.1 Η συνάρτηση find.plan.....	48-50
4.2.2 Η συνάρτηση OC2.....	50-52
4.2.3 Η συνάρτηση OCvar.....	52-54
4.2.4 Η συνάρτηση assess-methods.....	54-55
4.2.5 Οι συναρτήσεις print και summary	55
4.2.6 Η συνάρτηση OC2c((n ₁ , n ₂), (c ₁ , c ₂), (r ₁ , r ₂)).....	56-57
4.3 Το υπολογιστικό πακέτο LTPDvar.....	57
4.3.1 Η συνάρτηση ACSPlan-class.....	58
4.3.2 Η συνάρτηση AOQ.....	58-59
4.3.3 Η συνάρτηση cmBE.....	59
4.3.4 Η συνάρτηση Ims.....	59-60
4.3.5 Οι συναρτήσεις k και m	60
4.3.6 Η συνάρτηση OC.....	60-61
4.3.7 Η συνάρτηση planLTPD.....	61-62
4.1 Εφαρμογή.....	62-64
4.3.8 Η συνάρτηση planAOQL.....	64-65
4.4 Το υπολογιστικό πακέτο Planesmuestra.....	65-66
4.4.1 Οι συναρτήσεις code_letter και code_letter.milstd414.....	66
4.4.2 Η συνάρτηση f_CO.NCA.NCL.....	66-67
4.4.3 Η συνάρτηση f_dodge.romig.simple.....	67-68
4.4.4 Η συνάρτηση f_CO.plan.....	68-69
4.2 Εφαρμογή.....	69-72
4.4.5 Η συνάρτηση f_milstd105e.....	72-73
4.3 Εφαρμογή.....	73-74
4.4.6 Η συνάρτηση f_milstd414.....	75
4.4 Εφαρμογή.....	75-76
4.4.7 Η συνάρτηση k_plans.milstd414.....	76-77
4.4.8 Οι συναρτήσεις lot_size και lot_size.milstd414.....	77-78
4.4.9 Η συνάρτηση lot_size_DR.....	78-79
4.4.10 Η συνάρτηση milstd105eplans.....	79
4.4.11 Η συνάρτηση NCA_values.....	79

4.4.12 Η συνάρτηση <code>f_milstd414.test</code>	80
4.5 Το υπολογιστικό πακέτο Dodge.....	81
4.5.1 Οι συναρτήσεις <code>SSPlanBinomial</code> , <code>SSPlanHyper</code> και <code>SSPlanPoisson</code>	81-82
4.5.2 Οι συναρτήσεις <code>SSPDesignBinomial</code> και <code>SSPDesignPoisson</code>	82-83
4.5.3 Οι συναρτήσεις <code>DSPlanBinomial</code> και <code>DSPlanPoisson</code>	83-85
4.5.4 Οι συναρτήσεις <code>VSPKnown</code> και <code>VSPUnknown</code>	85-87
4.6 Ανακεφαλαίωση.....	87-88

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΚΑΙ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

5.1 Εφαρμογές δειγματοληπτικών σχεδίων.....	91
5.2 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για ιδιότητες με χρήση της R.....	91-92
5.3 Βέλτιστο σχέδιο δειγματοληψίας για ιδιότητες με χρήση του πακέτου <code>AcceptanceSampling</code> της R.....	93-96
5.4 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές με χρήση του πακέτου <code>AcceptanceSampling</code> της R (γνωστή τυπική απόκλιση).....	96-97
5.5 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές με χρήση του πακέτου <code>AcceptanceSampling</code> της R (άγνωστη τυπική απόκλιση).....	98-99
5.6 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για ιδιότητες με χρήση του Minitab.....	99-101
5.7 Βέλτιστο σχέδιο δειγματοληψίας για ιδιότητες με χρήση του Minitab.....	101-103
5.8 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές με χρήση του Minitab (γνωστή τυπική απόκλιση).....	105-108
5.9 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές με χρήση του Minitab (άγνωστη τυπική απόκλιση).....	108-110
5.10 Ανακεφαλαίωση.....	110-111

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΙΔΕΕΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ

6.1 Συμπεράσματα.....	113
6.2 Μελλοντική Έρευνα.....	113

Βιβλιογραφία..... 115-116

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2.1: Ιδανική χαρακτηριστική καμπύλη.....	8
Σχήμα 2.2: Τυπική χαρακτηριστική καμπύλη	8
Σχήμα 2.3 : Χαρακτηριστική Καμπύλη για μεταβαλλόμενο μέγεθος δείγματος n	9
Σχήμα 2.4 : Χαρακτηριστική Καμπύλη για μεταβαλλόμενο αριθμό αποδοχής c	10
Σχήμα 2.5: Κίνδυνος παραγωγού και καταναλωτή για το σχέδιο (5000,90,3).....	12
Σχήμα 2.6: Διαδικασία Κατασκευής Διπλού Σχεδίου Δειγματοληψίας.....	17
Σχήμα 2.7: Καμπύλη AOQ για απλό δειγματικό σχέδιο (8.000,73,2).....	25
Σχήμα 3.1: Ποσοστό ελαττωματικών με δύο όρια προδιαγραφών.....	32
Σχήμα 4.1: Χαρακτηριστική Καμπύλη μέσω της συνάρτησης OC_{2c}	52
Σχήμα 4.2: Χαρακτηριστική Καμπύλη μέσω της συνάρτησης OC_{var}	54
Σχήμα 4.3: Χαρακτηριστική Καμπύλη για διπλό σχέδιο δειγματοληψίας ιδιοτήτων	57
Σχήμα 4.4: Χαρακτηριστική Καμπύλη Σχεδίου (100, 2.600903).....	63
Σχήμα 4.5: Σύγκριση χαρακτηριστικών καμπυλών σχεδίου ιδιοτήτων –μεταβλητών.....	65
Σχήμα 4.6: Χαρακτηριστική Καμπύλη με χρήση της $f_{CO.NCA.NCL}$	68
Σχήμα 4.7: Χαρακτηριστική Καμπύλη με χρήση της $f_{CO.plan}$	70
Σχήμα 4.8: Χαρακτηριστική Καμπύλη Σχεδίου (2000, 490,2).....	72
Σχήμα 4.9: Χαρακτηριστική Καμπύλη με χρήση της $SSPlanBinomial$	73
Σχήμα 4.10: Κατασκευή Διαγραμμάτων διαγραμμάτων για σχέδιο ($N=1000, n=20, c=1$)	83
Σχήμα 4.11: Κατασκευή Διαγραμμάτων με χρήση της $DSPlanBinomial$	85
Σχήμα 4.12: Κατασκευή Διαγραμμάτων με χρήση της $DSPlanPoisson$	86
Σχήμα 4.13: Κατασκευή διαγραμμάτων με χρήση της $VSPKnown$	87
Σχήμα 4.14: Κατασκευή Διαγραμμάτων με τη συνάρτηση $VSPUnknown$	88
Σχήμα 5.1: Χαρακτηριστική Καμπύλη για απλό σχέδιο δειγματοληψίας ιδιοτήτων με χρήση R	94
Σχήμα 5.2: Χαρακτηριστική καμπύλη για βέλτιστο σχέδιο ιδιοτήτων με χρήση R	97
Σχήμα 5.3: Σύγκριση χαρακτηριστικών καμπυλών.....	98

Σχήμα 5.4: Χαρακτηριστική Καμπύλη για απλό σχέδιο ιδιοτήτων με χρήση Minitab.....	103
Σχήμα 5.5: Χαρακτηριστική καμπύλη για βέλτιστο σχέδιο ιδιοτήτων με χρήση Minitab.....	105
Σχήμα 5.6: Χαρακτηριστική καμπύλη για σχέδιο μεταβλητών με χρήση Minitab (γνωστή σ).....	108
Σχήμα 5.7: Χαρακτηριστική καμπύλη για σχέδιο μεταβλητών με χρήση Minitab (άγνωστη σ).....	110

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 2.1: Διαδικασία Κατασκευής Πολλαπλού Σχεδίου Δειγματοληψίας	19
Πίνακας 2.2: Πίνακας με κωδικό γράμμα και μέγεθος παρτίδας για το σύστημα <i>MIL-STD 105E</i>	22
Πίνακας 3.1: Χρησιμοποιούμενες τιμές <i>AQL</i> (%).....	39
Πίνακας 3.2: Πίνακας με κωδικό γράμμα και μέγεθος παρτίδας για το σύστημα <i>MIL STD 414</i>	40
Πίνακας 4.1: Συναρτήσεις στην <i>R</i> για την Ανάπτυξη Σχεδίων Δειγματοληψίας Αποδοχής Ιδιοτήτων.....	90
Πίνακας 4.2: Συναρτήσεις στην <i>R</i> για την Ανάπτυξη Σχεδίων Δειγματοληψίας Αποδοχής Μεταβλητών.....	91

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 5.1: Επιλογές εντολών Minitab - Απλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Ιδιοτήτων.....	101
Εικόνα 5.2: Επιλογές εντολών Minitab - Βέλτιστο Σχέδιο Δειγματοληψίας Ιδιοτήτων.....	104
Εικόνα 5.3: Επιλογές εντολών Minitab - Απλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Μεταβλητών (γνωστή σ).....	106
Εικόνα 5.4: Επιλογές εντολών Minitab - Απλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Μεταβλητών (άγνωστη σ).....	109

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ ΑΠΟΔΟΧΗΣ

1.1 Εισαγωγή

Η δειγματοληψία αποδοχής είναι μια μέθοδος η οποία βρίσκει εφαρμογή στο στατιστικό έλεγχο ποιότητας. Τα πρώτα σχέδια δειγματοληψίας έλαβαν χώρα το 1920 από τους Dodge και Romig στις Η.Π.Α. και παρουσίασαν ιδιαίτερη εξέλιξη στο τέλος του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου. Ο στόχος που θέτει η δειγματοληψία αποδοχής, είναι μέσω των σχεδίων δειγματοληψίας να επιτευχθεί ο διαχωρισμός των παρτίδων που κατασκευάζονται στην παραγωγική διαδικασία σε αποδεκτές και μη-αποδεκτές. Μια παρτίδα γίνεται αποδεκτή όταν η ποιότητα αυτής είναι υψηλή, ενώ σε αντίθεση παρτίδες χαμηλής ποιότητας απορρίπτονται.

Αν παρατηρήσουμε καλύτερα την παραπάνω διαδικασία, μπορούμε να την παρομοιάσουμε με ένα στατιστικό έλεγχο υποθέσεων, όπου στην προκειμένη περίπτωση η μηδενική υπόθεση του ελέγχου θα είναι:

H_0 : «η παρτίδα έχει υψηλή ποιότητα και γίνεται αποδεκτή»,

έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης

H_1 : «η παρτίδα έχει χαμηλή ποιότητα και απορρίπτεται»

Θα πρέπει να τονίσουμε πως απαραίτητη προϋπόθεση για την πραγματοποίηση της δειγματοληψίας αποδοχής είναι να έχουμε ομοιογενείς παρτίδες. Αυτό σημαίνει ότι οι παρτίδες που λαμβάνονται για τον έλεγχο πρέπει να πληρούν ορισμένα κριτήρια, δηλαδή να είναι όλες οι παρτίδες ίδιου τύπου, μεγέθους και κατηγορίας καθώς επίσης η χρονική περίοδος παραγωγής και οι συνθήκες αυτής να μη διαφέρουν. Η δειγματοληψία πρέπει να είναι τυχαία και αντιπροσωπευτική (Ταγαράς, 2001).

Οι δυνατότητες που έχουμε σχετικά με τον έλεγχο μιας παρτίδας είναι τρεις συνολικά:

- 1) να δεχτούμε την παρτίδα χωρίς έλεγχο (π.χ. καλό ιστορικό συνεργασίας μεταξύ παραγωγού και πελάτη, άριστη ποιότητα)
- 2) να κάνουμε ολική επιθεώρηση των μονάδων της παρτίδας (π.χ. κακή ποιότητα)
- 3) να κάνουμε δειγματοληψία αποδοχής.

Σε όλες τις παραγωγικές διαδικασίες μπορεί να παραχθούν ελαττωματικά προϊόντα για διάφορους λόγους όπως η απορύθμιση των μηχανών, η απειρία ή η έλλειψη του εργατικού

δυναμικού. Με την εφαρμογή της δειγματοληψίας αποδοχής σε διάφορες χρονικές περιόδους καθ' όλη την εξέλιξη της παραγωγικής διαδικασίας μπορούμε να γνωρίζουμε αν τα προϊόντα που παράγονται είναι συμμορφούμενα με τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί (δηλ. μη ελαττωματικά). Έτσι, τελικά επιτυγχάνεται η παραγωγή καλύτερης ποιότητας προϊόντων αφού μπορούμε να αντιληφθούμε έγκαιρα τα τυχόν προβλήματα που μπορεί να προκύψουν κατά τη διάρκεια της παραγωγικής διαδικασίας.

Η δειγματοληψία αποδοχής έχει ωστόσο πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα έναντι της ολικής επιθεώρησης, τα οποία και δίνονται παρακάτω:

Πλεονεκτήματα:

- 1) χαμηλό κόστος
- 2) απαιτείται λιγότερος χρόνος για τον έλεγχο της παρτίδας
- 3) υπάρχει μικρός αριθμός επιθεωρημένων μονάδων και συνεπώς περιορισμένος αριθμός μονάδων που καταστρέφονται λόγω κακής μεταχείρισης στη διάρκεια της επιθεώρησης.
- 4) ασχολείται μειωμένο προσωπικό με την επιθεώρηση των μονάδων

Μειονεκτήματα:

- 1) ύπαρξη κινδύνου να μη γίνει αποδεκτή μια παρτίδα υψηλής ποιότητας ή να γίνει αποδεκτή μια παρτίδα χαμηλής ποιότητας
- 2) ανάγκη καθορισμού κανόνων για την εφαρμογή της δειγματοληψίας αποδοχής
- 3) μειωμένη πληροφορία για την πραγματική ποιότητα της παρτίδας

1.2 Είδη δειγματοληψίας αποδοχής

Οι κατηγορίες που χωρίζονται τα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής ποικίλουν ανάλογα με το κριτήριο που επιλέγουμε να τα κατασκευάσουμε. Ο διαχωρισμός των κατηγοριών γίνεται με βάση τον τύπο του ελεγχόμενου χαρακτηριστικού ποιότητας. Οι βασικές κατηγορίες στις οποίες χωρίζονται τα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής είναι δύο.

Την πρώτη κατηγορία αποτελούν τα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής για ιδιότητες (*acceptance sampling by attributes*), ενώ τη δεύτερη κατηγορία τα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής για μεταβλητές (*acceptance sampling by variables*). Η χρήση της πρώτης κατηγορίας συνίσταται όταν έχουμε δύο αποτελέσματα για την επιθεώρηση (π.χ. pass/fail),

go/no-go. Γίνεται η επιθεώρηση των μονάδων που θα διαλέξουμε από την παρτίδα και μας ενδιαφέρει ο αριθμός των ελαττωματικών που θα προκύψουν.

Από την άλλη πλευρά, η δεύτερη κατηγορία σχεδίων χρησιμοποιείται όταν έχουμε μετρήσεις του χαρακτηριστικού ενδιαφέροντος σε συνεχή κλίμακα (π.χ. μήκος, βάρος, ύψος κ.τ.λ.) και κατατάσσουμε την κάθε μονάδα ανάλογα με την τιμή του χαρακτηριστικού, αν βρίσκεται εκτός ή εντός των προδιαγραφών που έχουν τεθεί. Στη συνέχεια υπολογίζουμε ένα στατιστικό μέτρο (π.χ. δειγματικός μέσος) και προχωράμε με την αξιολόγηση της παρτίδας. Επιπλέον ανάλυση για τις δύο αυτές κατηγορίες θα υπάρχει στα κεφάλαια που ακολουθούν.

Συγκεκριμένα στο κεφάλαιο 2 θα αναλύσουμε τα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής ιδιοτήτων, ενώ στο κεφάλαιο 3 τα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής μεταβλητών. Επίσης, ιδιαίτερα σημαντική για την παρούσα διπλωματική εργασία είναι η υλοποίηση των διαφορετικών μεθόδων δειγματοληψίας αποδοχής με χρήση της γλώσσας R και των διαθέσιμων πακέτων αυτής. Ειδικά για το λόγο αυτό υπάρχει το κεφάλαιο 4, με παράθεση των πακέτων που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό καθώς και ενδεικτικά παραδείγματα για τη χρήση τους. Επιπλέον, στο κεφάλαιο 5 επιχειρείται μια σύγκριση μεταξύ R και MINITAB, ως προς τις δυνατότητες που παρέχονται για την κατασκευή σχεδίων δειγματοληψίας αποδοχής. Τέλος, στο κεφάλαιο 6 συγκεντρώνονται τα συμπεράσματα της παρούσας διπλωματικής καθώς και προτάσεις για μελλοντική μελέτη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ ΑΠΟΔΟΧΗΣ ΓΙΑ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

2.1 Εισαγωγή στα δειγματοληπτικά σχέδια αποδοχής για ιδιότητες

Τα δειγματοληπτικά σχέδια για ιδιότητες είναι ευρύτατα διαδεδομένα στη βιομηχανία καθώς είναι εύκολη η εφαρμογή τους και κατανοητά στους εργαζόμενους που δεν έχουν τις απαραίτητες στατιστικές γνώσεις. Στα σχέδια αυτά επικεντρωνόμαστε στα χαρακτηριστικά διαλογής, δηλαδή χαρακτηριστικά τα οποία η παρουσία τους ή η απουσία τους καθορίζει αν θα απορρίψουμε ή όχι την παρτίδα. Ωστόσο ένα προϊόν δεν απορρίπτεται μόνο βάση αυτού ως ελαττωματικό, αλλά με το αν πληροί ή όχι ένα ευρύτερο πλαίσιο προδιαγραφών, καθώς σε περίπτωση που αλλάξει η επιθυμητή τιμή του χαρακτηριστικού (τιμή στόχος) αυτό μπορεί να γίνει αποδεκτό. Επιπλέον, μπορούμε να διακρίνουμε τα δειγματοληπτικά σχέδια για ιδιότητες σε τρεις κατηγορίες:

- 1) απλά σχέδια δειγματοληψίας όπου παίρνουμε πληροφορίες από ένα δείγμα για να λάβουμε απόφαση αν θα απορρίψουμε ή όχι την παρτίδα
- 2) διπλά σχέδια δειγματοληψίας στα οποία μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και δεύτερο δείγμα από την ίδια παρτίδα
- 3) πολλαπλά σχέδια δειγματοληψίας στα οποία μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και περισσότερα από δύο δείγματα από την ίδια παρτίδα

Πρακτικά, πέρα από την επιθεώρηση μιας παρτίδας προϊόντων θέλουμε να επιθεωρούμε περισσότερες παρτίδες για την καλύτερη παρακολούθηση της παραγωγικής διαδικασίας. Για το σκοπό αυτό έχουν δημιουργηθεί, όπως θα δούμε στη συνέχεια, διάφορα συστήματα δειγματοληψίας τα οποία ακολουθούν ορισμένους κανόνες. Το πιο διαδεδομένο από αυτά είναι το *MIL-STD 105E*. Τέλος θα αναλύσουμε την εφαρμογή προγράμματος επανορθωτικού ελέγχου. Περισσότερες πληροφορίες για τα δειγματοληπτικά σχέδια αποδοχής ιδιοτήτων θα βρείτε (Ταγαράς (2001), Αντζουλάκος (2009), Montgomery (2009), Shmueli (2016)).

2.2 Βασικές έννοιες και συμβολισμοί της δειγματοληψίας αποδοχής ιδιοτήτων

Στην ενότητα αυτή θα δοθούν βασικές έννοιες οι οποίες χρησιμοποιούνται στο κεφάλαιο 2. Ορισμένες από αυτές είναι η έννοια της παρτίδα, του δείγματος, του ποσοστού ελαττωματικών, του αποδεκτού επιπέδου ποιότητας, ο κίνδυνος του παραγωγού, ο κίνδυνος του καταναλωτή και το ανεκτό ποσοστό ελαττωματικών της παρτίδας. Αναλυτικά θα δώσουμε τους ορισμούς όλων αυτών των εννοιών ακολούθως:

- **Παρτίδα:** Η συλλογή των αντικειμένων για την οποία πρέπει να λάβουμε μια απόφαση περί της αποδοχής ή απόρριψης της. Επίσης το μέγεθος της παρτίδας θα συμβολίζεται με N .
- **Δείγμα:** Ως δείγμα θα ορίζεται το υποσύνολο των αντικειμένων από την παρτίδα, το οποίο λαμβάνεται με τυχαίο τρόπο και υπόκειται σε 100% επιθεώρηση. Το μέγεθος του δείγματος θα συμβολίζεται με n .
- **Ποσοστό ελαττωματικών:** Θα συμβολίζουμε το ποσοστό ελαττωματικών αντικειμένων στην παρτίδα με p . Το ποσοστό αυτό θα δίνεται σαν πιθανότητα ή αναλογία (*proportion defective*) αλλά θα ερμηνεύεται ωστόσο σαν ποσοστό (*percentage defective*).
- **Αποδεκτό Επίπεδο Ποιότητας:** Όταν η γραμμή παραγωγής επιτυγχάνει το βασικό στόχο ποιότητας αυτό καλείται αποδεκτό επίπεδο ποιότητας και συμβολίζεται με AQL (*Acceptable Quality Level*).
- **Ανεκτό Ποσοστό Ελαττωματικών της Παρτίδας:** Ο καταναλωτής ενδιαφέρεται η ποιότητα της κάθε παρτίδας ξεχωριστά σε ποσοστό ελαττωματικών να μην ξεπερνάει το ανεκτό ποσοστό ελαττωματικών. Ο συμβολισμός που χρησιμοποιείται γι' αυτό είναι $LTPD$ (*Lot Tolerance Percent Defective*).
- **Κίνδυνος Παραγωγού (*Producer's Risk*):** Είναι η πιθανότητα να απορρίψω μια παρτίδα με ποσοστό ελαττωματικών ίσο με AQL . Αυτό δηλαδή συνεπάγεται στην απόρριψη μιας καλής παρτίδας. Ο συμβολισμός που χρησιμοποιείται είναι το α .
- **Κίνδυνος Καταναλωτή (*Consumer's Risk*):** Είναι η πιθανότητα να αποδεχθώ μια παρτίδα με ποσοστό ελαττωματικών ίσο με $LTPD$. Δηλαδή ο καταναλωτής να παραλάβει μια κακή παρτίδα. Ο συμβολισμός που χρησιμοποιείται είναι το β .

2.3 Απλό Σχέδιο Δειγματοληψίας

Απλό σχέδιο δειγματοληψίας ονομάζουμε το σχέδιο εκείνο στο οποίο έχει χρησιμοποιηθεί μόνο ένα δείγμα μεγέθους n , από την παρτίδα συνολικού μεγέθους N , για να έχουμε τις απαραίτητες πληροφορίες που χρειάζονται. Για την κατασκευή ενός απλού σχεδίου δειγματοληψίας συλλέγουμε ένα τυχαίο δείγμα και επιδιώκουμε να εντοπίσουμε τα ελαττωματικά αντικείμενα αυτού του δείγματος.

Έστω, X_i τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) με $X_i \in \{0,1\}$. Η X_i αποτελεί μια δίτιμη τ.μ. που χαρακτηρίζει το προϊόν ως ελαττωματικό ($X_i=1$) ή μη-ελαττωματικό ($X_i=0$).

Ως κριτήριο αποδοχής της παρτίδας είναι να παρατηρήσω το πολύ c ελαττωματικά αντικείμενα στο δείγμα. Επομένως, μια παρτίδα γίνεται αποδεκτή όταν ισχύει $\sum_{i=1}^N X_i \leq c$ και σε αντίθετη περίπτωση απορρίπτεται. Έτσι λοιπόν, δημιουργήσαμε ένα απλό σχέδιο δειγματοληψίας ($N;n;c$) με δεδομένες ποσότητες N, n, c οι οποίες θα ικανοποιούν τη σχέση $0 \leq c < n \leq N$.

Η πιθανότητα να αποδεχτούμε μια παρτίδα σχετίζεται άμεσα με τον αριθμό των ελαττωματικών της παρτίδας ή το ποσοστό των ελαττωματικών της παρτίδας

$$p = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \quad (2.1)$$

Οι μεγάλες τιμές του p δηλώνουν ότι η παρτίδα περιέχει μεγάλο ποσοστό ελαττωματικών και θα πρέπει η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας, συμβολίζεται με $L(p)$, να είναι μικρή.

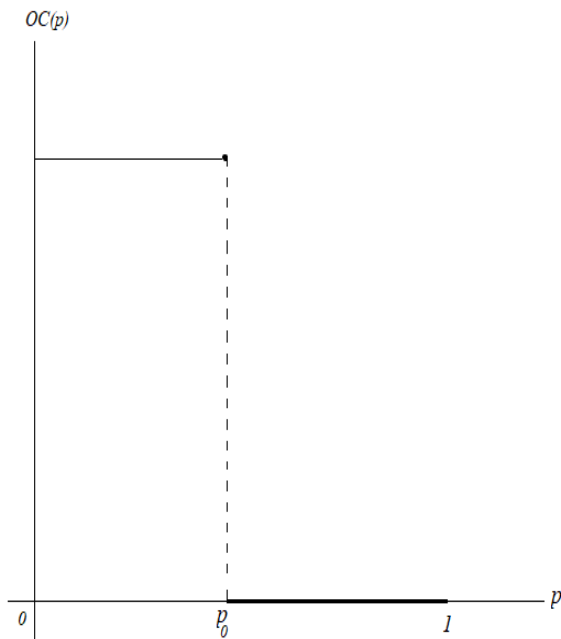
Η γραφική παράσταση της πιθανότητας αποδοχής δίνει την χαρακτηριστική καμπύλη (operating characteristic curve, OC curve) για την οποία ισχύει

$$OC(p) = L(p) = P(\sum_{i=1}^N X_i \leq c | p) \quad (2.2)$$

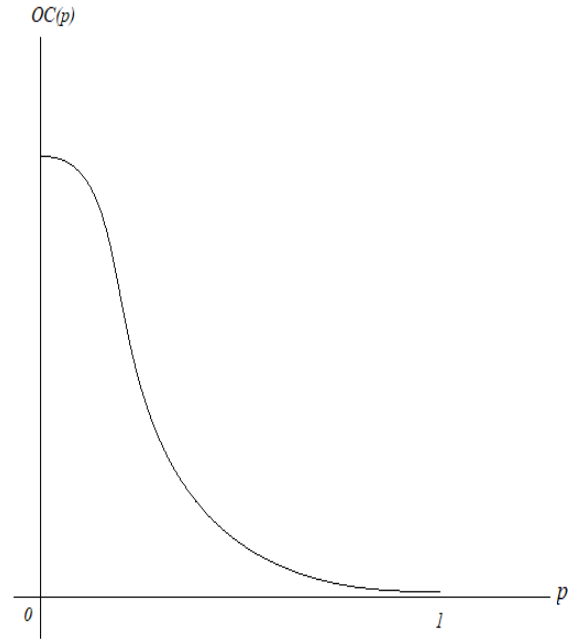
Αυτή η καμπύλη, είναι μια γραφική αναπαράσταση της πιθανότητας αποδοχής της παρτίδας ως συνάρτηση του ποσοστού των ελαττωματικών της παρτίδας. Η χαρακτηριστική καμπύλη περιέχει όλες τις πληροφορίες που χρειάζονται για την ανάλυση ενός απλού δειγματοληπτικού σχεδίου, καθώς είναι και ένα μέτρο (ή μέσο) το οποίο βοηθάει στη σύγκριση μεταξύ διαφορετικών σχεδίων. Ο υπολογισμός της $OC(p)$ εξαρτάται από την κατανομή που ακολουθεί η τ.μ. X_i . Ιδανικά, για την γραφική παράσταση της χαρακτηριστικής καμπύλης θα θέλαμε να έχουμε το Σχήμα 2.1. Σύμφωνα με αυτό, οι παρτίδες με ποιότητα μικρότερη ή ίση του p_0 έχουν πιθανότητα αποδοχής 1, ενώ παρτίδες με ποιότητα μεγαλύτερη του p_0 (π.χ. $p_0 = AQL$) έχουν πιθανότητα αποδοχής 0 αφού η ποιότητα αυτών είναι χαμηλή.

Πρακτικά, αυτό το σχήμα δεν μπορεί να κατασκευαστεί. Γι' αυτό το λόγο δημιουργούμε μια ομαλή φθίνουσα καμπύλη όπου το p μπορεί να πάρει τιμές στο διάστημα $[0,1]$ και αυτή η

χαρακτηριστική καμπύλη δίνεται στο Σχήμα 2.2. Για την καμπύλη στο Σχήμα 2.2 είναι επιθυμητό όσο γίνεται να είναι πιο απότομη η κλίση της για να έχει μεγάλη διαχωριστική ικανότητα η καμπύλη $OC(p)$. Με τον όρο διαχωριστική ικανότητα εννοούμε ότι είναι ευκολότερη η διάκριση μεταξύ μιας καλής και μιας ελαττωματικής παρτίδας.



Σχήμα 2.1: Ιδανική χαρακτηριστική καμπύλη



Σχήμα 2.2: Τυπική χαρακτηριστική καμπύλη

Ωστόσο, για τον σχεδιασμό των χαρακτηριστικών καμπυλών θα πρέπει να γνωρίζουμε την κατανομή της τυχαίας μεταβλητής $D = \sum_{i=1}^n X_i$, δηλαδή του πλήθους των ελαττωματικών στο δείγμα. Οι πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες κατανομές για τη μοντελοποίηση του πλήθους των ελαττωματικών αντικειμένων στο δείγμα είναι η διωνυμική, η υπεργεωμετρική και η Poisson.

2.3.1 Κατανομές-Χαρακτηριστική Καμπύλη

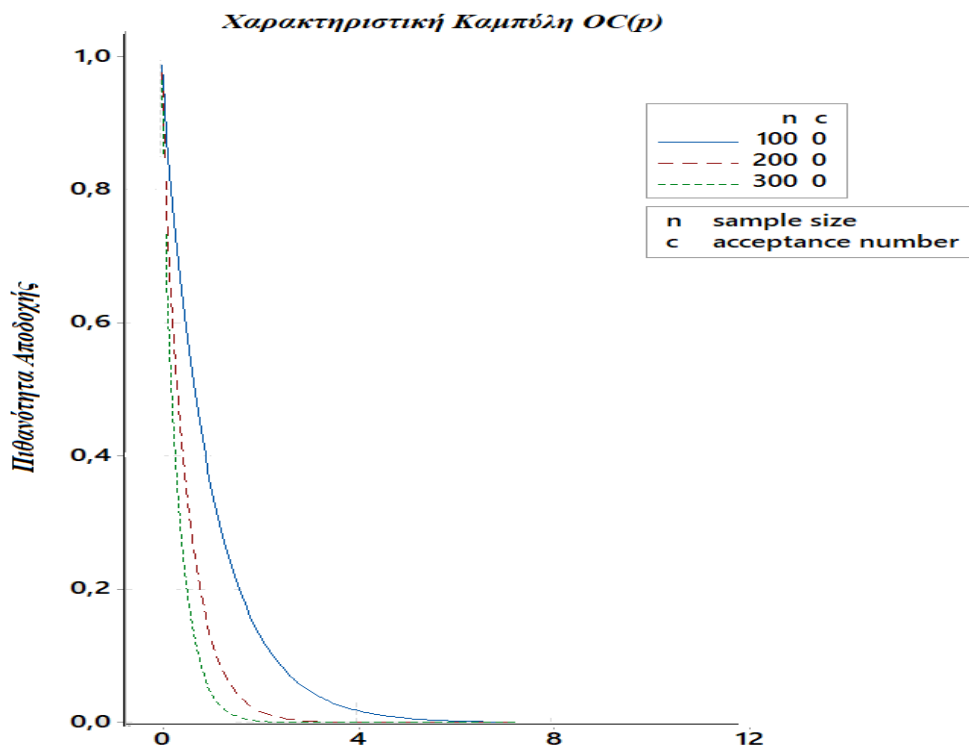
2.3.1.1 Υπεργεωμετρική Χαρακτηριστική Καμπύλη

Όταν επιλέγουμε ένα τυχαίο δείγμα n από μια παρτίδα μεγέθους N και αυτό συμβεί χωρίς επανάθεση, τότε η τ.μ. D ακολουθεί την υπεργεωμετρική κατανομή $h(p, n, N)$ και έτσι η πιθανότητα αποδοχής θα δίνεται από τον τύπο:

$$OC(p) = P(D \leq c | p, n, N) = \sum_{d=0}^c \frac{\binom{Np}{d} \binom{N-Np}{n-d}}{\binom{N}{n}} \quad (2.3)$$

Στη συνέχεια μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι αν μεταβάλουμε τις τιμές των N , n , c θα δούμε πως ανάλογα επηρεάζεται και η χαρακτηριστική καμπύλη $OC(p)$. Αν για παράδειγμα

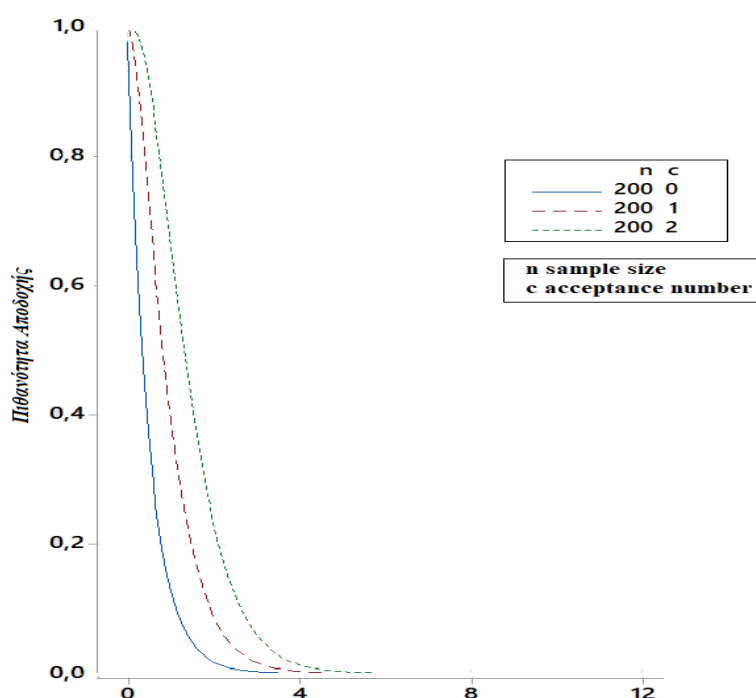
μείνει σταθερό το N και c και αυξήσουμε το n , δηλαδή το μέγεθος του δείγματος που θα λάβουμε από την παρτίδα, τότε θα αυξηθεί η διαχωριστική ικανότητα του σχεδίου και η χαρακτηριστική καμπύλη θα γίνει πιο απότομη. Επίσης, καθώς το n αυξάνει, για δεδομένο ποσοστό ελαττωματικών στην παρτίδα, η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας μειώνεται.



Σχήμα 2.3 : Χαρακτηριστική Καμπύλη για μεταβαλλόμενο μέγεθος δείγματος n

Επίσης για να ελέγξουμε πως επηρεάζει το c την χαρακτηριστική καμπύλη, κρατάμε σταθερά τα N και n , αλλά αυξάνουμε το c . Αυτό λοιπόν που παρατηρείται είναι ότι η διαχωριστική ικανότητα της καμπύλης μεγαλώνει όταν το c μειώνεται. Επίσης, καθώς το c μειώνεται, για δεδομένο ποσοστό ελαττωματικών στην παρτίδα, η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας μειώνεται.

Χαρακτηριστική Καμπύλη $OC(p)$



Σχήμα 2.4 : Χαρακτηριστική Καμπύλη για μεταβαλλόμενο αριθμό αποδοχής c

2.3.1.2 Διωνυμική Χαρακτηριστική Καμπύλη

Όταν επιλέγουμε ένα τυχαίο δείγμα n από μια παρτίδα μεγέθους N και αυτό συμβεί με επανάθεση τότε η τ.μ. D ακολουθεί την διωνυμική κατανομή $B(n,p)$ και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας δίνεται από τον τύπο :

$$OC(p) = P(D \leq c) = \sum_{d=0}^c \binom{n}{d} p^d (1-p)^{n-d} \quad (2.4)$$

Επίσης, αν η δειγματοληψία γίνει χωρίς επανάθεση αλλά το n είναι πολύ μικρό σε σχέση με το N μπορεί να χρησιμοποιηθεί η διωνυμική χαρακτηριστική καμπύλη. Για την ειδική περίπτωση όπου ισχύουν τα ακόλουθα $0.1 < p < 0.9$, $n > 10$ και $n/N < 0.1$ είναι δυνατή η χρήση της προσέγγισης της υπεργεωμετρικής κατανομής από τη διωνυμική

2.3.1.3 Poisson Χαρακτηριστική Καμπύλη

Η τ.μ. D ακολουθεί την κατανομή Poisson, όταν δίνουμε μεγαλύτερη βαρύτητα στον αριθμό των ελαττωμάτων που παρουσιάζουν οι μονάδες της παρτίδας και όχι τόσο στο να χαρακτηρίσω την κάθε μονάδα ως ελαττωματική ή μη. Η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας θα δίνεται από τον παρακάτω τύπο, εφόσον $D \sim P(np)$:

$$OC(p) = P(D \leq c | np) = \sum_{d=0}^c e^{-np} \frac{(np)^d}{d!}, \quad np \geq 0 \quad (2.5)$$

Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι αν το $n \rightarrow \infty$ και $p \rightarrow 0$, έτσι ώστε $np \rightarrow \lambda > 0$, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση της διωνυμικής κατανομής από την κατανομή Poisson, για τον υπολογισμό της πιθανότητας αποδοχής της παρτίδας.

2.4 Κίνδυνος Παραγωγού και Κίνδυνος Καταναλωτή

Όπως έχουμε ορίσει τον κίνδυνο του παραγωγού, είναι η πιθανότητα να απορρίψω μια παρτίδα με ποσοστό ελαττωματικών ίσο με AQL και συμβολίζεται με α . Η ποσότητα AQL έχει σχέση με την παραγωγική διεργασία και όχι με το σχέδιο δειγματοληψίας. Είναι το μέγιστο ποσοστό ελαττωματικών στο δείγμα που θεωρείται ανεχτό ώστε η παρτίδα προϊόντων να έχει μια μέση επιθυμητή ποιότητα.

Επομένως έχω τον τύπο υπολογισμού του α :

$$\alpha = 1 - OC(AQL) \quad (2.6)$$

ή διαφορετικά αν θέσω ως πιθανότητα $p_1 = AQL$ τότε θα έχω:

$$\alpha = 1 - OC(p_1) \quad (2.7)$$

και έτσι η πιθανότητα να απορρίψω μια παρτίδα μικρότερης ποιότητας από p_1 ($p < p_1$) είναι μεγαλύτερη:

$$p < p_1 \Rightarrow L(p) \geq L(p_1) \Rightarrow 1 - L(p) \leq 1 - L(p_1) = \alpha \quad (2.8)$$

Αντίθετα, ο κίνδυνος του καταναλωτή είναι η πιθανότητα να αποδεχθώ μια παρτίδα με ποσοστό ελαττωματικών ίσο με $LTPD$ και ο συμβολισμός του είναι β . Το $LTPD$, δηλαδή το ανεκτό ποσοστό ελαττωματικών, αναφέρεται και ως απορριπτέα στάθμη ποιότητας (*Rejectable Quality Level, RQL*).

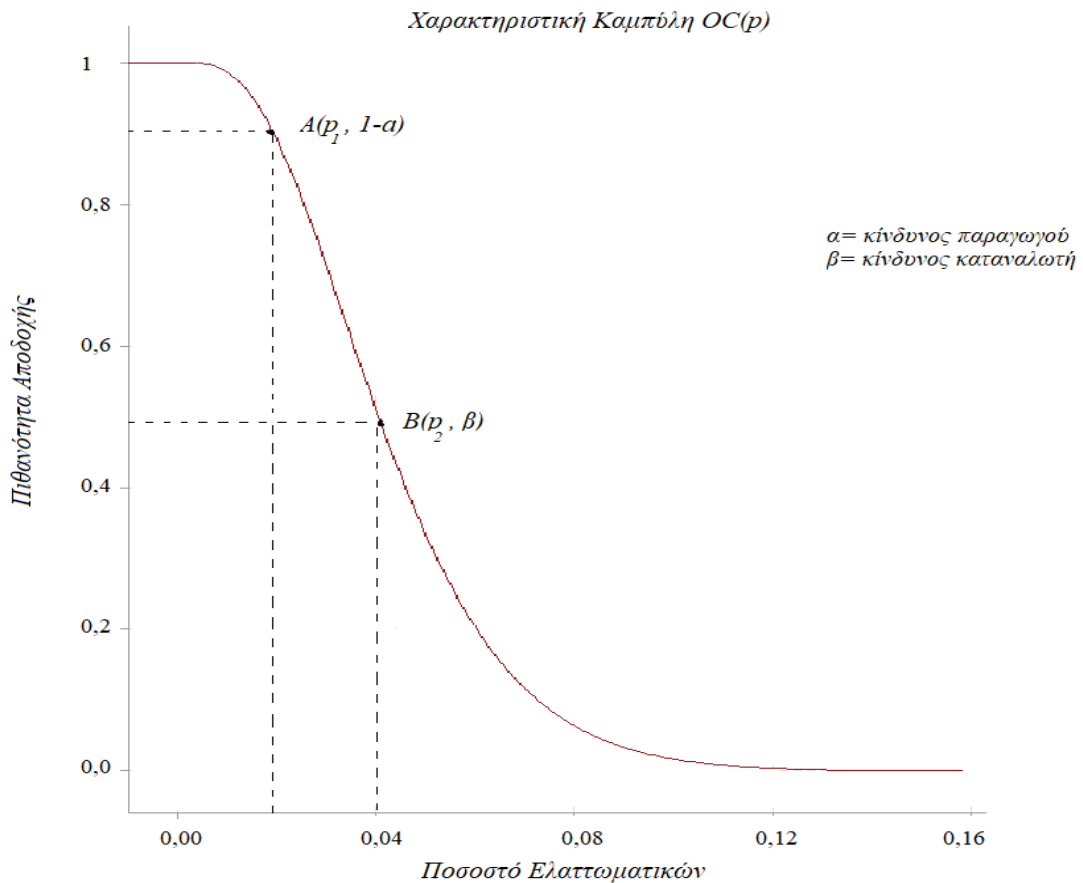
Επομένως ο κίνδυνος του καταναλωτή β θα οριστεί από τον τύπο:

$$\beta = L(LTPD) \quad (2.9)$$

αν θέσω την ποσότητα $LTPD = p_2$ η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας ποιότητας $p > p_2$ είναι μικρότερη του β , αφού θα ισχύει

$$p > p_2 \Rightarrow OC(p) \leq OC(p_2) = \beta \quad (2.10)$$

Έτσι, για να κατασκευάσουμε ένα απλό σχέδιο δειγματοληψίας, απαιτούμε η χαρακτηριστική καμπύλη να διέρχεται από τα σημεία $(AQL, 1-\alpha)$ και $(LTPD, \beta)$. Στο διάγραμμα που ακολουθεί παρατηρούμε την χαρακτηριστική καμπύλη του απλού δειγματικού σχεδίου (5.000;90;3).



Σχήμα 2.5: Κίνδυνος παραγωγού και καταναλωτή για το σχέδιο (5.000,90,3) με $p_1=AQL=0,02$ και $p_2=LTPD=0,04$

Παράλληλα, δίνεται η δυνατότητα κρατώντας σταθερό τον κίνδυνο του παραγωγού ή τον κίνδυνο του καταναλωτή να καθορίζουμε τις παραμέτρους του απλού δειγματικού σχεδίου n , c .

2.5 Υλοποίηση Απλού Δειγματοληπτικού Σχεδίου

2.5.1 Χρήση Υπεργεωμετρικής Χαρακτηριστικής Καμπύλης

Για την υλοποίηση ενός τέτοιου σχεδίου πρώτη προϋπόθεση που θα θέσουμε είναι, η υπεργεωμετρική χαρακτηριστική καμπύλη να επαληθεύει δύο σημεία τα οποία συνήθως είναι τα $(AQL, 1-\alpha)=(p_1, 1-\alpha)$ και $(LTPD, \beta)=(p_2, \beta)$. Οι σχέσεις οι οποίες πρέπει να ισχύουν είναι επομένως

$$OC(p_1) = \sum_{d=0}^c \frac{\binom{Np}{d} \binom{N-Np}{n-d}}{\binom{N}{n}} = 1-\alpha \quad (2.11)$$

και

$$OC(p_2) = \sum_{d=0}^c \frac{\binom{Np}{d} \binom{N-Np}{n-d}}{\binom{N}{n}} = \beta \quad (2.12)$$

με $(p_1 < p_2)$. Ως άγνωστες τιμές λαμβάνουμε τα n και c , ενώ ως γνωστή τιμή θεωρείται το N . Λύνοντας το παραπάνω σύστημα των δύο εξισώσεων δεχόμαστε ως λύσεις των n και c τις ακέραιες τιμές αυτών και ικανοποιείται το σύστημα των ανισώσεων

$$OC(p_1) \geq 1 - \alpha \quad (2.13)$$

και

$$OC(p_2) \leq \beta \quad (2.14)$$

Γίνεται αντιληπτό από τα παραπάνω ότι δεν μπορούμε να ξεπεράσουμε τους κινδύνους παραγωγού και καταναλωτή. Η πιθανότητα απόρριψης της παρτίδας, p_1 είναι μικρότερη ή ίση με α ενώ η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας, p_2 είναι μικρότερη ή ίση με β .

Για να καταλήξουμε στο βέλτιστο σχέδιο δειγματοληψίας έχει δημιουργηθεί ο ακόλουθος αλγόριθμος ο οποίος χρησιμοποιείται και στις τρεις περιπτώσεις κατανομών:

Βήμα 1^ο: Επιλέγω ως αρχικές τιμές τις $c=0$ και $n=1$. Ελέγχω αν ικανοποιείται η συνθήκη $OC(p_2) \leq \beta$.

Βήμα 2^ο: Αν δεν ικανοποιείται τότε αυξάνω το n , $n=2$ και ελέγχω εκ νέου τη συνθήκη.

Βήμα 3^ο: Όταν η συνθήκη ικανοποιηθεί, έστω για $n^* \geq 1$ και $c=0$, εξετάζω αν ισχύει η συνθήκη $OC(p_1) \geq 1 - \alpha$. Αν ικανοποιείται η συνθήκη σταματάω και το βέλτιστο σχέδιο είναι $(N, n^*, 0)$.

Βήμα 4^ο: Αν η συνθήκη δεν ικανοποιείται τότε ακολουθώ την ίδια διαδικασία για $c=1$ και $n=1$.

2.5.2 Χρήση Διωνυμικής Χαρακτηριστικής Καμπύλης

Για την υλοποίηση ενός απλού σχεδίου δειγματοληψίας χρησιμοποιώντας διωνυμική χαρακτηριστική καμπύλη θα πρέπει να ελέγχουμε αν ισχύουν οι παρακάτω ανισότητες

$$OC(p_1) = P(D \leq c) = \sum_{d=0}^c \binom{n}{d} p_1^d (1 - p_1)^{n-d} \geq 1 - \alpha \quad (2.15)$$

και

$$OC(p_2) = P(D \leq c) = \sum_{d=0}^c \binom{n}{d} p_2^d (1 - p_2)^{n-d} \leq \beta \quad (2.16)$$

Έχοντας ως δεδομένο ότι η $D \sim B(n, p)$ και χρησιμοποιώντας την προσέγγιση της διωνυμικής κατανομής από την κανονική κατανομή, καταλήγουμε στους παρακάτω τύπους για τον υπολογισμό των n και c (για λεπτομέρειες, δείτε Shmueli (2016))

$$OC(p_1) \cong P\left(Z \leq \frac{c+0.5-np_1}{\sqrt{np_1(1-p_1)}}\right) \geq 1 - \alpha \Leftrightarrow Z_{\alpha} \leq \frac{c+0.5-np_1}{\sqrt{np_1(1-p_1)}} \quad (2.17)$$

και

$$OC(p_2) \cong P\left(Z \frac{c+0.5-np_2}{\sqrt{np_2(1-p_2)}}\right) \leq \beta \Leftrightarrow Z_{1-\beta} \geq \frac{c+0.5-np_2}{\sqrt{np_2(1-p_2)}} \quad (2.18)$$

Επομένως μετά από πράξεις προκύπτει

$$\sqrt{n} \geq \frac{Z_{\alpha}\sqrt{p_1(1-p_1)} + Z_{\beta}\sqrt{p_2(1-p_2)}}{p_1 - p_2} \quad (2.19)$$

και

$$c \geq Z_{\alpha}\sqrt{np_1(1-p_1)} - 0,5 + np_1 \quad (2.20)$$

Για την εύρεση των n , c εφαρμόζω τους τύπους (2.19) και (2.20) και ελέγγω αν ικανοποιούνται οι σχέσεις (2.17) και (2.18). Αν δεν ικανοποιούνται, τότε αυξάνω το n σε $(n+1)$ και ακολουθώ την ίδια διαδικασία.

2.5.3 Χρήση Poisson Χαρακτηριστικής Καμπύλης

Με την εφαρμογή της Poisson χαρακτηριστικής καμπύλης επιθυμούμε να ισχύουν οι ανισότητες

$$OC(p_1) = P(D \leq c | np_1) = \sum_{d=0}^c e^{-np_1} \frac{(np_1)^d}{d!} \geq 1 - \alpha \quad (2.21)$$

$$OC(p_2) = P(D \leq c | np_2) = \sum_{d=0}^c e^{-np_2} \frac{(np_2)^d}{d!} \leq \beta \quad (2.22)$$

και κάνοντας χρήση της ταυτότητας (δείτε Johnson et al. (1993))

$$\sum_{d=0}^c e^{-\lambda} \frac{\lambda^d}{d!} = \int_{\lambda}^{\infty} e^{-y} \frac{y^c}{c!} dy = P(x_{2(c+1)}^2 > 2\lambda) \quad (2.23)$$

όπου $x_{2(c+1)}^2$ είναι η τ.μ. η οποία ακολουθεί τη χι-τετράγωνο κατανομή με $2(c+1)$ β.ε., ισχύει ότι

$$P(x_{2(c+1)}^2 > 2np_1) \geq 1 - \alpha$$

και

$$P(x_{2(c+1)}^2 > x_{2(c+1), 1-\alpha}^2) = 1 - \alpha \quad (2.24)$$

Επίσης,

$$P(x_{2(c+1)}^2 > 2np_2) \leq \beta$$

και

$$P(x_{2(c+1)}^2 > x_{2(c+1),\beta}^2) = \beta \quad (2.25)$$

επομένως

$$P(x_{2(c+1)}^2 > 2np_1) \geq P(x_{2(c+1)}^2 > x_{2(c+1),1-a}^2)$$

και άρα

$$2np_1 \leq x_{2(c+1),1-a}^2 \quad (2.26)$$

Με ανάλογο τρόπο, έπεται ότι

$$P(x_{2(c+1)}^2 > 2np_2) \leq P(x_{2(c+1)}^2 > x_{2(c+1),\beta}^2)$$

και άρα

$$2np_2 \leq x_{2(c+1),\beta}^2 \quad (2.27)$$

Τελικά, με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2.26) και (2.27) έχουμε ότι

$$\frac{p_1}{p_2} \leq \frac{x_{2(c+1),1-a}^2}{x_{2(c+1),\beta}^2} \quad (2.28)$$

Για την εύρεση των n , c η διαδικασία που ακολουθείται είναι να επιλέξουμε το c εκείνο που ικανοποιεί την σχέση (2.28) και στη συνέχεια να βρούμε το n μέσω των σχέσεων (2.26) και (2.27).

2.6 Σχέδιο Δειγματοληψίας για Μηδέν Ελαττωματικά

Όταν αναφερόμαστε σε ένα τέτοιο δειγματοληπτικό σχέδιο, εννοούμε πως το πλήθος των ελαττωματικών αντικειμένων c που πρέπει να έχει η παρτίδα ώστε να την αποδεχτούμε πρέπει να είναι μηδενικό ($c=0$). Σε αντίθετη περίπτωση η παρτίδα απορρίπτεται. Συνήθως χρησιμοποιούνται τέτοια δειγματοληπτικά σχέδια όταν υπάρχει η απαίτηση υψηλής ποιότητας προϊόντων από των καταναλωτή, για παράδειγμα στις βιομηχανίες φαρμάκων, στις κατασκευαστικές βιομηχανίες κ.τ.λ. Δεν εφαρμόζεται συνήθως σε πιο συνηθισμένες παραγωγικές διαδικασίες καθώς είναι ασύμφορη για τον παραγωγό αφού αυξάνεται η πιθανότητα απόρριψης των παρτίδων σε μεγάλο ποσοστό. Ωστόσο, δεν επιτυγχάνεται τελικά η προστασία του καταναλωτή όταν γίνεται χρήση αυτών των σχεδίων έναντι ενός σχεδίου $c>0$ επειδή η διαχωριστική τους ικανότητα είναι μικρή. Πιο συγκεκριμένα αυτό ισχύει γιατί απαιτείται μικρότερος αριθμός δείγματος n και γι' αυτό είναι μεγαλύτερο το σφάλμα του παραγωγού σε σχέση με κάποιο άλλο δειγματικό σχέδιο που ικανοποιεί το ίδιο κριτήριο για το AQL με $c>0$.

2.7 Διπλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Ιδιοτήτων

Διπλά δειγματοληπτικά σχέδια είναι εκείνα για τα οποία χρησιμοποιούμε δύο δείγματα μεγέθους n_1 και n_2 για την κατασκευή τους, καθώς επίσης δύο αριθμούς αποδοχής c_1 και c_2 και δύο αριθμούς απόρριψης r_1 και r_2 . Στην πράξη πολλές φορές χρησιμοποιούμε δείγματα ίδιου μεγέθους $n_1=n_2$. Το κυριότερο πλεονέκτημα που παρουσιάζει ένα διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο, σε αντίθεση με ένα απλό είναι ότι χρησιμοποιεί (κατά μέσο όρο) μικρότερο συνολικό αριθμό επιθεωρημένων μονάδων και έτσι επιτυγχάνεται μικρότερο κόστος. Από την άλλη πλευρά, μειονέκτημα μπορεί να αποτελέσει η διαδικασία συλλογής του δείγματος γιατί είναι χρονοβόρα αφού θα απαιτηθεί περισσότερος χρόνος από ότι σε ένα απλό σχέδιο.

2.7.1 Διαδικασία Κατασκευής Διπλού Δειγματοληπτικού Σχεδίου

Όπως προαναφέρθηκε στα διπλά δειγματοληπτικά σχέδια λαμβάνεται και ένα δεύτερο δείγμα από την παρτίδα, μεγέθους n_2 , όταν δεν έχουμε οδηγηθεί σε αποτέλεσμα αποδοχής ή απόρριψης από το πρώτο δείγμα μεγέθους n_1 . Η διαδικασία κατασκευής που ακολουθείται περιγράφεται αναλυτικά σε βήματα:

Βήμα 1: Λαμβάνουμε δείγμα μεγέθους n_1 από την παρτίδα μεγέθους N .

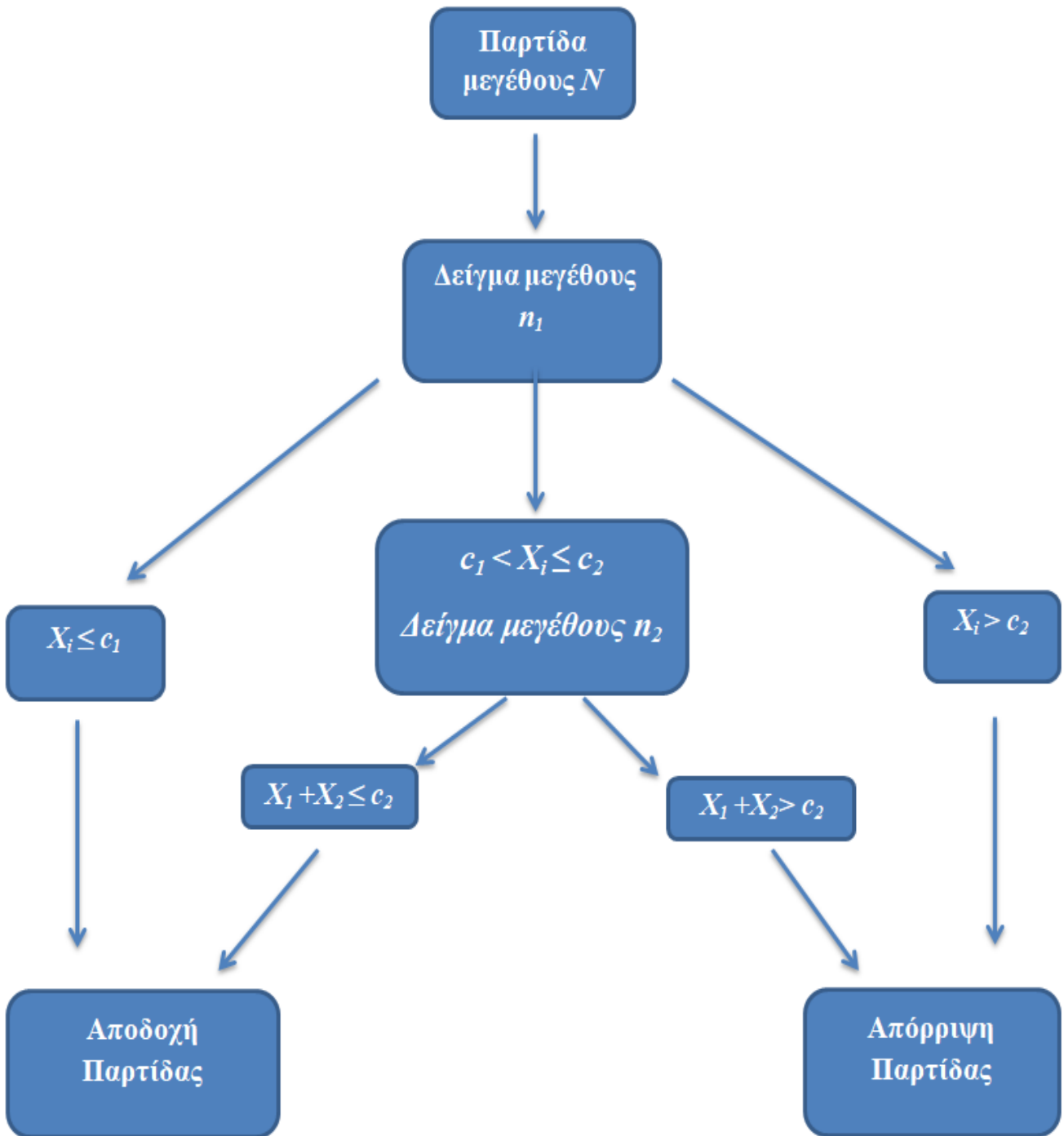
Βήμα 2: Συγκρίνω τον αριθμό X_1 των ελαττωματικών αντικειμένων στο δείγμα με τον αριθμό αποδοχής c_1 και τον αριθμό απόρριψης r_1 .

Βήμα 3: Αν $X_1 \leq c_1$, τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή. Αν $X_1 \geq r_1$, τότε η παρτίδα απορρίπτεται. Διαφορετικά, λαμβάνω δεύτερο δείγμα από την παρτίδα, το οποίο έχει μέγεθος n_2 .

Βήμα 4: Συγκρίνω το συνολικό αριθμό ελαττωματικών X_1+X_2 από τα δύο δείγματα με τον αριθμό αποδοχής c_2 .

Βήμα 5: Αν $X_1+X_2 \leq c_2$, τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή. Διαφορετικά, απορρίπτεται.

Σχεδιάγραμμα Διπλού Σχεδίου Δειγματοληψίας



Σχήμα 2.6: Διαδικασία Κατασκευής Διπλού Σχεδίου Δειγματοληψίας

Η πιθανότητα αποδοχής για ένα διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο είναι το άθροισμα των πιθανοτήτων αποδοχής του πρώτου δείγματος και του δεύτερου δείγματος. Έτσι προκύπτει ο τύπος για την χαρακτηριστική καμπύλη OC:

$$OC(p) = P(X_1 \leq c_1) + P(r_1 < X_1 < c_1 \cap X_1 + X_2 \leq c_2) \quad (2.29)$$

όπου για το πρώτο δείγμα ισχύει:

$$P(X_1 \leq c_1) = \sum_{X_1=0}^{c_1} \frac{n_1!}{X_1!(n_1 - X_1)!} p^{X_1} (1 - p)^{n_1 - X_1} \quad (2.30)$$

και για το δεύτερο δείγμα:

$$P(r_1 < X_1 < c_1 \cap X_1 + X_2 \leq c_2) = \sum_{i=r_1+1}^{c_1-1} P(X_1 = i) P(X_2 \leq c_2 - i) \quad (2.31)$$

2.7.2 Αναμενόμενος Αριθμός Επιθεωρούμενων Μονάδων (*Average Sample Number, ASN*)

Σε ένα σχέδιο διπλής δειγματοληψίας όταν αναφερόμαστε στο μέγεθος του δείγματος που λαμβάνουμε πρέπει να σκεφτόμαστε αν πάρουμε ή όχι δεύτερο δείγμα από τις υπάρχουσες παρτίδες. Έτσι ο αναμενόμενος αριθμός επιθεωρούμενων μονάδων δίνεται από τον τύπο:

$$ASN(p) = n_1 + n_2 P(r_1 < X_1 < c_1) \quad (2.32)$$

Για παράδειγμα, όταν δοθεί η τιμή $ASN(0,01) = 57$ γνωρίζουμε ότι αν η ποιότητα του προμηθευτή είναι 1%, με εφαρμογή διπλού σχεδίου δειγματοληψίας θα πρέπει να επιθεωρηθούν κατά μέσο όρο 57 μονάδες από κάθε παρτίδα.

Εφαρμόζοντας ένα απλό και ένα διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο θα επιλέξουμε εκείνο από τα δύο που έχει το μικρότερο ASN. Στο απλό δειγματοληπτικό σχέδιο το ASN είναι το μέγεθος του δείγματος n_1 . Είναι σημαντικό να δίνουμε προσοχή τότε θα εφαρμόζουμε απλή ή διπλή δειγματοληψία καθώς δεν θέλουμε να βγούμε ζημιωμένοι από τον έλεγχο της παραγωγικής διαδικασίας. Αν έχουμε στη διάθεσή μας παρτίδες υψηλής ποιότητας τότε θα εφαρμόζουμε συνήθως απλή δειγματοληψία καθώς η παρτίδα θα γίνεται αποδεκτή χρησιμοποιώντας μόνο ένα δείγμα. Το αντίθετο θα συμβαίνει με παρτίδες κακής ποιότητας. Στην περίπτωση μιας μέσης κατάστασης ποιότητας θα λάβουμε και δεύτερο δείγμα.

2.8 Πολλαπλό Σχέδιο Δειγματοληψίας

Τα πολλαπλά δειγματοληπτικά σχέδια (*multiple sampling plans*) δεν διαφέρουν κατά πολύ από τα διπλά δειγματοληπτικά σχέδια που αναπτύξαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Σε αυτή την κατηγορία σχεδίων γίνεται χρήση παραπάνω των δύο δειγμάτων. Αποτελεί μια δύσκολη κατηγορία σχεδίων για εφαρμογή, καθώς είναι πιο περίπλοκα και από τα διπλά σχέδια. Ως πλεονέκτημα αυτά τα σχέδια έχουν ότι το μέγεθος του δείγματος που χρησιμοποιούν σε κάθε στάδιο είναι μικρότερο συνήθως σε σχέση με την απλή και διπλή δειγματοληψία. Για την κατασκευή ενός τέτοιου σχεδίου πρέπει να ακολουθηθεί η διαδικασία που αναλύεται στη συνέχεια σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα (δείτε Αντζουλάκος (2009)):

Πίνακας 2.1: Διαδικασία Κατασκευής Πολλαπλού Σχεδίου Δειγματοληψίας

Δείγμα	Μέγεθος Δείγματος	Απόφαση		
		Συνολικό μέγεθος	Αριθμός αποδοχής	Αριθμός απόρριψης
1	n_1	n_1	c_1	r_1
2	n_2	$n_1 + n_2$	c_2	r_2
3	n_3	$n_1 + n_2 + n_3$	c_3	r_3
.
.
.
k	n_k	$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$	c_k	r_k

Όταν ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων είναι μικρότερος ή ίσος με τον αριθμό αποδοχής c_1 , η παρτίδα γίνεται αποδεκτή. Όταν ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων είναι ίσος ή μεγαλύτερος από τον αριθμό απόρριψης, η παρτίδα απορρίπτεται. Διαφορετικά λαμβάνουμε επόμενο δείγμα. Η κατασκευή καμπυλών OC για πολλαπλό σχέδιο είναι παρόμοια με αυτή που χρησιμοποιείται στη διπλή δειγματοληψία.

Τέλος, αν για παράδειγμα θέλουμε να κατασκευάσουμε ένα τριπλό σχέδιο δειγματοληψίας για τον έλεγχο των παρτίδων, οι κανόνες αποδοχής/απόρριψης σε κάθε στάδιο, έχουν ως εξής:

- Αποδοχή κατά τη λήψη του 1^{ου} δείγματος αν $X_{n_1} \leq c_1$, όπου X_{n_1} είναι ο αριθμός των ελαττωματικών αντικειμένων στο 1^ο δείγμα.
- Αν $c_1 < X_{n_1} < r_1$ τότε λαμβάνεται και 2^ο δείγμα από την παρτίδα (μεγέθους n_2) και γίνεται αποδεκτή αν $X_{n_1+n_2} \leq c_2$, όπου $X_{n_1+n_2}$ είναι ο συνολικός αριθμός ελαττωματικών αντικειμένων στο 1^ο και στο 2^ο δείγμα μαζί.
- Αν $c_1 < X_{n_1} < r_1$ και $c_2 < X_{n_1+n_2} < r_2$, τότε λαμβάνεται 3^ο δείγμα από την παρτίδα (μεγέθους n_3) και η παρτίδα γίνεται αποδεκτή αν $X_{n_1+n_2+n_3} \leq c_3$. Διαφορετικά απορρίπτεται.

2.9 Σύστημα Δειγματοληψίας MILITARY STANDARD 105E

Μετά το τέλος του Β' Παγκοσμίου Πολέμου και συγκεκριμένα το 1950, δημιουργήθηκε στο Πανεπιστήμιο Columbia το σύστημα Military Standard για τις ανάγκες των αμερικανικών ενόπλων δυνάμεων. Αποτελεί το πιο διαδεδομένο δειγματοληπτικό σχέδιο για ιδιότητες και ως στόχο έχει την επιθεώρηση μιας σειράς παρτίδων και όχι μιας μεμονωμένης παρτίδας. Η βελτιωμένη έκδοση που χρησιμοποιείται από το 1989 για στρατιωτικές ανάγκες είναι η *MIL-STD 105E*. Αντίστοιχα ο Παγκόσμιος Οργανισμός Τυποποίησης προτείνει σε εταιρίες και οργανισμούς την χρήση του δειγματοληπτικού σχεδίου *ANSI/ASQC Z1.4*, γνωστό με το όνομα *ISO 2859* για πιστοποίηση παραγόμενων προϊόντων.

Μέσα από αυτό το δειγματοληπτικό σχέδιο έχουμε θέσει ως στόχο την επιθεώρηση μιας ακολουθίας παρτίδων και για την εφαρμογή του χρειάζονται μια σειρά από πληροφορίες. Το μέγεθος της παρτίδας N καθώς και το *AQL* (αποδεκτό επίπεδο ποιότητας) θεωρούνται προαπαιτούμενα, καθώς μέσα από την χρήση κατάλληλων πινάκων δίνονται οι τιμές του μεγέθους του δείγματος n που θα επιλεγεί και ο αριθμός των ελαττωματικών αντικειμένων c . Παρτίδες οι οποίες έχουν ποιότητα ίση με *AQL* ή ακόμα καλύτερη θα είναι αποδεκτές με μεγάλη πιθανότητα. Στην περίπτωση που η ποιότητα χειροτερέψει ή υπάρχουν τέτοιες ενδείξεις, το σύστημα περνάει σε αυστηρότερο έλεγχο ώστε να τηρηθεί το απαιτούμενο επίπεδο ποιότητας *AQL*. Επομένως, αντιλαμβανόμαστε πως το σύστημα *MIL-STD 105E* είναι εστιασμένο στο αποδεκτό επίπεδο ποιότητας *AQL*.

Επιπλέον, τα σχέδια αυτά είναι βασισμένα στα κριτήρια του παραγωγού και υποθέτουν ότι υπάρχει μια μακροχρόνια σχέση μεταξύ παραγωγού και καταναλωτή. Ακολουθώντας το σύστημα επιθεώρησης *MIL-STD 105E* προβλέπεται ότι ο κίνδυνος του παραγωγού είναι μεταξύ 1% έως 10%. Για την επίβλεψη του κινδύνου του καταναλωτή από την άλλη πλευρά, υπάρχουν διαφορετικά επίπεδα παρακολούθησης (*inspection level*). Τα επίπεδα αυτά είναι επίσης μια ακόμη απαραίτητη πληροφορία που πρέπει να γνωρίζουμε πριν βάλουμε σε εφαρμογή τον έλεγχο των παρτίδων. Ο διαχωρισμός τους γίνεται σε δύο επίπεδα, το πρώτο είναι το γενικό (*general*) και το δεύτερο το ειδικό (*special*) επίπεδο επιθεώρησης. Το γενικό επίπεδο επιθεώρησης χωρίζεται σε τρία επίπεδα, το Επίπεδο Επιθεώρησης I (*ελαστικό*) με τον κίνδυνο του καταναλωτή να είναι μεγάλος, το Επίπεδο Επιθεώρησης II (*κανονικό*) και το Επίπεδο Επιθεώρησης III (*αυστηρό*) με τον κίνδυνο του καταναλωτή να τείνει να ελαχιστοποιείται. Πιο συχνά επιλέγεται το επίπεδο επιθεώρησης II. Στην περίπτωση που πρέπει να χρησιμοποιηθεί μικρό μέγεθος δείγματος (π.χ. είναι ακριβή η επιθεώρηση) τότε μπαίνει σε εφαρμογή το ειδικό επίπεδο επιθεώρησης το οποίο έχει τέσσερα επίπεδα επιθεώρησης. Αυτά είναι το *S-1*, *S-2*, *S-3* και *S-4*.

Σύμφωνα με τον πίνακα 2.2 που δίνεται παρακάτω, κάθε επίπεδο επιθεώρησης και μέγεθος παρτίδας αντιστοιχεί σε ένα κωδικό γράμμα (*code letter*) από το *A* μέχρι το *R* (Montgomery (2009)).

Πίνακας 2.2: Πίνακας με κωδικό γράμμα και μέγεθος παρτίδας για το σύστημα *MIL-STD 105E*

Μέγεθος Παρτίδας	Γενικό Επίπεδο Επιθεώρησης			Ειδικό Επίπεδο Επιθεώρησης			
	I	II	III	S-1	S-2	S-3	S-4
2 – 8	A	A	B	A	A	A	A
9 – 15	A	B	C	A	A	A	A
16 – 25	B	C	D	A	A	B	B
26 – 50	C	D	E	A	B	B	C
51 – 90	C	E	F	B	B	C	C
91 – 150	D	F	G	B	B	C	D
151 – 280	E	G	H	B	C	D	E
281 – 500	F	H	J	B	C	D	E
501 – 1200	G	J	K	C	C	E	F
1201 – 3200	H	K	L	C	D	E	G
3201 – 10000	J	L	M	C	D	F	G
10001 – 35000	K	M	N	C	D	F	H
35001 – 150000	L	N	P	D	E	G	J
150001 - 500000	M	P	Q	D	E	G	J
500001 και άνω	N	Q	R	D	E	H	K

Με το κωδικό γράμμα φτάνουμε μέσα από πίνακες (*Code Letter, AQL*) και έχοντας καθορίσει την τιμή του *AQL*, το μέγεθος του δείγματος n που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε, τον αριθμό αποδοχής της παρτίδας $c=Ac$ και τον αριθμό απόρριψης $r=Re$ της παρτίδας. Οι τιμές που εμφανίζονται στους πίνακες (*Code Letter*) είναι μεταξύ του 0.010% έως 10%² και αναφέρονται σε ποσοστό ελαττωματικών προϊόντων, καθώς υπάρχουν και οι τιμές 15 έως 1000 που αναφέρονται σε 15 ελαττώματα ανά 100 μονάδες μέχρι 1000 ελαττώματα ανά 100 μονάδες.

Επίσης, ανάλογα με το σχέδιο δειγματοληψίας που εφαρμόζεται, απλό, διπλό ή πολλαπλό, οι πίνακες που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε αλλάζουν. Για το λόγο αυτό θα πρέπει να είμαστε σε θέση να επιλέξουμε αρχικά το δειγματοληπτικό σχέδιο που θα ακολουθήσουμε.

Τέλος, οι πίνακες (*Code Letter*) διαφέρουν πέρα από το σχέδιο που θα ακολουθήσουμε και στην αυστηρότητα του ελέγχου. Υπάρχουν επομένως τρεις ξεχωριστοί πίνακες, για τον

κανονικό, τον ελαστικό και τον αυστηρό έλεγχο. Η πιο συνηθισμένη επιλογή στην αρχή ενός ελέγχου είναι ο κανονικός έλεγχος αν δεν προκύπτουν άλλοι λόγοι για να αλλάξουμε τύπο επιθεώρησης. Για την επιλογή της αυστηρής επιθεώρησης πρέπει να προϋπάρχει ένα ιστορικό χαμηλής ποιότητας και απαιτεί μεγαλύτερο μέγεθος δείγματος από την κανονική επιθεώρηση. Αντίθετα, ακολουθούμε μια ελαστική επιθεώρηση όταν γνωρίζουμε ότι ο παραγωγός προσφέρει υψηλής ποιότητας προϊόντα. Επίσης η τιμή για τον αριθμό αποδοχής είναι μεγαλύτερη από ότι στην κανονική επιθεώρηση και έτσι δυσκολότερα απορρίπτεται η παρτίδα.

2.10 Κανόνες Αλλαγής Επιπέδου Επιθεώρησης

Όταν ξεκινάμε να κάνουμε μια δειγματοληψία επιλέγουμε, όπως αναφέραμε παραπάνω, τον κανονικό έλεγχο και σε περίπτωση που στην πορεία υπάρχουν ειδικοί λόγοι αλλάζουμε την αυστηρότητα του ελέγχου ή διακόπτουμε την επιθεώρηση. Πολλές φορές, δυστυχώς, παρατηρούμε αστοχία στη χρήση αυτών των κανόνων και έτσι η επιθεώρηση αποτυγχάνει. Επίσης, γίνεται κριτική στους κανόνες αλλαγής από κανονική σε αυστηρότερη επιθεώρηση και το αντίθετο αφού έχει παρατηρηθεί δυσλειτουργία στον εντοπισμό τους. Για περισσότερες λεπτομέρειες, δείτε Montgomery (2009).

Οι κανόνες αλλαγής (*switching rules*) που ακολουθούνται για να περάσουμε από τον έναν έλεγχο στον άλλον είναι οι ακόλουθοι:

- Από κανονικό έλεγχο σε αυστηρό, όταν 2 έως 5 συνεχόμενες παρτίδες απορριφθούν.
- Από αυστηρό σε κανονικό όταν 5 συνεχόμενες παρτίδες γίνουν αποδεκτές.
- Από κανονικό σε ελαστικό όταν συμβούν τα εξής:
 - ✓ 10 συνεχόμενες παρτίδες γίνουν δεκτές
 - ✓ όταν ο συνολικός αριθμός των ελαττωματικών μονάδων στα δείγματα 10 συνεχόμενων παρτίδων είναι ίσος ή μικρότερος από τον αντίστοιχο οριακό αριθμό (*limit number*) για ελαστικό έλεγχο
 - ✓ όταν οι συνθήκες παραγωγής μένουν σε σταθερή κατάσταση
- Από ελαστικό σε κανονικό όταν ικανοποιούνται τουλάχιστον ένα από τα παρακάτω:
 - ✓ όταν μια παρτίδα δεν γίνει αποδεκτή
 - ✓ όταν για μια παρτίδα δεν μπορεί να ληφθεί απόφαση για την αποδοχή της

- ✓ όταν οι συνθήκες παραγωγής μεταβάλλονται ή παρατηρείται καθυστέρηση στην παραγωγή
 - ✓ όταν αποφασιστεί να χρησιμοποιηθεί κανονική επιθεώρηση λόγω ειδικών συνθηκών
- Η δειγματοληψία διακόπτεται όταν 10 διαδοχικές παρτίδες παραμένουν υπό αυστηρό έλεγχο και τότε απαιτείται βελτίωση της ποιότητας του προϊόντος.

2.11 Σχέδια Επανορθωτικού Ελέγχου Ιδιοτήτων

Τα δειγματοληπτικά σχέδια που έχουν παρουσιαστεί μέχρι στιγμής ονομάζονται μη-επιδιορθώσιμα σχέδια (*non-rectifying plans*) καθώς τα αντικείμενα που είναι ελαττωματικά αποσύρονται από την παρτίδα είτε καταστρέφονται όταν δεν είναι δυνατή καμία χρήση τους, είτε χρησιμοποιούνται για ανταλλακτικά.

Στην παράγραφο αυτή, θα αναφερθούμε στις περιπτώσεις που καθίσταται δυνατή η επιδιόρθωση ενός ελαττωματικού αντικειμένου ή ακόμα και η αντικατάστασή του. Τέτοια σχέδια που επιτρέπουν επανορθωτικό έλεγχο ονομάζονται *Dodge-Romig* σχέδια και αναπτύχθηκαν στην δεκαετία του 1920. Το σύστημα *Dodge-Romig* δημιουργήθηκε για να παρέχει σε αυτόν που παραλαμβάνει το προϊόν τη μέγιστη δυνατή προστασία με τον μικρότερο δυνατό αριθμό ελέγχων και αντίστοιχα δοκιμαζόμενων προϊόντων (Tippett, 1958).

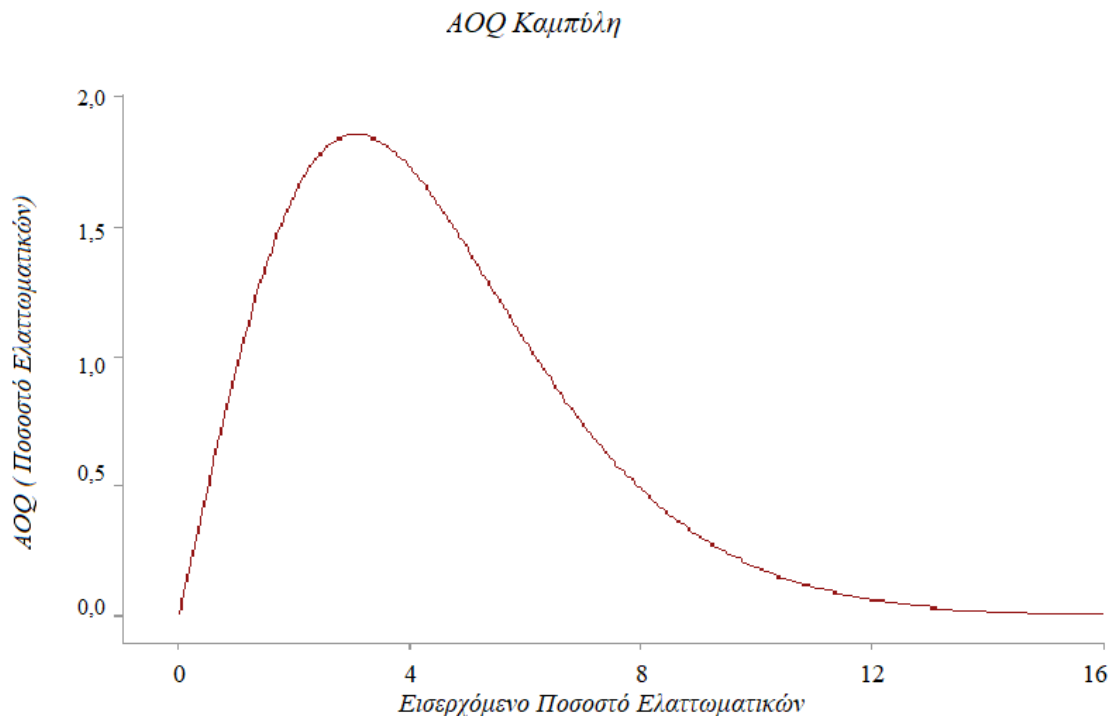
Για την εφαρμογή ενός προγράμματος επιδιορθωτικού ελέγχου σε απλό σχέδιο δειγματοληψίας, λαμβάνεται τυχαίο δείγμα n αντικειμένων από παρτίδα μεγέθους N . Επιθεωρείται κάθε ένα αντικείμενο του δείγματος και καταγράφονται τα ελαττωματικά, έστω X , που υπάρχουν σε αυτό. Στην περίπτωση που ο αριθμός των ελαττωματικών X είναι μικρότερος από τον αριθμό αποδοχής c ($X \leq c$), η παρτίδα γίνεται αποδεκτή επιδιορθώνοντας ή αντικαθιστώντας τα ελαττωματικά αντικείμενα X που βρέθηκαν στο δείγμα. Σε αντίθετη περίπτωση, αν τα ελαττωματικά X υπερβούν σε αριθμό το c , τότε η παρτίδα απορρίπτεται, γίνεται αντικατάσταση των ελαττωματικών του δείγματος ενώ επιθεωρούνται και όλα τα υπόλοιπα $N - n$ αντικείμενα από την παρτίδα. Γίνεται αντικατάσταση ή επιδιόρθωση όλων των ελαττωματικών που θα εντοπιστούν στην παρτίδα.

Ο στόχος της εφαρμογής ενός σχεδίου δειγματοληψίας με επιδιορθωτικό έλεγχο είναι η εξερχόμενη ποιότητα (*outgoing quality*) p_1 , να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη από την εισερχόμενη ποιότητα (*incoming quality*) p , η οποία υπήρχε πριν πραγματοποιηθεί η επιθεώρηση ($p < p_1$). Θέλοντας να κάνουμε εκτίμηση της εξερχόμενης ποιότητας μιας

παρτίδας που προήλθε από διορθωτικό έλεγχο με επιδιόρθωση ή αντικατάσταση ελαττωματικών, χρησιμοποιούμε την μέση εξερχόμενη ποιότητα AOQ (*average outgoing quality*) με αρχική εισερχόμενη ποιότητα p . Ο τύπος με βάση τον οποίο θα υπολογίσουμε τη μέση εξερχόμενη ποιότητα $AOQ(p)$ είναι ο εξής:

$$AOQ(p) = 0 \cdot P(R) + \frac{N-n}{N} \cdot p \cdot P(A) = \frac{N-n}{N} \cdot p \cdot OC(p) \approx p \cdot OC(p) \quad (2.33)$$

Η καμπύλη με την οποία απεικονίζουμε γραφικά τη μέση εξερχόμενη ποιότητα σε σχέση με την εισερχόμενη ποιότητα την ονομάζουμε AOQ καμπύλη (*AOQ curve*). Η AOQ καμπύλη σε ένα απλό δειγματοληπτικό σχέδιο δίνεται στο παρακάτω σχεδιάγραμμα, οι παράμετροι του οποίου είναι $N=8.000$, $n=73$ και $c=2$:



Σχήμα 2.7: Καμπύλη AOQ για απλό δειγματικό σχέδιο (8.000,73,2)

Από το παραπάνω σχήμα κατανοούμε ότι όταν η εισερχόμενη ποιότητα p είναι πολύ καλή, τότε η αντίστοιχη μέση εξερχόμενη ποιότητα p_1 είναι επίσης πολύ καλή. Για παράδειγμα, αν το $p = 0.01$, τότε $p_1 \approx 0.005$. Από την άλλη πλευρά αν έχουμε μια κακή εισερχόμενη ποιότητα p , μετά την διαδικασία επιθεώρησης της παρτίδας θα έχουμε αντικαταστήσει τα ελαττωματικά αντικείμενα και έτσι θα έχουμε μια καλή εξερχόμενη ποιότητα p_1 . Όταν βρισκόμαστε στο μέσο της καμπύλης AOQ παρατηρούμε ότι η καμπύλη αυξάνει και όταν φτάσει στη μέγιστη τιμή της στη συνέχεια φθίνει. Στο σημείο καμψής της καμπύλης θα

έχουμε την χειρότερη μέση εξερχόμενη ποιότητα των παρτίδων. Το σημείο αυτό ονομάζεται όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας, *AOQL* (*average outgoing quality limit*). Στο σχήμα παρατηρούμε ότι το όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας είναι 0.0155 επομένως η μέση εξερχόμενη ποιότητα δεν πρόκειται να ξεπεράσει αυτό το όριο, δηλαδή κάθε παρτίδα που θα παραδίδεται από τον προμηθευτή αναμένεται να μην περιέχει παραπάνω από 1,55% ελαττωματικές μονάδες.

Για ένα σχέδιο διορθωτικού ελέγχου, σύμφωνα με τα παραπάνω, είναι πολύ σημαντικός και ο αριθμός των μονάδων που θα επιθεωρηθούν κατά την εκτέλεση του σχεδίου. Το μέγεθος των αντικειμένων που θα υποβληθεί σε επιθεώρηση είναι μεταξύ του n (μέγεθος δείγματος) όταν η παρτίδα γίνει αποδεκτή και N (μέγεθος παρτίδας), στην περίπτωση που τα ελαττωματικά είναι περισσότερα από το επιτρεπτό και η παρτίδα απορριφθεί. Ο μέσος αριθμός επιθεωρούμενων μονάδων ανά παρτίδα (*average total inspection*), συμβολικά *ATI*, όταν η ποιότητα είναι p , δίνεται από τον τύπο :

$$ATI(p)=n+(N-n)(1-OC(p)) \quad (2.34)$$

Στην περίπτωση που πρέπει να γίνει επιλογή μεταξύ απλού και διπλού σχεδίου δειγματοληψίας, αυτό που υπερτερεί είναι το διπλό σχέδιο δειγματοληψίας, όταν έχουμε τον ίδιο μέσο αριθμό ελαττωματικών μονάδων (δηλ. την ίδια μέση εισερχόμενη ποιότητα) επειδή οι καλές και οι κακές παρτίδες που παραλαμβάνονται, γίνονται αποδεκτές ή απορρίπτονται με λίγες δοκιμές.

2.11.1 Σχέδια Δειγματοληψίας Dodge-Romig

Με κύριο στόχο τους την προστασία του καταναλωτή, οι Dodge και Romig διέκριναν δύο σχέδια δειγματοληψίας βασισμένα σε δύο διαφορετικά κριτήρια, το *AOQL* και το *LTPD*. Τα τελευταία χρόνια παρατηρούμε ότι επικεντρώνονται οι ερευνητές σε σχέδια βασισμένα στο *LTPD* και όχι τόσο στο *AQL* όπως γινόταν παλιότερα. Ενδεικτικά, ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης παραπέμπεται στις εργασίες των Gob (2014), Stephens (2016) και Kasprickova and Klufa (2015). Για την πραγματοποίηση αυτών των σχεδίων, αυτό που ενδιαφέρει είναι να βρούμε τις τιμές n και c που θα χρησιμοποιηθούν. Η εύρεσή τους γίνεται μέσα από πίνακες, αφού πρώτα έχουμε ως δεδομένα εκτίμηση της εισερχόμενης ποιότητας p και το μέγεθος της παρτίδας N .

Μπορούμε να βρούμε παραπάνω από ένα ζεύγη (n,c) που ικανοποιούν τις προϋποθέσεις που θέτουμε. Ωστόσο επιθυμούμε να έχουμε το ζεύγος τιμών (n,c) για το οποίο ο μέσος

αριθμός επιθεωρημένων μονάδων $ATI(p)$ είναι ελάχιστος, καθώς θέλουμε να έχουμε όσο το δυνατόν μικρότερη επιθεώρηση.

Σύμφωνα με το σχέδιο που είναι βασισμένο στο *LTPD* (*LTPD-based plan*) θέλουμε να υπάρχει μια σταθερή τιμή του *LTPD* για προκαθορισμένη τιμή του κινδύνου του καταναλωτή. Αντίθετα, επιλέγοντας το κριτήριο *AOQL* (*AOQL-based plan*) επιλέγουμε δεδομένη τιμή για το *AOQL*.

Οί πίνακες *Dodge-Romig*, τους οποίους χρησιμοποιούμε για την πραγματοποίηση των σχεδίων αυτών είναι τέσσερις, δύο για την απλή δειγματοληψία και δύο για την διπλή, βασισμένοι στο *AOQL* και *LTPD*.

Συνοψίζοντας, σε ένα σχέδιο δειγματοληψίας *Dodge-Romig* για να καθορίσουμε το μέγεθος του δείγματος n και το αριθμό απόρριψης c , θα πρέπει να γνωρίζουμε:

- το μέγεθος της παρτίδας N
- το μέσο ποσοστό ελαττωματικών
- τη μέθοδο δειγματοληψίας
- το όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας *AOQL* και το ανεκτό ποσοστό ελαττωματικών *LTPD*

Για παράδειγμα, κάνοντας χρήση των πινάκων *Dodge-Romig* (δείτε Montgomery (2009), Πίνακες 15.8, 15.9, σελ. 665-666) για απλή δειγματοληψία, βλέπουμε πως αν έχουμε μια παρτίδα μεγέθους 501-600 προϊόντων, όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας $AOQL=3\%$ και ποσοστό ελαττωματικών 0.07-0.60 καθορίζονται από το σύστημα οι τιμές $n=27$, $c=1$, $RQL=14,2\%$ ενώ από τους πίνακες *Dodge-Romig* για διπλή δειγματοληψία (δείτε Dodge and Romig (1959)) καθορίζονται οι τιμές $n_1=21$, $c_1=0$, $n_2=25$, $c_2=2$ και $RQL=13\%$.

2.12 Ανακεφαλαίωση

Εν κατακλείδι, στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάστηκαν τα δειγματοληπτικά σχέδια για ιδιότητες και οι βασικές έννοιες αυτών. Αρχικά, αναφέρθηκαν οι κατανομές που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή της χαρακτηριστικής καμπύλης αυτών των σχεδίων, υπεργεωμετρική, διωνυμική και Poisson. Στη συνέχεια, αναλύθηκε η διαδικασία κατασκευής ενός απλού σχεδίου δειγματοληψίας. Το ίδιο έγινε για τα διπλά σχέδια δειγματοληψίας, καθώς και για τα πολλαπλά. Έγινε παρουσίαση του συστήματος *MILITARY STANDARD 105E* και των κανόνων αλλαγής επιπέδου επιθεώρησης. Τέλος, εξηγήθηκαν τα δειγματοληπτικά σχέδια *Dodge-Romig* και σε ποιά κριτήρια αυτά βασίζονται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΠΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ ΑΠΟΔΟΧΗΣ ΓΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

3.1 Εισαγωγή στα δειγματοληπτικά σχέδια αποδοχής για μεταβλητές

Στο δεύτερο κεφάλαιο έγινε αναφορά στα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής για ιδιότητες με τα οποία ένα προϊόν κρίνεται απλά ως αποδεκτό ή ελαττωματικό. Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται εκτενής παρουσίαση των δειγματοληπτικών σχεδίων αποδοχής για μεταβλητές. Κύριο γνώρισμα τους είναι ότι αντί κάθε προϊόν να ταξινομείται ως ελαττωματικό ή μη ελαττωματικό, λαμβάνεται μια μέτρηση η οποία αντιστοιχεί σε χαρακτηριστικό (τ.μ.), το οποίο καθορίζει την ποιότητά του. Η τ.μ. θεωρείται συνεχής. Επομένως, όταν πρόκειται να κατασκευαστεί ένα σχέδιο δειγματοληψίας αποδοχής υπάρχει η δυνατότητα είτε να εφαρμοστεί ένα σχέδιο για ιδιότητες που θα καταγράφονται οι μονάδες προϊόντος ως ελαττωματικές ή μη-ελαττωματικές, είτε ένα σχέδιο για μεταβλητές όπου από αυτό θα λαμβάνεται μια μέτρηση από κάθε μονάδα στο δείγμα. Περισσότερες πληροφορίες για τα δειγματοληπτικά σχέδια αποδοχής για μεταβλητές δείτε (Αντζουλάκος (2010), Montgomery (2009), Shmueli (2016)).

Στην πράξη, τα δειγματοληπτικά σχέδια για μεταβλητές που εφαρμόζονται στις περισσότερες παραγωγικές διαδικασίες είναι πιο διαδεδομένα καθώς παρέχουν πολλά πλεονεκτήματα. Αρχικά, εξασφαλίζουν καλύτερες ιδιότητες για τη χαρακτηριστική καμπύλη με μικρότερο μέγεθος δείγματος n από ότι το αντίστοιχο σχέδιο ιδιοτήτων. Σε αυτό συμβάλλει το γεγονός ότι έχουμε ακριβή δεδομένα μέτρησης για το κάθε χαρακτηριστικό μιας μονάδας προϊόντος του δείγματος, σε αντίθεση με την γνώση του αν είναι ελαττωματικό ή όχι ένα προϊόν. Συνήθως, το κόστος για την καταγραφή της τιμής του χαρακτηριστικού για καθένα από τα εξεταζόμενα προϊόντα είναι σημαντικό, όμως αυτό εξισορροπείται αφού το μέγεθος δείγματος που θα επιλέγεται για έλεγχο θα είναι μικρότερο. Επιπλέον, προσφέρεται ένα ακόμη σημαντικό πλεονέκτημα αφού έχουμε πιο αναλυτικές διαθέσιμες μετρήσεις για κάθε χαρακτηριστικό και με αυτό τον τρόπο μπορούμε ευκολότερα να τις χρησιμοποιήσουμε για περαιτέρω ανάλυση και πρόγνωση.

Τα τελευταία χρόνια παρατηρούμε ότι με την εξέλιξη της τεχνολογίας και των επιστημών οι απαιτήσεις για καλύτερα προϊόντα αυξάνεται συνεχώς, έτσι η παραγωγική διαδικασία

πρέπει να αποδίδει την μέγιστη ποιότητα σε προϊόντα. Θέτοντας σε εφαρμογή λοιπόν ένα σχέδιο δειγματοληψίας αποδοχής μεταβλητών κάτι τέτοιο είναι πιθανότερο.

Πριν κλείσουμε την πρώτη ενότητα του Κεφαλαίου 3, θα πρέπει να αναφέρουμε και ορισμένα μειονεκτήματα των σχεδίων για μεταβλητές. Κύριο μειονέκτημα τους αποτελεί ότι προϋποθέτουν την γνώση της κατανομής που ακολουθούν τα χαρακτηριστικά που μελετάμε και τα κυριότερα σχέδια από αυτά που έχουν σχεδιαστεί ακολουθούν την κανονική κατανομή. Στην περίπτωση που αυτό δεν ισχύει, δηλαδή να μην ακολουθούν κανονική κατανομή $N(\mu, \sigma^2)$, δεν μπορούμε να βασιστούμε στα αποτελέσματα που εξάγονται καθώς ενδέχεται να είναι ανακριβή. Ακόμη, για την μέτρηση πολλών χαρακτηριστικών ενός προϊόντος χρειάζεται και αντίστοιχος αριθμός σχεδίων. Από την άλλη πλευρά, στην περίπτωση εφαρμογής σχεδίου δειγματοληψίας αποδοχής με ιδιότητες, κάτι τέτοιο δεν ισχύει καθώς έχουμε ορίσει ως ελαττωματική την μονάδα που δεν πληροί έστω και μια από τις προϋποθέσεις που έθεσε ο παραγωγός.

3.2 Βασικές έννοιες και συμβολισμοί της δειγματοληψίας αποδοχής μεταβλητών

Θα παραθέσουμε σε αυτή την ενότητα κάποιες βασικές έννοιες που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια. Κάποιες από αυτές είναι τα όρια προδιαγραφών, το κάτω όριο προδιαγραφών ($LSL = Lower Specification Limit$) και το άνω όριο προδιαγραφών ($USL = Upper Specification Limit$).

- **Όρια προδιαγραφών:** Είναι τα όρια εντός των οποίων πρέπει να βρίσκονται τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των προϊόντων. Αποτελούνται από το κάτω και άνω όριο προδιαγραφών του προϊόντος και ορίζονται στη φάση του σχεδιασμού του.

- **Κάτω όριο προδιαγραφών (LSL):** Η κατώτερη τιμή του χαρακτηριστικού που μελετάμε για την οποία γίνεται αποδεκτό το παραγόμενο προϊόν.

- **Άνω όριο προδιαγραφών (USL):** Η ανώτερη τιμή του χαρακτηριστικού που μελετάμε για την οποία γίνεται αποδεκτό το παραγόμενο προϊόν.

3.3 Περιγραφή της κατασκευής ενός σχεδίου δειγματοληψίας αποδοχής για μεταβλητές

Η κατασκευή ενός σχεδίου δειγματοληψίας αποδοχής για μεταβλητές προϋποθέτει ότι το συνεχές ποιοτικό χαρακτηριστικό που μελετάται, έστω τυχαία μεταβλητή X , ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και διασπορά σ^2 , δηλαδή $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Ως εκτιμήτριες των μ, σ^2 έχουμε το δειγματικό μέσο \bar{x} και τη δειγματική διασπορά S^2 αντίστοιχα.

Τα σχέδια που κατασκευάζονται έχουν διαφορές μεταξύ τους ως προς τα εξής:

- την τυπική απόκλιση σ αν είναι γνωστή ή άγνωστη
- την ύπαρξη ενός ή δύο ορίων προδιαγραφών για το χαρακτηριστικό που μελετάται.

Έχοντας τη $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ μπορούμε να κατασκευάσουμε δειγματοληπτικά σχέδια χρησιμοποιώντας μια εκτίμηση του ποσοστού των ελαττωματικών p , αρκεί να γνωρίζουμε πέρα από την κατανομή και τα όρια προδιαγραφών που υπάρχουν. Το συνολικό ποσοστό ελαττωματικών μιας παρτίδας, όταν υπάρχουν δύο όρια προδιαγραφών, υπολογίζεται από την σχέση

$$p = p_{LSL} + p_{USL} \quad (3.1)$$

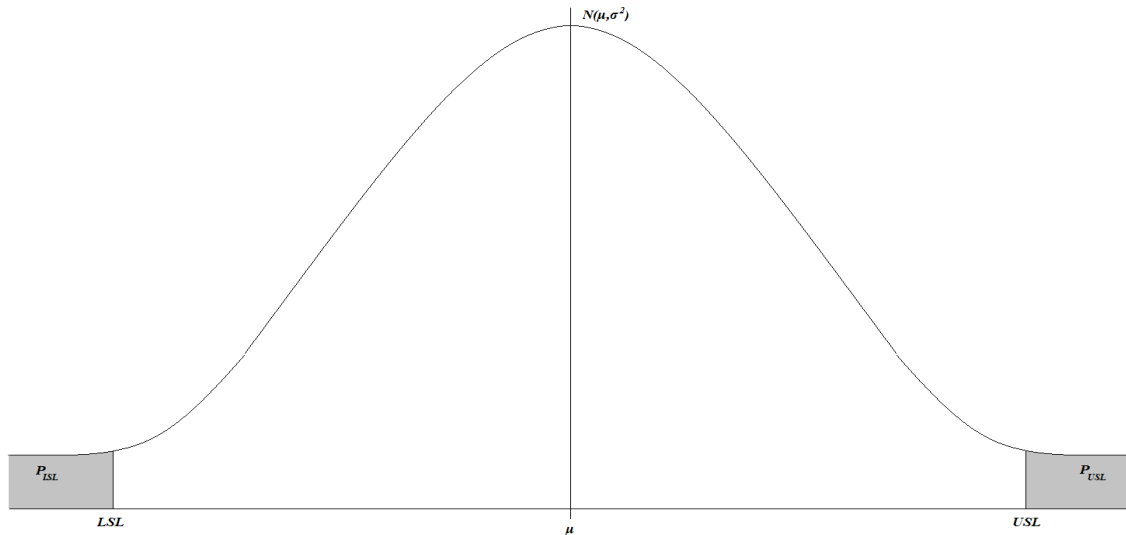
όπου p_{LSL} είναι το ποσοστό ελαττωματικών που βρίσκεται κάτω από το κάτω όριο προδιαγραφών LSL και η σχέση με την οποία υπολογίζεται είναι

$$p_{LSL} = P(X < LSL) = \Phi\left(\frac{LSL - \mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu - LSL}{\sigma}\right) \quad (3.2)$$

και p_{USL} είναι το ποσοστό ελαττωματικών που βρίσκεται πάνω από το πάνω όριο προδιαγραφών USL και υπολογίζεται από τη σχέση

$$p_{USL} = P(X > USL) = 1 - \Phi\left(\frac{USL - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{\mu - USL}{\sigma}\right) \quad (3.3)$$

Στην γραφική παράσταση που ακολουθεί το σκιαγραφημένο μέρος αποτελεί το συνολικό ποσοστό ελαττωματικών έχοντας δύο όρια προδιαγραφών.



Σχήμα 3.1: Ποσοστό ελαττωματικών με δύο όρια προδιαγραφών

Αν τώρα βρισκόμαστε στην περίπτωση που υπάρχει μόνο ένα όριο προδιαγραφών, είτε το LSL είτε το USL , τότε το συνολικό ποσοστό ελαττωματικών είναι ίσο με p_{LSL} και p_{USL} αντίστοιχα. Στις επόμενες παραγράφους θα αναλύσουμε δύο μεθόδους που βοηθούν στην κατασκευή των παραπάνω σχεδίων.

3.4 Μέθοδος K

3.4.1 Μέθοδος K με γνωστό το κάτω όριο προδιαγραφών LSL

Λαμβάνοντας ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους n από την παρτίδα, έστω X_1, X_2, \dots, X_n με $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ $i=1,2,\dots,n$ με άγνωστη μέση τιμή μ και σ^2 γνωστό. Μπορούμε να υπολογίσουμε τον δειγματικό μέσο \bar{X} , ο οποίος αποτελεί μια αμερόληπτη εκτιμήτρια της μέσης τιμής μ . Αν παρατηρήσουμε μια μεγάλη τιμή του \bar{X} , εκτιμούμε πως και η μέση τιμή του πληθυσμού έχει μεγάλη τιμή και επομένως μεγάλη απόσταση από το LSL . Άρα για το ποσοστό των ελαττωματικών ισχύει η σχέση (4.2) και εξάγεται το συμπέρασμα ότι για μεγάλες τιμές του \bar{X} επιτυγχάνεται μικρό ποσοστό ελαττωματικών προϊόντων.

Αν λοιπόν, ικανοποιείται μια σχέση της μορφής

$$\bar{X} \geq LSL + K \cdot \sigma \quad (3.4)$$

με K θετικό αριθμό, τότε προκύπτει

$$Z_{LSL} = \frac{\bar{X} - LSL}{\sigma} \geq K \quad (3.5)$$

Αν λοιπόν $Z_{LSL} \geq K$ τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή. Η παραπάνω μέθοδος (ή κανόνας αποδοχής/απόρριψης της παρτίδας) είναι γνωστή ως Μέθοδος K .

Στην πραγματικότητα η μέθοδος K αποτελεί έναν έλεγχο της μέσης τιμής κανονικού πληθυσμού της μορφής

$$\begin{aligned} H_0: \mu &\geq \mu_0 \\ &\text{έναντι} \\ H_1: \mu &< \mu_0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

όπου $\mu_0 = LSL + K \cdot \sigma$. Η μη απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης H_0 συμβαίνει όταν $Z_{LSL} \geq K$ και σε μια τέτοια περίπτωση αποδεχόμαστε την παρτίδα.

Όσο αναφορά την πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας είναι συναρτήσει της μέσης τιμής μ της τυχαίας μεταβλητής X . Ο τύπος με τον οποίο υπολογίζουμε την πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας $L(\mu)$ είναι

$$L(\mu) = P(Z_{LSL} \geq K) = P(\bar{X} \geq LSL + K \cdot \sigma) = \Phi \left[\sqrt{n} \left(\frac{\mu - LSL}{\sigma} - K \right) \right] \quad (3.7)$$

Ωστόσο, συνηθίζεται να γράφεται η πιθανότητα αποδοχής συναρτήσει του ποσοστού ελαττωματικών της παρτίδας p , δηλαδή έχουμε $L(p)$ και ο τύπος υπολογισμού προκύπτει αντίστοιχα από

$$p = P(X < LSL) = \Phi \left(\frac{LSL - \mu}{\sigma} \right)$$

όπου αν θέσουμε $\frac{LSL - \mu}{\sigma} = z_{1-p}$, τότε $\mu = LSL - \sigma z_{1-p} = LSL + \sigma z_p$. Επομένως,

$$L(p) \equiv L(\mu = LSL + \sigma z_p) = \Phi[\sqrt{n}(z_p - K)] \quad (3.8)$$

Σχετικά με τα ρίσκα καταναλωτή και παραγωγού, όπως και στα απλά σχέδια δειγματοληψίας για ιδιότητες, ισχύουν οι ίδιες σχέσεις, αν σκεφτεί κανείς πως αντί για ένα σχέδιο (N, n, c) έχουμε ένα σχέδιο δειγματοληψίας (N, n, K) . Άμεσα λοιπόν προκύπτει ότι το σφάλμα παραγωγού και το σφάλμα καταναλωτή δίνονται από τις σχέσεις

$$\alpha = 1 - L(AQL) \quad (3.9)$$

και

$$\beta = L(LTPD) \quad (3.10)$$

3.4.2 Μέθοδος K με γνωστό το άνω όριο προδιαγραφών USL

Αν έχω στην διάθεσή μου ως δεδομένο το άνω όριο προδιαγραφών USL και η διακύμανση παραμένει γνωστή προκύπτει αντίστοιχα με την προηγούμενη παράγραφο ότι η σχέση που θα ισχύει για τον δειγματικό μέσο \bar{X} είναι

$$\bar{X} \leq USL - K \cdot \sigma \quad (3.11)$$

και

$$Z_{USL} = \frac{USL - \bar{X}}{\sigma} \geq K \quad (3.12)$$

Αν λοιπόν $Z_{USL} \geq K$ τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή.

Με ανάλογο τρόπο όπως στην περίπτωση του κάτω ορίου προδιαγραφών, η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας δίνεται από τη σχέση

$$L(\mu) = P(Z_{USL} \geq K) = P(\bar{X} \leq USL - K \cdot \sigma) = \Phi \left[\sqrt{n} \left(\frac{USL - \mu}{\sigma} - K \right) \right] \quad (3.13)$$

Επίσης, η πιθανότητα αποδοχής μπορεί να γραφεί και ως συνάρτηση του ποσοστού ελαττωματικών p όπου

$$p = P(X > USL) = \Phi \left(\frac{\mu - USL}{\sigma} \right) \text{ και } \mu = USL - \sigma z_p.$$

Άρα,

$$L(p) \equiv L(\mu = USL - \sigma z_p) = \Phi[\sqrt{n}(z_p - K)] \quad (3.14)$$

Ακολούθως, θα παραθέσουμε την μέθοδο M , η οποία υλοποιείται συχνότερα στην περίπτωση που δοθούν τα δύο όρια προδιαγραφών USL και LSL . Επίσης, αποτελεί μέθοδο ισόδυναμη με τη μέθοδο K .

3.5 Μέθοδος M

3.5.1 Μέθοδος M με γνωστό το κάτω όριο προδιαγραφών LSL

Έστω ότι έχουμε επιλέξει από την παρτίδα ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους n το X_1, X_2, \dots, X_n με $i=1, 2, \dots, n$ όπου $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ με άγνωστη μέση τιμή μ και γνωστή διακύμανση σ^2 . Ως αμερόληπτη εκτιμήτρια της ποσότητας

$$p = 1 - \Phi \left(\frac{\mu - LSL}{\sigma} \right) \quad (3.15)$$

ορίζεται η παρακάτω σχέση (δείτε Lieberman and Resnikoff (1955))

$$\hat{p}_{LSL} = 1 - \Phi \left[\left(\frac{\bar{X} - LSL}{\sigma} \right) \sqrt{\frac{n}{n-1}} \right] \quad (3.16)$$

Σύμφωνα με την μέθοδο K , είδαμε ότι η παρτίδα γίνεται αποδεκτή όταν ισχύει η σχέση

$$Z_{LSL} = \frac{\bar{X} - LSL}{\sigma} \geq K$$

άρα προκύπτει από την (3.5) ισοδύναμα

$$1-\Phi\left[Z_{LSL}\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right]\leq 1-\Phi\left[K\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right]$$

Τελικά γράφεται η (3.16) ως

$$\hat{p}_{LSL}=1-\Phi\left[Z_{LSL}\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right] \quad (3.17)$$

και το M από το οποίο παίρνει το όνομά της η μέθοδος αυτή δίνεται από τη σχέση

$$M=1-\Phi\left[K\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right] \quad (3.18)$$

Για να λάβουμε απόφαση αν η παρτίδα γίνει αποδεκτή ελέγχουμε αν ισχύει η σχέση (3.19) και αν ισχύει αποδεχόμαστε την παρτίδα

$$\hat{p}_{LSL}\leq M. \quad (3.19)$$

3.5.2 Μέθοδος M με γνωστό το άνω όριο προδιαγραφών USL

Στην περίπτωση που είναι γνωστό το άνω όριο προδιαγραφών USL η αμερόληπτη εκτιμήτρια της ποσότητας

$$p=1-\Phi\left(\frac{USL-\mu}{\sigma}\right) \quad (3.20)$$

είναι η ακόλουθη

$$\hat{p}_{USL}=1-\Phi\left[\left(\frac{USL-\bar{X}}{\sigma}\right)\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right] \quad (3.21)$$

Στην προκειμένη περίπτωση η παρτίδα γίνεται αποδεκτή, όπως και στη μέθοδο K όταν ισχύει η σχέση (3.12)

$$Z_{USL}=\frac{USL-\bar{X}}{\sigma}\geq K$$

άρα προκύπτει

$$1-\Phi\left[Z_{USL}\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right]\leq 1-\Phi\left[K\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right]$$

Έτσι έχουμε την σχέση (3.17) να ισοδυναμεί με

$$\hat{p}_{USL}=1-\Phi\left[Z_{USL}\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right] \quad (3.22)$$

και το M να δίνεται ξανά από την ίδια σχέση (3.18)

$$M=1-\Phi\left[K\sqrt{\frac{n}{n-1}}\right]$$

Κριτήριο για την αποδοχή της παρτίδας αποτελεί

$$\hat{p}_{USL} \leq M \quad (3.23)$$

3.5.3 Μέθοδος M με γνωστά το κάτω και άνω όριο προδιαγραφών LSL, USL

Στην περίπτωση που υπάρχουν και τα δύο όρια προδιαγραφών υλοποιείται η μέθοδος M, εφόσον πρώτα υπολογίσουμε τις Z_{LSL} και Z_{USL} .

Έπειτα βρίσκουμε \hat{p}_{LSL} , \hat{p}_{USL} και αν ισχύει η σχέση

$$\hat{p}_{LSL} + \hat{p}_{USL} \leq M \quad (3.24)$$

τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή.

Συνήθως το M υπολογίζεται ως το άθροισμα των ορίων (thresholds) από αντίστοιχες περιπτώσεις με ένα όριο προδιαγραφών (Shmueli (2016)).

3.6 Χαρακτηριστική καμπύλη στα σχέδια δειγματοληψίας για μεταβλητές

Στην παράγραφο 2.4 αναφέραμε ότι για να κατασκευάσουμε ένα απλό σχέδιο δειγματοληψίας ιδιοτήτων, η χαρακτηριστική καμπύλη επιθυμούμε να διέρχεται από τα σημεία $(AQL, 1-\alpha)$ και $(LTPD, \beta)$. Το ίδιο θέλουμε να ισχύει και σε ένα σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές (N, n, K) . Οι σχέσεις που πρέπει να ισχύουν καθώς $AQL < LTPD$ είναι

$$L(AQL) = 1 - \alpha \quad (3.25)$$

$$L(LTPD) = \beta \quad (3.26)$$

Λύνοντας το σύστημα που δημιουργείται από τις δύο παραπάνω σχέσεις μπορούμε να βρούμε προσεγγιστικά τις άγνωστες τιμές των n (ακέραιος αριθμός) και K .

Λόγω της προσεγγιστικής λύσης, οι σχέσεις που ικανοποιούνται περιέχουν τις ποσότητες $\alpha^* \cong \alpha$ και $\beta^* \cong \beta$, που ονομάζονται ενεργά ρίσκα (*effective risk*) παραγωγού και καταναλωτή. Ισχύει δηλαδή $P(X \leq c | p = AQL) = 1 - \alpha^*$ και $P(X \leq c | p = LTPD) = \beta^*$. Ωστόσο, $\alpha^* \leq \alpha$ και $\beta^* \leq \beta$ και άρα έχουμε

$$\begin{cases} L(AQL) = 1 - \alpha^* \\ L(LTPD) = \beta^* \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} L(AQL) \geq 1 - \alpha \\ L(LTPD) \leq \beta \end{cases} \quad (3.27)$$

Ισοδύναμα με το σύστημα (3.27) ισχύει χρησιμοποιώντας τις σχέσεις 3.14 και 3.17

$$\begin{cases} \Phi[\sqrt{n}(Z_{AQL} - K)] \geq 1 - \alpha \\ \Phi[\sqrt{n}(Z_{LTPD} - K)] \leq \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{n}(Z_{AQL} - K) \geq Z_{1-\alpha} \\ \sqrt{n}(Z_{LTPD} - K) \leq Z_{1-\beta} \end{cases}$$

όπου λύνοντας έχω τις τιμές για τα n , K

$$n = \left(\frac{Z_{1-\alpha} - Z_{1-\beta}}{Z_{AQL} - Z_{LTPD}} \right)^2 \quad (3.28)$$

$$K = \frac{Z_{1-\alpha} Z_{LTPD} - Z_{1-\beta} Z_{AQL}}{Z_{1-\alpha} + Z_{1-\beta}} \quad (3.29)$$

Με δεδομένες τις τιμές N , AQL , $LTPD$, α , β μπορώ πλέον να βρω τις τιμές n , K , α^* , β^* και να καταλήξω σε κατάλληλο σχέδιο δειγματοληψίας.

3.7 Σχέδιο δειγματοληψίας αποδοχής για μεταβλητές με άγνωστη διακύμανση

Για να υλοποιήσουμε ένα σχέδιο δειγματοληψίας με άγνωστη διακύμανση θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε την εκτίμηση της, δηλαδή

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (3.30)$$

Σύμφωνα με τις περιπτώσεις που έχουμε δει παραπάνω χρησιμοποιείται ο τύπος της τυπικής απόκλισης σ , επομένως θα έχουμε την εκτιμήτρια S (μη αμερόληπτη), η οποία δίνεται από τη σχέση

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (3.31)$$

Αν επομένως έχουμε γνωστό μόνο το κάτω όριο προδιαγραφών, LSL τότε για να γίνει αποδεκτή η παρτίδα θα πρέπει να ισχύει αντίστοιχα με τη σχέση (3.4) η σχέση

$$\bar{X} \geq LSL + K \cdot S \quad (3.32)$$

ή ισοδύναμα,

$$Z_{LSL} = \frac{\bar{X} - LSL}{S} \geq K \quad (3.33)$$

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε πως η κατανομή διαφοροποιείται από την κανονική και χρησιμοποιείται η μη-κεντρική κατανομή t .

Πιο συγκεκριμένα, ο κανόνας αποδοχής γράφεται ως

$$\bar{X} \geq LSL + K \cdot S \Leftrightarrow \frac{\bar{X} - \mu + \mu - LSL}{S} \geq K \Leftrightarrow \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{\frac{S}{\sigma}} + \frac{\sqrt{n}(\mu - LSL)}{\sigma} \geq K\sqrt{n}$$

και η τ.μ.

$$U_{n-1,\delta} = \frac{\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{\sigma} + \frac{\sqrt{n}(\mu-LSL)}{\sigma}}{\frac{S}{\sigma}} \quad (3.34)$$

ακολουθεί τη μη-κεντρική t κατανομή με $n - 1$ β.ε. και παράμετρο μη-κεντρικότητας $\delta = \frac{\sqrt{n}(\mu-LSL)}{\sigma}$.

Έτσι, η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας γράφεται ως

$$P(U_{n-1,\delta} \geq K\sqrt{n}) \quad (3.35)$$

Επίσης, αν $\mu = LSL + \sigma \cdot z_p$ τότε $\delta = \sqrt{n} \cdot z_p$ και άρα η πιθανότητα αποδοχής μπορεί να γραφεί και ως συνάρτηση του ποσοστού ελαττωματικών p .

Προφανώς, ο κανόνας αποδοχής της παρτίδας είναι

$$U_{n-1,\delta} \geq K\sqrt{n} \quad (3.36)$$

Ο υπολογισμός της πιθανότητας αποδοχής γίνεται δυσκολότερος με αυτό τον τρόπο και έτσι επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε προσέγγιση αυτής. Τελικά, κάνοντας χρήση τυπικής κανονικής κατανομής ο τύπος που χρησιμοποιείται είναι

$$L(p) \cong \Phi\left(\sqrt{n} \frac{z_p - K}{\sqrt{1+K^2/2}}\right) \quad (3.37)$$

όπου $z_p = \delta/\sqrt{n}$. Για περισσότερες λεπτομέρειες δείτε (Αντζουλάκος (2010)).

Στην περίπτωση που είναι γνωστό το άνω όριο προδιαγραφών USL πρέπει να ικανοποιείται η σχέση

$$\bar{X} \leq USL + K \cdot S \quad (3.38)$$

ή ισοδύναμα,

$$Z_{USL} = \frac{USL - \bar{X}}{S} \geq K \quad (3.39)$$

Η πιθανότητα αποδοχής υπολογίζεται πάλι από τη σχέση (3.37)

Σχετικά με τον υπολογισμό τώρα των n , K θα χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις (3.23) και (3.31) και από την λύση του συστήματος θα προκύψει

$$\begin{cases} L(AQL) \geq 1 - \alpha \\ L(LTPD) \leq \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{n} \frac{Z_{AQL} - K}{\sqrt{1+K^2/2}} \geq Z_\alpha \\ \sqrt{n} \frac{Z_{LTPD} - K}{\sqrt{1+K^2/2}} \leq Z_{1-\beta} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \left(1 + \frac{K^2}{2}\right) \left(\frac{Z_\alpha + Z_\beta}{Z_{AQL} - Z_{LTPD}}\right)^2 \\ K = \frac{Z_\alpha Z_{LTPD} + Z_\beta Z_{AQL}}{Z_\alpha + Z_\beta} \end{cases} \quad (3.40)$$

3.8 Σύστημα Δειγματοληψίας MILITARY STANDARD 414

Το σύστημα δειγματοληψίας *Military Standard 414 (MIL STD 414)* δημιουργήθηκε το 1957 και εφαρμόζεται για σχέδια δειγματοληψίας μεταβλητών. Όπως έχουμε δει στα σχέδια δειγματοληψίας για ιδιότητες, γίνεται χρήση ορισμένων διεθνών προτύπων για την διασφάλιση της ποιότητας των παραγόμενων προϊόντων το ίδιο ακριβώς ισχύει και για τα σχέδια δειγματοληψίας μεταβλητών. Τα εν λόγω πρότυπα έχουν προκύψει από την εξέλιξη του συστήματος *MIL STD 414* και ονομάζονται *ISO 3951*, *ANSI/ASQC Z1.9*. Το σύστημα αυτό χρησιμοποιεί πίνακες για τον προσδιορισμό των παραμέτρων του σχεδίου δειγματοληψίας ανάλογα με την κατηγορία που βρισκόμαστε. Οι κατηγορίες υλοποίησης του σχεδίου είναι τρεις, ανάλογα με το τι ισχύει για την διακύμανση. Η πρώτη κατηγορία είναι όταν η διακύμανση είναι γνωστή, η δεύτερη όταν η διακύμανση είναι άγνωστη και εκτιμάται με τη δειγματική διασπορά και η τρίτη όταν είναι επίσης άγνωστη η διακύμανση, αλλά για την εκτίμησή της χρησιμοποιούμε το εύρος των μετρήσεων. Παράλληλα, είναι σημαντικό να γνωρίζουμε αν έχουμε μονόπλευρα ή δίπλευρα όρια προδιαγραφών.

Οι πίνακες που χρησιμοποιούνται για την εύρεση των τιμών n , K , M και αφορούν το σύστημα *MIL STD 414* διαφέρουν ανάλογα με την κατηγορία που βρισκόμαστε. Στην αρχή κάθε επιθεώρησης ορίζουμε το αποδεκτό επίπεδο ποιότητας *AQL*. Οι τιμές που μπορεί να κυμαίνεται το *AQL* είναι μεταξύ του 0,1% έως 10%. Επειδή μπορεί να οριστεί οποιαδήποτε τιμή *AQL*, αυτές οι τιμές ομαδοποιούνται στον πίνακα που ακολουθεί σε 11 κλάσεις (Montgomery (2009)).

Πίνακας 3.1: Χρησιμοποιούμενες τιμές *AQL*(%)

Αρχική Τιμή <i>AQL</i> (%)	Τελική Τιμή <i>AQL</i> (%)
0 - 0,109	0,10
0,110 - 0,164	0,15
0,165 - 0,279	0,25
0,280 - 0,439	0,40
0,440 - 0,699	0,65
0,700 - 1,09	1,00
1,10 - 1,64	1,50
1,65 - 2,79	2,50
2,80 - 4,39	4,00
4,40 - 6,99	6,50
7,00 - 10,90	10,00

Το δεύτερο στάδιο είναι να ορίσουμε το επίπεδο επιθεώρησης. Και εδώ υπάρχουν τρία επίπεδα επιθεώρησης, το Επίπεδο Επιθεώρησης I (ελαστικό), το Επίπεδο Επιθεώρησης II (κανονικό) και το Επίπεδο Επιθεώρησης III (αυστηρό). Σε περίπτωση που συντρέχουν ειδικοί λόγοι εφαρμόζεται το ειδικό επίπεδο επιθεώρησης το οποίο έχει δύο επίπεδα επιθεώρησης, S-3 και S-4. Συνήθως με το επίπεδο το οποίο ξεκινάμε είναι το κανονικό όπως έχουμε αναφέρει ξανά στο δεύτερο κεφάλαιο. Σε περίπτωση που χρειαστεί, εφαρμόζουμε τους αντίστοιχους κανόνες αλλαγής που αναφέρονται στην παράγραφο 2.9 καθώς ισχύουν και σε αυτή την περίπτωση. Έπειτα, για κάθε επίπεδο επιθεώρησης, γενικό και ειδικό, μέσα από τον πίνακα 3.2 αντιστοιχίζονται τα γράμματα B,C,...,P σε διάφορα μεγέθη δείγματος που είναι χωρισμένα σε 16 κλάσεις (Montgomery 2009).

Πίνακας 3.2: Πίνακας με κωδικό γράμμα και μέγεθος παρτίδας για το σύστημα *MIL STD 414*

Μέγεθος Παρτίδας	Γενικό Επίπεδο Επιθεώρησης			Ειδικό Επίπεδο Επιθεώρησης	
	I	II	III	S-3	S-4
3-8	B	B	C	B	B
9-15	B	B	D	B	B
16-25	B	C	E	B	B
26-50	C	D	F	B	B
51-90	D	E	G	B	B
91-150	E	F	H	B	C
151-280	F	G	I	B	D
281-400	G	H	J	C	E
401-500	G	I	J	C	E
501-1200	H	J	K	D	F
1201-3200	I	K	L	E	G
3201-10000	J	L	M	F	H
10001-35000	K	M	N	G	I
35001-150000	L	N	P	H	J
150001-500000	M	P	P	H	K
500001-άνω	N	P	P	H	K

Για τον καθορισμό των παραμέτρων σε ένα σχέδιο δειγματοληψίας μεταβλητών, σε όποιο επίπεδο επιθεώρησης και να είμαστε, παρατηρούμε πως δεν διαφοροποιούμαστε κατά πολύ από τα σχέδια δειγματοληψίας ιδιοτήτων. Για ένα σχέδιο δειγματοληψίας στο οποίο είναι γνωστά είτε το ένα είτε και τα δύο όρια προδιαγραφών LSL , USL , οι τιμές N , AQL και το επίπεδο επιθεώρησης θα πάρω μέσα από κατάλληλο πίνακα την τιμή n , K ή M . Αν έχω στη διάθεσή μου και τα δύο όρια προδιαγραφών τότε θα βρω τις τιμές n και M επειδή χρησιμοποιείται η μέθοδος M σε αυτή την περίπτωση. Τέλος, και για το σύστημα $MIL STD 414$ διαφοροποιούνται οι πίνακες που δίνουν τις τιμές των παραμέτρων ανάλογα με το αν γνωρίζουμε ή όχι την διασπορά και ανάλογα με το επίπεδο επιθεώρησης στο οποίο επιλέξαμε.

3.9 Σχέδια Επανορθωτικού Ελέγχου Μεταβλητών

Όπως είδαμε στο δεύτερο κεφάλαιο στη δειγματοληψία αποδοχής για ιδιότητες (παράγραφος 2.11), έτσι και στη δειγματοληψία αποδοχής για μεταβλητές εφαρμόζονται σχέδια με επανορθωτικό έλεγχο που βασίζονται πάλι στα δύο κριτήρια $LTPD$ και $AOQL$. Σημαντικό είναι να αναφέρουμε πως τα σχέδια που είναι βασισμένα στο $LTPD$ είναι πολλές φορές οικονομικότερα από τα αντίστοιχα σχέδια που εφαρμόζονται για ιδιότητες. Στόχος μας είναι να κατασκευάσουμε ένα σχέδιο δειγματοληψίας (n,k) το οποίο να ελαχιστοποιεί το μέσο αριθμό επιθεωρούμενων μονάδων ανά παρτίδα, δεδομένης της μέσης εισερχόμενης ποιότητας \bar{p} . Αν συμβολίσουμε ως I_s το μέσο αριθμό επιθεωρούμενων μονάδων ανά παρτίδα (δηλ. το ATI), τότε

$$I_s = N - (N - n) \cdot L(\bar{p}, n, k) \quad (3.41)$$

υπό την προϋπόθεση ότι ο καταναλωτής προστατεύεται από την αποδοχή μιας κακής παρτίδας.

Η πιθανότητα αποδοχής μιας τέτοιας παρτίδας (σύμφωνα με τους Dodge and Romig (1998)) είναι

$$L(p_t, n, k) = 0.10 \quad (3.42)$$

οι γνωστές παράμετροι είναι N , \bar{p} το μέσο ποσοστό ελαττωματικών, p_t είναι το ανεκτό ποσοστό ελαττωματικών στην παρτίδα (δηλ. $p_t = LTPD$).

Με ανάλογο τρόπο, μπορεί κανείς να αναπτύξει $AOQL$ σχέδια δειγματοληψίας για μεταβλητές. Για την ανάπτυξή τους απαιτείται η εύρεση των παραμέτρων (n,k) που ελαχιστοποιούν το I_s με δεδομένο μέσο ποσοστό ελαττωματικών \bar{p}

$$I_s = N - (N - n) \cdot L(\bar{p}, n, k) \quad (3.43)$$

και δεδομένο μέσο όριο εξερχόμενης ποιότητας AOQL, έστω αυτό p_L όπου,

$$AOQL \equiv \max_{0 < p < 1} AOQ(p) = p_L \quad (3.44)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση των απλών σχεδίων δειγματοληψίας για μεταβλητές, αν συμβολίσουμε με P_a την πιθανότητα αποδοχής μια παρτίδας, τότε το $AOQ(p)$ θα δίνεται από τη σχέση

$$AOQ(p) = P_a \cdot p \cdot \frac{N-n}{N} = \Phi(\sqrt{n}(z_p - k)) \quad (3.45)$$

3.10 Διπλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Μεταβλητών

Τα διπλά σχέδια δειγματοληψίας για μεταβλητές τα εισήγαγαν πρώτοι οι Bowker and Doode (1952). Για την κατασκευή τους ακολουθείτε η διαδικασία κατασκευής των διπλών σχεδίων δειγματοληψίας για ιδιότητες (βλέπε παράγραφο 2.7.1). Στόχος των διπλών σχεδίων δειγματοληψίας για μεταβλητές (όπως και για ιδιότητες) είναι η μείωση του μέσου μεγέθους δείγματος που χρησιμοποιείται προκειμένου να ληφθεί απόφαση σχετικά με την αποδοχή ή την απόρριψη της παρτίδας. Επίσης, σύμφωνα με τους Schilling και Neubauer υπάρχουν ενδείξεις ότι για μεγέθη παρτίδων μεγαλύτερα των 25 μπορεί να επιτευχθεί μείωση του 80% του μέσου μεγέθους δείγματος (Schilling & Neubauer (2009)).

Οι παράμετροι που θα χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή ενός διπλού σχεδίου δειγματοληψίας αποδοχής για μεταβλητές είναι:

- n_1 : πρώτο μέγεθος δείγματος
- n_2 : δεύτερο μέγεθος δείγματος
- k_a : τιμή αποδοχής του πρώτου δείγματος
- k_r : τιμή απόρριψης του πρώτου δείγματος
- k_t : τιμή αποδοχής του δεύτερου δείγματος

3.10.1 Διπλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Αποδοχής Μεταβλητών (γνωστή τυπική απόκλιση)

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε σε βήματα τη διαδικασία κατασκευής του διπλού σχεδίου δειγματοληψίας για μεταβλητές στην περίπτωση που είναι γνωστή η τυπική απόκλιση:

Βήμα 1°: Επιλέγουμε το πρώτο δείγμα n_1 , και υπολογίζουμε τις ποσότητες \bar{X}_1

Βήμα 2°: Υπολογίζουμε την ποσότητα

$$Z_{LSL} = \frac{\bar{X}_1 - LSL}{\sigma} \quad (3.46)$$

για το κάτω όριο προδιαγραφών, ή την ποσότητα

$$Z_{USL} = \frac{USL - \bar{X}_1}{\sigma} \quad (3.47)$$

για το άνω όριο προδιαγραφών.

Βήμα 3°: Για το πρώτο δείγμα ελέγχω

- $Z_{LSL} \geq k_a$ ή $Z_{USL} \geq k_a$ αποδέχομαι την παρτίδα
- $Z_{LSL} \leq k_r$ ή $Z_{USL} \leq k_r$ απορρίπτω την παρτίδα
- $k_r < Z_{LSL} < k_a$ ή $k_r < Z_{USL} < k_a$ λαμβάνω δεύτερο δείγμα

Βήμα 4°: Λαμβάνω δεύτερο δείγμα, n_2 και υπολογίζω τις παρακάτω ποσότητες του θα προκύψουν συνυπολογίζοντας τα δύο μεγέθη

$$\bar{X} = \frac{n_1 \bar{X}_1 + n_2 \bar{X}_2}{n_1 + n_2} \quad (3.48)$$

Βήμα 5°: Θα υπολογίσουμε για το νέο \bar{X} ξανά τις σχέσεις (3.46) και (3.47) για το κάτω και άνω όριο προδιαγραφών, αντίστοιχα

$$Z'_{LSL} = \frac{\bar{X} - LSL}{\sigma} \quad (3.49)$$

$$Z'_{USL} = \frac{USL - \bar{X}}{\sigma} \quad (3.50)$$

Βήμα 6°: Για τα δύο δείγματα μαζί σε συνδυασμό τα κριτήρια αποδοχής και απόρριψης διαμορφώνονται

- $Z'_{LSL} \geq k_t$ ή $Z'_{USL} \geq k_t$ αποδέχομαι την παρτίδα
- $Z'_{LSL} \leq k_t$ ή $Z'_{USL} \leq k_t$ απορρίπτω την παρτίδα

3.10.2 Διπλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Αποδοχής Μεταβλητών (άγνωστη τυπική απόκλιση)

Αντίστοιχα, ακολουθώντας τα βήματα της παραπάνω διαδικασία (Ενότητα 3.10.1) θα δούμε την κατασκευή του διπλού σχεδίου δειγματοληψίας για μεταβλητές έχοντας άγνωστη την τυπική απόκλιση:

Βήμα 1^ο: Επιλέγουμε το πρώτο δείγμα n_1 , και υπολογίζουμε τις ποσότητες \bar{X}_1 και S_1

Βήμα 2^ο: Υπολογίζουμε την ποσότητα

$$T_{LSL} = \frac{\bar{X}_1 - LSL}{S_1} \quad (3.51)$$

για το κάτω όριο προδιαγραφών, ή την ποσότητα

$$T_{USL} = \frac{USL - \bar{X}_1}{S_1} \quad (3.52)$$

για το άνω όριο προδιαγραφών.

Βήμα 3^ο: Για το πρώτο δείγμα ελέγχω

- $T_{LSL} \geq k_a$ ή $T_{USL} \geq k_a$ αποδέχομαι την παρτίδα
- $T_{LSL} \leq k_r$ ή $T_{USL} \leq k_r$ απορρίπτω την παρτίδα
- $k_r < T_{LSL} < k_a$ ή $k_r < T_{USL} < k_a$ λαμβάνω δεύτερο δείγμα

Βήμα 4^ο: Λαμβάνω δεύτερο δείγμα, n_2 και υπολογίζω τις παρακάτω ποσότητες του θα προκύψουν συνυπολογίζοντας τα δύο μεγέθη

$$\bar{X} = \frac{n_1 \bar{X}_1 + n_2 \bar{X}_2}{n_1 + n_2} \quad (3.53)$$

$$S = \sqrt{\frac{(n_1 + n_2)(\sum X_1^2 + \sum X_2^2) - (\sum X_1 + \sum X_2)^2}{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}} \quad (3.54)$$

Βήμα 5^ο: Θα υπολογίσουμε για τις νέες ποσότητες \bar{X} και S ξανά τις σχέσεις (3.51) και (3.52) για το κάτω και άνω όριο προδιαγραφών, αντίστοιχα

$$T'_{LSL} = \frac{\bar{X} - LSL}{S} \quad (3.56)$$

$$T'_{USL} = \frac{USL - \bar{X}_1}{S_1} \quad (3.57)$$

Βήμα 6^ο: Για τα δύο δείγματα μαζί σε συνδυασμό τα κριτήρια αποδοχής και απόρριψης διαμορφώνονται

- $T'_{LSL} \geq k_t$ ή $T'_{USL} \geq k_t$ αποδέχομαι την παρτίδα
- $T'_{LSL} \leq k_t$ ή $T'_{USL} \leq k_t$ απορρίπτω την παρτίδα

3.11 Ανακεφαλαίωση

Συνοψίζοντας, το τρίτο κεφάλαιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας ασχολείται με το δειγματοληπτικά σχέδια για μεταβλητές. Παρουσιάστηκαν οι βασικότερες έννοιες που σχετίζονται με την κατασκευή αυτών των σχεδίων καθώς και όλες οι μέθοδοι που μπορούν να ακολουθηθούν. Πιο συγκεκριμένα αναλύθηκαν η μέθοδος K και η μέθοδος M στις περιπτώσεις που είναι γνωστά το άνω ή το κάτω όριο προδιαγραφών. Παράλληλα, έγινε αναφορά στην περίπτωση της κατασκευής ενός σχεδίου δειγματοληψίας για μεταβλητές όταν η διακύμανση είναι άγνωστη. Ακόμη, παρουσιάστηκε το σύστημα δειγματοληψίας *MIL-STD-414* το οποίο αφορά σχέδια μεταβλητών, η περίπτωση σχεδίων με επανορθωτικό έλεγχο για μεταβλητές αλλά και τα διπλά σχέδια δειγματοληψίας μεταβλητών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΠΑΚΕΤΑ ΣΤΗ ΓΛΩΣΣΑ R ΓΙΑ ΣΧΕΔΙΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑΣ ΑΠΟΔΟΧΗΣ

4.1 Εισαγωγή στα υπολογιστικά πακέτα της γλώσσας R

Η γλώσσα R (R Core Team (2018)) προσφέρει ένα σύνολο λειτουργιών για υπολογισμούς, ανάλυση δεδομένων και σχεδίαση γραφημάτων. Το όνομά της προήλθε από τους κατασκευαστές της, Ross Ihaka και Robert Gentleman, οι οποίοι έγραψαν το λογισμικό της την δεκαετία του 1990. Πέρα από τις εντολές που εκτελούνται με την R, δίνεται η δυνατότητα εκτέλεσης πρόσθετων πακέτων. Ορισμένα από αυτά είναι ήδη εγκατεστημένα στο λογισμικό της γλώσσας και πρέπει ο χρήστης να τα καλέσει και άλλα βρίσκονται στο διαδίκτυο και μπορούν να τα εγκαταστήσουν οι χρήστες στο πρόγραμμα.

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναλύσουμε πως λειτουργούν ορισμένα πρόσθετα υπολογιστικά πακέτα στην γλώσσα R όπως, το `AcceptanceSampling`, το `LTPDvar`, το `Planesmuestra` και το `Dodge`. Γενικά, δε θα αναφερθούμε λεπτομερώς στις βασικές εντολές της R και θεωρούμε πως ο αναγνώστης έχει μια ευχέρεια στη χρήση των βασικών εντολών της. Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με την R δείτε Φουσκάκης (2013). Η χρήση των πακέτων αυτών επιτρέπει την δημιουργία σχεδίων αποδοχής για ιδιότητες και μεταβλητές, πετυχαίνοντας βέλτιστα αποτελέσματα. Πριν την χρήση τους τα πακέτα θα πρέπει να έχουν ενεργοποιηθεί, για την ενεργοποίηση τους γράφουμε την εντολή `library(όνομα πακέτου)`. Στη συνέχεια θα αναλύσουμε κάποιες βασικές εντολές που χρησιμοποιούνται με τη βοήθεια αυτών των πακέτων για την σχεδίαση των δειγματοληπτικών σχεδίων. Επιπλέον, θα υπάρχουν παραδείγματα και εφαρμογές υλοποιήσιμα με τα πακέτα που αναφέραμε.

4.2 Το υπολογιστικό πακέτο `AcceptanceSampling`

Το πακέτο `AcceptanceSampling` (Kiermeier A., and Bloomfield P. (2019)) δίνει τη δυνατότητα με τη χρήση διαφόρων εντολών που θα αναλύσουμε στη συνέχεια, να δημιουργήσουμε και να αξιολογήσουμε σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής. Το πακέτο περιέχει δύο βασικές κατηγορίες σχεδίων, τις `OC2c` και `OCvar`, με την πρώτη να εφαρμόζεται στα σχέδια δειγματοληψίας ιδιοτήτων, ενώ η δεύτερη στα σχέδια

δειγματοληψίας μεταβλητών. Θα εξετάσουμε παρακάτω, μαζί με άλλες εντολές, κάθε μια κατηγορία με περισσότερες λεπτομέρειες.

4.2.1 Η συνάρτηση `find.plan`

Η εντολή `find.plan` δίνει τη δυνατότητα να καταλήξουμε σε ένα σχέδιο δειγματοληψίας χρησιμοποιώντας μικρότερο μέγεθος δείγματος από το αρχικό. Οι παράμετροι της συνάρτησης `find.plan` είναι ο κίνδυνος του παραγωγού και συμβολίζεται με το διάνυσμα PRP και ο κίνδυνος του καταναλωτή που συμβολίζεται με το διάνυσμα CRP . Τα δύο αυτά διανύσματα αποτελούνται από δύο ζεύγη τιμών, η πρώτη είναι η pd και καθορίζει το ποσοστό των ελαττωματικών και η δεύτερη η pa , η οποία καθορίζει την ελάχιστη πιθανότητα αποδοχής που πρέπει να έχει το σχέδιο. Ανάλογα με την κατανομή που ακολουθεί κάθε σχέδιο, διωνυμική, υπεργεωμετρική, Poisson και κανονική (η τελευταία για τα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής μεταβλητών) ορίζονται οι παράμετροι που χρειάζονται για την υλοποίηση του. Στην περίπτωση της διωνυμικής και της Poisson προσδιορίζονται μόνο οι τιμές PRP και CRP . Για την υπεργεωμετρική πρέπει να δοθεί και το μέγεθος της παρτίδας, N . Τέλος, για την κανονική κατανομή πρέπει να προσδιοριστούν οι τιμές PRP και CRP , καθώς και εάν η τυπική απόκλιση του πληθυσμού είναι γνωστή ή άγνωστη. Η συνάρτηση συνεχίζεται χρησιμοποιώντας το μικρότερο μέγεθος δείγματος ώστε να ικανοποιούνται οι επιθυμητές τιμές PRP και CRP . Ακολουθούμε στη συνέχεια μια επαναληπτική διαδικασία, επιλέγοντας στην αρχή το ελάχιστο μέγεθος δείγματος $n=1$ στην περίπτωση των σχεδίων $OC2c$ και $n=2$ για τα σχέδια $OCvar$. Έπειτα αυξάνουμε το n μέχρι να βρεθεί το κατάλληλο σχέδιο.

Οι παράμετροι της συνάρτησης αυτής είναι:

- PRP : διάνυσμα της μορφής $c(pd, pa)$ με το οποίο συμβολίζεται ο κίνδυνος του παραγωγού
- CRP : διάνυσμα της μορφής $c(pd, pa)$ με το οποίο συμβολίζεται ο κίνδυνος του καταναλωτή
- `type`: η κατανομή στην οποία βασίζεται το σχέδιο δειγματοληψίας (binomial, hypergeom, Poisson και κανονική)
- N : το μέγεθος του πληθυσμού από το οποίο προέρχεται το δείγμα (εισάγεται μόνο για τον τύπο "hypergeom")
- `s.type`: καθορίζει τον τύπο της τυπικής απόκλισης αν είναι γνωστή ή άγνωστη

Ορισμένες τυπικές εντολές για την εύρεση του σχεδίου δειγματοληψίας είναι:

```
>find.plan(PRP, CRP, type="binomial")
>find.plan(PRP, CRP, type="Poisson")
>find.plan(PRP, CRP, type="hypergeom", N)
>find.plan(PRP, CRP, type="normal", s.type="known")
>find.plan(PRP, CRP, type="normal", s.type="unknown")
```

Παράδειγμα 1^ο (χρήση διωνυμικής κατανομής):

```
>find.plan(PRP=c(0.05, 0.95), CRP=c(0.16, 0.10), type="binomial")

$n
[1] 64          # αποτελέσματα προγράμματος n=64, c=6, r=7

$c
[1] 6

$r
[1] 7
```

Παράδειγμα 2^ο (χρήση υπεργεωμετρικής κατανομής):

```
> find.plan(PRP = c(0.05, 0.95), CRP = c(0.16, 0.10),
type="hypergeom", 3000)
$n
[1] 64          # αποτελέσματα προγράμματος n=64, c=6, r=7

$c
[1] 6

$r
[1] 7
```

Παράδειγμα 3° (για μεταβλητές με άγνωστη τυπική απόκλιση):

```
> find.plan(PRP = c(0.05, 0.95), CRP = c(0.16, 0.10), type="normal",  
s.type="unknown")  
$n  
[1] 38 # αποτελέσματα προγράμματος n=38, k=1.288  
  
$k  
[1] 1.288624  
  
$s.type  
[1] "unknown"
```

4.2.2 Η συνάρτηση OC2c

Η οικογένεια *OC2c* παρέχει μεθόδους για τη δημιουργία, σχεδίαση, εκτύπωση και αξιολόγηση σχεδίων δειγματοληψίας αποδοχής για ιδιότητες. Η συνάρτηση *OC2c* ορίζει τις καμπύλες *OC* για τα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής ιδιοτήτων και συνθέτει ένα απλό σχέδιο δειγματοληψίας με το μικρότερο μέγεθος δείγματος. Χωρίζεται σε τρεις κατηγορίες με βάση την κατανομή που χρησιμοποιείται. Αυτές είναι η *OCbinomial* για τη διωνυμική, η *OChypergeom* για την υπεργεωμετρική, και η *OCpoisson* για την Poisson κατανομή.

Οι απαραίτητες παράμετροι που θα χρησιμοποιηθούν στον κώδικα είναι:

- *n*: το μέγεθος του δείγματος
- *c*: ο αριθμός αποδοχής ελαττωματικών
- *r*: ο αριθμός απόρριψης ελαττωματικών
- *pd*: ποσοστό ελαττωματικών
- *type*: ο τύπος της κατανομής
- *N*: μέγεθος παρτίδας

Όλες οι κατανομές απαιτούν την παράμετρο *pd*. Η *OChypergeom* περιέχει επιπλέον το μέγεθος της παρτίδας *N*. Τέλος, η *OCpoisson* περιέχει την παράμετρο *pd*, η οποία ισοδυναμεί με την παράμετρο *λ* που χρησιμοποιείται στην κατανομή Poisson.

Ενδεικτικά δίνονται οι ακόλουθες εντολές για σχέδια *OC2c*:

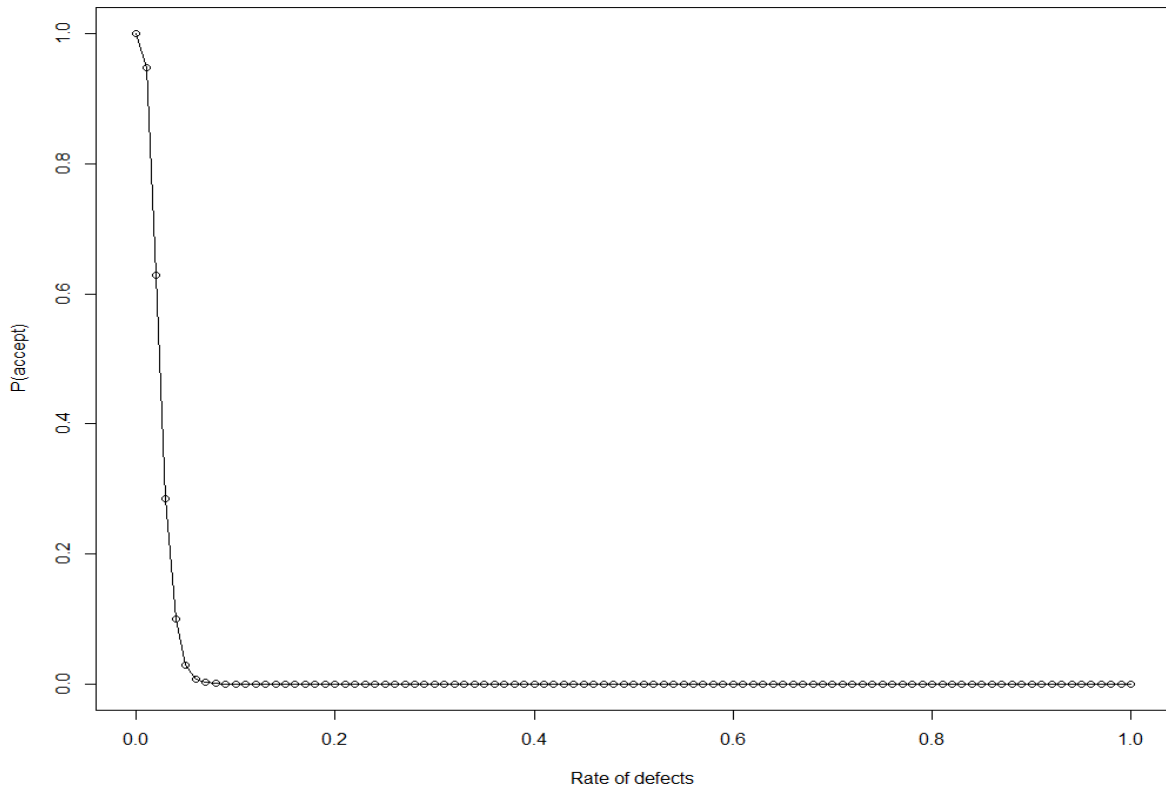
```
>OC2c(n, c)  
>OC2c(n, c, r, pd)  
>OC2c(n, c, r, type="hypergeom", N, pd)
```

```
>OC2c(n, c, r, type="poisson", pd)
```

Η πρώτη και η δεύτερη εντολή χρησιμοποιούν τον προεπιλεγμένο τύπο της διωνυμικής κατανομής. Η πρώτη εντολή μπορεί να υπολογίσει τον αριθμό απόρριψης, r . Η δεύτερη εντολή δίνει το ποσοστό των ελαττωματικών, pd για τα οποία πρέπει να υπολογιστεί η συνάρτηση OC . Η τρίτη εντολή δίνει τη συνάρτηση OC βασισμένη στην υπεργεωμετρική κατανομή. Εάν οι τιμές των N ή pd δεν προσδιορίζονται τότε λαμβάνουν τις προεπιλογές τιμές $N=100$ και $pd=seq(0,1,0.01)$.

Παράδειγμα:

```
>obj1<-OC2c(200, 4, 5, type="poisson")
>obj1
Acceptance Sampling Plan (poisson)
      Sample 1
Sample size(s)      200
Acc. Number(s)      4
Rej. Number(s)      5
>plot(obj1)
```



Σχήμα 4.1: Χαρακτηριστική Καμπύλη μέσω της συνάρτησης OC_{2c}

4.2.3 Η συνάρτηση OC_{var}

Η οικογένεια OC_{var} παρέχει μεθόδους για την κατασκευή, τη γραφική παράσταση, την εκτύπωση και την αξιολόγηση των σχεδίων δειγματοληψίας αποδοχής για μεταβλητές. Στα σχέδια δειγματοληψίας μεταβλητών περιοριζόμαστε μόνο στα απλά σχέδια δειγματοληψίας, καθώς τα διπλά και τα πολλαπλά σχέδια είναι αρκετά ασυνήθιστα. Η κατανομή που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παράμετρο $type$ είναι η κανονική κατανομή. Αυτό συμβαίνει επειδή η κανονική κατανομή είναι η κύρια κατανομή που χρησιμοποιείται για σχέδια δειγματοληψίας μεταβλητών. Έτσι η κατηγορία που προέρχεται από τα σχέδια OC_{var} , είναι OC_{normal} .

Οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται στα σχέδια δειγματοληψίας μεταβλητών είναι:

- n : το μέγεθος του δείγματος
- $s.type$: ο τύπος της διασποράς, γνωστή ή άγνωστη
- k : σταθερά αποδοχής
- pd : ποσοστό ελαττωματικών

Η κατηγορία *OCnormal* περιέχει την παράμετρο *s.type*. Με αυτή την παράμετρο καθορίζεται αν είναι γνωστή ή άγνωστη η τυπική απόκλιση του πληθυσμού σ . Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιεί την τυπική απόκλιση του πληθυσμού, σ και στη δεύτερη η τυπική απόκλιση του δείγματος, S .

Τυπικές εντολές για σχέδια OCvar είναι οι ακόλουθες:

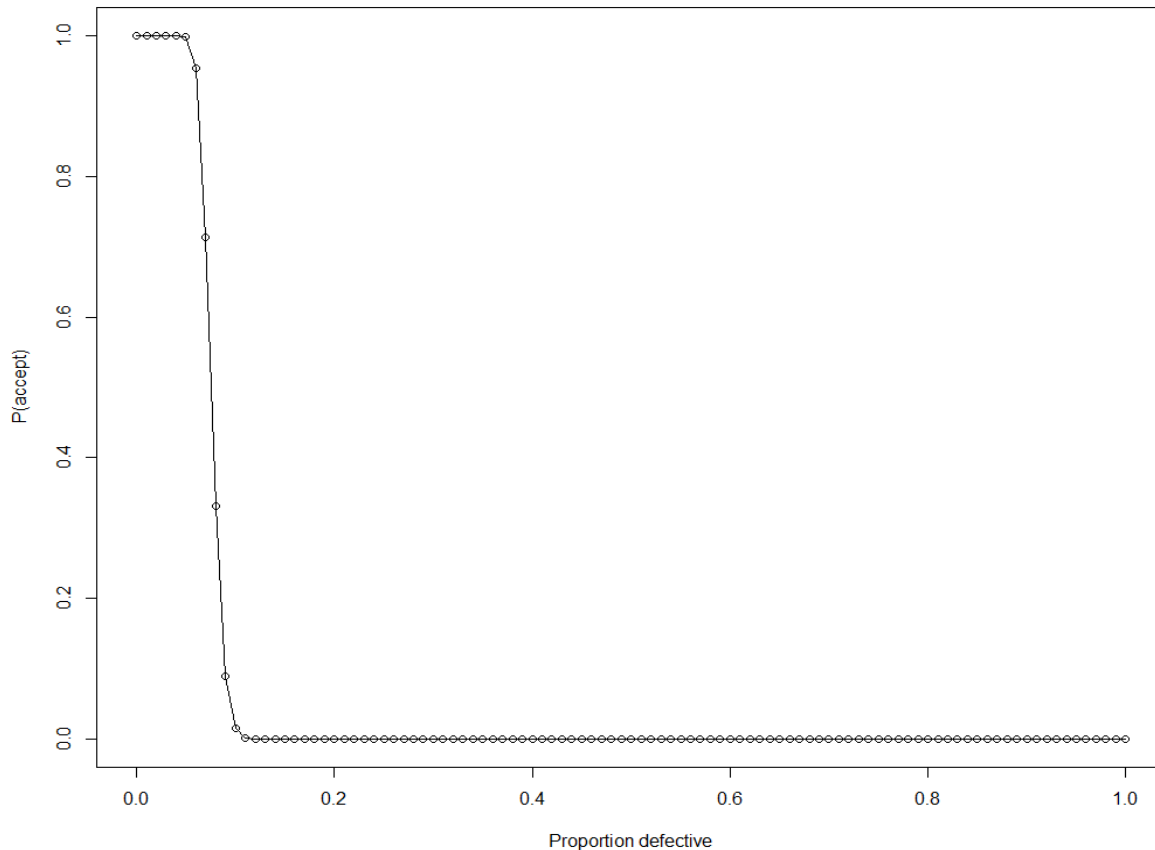
```
>OCvar(n, k, s)
>OCvar(n, k, pd, s)
>OCvar(n, k, pd, s, s.type)
```

Οι δύο πρώτες μορφές χρησιμοποιούν τον προεπιλεγμένο τύπο "normal". Επίσης, θεωρείται ότι η τυπική απόκλιση του πληθυσμού είναι γνωστή, βέβαια αυτό μπορεί να αλλάξει δίνοντας στο πρόγραμμα *s.type* = "unknown".

Παράδειγμα:

```
> obj2<-OCvar(200, 1.436)
>obj2
Acceptance Sampling Plan (normal)           #αποτελέσματα
Standard deviation assumed to be known

          Sample 1
Sample size 200.000
Constant k   1.436
>plot(obj2)
```



Σχήμα 4.2: Χαρακτηριστική Καμπύλη μέσω της συνάρτησης OCvar

4.2.4 Η συνάρτηση assess-methods

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση ενός σχεδίου δειγματοληψίας είναι αυτή που παρέχεται μέσα από την εντολή `assess` και εφαρμόζεται στα σχέδια δειγματοληψίας `OC2c` και `OCvar`. Μέσα από την αξιολόγηση που γίνεται ελέγχεται αν πληρούνται τα κριτήρια επιδόσεων που έχουν τεθεί. Αυτά τα κριτήρια είναι με βάση το *AQL* και το *LTPD*, είτε ξεχωριστά το καθένα, είτε και τα δύο μαζί. Στην περίπτωση που το κριτήριο είναι ο κίνδυνος του παραγωγού, το αποτέλεσμα που εξάγεται πρέπει να είναι η πιθανότητα αποδοχής ίση ή μεγαλύτερη από τιμή *PRP* που έδωσε ο χρήστης. Αν τώρα κριτήριο αποτελεί ο κίνδυνος του καταναλωτή, το αποτέλεσμα που πρέπει να δίνεται είναι: « η πιθανότητα αποδοχής να είναι μικρότερη ή το πολύ ίση με την τιμή *CRP* που δίνει ο χρήστης».

Οι παράμετροι της συνάρτησης `assess` είναι:

- Object: επιλογή της κλάσης `OC2c` ή `OCvar`.
- PRP
- CRP

- `print` : εκτύπωση αξιολόγησης ή όχι

Η εντολή που χρησιμοποιείται για την υλοποίηση της συνάρτησης `assess` είναι:

```
>assess(object, PRP, CRP, print)
```

Παράδειγμα:

```
>assess(OCvar(200, 1.436) , PRP=c(0.01, 0.95), CRP=c(0.05, 0.04))

Acceptance Sampling Plan (normal) #αποτελέσματα
Standard deviation assumed to be known

          Sample 1
Sample size 200.000
Constant k   1.436

Plan CANNOT meet desired risk point(s):

          Quality   RP P(accept) Plan P(accept)
PRP          0.01           0.95    1.0000000
CRP          0.05           0.04    0.9984297
```

4.2.5 Οι συναρτήσεις `print` και `summary`

Για την καλύτερη κατανόηση των σχεδίων δειγματοληψίας πολλές φορές χρησιμοποιούμε τις εντολές `print` και `summary`. Και οι δύο αποτελούν συνηθισμένες μεθόδους και εφαρμόζονται ευρύτερα σε πολλά πακέτα. Με τη χρήση τους πετυχαίνουμε μια σύντομη παρουσίαση και αποτύπωση των βασικών στοιχείων που περιέχονται στα σχέδια που μελετάμε. Στην κατηγορία των *OC2c* σχεδίων μπορούμε να συνοψίσουμε με αυτό τον τρόπο την κατανομή, το μέγεθος του δείγματος, τον αριθμό αποδοχής και απόρριψης. Αντίστοιχα, στην κατηγορία σχεδίων *OCvar* θα συμπεριλάβουμε την κατανομή, το μέγεθος του δείγματος, την τυπική απόκλιση σ αν είναι γνωστή ή άγνωστη και τη σταθερά αποδοχής. Τέλος με τη `print` μπορούμε να εμφανίσουμε στο χρήστη, αν το σχέδιο είναι πλήρες, το μήνυμα TRUE και να εκτυπωθούν όλες οι πιθανότητες αποδοχής.

4.2.6 Η συνάρτηση OC2c ((n₁, n₂) , (c₁, c₂) , (r₁, r₂))

Στα διπλά και πολλαπλά σχέδια δειγματοληψίας ο υπολογισμός της πιθανότητας αποδοχής, P_a είναι πρωτεύων στόχος. Σε αυτά τα σχέδια τα διανύσματα που χρησιμοποιούνται για τις παραμέτρους n , c και r έχουν μήκος μεγαλύτερο του 1. Για παράδειγμα αν έχουμε ένα διπλό σχέδιο δειγματοληψίας το n είναι ένα διάνυσμα μήκους δύο (n_1, n_2) αντίστοιχα το ίδιο ισχύει και για τις υπόλοιπες παραμέτρους. Μια τυπική εντολή της OC2c μπορεί να είναι για παράδειγμα σε ένα διπλό σχέδιο δειγματοληψίας η εξής:

```
>OC2c(n=c(n1,n2), c=c(c1,c2), r=c(r1,r2))
```

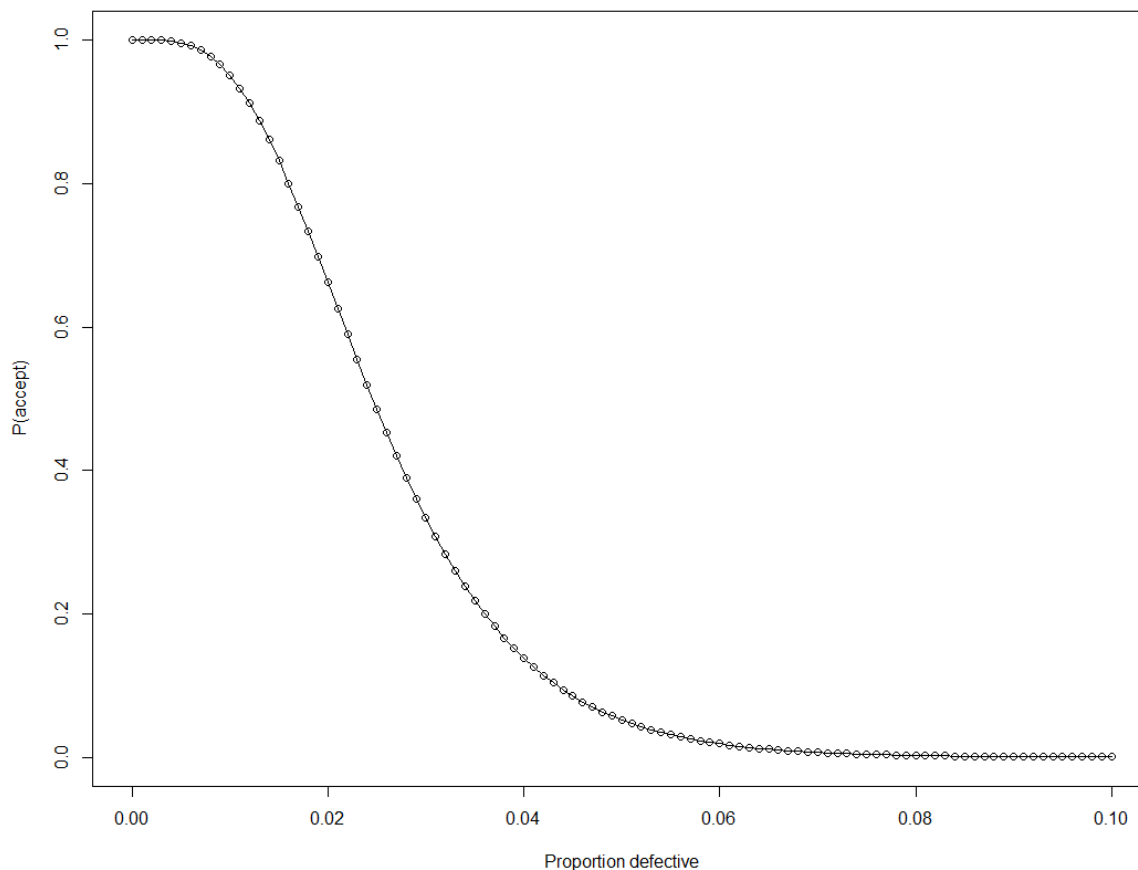
Στη συνέχεια θα δώσουμε ένα παράδειγμα διπλού σχεδίου δειγματοληψίας χρησιμοποιώντας τις τιμές ($n_1=100, n_2=100$), ($c_1=1, c_2=4$), ($r_1=4, r_2=5$) και θα κατασκευάσουμε την χαρακτηριστική καμπύλη του σχεδίου.

Παράδειγμα:

```
> x<- OC2c(c(100,100), c(1,4), c(4,5))
> x
Acceptance Sampling Plan (binomial)

                Sample 1 Sample 2
Sample size(s)      100      100
Acc. Number(s)       1         4
Rej. Number(s)       4         5

>plot(x)
```



Σχήμα 4.3: Χαρακτηριστική Καμπύλη για διπλό σχέδιο δειγματοληψίας ιδιοτήτων

Σημείωση

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι δεν υπάρχει αντίστοιχη συνάρτηση με τη συνάρτηση $OC2c(n=c(n_1, n_2), c=c(c_1, c_2), r=c(r_1, r_2))$ για διπλά σχέδια μεταβλητών.

4.3 Το υπολογιστικό πακέτο LTPDvar

Το πακέτο LTPDvar (Kaspríkova N. (2015)) εφαρμόζεται σε δειγματοληπτικά σχέδια για μεταβλητές. Σχεδιάστηκε από την Nikola Kaspríkova το 2015 και προσφέρει δυνατότητες κατασκευής και αξιολόγησης δειγματοληπτικών σχεδίων *Dodge-Romig* για μεταβλητές, βασισμένα στο *LTPD* και *AOQL*. Βασικό στόχο αποτελεί η ελαχιστοποίηση του μέσου κόστους επιθεώρησης ανά παρτίδα. Στην παράγραφο αυτή θα δούμε τις συναρτήσεις διαφόρων μεθόδων, όπως η εφαρμογή της μεθόδου *K* και της μεθόδου *M*, ο υπολογισμός της μέσης εξερχόμενης ποιότητας *AOQ*, ο σχεδιασμός *LTPD-plan* και *AOQL-plan*.

4.3.1 Η συνάρτηση ACSPlan-class

Με την κλάση ACSPlan αυτό που επιτυγχάνεται είναι η κατασκευή ενός απλού σχεδίου δειγματοληψίας για μεταβλητές. Τα κύρια χαρακτηριστικά αυτού του σχεδίου είναι το μέγεθος του δείγματος n και η κρίσιμη τιμή απόφασης K . Καλώντας την ACSPlan μπορούν να δημιουργηθούν νέα αντικείμενα. Μέθοδοι στις οποίες χρησιμοποιείται είναι:

- `n: signature (object = "ACSPlan")`: ορισμός του μεγέθους n του δείγματος
- `k: signature (object = "ACSPlan")`: εύρεση της τιμή απόφασης k
- `plot: signature (x="ACSPlan")`: συνάρτηση για τη λήψη της χαρακτηριστικής καμπύλης του σχεδίου δειγματοληψίας

Παράδειγμα:

```
> showClass("ACSPlan")
Class "ACSPlan" [package
"LTPDvar"]

Slots:

Name:      n      k
Class: numeric numeric
```

4.3.2 Η συνάρτηση AOQ

Η διαδικασία εύρεσης της μέσης εξερχόμενης ποιότητας της παρτίδας θα υπολογιστεί με την εντολή AOQ της οποίας οι παράμετροι είναι:

- N : μέγεθος παρτίδας
- n : μέγεθος δείγματος
- k : τιμή απόφασης
- p : ποσοστό ελαττωματικών
- `type`: τύπος της χαρακτηριστικής καμπύλης OC με προεπιλεγμένη τιμή "exact"

Η εντολή για την εύρεση της AOQ:

```
>AOQ(p, n, k, N, type=c("exact"))
```

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η επιλογή "exact" σημαίνει ότι στον υπολογισμό της πιθανότητας αποδοχής της παρτίδας χρησιμοποιείται η μη-κεντρική t κατανομή.

Παράδειγμα:

```
> AOQ(0.02, 97, 2.057083, 800)
[1] 0.00891383
> # Επιβεβαίωση και με τον τύπο
> delta1<-sqrt(97)*qnorm(1-0.02) # υπολογισμός της παραμέτρου μη κεντρικότητας
> Pa<-1-pt(2.057083*sqrt(97),97-1,ncp=delta1) # υπολογισμός Pa
> Pa*0.02*(800-97)/800 # υπολογισμός AOQ
[1] 0.00891383
```

4.3.3 Η συνάρτηση cmBE

Με την συνάρτηση cmBE υπολογίζεται ο λόγος του κόστους επιθεώρησης ενός προϊόντος με μεταβλητές, προς το κόστος της επιθεώρησης του προϊόντος με ιδιότητες σε ένα σχέδιο (n,c) . Οι παράγοντες της συνάρτησης είναι

- N: μέγεθος παρτίδας
- pbar: μέσο ποσοστό ελαττωματικών
- n: μέγεθος δείγματος
- c: αριθμός αποδοχής
- type: τύπος του σχεδίου δειγματοληψίας "LTPD" ή "AOQL"
- type2: τύπος της OC χαρακτηριστικής καμπύλης

Η εντολή για την εύρεση της cmBE

```
cmBE(N, pbar, px, n, c, type=c("LTPD", "AOQL"), type2 = c("exact"))
```

Παράδειγμα:

```
> cmBE(N=2000, pbar=0.002, px=0.02, n=120, c=0, type="LTPD", type2="exact"
)
[1] 8.703251
```

4.3.4 Η συνάρτηση Ims

Η συνάρτηση Ims ονομάζεται *Συνάρτηση Κόστους Επιθεώρησης (Inspection cost function)* και υπολογίζει το κόστος επιθεώρησης ανά παρτίδα με μέση ποιότητα διεργασίας, καθώς το δείγμα που έχει ληφθεί εξετάζεται με βάση τις μεταβλητές ενώ οι παρτίδες που απορρίπτονται επιθεωρούνται με βάση τις ιδιότητες και διαιρούνται με την παράμετρο cm (κόστος επιθεώρησης ενός στοιχείου με μεταβλητές διαιρούμενο με το κόστος επιθεώρησης του στοιχείου με ιδιότητες).

Οι παράγοντες της συνάρτησης είναι:

- N : μέγεθος παρτίδας
- n : μέγεθος δείγματος
- k : τιμή απόφασης
- $pbar$: μέσο ποσοστό ελαττωματικών της παρτίδας
- cm : κόστος επιθεώρησης ενός στοιχείου με μεταβλητές διαιρούμενο με το κόστος επιθεώρησης του στοιχείου με ιδιότητες,, προεπιλεγμένη τιμή 1
- $type$: τύπος της OC χαρακτηριστικής καμπύλης με προεπιλεγμένη τιμή "exact", χρησιμοποιώντας μη κεντρική κατανομή t

Μια τυπική εντολή της συνάρτησης `Ims` είναι:

```
>Ims(n, k, N, pbar, cm = 1,type = c("exact"))
```

Παράδειγμα:

```
> Ims(80, 2.57395, 3000, 0.001 ,1.5,type="exact")  
[1] 158.9655
```

4.3.5 Οι συναρτήσεις k και m

Για την εύρεση της τιμής απόφασης K και M αρχικά θα χρειαστούμε μια βοηθητική συνάρτηση. Ο παράγοντας των k και m θα περιέχει την συνάρτηση `ACSPlan`.

```
>k(object="ACSPlan")  
>m(object="ACSPlan")
```

4.3.6 Η συνάρτηση OC

Σε ένα σχέδιο (n,k) για να υπολογίσουμε την πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με ποσοστό ελαττωματικών p , θα δώσουμε τη συνάρτηση που ακολουθεί στη συνέχεια. Οι παράμετροι που θα χρησιμοποιηθούν είναι:

- n : μέγεθος δείγματος
- k : τιμή απόφασης
- p : ποσοστό ελαττωματικών

Μια τυπική εντολή της συνάρτησης OC είναι:

```
>OC(p, n, k,)
```

Παράδειγμα:

```
> OC(p=0.1, n=60, k=1.44)
[1] 0.2054347 #αποτέλεσμα, πιθανότητα αποδοχής p=0.2054
> delta1<-sqrt(60)*qnorm(1-0.1) # επιβεβαίωση με χρήση των τύπων
> Pa<-1-pt(1.44*sqrt(60), 60-1, ncp=delta1)
> Pa
[1] 0.2054347
```

4.3.7 Η συνάρτηση planLTPD

Για την κατασκευή ενός *LTPD* σχεδίου δειγματοληψίας (n, k) για μεταβλητές θα χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω παράμετροι:

- N : μέγεθος παρτίδας
- \bar{p} : μέσο ποσοστό ελαττωματικών της παρτίδας
- pt : επιτρεπτό ποσοστό ελαττωματικών στην παρτίδα
- b : πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με επιτρεπτό ποσοστό ελαττωματικών pt , προεπιλεγμένη τιμή 0.1
- $type$: τύπος της χαρακτηριστικής καμπύλης, η προεπιλεγμένη τιμή "exact" για την χρήση μη-κεντρικής κατανομής t
- cm : κόστος επιθεώρησης ενός στοιχείου με μεταβλητές διαιρούμενο με το κόστος επιθεώρησης του στοιχείου με ιδιότητες,, προεπιλεγμένη τιμή 1
- $intdif$: παράμετρος που χρησιμοποιείται για την ανίχνευση του n , ελέγχοντας το βέλτιστο πλάτος του διαστήματος που πρέπει να αναζητηθεί για το σχέδιο δειγματοληψίας, προεπιλεγμένη τιμή 20

Μια βασική εντολή για την κατασκευή του σχεδίου αυτού είναι:

```
>planLTPD(N, pt, pbar, b = 0.1, cm =1, type=c("exact"), intdif
= 20)
```

Παράδειγμα:

```
> planLTPD(N=2000,pt=0.1,pbar=0.001)

An object of class "ACSPlan"
Slot "n":
[1] 17                                #αποτελέσματα n=17, k=1.819

Slot "k":
[1] 1.81949
```

Εφαρμογή 4.1

Στο παράδειγμα που ακολουθεί (Kasprikova and Klufa (2011)) θα υλοποιήσουμε ένα σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές βασισμένο στο *LTPD*. Στη συνέχεια θα κατασκευάσουμε τη χαρακτηριστική καμπύλη και θα υπολογίσουμε τον κινδύνου του παραγωγού α . Επίσης, θα συγκρίνουμε το σχέδιο που προέκυψε με το σχέδιο δειγματοληψίας *LTPD Dodge-Romig* για ιδιότητες, το οποίο θα κατασκευάσουμε με το πακέτο *Planesmuestra* (δείτε Ενότητα 4.4). Τέλος, θα σχεδιάσουμε την χαρακτηριστική καμπύλη *OC-curve*. Οι τιμές των παραμέτρων που θα χρησιμοποιήσουμε για το σχέδιο είναι $N=800$, $p_t=0,01$, $p=0,0015$ και $cm=1$ (προεπιλεγμένη τιμή). Σκοπός της συγκεκριμένης εφαρμογής είναι η σύγκριση ενός σχεδίου δειγματοληψίας μεταβλητών με το αντίστοιχο σχέδιο δειγματοληψίας ιδιοτήτων.

Λύση:

Αρχικά μέσα από το πακέτο *LTPDvar* θα κατασκευάσουμε το σχέδιο δειγματοληψίας μεταβλητών βασισμένο στο *LTPD* χρησιμοποιώντας τις τιμές των παραμέτρων που αναφέραμε:

```
>library(LTPDvar)

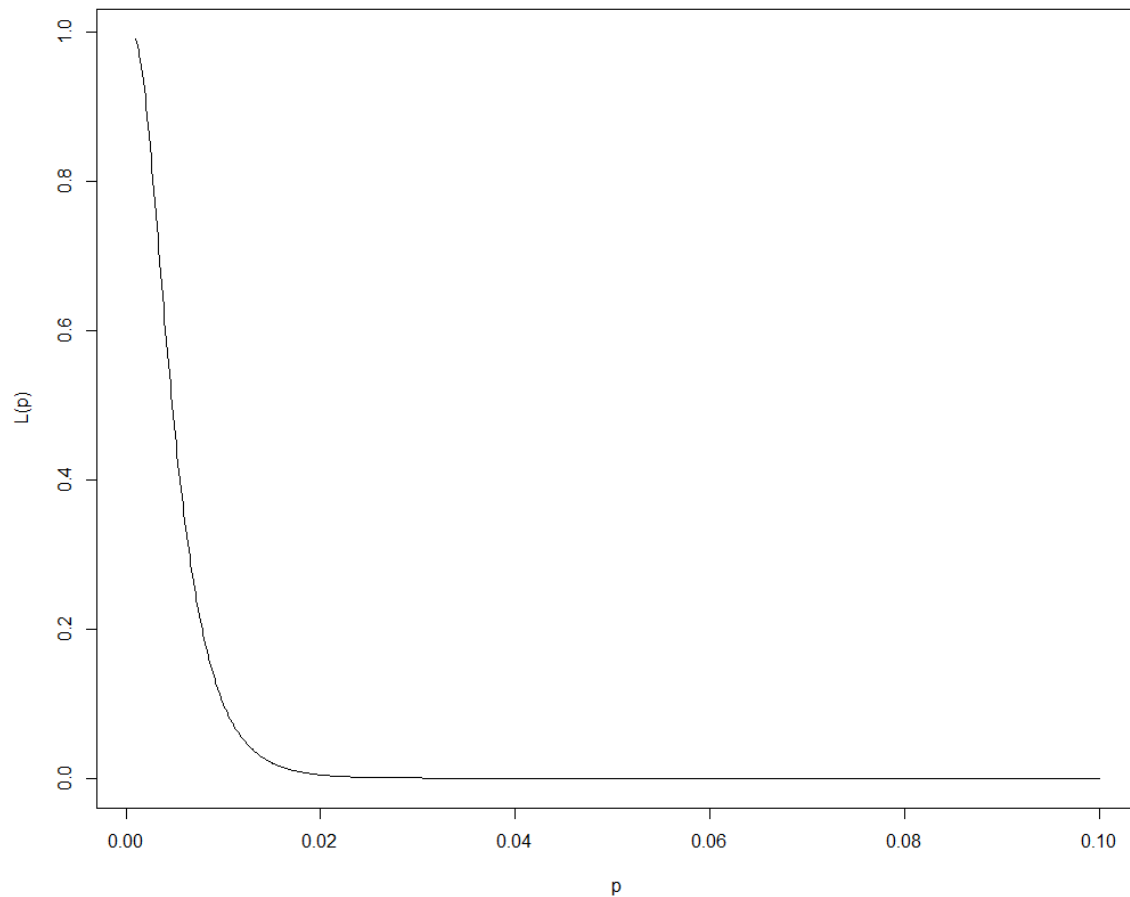
> planLTPD(N=800, pt=0.01, pbar=0.0015, cm=1)

An object of class "ACSPlan"
Slot "n":
[1] 100

Slot "k":
[1] 2.600903
```

Για την σχεδίαση της χαρακτηριστικής καμπύλης του σχεδίου θα χρησιμοποιήσουμε:

```
>plot(planLTPD(N=800, pt=0.01, pbar=0.0015, cm=1))
```



Σχήμα 4.4: Χαρακτηριστική Καμπύλη Σχεδίου (100, 2.600903)

Το σχέδιο *LTPD* για επιθεώρηση μεταβλητών που θα προκύψει είναι $n=100$, $k=2.600903$. Χρησιμοποιώντας στη συνέχεια την συνάρτηση $OC(n, k, p)$ θα υπολογίσουμε τον κίνδυνο του παραγωγού α . Ωστόσο θα πρέπει να αναφέρουμε ότι το $pbar$ έχει το ρόλο του *AQL*.

```
> 1-OC(n=100, k=2.600903, p=0.0015)
[1] 0.03906966
```

Για την κατασκευή του σχεδίου *Dodge-Romig* για ιδιότητες βασισμένο στο *LTPD* θα χρησιμοποιήσουμε το πακέτο `Planesmuestra`:

```
> library(Planesmuestra)
> f_dodge.romig.simple(N=800,plan="LPTD", p=0.0015)
$plan
      n      c      p      #p=0.002≅0.0015
"200"  "0"  "0.002"
$Argumentos (Παράγοντες)
      Lote (Παρτίδα)
      "800"
      Tipo de plan (Τύπος σχεδίου)
      "LPTD"
Porcentaje Promedio de no conformes (μέσο ποσοστό ελαττωματικών)
      "0.2"
$Resultados (Αποτελέσματα)
      Muestra (Δείγμα)      Numero de Aceptacion (Αριθμός αποδοχής)
      "200"                  "0"
Numero Rechazo (Αριθμός Απόρριψης)      plan21      plan22
      "1"                  "AOQL"      "0.14"
```

Το σχέδιο που προκύπτει είναι $n=200$, $c=0$. Επομένως το μέγεθος του σχεδίου *Dodge-Romig* για ιδιότητες είναι διπλάσιο σε σχέση με το προηγούμενο σχέδιο *LTPD* για μεταβλητές που έδωσε $n=100$.

Επιπλέον, αν θέλουμε να υπολογίσουμε τον κίνδυνο του παραγωγού έχουμε (με χρήση της υπεργεωμετρικής κατανομής):

```
>1-choose(0.0015*800,0)*choose((1-0.0015)*800,200)/choose(800,200)
[1] 0.2919698
```

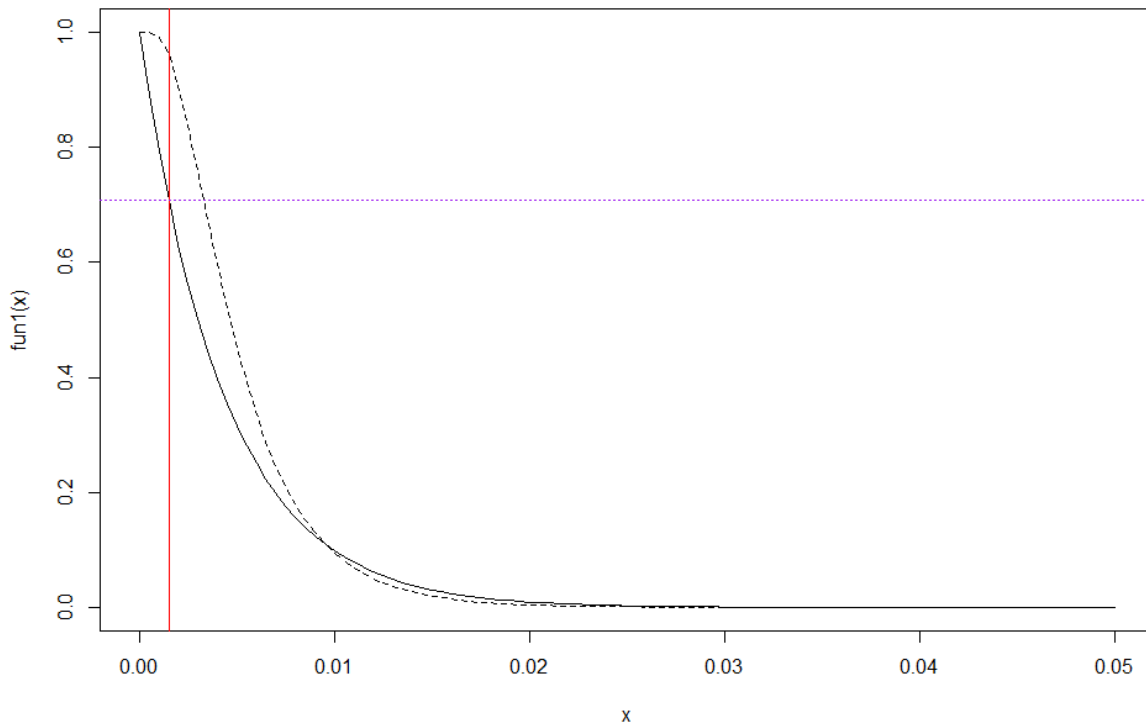
Παρατηρείται ότι είναι αισθητά μεγάλη η διαφορά των τιμών του κινδύνου του παραγωγού μεταξύ των δύο σχεδίων, $\alpha=0.2919698 \gg \alpha=0.03906966$.

Τέλος, δίνονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες των δύο σχεδίων σε μια γραφική παράσταση με χρήση του παρακάτω κώδικα:

```

fun1<-function(x) {
+   choose(x*800,0)*choose((1-x)*800,200)/choose(800,200)
+ }
> #####
> curve(fun1,0,0.05)
> #####
> fun2<-function(x) {
+   pnorm(sqrt(100)*(qnorm(1-x)-2.600903)/(sqrt(1+2.600903^2/2)))
+ }
> #####
> curve(fun2,0,0.05,add=T,lty=2)
> abline(v=0.0015,col="red")
> abline(h=(OC(n=100 ,k=2.600903, p=0.0015)),lty=3,col="blue")
Error in OC(n = 100, k = 2.600903, p = 0.0015) :
  could not find function "OC"
> abline(h=(1-0.2919698),lty=3,col="purple")

```



Σχήμα 4.5: Σύγκριση χαρακτηριστικών καμπυλών σχεδίου ιδιοτήτων -μεταβλητών

4.3.8 Η συνάρτηση $p_{1anAOQL}$

Στη συνέχεια θα δούμε πως υλοποιείται ένα σχέδιο δειγματοληψίας (n, k) για μεταβλητές βασισμένο στο κριτήριο $AOQL$. Το σχέδιο αυτό ελαχιστοποιεί το μέσο κόστος του ελέγχου που πραγματοποιείται ανά παρτίδα και παράλληλα ικανοποιείται και η τιμή της μέσης

εξερχόμενης ποιότητας AOQ . Έτσι, η συνάρτηση `planAOQL` αναζητά ένα σχέδιο για την ελαχιστοποίηση του μέσου αριθμού επιθεωρούμενων μονάδων ανά παρτίδα, ATI υπό την προϋπόθεση ότι το AOQ δεν υπερβαίνει τη δεδομένη τιμή p_L .

Οι παράμετροι υλοποίησης της συνάρτησης είναι:

- N : μέγεθος παρτίδας
- p_{bar} : μέσο ποσοστό ελαττωματικών
- p_L : μέσο όριο εξερχόμενης ποιότητας
- `method`: τύπος της χαρακτηριστικής καμπύλης, η προεπιλεγμένη τιμή "exact" για την χρήση μη-κεντρικής κατανομής t
- `cm`: κόστος επιθεώρησης ενός στοιχείου με μεταβλητές διαιρούμενο με το κόστος επιθεώρησης του στοιχείου με ιδιότητες, προεπιλεγμένη τιμή 1
- `intdif`: παράμετρος που χρησιμοποιείται για την ανίχνευση του n , ελέγχοντας το βέλτιστο πλάτος του διαστήματος που πρέπει να αναζητηθεί για το σχέδιο δειγματοληψίας, προεπιλεγμένη τιμή 20

Η εντολή που δίνεται για την κατασκευή αυτού του σχεδίου είναι:

```
>planAOQL(N, pbar, pL, type = c("exact"), cm = 1, intdif = 20)
```

Παράδειγμα:

```
> planAOQL(N=2000,pbar=0.005,pL=0.02, method="exact", cm=1.5)
```

```
An object of class "ACSPPlan"
```

```
Slot "n":
```

```
[1] 25 #αποτελέσματα n=25, k=1.7484
```

```
Slot "k":
```

```
[1] 1.748408
```

4.4 Το υπολογιστικό πακέτο **Planesmuestra**

Το πακέτο `Planesmuestra` (Marroquin E. (2016)) αποτελεί ένα «εργαλείο» με πλούσιες δυνατότητες για τον στατιστικό έλεγχο ποιότητας. Με τη χρήση του πακέτου `Planesmuestra` μπορούμε να υπολογίσουμε σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής με βάσει τους πίνακες *MIL STD 105E*, *Dodge-Romig* και *MIL STD 414*. Το υπολογιστικό πακέτο έχει σχεδιαστεί για να

δίνει το μέγεθος του δείγματος και τον αριθμό αποδοχής σύμφωνα με τους παραπάνω πίνακες. Η χαρακτηριστική καμπύλη *OC* υπολογίζεται με χρήση της διωνυμικής κατανομής.

Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι στο πακέτο *Planesmuestra* υπάρχει διαφορετικός συμβολισμός σε δύο ποσότητες, το *AOQL* συμβολίζεται ως *AQL* και το *LTPD* συμβολίζεται ως *LPTD*.

4.4.1 Οι συναρτήσεις `code_letter` και `code_letter.milstd414`

Για την εύρεση του κωδικού γράμματος (*code letter*) σε μια παρτίδα συγκεκριμένου μεγέθους όταν βρισκόμαστε στο σύστημα *MIL STD 105E*, χρησιμοποιούμε την συνάρτηση `code_letter`. Ενώ όταν βρισκόμαστε στο σύστημα *MIL STD 414* χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση `code_letter.milstd414`. Καθορίζεται επίσης το επίπεδο επιθεώρησης αν είναι το κανονικό ή το ειδικό.

Χαρακτηριστικές εντολές για την εύρεση του κωδικού γράμματος είναι:

```
>data (code_letter)
>data (code_letter.milstd414)
```

4.4.2 Η συνάρτηση `f_CO.NCA.NCL`

Το πακέτο *Planesmuestra* όταν εφαρμόζεται σε σχέδια αποδοχής για ιδιότητες, μέσω της συνάρτησης `f_CO.NCA.NCL(NCA, NCL, n, c)`, παράγει την χαρακτηριστική καμπύλη *OC* έχοντας ως δεδομένα το *AOQL*, το *LPTD*, το μέγεθος του δείγματος, *n* και τον αριθμό αποδοχής, *c*.

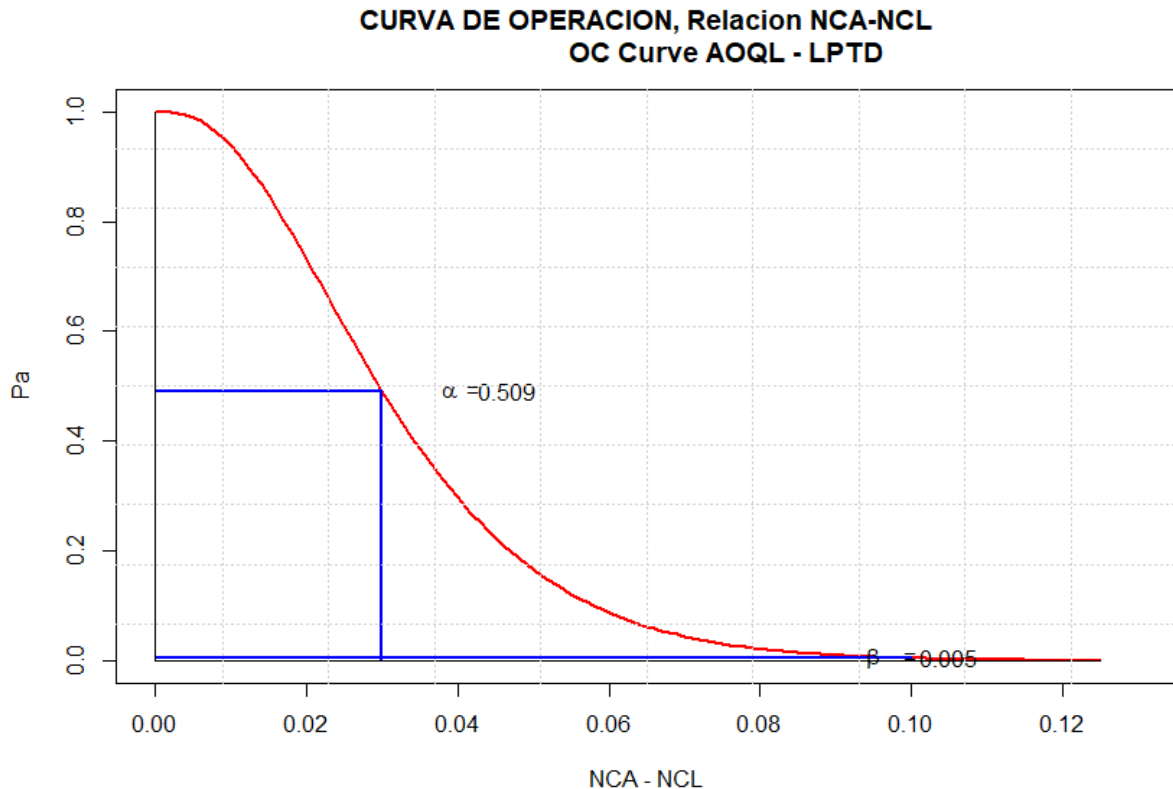
Οι παράμετροι της συνάρτησης είναι:

- *NCA*: συγκεκριμένη τιμή για το *AQL*
- *NCL*: συγκεκριμένη τιμή για το *LPTD*
- *n*: μέγεθος δείγματος
- *c*: αριθμός αποδοχής

Παράδειγμα:

```
> f_CO.NCA.NCL(NCA=0.03,NCL=0.1,n=90,c=2)
```

c	n	NCA	NCL	beta	alpha	#αποτελέσματα
2	90	0.03	0.1	0.004604497	0.5089876	



Σχήμα 4.6: Χαρακτηριστική Καμπύλη με χρήση της `f_CO.NCA.NCL`

4.4.3 Η συνάρτηση `f_dodge.romig.simple`

Για ένα απλό σχέδιο δειγματοληψίας *Dodge-Romig* με γνωστό το μέγεθος της παρτίδας N , συγκεκριμένη τιμή *AOQL* ή *LPTD* και ποσοστό ελαττωμάτων p , μέσα από τη συνάρτηση `f_dodge.romig.simple` υπολογίζεται το σχέδιο δίνοντας ως αποτέλεσμα το μέγεθος του δείγματος n , τον αριθμό αποδοχής c και τον αριθμό απόρριψης r .

Οι παράμετροι της συνάρτησης είναι:

- N : Το μέγεθος της παρτίδας
- `plan`: προσδιορίζει το σχέδιο παίρνοντας ως όρισμα το "AOQL" ή "LPTD"
- p : ποσοστό ελαττωματικών

Παράδειγμα:


```

> f_dodge.romig.simple(N=2000,plan="AOQL", p=0.02)
$plan                                     #αποτελέσματα
      n      c      p
      "80"   "4"   "0.024"

$Argumentos (Παράμετροι)
Lote (Παρτίδα)
"2000"
Tipo de plan (Τύπος του σχεδίου)
"AOQL"
Porcentaje Promedio de no conformes (Μέσο ποσοστό ελαττωματικών)
"2.4"
$Resultados (Αποτελέσματα)
Muestra (Δείγμα)
"80"
Numero de Aceptacion (Αριθμός αποδοχής)
"4"
Numero Rechazo (Αριθμός απόρριψης)
"5"
plan21 #αν επέλεγα LPTD=LTPD θα είχαμε μέσο ποσοστό ελαττωματικών 9.8
"LPTD"
plan22
"9.8"

```

4.4.4 Η συνάρτηση `f_CO.plan`

Η χαρακτηριστική καμπύλη του παραπάνω σχεδίου δειγματοληψίας μπορεί να σχεδιαστεί μέσα από την εντολή `f_CO.plan(plan)` όπου

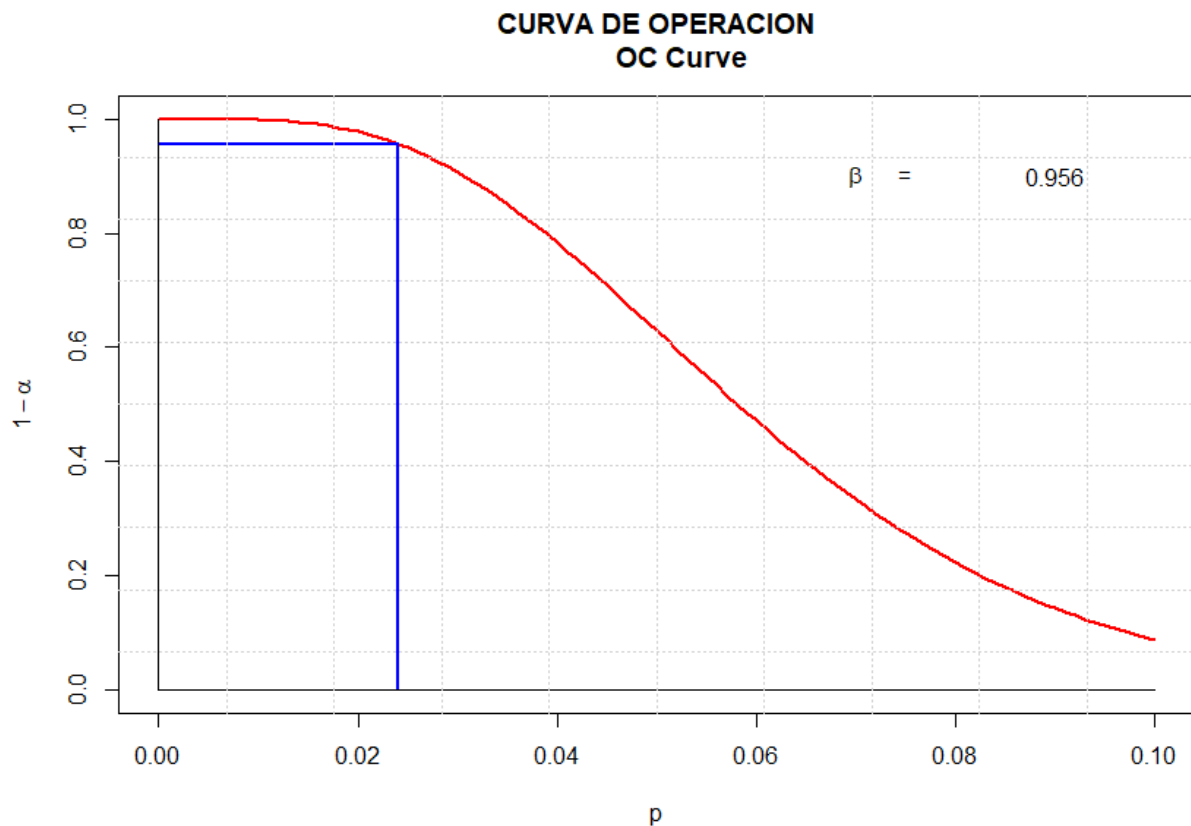
`plan`: το διάνυσμα που αποτελείται από τον αριθμό αποδοχής `c`, το μέγεθος δείγματος `n`, και το ποσοστό των ελαττωματικών `p`

Παράδειγμα:

```

>p<-f_dodge.romig.simple(N=2000,plan="AOQL", p=0.02)
>f_CO.plan(p$pplan)
      c      n      p      beta      #αποτελέσματα

```



Σχήμα 4.7: Χαρακτηριστική καμπύλη κατασκευασμένη από τη συνάρτηση `f_CO.plan`

Εφαρμογή 4.2

Ένα προϊόν αποστέλλεται σε μέγεθος παρτίδας $N=2000$. Βρείτε ένα σχέδιο δειγματοληψίας *Dodge-Romig* για το οποίο το $LTPD=1\%$, αν υποθεθεί ότι ο μέσος όρος διαδικασίας είναι $0,25\%$ ελαττωματικά. Σχεδιάστε την καμπύλη OC και την καμπύλη ATI για αυτό το σχέδιο. Ποιο είναι το AOQL για αυτό το σχέδιο δειγματοληψίας; (Montgomery (2009), άσκηση 15.20, σελ. 669).

Λύση:

Το μέγεθος της παρτίδας που χρησιμοποιείται είναι $N=2000$, το $LTPD(=LPTD)=1\%$ και ο μέσος όρος ελαττωματικών $p=0,25\%$. Θα κατασκευάσουμε στη συνέχεια το σχέδιο δειγματοληψίας *Dodge-Romig* και θα βρούμε την χαρακτηριστική καμπύλη OC, καθώς και

την καμπύλη *ATI* για τον υπολογισμό της οποίας θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση `SSPlanBinomial` της παραγράφου 4.5.1. Τέλος θα δοθεί η τιμή *AOQL*.

```
> library(Planesmuestra)
> p<-f_dodge.romig.simple(N=2000,plan="LPTD", p=0.0025)
> p
$plan                                     #αποτελέσματα
      n      c      p
"490"    "2"  "0.003"

$Argumentos (Παράμετροι)
Lote (Παρτίδα)
"2000"

Tipo de plan (Τύπος του σχεδίου)
"LPTD"

Porcentaje Promedio de no conformes (Μέσο ποσοστό ελαττωματικών)
"0.3"

$Resultados
Muestra Numero (Δείγμα)
"490"

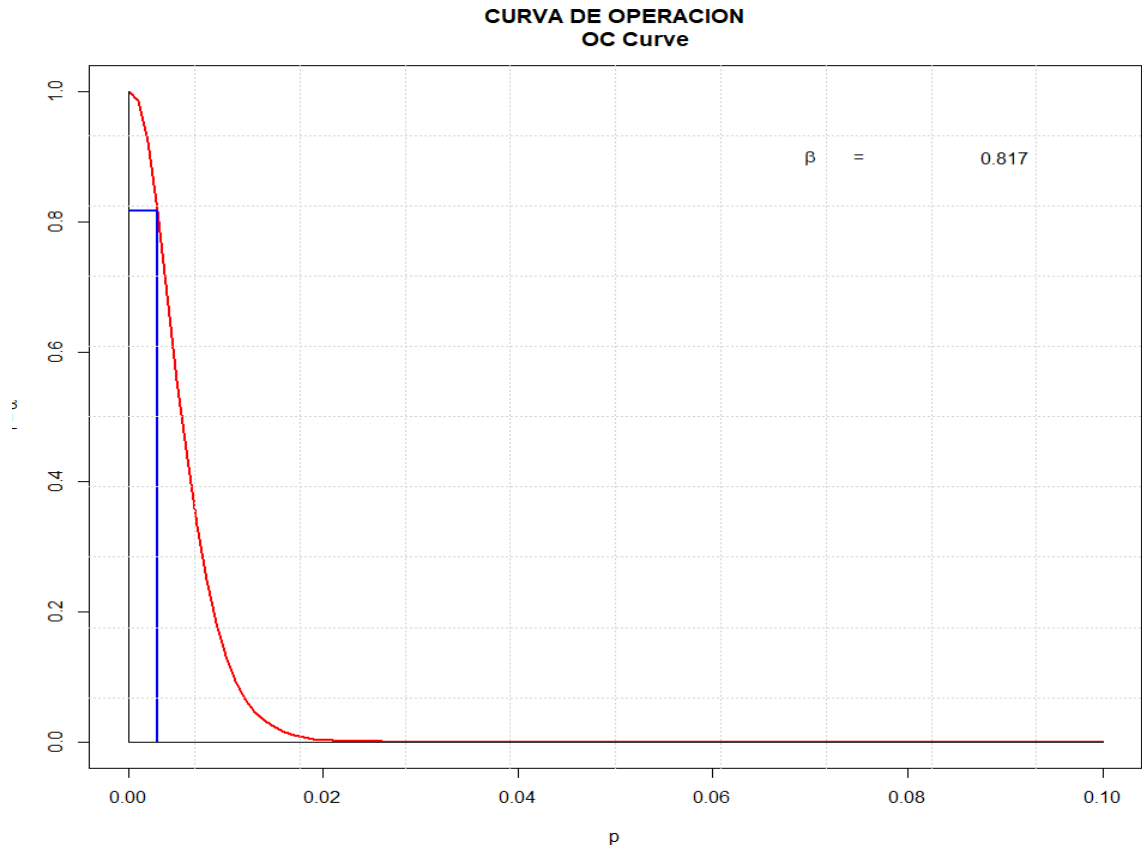
de Aceptacion (Αριθμός αποδοχής)
"2"

Numero Rechazo (Αριθμός απόρριψης)
"3"

plan21
"AOQL"
plan22
"0.21"

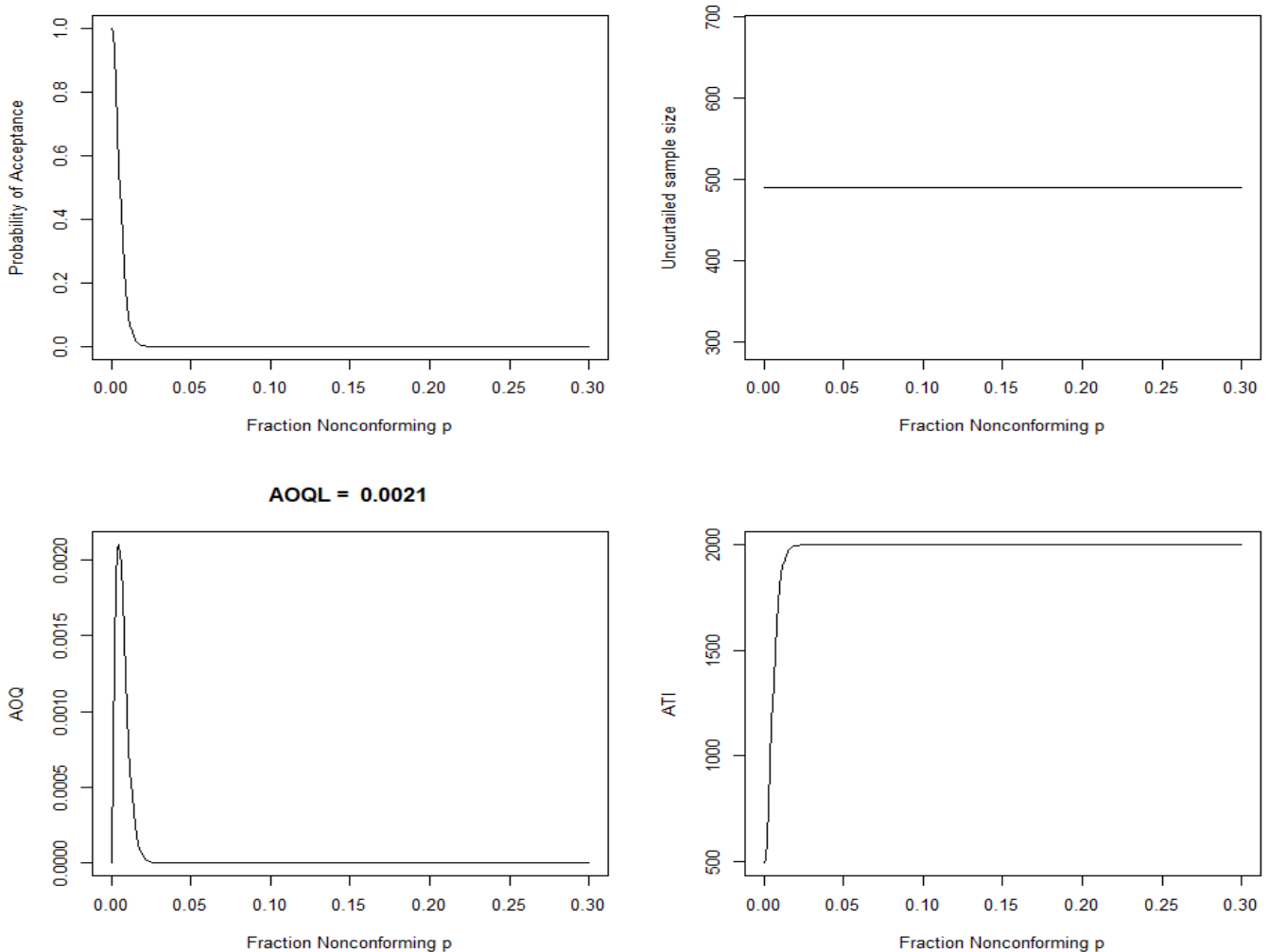
> f_CO.plan(p$plan)
```

c	n	p	beta
2	490	0.003	0.8165371



Σχήμα 4.8: Χαρακτηριστική Καμπύλη Σχεδίου (2000, 490, 2)

```
>library(Dodge)
> SSPlanBinomial(2000, 490, 2)
```



Σχήμα 4.9: Κατασκευή Διαγραμμάτων με χρήση της SSPlanBinomial

4.4.5 Η συνάρτηση `f_milstd105e`

Για την υλοποίηση ενός σχεδίου δειγματοληψίας βασισμένο στο σύστημα *MIL STD 105E* έχοντας ως δεδομένα το μέγεθος της παρτίδας, τον τύπο επιθεώρησης, τον τύπο δειγματοληψίας (απλό, διπλό ή πολλαπλό) και το *AQL*, θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση `f_milstd105e(N, L, NCA, type)`. Με τη συνάρτηση αυτή υλοποιείται ένα απλό σχέδιο δειγματοληψίας.

Οι παράμετροι της συνάρτησης είναι:

- N: μέγεθος της παρτίδας
- L: επίπεδο επιθεώρησης (S-1, S-2, S-3, S-4, I, II, III)
- NCA: συγκεκριμένη τιμή για το AQL
- type: είδος της επιθεώρησης, -n- κανονικό, -r- ελαστικό, -t- αυστηρό

Εφαρμογή 4.3

Ένα προϊόν παρέχεται σε μέγεθος παρτίδας $N=10.000$. Το AQL έχει καθοριστεί στο 0.10%. Βρείτε τα κανονικό, αυστηρό και ελαστικό σχέδια απλής δειγματοληψίας από το MIL STD 105E, υποθέτοντας ότι ως επίπεδο επιθεώρησης το II (δείτε Montgomery (2009), άσκηση 15.18, σελ.669).

Λύση:

Είδος επιθεώρησης: Κανονικό "n"

```
> f milstd105e(N=10000, L="II", type="n", NCA=0.10)
```

```
Lote (Παρτίδα) #αποτελέσματα
```

```
"10000"
```

```
Tipo de Inspeccion (Είδος επιθεώρησης)
```

```
"Normal"
```

```
Nivel de Inspeccion (Επίπεδο επιθεώρησης)
```

```
"II"
```

```
Nivel de Calidad Aceptable (Αποδεκτό επίπεδο ποιότητας)
```

```
"0.1"
```

```
Codigo Letra (Κωδικό γράμμα)
```

```
"M"
```

```
Muestra (Δείγμα)
```

```
"315"
```

```
Numero de Aceptacion (Αριθμός αποδοχής)
```

```
"1"
```

```
Numero de Rechazo (Αριθμός απόρριψης)
```

```
"2"
```

Είδος επιθεώρησης: Ελαστικό "r"

```
> f_milstd105e(N=10000, L="II", type="r", NCA=0.10)
Lote (Παρτίδα) #αποτελέσματα
"10000"
Tipo de Inspeccion (Είδος επιθεώρησης)
"Reducida" (Ελαστικό)
Nivel de Inspeccion (Επίπεδο επιθεώρησης)
"II"
Nivel de Calidad Aceptable (Αποδεκτό επίπεδο ποιότητας)
"0.1"
Codigo Letra (Κωδικό γράμμα)
"M"
Muestra (Δείγμα)
"125"
Numero de Aceptacion (Αριθμός αποδοχής)
"0"
Numero de Rechazo (Αριθμός απόρριψης)
"1"
```

Είδος επιθεώρησης: Αυστηρό "t"

```
> f_milstd105e(N=10000, L="II", type="t", NCA=0.10)
Lote (Παρτίδα) #αποτελέσματα
"10000"
Tipo de Inspeccion (Είδος επιθεώρησης)
"Rigurosa" (Αυστηρό)
Nivel de Inspeccion (Επίπεδο επιθεώρησης)
"II"
Nivel de Calidad Aceptable (Αποδεκτό επίπεδο ποιότητας)
"0.1"
Codigo Letra (Κωδικό γράμμα)
"M"
Muestra (Δείγμα)
"315"
Numero de Aceptacion (Αριθμός αποδοχής)
"0"
Numero de Rechazo (Αριθμός απόρριψης)
"1"
```

4.4.6 Η συνάρτηση `f_milstd414`

Στη συνέχεια, θα δούμε τη συνάρτηση υλοποίησης ενός σχεδίου δειγματοληψίας βασισμένο στο σύστημα *MIL STD 414* έχοντας ως δεδομένα το μέγεθος της παρτίδας, τον τύπο επιθεώρησης, τον τύπο δειγματοληψίας (απλό, διπλό ή πολλαπλό) και το *AQL*. Η συνάρτηση που χρησιμοποιείται είναι η `f_milstd414(N, L, NCA, type)`.

Οι παράμετροι της συνάρτησης είναι:

- `N`: μέγεθος της παρτίδας
- `L`: επίπεδο επιθεώρησης (I, II, III, S3, S4)
- `NCA`: συγκεκριμένη τιμή για το *AQL*
- `type`: είδος της επιθεώρησης, -n- κανονικό, -r- ελαστικό, -t- αυστηρό

Εφαρμογή 4.4

Ακολουθώντας την εφαρμογή της παραγράφου 4.4.5 (Εφαρμογή 4.3) θα εξετάσουμε πως λειτουργεί η συνάρτηση `f_milstd414` για $N=10.000$ και $AQL=0,10$ κατασκευάζοντας κανονικό, ελαστικό και αυστηρό σχέδιο απλής δειγματοληψίας από το *MIL STD 414*, υποθέτοντας ότι ως επίπεδο επιθεώρησης το II.

```
Eίδος επιθεώρησης: Κανονικό "n"

>f milstd414(N=10000,L="II",NCA=0.10,type="n")

          Lote (Παρτίδα)                Plan
          "10000"                       "Normal"

Nivel de Inspeccion (Επίπεδο Επιθεώρησης)  NCA (AQL)
          "II"                             "0.1"

Codigo Letra (Κωδικό γράμμα)  Muestra (Δείγμα)  k
          "J"                   "30"                 "2.51"
```

```
Eίδος επιθεώρησης: Ελαστικό "r"

Δεν υπάρχει διαθέσιμη εντολή για την πραγματοποίηση ελαστικής
επιθεώρησης.
```


Είδος επιθεώρησης: Αυστηρό "t"

```
> f_milstd414(N=10000, L="II", type="t", NCA=0.10)
```

```
          Lote          Plan
          "10000"        "Riguroso"

Nivel de Inspeccion          NCA
          "II"              "0.1"

Codigo Letra          Muestra
          "J"            "30"

          k
          "2.61"
```

Ωστόσο, είναι πολύ σημαντικό να επιστήσουμε την προσοχή του αναγνώστη στην εφαρμογή των δύο παραπάνω συναρτήσεων των παραγράφων 4.4.5 και 4.4.6, καθώς τα αποτελέσματα που δίνονται δεν αντιστοιχούν με τα θεωρητικά αποτελέσματα που θα λαμβάναμε από τους πίνακες *MIL-STD 105E* και *MIL-STD 414*.

4.4.7 Η συνάρτηση `k_plans.milstd414`

Όπως έχουμε δει και με τη χρήση του πακέτου `LTPDvar`, έτσι και με το πακέτο `Planesmuestra` μπορούμε να υπολογίσουμε σε ένα σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές, το μέγεθος του δείγματος που θα επιλέξουμε και την τιμή απόφασης K . Αυτό θα γίνει με τη συνάρτηση `k_plans.milstd414` λαμβάνοντας υπόψη το κωδικό γράμμα, την τιμή AQL και τον τύπο επιθεώρησης.

Τυπική εντολή της συνάρτησης:

```
>data(k_plans.milstd414)
```

Με την παραπάνω εντολή «φορτώνουμε» στην R όλες τις πληροφορίες για τη *MIL-STD-414* σε ένα `data.frame` 432 παρατηρήσεων. Οι πληροφορίες αυτές είναι το Κωδικό Γράμμα (`code letter`), το μέγεθος δείγματος (`sample`), η τιμή k , η τιμή για το AQL (NCA) αλλά και ο τύπος της επιθεώρησης (απλή ή διπλή). Για να εμφανιστεί το `data.frame` δίνουμε την παρακάτω εντολή. Για λόγους οικονομίας χώρου, δε δίνεται το πλήρες `output` της παρακάτω εντολής.

```
>k_plans.milstd414
```

	code	letter	sample	k	NCA	T
1		B	3	2.640	0.040	n
2		C	4	2.640	0.040	n
3		D	5	2.640	0.040	n
4		E	7	2.640	0.040	n
5		F	10	2.640	0.040	n
6		G	15	2.640	0.040	n
7		H	20	2.690	0.040	n
8		I	25	2.720	0.040	n
9		J	30	2.730	0.040	n
10		K	35	2.770	0.040	n
11		L	40	2.770	0.040	n
12		M	50	2.830	0.040	n
13		N	75	2.900	0.040	n
14		O	100	2.920	0.040	n
15		P	150	2.960	0.040	n
16		Q	200	2.970	0.040	n
17		B	3	2.530	0.065	n

4.4.8 Οι συναρτήσεις `lot_size` και `lot_size.milstd414`

Για τον καθορισμό των επιπέδων του μεγέθους της παρτίδας στο σύστημα *MIL STD 105 E* χρησιμοποιείται η συνάρτηση `lot_size`. Αντίστοιχα, για το σύστημα *MIL STD 414* χρησιμοποιείται η συνάρτηση `lot_size.milstd414`. Ξεκινάμε με ένα πραγματικό μέγεθος και αυτό στη συνέχεια αυξάνεται και χωρίζεται σε διαφορετικές κλάσεις. Για τις παρτίδες που έχουν μέγεθος μεγαλύτερο από 1×10^{10} , η συνάρτηση ορίζει το μέγεθος της παρτίδας ως το τελευταίο από τις κλάσεις μεγεθών που υπάρχουν.

Τυπική εντολή της συνάρτησης:

```
> data(lot_size)
> data(lot_size.milstd414)
```

Με τις παραπάνω εντολές «φορτώνουμε» στην R όλες τις πληροφορίες για τα μεγέθη παρτίδας που χρησιμοποιούνται στη MIL-STD-105E (`lot_size`) και στη MIL-STD-414 (`lot_size.milstd414`). Σε ένα `data.frame` 15 παρατηρήσεων και σε ένα 17 παρατηρήσεων έχουμε τις ελάχιστες τιμές για το μέγεθος κάθε παρτίδας σε καθένα από τα δύο συστήματα δειγματοληψία. Για να εμφανιστεί καθένα από τα `data.frames` δίνουμε τις παρακάτω συναρτήσεις

>lot_size		>lot_size.milstd414	
	N		N
1	8.0e+00	1	3
2	1.5e+01	2	9
3	2.5e+01	3	16
4	5.0e+01	4	26
5	9.0e+01	5	41
6	1.5e+02	6	66
7	2.8e+02	7	111
8	5.0e+02	8	181
9	1.2e+03	9	301
10	3.2e+03	10	501
11	1.0e+04	11	801
12	3.5e+04	12	1301
13	1.5e+05	13	3201
14	5.0e+05	14	8001
15	1.0e+10	15	22001
		16	110001
		17	550001

4.4.9 Η συνάρτηση `lot_size_DR`

Στα σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής *Dodge-Romig* εφαρμόζεται η συνάρτηση `lot_size_DR` η οποία δίνει αποτελέσματα με δεδομένο το μέγεθος της παρτίδας. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι ο αριθμός αποδοχής, ο αριθμός απόρριψης και οι τιμές *AOQL*, *LPTD*.

Τυπική εντολή της συνάρτησης:

```
> data(lot_size DR)
```

Με αυτή την εντολή «φορτώνουμε» στην R όλες τις πληροφορίες για το N , τον τύπο του σχεδίου (*AQL* ή *LTPD*), το p , το n , το c και το *AQL* και *LTPD*. Σε ένα `data.frame` 16 παρατηρήσεων έχουμε τις ελάχιστες τιμές σε κάθε παρτίδα για το σχέδιο δειγματοληψίας. Για να εμφανιστεί καθένα από τα `data.frames` δίνουμε την παρακάτω συνάρτηση

>lot_size_DR						
	N	plan	p	n	c	LPTD._AOQL
1	10	AOQL	0.0006	na	0	0.00
2	50	AOQL	0.0006	10	0	19.00
3	100	AOQL	0.0006	11	0	18.00
4	200	AOQL	0.0006	12	0	17.00
5	300	AOQL	0.0006	12	0	17.00
6	400	AOQL	0.0006	12	0	17.10
7	500	AOQL	0.0006	12	0	17.20
8	600	AOQL	0.0006	12	0	17.30
9	800	AOQL	0.0006	12	0	17.30
10	1000	AOQL	0.0006	12	0	17.40
11	2000	AOQL	0.0006	12	0	17.50
12	3000	AOQL	0.0006	12	0	17.50
13	4000	AOQL	0.0006	12	0	17.50
14	5000	AOQL	0.0006	28	1	13.80
15	7000	AOQL	0.0006	28	1	13.80
16	10000	AOQL	0.0006	28	1	13.90

4.4.10 Η συνάρτηση milstd105plans

Η συνάρτηση milstd105plans εφαρμόζει το σύστημα *MIL STD 105E* και εξάγει το μέγεθος του δείγματος και τον αριθμό αποδοχής έχοντας ως δεδομένα το κωδικό γράμμα, τον τύπο επιθεώρησης και το *AQL*.

Τυπική εντολή της συνάρτησης:

```
>data(milstd105plans)
```

4.4.11 Η συνάρτηση NCA_values

Η συνάρτηση NCA_values περιέχει τις τιμές των επιπέδων *AQL* για το μέγεθος του δείγματος και τον αριθμό αποδοχής στο σύστημα *MIL STD 105E*. Αποτελεί ένα διάνυσμα που περιέχει 26 επίπεδα τιμών *AQL*.

Τυπική εντολή της συνάρτησης:

```
>data(NCA_values)
```

4.4.12 Η συνάρτηση `f_milstd414.test`

Με τη βοήθεια της συνάρτησης `f_milstd414.test` μπορούμε να αποφασίσουμε αν θα απορριφθεί ένα σχέδιο δειγματοληψίας μεταβλητών ή όχι λαμβάνοντας υπόψη την τιμή απόφασης K . Οι παράγοντες της συνάρτησης αυτής είναι οι παρακάτω:

- x : ένα διάνυσμα ή πλαίσιο δεδομένων που περιέχει τις ληφθείσες τιμές δείγματος
- k : τιμή απόφασης k
- S : τυπική απόκλιση, αν δεν υπάρχει δίνεται η τιμή της τυπικής απόκλισης του δείγματος
- $Limite$: προσδιορισμός ορίου προδιαγραφών, για το άνω δίνεται η τιμή "S" και για το κάτω η τιμή "I"
- L : τιμή ορίου προδιαγραφών

Τυπική εντολή της συνάρτησης:

```
f_milstd414.test(x, k, S, Limite, L)
```

Παράδειγμα:

Στο παράδειγμα που ακολουθεί δημιουργούμε ένα δείγμα τιμών μεγέθους, $n=25$. Με τη βοήθεια της συνάρτησης `f_milstd414.test` θα εξετάσουμε αν θα απορριφθεί ή όχι η παρτίδα από την οποία προέρχεται το δείγμα. Παρατηρούμε ότι με την αλλαγή των τιμών αλλάζει και η απόφαση που λαμβάνεται.

```
> x<-c(4.7,5.1,4.9,4.9,4.8,4.9,4.9,4.8,4.8,4.7,4.7,4.9,4.8,4.9,4.6,
      4.8,4.9,5.1,4.8,5,5,4.7,5,5,4.8)
> f_milstd414.test(as.data.frame(x),k=1.56,Limite="S", L=3.9)
[1] "Rechazar el lote"      (Απόρριψη Παρτίδας)

> f_milstd414.test(as.data.frame(x),k=1.56,Limite="S", L=5.3)
[1] "Aceptar el lote"       (Αποδοχή Παρτίδας)
```

4.5 Το υπολογιστικό πακέτο Dodge

Το πακέτο Dodge (Jonathan and Godfrey (2018)) που περιέχει η R, είναι ένα πρόσφατο πακέτο που δημοσιεύθηκε τον Ιούνιο του 2018 από τους A. Jonathan και R. Godfrey. Σε αυτό το πακέτο της R θα δούμε δυνατότητες κατασκευής σχεδίων δειγματοληψίας, όπως και στα προηγούμενα πακέτα. Επίσης, είναι ένα πακέτο που περιέχει πολλές συναρτήσεις για την κατασκευή σχεδίων με τα οποία εμείς δεν θα ασχοληθούμε στην παρούσα διπλωματική. Ωστόσο, θα απομονώσουμε μερικές από τις συναρτήσεις που σχετίζονται με τα σχέδια που παρουσιάστηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια.

4.5.1 Οι συναρτήσεις `SSPlanBinomial`, `SSPlanHyper` και `SSPlanPoisson`

Με τις συναρτήσεις `SSPlanBinomial`, `SSPlanHyper` και `SSPlanPoisson` κατασκευάζουμε απλά σχέδια δειγματοληψίας αποδοχής ιδιοτήτων κάνοντας χρήση της διωνυμικής, της υπεργεωμετρικής και της Poisson κατανομής.

Οι παράμετροι της συνάρτησης αυτής είναι:

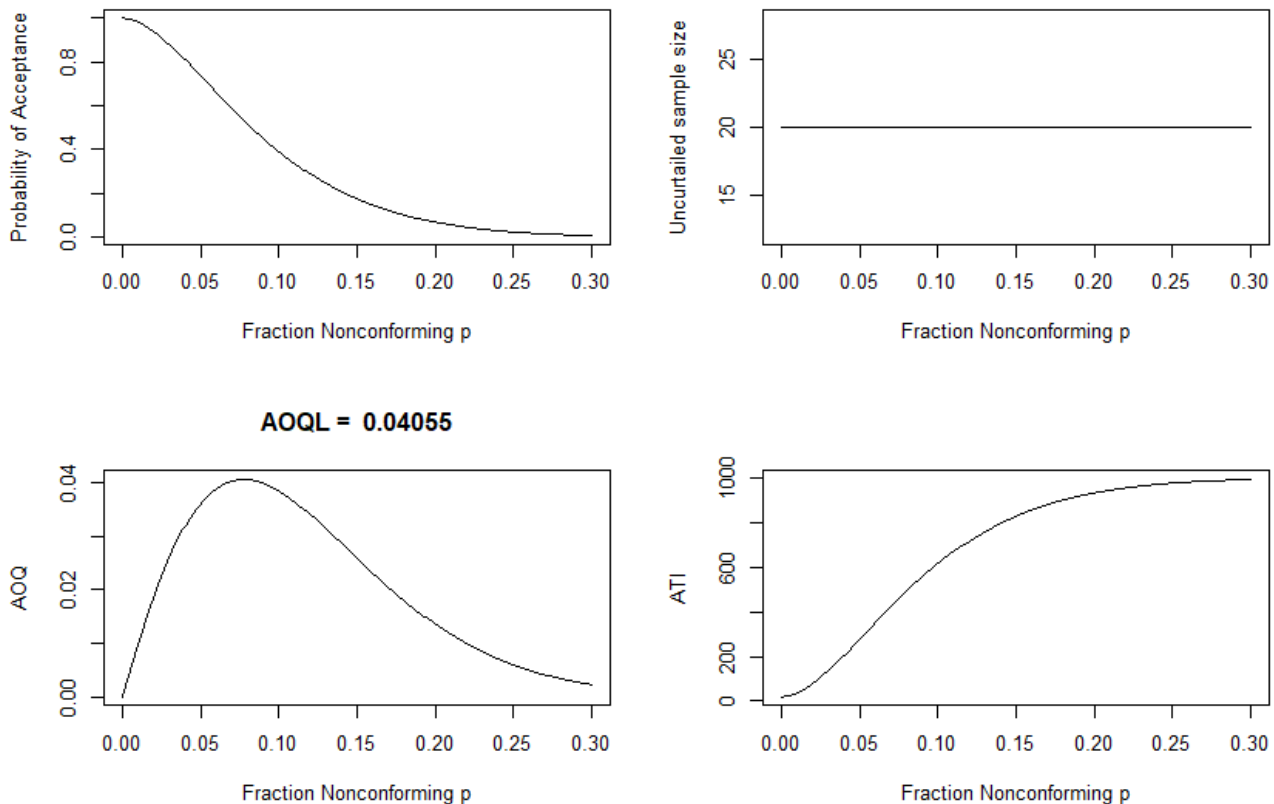
- `N`: το μέγεθος της παρτίδας
- `n` το μέγεθος του δείγματος
- `Ac`: ο αριθμός αποδοχής ελαττωματικών
- `p`: ποσοστό των ελαττωματικών προϊόντων
- `Plots`: διάνυσμα που δέχεται λογική τιμή και δημιουργεί τέσσερα διαγράμματα

Τυπική εντολή της συνάρτησης:

```
>SSPlanBinomial(N, n, Ac, p = seq(0, 0.3, 0.001), Plots = TRUE)
>SSPlanHyper(N, n, Ac, p = seq(0, 0.3, 0.001), Plots = TRUE)
>SSPlanPoisson(N, n, Ac, p = seq(0, 0.3, 0.001), Plots = TRUE)
```

Παραδείγματα:

```
>SSPlanBinomial(1000, 20, 1)
```



Σχήμα 4.10: Κατασκευή Διαγραμμάτων για σχέδιο ($N=1000$, $n=20$, $c=1$)

4.5.2 Οι συναρτήσεις **SSPDesignBinomial** και **SSPDesignPoisson**

Με τις συναρτήσεις **SSPDesignBinomial** και **SSPDesignPoisson** ο χρήστης δίνει τις τιμές AQL , α ($alpha$), $LTPD$ (LQL), β ($beta$) και του επιστρέφεται ο αριθμός του δείγματος n και ο αριθμός αποδοχής ελαττωματικών c (Ac) που θα χρησιμοποιήσει. Έχουμε, δηλαδή, το σχέδιο που προκύπτει όταν απαιτούμε η χαρακτηριστική καμπύλη να διέρχεται από τα σημεία $(AQL, 1 - \alpha)$ και $(LTPD, \beta)$ (δείτε επίσης Κεφάλαιο 2, Ενότητα 2.4).

Οι παράμετροι των δύο παραπάνω συναρτήσεων είναι:

- AQL : αποδεκτό επίπεδο ποιότητας
- α : κίνδυνος παραγωγού
- LQL : ανεκτό ποσοστό ελαττωματικών
- β : κίνδυνος καταναλωτή

Τυπική εφαρμογή των παραπάνω εντολών:

```
> SSPDesignBinomial(AQL, alpha, LQL, beta)
> SSPDesignPoisson(AQL, alpha, LQL, beta)
```

Παραδείγματα:

```
>SSPDesignBinomial(0.01, 0.04, 0.04, 0.04)
n    Ac                #αποτελέσματα
303  6

>SSPDesignPoisson(0.01, 0.04, 0.04, 0.04)
n    Ac                #αποτελέσματα
307  6
```

4.5.3 Οι συναρτήσεις **DSPlanBinomial** και **DSPlanPoisson**

Μέσα από τις συναρτήσεις `DSPlanBinomial` και `DSPlanPoisson` δίνεται η δυνατότητα κατασκευής διπλών σχεδίων δειγματοληψίας αποδοχής χρησιμοποιώντας την διωνυμική και την Poisson κατανομή.

Οι παράμετροι της συνάρτησης είναι:

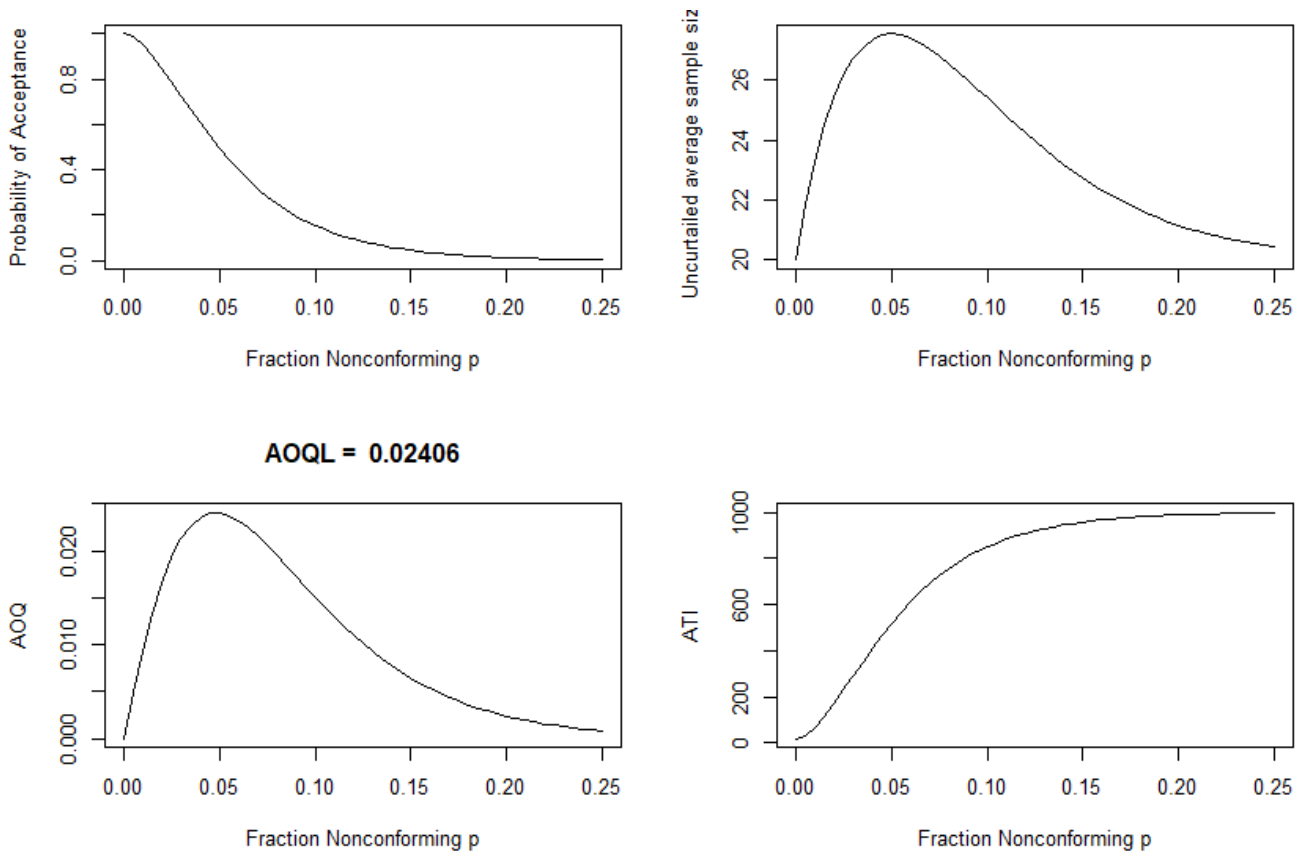
- N : μέγεθος της παρτίδας
- n_1 : μέγεθος του πρώτου δείγματος
- n_2 : μέγεθος του δεύτερου δείγματος
- Ac_1 : αριθμός αποδοχής ελαττωματικών πρώτης φάσης
- Re_1 : αριθμός απόρριψης ελαττωματικών πρώτου σταδίου
- Ac_2 : αριθμός αποδοχής ελαττωματικών του δεύτερου σταδίου
- p : ποσοστό των ελαττωματικών προϊόντων
- **Plots**: διάνυσμα που δέχεται λογική τιμή και δημιουργεί τέσσερα διαγράμματα

Τυπική εντολή της συνάρτησης:

```
>DSPlanBinomial(N, n1, n2, Ac1, Re1, Ac2, p = seq(0, 0.25, 0.005),
Plots = TRUE)
```

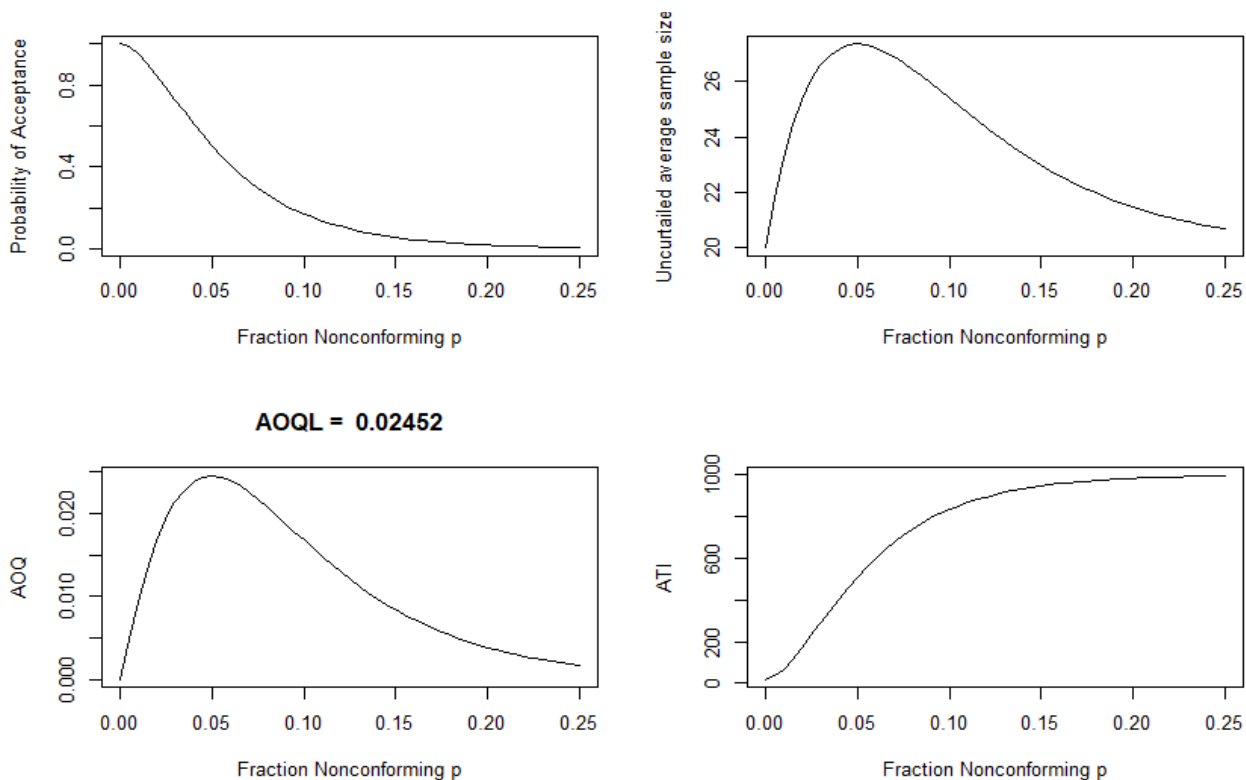

Παράδειγμα:

```
> DSPlanBinomial (1000, 20, 20, 0, 2, 1)
```



Σχήμα 4.11: Κατασκευή διαγραμμάτων με τη συνάρτηση DSPlanBinomial

```
> DSPlanPoisson (1000, 20, 20, 0, 2, 1)
```



Σχήμα 4.12: Κατασκευή διαγραμμάτων με τη συνάρτηση DSPlanPoisson

4.5.4 Οι συναρτήσεις VSPKnown και VSPUnknown

Οι συναρτήσεις VSPKnown και VSPUnknown χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία σχεδίων δειγματοληψίας αποδοχής μεταβλητών. Η συνάρτηση VSPKnown χρησιμοποιείται όταν η τυπική απόκλιση είναι γνωστή, ενώ η συνάρτηση VSPUnknown όταν η τυπική απόκλιση είναι άγνωστη.

Οι παράμετροι των παραπάνω συναρτήσεων είναι:

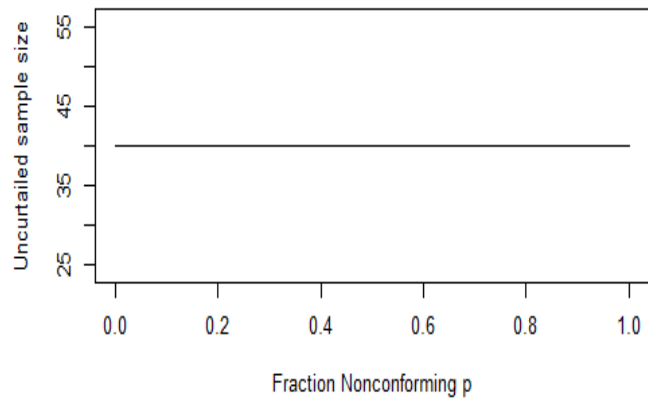
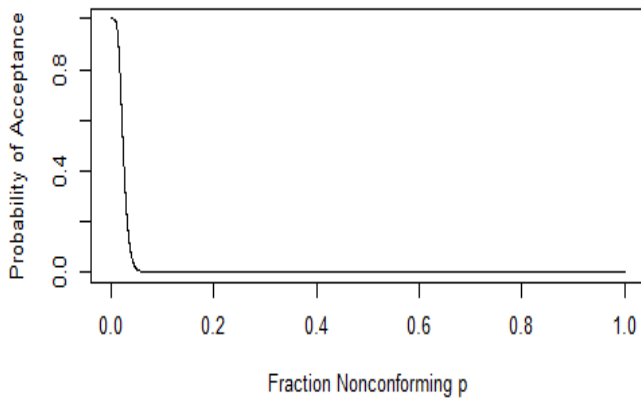
- N: το μέγεθος της παρτίδας
- n: το μέγεθος του δείγματος
- k: τη σταθερά αποδοχής
- p: ποσοστό ελαττωματικών
- Plots: διάνυσμα που δέχεται λογική τιμή και δημιουργεί τέσσερα διαγράμματα

Τυπική εντολή της συνάρτησης:

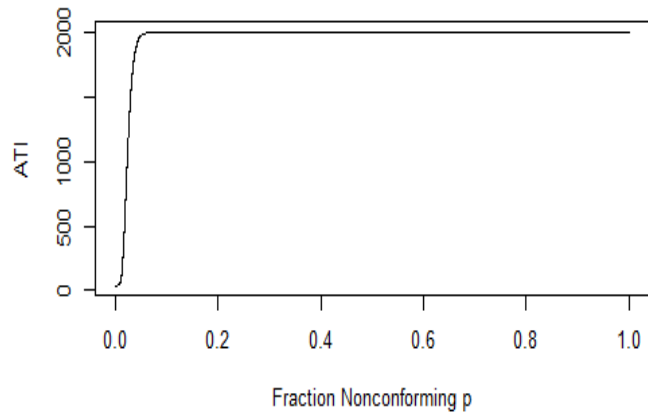
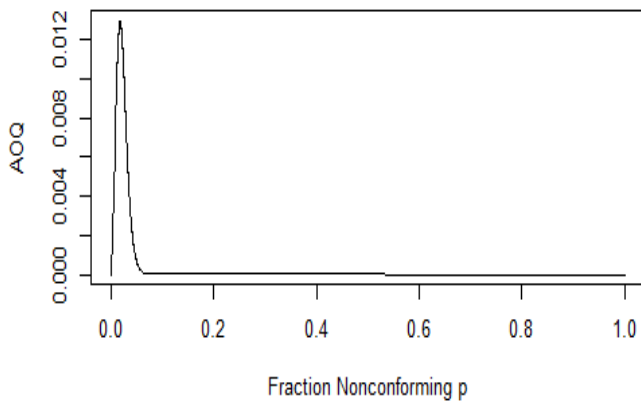
```
>VSPKnown(N, n, k, p = seq(0, 1, 0.001), Plots = TRUE)
```

Παράδειγμα:

```
>VSPKnown(2000, 40, 2)
```

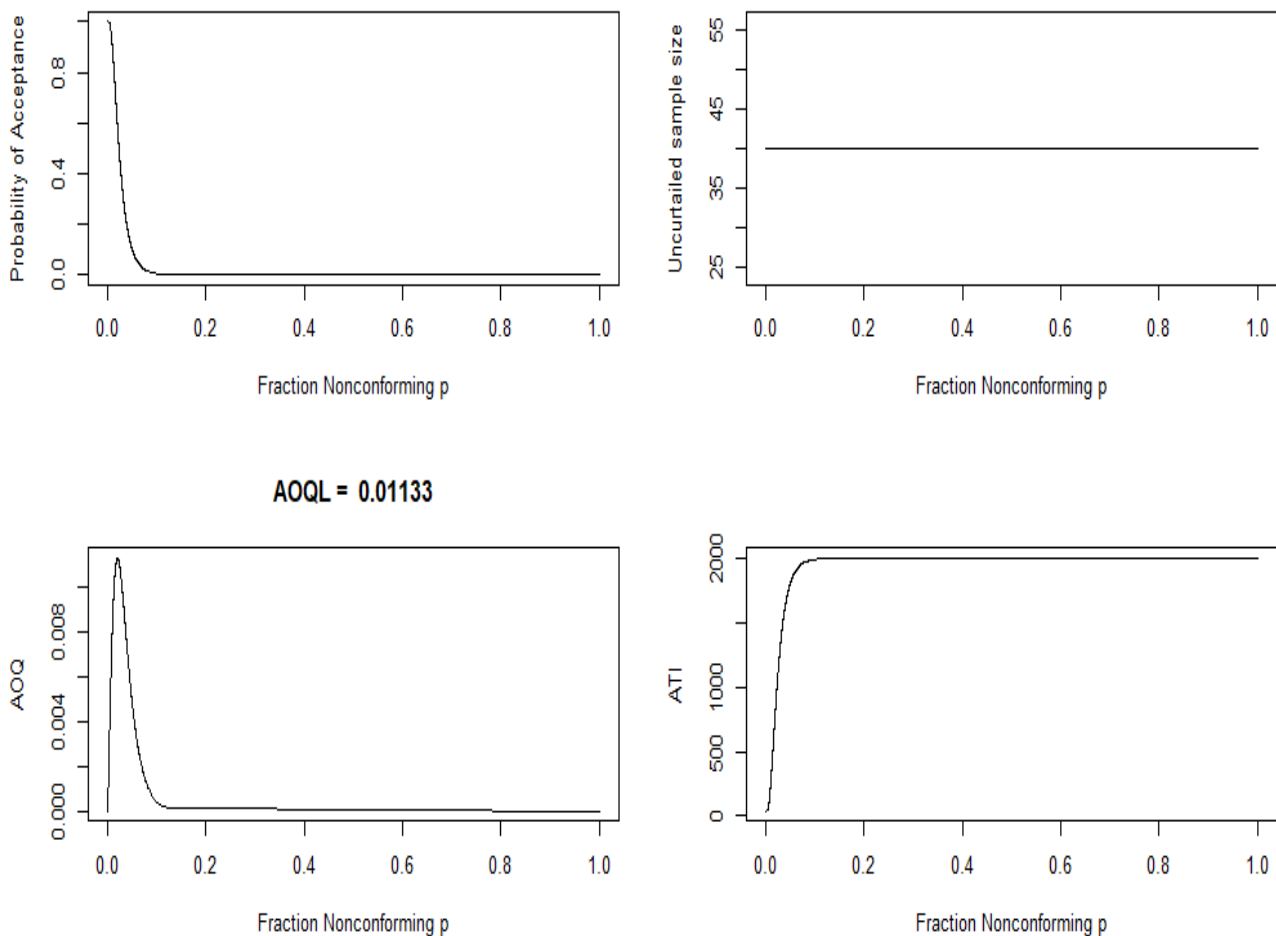


AOQL = 0.01293



Σχήμα 4.13: Κατασκευή Διαγραμμάτων με τη συνάρτηση VSPKnown

```
>VSPUnknown(2000, 40, 2)
```



Σχήμα 4.14: Κατασκευή Διαγραμμάτων με τη συνάρτηση VSPUnknown

4.6 Ανακεφαλαίωση

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν τέσσερα υπολογιστικά πακέτα της γλώσσας R, τα οποία δίνουν τη δυνατότητα στο χρήστη να κατασκευάσει σχέδια δειγματοληψίας ιδιοτήτων και μεταβλητών. Τα πακέτα αυτά είναι το `AcceptanceSampling`, το `LTPDvar`, το `Planesmuestra` και το `Dodge`, τα οποία ο χρήστης μπορεί να εγκαταστήσει στην R και να χρησιμοποιήσει διάφορες από τις εντολές που αναφέρθηκαν. Τέλος, παρουσιάζονται ορισμένα παραδείγματα και εφαρμογές αυτών των εντολών με τα αποτελέσματά τους.

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι να παρουσιάσει τους τρόπους εφαρμογής των σχεδίων δειγματοληψίας με τη χρήση H/Y. Για το λόγο αυτό δίνονται οι παρακάτω πίνακες, ξεχωριστά για ιδιότητες και μεταβλητές, στους οποίους μπορεί κανείς

εύκολα να διαπιστώσει πιο πακέτο της R και ποια συνάρτηση δίνουν το συγκεκριμένο αποτέλεσμα που επιθυμεί. Επίσης, παρέχεται η πληροφορία σχετικά με το αν τα ίδια αποτελέσματα των εντολών με την R μπορεί να υπολογιστούν με το MINITAB καθώς στο κεφάλαιο 5 θα ακολουθήσει σύγκριση των δυνατοτήτων των δύο προγραμμάτων μέσα από παραδείγματα.

Πίνακας 4.1: Συναρτήσεις στην R για την Ανάπτυξη Σχεδίων Δειγματοληψίας Αποδοχής Ιδιοτήτων

Δειγματοληψία Αποδοχής Ιδιοτήτων			
Κατηγορίες	Πακέτο στην R	Συνάρτηση στην R	Εντολές στο MINITAB
AcceptanceSampling			
Εύρεση Σχεδίου Ιδιοτήτων		find.plan (...)	NAI
Χαρακτηριστική Καμπύλη Απλών Σχεδίων		OC2c (n, c)	NAI
Χαρακτηριστική Καμπύλη Διπλών Σχεδίων		OC2c ((n1, n2), (c1, c2), (r1, r2))	-
Αξιολόγηση Σχεδίου		Assess	-
Εκτύπωση και Σύνοψη		Print Summary	-
Dodge			
Κατασκευή Διαγραμμάτων (OC, AOQ, ATI, Uncrtailed ως προς p) για Σχέδια Ιδιοτήτων		SSPlanBinomial SSPlanHyper SSPlanPoisson	NAI
Σχέδια Ιδιοτήτων με Δεδομένες τιμές AQL, α, LTPD, β		SSPDesingBinomial SSPDesingPoisson	NAI
Διαγράμματα για Διπλά Σχέδια Ιδιοτήτων		DSPlanBinomial DSPlanPoisson	-
Planesmuestra			
Χαρακτηριστική Καμπύλη		f_CO.NCA.NCL (...)	NAI
Σχέδιο Δειγματοληψίας Dodge-Romig		f_dodge.romig.simple (...)	-
Χαρακτηριστική Καμπύλη Σχεδίου Dodge-Romig		f_CO.plan (p\$plan)	NAI
Κωδικό γράμμα		data (code_letter)	-
Σύστημα MIL-STD-105E			
Εύρεση τιμών για MIL STD 105E		f_milstd105e (...)	NAI
Μέγεθος παρτίδας		lot_size	-
MIL STD 105E		data (milstd105eplans)	-
AQL τιμές για MIL STD 105E		data (NCA_values)	-

Πίνακας 4.2: Συναρτήσεις στην R για την Ανάπτυξη Σχεδίων Δειγματοληψίας Αποδοχής
Μεταβλητών

Δειγματοληψία Αποδοχής Μεταβλητών			
Κατηγορίες	Πακέτο στην R	Συνάρτηση στην R	Εντολές στο MINITAB
AcceptanceSampling			
Εύρεση Σχεδίου Μεταβλητών		find.plan (...)	NAI
Χαρακτηριστική Καμπύλη		OCvar (n, k, s)	NAI
LTPDvar			
Τιμή AOQ		AOQ	NAI
Λόγος κόστους		CmBE	-
Συνάρτηση Κόστους Επιθεώρησης για Σχέδια Μεταβλητών		Ims	-
Τιμή απόφασης k και m		k (...) m (...)	NAI
Χαρακτηριστική Καμπύλη		OC (...)	NAI
Σχέδιο LTPD		planLTPD	-
Σχέδιο AOQL		planAOQL	-
Dodge			
Διαγράμματα (OC, AOQ, ATI, Uncrtailed ως προς p) για Σχέδια Δειγματοληψίας Μεταβλητών		VSPKnown (γνωστή σ) VSPUnknown (άγνωστη σ)	NAI
Planesmuestra			
Σύστημα MIL-STD-414			
Κωδικό γράμμα		data (code_letter.milstd414)	
Εύρεση τιμών για MIL STD 414		f_milstd414 (...)	NAI
Δεδομένα (code_letter sample, k, NCA)		k_plans.milstd414	-
Μέγεθος παρτίδας		lot_size.milstd414	-
Αποδοχή ή Απόρριψη σχεδίου MIL STD 414		f_milstd414.test	-

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΚΑΙ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

5.1 Εφαρμογές δειγματοληπτικών σχεδίων

Στο τελευταίο κεφάλαιο αυτής της διπλωματικής εργασίας θα ασχοληθούμε με εφαρμογές σχετικά με την δειγματοληψία αποδοχής ιδιοτήτων και μεταβλητών. Για την υλοποίηση αυτών των εφαρμογών θα χρησιμοποιήσουμε τη γλώσσα R και ένα από τα κύρια πακέτα αυτής, το `AcceptanceSampling`, το οποίο αναφέραμε στο τέταρτο κεφάλαιο. Επιπρόσθετα, θα δούμε τις δυνατότητες που δίνει στο χρήστη το υπολογιστικό πακέτο Minitab για να κατασκευάσει ένα σχέδιο δειγματοληψίας, χρησιμοποιώντας ήδη υπάρχουσες αυτοματοποιημένες εντολές. Οι ήδη υπάρχουσες εντολές του Minitab το κάνουν πιο ελκυστικό στο χρήστη, καθώς μειώνεται ο απαιτούμενος χρόνος κατασκευής των σχεδίων. Επίσης, δεν απαιτείται ο χρήστης να είναι έμπειρος στο προγραμματισμό ώστε να χρησιμοποιήσει το Minitab εφόσον αρκεί να ακολουθεί σωστά τα απαραίτητα βήματα. Τέλος, με ενδιαφέρον θα δούμε αν υπάρχουν διαφορές των σχεδίων ανάλογα με την επιλογή προγράμματος μεταξύ της γλώσσας R και του Minitab.

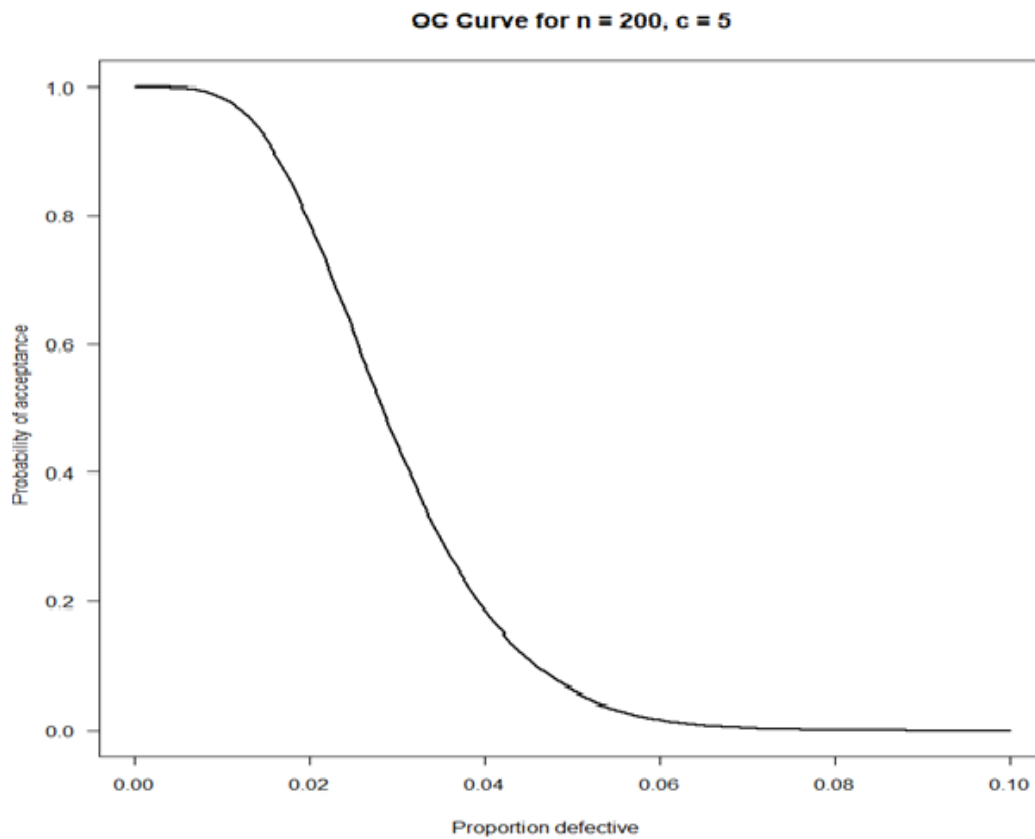
5.2 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για ιδιότητες με χρήση της R

Στην προσπάθειά να παρουσιάσουμε τον σχεδιασμό ενός απλού σχεδίου δειγματοληψίας για ιδιότητες μέσα από την γλώσσα R, θα πραγματοποιήσουμε μια εφαρμογή για το σχέδιο δειγματοληψία επιλέγοντας ένα δείγμα μεγέθους, $n=200$ και μέγιστο αριθμό αποδοχής ελαττωματικών στο δείγμα, $c=5$. Η κατανομή που θα χρησιμοποιήσουμε θα είναι η διωνυμική κατανομή, ωστόσο ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει μια από τις υπόλοιπες κατανομές που είδαμε στο δεύτερο κεφάλαιο, την υπεργεωμετρική ή την Poisson.

Με τον κώδικα που θα δώσουμε στην συνέχεια, θα δημιουργήσουμε την χαρακτηριστική καμπύλη *OC-curve* του σχεδίου δειγματοληψίας. Όπως έχουμε αναφέρει σε προηγούμενα κεφάλαια, είναι αυτό που ενδιαφέρει περισσότερο τον χρήστη για την εξαγωγή συμπεράσματος. Στην περίπτωση που επιλέξουμε να αλλάξουμε τις παραμέτρους n , c το σχήμα δεν θα παραμείνει το ίδιο καθώς υπάρχει για κάθε σχέδιο δειγματοληψίας διαφορετική χαρακτηριστική καμπύλη.

Κώδικας Υλοποίησης:

```
>n <- 200
>c <- 5
>p <- seq(0 , 0.1, by = 0.001)
>Pa <- pbinom(q = c, size = n, prob = p)
>plot(Pa ~ p, type = "l", lwd = 2, las = 1,
      main = "OC Curve for n = 200, c = 5",
      xlab = "Fraction defective",
      ylab = "Probability of acceptance")
```



Σχήμα 5.1: Χαρακτηριστική Καμπύλη για απλό σχέδιο ιδιοτήτων με χρήση R

5.3 Βέλτιστο σχέδιο δειγματοληψίας για ιδιότητες με χρήση του πακέτου `AcceptanceSampling` της R.

Στη συνέχεια, θα δούμε με τη χρήση του πακέτου `AcceptanceSampling` την κατασκευή του ίδιο σχέδιο δειγματοληψίας. Η γραφική παράσταση που θα προκύψει θα είναι η ίδια με το σχήμα 5.1.

Κώδικας Υλοποίησης:

```
> library(AcceptanceSampling)
> attributeplan <- OC2c(n = 200, c = 5)
> attributeplan
Acceptance Sampling Plan (binomial)

                Sample 1
Sample size(s)      200      #τα αποτελέσματα που δίνει το πρόγραμμα
Acc. Number(s)       5
Rej. Number(s)       6
> plot(attributeplan,
        xlim = c(0, 0.15),
        las = 1,
        main = "OC Curve for n=200 and c=5")
```

Στόχος είναι να μπορέσουμε να επιτύχουμε ένα βέλτιστο σχέδιο δειγματοληψίας και αυτό θα γίνει χρησιμοποιώντας τις δυνατότητες του πακέτου αυτού. Επίσης, αυτό που θα μας απασχολήσει είναι να δούμε τι ακριβώς ισχύει με τον κίνδυνο του παραγωγού και τον κίνδυνο του καταναλωτή.

Η προσπάθειά να βρούμε τις τιμές α - κίνδυνος παραγωγού και β -κίνδυνος καταναλωτή, ώστε να ικανοποιούνται τις τιμές *AQL* και *LTPD*, δεν είναι πάντα εύκολη. Παρακάτω θα δούμε πως θα μπορέσουμε μέσα από την εντολή `find.plan` να το επιτύχουμε.

Το σχέδιο δειγματοληψίας που προτείνεται από τη εντολή `find.plan` για το παράδειγμα που προηγήθηκε, επιλέγοντας τις τιμές $\alpha=0,05$, *AQL*=5%, $\beta=0,10$ και *LTPD*=14% ακολουθεί παρακάτω.

Κώδικας Υλοποίησης:

```
> attributeplan <- find.plan(PRP=c(0.05, 0.95), CRP=c(0.14, 0.10))
                                # (PRP=c(AQL, 1-α), CRP=c(LTPD, β))
> attributeplan
$ n
[1] 91          #τα αποτελέσματα που δίνει το πρόγραμμα

$ c
[1] 8

$ r
[1] 9
```

Επομένως, οδηγούμαστε σε ένα βέλτιστο σχέδιο δειγματοληψίας, καθώς επιλέγουμε ένα μέγεθος δείγματος **n=91**, μικρότερο από το αρχικό, n=200 με αριθμό αποδοχής ελαττωματικών **c=8** και αριθμό απόρριψης ελαττωματικών, **r=9**.

Συνεχίζοντας, με την συνάρτηση *OC2c* μπορούμε να παράγουμε την χαρακτηριστική καμπύλη *OC* και να αξιολογήσουμε το σχέδιο που προκύπτει συγκρίνοντας τις πιθανότητες αποδοχής που επιστρέφονται από το πρόγραμμα με αυτές που θεωρήσαμε αρχικά.

Κώδικας Υλοποίησης:

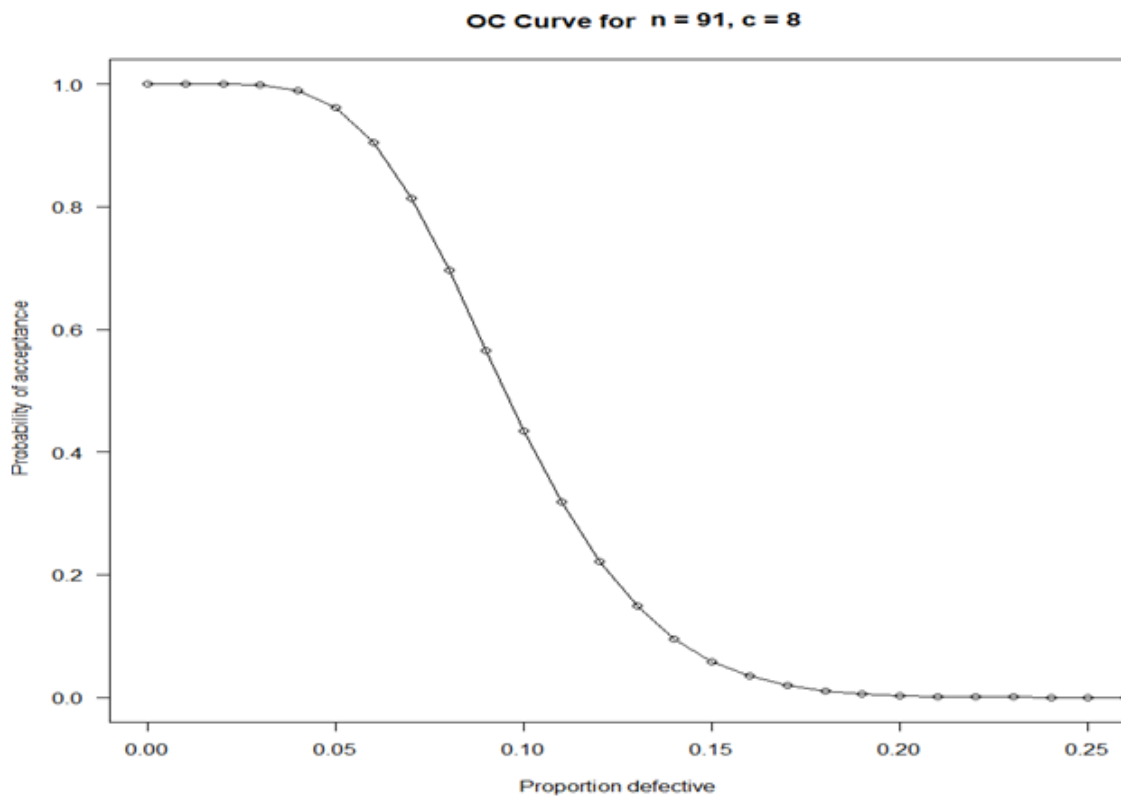
```
> foundOC <- OC2c(attributeplan$n, attributeplan$c, attributeplan$r)
> plot(foundOC, xlim=c(0, 0.25), las=1, main="OC Curve for plan
n=91, c=8")
> assess(foundOC, PRP=c(0.05, 0.95), CRP=c(0.14, 0.10))
Acceptance Sampling Plan (binomial)

                Sample 1
Sample size(s)      91   #τα αποτελέσματα που δίνει το πρόγραμμα
Acc. Number(s)      8
Rej. Number(s)      9

Plan CAN meet desired risk point(s):

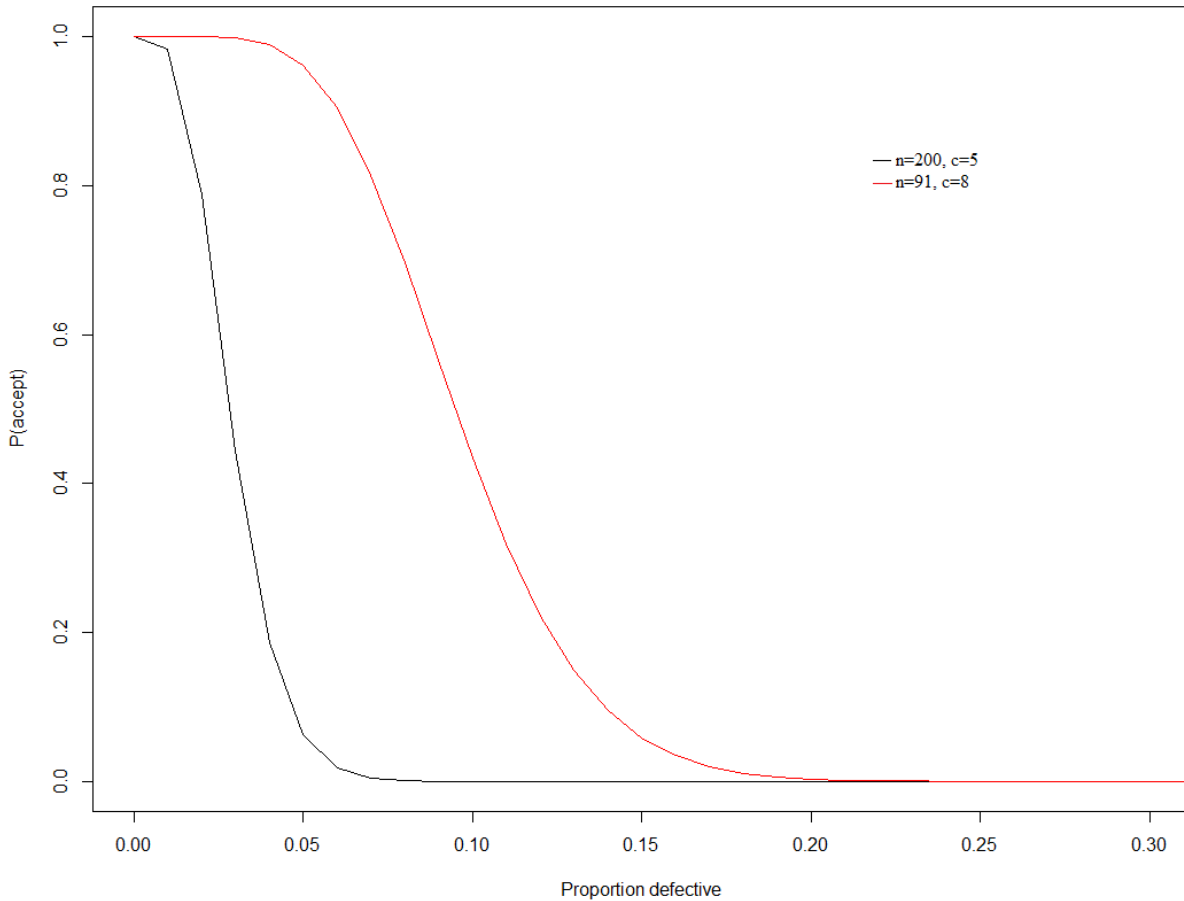
                Quality   RP P(accept)   Plan P(accept)
```

PRP	0.05	0.95	0.96158180	#κίνδυνος παραγωγού
CRP	0.14	0.10	0.09491068	# κίνδυνος καταναλωτή



Σχήμα 5.2: Χαρακτηριστική καμπύλη για βέλτιστο σχέδιο με χρήση R

Όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε υπάρχει διαφοροποίηση μεταξύ του αρχικού σχεδίου και του βέλτιστου σχεδίου που προτείνεται τελικά, με τις τιμές να είναι κοντά στις επιθυμητές τιμές των κινδύνων. Στο παρακάτω σχήμα παραλληλίζοντας τις δύο γραφικές παραστάσεις των δύο σχεδίων γίνεται πιο εμφανής η διαφοροποίηση των χαρακτηριστικών καμπυλών.



Σχήμα 5.3: Σύγκριση χαρακτηριστικών καμπυλών

5.4 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές με χρήση του πακέτου `AcceptanceSampling` της **R** (γνωστή τυπική απόκλιση)

Για την ακόλουθη εφαρμογή θα βασιστούμε στην συνάρτηση `find.plan` και θα κατασκευάσουμε ένα απλό σχέδιο δειγματοληψίας, αυτή τη φορά για μεταβλητές, αξιοποιώντας πάλι το πακέτο `AcceptanceSampling` της **R**. Για την κατασκευή του θα δώσουμε τις ακόλουθες τιμές για τις ποσότητες *AQL* που θα συμβολίσουμε με $p_1=0,02$, *LTPD* με $p_2=0,05$, $\alpha=0,04$ και $\beta=0,10$. Τέλος θα θεωρήσουμε ως γνωστή την τυπική απόκλιση σ .

Οι τιμές που θα δοθούν από το πρόγραμμα θα είναι το μέγεθος του δείγματος n καθώς και η τιμή απόφασης K . Ακολούθως θα δώσουμε κάποιες ενδεικτικές τιμές για την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση. Έτσι θα καταφέρουμε να δείξουμε στον αναγνώστη πως ο χρήστης του πακέτου θα υπολογίσει την συνάρτηση ελέγχου, έστω Z_{USL} και τελικά θα αποφασίσει για την απόρριψη ή όχι της παρτίδας.

Οι (ενδεικτικές) αριθμητικές τιμές που θα δώσουμε είναι $mean=1.23$ για τη μέση τιμή και $sd=0,05$ για την τυπική απόκλιση. Η κατανομή που χρησιμοποιείται είναι η κανονική κατανομή.

Κώδικας Υλοποίησης:

```
> library(AcceptanceSampling)
> variableplan <- find.plan(PRP=c(0.02, 0.96), CRP=c(0.05, 0.10),
type="normal")
> variableplan
$ n
[1] 55 #τα αποτελέσματα

$ k
[1] 1.817686 # τιμή απόφασης k=1.817

$s.type
[1] "known"

> lotControl <- function(n, k, mean, sd, usl)
{ z.usl <- (usl - mean) / sd
  if(z.usl > k)
  { message("Accept lot") }
  else
  { message("Warning: Reject lot") } }
```

```
> lotControl(n = varplan$n,
             k = varplan$k,
             mean = 1.23,
             sd = 0.05,
             usl = 1)
Warning: Reject lot
```

Άρα, θα ισχύει ότι $Z_{USL} < K = 1.817$ και για το λόγο αυτό η παρτίδα απορρίπτεται. Μπορούμε ωστόσο να αλλάξουμε τις τιμές για την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση και να αλλάξει η απόφαση που λαμβάνουμε για την παρτίδα.

5.5 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές με χρήση του πακέτου `AcceptanceSampling` της **R** (άγνωστη τυπική απόκλιση)

Στην εφαρμογή που θα εξετάσουμε στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε τις ίδιες αριθμητικές τιμές που χρησιμοποιήσαμε και στην εφαρμογή της ενότητας 5.4. Έτσι για τις ποσότητες *AQL* έχουμε $p_1=0,02$, για *LTPD* έχουμε $p_2=0,05$, όπως και για τους κινδύνους παραγωγού και καταναλωτή έχουμε αντίστοιχα $\alpha=0,04$, $\beta=0,10$. Η διαφορά όμως που υπάρχει βρίσκεται στην άγνωστη τυπική απόκλιση σ . Οι τιμές που θα εξαχθούν και σε αυτή την περίπτωση θα είναι το μέγεθος του δείγματος n , καθώς και η τιμή απόφασης K . Στη συνέχεια θα εισάγουμε ξανά ορισμένες ενδεικτικές τιμές για την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, $\text{mean}=1.23$ και $\text{sd}=0,05$ και θα ελέγξουμε αν θα απορριφθεί ή όχι η παρτίδα.

Κώδικας Υλοποίησης:

```
> variableplan <- find.plan(PRP = c(0.02, 0.96),
                           CRP = c(0.05, 0.10),
                           type = "normal",
                           s.type = "unknown")

> variableplan
$ n                #τα αποτελέσματα
[1] 148

$ k
[1] 1.820556

$ s.type
[1] "unknown"

> distrnormal <- rnorm(n = variableplan$n,
                      mean = 1.23,
                      sd = 0.05)

> lotControl(n = variableplan$n,
            k = variableplan$k,
            mean = mean(distrnormal),
            sd = sd(distrnormal),
            usl = 1)

Warning: Reject lot
```


Παρατηρούμε ότι η παρτίδα απορρίπτεται και παρατηρείται αύξηση του δείγματος από $n=55$ σε $n=148$. Η τιμή απόφασης δεν διαφέρει κατά πολύ. Ωστόσο, σε περίπτωση που αλλάξουμε τις τιμές των παραμέτρων η τελική απόφαση δε θα μείνει η ίδια.

5.6 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για ιδιότητες με χρήση του Minitab

Στην παρακάτω εφαρμογή θα δημιουργήσουμε, αυτή τη φορά με το Minitab, ένα σχέδιο δειγματοληψίας για ιδιότητες. Αρχικά, θα χρησιμοποιήσουμε ως μέγεθος δείγματος $n=200$ και αριθμό αποδοχής ελαττωματικών $c=5$, όπως και στο παράδειγμα 5.2. Μέσα από τις εντολές που θα επιλέξουμε θα δοθεί η χαρακτηριστική καμπύλη *OC* του σχήματος 5.3. Αυτό που παρατηρούμε είναι πως δεν υπάρχουν διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων που έχει δώσει η R και το Minitab. Παράλληλα, παρατηρούμε πως και οι δύο γραφικές παραστάσεις των σχημάτων 5.1 και 5.3 ταυτίζονται (κάτι που είναι αναμενόμενο).

Η διαδρομή που θα ακολουθήσουμε για την κατασκευή του σχεδίου θα είναι η εξής:

```
Stat -> Quality Tools-> Acceptance Sampling by Attributes -> Compare  
User Defined Plans
```

The image shows the 'Acceptance Sampling by Attributes' dialog box in Minitab. The 'Compare User Defined Sampling Plans' option is selected in the dropdown menu. The 'Measurement type' is set to 'Go / no go (defective)'. The 'Units for quality levels' is set to 'Percent defective'. The 'Sample sizes' field contains the value 200, and the 'Acceptance numbers' field contains the value 5. There are buttons for 'Options...', 'Graphs...', 'OK', 'Cancel', and 'Help'.

Εικόνα 5.1: Κατασκευή Απλού Σχεδίου Δειγματοληψίας Ιδιοτήτων με Minitab

Παρακάτω δίνεται το output του Minitab:

Acceptance Sampling by Attributes

Measurement type: Go/no go

Lot quality in percent defective

Use binomial distribution to calculate probability of acceptance (χρήση διωνυμικής κατανομής)

Compare User Defined Plan(s)

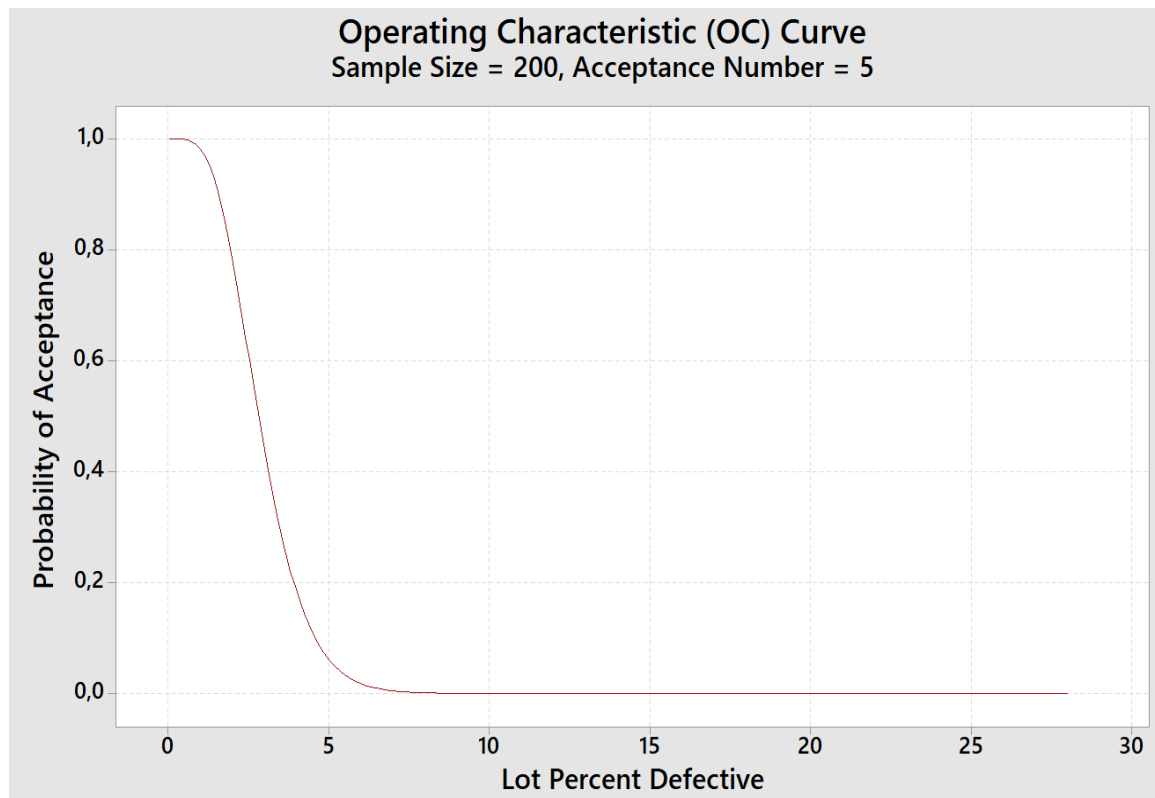
Sample Size 200

Acceptance Number 5

Accept lot if defective items in 200 sampled ≤ 5 ; Otherwise reject

(αποδοχή της παρτίδας αν στα 200 αντικείμενα είναι ελαττωματικά ≤ 5 , διαφορετικά απορρίπτεται)

OC Curve



Σχήμα 5.4: Χαρακτηριστική Καμπύλη για απλό σχέδιο ιδιοτήτων με χρήση Minitab

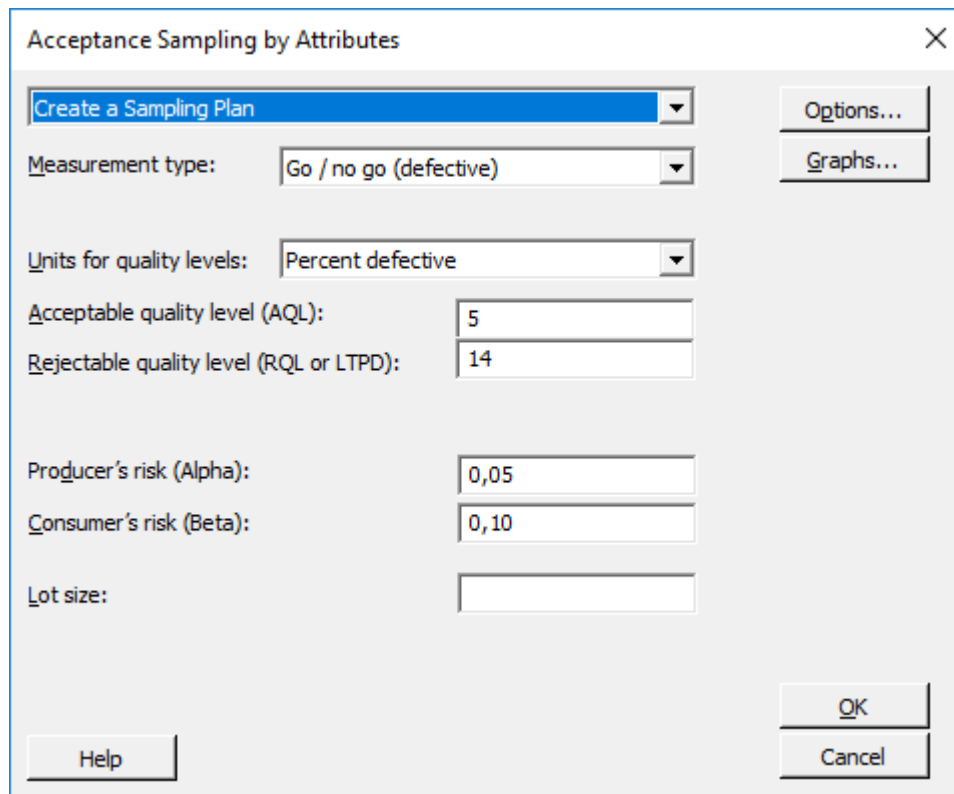
5.7 Βέλτιστο σχέδιο δειγματοληψίας για ιδιότητες με χρήση του Minitab

Επιπρόσθετα, το Minitab δίνει τη δυνατότητα κατασκευής ενός σχεδίου δειγματοληψίας λαμβάνοντας υπόψη τον κίνδυνο του παραγωγού και του καταναλωτή. Επιπλέον, με βάση αυτές τις τιμές προτείνει στο χρήστη ένα βέλτιστο σχέδιο με μειωμένο μέγεθος δείγματος.

Όπως και στην εφαρμογή 5.3 με χρήση του πακέτου `AcceptanceSampling`, έτσι και με το Minitab, θα κατασκευάσουμε ένα σχέδιο δειγματοληψίας με μέγεθος δείγματος $n=200$, $c=5$ και τις τιμές $\alpha=0,05$, $AQL=5\%$, $\beta=0,10$ και $LTPD=14\%$. Όπως θα παρατηρήσουμε δεν προτείνονται αλλαγές στο σχέδιο δειγματοληψίας καθώς προτείνεται τελικά το ίδιο σχέδιο δειγματοληψίας με $n=91$ και $c=8$. Η γραφική παράσταση παραμένει η ίδια.

Η διαδρομή των εντολών που θα ακολουθήσουμε για να κατασκευάσουμε το σχέδιο αυτό θα είναι η εξής:

```
Stat -> Quality Tools-> Acceptance Sampling by Attributes -> Create a Sampling Plan
```



Εικόνα 5.2: Επιλογές εντολών Minitab - Βέλτιστο Σχέδιο Δειγματοληψίας Ιδιοτήτων

Παρακάτω δίνεται το output του Minitab:

Acceptance Sampling by Attributes

Measurement type: Go/no go

Lot quality in percent defective

Use binomial distribution to calculate probability of acceptance

Acceptable Quality Level (AQL)	5
Producer's Risk (α)	0,05
Rejectable Quality Level (RQL or LTPD)	14
Consumer's Risk (β)	0,1

Generated Plan(s)

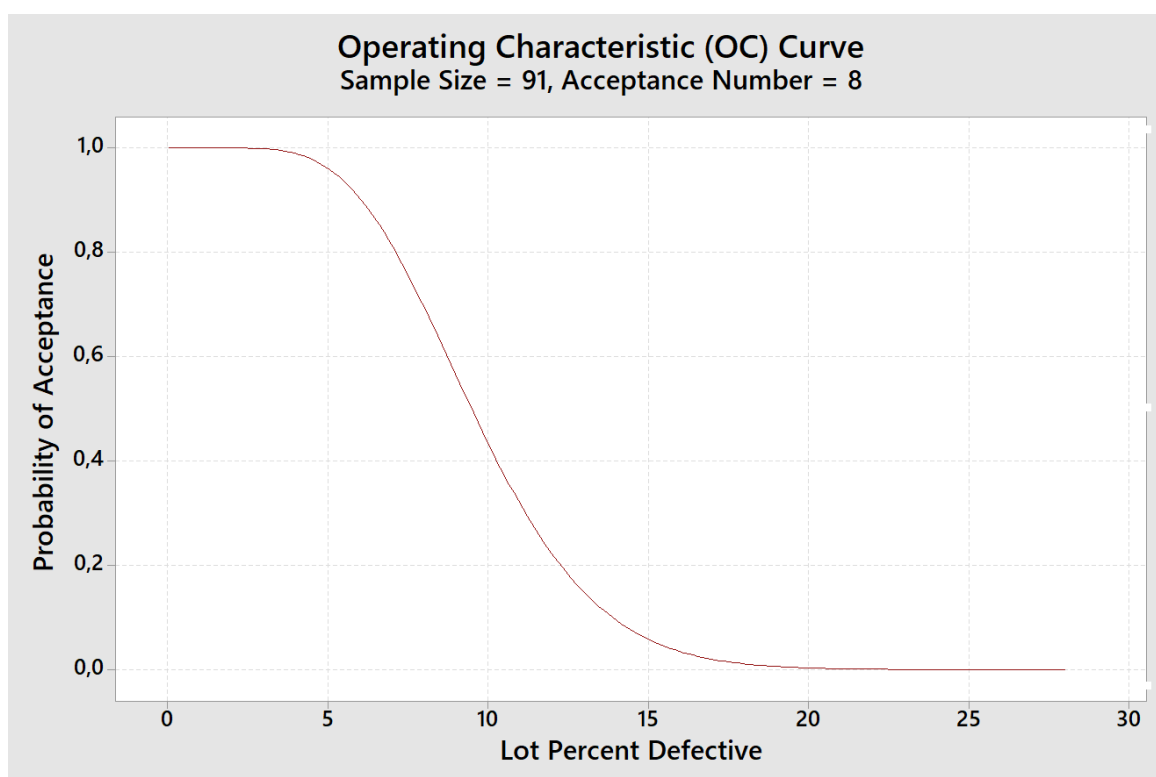
Sample Size 91

Acceptance Number 8

Accept lot if defective items in 91 sampled ≤ 8 ; Otherwise reject.

Percent Defective	Probability Accepting	Probability Rejecting
5	0,962	0,038
14	0,095	0,905

OC Curve



Σχήμα 5.5: Χαρακτηριστική καμπύλη για βέλτιστο σχέδιο ιδιοτήτων με χρήση Minitab

5.8 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές με χρήση του Minitab (γνωστή τυπική απόκλιση)

Στην παράγραφο αυτή θα κατασκευάσουμε ένα σχέδιο δειγματοληψίας μεταβλητών με γνωστή τυπική απόκλιση. Θα χρησιμοποιήσουμε ενδεικτικά, όπως και στην παράγραφο 5.4 ως άνω όριο προδιαγραφών την τιμή $USL=1$ και για την τυπική απόκλιση την τιμή $\sigma=0,05$. Επίσης, θα δώσουμε τις τιμές $AQL=2\%$ και $LTPD=5\%$, καθώς και τις προεπιλεγμένες τιμές $\alpha=0,04$ και $\beta=0,10$.

Η διαδρομή που θα ακολουθήσουμε είναι η εξής:

```
Stat -> Quality Tools -> Acceptance Sampling by Variables  
-> Create/Compare -> Create a Sampling Plan
```

Acceptance Sampling by Variables (Create/Compare)

Create a Sampling Plan

Options...

Graphs...

Units for quality levels: Percent defective

Acceptable quality level (AQL): 2

Rejectable quality level (RQL or LTPD): 5

Producer's risk (Alpha): 0,04

Consumer's risk (Beta): 0,10

Lower spec:

Upper spec: 1

Historical standard deviation: 0,05 (Optional)

Lot size:

Help

OK

Cancel

Εικόνα 5.3: Επιλογές εντολών Minitab - Απλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Μεταβλητών (γνωστή σ)

Παρακάτω δίνεται το output του Minitab:

Acceptance Sampling by Variables - Create/Compare

Lot quality in percent defective

Upper Specification Limit (USL)	1
Historical Standard Deviation	0,05
Acceptable Quality Level (AQL)	2
Producer's Risk (α)	0,04
Rejectable Quality Level (RQL or LTPD)	5
Consumer's Risk (β)	0,1

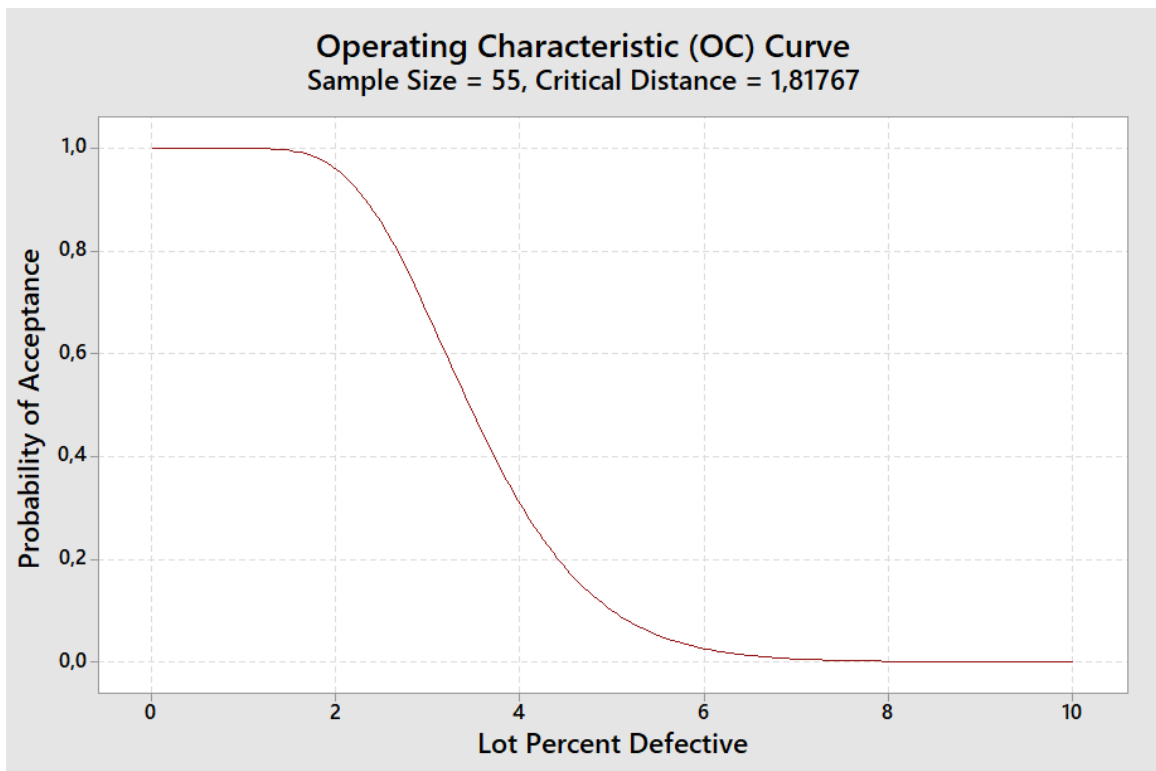
Generated Plan(s)

Sample Size	55
Critical Distance (k Value)	1,81767

$Z_{USL} = (\text{upper spec} - \text{mean}) / \text{historical standard deviation}$
Accept lot if $Z_{USL} \geq k$; otherwise reject.

Percent Defective	Probability Accepting	Probability Rejecting
2	0,960	0,040
5	0,100	0,900

OC Curve



Σχήμα 5.6: Χαρακτηριστική καμπύλη για σχέδιο μεταβλητών με χρήση Minitab (γνωστή σ)

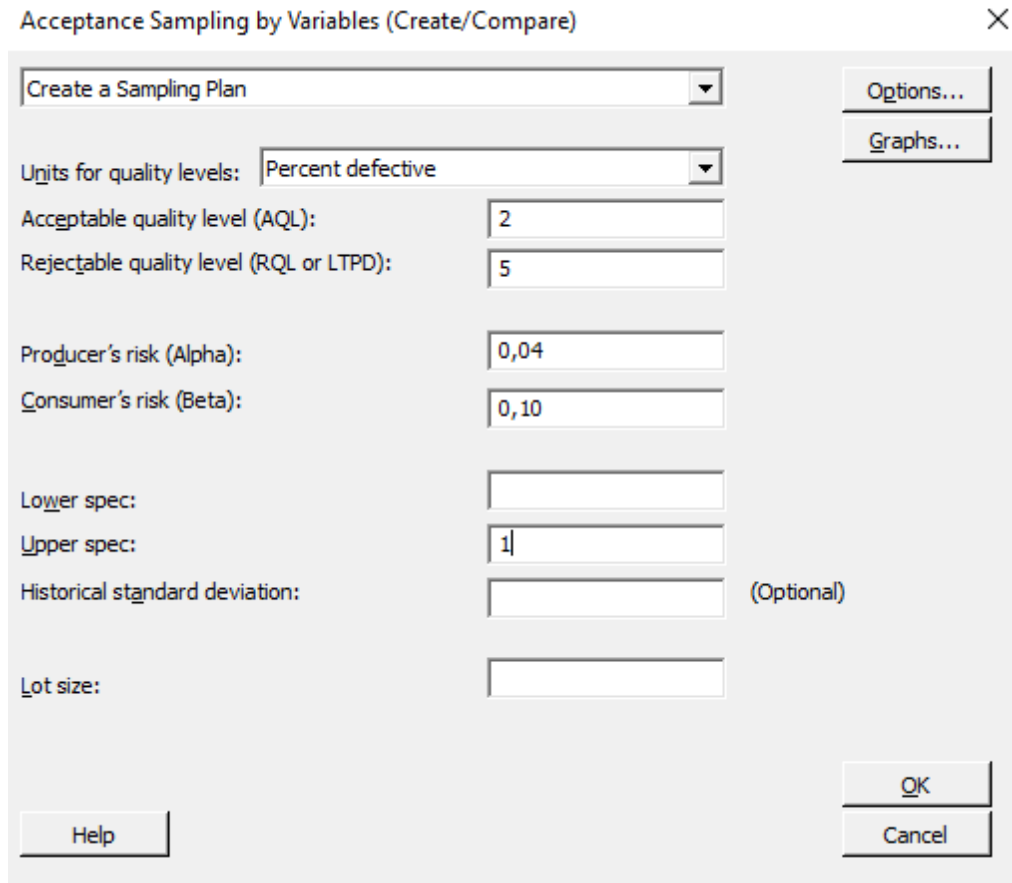
5.9 Απλό σχέδιο δειγματοληψίας για μεταβλητές με χρήση του Minitab (άγνωστη τυπική απόκλιση)

Στην τελευταία εφαρμογή αυτού του κεφαλαίου θα επαναλάβουμε την ίδια διαδικασία που ακολουθήσαμε προηγουμένως κρατώντας όλες τις παραμέτρους του σχεδίου ίδιες, δηλαδή $AQL=2\%$, $LTPD=5\%$, $\alpha=0.04$ και $\beta=0.10$, και αλλάζοντας την τυπική απόκλιση από γνωστή σε άγνωστη.

Θα παρατηρήσουμε ότι τα αποτελέσματα που θα πάρουμε είναι διαφορετικά από αυτά που μας έδωσε η R στην παράγραφο 5.5. Η τιμή απόφασης που θα προκύψει θα είναι $K=1.81767$ αντί της τιμής $K=1.820556$ και το μέγεθος του δείγματος θα αλλάξει από $n=148$ σε $n=146$. Η διαφοροποίηση αυτή οφείλεται στη χρήση της μη-κεντρικής κατανομής t που χρησιμοποιεί το MINITAB για τον υπολογισμό του σχεδίου, σε αντίθεση με την κανονική κατανομή που χρησιμοποιήθηκε στην παράγραφο 5.5.

Η διαδρομή που θα ακολουθήσουμε είναι η εξής:

```
Stat -> Quality Tools -> Acceptance Sampling by Variables
-> Create/Compare -> Create a Sampling Plan
```

Εικόνα 5.4: Επιλογές εντολών Minitab - Απλό Σχέδιο Δειγματοληψίας Μεταβλητών (άγνωστη σ)

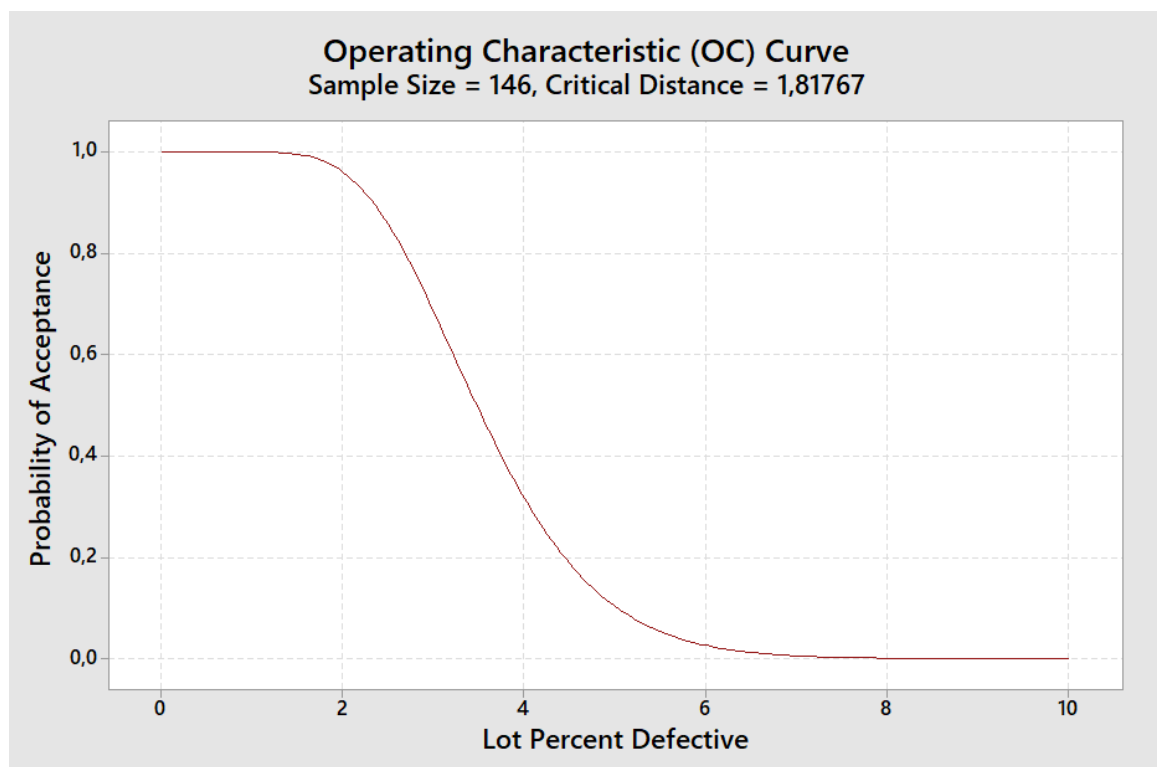
Παρακάτω δίνεται το output του Minitab:

Acceptance Sampling by Variables - Create/Compare	
Lot quality in percent defective	
Upper Specification Limit (USL)	1
Acceptable Quality Level (AQL)	2
Producer's Risk (α)	0,04
Rejectable Quality Level (RQL or LTPD)	5
Consumer's Risk (β)	0,1
Generated Plan(s)	
Sample Size	146
Critical Distance (k Value)	1,81767

$Z.USL = (\text{upper spec} - \text{mean}) / \text{standard deviation}$
Accept lot if $Z.USL \geq k$; otherwise reject.

Percent Defective	Probability Accepting	Probability Rejecting
2	0,961	0,039
5	0,104	0,896

OC Curve



Σχήμα 5.7: Χαρακτηριστική καμπύλη για σχέδιο μεταβλητών με χρήση Minitab (άγνωστη σ)

5.10 Ανακεφαλαίωση

Το πέμπτο κεφάλαιο της παρούσας διπλωματικής ασχολείται με εφαρμογές σχεδίων δειγματοληψίας που μπορούν να εκτελεστούν με τη γλώσσα R και το Minitab. Γίνεται χρήση του πακέτου `AcceptanceSampling` της R και κατασκευάζονται σχέδια δειγματοληψίας για ιδιότητες και μεταβλητές. Παράλληλα, κατασκευάζονται σχέδια δειγματοληψίας και των δύο κατηγοριών με χρήση του υπολογιστικού πακέτου Minitab με στόχο να γνωρίσει ο

αναγνώστης μια επιπλέον δυνατότητα κατασκευής σχεδίων και να ελεγχθεί η ύπαρξη διαφορών στον τρόπο κατασκευής των σχεδίων δειγματοληψίας. Επίσης εξετάζεται το πλήθος των επιλογών ως προς την κατασκευή και τον υπολογισμό των βασικών τύπων σχεδίων δειγματοληψίας μεταξύ των δύο προγραμμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΙΔΕΕΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ

6.1 Συμπεράσματα

Ολοκληρώνοντας την παρούσα διπλωματική εργασία, ο αναγνώστης μπορεί να αποκτήσει μια ολοκληρωμένη γνώση γύρω από τις βασικές αρχές που διέπουν τις κυριότερες κατηγορίες των σχεδίων δειγματοληψίας αποδοχής για ιδιότητες και μεταβλητές.

Στα πρώτα δύο κεφάλαια, δίνεται η δυνατότητα στον αναγνώστη να κατανοήσει βασικές έννοιες της δειγματοληψίας αποδοχής, τις μεθόδους κατασκευής των σχεδίων δειγματοληψίας και τις γραφικές παραστάσεις που μπορούν να σχεδιαστούν.

Στη συνέχεια, να γνωρίσει τρόπους με τους οποίους μπορεί μέσα από ορισμένα πακέτα της γλώσσα R να υλοποιήσει σχέδια δειγματοληψίας και των δύο κατηγοριών, καθώς προσφέρεται μια σειρά από αρκετές εντολές.

Τέλος, παρουσιάζονται ορισμένες εφαρμογές βασικών σχεδίων δειγματοληψίας μέσα από τα πακέτα της R και του υπολογιστικού πακέτου Minitab. Ως αποτέλεσμα, ο αναγνώστης μπορεί να κατανοήσει καλύτερα τον τρόπο που λαμβάνεται μια απόφαση για την αποδοχή ή απόρριψη μιας παρτίδας προϊόντων.

6.2 Μελλοντική Έρευνα

Μελλοντικά, μια επιπλέον μελέτη που θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί θα ήταν η παρουσίαση και άλλων τύπων σχεδίων δειγματοληψίας αποδοχής, είτε για ιδιότητες είτε για μεταβλητές, τα οποία δεν είναι τόσο γνωστά όπως π.χ.

- Περικομμένα Σχέδια (curtailed sampling plans)
- Ακολουθιακά Σχέδια (sequential sampling plans)
- Σχέδια Συνεχούς Δειγματοληψίας (continuous sampling plans)
- Σχέδια Δειγματοληψίας για Μηδενοδογκωμένες Διεργασίες (sampling plans for zero-inflated processes)
- Σχέδια Δειγματοληψίας Μεταβλητών για Δεδομένα Αξιοπιστίας (reliability sampling)
- Συνδυαστικά Σχέδια για Μεταβλητές και Ιδιότητες (mixed attributes-variables plans)

Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τα παραπάνω σχέδια, ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης παραπέμπεται στο βιβλίο των Schilling and Neubauer (2009).

Βιβλιογραφία

Ελληνική Βιβλιογραφία

- [1] Αντζουλάκος Δ. (2009). *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας*, Σημειώσεις παραδόσεων, Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.
- [2] Αντζουλάκος Δ. (2010). *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας*, Σημειώσεις παραδόσεων, Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης, Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Εφαρμοσμένη Στατιστική», Πανεπιστήμιο Πειραιώς.
- [3] Ταγαράς Γ. (2001). *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας*, Θεσσαλονίκη Εκδόσεις: Ζήτη.
- [4] Δ. Φουσκάκης (2013). *Ανάλυση Δεδομένων με Χρήση της R*, Αθήνα Εκδόσεις Τσότρας.

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

- [1] Bowker, A. H., and Goode, H. P. (1952). *Sampling inspection by variables*. McGraw-Hill.
- [2] Cano E., Moguerza J. and Corcoba M. (2015). *Quality Control with R. An ISO Standards Approach*, Switzerland.
- [3] Dodge, H.F. and Romig, H.G. (1959). *Sampling Inspection Tables*, 2nd ed., New York, John Wiley.
- [4] Dodge, H. F. and Romig, H. G. (1998). *Sampling Inspection Tables: Single and Double Sampling*, John Wiley.
- [5] Göb, R. (2014). Rectification Sampling Schemes. *Wiley StatsRef: Statistics Reference Online*.
- [6] Johnson, N.L., Kotz, S. and Kemp, A.W. (1993). *Univariate Discrete Distributions* (Wiley).
- [7] Kasprikova, N., & Klufa, J. (2011). Calculation of LTPD single sampling plans for inspection by variables and its software implementation. *International days of statistics and economics at VSE. Melandrium, Slaný*, 1-10.
- [8] Kasprikova, N., and Klufa, J. (2015). AOQL sampling plans for inspection by variables and attributes versus the plans for inspection by attributes. *Quality Technology & Quantitative Management*, 12(2), 133-142.

- [9] Lieberman, G. J., & Resnikoff, G. J. (1955). Sampling plans for inspection by variables. *Journal of the American Statistical Association*, 50(270), 457-516.
- [10] Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to statistical quality control*, 6rd edition., John Wiley & Sons, Inc., U.S.A. pp. 631-679.
- [11] Schilling, E. G., & Neubauer, D. V. (2009). *Acceptance sampling in quality control*, Chapman and Hall/CRC.
- [12] Shmueli, G. (2016). *Practical acceptance sampling: A hands-on guide*. Axelrod Schnall Publishers.
- [13] Stephens K.S. (2016). Practitioner advice: Dodge and Romig sampling tables: Revisited, refined, and extended-practitioner advice, *Quality Engineering*, 28:2, 238-244, DOI: [10.1080/08982112.2015.1104541](https://doi.org/10.1080/08982112.2015.1104541)

Πακέτα της R

- [1] Jonathan A., Godfrey R. and Govindaraju K. (2018). Dodge: Functions for acceptance sampling ideas originated by H.F. Dodge. R package version 0.9-2
- [2] Kasprukova N. (2015). LTPDvar: LTPD and AOQL Plans for Acceptance Sampling Inspection by Variables. LTPDvar. R package version 1.2
- [3] Kiermeier A., and Bloomfield P. (2019). AcceptanceSampling: Creation and Evaluation of Acceptance Sampling Plans. AcceptanceSampling. R package version 1.0-6
- [4] Marroquin E. (2016). Planesmuestra: Functions for Calculating Dodge Romig, MIL STD 105E and MIL STD 414 Acceptance Sampling Plan. Planesmuestra. R package version 0.1
- [5] R Core Team (2018). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.