



22/9/2017

# ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΩΝ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ



## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ – ΑΦΙΕΡΩΣΕΙΣ

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την αμέριστη υποστήριξη και συμπαράσταση που μου έδειξε με κάθε τρόπο καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Ευελπιστώ οι ιδέες και ο σκοπός που παρατίθενται στον παρόν έγγραφο εν συνεχεία να αποτελέσουν κίνητρο για περαιτέρω ανάλυση και διερεύνηση των φυσικών πόρων, προκειμένου να βοηθηθούν οι κυβερνήσεις ώστε να μην να σπαταλάνε άσκοπα τους φυσικούς πόρους του πλανήτη μας.

Θεοδοσιάδης Γεώργιος  
Σάμος 2017

# Περιεχόμενα

Εισαγωγή	2
<b>1 Κεφάλαιο</b>	<b>3</b>
1.1 Ορισμός Φυσικών Πόρων . . . . .	3
1.2 Κατηγορίες Φυσικών Πόρων . . . . .	4
<b>2 Κεφάλαιο</b>	<b>6</b>
2.1 Διαχείριση Περιβάλλοντος . . . . .	6
2.2 Εξάντληση των Φυσικών Πόρων . . . . .	8
2.3 Φυσικοί Πόροι και Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας . . . . .	11
2.4 Μη Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας . . . . .	17
<b>3 Κεφάλαιο</b>	<b>21</b>
3.1 Διαχείριση Φυσικών Πόρων - Δάση και Έδαφος . . . . .	21
3.2 Επιλογή Εδάφους για Καλλιέργειες . . . . .	22
3.3 Κυριότερα Προβλήματα στη Διαχείριση του Εδάφους . . . . .	23
<b>4 Κεφάλαιο</b>	<b>25</b>
4.1 Οικοκεντρικό <i>management</i> . . . . .	25
4.2 Αειφόρος Ανάπτυξη . . . . .	27
4.3 Βιώσιμη ανάπτυξη και δείκτες βιωσιμότητας . . . . .	28
<b>5 Κεφάλαιο</b>	<b>31</b>
5.1 Θεωρητικό Υπόβαθρο - Μαρκοβιανές Αλυσίδες . . . . .	31
5.2 Μαρκοβιανές αλυσίδες σε συνεχή χρόνο . . . . .	49
5.3 Χρόνος Στάσης . . . . .	52
<b>6 Κεφάλαιο</b>	<b>54</b>
6.1 Χρονικοί Περιορισμοί για Στοχαστικούς Πόρους . . . . .	55
6.1.1 Εισαγωγή στις Ημι-Μαρκοβιανές Διαδικασίες . . . . .	55
6.1.2 Στοχαστικοί Πόροι . . . . .	56
6.1.3 Πιθανότητα Κατάρρευσης Πόρων . . . . .	57
6.1.4 Ανάλυση . . . . .	60
6.2 Βέλτιση Διαχείριση Πόρων με Χρονικούς Περιορισμούς . . . . .	61
6.2.1 Εισαγωγικές Έννοιες . . . . .	61
6.2.2 Το Πρόβλημα Βελτιστοποίησης . . . . .	62
6.2.3 Εφαρμογή . . . . .	64
6.3 Συμπεράσματα . . . . .	66
<b>Αναφορές</b>	<b>67</b>

## Εισαγωγή

Το διαρκώς αυξανόμενο ενδιαφέρον για τα περιβαλλοντικά ζητήματα, καθώς και για μια λογική προσέγγιση και αντιμετώπιση του θέματος της εκμετάλλευσης των φυσικών πόρων, έχει οδηγήσει στην δημιουργία ενός καινούργιου υποπεδίου της Επιχειρησιακής Έρευνας, στενά συνδεδεμένου με το πεδίο της Περιβαλλοντικής Οικονομίας. Αυτή η αλληλεπίδραση, όχι μόνο συνεπάγεται την ανάπτυξη νέων μεθόδων που απευθύνονται στην αντιμετώπιση προβλημάτων σχετικά με την διαχείριση φυσικών πόρων, αλλά οδηγεί και σε μια διαφορετική προοπτική όταν εξετάζουμε και τις δύο πρακτικές, ανοίγοντας νέους δρόμους ως προς την κατανόηση και των δύο κλάδων.

Η παρούσα πτυχιακή εργασία έχει ως στόχο να παρουσιάσει μια σφαιρική εικόνα των προσεγγίσεων και των μοντέλων που έχουν αναπτυχθεί σε διάφορους ερευνητικούς τομείς (Επιχειρησιακή Έρευνα, Μαθηματικά, Περιβαλλοντική Οικονομία, Χρηματοοικονομικά, κ.ά.), έτσι ώστε να διερευνηθεί το ζήτημα της λήψης αποφάσεων στην διαχείριση περιβαλλοντικών πόρων. Σε αυτό το πλαίσιο, υπάρχουν δύο κύριες κατηγορίες προβλημάτων και πιο συγκεκριμένα τα προβλήματα πλήρους και μερικής μετατροπής γης/πόρων (*complete and gradual land/resource conversion problems*). Το πρώτο αφορά τον βέλτιστο συγχρονισμό για την πλήρη εκμετάλλευση ή μετατροπή μιας περιοχής/πόρου. Το δεύτερο επικεντρώνεται στην εύρεση της σύνθεσης ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου γης/πόρων μέσα στον χρόνο.

Αρχικά κάνουμε μια παρουσίαση του ορισμού των φυσικών πόρων. Στο δεύτερο και στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζουμε αναλυτικά την θεωρία γύρω από τη διαχείριση των φυσικών πόρων και περιβάλλοντος, και γίνεται ο διαχωρισμός των φυσικών πόρων σε ανανεώσιμες και μη ανανεώσιμες πηγές ενέργειας. Στο τέταρτο κεφάλαιο αναπτύσσονται έννοιες όπως το οικεντρικό *management*, η βιώσιμη ανάπτυξη και αναλύονται οι δείκτες βιωσιμότητας. Έπειτα, γίνεται παρουσίαση στοιχείων της θεωρίας των Μαρκοβιανών αλυσίδων. Στο έκτο και τελευταίο κεφάλαιο, παρουσιάζουμε τους χρονικούς περιορισμούς στοχαστικών πόρων, καθώς επίσης και το πρόβλημα βελτιστοποίησης πάνω στο οποίο γίνεται και μια εφαρμογή.

# 1 Κεφάλαιο

## 1.1 Ορισμός Φυσικών Πόρων

Με τον όρο φυσικοί πόροι χαρακτηρίζονται τα φυσικά αγαθά που είναι αναγκαία στον άνθρωπο έτσι ώστε να καλύπτει τις ανάγκες του. Αυτό σημαίνει ότι τα φυσικά αυτά αγαθά και προϊόντα είναι διαθέσιμα και εύκολα προσβάσιμα, καθώς και ότι ο άνθρωπος έχει την δυνατότητα και την τεχνολογία να τα αξιοποιήσει για την ικανοποίηση των αναγκών του. Οι φυσικοί πόροι μιας χώρας ή άλλης γεωπολιτικής ενότητας αναφέρονται συνήθως στις οικονομικά αξιοποιήσιμες άμεσες (πρωτογενείς) ύλες, κάποιες από τις οποίες χαρακτηρίζονται πηγές ενέργειας που μας προσφέρει η βιόσφαιρα, το έδαφος, το υπέδαφος, το νερό, η ατμόσφαιρα, ως και το φως του ήλιου που επιδρά στην περιοχή αναφοράς. Παρόλα αυτά, για να εμπίπτει κάποιο φυσικό αγαθό στην κατηγορία των φυσικών πόρων θα πρέπει να ικανοποιεί τα παρακάτω 3 βασικά κριτήρια:

1. Να χρησιμοποιείται για την κάλυψη ανθρώπινης ανάγκης, είτε χωρίς μετατροπή είτε να προσαρμόζεται εύκολα στις ανάγκες του.
2. Να υπάρχει διαθεσιμότητα του εν λόγω αγαθού, ή να υπάρχει δυνατότητα διαθεσιμότητας με κάποια λογική δαπάνη ενέργειας ή ανταλλαγής.
3. Το τεχνολογικό επίπεδο που κατέχει ο άνθρωπος να είναι ικανοποιητικό στο βαθμό που να μπορεί με τις ικανότητές του να κάνει χρήση των φυσικών πόρων.

Η έννοια του φυσικού πόρου περιλαμβάνει οτιδήποτε είναι προερχόμενο από τη φύση και είναι απαραίτητο για την επιβίωση και την ευημερία ενός οργανισμού. Πιο συγκεκριμένα για τις ανθρώπινες κοινωνίες οι φυσικοί πόροι αποτελούν όλες τις ύλες και τα προϊόντα που συναντώνται στο περιβάλλον και που είναι απαραίτητα για τη ζωή και τις δραστηριότητες του ανθρώπου. Για το λόγο ότι η πλειοψηφία των φυσικών πόρων είναι και αποθεματικοί, δημιουργούν δηλαδή αρχικά απόθεμα ύλης και ενέργειας το οποίο περικλείεται μέσα σε αυτούς, ταξινομούνται σε δύο κατηγορίες: σε ανανεώσιμους και σε μη ανανεώσιμους φυσικούς πόρους. Οι πρώτοι διαρκούν για πάντα ή ανανεώνονται συνεχώς, δεδομένου βέβαια ότι γίνεται σωστά η διαχείρισή τους, ενώ στην δεύτερη κατηγορία τοποθετούμε τους φυσικούς πόρους που εξαντλούνται σε τέτοιο βαθμό ώστε η ανανέωσή τους είναι είτε ολοκληρωτικά αδύνατη είτε πολύ δαπανηρή.

Οι ανανεώσιμοι πόροι προέρχονται κυρίως από τα σύγχρονα βιοτικά συστήματα όπως είναι οι γεωργικές καλλιέργειες, τα αλιεύματα και η δασική ξυλεία. Συγκαταλέγοντας σε αυτούς την ηλιακή, την αιολική, τη γεωθερμική και την υδροηλεκτρική ενέργεια προκύπτει το σύνολο των ενεργειακών ανανεώσιμων πόρων. Αντίστοιχα οι μη ανανεώσιμοι πόροι είναι αποθέματα που προέρχονται από αβιοτικά συστήματα (μέταλλα, νερό, μάρμαρα) ή από πρώην βιοτικά συστήματα (κάρβουνο, πετρέλαιο, φυσικό αέριο).

Οι φυσικοί πόροι διακρίνονται σε ανακυκλώσιμους και μη ανακυκλώσιμους, σύμφωνα με τη δυνατότητα ή όχι να ανανεωθούν με τεχνητές διεργασίες ανακύκλωσης ή μέσα από τους φυσικούς κύκλους.

## 1.2 Κατηγορίες Φυσικών Πόρων

Ανανεώσιμοι φυσικοί πόροι ονομάζονται αυτοί που ανανεώνονται με φυσικές ή τεχνικές διεργασίες. Οι πόροι που είναι προερχόμενοι από τη φύση, ανανεώνονται από μόνοι τους και είναι διαρκώς και ασταμάτητα διαθέσιμοι σε μεγάλες ποσότητες. Στη κατηγορία αυτή ανήκουν μορφές ενέργειας, όπως η ηλιακή, η αιολική ενέργεια, η γεωθερμία, κτλ. Αντίθετα με άλλες συμβατικές πηγές ενέργειας, όπως είναι τα ορυκτά καύσιμα από απολιθώματα, οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας είναι ανεξάντλητες.

Μη ανανεώσιμοι φυσικοί πόροι ονομάζονται οι πόροι που δεν ανανεώνονται με φυσικές ή τεχνικές διεργασίες, αλλά απλά υπάρχουν σε κοιτάσματα, τα λεγόμενα φυσικά αποθέματα, που καταναλώνονται και εξαντλούνται κάποτε, όπως είναι για παράδειγμα, το πετρέλαιο. Συχνά τα προϊόντα τους ανακυκλώνονται έτσι ώστε να καθυστερήσει η εξάντληση των κοιτασμάτων τους, ή να δημιουργηθούν με τεχνητό τρόπο από άλλες φυσικές πρώτες ύλες, αυτό όμως σε καμία περίπτωση δεν τα καθιστά ανανεώσιμα.

Δυνητικά ανανεώσιμοι φυσικοί πόροι ονομάζονται αυτοί που από τη φύση τους είναι ανανεώσιμοι, αλλά λόγω της υπερκατανάλωσής, καθίστανται μη ανανεώσιμοι. Τέτοιοι πόροι είναι το γλυκό νερό, ο καθαρός αέρας, η βιοποικιλότητα κτλ. Ένας δυνητικά ανανεώσιμος φυσικός πόρος μπορεί να ανανεωθεί αρκετά γρήγορα μέσω των φυσικών διεργασιών. Παραδείγματα τέτοιων πόρων είναι τα δάση, τα άγρια ζώα, οι λίμνες, τα ποτάμια και το υπόγειο νερό.

Βιοτικοί φυσικοί πόροι ονομάζονται αυτοί που παράγονται από τους ζωντανούς οργανισμούς της χώρας στην οποία απαντώνται, όπως είναι τα δέντρα των δασών, που μπορούν να δώσουν ξυλεία, ρετσίνα και άλλα πρωτογενή προϊόντα.

Αβιοτικοί φυσικοί πόροι είναι οι πόροι που δεν παράγονται από τους ζωντανούς οργανισμούς της χώρας, όπως για παράδειγμα, διάφορα ορυκτά που διαθέτει μια χώρα.

Ενεργοί φυσικοί πόροι ονομάζονται αυτοί που χρησιμοποιεί μια χώρα για την παραγωγή εισοδήματος, όπως είναι τα ορυκτά που εκμεταλλεύονται τα ορυχεία.

Εν δυνάμει φυσικοί πόροι ονομάζονται αυτοί που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή οικονομικού εισοδήματος της χώρας και που σε ένα βάθος χρόνου πιθανότατα θα χρησιμοποιηθούν. Τέτοιους πόρους, αποτελούν τα κοιτάσματα ορυκτών που ανακαλύπτονται, αλλά προς το παρόν δεν αξιοποιούνται.

Παρακάτω παραθέτουμε μερικά παραδείγματα φυσικών πόρων.

1. Ατμοσφαιρικός αέρας: Τα αέρια που τον αποτελούν, μπορούν να αξιοποιηθούν οικονομικά από διάφορες βιομηχανίες. Ακόμη, ο άνεμος είναι ανανεώσιμη πηγή ενέργειας, αξιοποιήσιμη οικονομικά συνεπώς αποτελεί φυσικό πόρο.
2. Νερό: Το νερό που βρίσκεται στη θάλασσα, στα ποτάμια, στις λίμνες, ακόμα και στο υπέδαφος, αποτελείται από συστατικά, τα οποία είναι οικονομικά αξιοποιήσιμα από διάφορες βιομηχανίες. Επιπρόσθετα, το κινούμενο νερό που δημιουργείται από υδατοπτώσεις και παλίρροιες, όπως και το νερό που απαντάνται σε θερμές πηγές, αποτελούν κι αυτά αξιοποιήσιμες οικονομικά ανανεώσιμες πηγές ενέργειας και άρα φυσικοί πόροι.
3. Έδαφος: Τα συστατικά του εδάφους είναι άμεσα αξιοποιήσιμα, αλλά, αν είναι γόνιμα, χρησιμεύουν για την αγροτική και την κτηνοτροφική παραγωγή, από την οποία προκύπτουν πολλές πρώτες ύλες, που επίσης αποτελούν φυσικούς πόρους.
4. Φυσική χλωρίδα και πανίδα: Πολλά είδη ζώων και φυτών είναι οικονομικά αξιοποιήσιμα. Τα ίδια ή κάποια προϊόντα που παράγουν, θεωρούνται επίσης φυσικοί πόροι.
5. Ορυκτός πλούτος υπεδάφους: Τα αποθέματα οικονομικά αξιοποιήσιμων ορυκτών, αερίων, υγρών ή στερεών αποτελούν τους κατεξοχήν φυσικούς πόρους. Συχνά μάλιστα αναφέρονται ως φυσικοί πόροι κυρίως ή και μόνο αυτοί, γιατί έχουν την πιο άνιση κατανομή ανάμεσα στις χώρες ή περιοχές. Περιέχουν χρήσιμα συστατικά και γι' αυτό το λόγο είναι οι οικονομικότερες άμεσες πηγές πολλών χρήσιμων πρώτων υλών και πηγών ενέργειας, κυρίως βέβαια όταν δεν συνυπολογίζεται και το κόστος των παρενεργειών της μη ορθολογικής χρήσης τους.
6. Ηλιακή ακτινοβολία. Αποτελεί οικονομικά αξιοποιήσιμη ανανεώσιμη πηγή ενέργειας και άρα αποτελεί φυσικό πόρο.

Αν ένας πόρος δεν είναι ανανεώσιμος ούτε ανακυκλώσιμος, τότε η εξαφάνισή του είναι ζήτημα χρόνου. Αυτή η κατηγορία πόρων περιλαμβάνει τους ενεργειακούς πόρους (άνθρακα, πετρέλαιο, φυσικό αέριο, ουράνιο κτλ.), τους μεταλλοφόρους ορυκτούς πόρους (χαλκό, σίδηρο, αλουμίνιο κτλ.) και τους μη μεταλλοφόρους - ορυκτούς πόρους (αλάτι, φωσφορικά κτλ.).

## 2 Κεφάλαιο

Η ποιότητα και η ποσότητα των φυσικών πόρων εξαρτάται άμεσα από την ανθρώπινη συμπεριφορά. Για παράδειγμα τα λιπάσματα βοηθούν την παραγωγικότητα του εδάφους, όμως η υπερβολική χρήση ή η κακή διαχείριση ή η ρύπανση μπορεί να μειώσει την ποσότητα και την ποιότητα των φυσικών πόρων. Η ρύπανση της ατμόσφαιρας και η όξινη βροχή μπορεί να υποβαθμίσει, ακόμα και να καταστρέψει δασικές εκτάσεις. Η εσφαλμένη διάθεση των βιομηχανικών αποβλήτων μπορεί να οδηγήσει σε μόλυνση των αποθεμάτων νερού. Τέτοιες περιβαλλοντικές υποβαθμίσεις μειώνουν τις παραγωγικές δυνατότητες μιας χώρας και θέτουν ακόμη και σε κίνδυνο την ποιότητα ζωής και την υγεία των πολιτών της.

### 2.1 Διαχείριση Περιβάλλοντος

Διαχείριση του περιβάλλοντος είναι η διεργασία ελαχιστοποίησης των περιβαλλοντικών επιπτώσεων ενός οργανισμού με τον έλεγχο των επιδράσεων των λειτουργιών που προξενούν ή θα μπορούσαν να προξενήσουν δυσμενείς επιπτώσεις στο περιβάλλον (Σ. Καρβούνης, 2003). Η βελτιωμένη περιβαλλοντική απόδοση είναι απόρροια σχεδιασμού και όχι προϊόν τυχαίας ενέργειας. Όπως συμβαίνει με όλα τα συστήματα διαχείρισης, έτσι και η διαχείριση του περιβάλλοντος οργανώνει τους πόρους για να επιτύχει ορισμένους στόχους εγκαθιστώντας τις διαδικασίες και τις υποδομές που θα αποδώσουν το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα.

Συνεπώς, η διαχείριση του περιβάλλοντος δεν αποτελεί πρωτόγνωρη έννοια. Οι στόχοι της, οι διαδικασίες και οι υποδομές της εστιάζουν έχουν ως επίκεντρο την καλύτερευση της περιβαλλοντικής απόδοσης ελέγχοντας και ελαχιστοποιώντας τις περιβαλλοντικές επιπτώσεις που έχουν οι επιχειρήσεις και οι οργανισμοί. Όσο τα περιβαλλοντικά προβλήματα εντείνονται, τόσο πιο επιτακτική είναι η ανάγκη για συντονισμένη ανθρώπινη ανταπόκριση σε αυτά τα προβλήματα. Αυτή η ανταπόκριση συνδέεται με την ανάδειξη της διαχείρισης του περιβάλλοντος σε μείζον θέμα της αλληλεπίδρασης ανθρώπου και περιβάλλοντος σε μια άγνωστη μέχρι τώρα κλίμακα. Αποτελεί πλέον πραγματικότητα, ότι η διαχείριση του περιβάλλοντος είναι αναγκαία καθώς οι άνθρωποι είναι καλύτερα πληροφορημένοι για το τι είναι λάθος στη σχέση με το φυσικό περιβάλλον.

Η ευρύτερη έννοια της «διαχείρισης του περιβάλλοντος» χρειάζεται να επανεκτιμηθεί έτσι ώστε να συμπεριληφθούν και μη κρατικοί παράγοντες μαζί με τους κρατικούς. Αυτή η επαναξιολόγηση απαιτεί και μια ευρύτερη κατανόηση της έννοιας «περιβαλλοντική πολιτική», που δεν είναι απαραίτητα συνώνυμη της κρατικής πολιτικής για το περιβάλλον. Πολλές επιστημονικές μελέτες συμπεραίνουν ότι η διαχείριση του περιβάλλοντος δεν είναι, και δεν θα πρέπει να είναι, αποκλειστική ευθύνη του κράτους. Επιπλέον, δεν συνδέονται πάντα τα ευρήματα των εμπειρικών ερευνών με ευρύτερες απαντήσεις σχετιζόμενες με τον ορισμό της διαχείρισης του περιβάλλοντος. Αποτέλεσμα αυτού είναι ότι η σημαντικότητα αυτών των ευρημάτων να μην εκτιμάται απόλυτα στο πεδίο αυτό. Άρα είναι απαραίτητο



να γίνουν προσπάθειες ώστε να τεθούν μαζί τόσο η εμπλοκή του κράτους όσο και του ιδιωτικού τομέα στη διαχείριση του περιβάλλοντος.

Υπάρχουν δύο διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους εφαρμόζεται η «διαχείριση του περιβάλλοντος». Ο ένας είναι ότι μπορεί να θεωρηθεί ως μία πολυδιάστατη διεργασία στην οποία πολλοί διαφορετικοί τύποι διαχειριστών του περιβάλλοντος έχουν σχέσεις αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον, καθώς και ο ένας με τον άλλο για να επιβιώσουν. Υπάρχει ένα σημαντικό και κρίσιμο σημείο σε αυτή την περίπτωση, για το πώς οι διαχειριστές του περιβάλλοντος αναζητούν την πρόβλεψη στις πρακτικές της διαχείρισης του περιβάλλοντος μέσα στο πλαίσιο της κοινωνικής και περιβαλλοντικής αβεβαιότητας.

Ο άλλος τρόπος με τον οποίο μπορούμε να δούμε τη διαχείριση του περιβάλλοντος, είναι να θεωρηθεί ως ένα πεδίο μελέτης που έχει ως χαρακτηριστικό ένα σύνολο εννοιών και προσεγγίσεων που αλληλεπιδρούν με διακριτό τρόπο. Αυτό δίνει έμφαση στην ανάγκη για διεπιστημονική θεώρηση της αλληλεπίδρασης ανθρώπου-περιβάλλοντος. Σαφώς, οι δύο τρόποι κατανόησης της διαχείρισης του περιβάλλοντος συσχετίζονται μεταξύ τους, αφού η επαναξιολόγηση του ενός συνεπάγεται την αναθεώρηση και του άλλου.

Μέσω της μελέτης πολλών συγγραφέων και ερευνητών, όπως ο *Garlauskas* 1975, ο κλασικός ορισμός για τη διαχείριση του περιβάλλοντος είναι ο εξής: διαχείριση του περιβάλλοντος είναι ανθρώπινο δημιούργημα που εστιάζει στις δραστηριότητες του ανθρώπου και στις σχέσεις του με το φυσικό περιβάλλον και με τα επηρεαζόμενα βιολογικά συστήματα. Η ουσία της διαχείρισης του περιβάλλοντος είναι ότι, με τη συστηματική ανάλυση, την κατανόηση και τον έλεγχο επιτρέπει στον άνθρωπο να συνεχίσει να αναπτύσσει την τεχνολογία του χωρίς έντονη αλλοίωση των φυσικών οικοσυστημάτων (*Garlauskas*, 1975).

Σύμφωνα με τον *Garlauskas*, η διαχείριση του περιβάλλοντος μπορεί να αναδειχθεί ως μια διαδικασία με εμφατική τάση στην εφαρμογή της επιστήμης για ειδικά περιβαλλοντικά θέματα τις περισσότερες φορές υπό την αιγίδα του κράτους. Επομένως, απέχει από τέτοιους ορισμούς κάθε έννοια πολύπλοκων πολιτικών, οικονομικών και κοινωνικών αλληλεπιδράσεων των διαφόρων τύπων παραγόντων που ασχολούνται με τη διαχείριση του περιβάλλοντος. Τα στοιχεία ενός πιο περιεκτικού ορισμού της διαχείρισης του περιβάλλοντος ως διαδικασίας είναι τα παρακάτω.

- Είναι απαραίτητο η διαχείριση του περιβάλλοντος σαν διαδικασία να έχει έναν ορισμό που θα αποδίδει με σαφήνεια την πολυδιάστατη φύση της. Αυτό συνεπάγεται την αναγνώριση του ρόλου της πολιτείας και την εξειδίκευση των δραστηριοτήτων των διάφορων μη κρατικών διαχειριστών του περιβάλλοντος.
- Ο ορισμός πρέπει να αποφεύγει την παγίδα της εξίσωσης της διαχείρισης του περιβάλλοντος με την επαγγελματική κατάρτιση και εξειδίκευση. Ακριβώς όπως οι μη κρατικοί διαχειριστές χρειάζεται να ενσωματώνονται στη διαχείριση του περιβάλλοντος, έτσι πρέπει να γίνεται για την εκτίμηση των «μη επαγγελματικών» και «μη

επιστημονικών» προσεγγίσεων της διαχείρισης του περιβάλλοντος. Πολλές φορές, επικρατεί η υπόθεση ότι οι διαχειριστές του περιβάλλοντος μπορούν να είναι μόνο εκπαιδευμένοι επαγγελματίες ή διευθυντές με ηγετικά προσόντα, γεγονός που δημιουργεί την λανθασμένη εντύπωση ότι κανένα άλλο πρόσωπο που σχετίζεται με το περιβάλλον δε θα μπορούσε να αναλάβει αρμοδιότητες σαν διαχειριστής του περιβάλλοντος.

- Για να μπορούμε να θεωρήσουμε τον ορισμό περιεκτικό, θα πρέπει να αποδίδει ακριβείς και σαφείς ιδιότητες για όλους τους διαχειριστές του περιβάλλοντος, δηλαδή να αναζητά την πρόβλεψη σε ένα πλαίσιο αυξημένης κοινωνικής και περιβαλλοντικής αβεβαιότητας.

## 2.2 Εξάντληση των Φυσικών Πόρων

Οι φυσικοί πόροι του πλανήτη δεν είναι απεριόριστοι και ανεξάντλητοι. Το «δυτικό» μοντέλο ανάπτυξης που κυριαρχεί στην εποχή μας, βασίζεται στην αλόγιστη κατασπατάληση των μη ανανεώσιμων πόρων στο βωμό του κέρδους με περιβαλλοντικό αλλά και κοινωνικό τίμημα. Οι καταστροφικές συνέπειες αυτού του μοντέλου είναι εμφανείς σε ολόκληρο τον κόσμο: μόλυνση των υδάτων και του αέρα, υποβάθμιση των οικοσυστημάτων, περιορισμός της βιοποικιλότητας, καταστροφή των δασών, μείωση των καλλιεργήσιμων εκτάσεων, έλλειψη πόσιμου νερού, μείωση των αποθεμάτων πετρελαίου και φυσικού αερίου κτλ. Ευτυχώς ο άνθρωπος της σύγχρονης κοινωνίας, κατανοεί πιο καθαρά ότι ο δυτικός τρόπος ζωής και κατανάλωσης δεν μπορεί να επεκταθεί στον υπόλοιπο κόσμο χωρίς να απειληθεί το μέλλον του πλανήτη.

Η χρήση των ορυκτών καυσίμων και της πυρηνικής ενέργειας είχε άμεση συνέπεια στις κλιματικές συνθήκες του πλανήτη, συσσωρεύσε αέριους ρύπους στην ατμόσφαιρα, ρύπανε σε σημαντική έκταση τα επιφανειακά ύδατα του πλανήτη, μείωσε τη βιοποικιλότητα και ακόμη μόλυνε περιοχές λόγω των πυρηνικών αποβλήτων. Αναφέρουμε ενδεικτικά κάποιες διάσημες περιπτώσεις, στις οποίες η κακή χρήση και διαχείριση των ορυκτών καυσίμων και της πυρηνικής ενέργειας, έγιναν η αιτία περιβαλλοντικών, κοινωνικών και οικονομικών καταστροφών.

- Το 1952 στο Λονδίνο αναφέρθηκαν χιλιάδες θάνατοι, όταν λόγω της άπνοιας, οι αέριοι ρύποι των εργοστασίων παγιδεύτηκαν πάνω από την πόλη και συνέβη το τραγικό αυτό συμβάν.
- Το 1973 εκδηλώνεται η πρώτη ενεργειακή κρίση όταν η τιμή του πετρελαίου πενταπλασιάστηκε μέσα σε μικρό χρονικό διάστημα. Διαπιστώνεται η άμεση σχέση της ενεργειακής πολιτικής και της εθνικής ανεξαρτησίας μιας χώρας, αλλά και εμφανίζεται το γενικότερο πρόβλημα, αφού γίνεται η διαπίστωση ότι τα ενεργειακά αποθέματα κάποια στιγμή εξαντλούνται. Εξαγγέλλονται προγράμματα εξοικονόμησης ενέργειας και γίνεται άμεσα αναζήτηση άλλων ενεργειακών πηγών.

- Το 1982 γίνονται φανερά τα πρώτα σημάδια καταστροφής των δασών της Κεντρικής Ευρώπης λόγω της όξινης βροχής. Η αιτία αυτού, ήταν η καύση των υδρογονανθράκων ή γαιανθράκων σε μονάδες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.
- Το 1989, το ναυάγιο του πετρελαιοφόρου Εξξον Άλδεζ στον κόλπο Πρινσε Ωιλιαμ Σουντ της Αλάσκας, έκανε φανερό το 'ανεπίσημο' κόστος της χρήσης 60 εκ. βαρελιών πετρελαίου την ημέρα.
- Το 1986 στην Ουκρανία γίνεται έκρηξη στην πυρηνική μονάδα του Τσερνομπίλ. Το ραδιενεργό νέφος, εκτός από την γύρω περιοχή, έπληξε το μεγαλύτερο μέρος της Κεντρικής και Δυτικής Ευρώπης αλλά και μέρος της χώρας μας. Μέχρι και σήμερα, παρουσιάζονται δυσμενείς συνέπειες του ατυχήματος.

Σύμφωνα με στοιχεία που παρουσιάζονται στην έκθεση της επιστημονικής ομάδας εργασίας της IPCC του 1995 (IPCC: Διακυβερνητική Επιτροπή για τις Κλιματικές Αλλαγές που ιδρύθηκε το 1988 και τελεί υπό την αιγίδα του ΟΗΕ) αποδεικνύεται ότι οι ανθρώπινες δραστηριότητες έχουν άμεσες συνέπειες στο παγκόσμιο κλίμα.

Η περιβαλλοντική επιβάρυνση που προκαλείται από την χρήση των μη ανανεώσιμων πηγών ενέργειας είναι έντονη. Κατά την καύση των γαιανθράκων, όπου μετατρέπεται η χημική τους ενέργεια σε θερμική, παράγεται αιθάλη και διοξείδιο του άνθρακα, ενώ η καύση του πετρελαίου παράγει επιπλέον οξείδια του αζώτου, του θείου και ελευθερώνεται μόλυβδος. Η αιθάλη και τα όλα αυτά τα αέρια, είναι υπεύθυνα για τον σχηματισμό της αιθαλομίχλης, που πολλές φορές λόγω των θερμοκρασιακών αναστροφών εγκλωβίζεται στα κατώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας, με πολύ κακά αποτελέσματα. Ιδιαίτερα η αιθάλη εισπνέεται αλλά και επικάθεται παντού. Όσον αφορά το διοξείδιο του άνθρακα, με την αύξηση της συγκέντρωσής του στην ατμόσφαιρα, αυξάνεται και η διαφορά μεταξύ της εισερχόμενης στην ατμόσφαιρα ηλιακής ακτινοβολίας και της εξερχόμενης από αυτή μετά την ανάκλασή της στη Γη. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση της θερμοκρασίας του πλανήτη, το γνωστό φαινόμενο του θερμοκηπίου.

Πέραν της αέριας ρύπανσης ακόμη και η έρευνα για ανακάλυψη κοιτασμάτων φυσικού αερίου και η εκμετάλλευσή τους συνοδεύεται από σοβαρά περιβαλλοντικά προβλήματα. Όταν γίνεται για παράδειγμα, μια γεώτρηση στη θάλασσα για φυσικό αέριο, παράγονται περίπου 1.500 -2.000 τόνοι τοξικής λάσπης που περιέχει πτητικές οργανικές ενώσεις, πολυκυκλικούς αρωματικούς υδρογονάνθρακες, αρσενικό, μόλυβδο και ραδιενεργά υλικά, όπως το ράδιο. Η απόρριψη της λάσπης αυτής στη θάλασσα ή στην ξηρά ενέχει σαφώς πολλούς κινδύνους.

Σοβαρό πρόβλημα σήμερα αποδείχθηκε Η χρήση των χλωροφθορανθράκων (CFC) αναδείχθηκε σε ιδιαίτερο πρόβλημα για το περιβάλλον. Οι χλωροφθοράνθρακες αποτελούν χημικές ενώσεις που περιέχονται ως ψυκτικά σε κλιματιστικά και ψυγεία, ως προωθητικά

σε σπρέι, ως καθαριστικά ηλεκτρονικών συσκευών, αποστειρωτικά για νοσοκομειακά όργανα και ως μονωτικά υλικά και υλικά συσκευασίας. Αν και δεν προέρχονται άμεσα από την καύση των μη ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, αποτελούν ωστόσο προϊόντα που η παρασκευή τους απαιτεί μεγάλη κατανάλωση ενέργειας.

Επομένως, η επιτακτική ανάγκη για παγκόσμιο περιορισμό των εκπομπών των αέριων ρύπων οδήγησε στην Παγκόσμια Συνδιάσκεψη του Ρίο το 1992 όπου, στο πλαίσιο της Συνθήκης για τις Κλιματικές Αλλαγές, οι 106 επικεφαλής των βιομηχανικών χωρών προχώρησαν σε δεσμεύσεις ώστε να μειώσουν μέχρι το 2000 τις εκπομπές αερίων του θερμοκηπίου στα επίπεδα του 1990. Ωστόσο αυτό δεν τηρήθηκε από τις μισές περίπου χώρες που αφορούσε η συνθήκη. Μέσα σε αυτές τις χώρες βρίσκονται και οι ΗΠΑ, που επίσης ματαίωσαν και την πρόσφατη συνδιάσκεψη της Χάγης για το περιβάλλον λόγω των οικονομικών τους συμφερόντων. Ευτυχώς έχει γίνει μεγάλη μείωση των εκπομπών των *CFC*, έτσι ώστε να προστατευθεί η στοιβάδα του όζοντος.

Στη Διάσκεψη του Βερολίνου, που έγινε τον Μάρτιο του 1995, η Γερμανία εξήγγειλε μείωση των εκπομπών άνθρακα κατά 30% έως το 2005 σε σχέση με το 1990, ενώ συνεχίζει την εγκατάσταση ανεμογεννητριών, όπως και η Δανία, η Ολλανδία και η Ελβετία.

Η Τρίτη Διακυβερνητική Διάσκεψη για το Κλίμα στο Κιότο το 1997 δεν επέφερε αλλαγές, αφού όχι μόνο δεν τηρήθηκε η απόφαση για την περιβόητη μείωση στην εκπομπή ρύπων κατά 5% μέχρι το 2010, αλλά πολλές ευρωπαϊκές χώρες παρουσίασαν αυξήσεις στις εκπομπές διοξειδίου του άνθρακα. Επιπλέον η Συνθήκη προσφέρει τη δυνατότητα στις αναπτυγμένες χώρες να εξαγοράσουν δικαιώματα και ποσοστά ρύπων από τις λιγότερο αναπτυγμένες βιομηχανικά χώρες, οπότε δεν μειώνεται καθόλου το συνολικό ρυπαντικό φορτίο του πλανήτη.

Μέχρι στιγμής, η ενεργειακή πολιτική της Ελλάδας αποτελεί παράδειγμα προς αποφυγή πολιτικής προς το περιβάλλον. Κατέχει την 4η υψηλότερη αύξηση στην Ευρώπη των 15 σχετικά με τις συνολικές εκπομπές καυσαερίων που προκαλούν το φαινόμενο του θερμοκηπίου κατά την περίοδο 1990-98 (είχε μια αύξηση της τάξης του +15%), σύμφωνα με στοιχεία που έδωσε στη δημοσιότητα η Ευρωπαϊκή Επιτροπή. Το 93% της ενέργειας που παράγει η ΔΕΗ είναι προερχόμενο από ορυκτά καύσιμα, ενώ η εξάρτηση από τα ορυκτά καύσιμα αναμένεται να φθάσει το 96%, αν συμπεριλάβουμε και το φυσικό αέριο. Παράλληλα η συμμετοχή των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας στη συνολική κατανάλωση ενέργειας είναι μόλις 6%.

Οι παγκόσμιες συνδιασκέψεις του Ρίο, του Κιότο και της Χάγης δυστυχώς δεν κατάφεραν να δώσουν οριστική λύση στο πρόβλημα αυτό. Μέχρι στιγμής η μόνη απάντηση που φαίνεται ότι θα περιορίσει δραστικά τα περιβαλλοντικά προβλήματα είναι η χρήση των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (Α.Π.Ε). Αν και η τεχνολογία έχει κάνει σημαντικά βήματα προς αυτή την κατεύθυνση, η εφαρμογή των Α.Π.Ε βρίσκεται σε πρώιμο επίπεδο. Η

εχμετάλλευση του ήλιου, του ανέμου, του νερού, της γεωθερμίας και της βιομάζας, που αποτελούν πηγές ενέργειας φιλικές προς το περιβάλλον, είναι οικονομικά εκμεταλλεύσιμες και μπορούν να συμβάλλουν στην αειφόρο ανάπτυξη, αφού είναι ανανεώσιμες και ρυπαίνουν ελάχιστα ή καθόλου. Στη χώρα μας είναι μεγάλες οι προοπτικές αξιοποίησης αυτών των πηγών ενέργειας, γιατί έχουμε ηλιοφάνεια και υπάρχει αιολικό δυναμικό, προπάντων στα νησιά, καθώς και υδάτινο δυναμικό στις ορεινές περιοχές.

Η διαρκής χρήση των ορυκτών καυσίμων (γαιάνθρακες, πετρέλαιο, φυσικό αέριο) και της πυρηνικής ενέργειας τα τελευταία χρόνια, φέρει μεγάλη ευθύνη για τα σοβαρά περιβαλλοντικά προβλήματα με τα οποία είναι αντιμέτωπος ο πλανήτης. Είναι εμφανές ότι οι ενεργειακές ανάγκες συνεχώς θα αυξάνονται, αφού ο πληθυσμός της γης αυξάνεται συνεχώς, αλλά και η βελτίωση του βιοτικού επιπέδου του ανθρώπου πολλαπλασιάζει τις δραστηριότητές του, οι οποίες απαιτούν κατανάλωση ενέργειας.

### **2.3 Φυσικοί Πόροι και Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας**

Η παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος από ανανεώσιμες πηγές ενέργειας όπως η ηλιακή, αιολική, γεωθερμική και ενέργεια βιομάζας έχουν τη μικρότερη επίδραση στο περιβάλλον. Αυτές οι πηγές ενέργειας παρέχουν στον καταναλωτή έναν εναλλακτικό τρόπο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από αυτόν με τη χρήση άνθρακα, πυρηνικής ενέργειας, φυσικού αερίου, πετρελαίου και μεγάλων υδροηλεκτρικών μονάδων.

Η ενέργεια που μεταφέρεται στη γη μέσω της ηλιακής ακτινοβολίας είναι η ηλιακή ενέργεια. Η άμεση μετατροπή της ηλιακής ακτινοβολίας σε ηλεκτρική ενέργεια είναι μια καθαρή και ανεξάντλητη πηγή ενέργειας, η οποία είναι ικανή να καλύψει τις ενεργειακές ανάγκες σε παγκόσμιο επίπεδο. Είναι σημαντικός παράγοντας για την αξιοποίηση των Α.Π.Ε. και σίγουρα θα παίζει καθοριστικό ρόλο στο μέλλον της ηλεκτροπαραγωγής.

Πολύ σημαντικό είναι το γεγονός ότι δεν υπάρχουν περιορισμοί χώρου και χρόνου για την εκμετάλλευση της ηλιακής ενέργειας. Σχετικά με την εκμετάλλευση της ηλιακής ενέργειας, μπορούμε να διακρίνουμε τρεις βασικές κατηγορίες εφαρμογών: τα παθητικά ηλιακά συστήματα, τα ενεργητικά ηλιακά συστήματα και τα φωτοβολταϊκά συστήματα.

Τα παθητικά και τα ενεργητικά ηλιακά συστήματα εκμεταλλεύονται τη θερμότητα που εκπέμπεται στην ατμόσφαιρα μέσω της ηλιακής ακτινοβολίας, ενώ τα φωτοβολταϊκά συστήματα λειτουργούν με τη μετατροπή της ηλιακής ακτινοβολίας σε ηλεκτρικό ρεύμα μέσω του φωτοβολταϊκού φαινομένου.

Ο ήλιος εκπέμπει τεράστια ποσότητα ενέργειας σε ημερήσια βάση. Η αξιοποίηση της ηλιακής ακτινοβολίας για την παραγωγή ηλεκτρισμού πραγματοποιείται με δύο τρόπους, τις θερμικές και τις φωτοβολταϊκές εφαρμογές. Η πρώτη είναι η συλλογή της ηλιακής

ενέργειας ώστε να παράγεται θερμότητα, κυρίως για τη θέρμανση του νερού και τη μετατροπή του σε ατμό για την κίνηση τουρμπίνων. Στη δεύτερη εφαρμογή τα φωτοβολταϊκά συστήματα μετατρέπουν το φως του ήλιου σε ηλεκτρισμό με τη χρήση φωτοβολταϊκών κυψελών ή συστοιχιών.

Αν και όλη η γη δέχεται ηλιακή ακτινοβολία, η ποσότητα που συγκεντρώνεται εξαρτάται από κάποιους παράγοντες, όπως είναι η γεωγραφική θέση, η ημέρα, η εποχή και η νεφοκάλυψη. Η έρημος δέχεται περίπου το διπλάσιο ποσό ηλιακής ενέργειας από άλλες περιοχές.

Στο μεγαλύτερο τμήμα της χώρας μας η ηλιοφάνεια διαρκεί περισσότερες από 2700 ώρες το χρόνο. Στη Δυτική Μακεδονία και την Ήπειρο εμφανίζει τις μικρότερες τιμές και κυμαίνεται από 2200 ως 2300 ώρες, ενώ στη Ρόδο και τη νότια Κρήτη ξεπερνά τις 3100 ώρες ετησίως.

Τα βασικά πλεονεκτήματα της παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με χρήση φωτοβολταϊκών συστημάτων είναι τα ακόλουθα:

- Μηδενική ρύπανση. Κάθε κιλοβατώρα ηλεκτρισμού που προμηθευόμαστε από το δίκτυο της ΔΕΗ η οποία έχει παραχθεί από ορυκτά καύσιμα, επιβαρύνει την ατμόσφαιρα με το λιγότερο ένα κιλό διοξειδίου του άνθρακα. Ένα τυπικό φωτοβολταϊκό σύστημα του ενός κιλοβάτ, αποτρέπει κάθε χρόνο την έκλυση 1,3 τόνων διοξειδίου του άνθρακα, όση είναι η ποσότητα που θα απορροφούσαν δύο στρέμματα δάσους.
- Αθόρυβη λειτουργία.
- Αξιοπιστία και μεγάλη διάρκεια ζωής, έως και 30 χρόνια.
- Απεξάρτηση από την τροφοδοσία καυσίμων για τις απομακρυσμένες περιοχές.
- Δυνατότητα επέκτασης ανάλογα με τις ανάγκες.
- Ελάχιστη συντήρηση.
- Ενεργειακή απεξάρτηση. Η ηλιακή ακτινοβολία δεν ελέγχεται από κανέναν και αποτελεί ένα ανεξάντλητο εγχώριο ενεργειακό πόρο.
- Η μέγιστη παραγωγή ηλιακού ηλεκτρισμού συμπίπτει χρονικά με τις ημερήσιες αιχμές της ζήτησης, βοηθώντας έτσι στην εξομάλυνση των αιχμών φορτίου και στη ελάφρυνση του συνολικού κόστους της ηλεκτροπαραγωγής, δεδομένου ότι η κάλυψη αυτών των αιχμών είναι ιδιαίτερα δαπανηρή.

Η ηλιακή ενέργεια που φθάνει στην γη σε ένα έτος είναι περίπου 14.000 φορές μεγαλύτερη από την παγκόσμια κατανάλωση ενέργειας. Η ηλιακή ενέργεια που ακτινοβολείται, απορροφάται από στοιχεία και ενώσεις στη Γη και μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας. Ακόμη, η ενέργεια αυτή:

1. απορροφάται από τη γη και μετατρέπεται σε θερμότητα, καθώς επίσης διατηρεί σταθερή και τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος,
2. συντηρεί τον υδρολογικό κύκλο (εξάτμιση – βροχόπτωση),
3. συντηρεί την κατακόρυφη μεταφορά (αιολική ενέργεια, ρεύματα), και
4. συντηρεί την φωτοσύνθεση.

Η αιολική ενέργεια είναι ακόμη μια πολύ διαδεδομένη μορφή ανανεώσιμης ενέργειας. Με τον όρο αιολική ενέργεια εννοούμε την κινητική ενέργεια των τεράστιων αερίων μαζών η οποία αποκτάται λόγω της διαφορετικής θέρμανση που επιδέχονται από την ηλιακή ακτινοβολία.

Η δέσμευση της αιολικής ενέργειας και η μετατροπή της σε ηλεκτρική πραγματοποιείται μέσω ηλεκτρομηχανολογικών εγκαταστάσεων, με μηχανές που μετατρέπουν την ενέργεια του ανέμου σε ηλεκτρική ενέργεια και ονομάζονται «ανεμογεννήτριες» (Α/Γ). Συγκεκριμένα, στην Ελλάδα συμφέρει οικονομικά η εγκατάσταση ανεμογεννητριών στο νησιωτικό τμήμα, καθώς εκεί υπάρχει αυξημένο αιολικό δυναμικό.

Στην περίπτωση που υπήρχε τρόπος με τα σημερινά τεχνολογικά μέσα, να καταστεί εκμεταλλεύσιμο το συνολικό αιολικό δυναμικό της γης, γίνεται μια εκτίμηση πως η ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται σε ένα χρόνο θα ήταν υπερδιπλάσια από τις ανάγκες της ανθρωπότητας στο ίδιο διάστημα (Αιολική ενέργεια, Κ.Α.Π.Ε., 1998).

Η Ελλάδα διαθέτει ιδιαίτερα πλούσιο αιολικό δυναμικό και η αιολική ενέργεια θα μπορούσε να αποτελέσει σημαντικό παράγοντα στην ανάπτυξή της. Από το 1982, τη χρονιά που εγκαταστάθηκε το πρώτο αιολικό πάρκο στην Κύθνο από τη ΔΕΗ, μέχρι και σήμερα έχουν κατασκευασθεί εγκαταστάσεις παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από τον άνεμο στην Άνδρο, στην Εύβοια, στη Λήμνο, Λέσβο, Χίο, Σάμο και στην Κρήτη, συνολικής ισχύος πάνω από 30MW (Εκπαιδευτικό πρόγραμμα: Ενέργεια και Περιβάλλον, 2012).

Αυτή η μορφή καθαρής ενέργειας που δεν μολύνει το περιβάλλον παράγεται με τη χρήση τουρμπίνων ή ανεμογεννητριών για την παραγωγή ηλεκτρισμού. Οι ΗΠΑ σήμερα έχουν εγκαταστάσεις παραγωγής ηλεκτρισμού με ανεμογεννήτριες οι οποίες παράγουν 3 δισεκατομμύρια κιλοβατώρες ηλεκτρικού ρεύματος κάθε χρόνο. Η αιολική ενέργεια τροφοδοτεί με ηλεκτρικό ρεύμα τους κατοίκους της Καλιφόρνια με εκατομμύρια κιλοβατώρες κάθε χρόνο. Η μεγαλύτερη ανεμογεννήτρια στο Μίσιγκαν, εξοικονομεί 600 τόνους άνθρακα το χρόνο.

Το νερό είναι ένας φυσικός πόρος, ο οποίος είναι μεν ανανεώσιμος αλλά είναι και περιορισμένος. Τα αποθέματα γλυκού νερού ανανεώνονται μέσω του υδρολογικού κύκλου, ωστόσο η διαθέσιμη ποσότητα νερού είναι περιορισμένη και η κατανομή του στον χώρο και τον χρόνο άνιση. Περαιτέρω Θα πρέπει επιπλέον να λάβουμε υπόψη τους περιορισμούς στη διαθεσιμότητα του νερού που προκύπτουν και από τη ρύπανσή του από ανθρωπογενείς δραστηριότητες (αστικές, βιομηχανικές, γεωργικές).

Για την επίτευξη μιας συνετής διαχείρισης είναι απαραίτητη μια ολοκληρωμένη προσέγγιση που δεν αντιμετωπίζει τις εκάστοτε χρήσεις αποσπασματικά, αλλά σε αλληλεξάρτηση μεταξύ τους. Μια προσέγγιση που επί πλέον λαμβάνει σοβαρά υπόψη, όχι μόνο τις ανθρώπινες απαιτήσεις σε νερό, αλλά και τις απαιτήσεις των οικοσυστημάτων.

Το νερό αποτελεί κληρονομιά την οποία υποχρεούμαστε να προστατεύουμε. Τόσο διεθνώς όσο και στην Ελλάδα ενισχύονται οι πιέσεις που υφίστανται οι υδατικοί πόροι, καθώς η ζήτηση είναι αυξανόμενη από ποικίλους χρήστες, και η ανάγκη για επαρκές σε ποσότητα και ποιότητα νερό είναι επιτακτική.

Η εφαρμογή βιώσιμων πολιτικών ανάπτυξης και διαχείρισης των υδατικών πόρων, γίνεται αναγκαία λόγω της αύξησης των πιέσεων στο υδατικό περιβάλλον, γεγονός που μπορεί να επιτευχθεί μέσω σχεδιασμού, υλοποίησης και βέλτιστης λειτουργίας έργων υποδομής και παρεμβάσεων διαχείρισης τόσο της προσφοράς όσο και της ζήτησης, για παράδειγμα θα μπορούσαν να ληφθούν μέτρα εξοικονόμησης και επαναχρησιμοποίησης του νερού.

Συγκεκριμένα για την Ελλάδα πρέπει να επισημάνουμε ότι πρόκειται για μία σχετικά ευνοημένη υδρολογικά χώρα της Μεσογείου, αν και η αναντιστοιχία της χρονικής και κυρίως χωρικής κατανομής των βροχοπτώσεων με τις χρονικές και χωρικές κατανομές της ζήτησης έχουν δημιουργήσει στο παρελθόν και εξακολουθούν να δημιουργούν προβλήματα έλλειψης νερού.

Το νερό ως φυσικός πόρος, φαινομενικά είναι άφθονος και υπάρχει παντού. Αν όμως αναλογιστούμε τα πραγματικά στοιχεία, το νερό είναι ένας περιορισμένος φυσικός πόρος. Μόνο το 2,5% των παγκόσμιων αποθεμάτων νερού είναι γλυκό, και το περισσότερο από αυτό είναι εγκλωβισμένο στους παγετώνες και στο υπέδαφος. Τελικά, το νερό που είναι πραγματικά διαθέσιμο στον άνθρωπο είναι ελάχιστο, και ανέρχεται μόλις στο 1%. Άρα δεν είναι τυχαίο, που η λειψυδρία αποτελεί σημαντικό κοινωνικό και οικονομικό πρόβλημα για πολλές χώρες και κατά καιρούς αποτελεί αιτία πολέμων.

Η Ελλάδα είναι μια πλούσια σε νερό μεσογειακή χώρα, ακόμη και συγκριτικά με άλλες μεσογειακές χώρες, αφού η μέση ετήσια βροχόπτωση φτάνει τα 700mm/χρόνο, μεγαλύτερη από ότι στην Ισπανία (636mm/έτος) ή την Κύπρο (498mm/έτος). Παρόλα αυτά, το νούμερο αυτό δεν αποκαλύπτει τις έντονες διαφορές που παρατηρούνται τοπικά, καθώς το κύριο χαρακτηριστικό των υδάτινων πόρων στην Ελλάδα είναι η άνιση κατανομή τους στο



χώρο και το χρόνο. Το έντονο ανάγλυφο, οι πολλές και σχετικά μικρές λεκάνες απορροής, η άνιση κατανομή των βροχοπτώσεων σε συνδυασμό με τη συγκέντρωση του πληθυσμού και των κυριότερων δραστηριοτήτων (μεγάλες πόλεις, γεωργία, τουρισμός) στα ξηρότερα μέρη της χώρας, προκαλούν τελικά προβλήματα διαθεσιμότητας. Ένα άλλο χαρακτηριστικό είναι ότι το 20% των επιφανειακών νερών της χώρας είναι εισαγόμενο από γειτονικές χώρες, καθώς τα μεγαλύτερα ποτάμια φτάνουν στην Ελλάδα από αυτές.

Η Ελλάδα, ως κράτος μέλος της Ευρωπαϊκής Ένωσης, έχει στη διάθεσή της σύγχρονα εργαλεία που της παρέχονται ώστε να εφαρμόσει μακροπρόθεσμα σχέδια και κατάλληλες πολιτικές. Η κοινοτική Οδηγία 2000/60/ΕΚ για τη θέσπιση πλαισίου κοινοτικής δράσης στον τομέα της πολιτικής των υδάτων έχει ως στόχο την ολοκληρωμένη διαχείριση των επιφανειακών και των υπόγειων νερών, αλλά επίσης και στην προστασία, βελτίωση και αποκατάστασή τους, με απώτερο στόχο μέχρι το τέλος του 2015 όλα τα υδάτινα συστήματα να είναι σε καλή οικολογική κατάσταση. Παρόλα αυτά, υπάρχουν βάσιμες αμφιβολίες ως προς την επίτευξη των στόχων της Οδηγίας-πλαίσιο για το Νερό. Ειδικότερα η Ελλάδα:

- Δεν έχει ολοκληρώσει, ως όφειλε ως τις αρχές του 2005, την ανάλυση των χαρακτηριστικών και των συνεπειών των ανθρώπινων δραστηριοτήτων, όπως είναι η γεωργία και ο τουρισμός στην κατάσταση των υδάτων.
- Δεν έχει ασχοληθεί καθόλου με την οικονομική διάσταση των διαφόρων χρήσεων του νερού έτσι ώστε να έχει τη δυνατότητα να προγραμματίσει και να επιλέξει στην κάθε περίπτωση τη λύση με το μικρότερο κόστος και για την κοινωνία αλλά κυρίως για τους φυσικούς πόρους, που είναι και το ζητούμενο. Μόλις στις αρχές του 2007 προχώρησε σε δημοσίευση της προκήρυξης αναφορικά με την ανάπτυξη προγράμματος παρακολούθησης ώστε κάθε στιγμή να υπάρχει μια συνολική εικόνα της κατάστασης, της ποιότητας και της ποσότητας των υδάτων σε όλες τις λεκάνες. Παρόλα αυτά, τα προγράμματα θα έπρεπε να έχουν τεθεί σε εφαρμογή ήδη από το 2006.
- Η συνεχιζόμενη υπολειτουργία της Κεντρικής Υπηρεσίας Υδάτων αλλά και των Περιφερειακών Διευθύνσεων Υδάτων αποτελεί πρόβλημα που οφείλεται στην έλλειψη του απαραίτητου προσωπικού, εξοπλισμού και υποδομών.
- Διάφορα θεσμοθετημένα όργανα που προβλέπονται από το νόμο 3199/2003 ακόμη και αν έχουν στα χαρτιά συσταθεί δεν έχουν ακόμη συγκληθεί.
- Επικύρωσε, χωρίς να λαμβάνει υπόψη τις αρχές της Οδηγίας-πλαίσιο για το Νερό, τροπολογίες της νομοθεσίας και όλα τα απαραίτητα προκειμένου να προχωρήσει η εκτροπή του Αχελώου, το οποίο αποτελεί ένα έργο για το οποίο το ΣτΕ έχει εκδώσει πολλές φορές καταδικαστικές αποφάσεις.

Βιομάζα καλείται οποιαδήποτε σχετικά νέα οργανική ύλη που παράγεται από φυτά ως αποτέλεσμα της διαδικασίας της φωτοσύνθεσης. Η ενέργεια από βιομάζα αντλείται από

φυτικό και ζωικό υλικό, όπως είναι τα υπολείμματα από γεωργικές ή δασικές διαδικασίες και βιομηχανικά, ανθρώπινα ή ζωικά απόβλητα. Παρόλα αυτά στην βιομάζα δεν συγκαταλέγονται τα ορυκτά οργανικά υλικά, καθώς αποτελεί φρέσκια οργανική ύλη. Επιπρόσθετα, βιομάζα είναι και το βιολογικής προέλευσης μέρος των αστικών λυμάτων και σκουπιδιών. Η παραγωγή ενέργειας στις μονάδες παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος που λειτουργούν με βιομάζα, γίνεται με την καύση ξύλου και αγροτικών ή κτηνοτροφικών απόβλητων. Η αξιοποίηση της βιομάζας για την παραγωγή ηλεκτρισμού, η οποία είναι καθαρή και ανανεώσιμη πηγή ενέργειας, γίνεται με δύο τρόπους.

Αρχικά, ο πρώτος τρόπος γίνεται με την καύση της στερεής βιομάζας σε έναν καυστήρα για τη θέρμανση νερού και ο ατμός που παράγεται χρησιμοποιείται ώστε να τεθεί σε λειτουργία μια γεννήτρια που παράγει ηλεκτρισμό. Σύμφωνα με το δεύτερο τρόπο τα αέρια που δημιουργούνται από τη βιομάζα χρησιμοποιούνται για καύση και παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος. Στις ΗΠΑ η βιομάζα αποδίδει 7500MW ηλεκτρικού ρεύματος - ποσότητα αρκετή για να καλύψει τις ενεργειακές ανάγκες εκατομμυρίων νοικοκυριών. Στις μέρες μας, οι ποικίλες μορφές ενέργειας βιομάζας αντιστοιχούν στο 4% της συνολικής καταναλωμένης ενέργειας στις ΗΠΑ και ανέρχεται στο 45% των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας.

Η γεωθερμική ενέργεια είναι η αποθηκευμένη ενέργεια, υπό μορφή θερμότητας, κάτω από τη σταθερή επιφάνεια της γης. Η θερμοκρασία του υπεδάφους σε βάθη από 2 έως 100 μέτρα είναι σχεδόν σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια του έτους και στην Ελλάδα κυμαίνεται περίπου από 14 έως 18 βαθμών Κελσίου. Η εκμετάλλευση της διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ υπεδάφους και επιφάνειας γίνεται με την χρήση Γεωθερμικών Αντλιών Θερμότητας (ΓΑΘ) και δικτύου σωληνώσεων εντός του υπεδάφους. Η γεωθερμική ενέργεια είναι ανεξάντλητη, φυσικά καθαρή και δωρεάν.

Σε μεγάλο βάθος κάτω από την επιφάνεια της γης το νερό ζεσταίνεται από το θερμό μάγμα και παράγεται ατμός που χρησιμοποιείται για να παραχθεί το ηλεκτρικό ρεύμα. Υπάρχουν διάφορες θερμοκρασίες στις οποίες συναντώνται οι γεωθερμικές πηγές. Οι πηγές χαμηλής ή μέτριας θερμοκρασίας (50ο - 150οC) χρησιμοποιούνται για την παροχή θερμότητας σε οικιακές ή βιομηχανικές εγκαταστάσεις, ενώ οι υψηλής θερμοκρασίας (πάνω από 150οC) γεωθερμικές πηγές χρησιμοποιούνται για την παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος. Οι γεωθερμικές μονάδες παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος είναι πολύ οικονομικές και έχουν ελάχιστη αρνητική επίδραση στο περιβάλλον αφού παράγουν έξι φορές λιγότερο διοξείδιο του άνθρακα από ότι θα παρήγαγε μια μονάδα που λειτουργεί με φυσικό αέριο.

Στην Ελλάδα γίνεται χρήση της γεωθερμίας για την θέρμανση θερμοκηπίων και γενικότερα για την παραγωγή θερμότητας. Πριν από περίπου είκοσι χρόνια, η ΔΕΗ προχώρησε στην κατασκευή ενός εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας στην Μήλο, με ονομαστική ισχύ 2MW. Το εργοστάσιο αυτό όμως διέκοψε την λειτουργία του, λόγω τοπικών αντιδράσεων που είχαν να κάνουν με τη ρύπανση του περιβάλλοντος. Το μεγαλύτερο γεωθερμικό πεδίο στην Ελλάδα βρίσκεται στην περιοχή των Κυκλάδων. Στην Καλιφόρνια των

ΗΠΑ βρίσκονται διεθνώς τα περισσότερα εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας από γεωθερμία.

## 2.4 Μη Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας

Μη ανανεώσιμοι καλούνται οι πόροι που δεν είναι δυνατό να ανανεώσουν σε εύλογο, για τον άνθρωπο, χρονικό διάστημα την αποθηκευμένη τους ενέργεια και η διαδικασία σχηματισμού τους διήρκεσε εκατομμύρια χρόνια. Παρακάτω θα δούμε μερικά παραδείγματα μη ανανεώσιμων φυσικών πόρων.

Γαιάνθρακες: (λιγνίτης, ανθρακίτης, τύρφη, κτλ)

Οι γαιάνθρακες βρίσκονται στο υπέδαφος και ο σχηματισμός τους έγινε κατά στρώματα και με τη διάρκεια πολλών εκατομμυρίων ετών. Οι γαιάνθρακες δημιουργήθηκαν από υπολείμματα φυτικής ύλης, όπως για παράδειγμα δέντρα, φυτά, θάμνους και φύκια, που θάφτηκαν στο υπέδαφος μετά από φυσικές καταστροφές (επιχωματώσεις, καθιζήσεις, σεισμούς, κατακρημνίσεις), ύστερα από τη συνδυασμένη δράση θερμότητας, πίεσης και βακτηριδίων σε απουσία αέρα, μια διεργασία που ονομάζεται ανθρακοποίηση. Στη συνέχεια αφού ήρθαν σε επαφή με την νεκρή ύλη, η συγκεκριμένη αντίδραση δημιούργησε τους υδρογονάνθρακες από τους οποίους τελικά δημιουργήθηκε το κάρβουνο. Η ηλιακή ενέργεια η οποία είχε αρχικά δεσμευτεί από τους φυτικούς οργανισμούς κατά την διάρκεια της ανάπτυξής τους, αποδίδεται μέσω της καύσης των γαιανθράκων ως θερμική ενέργεια.

Η πορεία της βιομηχανικής επανάστασης επηρεάστηκε ιδιαίτερα από την χρήση των γαιανθράκων, κυρίως εξαιτίας της ικανοποιητικής θερμογόνου δύναμης ( $Kcal/Kg$ ) που διαθέτουν ως καύσιμη ύλη. Αυτό τους το πλεονέκτημα, οδήγησε στο να χρησιμοποιηθούν για περισσότερο από έναν αιώνα, τροφοδοτώντας με ενέργεια τόσο την βιομηχανία, βιοτεχνία όσο και τις μεταφορές, με μεγάλη συμβολή στην οικονομική ανάπτυξη των βιομηχανικών χωρών.

Στις μέρες μας γίνεται παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας με την θερμότητα που παράγεται από την καύση γαιανθράκων. Αξίζει να σημειωθεί, ότι παρά την χαμηλή απόδοση που χαρακτηρίζει την συγκεκριμένη διεργασία, σήμερα οι γαιάνθρακες χρησιμοποιούνται ευρέως στην ηλεκτροπαραγωγή σε παγκόσμια κλίμακα, καθώς πρόκειται για μια αρκετά φθηνή πηγή ενέργειας. Το 41% της παγκόσμιας ηλεκτρικής ενέργειας που παράγεται, είναι με καύσιμη ύλη από τους γαιάνθρακες.

Πετρέλαιο : (μαζούτ, βενζίνη, κηροζίνη κτλ)

Το πετρέλαιο, που μερικές φορές στην καθημερινή γλώσσα αποκαλείται και μαύρος χρυσός, είναι ένα υγρό ορυκτό, που αποτελεί και τη σπουδαιότερη σήμερα φυσική πηγή ενέργειας. Το πετρέλαιο έχει δημιουργηθεί εκατοντάδες εκατομμύρια χρόνια πριν από τους

γαιάνθρακες. Το πετρέλαιο, όπως ακριβώς συμβαίνει και με τους γαιάνθρακες, ελευθερώνει με την καύση του σημαντικά ποσά ενέργειας υπό τη μορφή θερμότητας. Η ενέργεια του πετρελαίου προέρχεται από την ηλιακή ενέργεια που χρησιμοποιήθηκε για την ανάπτυξη των οργανισμών που το δημιούργησαν. Σημαντικότερες πετρελαιοπαραγωγές χώρες είναι οι ΗΠΑ, το Μεξικό, η Βενεζουέλα, το Ιράν, το Ιράκ, το Κουβέιτ, η Σαουδική Αραβία, η Ρωσία, ενώ έχουν εντοπιστεί κοιτάσματα και σε διάφορες θαλάσσιες περιοχές.

Αντλείται από τις πετρελαιοπηγές με την μορφή του αργού, ή αλλιώς ακατέργαστου, πετρελαίου που είναι ένα παχύρρευστο υγρό μίγμα ημίρρευστων υγρών και αερίων υδρογονανθράκων. Στον βυθό της θάλασσας, υπάρχουν μεγάλες ποσότητες αργού πετρελαίου το οποίο αντλείται με ειδικές αντλίες που βρίσκονται πάνω σε μόνιμες εξέδρες ή κινητές εξέδρες. Οι μόνιμες εξέδρες στηρίζονται σε κολόνες βυθισμένες μέχρι τον πυθμένα της θάλασσας ενώ οι κινητές στηρίζονται σε υποθαλάσσιους πλωτήρες, και η μεταφορά του γίνεται με πετρελαιοαγωγούς και πετρελαιοφόρα πλοία, τα λεγόμενα δεξαμενόπλοια ή τάνκερ.

Αν εξαιρέσουμε τους διάφορους υδρογονάνθρακες, το πετρέλαιο περιέχει ενώσεις του θείου, του αζώτου και διάφορα οξείδια. Για να γίνει χρήση του πετρελαίου, πρέπει να υποστεί επεξεργασία, με μια διαδικασία που ονομάζεται διύλιση, σε ειδικές εγκαταστάσεις, τα διυλιστήρια. Μετά από αυτή τη διαδικασία προκύπτουν τα διάφορα προϊόντα του (ντίζελ, βενζίνη, κηροζίνη, φωτιστικό πετρέλαιο, προπάνιο, νάφθα, άσφαλτος). Τα προϊόντα του πετρελαίου χρησιμοποιούνται κυρίως στις μεταφορές, στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, αλλά και για να παράγουν θέρμανση. Ακόμη, το πετρέλαιο αποτελεί την πρώτη ύλη για πολλά χημικά προϊόντα, μεταξύ των οποίων συμπεριλαμβάνονται οι διαλύτες, τα λιπάσματα, τα φυτοφάρμακα, καθώς και τα συνθετικά προϊόντα, όπως είναι τα πλαστικά και τα απορρυπαντικά, ακόμη και ορισμένες εκρηκτικές ύλες. Όλα τα προϊόντα που είναι προερχόμενα από το πετρέλαιο καλούνται πετροχημικά.

Το φυσικό αέριο αποτελεί μείγμα αερίων υδρογονανθράκων που έχει ως συστατικά του κυρίως μεθάνιο (85 - 98%) και σε μικρότερες ποσότητες αιθάνιο, προπάνιο και βουτάνιο. Η κατανομή των παγκόσμιων αποθεμάτων φυσικού αερίου σε σχέση με αυτά του πετρελαίου είναι πολύ καλύτερη. Η Ρωσία διαθέτει τα περισσότερα αποθέματα φυσικού αερίου και η Μέση Ανατολή καταλαμβάνει τη δεύτερη θέση σε διαθεσιμότητα. Σημαντικές ποσότητες φυσικού αερίου υπάρχουν επίσης στην Αμερική, στην Αφρική και στην Ευρώπη.

Επειδή η υγροποίηση του φυσικού αερίου οδηγεί σε μείωση του όγκου του, η αποθήκευσή του, γίνεται σε ειδικές κρυογονικές εγκαταστάσεις με σκοπό να διατηρείται σε αυτή τη μορφή. Συγκεκριμένα, σε υγρή μορφή το φυσικό αέριο καταλαμβάνει 600 φορές λιγότερο όγκο σε σχέση με την αέρια του μορφή. Ανάλογα με την κατάσταση στην οποία διατίθεται το φυσικό αέριο, η μεταφορά του γίνεται με δύο διαφορετικούς τρόπους. Σε αέρια κατάσταση μεταφέρεται με αγωγούς υπό υψηλή πίεση, ενώ σε υγρή κατάσταση μεταφέρεται

με ειδικά διαμορφωμένα δεξαμενόπλοια. Οι μεγάλοι αγωγοί υψηλής πίεσης καθιστούν δυνατή τη μεταφορά του αερίου σε απόσταση χιλιάδων χιλιομέτρων, συνδέοντας ενεργειακά πολλές χώρες μεταξύ τους.

Το φυσικό αέριο αν και είναι ορυκτό καύσιμο, όπως οι γαιάνθρακες και το πετρέλαιο, θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως το «ευγενέστερο» εξ αυτών, όσον αφορά τις εκπομπές αέριων ρύπων κατά την καύση του. Αυτό συμβαίνει επειδή στη σύνθεσή του μετέχουν μικρού μοριακού βάρους υδρογονάνθρακες και περιέχει μικρές ποσότητες θείου και στερεών σωματιδίων. Επομένως, όταν καίγεται παράγει λιγότερους ρύπους σε σύγκριση με τους γαιάνθρακες και το πετρέλαιο.

Οι τομείς στους οποίους χρησιμοποιείται το φυσικό αέριο διαρκώς επεκτείνονται σε παγκόσμιο επίπεδο. Η συμβολή του φυσικού αερίου στη λύση του ενεργειακού και περιβαλλοντικού προβλήματος, οδήγησε στο να χαρακτηριστεί ως το καύσιμο του 21ου αιώνα. Σήμερα το φυσικό αέριο προτιμάται όλο και περισσότερο ως καύσιμο στη βιομηχανία, στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, στις μεταφορές, για σκοπούς θέρμανσης κτλ, εξαιτίας των πολλών πλεονεκτημάτων που έχει έναντι των άλλων ορυκτών καυσίμων. Παρόλα αυτά αποτελεί και αυτό μια μη ανανεώσιμη πηγή ενέργειας.

Η πυρηνική ενέργεια είναι η ενέργεια που υπάρχει μέσα στον πυρήνα του ατόμου και μπορεί να απελευθερωθεί είτε με σχάση είτε με σύντηξη. Είναι δηλαδή η δυναμική ενέργεια που είναι εγκλωβισμένη στους πυρήνες των ατόμων λόγω της αλληλεπίδρασης των σωματιδίων που τα απαρτίζουν. Η πυρηνική ενέργεια είναι η ενέργεια που εκλύεται κατά τη σχάση ή σύντηξη των πυρήνων. Από τη στιγμή που οι πυρηνικές αυτές αντιδράσεις είναι ελεγχόμενες η παραγόμενη ενέργεια με τη μορφή θερμότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κάλυψη ενεργειακών αναγκών.

Σε κάποια βαριά στοιχεία όπως είναι το ουράνιο, η διάσπαση των πυρήνων των ατόμων γίνεται με φυσικό τρόπο, αλλά με πολύ αργούς ρυθμούς. Το ουράνιο αν και θεωρητικά αποτελεί μια μη ανανεώσιμη πηγή ενέργειας συναντάται σε αφθονία στη φύση σε διάφορα πετρώματα. Εάν η διάσπαση του ουρανίου γίνει με τεχνητά μέσα και σε πολλά άτομα συγχρόνως, απελευθερώνονται μεγάλες ποσότητες ενέργειας με τη μορφή θερμότητας, όμως παράγεται και επικίνδυνη ακτινοβολία, η λεγόμενη ραδιενέργεια. Μια ανεξέλεγκτη διάσπαση πολλών πυρήνων μπορεί να οδηγήσει σε μια πυρηνική έκρηξη, ενώ υπό ελεγχόμενες συνθήκες είναι δυνατό, απομονώνοντας την ραδιενέργεια, να χρησιμοποιηθούν οι τεράστιες ποσότητες εκλυόμενης ενέργειας για σκοπούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. αυτό συμβαίνει σε ειδικά διαμορφωμένες εγκαταστάσεις, τους πυρηνικούς αντιδραστήρες.

Το Φόρουμ για την Ωκεάνια Ενέργεια, δημιουργήθηκε από την Ευρωπαϊκή Ένωση με σκοπό να αναπτυχθούν αξιόπιστες και ασφαλείς ανανεώσιμες πηγές ενέργειας. Η Ευρωπαϊκή Επιτροπή παρουσίασε ένα σχέδιο δράσης για την αξιοποίηση περισσότερων ανανεώσιμων πηγών ενέργειας από τις θάλασσες και τους ωκεανούς της Ευρώπης. Στόχος του

σχεδίου είναι να δοθεί ώθηση σ' αυτόν τον νέο κλάδο της λεγόμενης "γαλάζιας ενέργειας" με τη δημιουργία ενός Φόρουμ για την Ωκεάνια Ενέργεια, σύμφωνα με το οποίο θα συγκεντρωθούν γνώσεις και τεχνικές για την αξιοποίησή της. Οι σχετικές αυτές τεχνολογίες μπορούν να αξιοποιούν την ενέργεια που προέρχεται από τα κύματα, την παλίρροια και τις διακυμάνσεις της θερμοκρασίας του νερού.

Το Φόρουμ για την Ωκεάνια Ενέργεια έχει ως βασικό στόχο να μειωθεί η εξάρτηση από τα ορυκτά καύσιμα και να γίνει πιο ασφαλής ο ενεργειακός εφοδιασμός της Ευρώπης με τη δημιουργία σταθερών ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Για να γίνει η επίτευξη αυτού του στόχου, η πυρηνική ενέργεια μπορεί να αξιοποιηθεί σε συνδυασμό και με άλλες ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, όπως η αιολική και η ηλιακή.

Σύμφωνα με την Ευρωπαϊκή Επιτροπή, οι ωκεανοί και οι θάλασσες έχουν επαρκές ενεργειακό δυναμικό για να καλύπτουν τόσο τις σημερινές όσο και τις προβλεπόμενες μελλοντικές ενεργειακές μας ανάγκες.

Υπάρχουν όμως σημαντικά ζητήματα που χρήζουν αντιμετώπισης όσο αφορά την αξιοποίηση του δυναμικού αυτού, καθώς υπάρχουν ιδιαίτερα περίπλοκοι κανόνες αδειοδότησης, αλλά και το κόστος της υψηλής τεχνολογίας που απαιτείται για την αξιοποίησή τους είναι ιδιαίτερα μεγάλο. Το Φόρουμ για την Ωκεάνια Ενέργεια προβλέπεται να δώσει λύσεις σε ορισμένα από τα ζητήματα αυτά. Ελπίζουμε ότι η στήριξη του τομέα της γαλάζιας ενέργειας όχι μόνο θα εξασφαλίσει ασφαλείς πηγές ενέργειας, αλλά και θα ωφελήσει το περιβάλλον, θα δημιουργήσει θέσεις εργασίας και θα οδηγήσει σε οικονομική ανάπτυξη.

## 3 Κεφάλαιο

### 3.1 Διαχείριση Φυσικών Πόρων - Δάση και Έδαφος

Το έδαφος αποτελεί έναν πεπερασμένο αλλά και ιδιαίτερα ευάλωτο φυσικό πόρο, που συνιστά το βασικό υπόβαθρο των δραστηριοτήτων και των κατοικιών του ανθρώπου. Πολλά προβλήματα, τα οποία δημιουργούνται από τη φύση, όπως είναι η διάβρωση, οι απώλειες οργανικής ύλης και οι κατολισθήσεις, αλλά και η διαφόρων ειδών μόλυνση, που αποτελεί πρόβλημα που οφείλεται στην ανθρώπινη παρέμβαση, συγκαταλέγονται στα προβλήματα που προσπαθεί να αντιμετωπίσει η ευρωπαϊκή περιβαλλοντική πολιτική.

Το δάσος αποτελεί έναν ανανεώσιμο φυσικό πόρο, με ιδιαίτερη σημασία, καθώς και πλούσια και πολλαπλή προσφορά. Όσο προστατεύεται από τους ανθρώπους, θα συνεχίσει να είναι ένας από τους πλέον πολύτιμους φυσικούς πόρους. Δάσος ονομάζεται το σύνολο των δένδρων και των θάμνων που υπάρχουν σε μια μεγάλη επιφανειακή έκταση και μαζί με τους υπόλοιπους φυτικούς και ζωικούς οργανισμούς συνθέτουν μια βιοκοινότητα, η οποία μαζί με το δεδομένο βιότοπο αποτελούν το δασικό οικοσύστημα. Πέραν της αισθητικής του αξίας, της αναψυχής και της απόλαυσης που προσφέρει στον άνθρωπο, το δάσος:

- Παρέχει χρήσιμα προϊόντα
- Προστατεύει το έδαφος από τη διάβρωση
- Συμβάλλει στην διατήρηση της ποιότητας του εδάφους
- Παράγει βιομάζα η οποία χρησιμοποιείται ως καύσιμη ύλη και ως ανανεώσιμη πηγή ενέργειας
- Δημιουργεί και συντηρεί την βιοποικιλότητα
- Συμμετέχει στον κύκλο του νερού και στον εφοδιασμό του υδροφόρου ορίζοντα
- Είναι αναπόσπαστο κομμάτι του κύκλου του διοξειδίου του άνθρακα και του οξυγόνου
- Συμβάλλει στη σταθεροποίηση του κλίματος της γης

Σε αντίθεση με τα παραπάνω ο άνθρωπος καταστρέφει αυτόν το φυσικό πόρο με:

- Την εντατική υλοτομία
- τους εμπρησμούς
- την αποψίλωση για δημιουργία βοσκοτόπων και νέων καλλιεργησίμων εδαφών

Οι αρνητικές συνέπειες που προκύπτουν από τις παρεμβάσεις του ανθρώπινου παράγοντα, είναι μεταξύ άλλων, το φαινόμενο της διάβρωσης του εδάφους, οι έντονες πλημμύρες και η ερημοποίηση. Να σημειωθεί ότι μόλις 25 εκατοστά είναι εκείνα που αποτελούν το γόνιμο τμήμα του εδάφους και είναι αυτά τα που στηρίζουν τη ζωή στον πλανήτη μας. Η εντατική γεωργία και η συνεχή χρήση λιπασμάτων και φυτοφαρμάκων, είναι κάποιοι λόγοι που οδηγούν στην εξάντληση του γόνιμου εδάφους, το οποίο χάνει βαθμιαία τα θρεπτικά συστατικά του. Ακολούθως και κάτω από την επίδραση ακραίων κλιματολογικών συνθηκών όπως είναι η ξηρασία και οι έντονες βροχοπτώσεις λόγω της καταστροφής των δασών χάνει τη συνοχή του διαλύεται και μεταφέρεται προς τις λίμνες και τη θάλασσα. Έτσι λοιπόν άλλος ένας φυσικός πόρος όπως είναι το γόνιμο έδαφος και μάλιστα ανανεώσιμος, καταστρέφεται μέρα με τη μέρα αποκλειστικά από την παρέμβαση του ανθρώπου.

Δυστυχώς η υπερβολική χρήση φυτοφαρμάκων και λιπασμάτων, τα απόβλητα των βιομηχανιών, τα απόβλητα των γεωργικών εκμεταλλεύσεων, των κατοικιών και άλλων μονάδων, επιβαρύνουν το έδαφος και γενικότερα τη ζωή στα χερσαία αλλά και στα θαλάσσια οικοσυστήματα όπου καταλήγουν αυτές οι βλαβερές ουσίες.

Στην Ελλάδα είναι σύνηθες το φαινόμενο των καταστρεπτικών πλημμυρών κατά την περίοδο των βροχοπτώσεων, σε χωριά και σε αστικά κέντρα. Αυτό συμβαίνει, πέρα από άλλους παράγοντες, λόγω των μεγάλων πυρκαγιών στα δάση της χώρας μας, που συμβαίνουν πλέον σχεδόν κάθε καλοκαίρι είτε αυτές είναι σκόπιμες είτε οφείλονται σε ανθρώπινη αμέλεια ή τυχαίο γεγονός. Στο λεκανοπέδιο της Αττικής στις αρχές του αιώνα υπήρχαν 360 ρέματα που διευκόλυναν μαζί με τους ποταμούς Κηφισό, Ιλισό και Ηριδανό τη ροή των υδάτων προς τη θάλασσα. Κάποια χρόνια μετά, τα ρέματα που απέμειναν είναι ελάχιστα με την αύξηση του πληθυσμού, τις αυξανόμενες ανάγκες για κατοικία, τις περίφημες καταπατήσεις και τα περίφημα μπαζώματα. Τα πιο πολλά από αυτά έγιναν γνωστοί δρόμοι και λεωφόροι εξυπηρετώντας τα νόμιμα και τα αυθαίρετα. Η ειρωνεία της υπόθεσης, είναι ότι λόγω πολλών κακών κατασκευών, οι δρόμοι αυτοί και οι λεωφόροι κατά τη διάρκεια εντόνων βροχοπτώσεων γίνονται και πάλι ρέματα και ορμητικοί χείμαρροι. Όταν συμβεί αυτό, όλοι απορούν και αναζητούν τους υπεύθυνους, καθώς σε αυτές τις περιπτώσεις, όταν δηλαδή έρχεται η στιγμή να καταλογιστούν ευθύνες, χρήσιμη είναι και η άσκηση της αυτοκριτικής.

Σε λιγότερο από ένα αιώνα, με τις πυρκαγιές των δασών, το διοξείδιο του άνθρακα στην ατμόσφαιρα έκανε μια άνοδο της τάξης του 12.5% και συνέβαλε, μαζί και με άλλα αέρια, στη δημιουργία του φαινομένου του θερμοκηπίου, με τις γνωστές συνέπειες όπως την αύξηση της θερμοκρασίας της γης και την αλλαγή του κλίματος του πλανήτη.

### **3.2 Επιλογή Εδάφους για Καλλιέργειες**

Όταν θέλουμε να προχωρήσουμε στην εγκατάσταση νέων καλλιεργειών, θα πρέπει να γίνεται επιλογή της κατάλληλης θέσης, έτσι ώστε να αναπτυχθούν όσο το δυνατόν καλύτερα οι καλλιέργειες, να αποφευχθούν τυχόν ζημιές από ακραία καιρικά φαινόμενα,



να παραχθούν όσο το δυνατό πιο ποιοτικά προϊόντα και να εξασφαλιστεί η οικονομική βιωσιμότητα της καλλιέργειας. Οι καλλιεργητικές εργασίες του εδάφους που πρέπει να προηγούνται της εγκατάστασης της νέας καλλιέργειας, είναι οι ακόλουθες.

- Απομάκρυνση προηγούμενων καλλιεργειών και φυτικών υπολειμμάτων
- Δειγματοληψία ώστε να πραγματοποιηθεί ανάλυση του εδάφους για τη θρεπτική κατάσταση και εδαφογενή παθογόνα
- Εφαρμογή βασικής λίπανσης
- Βαθεία άροση του εδάφους για βελτίωση της δομής και ενσωμάτωσης των λιπασμάτων και άλλων βελτιωτικών ουσιών
- Σχεδιασμός διάταξης φύτευσης και σήμανση θέσεων φύτευσης
- Διάνοιξη λάκκων φύτευσης και ενσωμάτωση λιπασμάτων
- Φύτευση

Η διαχείριση του εδάφους αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο οι καλλιεργητές επιλέγουν και υλοποιούν μηχανικές ή μη επεμβάσεις στο έδαφος για τη μορφοποίηση της έκτασης του χωραφιού, την καταστροφή των ζιζανίων καθώς και την ενσωμάτωση λιπασμάτων και ουσιών. Αυτές οι διαδικασίες πρέπει να γίνονται με προσοχή και με την απαραίτητη τεχνογνωσία, διότι υπάρχουν πρακτικές που υποβαθμίζουν τις φυσικοχημικές και βιολογικές ιδιότητες του εδάφους και οδηγούν στην διάβρωση και την ερημοποίηση.

Τα κυριότερα συστήματα διαχείρισης του εδάφους είναι η συνεχής καλλιέργεια, η βρόσκηση, η φυτοκάλυψη με χορτοδοτικά φυτά και ο συνδυασμός καλλιεργητικών τεχνικών.

### **3.3 Κυριότερα Προβλήματα στη Διαχείριση του Εδάφους**

Ένα από τα βασικότερα προβλήματα είναι η διάβρωση του εδάφους. Σε ελαιώνες όπου ο κίνδυνος διάβρωσης του εδάφους είτε από νερό είτε από αέρα είναι αισθητός πρέπει να λαμβάνονται ειδικά μέτρα που περιορίζουν την εκδήλωση του φαινομένου. Γενικότερα, ευαίσθητα στην διάβρωση θεωρούνται τα εδάφη που παρουσιάζουν μειωμένη περιεκτικότητα σε άργιλο και ιδιαίτερα τα αβαθή εδάφη. Τα εδάφη παρουσιάζουν διαφορετική ευαισθησία στη διάβρωση ανάλογα με το μητρικό πέτρωμα από το οποίο έχουν σχηματιστεί. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η καλλιέργεια του εδάφους σε λωρίδες κάθετες προς την κλίση του εδάφους. Με τη συγκεκριμένη πρακτική επιτυγχάνεται ικανοποιητικός περιορισμός των ζιζανίων, εξοικονόμηση εδαφικής υγρασίας αλλά και μείωση του κινδύνου διάβρωσης, σε σχέση με την πλήρη καλλιέργεια του εδάφους. Η μεγάλη κλίση εδάφους σε επικλινείς ελαιώνες καθιστά την μηχανική κατεργασία του εδάφους σχεδόν απαγορευτική και αιτιολογείται μόνο σε εξαιρετικές περιπτώσεις. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στην τήρηση των ορίων πυκνότητας ζώων.

Ένα ακόμη πρόβλημα είναι η συμπίεση του εδάφους. Με τη διέλευση αγροτικών οχημάτων και τρακτέρ από τους ελαιώνες ιδιαίτερα κατά τη διάρκεια του χειμώνα που το έδαφος είναι υγρό, το έδαφος συμπιέζεται με αποτέλεσμα να υποβαθμίζεται η δομή του και να δυσκολεύει η είσοδος αέρα στους εδαφικούς πόρους, μια διαδικασία που είναι καθοριστική για τη γονιμότητα του εδάφους. Σε ελαιώνες όπου ο κίνδυνος συμπίεσης του εδάφους είναι μεγάλος ή το έδαφος παρουσιάζει οποιασδήποτε μορφής συμπίεση πρέπει να τηρούνται ειδικά μέτρα με τα οποία εκμηδενίζεται ή ελαχιστοποιείται η πιθανότητα εκδήλωσης του φαινομένου.

Ένας χειρισμός που πρέπει να γίνεται για να διατηρείται η γονιμότητα του εδάφους, είναι η διατήρηση και η αύξηση της οργανικής ουσίας. Η περιεκτικότητα του εδάφους σε οργανική ουσία είναι μια ιδιότητα που παίζει καθοριστικό ρόλο στη γονιμότητα του, επομένως ενδιαφέρει άμεσα τους αγρότες καθώς επηρεάζει την παραγωγικότητα των ελαιόδεντρων και το κόστος λίπανσης. Οι καλλιεργητές ελιών πρέπει να λαμβάνουν μέτρα με στόχο την διατήρηση και την αύξηση της οργανικής ουσίας και της βιολογικής δραστηριότητας στο έδαφος ιδιαίτερα σε εδάφη που παρουσιάζουν μεγάλο κίνδυνο συμπίεσης και διάβρωσης. Ορισμένα μέτρα διατήρησης και αύξησης της οργανικής ουσίας των εδαφών είναι η οργανική λίπανση των αγροτεμαχίων με προσθήκη οργανικών ουσιών και η τεχνητή φυτοκάλυψη του εδάφους. Το φθινόπωρο σπέρνεται το κατάλληλο για τον τύπο του εδάφους φυτό, συχνά κατά λωρίδες μεταξύ των γραμμών των δένδρων, και στο κατάλληλο στάδιο ανάπτυξης αυτά ενσωματώνονται στο έδαφος ή αποξηραίνονται και αφήνονται στην επιφάνεια.

Η χημική απολύμανση αποτελεί ένα δραστικό αλλά μάλλον επίφοβο τρόπο εξυγίανσης του εδάφους. Με δεδομένους τους κινδύνους ρύπανσης του περιβάλλοντος και επιβάρυνσης της υγείας των αγροτών, πρέπει να αποφεύγεται και να εφαρμόζεται μόνο σε περιπτώσεις που κρίνεται απαραίτητη. Για να αυξηθεί η αποτελεσματικότητα της συγκεκριμένης εφαρμογής πρέπει καταρχήν να προσδιορίζονται τα παθογόνα που υπάρχουν στο έδαφος, τα οποία προκάλεσαν ή ενδέχεται να προκαλέσουν την εκδήλωση σοβαρών ασθενειών στους ελαιώνες. Επίσης καλό είναι να αξιοποιούνται οι εναλλακτικοί τρόποι καταπολέμησης, όπως η απολύμανση με ατμό, οι θέσεις φύτευσης των μολυσμένων δένδρων να παραμένουν κενές για τουλάχιστον 3 χρόνια και να δεχτούν τις απαιτούμενες καλλιεργητικές φροντίδες, και να εξετάζεται αν είναι εφικτή η υλοποίηση τους για τον συγκεκριμένο τύπο εδάφους που μας ενδιαφέρει.

## 4 Κεφάλαιο

### 4.1 Οικοκεντρικό *management*

Έχουν γίνει προσπάθειες για να αναπτυχθούν νέες θεωρίες του *management* των επιχειρήσεων, ώστε να λαμβάνουν υπ' όψιν το οικολογικό περιβάλλον και να θέτουν το θέμα σε κεντρικό σημείο της θεωρητικής δομής αυτών των επιχειρήσεων. Οι θεωρίες αυτές αποτελούν πολύ δημιουργικές προσπάθειες για ενσωμάτωση περιβαλλοντικών θεμάτων στη θεωρία του *management* και αναγνωρίζουν το κενό που δημιουργείται όταν το περιβάλλον δεν εξετάζεται. Οι βιομηχανικές κοινωνίες έχουν εστιάσει στη δημιουργία οικονομικού πλούτου μέσω της τεχνολογικής επέκτασης. Η μετα-βιομηχανοποίηση, όμως, επικεντρώνεται στους κινδύνους που συνοδεύουν τη δημιουργία πλούτου και διανομής, όπου ως κίνδυνος ορίζεται ο συστηματικός τρόπος να ζει κάποιος με τα βλαβερά στοιχεία και τις ανασφάλειες που εισάγονται με τον εκσυγχρονισμό.

Η εκτεταμένη παραγωγή βλαβερών ουσιών και η οικολογικά μη βιώσιμη παραγωγή και κατανάλωση φυσικών πόρων είναι η ρίζα αυτών των κινδύνων που συνδέονται με τις αλλαγές. Στη μεταβιομηχανική κοινωνία ο κίνδυνος είναι κεντρικό οργανωσιακό θέμα, αλλά η επιστήμη δεν παρέχει μια απλή, κοινώς αποδεκτή απάντηση σε ερωτήματα που αφορούν αυτό το ρίσκο. Οι κίνδυνοι των αλλαγών έχουν τη ρίζα τους στην οικολογικά καταστρεπτική βιομηχανοποίηση. Οι δημόσιες αντιλήψεις περί κινδύνου στηρίζονται στα συχνά σοβαρά ατυχήματα. Για να αντιμετωπιστεί αυτή η κατάσταση, οι επιχειρήσεις πρέπει να διαχειριστούν καλύτερα τις μεταβλητές του ρίσκου, όπως η ρύπανση του αέρα, τα απόβλητα και η ασφάλεια. Το παραδοσιακό πρότυπο του *management*, που περιλαμβάνει μια αλλοιωμένη άποψη του περιβάλλοντος, μια προκατάληψη υπέρ του χρηματοοικονομικού οφέλους και έναν ανθρωποκεντρισμό, πρέπει να εγκαταλειφθεί για χάρη ενός «οικοκεντρικού» μοντέλου *management*.

Η τοποθέτηση της φύσης στο κέντρο των διαχειριστικών και οργανωσιακών θεμάτων είναι ένδειξη ενός οικοκεντρικού διαχειριστικού μοντέλου. Ένα τέτοιο μοντέλο στοχεύει στη δημιουργία βιώσιμης οικονομικής ανάπτυξης και στη βελτίωση της ποιότητας ζωής παγκοσμίως και για όλους τους οργανωσιακά εμπλεκόμενους. Το οικοκεντρικό *management* βασίζεται στις οικοκεντρικές αξίες αρά στις οικονομικές, στην ανάπτυξη φιλικών προς το περιβάλλον προϊόντων και συσκευασιών, σε μια αλλαγή δηλαδή από το θέμα της κυριαρχίας επί της φύσης και την εκμετάλλευση αυτής σε κάτι αρμονικό με τη φύση και με πλήρη υπολογισμό του κοινωνικού και περιβαλλοντικού κόστους της παραγωγής.

Το οικοκεντρικό *management* περιλαμβάνει θεώρηση του βιομηχανικού συστήματος σε κυκλική βάση σύμφωνη με τον τρόπο λειτουργίας των φυσικών οικοσυστημάτων παρά σε θεώρησή του με γραμμικό τρόπο. Ένα βιομηχανικό οικοσύστημα περιλαμβάνει δίκτυο οργάνωσης που επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει την περιβαλλοντική υποβάθμιση χρησιμοποιώντας τα απόβλητα του ενός ή τα υποπροϊόντα του άλλου μέλους του δικτύου και ελαχιστοποιώντας έτσι τη χρήση των φυσικών πόρων. Είναι μια προσπάθεια να βασιστεί

ένα βιομηχανικό σύστημα στις αρχές ενός οικοσυστήματος και να αντιγραφούν οι ανακυκλωτικές διεργασίες της φύσης παρά να σχεδιαστεί βιομηχανικό σύστημα με βάση τη γραμμική αρχή που θεωρείται μια ανεξάντλητη εισροή πρωτογενούς πόρου.

Μια από τις πιο σημαντικές προσπάθειες να αναπτυχθεί μια θεωρία βασισμένη σε περιβαλλοντικά θέματα είναι αυτή που επιχειρήσε να εισαγάγει τι φυσικό περιβάλλον στην εστιασμένη στους πόρους θεώρηση της επιχείρησης, η οποία λαμβάνει υπ' όψιν την προοπτική ότι οι πολύτιμοι δαπανηροί πόροι της επιχείρησης και οι δυνατότητές της παρέχουν βασικές πηγές βιώσιμου ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος. Αυτοί που χαράζουν τη στρατηγική στις επιχειρήσεις αλλά και οι θεωρητικοί του *management* πρέπει να αρχίσουν να αντιλαμβάνονται πως οι περιβαλλοντικά προσανατολισμένοι πόροι και δυνατότητες μπορούν να αποδώσουν βιώσιμα ανταγωνιστικά πλεονεκτήματα. Έχει αναπτυχθεί μια θεωρία (Hart, 1995) βασισμένη στους φυσικούς πόρους της επιχείρησης που το εννοιολογικό της πλαίσιο συντίθεται από τρεις αλληλοσυνδεόμενες στρατηγικές: την πρόληψη της ρύπανσης, τη διαχείριση του προϊόντος και τη βιώσιμη ανάπτυξη.

Η πρόληψη της ρύπανσης περιλαμβάνει την ελαχιστοποίηση ή τον περιορισμό των εκπομπών αερίων, λυμάτων και στερεών αποβλήτων από τη λειτουργία της επιχείρησης, ενέργεια που μπορεί να καταλήξει στην εξοικονόμηση πόρων και σε συγκριτικό πλεονέκτημα ως προς τους ανταγωνιστές. Με τη διαχείριση του προϊόντος, οι επιχειρήσεις μπορούν να εξέρχονται από τις τρέχουσες βλαβερές διεργασίες και να αποκλείουν την παραγωγή βλαβερών προϊόντων, να επανασχεδιάζουν τα υπάρχοντα συστήματα προϊόντων για μείωση της ευθύνης και να αναπτύσσουν νέα προϊόντα με χαμηλότερο κόστος στον κύκλο ζωής τους.

Κατά τον *S.L.Hart*, το πλαίσιο αυτό έχει προβλεπτική και τελικά κανονιστική ή δεοντολογική αξία. Προκειμένου να εγκύψει σε αυτά τα θέματα, ανέπτυξε το θεωρητικό του πλαίσιο γύρω από δύο κεντρικές έννοιες:

1. τη σύνδεση μεταξύ της άποψης που βασίζεται στους φυσικούς πόρους και του βιώσιμου ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος
2. τις συσχετίσεις μεταξύ των τριών στρατηγικών που αναπτύχθηκαν πιο πάνω. Για να το κάνει αυτό έδωσε μερικές προτάσεις προκειμένου να κατευθύνει την εμπειρική έρευνα.

Κάθε ανθρώπινη δραστηριότητα ασκεί κάποια επίδραση στο φυσικό περιβάλλον και επιφέρει αλλοιώσεις σε αυτό. Οι αλλοιώσεις αυτές δεν είναι πάντα μετρήσιμες και ορατές άμεσα ενώ τα αποτελέσματά τους μπορεί να εμφανιστούν αργότερα. Η αναπτυξιακή – οικονομική δραστηριότητα είναι γεγονός ότι τις περισσότερες φορές αναπτύσσεται σε βάρος του φυσικού περιβάλλοντος, υποβαθμίζοντας τους φυσικούς πόρους. Η διαρκής μείωση των φυσικών πόρων είναι μακροπρόθεσμα μια αντιοικονομική διαδικασία. Η προστασία λοιπόν του περιβάλλοντος δίνει μια άλλη οπτική γωνία στο πρόβλημα της σύγκρουσης

της οικονομικής ανάπτυξης και της προστασίας του περιβάλλοντος. Σύμφωνα με τη θεώρηση αυτή, η οικονομική ανάπτυξη και η προστασία του περιβάλλοντος αποτελούν η μία προϋπόθεση της άλλης.

## 4.2 Αειφόρος Ανάπτυξη

Η αειφόρος ή βιώσιμη ανάπτυξη μπορεί να οριστεί ως συμβατή, φιλική προς το περιβάλλον ανάπτυξη, που δεν εξαντλεί τους φυσικούς πόρους αλλά αντίθετα τους διαφυλάσσει για τις παρούσες και τις επόμενες γενεές. Η αειφορική διαχείριση των φυσικών πόρων βρίσκεται σε αρμονία με την περιβαλλοντική προστασία τόσο από ποιοτική όσο και από ποσοτική άποψη, αφού στοχεύει στη χρησιμοποίηση των φυσικών πόρων ως το σημείο αντοχής τους. Αντικειμενικός στόχος της αειφορίας είναι η διαφύλαξη και βελτίωση του περιβάλλοντος ως κυριότερος στόχος του αναπτυξιακού σχεδιασμού, ώστε η οικονομική ανάπτυξη να καθίσταται βιώσιμη.

Η διεθνής στρατηγική για την ανάπτυξη του ΟΗΕ στη δεκαετία του 1960 βασίστηκε στην πίστη ότι τα αποτελέσματα μιας επιταχυνόμενης οικονομικής ανάπτυξης θα μπορούσαν να ενισχύσουν το εισόδημα των χαμηλών κοινωνικών τάξεων. Αυτή η ενίσχυση δεν εμφανίστηκε ποτέ και η κοινωνική δικαιοσύνη έγινε ένας από τους στόχους της δεύτερης αναπτυξιακής δεκαετίας με την ελπίδα ότι θα μπορούσε να οδηγήσει σε ισόρροπη κατανομή των αποτελεσμάτων της οικονομικής ανάπτυξης. Η τρίτη αναπτυξιακή δεκαετία του 1980 συνειδητοποίησε ότι υπήρξαν ανισότητες και ανισορροπίες στις διεθνείς σχέσεις. Η στρατηγική, επομένως, συμπεριέλαβε το στόχο της εγκατάστασης μιας «Νέας Διεθνούς Οικονομικής Τάξεως». Ατυχώς, και αυτό απέτυχε. Οι τελευταίες προσπάθειες προς μία Διεθνή Αναπτυξιακή Στρατηγική για τη δεκαετία του 1990 υποστήριξαν και πάλι την επιτάχυνση της οικονομικής ανάπτυξης, σύμφωνα με απόφαση της Γενικής Συνέλευσης του ΟΗΕ. Σύμφωνα με αυτή την απόφαση, η δεκαετία του 1980 χαρακτηρίστηκε ως δεκαετία πτώσεως των αναπτυξιακών ρυθμών, αποκλίσεως από τα πρότυπα διαβιώσεως, την ένταση της φτώχειας και τη διεύρυνση του χάσματος μεταξύ πλουσίων και φτωχών χωρών.

Αν και η τέταρτη αναπτυξιακή δεκαετία των Η.Ε. υποστηρίζει ταχεία οικονομική ανάπτυξη, τονίζει επίσης την ανάγκη για σύγχρονη εκρίζωση της φτώχειας και της πείνας αλλά και τη βελτίωση και προστασία του περιβάλλοντος. Αυτό οδήγησε στο Συνέδριο του ΟΗΕ για το περιβάλλον και την Ανάπτυξη που έγινε στη Βραζιλία τον Ιούνιο του 1992. Το συνέδριο αυτό υπήρξε η αρχή για την παγκόσμια διάδοση της έννοιας της βιώσιμης ή αειφόρου ανάπτυξης. Τα αποτελέσματα αυτού του Συνεδρίου ήταν:

- Η Διακήρυξη του Ρίο για το περιβάλλον και την Ανάπτυξη
- Η Συνθήκη για την Κλιματολογική Αλλαγή
- Η Συνθήκη για τη Βιολογική Ποικιλότητα
- Η Διατήρηση και η Βιώσιμη Ανάπτυξη όλων των τύπων των δασών

- Η Agenda 21

### 4.3 Βιώσιμη ανάπτυξη και δείκτες βιωσιμότητας

Βιώσιμη ανάπτυξη είναι η διαδικασία επίτευξης της ανθρώπινης ανάπτυξης με ένα μη εκλεκτικό, συνεκτικό, δίκαιο, συνετό και σίγουρο τρόπο. Η μη εκλεκτικότητα ή περιεκτικότητα υπονοεί την ανθρώπινη ανάπτυξη στο χρόνο και το χώρο, που η βιωσιμότητα εμπεριέχει τόσο τα περιβαλλοντικά όσο και τα ανθρώπινα συστήματα. Η συνεκτικότητα συνεπάγεται την αποδοχή οικολογικής, κοινωνικής και οικονομικής αλληλεξάρτησης. Η δικαιοσύνη συνεπάγεται τη δίκαιη μεταχείριση τόσο εντός της ίδιας γενιάς όσο και μεταξύ της παρούσας και των μελλοντικών γενεών αλλά και μεταξύ όλων των ειδών. Η σύνεση τονίζει τις υποχρεώσεις για φροντίδα και πρόληψη: τεχνολογικά, επιστημονικά και πολιτικά.

Η βιωσιμότητα συντίθεται βασικά από τρεις στενά συνδεδεμένες αρχές:

- Το περιβάλλον είναι αναπόσπαστο μέρος της οικονομίας, δεν είναι ένας απεριόριστος και δωρεάν παρεχόμενος πόρος.
- Η ισότητα μεταξύ αναπτυσσόμενων και αναπτυγμένων χωρών είναι βασική. Ο αναπτυσσόμενος κόσμος δίνει μεγαλύτερη σπουδαιότητα στο ρυθμό ανάπτυξης και θέλει να φθάσει κάποιο υψηλό πρότυπο διαβίωσης όσο το δυνατόν γρηγορότερα. Το θέμα της φτώχειας πρέπει να αντιμετωπιστεί, ώστε να υπάρξει κάποια ισότητα μεταξύ αυτών και των δύο κόσμων.
- Κάθε οντότητα θα πρέπει να έχει μακροπρόθεσμους στόχους και δεν θα πρέπει να λειτουργεί με βάση τα βραχυπρόθεσμα οφέλη. Χρειάζεται προγραμματισμός μακροπρόθεσμος και πολιτικές που να προλαμβάνουν παρά να θεραπεύουν.

Για καλύτερη κατανόηση της έννοιας της βιώσιμης ανάπτυξης, ο όρος μπορεί να χωριστεί στα δύο στοιχεία του:

Καθιστώ βιώσιμο (*sustain*): συντηρώ, διατηρώ, τροφοδοτώ με τα αναγκαία ή διατρέφω, υποστηρίζω.

Αναπτύσσω (*develop*): επεκτείνω ή εφαρμόζω τις δυνατότητες αυξήσεως, φέρνω βαθμιαία σε μια πληρέστερη, μεγαλύτερη κατάσταση.

Έτσι, οι στόχοι της οικονομικής και κοινωνικής ανάπτυξης πρέπει να ορίζονται με βάση τη βιωσιμότητα σε όλες τις χώρες – αναπτυγμένες και αναπτυσσόμενες, ελεύθερης αγοράς ή κεντρικά σχεδιαζόμενες. Οι ερμηνείες ποικίλουν. Όμως, πρέπει να μοιράζονται ορισμένα γενικά χαρακτηριστικά και να απορρέουν από μια κοινή αποδοχή της βασικής έννοιας της βιώσιμης ανάπτυξης και τέλος να στηρίζονται σε ευρύ στρατηγικό πλαίσιο για την επίτευξή τους.

Για τις επιχειρήσεις, βιώσιμη ανάπτυξη σημαίνει υιοθέτηση επιχειρησιακών στρατηγικών και δραστηριοτήτων που να καλύπτουν τις ανάγκες της επιχείρησης και των άλλων εμπλεκόμενων φορέων του παρόντος ενώ προστατεύουν, διατηρούν και υποστηρίζουν τους ανθρώπινους και φυσικούς πόρους που θα χρειαστούν στο μέλλον. Η επιχείρηση, που φροντίζει για τη βιώσιμη ανάπτυξη, έχει αλληλεξαρτώμενους οικονομικούς, περιβαλλοντικούς και κοινωνικούς αντικειμενικούς σκοπούς. Η διαχείρισή της κατανοεί ότι η μακροπρόθεσμη βιωσιμότητα εξαρτάται από την εμπλοκή και των τριών αντικειμενικών σκοπών στη λήψη αποφάσεων. Η επιχείρηση που φροντίζει για τη βιώσιμη ανάπτυξη δεν πρέπει να θεωρεί τους κοινωνικούς και περιβαλλοντικούς σκοπούς ως κόστος. Αντίθετα, πρέπει να αναζητά ευκαιρίες για κέρδος στην επιδίωξη αυτών των στόχων.

Τα βασικά χαρακτηριστικά της βιωσιμότητας είναι ότι είναι μια κανονιστική ή ηθική αρχή. Έχει αναγκαία και επιθυμητά χαρακτηριστικά. Επειδή οι γνώμες μπορεί να διαφέρουν ως προς το τι είναι επιθυμητό, δεν υπάρχει απλός ορισμός για τη βιώσιμη κοινωνία. Επίσης, απαιτεί και περιβαλλοντική – οικολογική και κοινωνική – πολιτική βιωσιμότητα για βιώσιμη κοινωνία.

Έτσι, η βιωσιμότητα δεν επιτυγχάνεται άπαξ και για όλους, αλλά απλώς προσεγγίζεται. Είναι μια διαδικασία και συχνά προσδιορίζεται ευκολότερα σαν μη βιωσιμότητα παρά σαν βιωσιμότητα. Επιπρόσθετα, για τα κατασκευαστικά έργα και για άλλες αναπτυξιακές προσπάθειες απαιτούνται καλά τεκμηριωμένες μελέτες περιβαλλοντικών επιπτώσεων (ΜΠΕ), οι οποίες αξιολογούν τις επιδράσεις αυτών των έργων στο περιβάλλον πριν δοθεί η άδεια για την εκτέλεσή τους. Ωστόσο, χρειάζονται πιο λεπτομερείς και πιο πολύπλοκες διαδικασίες αξιολογήσεως συμπληρωματικές στις ΜΠΕ.

Για την επίτευξη βιώσιμης ανάπτυξης πρέπει να εξετάζεται η βιώσιμη ανάπτυξη σε όλες τις διαστάσεις – οικολογική, κοινωνική, οικονομική και πολιτική. Πολιτικές για τη διατήρηση της άγριας ζωής ή η πρόληψη που εφαρμόζονται ξεχωριστά δεν είναι αρκετές να επιτύχουν βιώσιμη ανάπτυξη. Χρειάζεται να εξεταστούν θέματα φτώχειας, φύλου, θεσμικά θέματα και θέματα λήψης αποφάσεων και να αντιμετωπίζονται αυτά με ομοφωνία και με ολοκληρωμένο τρόπο. Απαιτείται στρατηγική ή πλαίσιο καθοδήγησης στο δρόμο προς τη βιώσιμη ανάπτυξη.

Οι Δείκτες Βιωσιμότητας σχεδιάστηκαν για να παρέχουν πληροφορίες για κατανόηση και ενίσχυση των σχέσεων μεταξύ οικονομικών, ενεργειακών, περιβαλλοντικών και κοινωνικών στοιχείων που συνδέονται μακροπρόθεσμα με τη βιωσιμότητα. Για παράδειγμα, οι δείκτες βιωσιμότητας μπορούν να λειτουργήσουν ως αξιόπιστα εργαλεία για τη διατύπωση προτύπων κατανάλωσης ενέργειας προκειμένου να γίνει μια σύγκριση βιώσιμης ανάπτυξης. Η απόκτηση αυτών των πληροφοριών είναι ζωτική για τον προγραμματισμό και τη διαχείριση των ενεργειακών πόρων που θα υποστηρίξουν τη βιώσιμη ανάπτυξη.

Η έννοια των δεικτών βιωσιμότητας έχει προέλθει από την έννοια των δεικτών του φυσικού οικοσυστήματος. Οι δείκτες βιωσιμότητας θα πρέπει:

- Να αντιπροσωπεύουν με συνέπεια ένα κρίσιμο στοιχείο του οικοσυστήματος.
- Να υπόκεινται σε απομόνωση μέσα στο περιβάλλον.
- Να μετρώνται με ακρίβεια και επαναληπτικά.
- Να γίνονται αντιληπτοί σε σχέση με την υγεία του οικοσυστήματος.
- Να κατανοούνται καλά και να γίνονται αποδεκτοί από το κοινό.
- Να έχουν τη δυνατότητα να συνδέονται με άλλους δείκτες βιωσιμότητας.

Οι δείκτες βιωσιμότητας ταυτίζουν τα βασικά χαρακτηριστικά των υπαρχόντων ανθρώπινων και φυσικών οικοσυστημάτων. Ο ρόλος ενός δείκτη καθιστά τα πολύπλοκα συστήματα κατανοητά ή αντιληπτά. Ένας αποτελεσματικός δείκτης ή σύνολο δεικτών βοηθά μια κοινότητα να καθορίζει το πού βρίσκεται, πού πρόκειται να πάει και πόσο μακριά είναι από τους επιλεγμένους στόχους της. Οι δείκτες παρέχουν την προοπτική της προόδου μιας κοινότητας και κατευθυντήριες γραμμές για αλλαγές στις δραστηριότητές της. Οι δείκτες βιωσιμότητας εξετάζουν τη μακροπρόθεσμη βιωσιμότητα μιας κοινότητας βασισμένη στο βαθμό κατά τον οποίο τα οικονομικά, περιβαλλοντικά και κοινωνικά συστήματα είναι αποτελεσματικά και ολοκληρωμένα.

Για τη μέτρηση του βαθμού της αποτελεσματικότητας και της ολοκλήρωσης, συχνά απαιτείται σύνολο δεικτών. Οι δείκτες αυτοί μπορεί να ενσωματώνουν μερικές ευρείες κατηγορίες όπως η οικονομία, το περιβάλλον, η κοινωνία, ο πολιτισμός, η κατανάλωση των φυσικών πόρων και άλλα. Η χρησιμότητα και η ακρίβεια των δεικτών βιωσιμότητας εξαρτώνται από την ικανότητά τους να δημιουργούν στιγμιότυπα οικονομικών, περιβαλλοντικών και κοινωνικών συστημάτων της κοινότητας. Η επιλογή των κατάλληλων δεικτών και η ανάπτυξη ενός προγράμματος απαιτεί μεγάλης κλίμακας διαδικασία συνεργασίας μεταξύ πολλών τομέων, περιλαμβανόμενων των κυβερνητικών υπηρεσιών, του κοινού, των ερευνητικών ιδρυμάτων, των πολιτικών και περιβαλλοντικών ομάδων και των επιχειρήσεων.

Για να είναι επιτυχής η βιώσιμη ανάπτυξη, πρέπει να εξετάζονται μαζί οικονομικά, περιβαλλοντικά και κοινωνικά θέματα, αφού αυτά είναι άρρηκτα συνδεδεμένα μεταξύ τους. Το κράτος πρέπει να υποστηρίζει άμεσα την αλληλεπίδραση μεταξύ των μερών που επηρεάζονται. Οι παρεχόμενες πληροφορίες πρέπει να λαμβάνουν τις σημαντικές τεχνολογικές αλλαγές, ώστε να καθιστούν ικανούς τους πολίτες και τα ιδρύματα να συμμετέχουν πλήρως. Επομένως, οι δείκτες βιωσιμότητας βοηθούν στη μέτρηση των επιπτώσεων που έχουν οι προσπάθειες για βιώσιμη ανάπτυξη.



## 5 Κεφάλαιο

### 5.1 Θεωρητικό Υπόβαθρο - Μαρκοβιανές Αλυσίδες

Αφορμή για την ανάπτυξη των Στοχαστικών Διαδικασιών ήταν ένα φαινόμενο από το χώρο της φυσικής το 1827. Ο *Brown* παρατήρησε άτακτη (τυχαία) κίνηση σε σωματίδιο όταν αυτό βρίσκεται σε υγρή ή αέρια μορφή. Το 1905 ο *Einstein* μελέτησε το φαινόμενο και το 1923 ο *Wiener* τελειοποίησε το μοντέλο με τη χρήση του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος (ΚΟΘ). Το παραπάνω φαινόμενο αναφέρεται ως κίνηση *Brown* ή κίνηση *Wiener*.

- Τυχαίο ή στοχαστικό φαινόμενο (σύστημα) λέγεται ένα φαινόμενο κατά το οποίο έχουμε αβέβαιη έκβαση (μη προβλέψιμη).
- Δυναμικό φαινόμενο λέγεται το φαινόμενο το οποίο εξελίσσεται στο χρόνο.
- Οι στοχαστικές διαδικασίες μελετούν φαινόμενα (συστήματα) που είναι δυναμικά και στοχαστικά.

#### Μοντελοποίηση Δυναμικών - Στοχαστικών Φαινομένων

**Ορισμός 1.** Έστω  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  χώρος με πιθανότητα,  $T \neq \emptyset$  και  $X_t : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  τυχαία μεταβλητή  $\forall t \in T$ . Η οικογένεια  $\{X_t, t \in T\}$  λέγεται Στοχαστική Διαδικασία (Σ.Δ.). Το  $\Omega$  ορίζεται ως δειγματικός χώρος, το  $\mathcal{F}$  ως το σύνολο των ενδεχομένων ( $\sigma$ -άλγεβρα) και το  $P$  είναι η πιθανότητα που ορίζεται πάνω στη  $\sigma$ -άλγεβρα.

- $t$ : θα καλείται χρόνος ή χρονική στιγμή, παρά το γεγονός ότι μπορεί να μην εκφράζει πάντα χρόνο, αλλά μπορεί να εκφράζει θέση ή γενικότερα  $t \in \mathbb{N}$  καθώς κάθε ακολουθία τυχαίων μεταβλητών είναι σταχαστική διαδικασία.
- Κατάσταση είναι κάθε δυνατή τιμή της  $X_t$ .
- $S$  είναι το "κοινό" σύνολο των δυνατών τιμών ή όπως καλείται συχνότερα το σύνολο καταστάσεων ή χώρος καταστάσεων. "Κοινό": οι τιμές των  $X_t$  ανήκουν στο ίδιο  $S$ .
- Καταχρηστικά η τυχαία μεταβλητή  $X_t$  αναφέρεται ως κατάσταση του συστήματος τη χρονική στιγμή  $t$ .
- Ταξινόμηση Στοχαστικών Διαδικασιών:

$S \downarrow, T \rightarrow$	Διακριτό - Αριθμήσιμο	Διακριτό - Μη Αριθμήσιμο
Διακριτό - Αριθμήσιμο	Αλυσίδα σε Διακριτό Χρόνο	Αλυσίδα σε Συνεχή Χρόνο
Διακριτό - Μη Αριθμήσιμο	Σ.Δ. σε Διακριτό Χρόνο	Σ.Δ. σε Συνεχή Χρόνο

Γενικά όταν έχουμε στοχαστική διαδικασία με  $S$  διακριτό, τότε αυτή θα λέγεται αλυσίδα.

## Μελέτη Αλυσίδων σε Διακριτό Χρόνο

Ορισμός 2. Μια αλυσίδα  $\{X_n : n = 0, 1, 2, \dots\}$  λέγεται Μαρκοβιανή Αλυσίδα (Μ.Α.) αν ικανοποιεί την σχέση:

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j | X_n = i), \quad \forall n, \forall i, j, i_{n-1}, \dots, i_0 \in S.$$

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή και ως **Μαρκοβιανή ιδιότητα**.

Δίνοντας μια ερμηνεία στον παραπάνω ορισμό, αν θεωρήσουμε την χρονική στιγμή  $n$  σαν το παρόν, τη χρονική στιγμή  $n+1$  σαν το μέλλον και τις χρονικές στιγμές  $0, 1, \dots, n-1$  σαν το παρελθόν, η μαρκοβιανή ιδιότητα δηλώνει ότι το μέλλον εξαρτάται μόνο από το παρόν και όχι από το παρελθόν.

*Ελεύθερος Τυχαίος Περίπατος.*

Κάθε φορά μπορούμε να έχουμε κίνηση κατά μία μόνο θέση. Θεωρούμε ότι έχουμε κίνηση προς τα δεξιά με πιθανότητα  $p$  και κίνηση προς τα αριστερά με πιθανότητα  $1 - p$ . Έστω  $X_0 = 0$  και γενικά  $X_n =$  θέση μετά από  $n$  βήματα, για  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Ισχύει ότι:

$$X_{n+1} = X_n + 1 \quad \text{ή} \quad X_{n+1} = X_n - 1.$$

Αυτό σημαίνει ότι οι καταστάσεις  $X_0, X_1, X_2, \dots, X_{n-1}$ , δεν επηρεάζουν την κατάσταση  $X_{n+1}$ . Από τον ορισμό 2, για το αριστερό μέλος έχουμε:

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = \begin{cases} p, & j = i + 1 \\ 1 - p, & j = i - 1 \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

ενώ για το δεξιό μέλος έχουμε:

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i) = \begin{cases} p, & j = i + 1 \\ 1 - p, & j = i - 1 \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

που είναι ίσα, άρα έχουμε Μαρκοβιανή αλυσίδα.

*Παρατηρήσεις.*

1.  $P(X_3 = j | X_2 = i, X_1 = i_1) = P(X_3 = j | X_2 = i),$

δηλαδή η πιθανότητα δεν επηρεάζεται από την έλλειψη του  $X_0$ .

**Απόδειξη.**

Από το θεώρημα ολικής πιθανότητας για δεσμευμένη πιθανότητα έχουμε:

$P(A|C) = \sum_k P(A|B_k \cap C) P(B_k|C)$ , όπου  $\{B_k, k \in S\}$  είναι μια διαμέριση του  $S$ .

Έστω  $B_k = (X_0 = k)$ . Κάνοντας χρήση της Μαρκοβιανής ιδιότητας έχουμε:

$$\begin{aligned} P(X_3 = j|X_2 = i, X_1 = i_1) &= \sum_k P(X_3 = j|X_2 = i, X_1 = i_1, X_0 = k) P(X_0 = k|X_2 = i, X_1 = i_1) \\ &= \sum_k P(X_3 = j|X_2 = i) P(X_0 = k|X_2 = i, X_1 = i_1) \\ &= P(X_3 = j|X_2 = i) \sum_k P(X_0 = k|X_2 = i, X_1 = i_1) \\ &= P(X_3 = j|X_2 = i) P(\cup_{k \in S} B_k|X_2 = i, X_1 = i_1) \\ &= P(X_3 = j|X_2 = i) \cdot 1 = P(X_3 = j|X_2 = i) \end{aligned}$$

2.  $P(X_3 = j|X_2 = i, X_0 = i_0) = P(X_3 = j|X_2 = i)$

**Απόδειξη.**

Ομοίως με την 1.

3.  $P(X_3 = j|X_1 = i, X_0 = i_0) = P(X_3 = j|X_1 = i)$

**Απόδειξη.**

Έστω  $(X_3 = j) = A$ ,  $(X_1 = i, X_0 = i_0) = C$  και  $B_k = (X_2 = k)$ ,  $k \in S$  διαμέριση. Από το θεώρημα ολικής πιθανότητας και κάνοντας χρήση της Μαρκοβιανής ιδιότητας έχουμε:

$$\begin{aligned} P(A|C) &= \sum_k P(X_3 = j|X_2 = k, X_1 = i, X_0 = i_0) P(X_0 = k|X_2 = i, X_1 = i_1) \\ &= \sum_k P(X_3 = j|X_2 = k) P(X_2 = k|X_1 = i) \\ &= \sum_k P(X_3 = j|X_2 = k, X_1 = i) P(X_2 = k|X_1 = i) \\ &= \sum_k P(A|B_k \cap D) P(B_k|D) = P(A|D) = P(X_3 = j|X_1 = i) \end{aligned}$$

όπου  $D = (X_1 = i)$ .

Από τις παραπάνω παρατηρήσεις διαπιστώνεται ότι για την εφαρμογή της Μαρκοβιανής ιδιότητας δεν είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε όλες τις παρελθοντικές στιγμές. Ακόμη, μπορούμε αντί να χρησιμοποιήσουμε την αμέσως προηγούμενη χρονική στιγμή από το μέλλον, να χρησιμοποιήσουμε την πλησιέστερη στο μέλλον χρονική στιγμή.

### Γενίκευση της Μαρκοβιανής Ιδιότητας

Για κάθε Μαρκοβιανή αλυσίδα ισχύει η σχέση:

$$P(X_{n+m} = j | X_n = i, X_{n_1} = i_1, X_{n_2} = i_2, \dots, X_{n_k} = i_k) = P(X_{n+m} = j | X_n = i),$$
$$\forall j, i, i_1, i_2, \dots, i_k \in S, \forall k, \forall n + m > n > n_1 > n_2 > \dots > n_k.$$

*Παράδειγμα.*

$X_n, n = 0, 1, 2, \dots$  ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με  $S = \{0, 1, 2, \dots\}$  και αντίστοιχες πιθανότητες  $p_0, p_1, p_2, \dots$  τότε η  $\{X_n : n = 0, 1, 2, \dots\}$  είναι Μαρκοβιανή αλυσίδα καθώς

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j) = p_j$$

και

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P(X_{n+1} = j) = p_j$$

που ισχύουν λόγω ανεξαρτησίας.

Συμβολίζουμε ως  $p_{ij}(n) = P(X_{n+1} = j | X_n = i)$  την πιθανότητα μετάβασης από την κατάσταση  $i$  στην κατάσταση  $j$  σε ένα βήμα κατά τη χρονική στιγμή  $n$ .

**Ορισμός 3.** Η Μαρκοβιανή αλυσίδα  $\{X_n : n = 0, 1, 2, \dots\}$  λέγεται **στάσιμη ή χρονικά ομογενής** αν τα  $p_{ij}(n)$  δεν εξαρτώνται από το  $n$ ,  $\forall i, \forall j \in S$ . Για τη στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα θέτουμε  $p_{ij}(n) = p_{ij}, \forall i, j \in S$ .

**Ορισμός 4.** Ο πίνακας  $P$  με γενικό στοιχείο το  $p_{ij}$  λέγεται πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης ενός βήματος.

*Ιδιότητες.*

1. Ο  $P$  είναι τετραγωνικός πίνακας διάστασης  $|S|$  (πληθάριθμος του  $S$ )
2.  $p_{ij} \geq 0, \forall i, j \in S$
3.  $\sum_{i \in S} p_{ij} = 1, \forall i \in S$  (το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής)

**Απόδειξη (3).**

$$\begin{aligned} \sum_{j \in S} p_{ij} &= \sum_{j \in S} P(X_{n+1} = j | X_n = i) \\ &= \sum_{j \in S} P(X_1 = j | X_0 = i) \\ &= P(\cup_{j \in S} X_1 = j | X_0 = i) \\ &= P(\Omega | X_0 = i) = 1. \end{aligned}$$

**Ορισμός 5.** Αν  $A = (a_{ij})$  πίνακας και οι γραμμές του αθροίζονται στη μονάδα, δηλαδή  $\sum_j a_{ij} = 1$ , τότε λέγεται **στοχαστικός πίνακας**. Αν επιπλέον  $\sum_i a_{ij} = 1, \forall j$ , τότε ο  $A$  λέγεται **διπλά στοχαστικός**.

**Πόρισμα.** Ο πίνακας  $P$  είναι στοχαστικός για κάθε Μαρκοβιανή αλυσίδα.

**Πρόταση.** Για τη στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα ισχύει:

$$P(X_{n+m} = j | X_n = i) = P(X_m = j | X_0 = i), \quad \forall n, m, \forall i, j \in S.$$

Ερμηνευτικά, η παραπάνω πρόταση δηλώνει ότι η πιθανότητα μετάβασης σε  $m$  βήματα είναι ίδια ανεξαρτήτως τη χρονική στιγμή που ξεκινάει. Αυτό σημαίνει ότι κάθε χρονική στιγμή μπορεί να θεωρηθεί ως η αρχική.

### Υπολογισμός Μελλοντικών Πιθανοτήτων

Ορίζουμε ως  $p_{ij}^{(n)} = P(X_n = j | X_0 = i)$  = πιθανότητα μετάβασης σε  $n$  βήματα. Ο πίνακας μετάβασης είναι  $P^{(n)} = (p_{ij}^{(n)})$  με ιδιότητες:

- Ο πίνακας  $P$  είναι τετραγωνικός, διάστασης  $|S|$
- $p_{ij}^{(n)} \geq 0$
- Ο  $P$  είναι στοχαστικός πίνακας, δηλαδή  $\sum_{j \in S} p_{ij}^{(n)} = 1, \forall i \in S$ .

Επιπλέον ισχύουν τα εξής:

- $P^{(1)} = (p_{ij}^{(1)})$ , όπου  $p_{ij}^{(1)} = P(X_1 = j | X_0 = i) = p_{ij}$  = γενικό στοιχείο του  $P$ . Άρα  $P^{(1)} = P$ .
- $P^{(0)} = (p_{ij}^{(0)})$ , όπου  $p_{ij}^{(0)} = P(X_0 = j | X_0 = i) = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$ , άρα  $P^{(0)} = I$ .

**Πρόταση.** Ισχύουν τα εξής:

1.  $p_{ij}^{(n+m)} = \sum_{k \in S} p_{ik}^{(n)} p_{kj}^{(m)}$ , (εξισώσεις Chapman – Kolmogorov)
2.  $P^{(n+m)} = P^{(n)} P^{(m)}$
3.  $P^{(n)} = P^n$

### Απόδειξη.

$$1. p_{ij}^{(n+m)} = P(X_{n+m} = j | X_0 = i) = \sum_{k \in S} p_{ik}^{(n)} p_{kj}^{(m)}.$$

Αθροίζουμε για όλα τα  $k \in S$  καθώς το  $k$  είναι τυχαίο, οπότε πρέπει να πάρουμε όλες τις περιπτώσεις.

$$2. \text{ Γενικά για πίνακες } A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \text{ έχουμε } AB = C = (c_{ij}), c_{ij} = \sum_k a_{ik} b_{kj}.$$

Θέτοντας  $a_{ik} = p_{ik}^{(n)}$  και  $b_{kj} = p_{kj}^{(m)}$  έχουμε:

$$p_{ij}^{(n+m)} = \text{το } ij \text{ στοιχείο του } P^{(n)} P^{(m)} = \text{το } ij \text{ στοιχείο του } P^{(n+m)}.$$

$$\text{Οπότε } P^{(n+m)} = P^{(n)} P^{(m)}.$$

3. Με επαγωγή και χρήση του (2) προκύπτει το ζητούμενο.

*Αριθμητικός Υπολογισμός του  $P^n$ .* Μέσω ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων:

Το  $\lambda \in \mathbb{R}$  καλείται ιδιοτιμή και το  $\vec{x} \in \mathbb{R}^*$  καλείται ιδιοδιάνυσμα ενός πίνακα  $A_{k \times k}$  αν και μόνον αν  $A\vec{x} = \lambda\vec{x}$ . Έστω  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  διακεκριμένες,  $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_k$  ορθογώνια ιδιοδιανύσματα και ο πίνακας  $Q_{k \times k} = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_k)$  είναι ορθογώνιος

$$L = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_k \end{bmatrix}, \text{ πίνακας ιδιοτιμών}$$

$A\vec{x}_i = \lambda_i \vec{x}_i, \forall i = 1, 2, \dots, k \Rightarrow A Q = A L \Rightarrow A = Q L Q^{-1}$  και γενικά ισχύει  $A^n = Q L^n Q^{-1}$ .

### Πιθανότητες πρώτης μετάβασης ή επίσκεψης σε $n$ βήματα

$$\bullet f_{ij}^{(n)} = P(X_n = j, X_k \neq j, \forall k = 1, \dots, n-1 | X_0 = i), n = 1, 2, \dots$$

$$\bullet f_{ij}^{(1)} = P(X_1 = j | X_0 = i) = p_{ij}.$$

Για  $i \neq j$  η παραπάνω πιθανότητα λέγεται πιθανότητα μετάβασης ενώ για  $i = j$  λέγεται πιθανότητα επιστροφής στην  $i$  μετά από  $n$  βήματα και συμβολίζεται  $f_{ii}^{(n)}$ .

$$\text{Πρόταση. Ισχύει } p_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^n f_{ij}^{(k)} p_{ij}^{(n-k)}, \forall n = 1, 2, \dots$$

### Απόδειξη.

Ορίζουμε ως  $B_k$  την πρώτη επίσκεψη στην  $j$  να γίνει τη χρονική στιγμή  $k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Ορίζουμε ως  $B_{1n}$  την πρώτη επίσκεψη στην  $j$  να γίνει τη χρονική στιγμή  $n$ .

Ορίζουμε ως  $B_{00}$  να μην μεταβεί ποτέ το σύστημα στην  $j$ .

Τα  $B_k, B_{1n}, B_{00}$  αποτελούν διαμέριση. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα ολικής πιθανότητας έχουμε (θεωρούμε  $(X_n = j) = A$  και  $(X_0 = i) = C$ ):

$$\begin{aligned} p_{ij}^{(n)} &= P(X_n = j | X_0 = i) \\ &= \sum_{k=1}^n P(X_n = j | B_k, C) P(B_k | C) + P(X_n = j | B_{1n}, C) P(B_{1n} | C) + P(X_n = j | B_{00}, C) P(B_{00} | C) \\ &= \sum_k f_{ij}^{(k)} p_{ij}^{(n-k)} + 0 + 0 \\ &= \sum_k f_{ij}^{(k)} p_{ij}^{(n-k)} \end{aligned}$$

### Πιθανότητες πρώτης μετάβασης ανεξαρτήτως αριθμού βημάτων

$$f_{ij} = P(\text{να βρεθεί τελικά το σύστημα στην } j \text{ για πρώτη φορά} | X_0 = i)$$

$$\text{Πρόταση. } f_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} f_{ij}^{(n)}$$

### Απόδειξη.

Η μετάβαση από την  $i$  στην  $j$  για πρώτη φορά θα γίνει ή για  $n = 1$ , ή για  $n = 2$ , ή ...

Επομένως λόγω ανεξαρτησίας των  $f_{ij}^{(n)}$  έχουμε:  $f_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} f_{ij}^{(n)}$ .

### Χρονική στιγμή πρώτης μετάβασης από την $i$ στην $j$

$$T_{ij} = \min \{n : X_n = j, X_k \neq j, \forall k = 1, \dots, n-1 | X_0 = i\}$$

Για  $i = j$ ,  $T_{ii}$  = χρονική στιγμή πρώτης επιστροφής.

Πρόταση. Ισχύουν:

1.  $P(T_{ij} = n) = f_{ij}^{(n)}$
2.  $P(T_{ij} < \infty) = f_{ij}$

### Απόδειξη.

1. Εξ' ορισμού  $T_{ij} = P(T_{ij} = n) = f_{ij}^{(n)}$
2.  $P(T_{ij} < \infty) = \sum_{n=1}^{\infty} P(T_{ij} = n) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{ij}^{(n)} = f_{ij}$ .

## Υπολογισμός Μελλοντικών Πιθανοτήτων

$$1. P(X_3 = j, X_2 = k, X_1 = l | X_0 = i) = p_{il} p_{lk} p_{kj}$$

$$2. P(X_1 = j, X_3 = k, X_2 = l | X_0 = i) = p_{il}^{(2)} p_{lk} p_{kj}^{(2)}$$

3. Για να υπολογίσουμε την  $P(X_n = j)$  χρειαζόμαστε την κατανομή της  $X_0$ :

Έστω  $P(X_0 = i) = a_i, i \in S$ .

Τότε από θεώρημα ολικής πιθανότητας έχουμε ότι

$$P(X_n = j) = \sum_{i \in S} P(X_n = j | X_0 = i) P(X_0 = i) \Rightarrow P(X_n = j) = \sum_{i \in S} p_{ij}^{(n)} a_i.$$

## Ταξινόμηση καταστάσεων

**Ορισμός 6.** Η κατάσταση  $j$  λέγεται προσιτή από την  $i$  αν  $\exists n \geq 0$  τέτοια ώστε  $p_{ij}^{(n)} > 0$ . Συμβολικά γράφουμε  $i \rightarrow j$ .

*Σχόλια.*

1. Ο παραπάνω ορισμός δεν αποκλείει ότι  $i = j$  όμως γενικά μας ενδιαφέρει  $i \neq j$ . Για  $i \neq j$  έχουμε κατ' ανάγκη  $n \geq 1$ .
2. Επειδή  $p_{ii}^{(0)} = P(X_0 = i | X_0 = i) = 1$ , ο ορισμός για  $i = j$  και για  $n = 0$ , επιβεβαιώνεται πάντα, δηλαδή  $i \rightarrow i, \forall i \in S$ .
3. Ένας ισοδύναμος ορισμός με τον παραπάνω, είναι:  $i \rightarrow j \Leftrightarrow f_{ij} > 0$ .

**Ορισμός 7.** Οι  $i, j$  επικοινωνούν αν  $i \rightarrow j$  και  $i \leftarrow j$ . Συμβολικά γράφουμε  $i \leftrightarrow j$ .

**Πρόταση.** Η σχέση  $\leftrightarrow$  είναι σχέση ισοδυναμίας στο χώρο καταστάσεων  $S$ .

## Απόδειξη.

Θα δείξουμε ότι  $\eta \leftrightarrow$  έχει τις εξής ιδιότητες.

1. Ανακλαστική:  $i \leftrightarrow i$  η οποία είναι προφανής από το σχόλιο 2.
2. Συμμετρική: αν  $i \leftrightarrow j$  τότε  $j \leftrightarrow i$  η οποία είναι προφανής από τον ορισμό της επικοινωνίας.
3. Μεταβατική: αν  $i \leftrightarrow j$  και  $j \leftrightarrow k$  τότε  $i \leftrightarrow k$ .

## Απόδειξη.

3. Έστω  $i \leftrightarrow j$  και  $j \leftrightarrow k$ . Άρα  $\exists n, m \geq 0$ , τέτοια ώστε  $p_{ij}^{(n)} > 0$  και  $p_{jk}^{(m)} > 0$ . Οπότε χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις *Charman – Kolmogorou* έχουμε



$$p_{ik}^{(n+m)} = \sum_{l \in S} p_{il}^{(n)} p_{lk}^{(m)} \geq p_{ij}^{(n)} p_{jk}^{(m)} > 0$$

άρα  $p_{ik}^{(n+m)} > 0$ . Άρα  $i \rightarrow k$ . Ανάλογα, δείχνουμε ότι  $i \leftarrow k$ . Συνεπώς,  $i \leftrightarrow k$ .

Επειδή  $\leftrightarrow$  είναι σχέση ισοδυναμίας, το  $S$  διαμερίζεται σε κλάσεις ισοδυναμίας, για τις οποίες ισχύουν:

- Κάθε κλάση περιέχει όλες τις καταστάσεις που επικοινωνούν μεταξύ τους.
- Δύο διαφορετικές κλάσεις είναι ξένα υποσύνολα του  $S$ .

**Ορισμός 8.** Η στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα λέγεται μη διαχωρίσιμη (ή ανάγωγος ή απλή) αν όλες οι καταστάσεις επικοινωνούν μεταξύ τους.

**Ορισμός 9.**

- 1) Η  $i$  λέγεται επαναλαμβανόμενη (*recurrent*) αν  $f_{ii} = 1$
- 2) Η  $i$  λέγεται μεταβατική (*transient*) αν  $f_{ii} < 1$

**Πρόταση.**

Αν η  $i$  είναι μεταβατική και  $N_{ii} = 0$  αριθμός επιστροφών στην  $i | X_0 = i$  τότε

$$i. P(N_{ii} = k) = f_{ii}^{(k)}(1 - f_{ii}), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$ii. P(N_{ii} < \infty) = 1$$

$$iii. E(N_{ii}) = \frac{f_{ii}}{1 - f_{ii}}$$

**Απόδειξη.**

$i.$   $P(N_{ii} = 0) = 1 - f_{ii}$  είναι η πιθανότητα διαφυγής.

$$P(N_{ii} = 1) = P(\text{μια επιστροφή και μετά διαφυγή}) = f_{ii}(1 - f_{ii})$$

$$P(N_{ii} = 2) = P(\text{δύο επιστροφές και μετά διαφυγή}) = f_{ii}^2(1 - f_{ii})$$

$$\text{Γενικά, } P(N_{ii} = k) = f_{ii}^{(k)}(1 - f_{ii})$$

$ii.$

$$\begin{aligned} P(N_{ii} < \infty) &= P(N_{ii} = 0) + P(N_{ii} = 1) + P(N_{ii} = 2) + \dots \\ &= 1 - f_{ii} + f_{ii}(1 - f_{ii}) + f_{ii}^2(1 - f_{ii}) + \dots \\ &= (1 - f_{ii})(1 + f_{ii} + f_{ii}^2 + \dots) \\ &= (1 - f_{ii}) \frac{1}{1 - f_{ii}} = 1 \end{aligned}$$

iii. Γενικά αν  $X \sim G(p)$  με τιμές  $1, 2, 3, \dots$

$$P(X = k) = q^{k-1} p, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad E(X) = 1/p$$

Θέτουμε  $Y = X - 1$ : αριθμός αποτυχιών μέχρι την πρώτη επιτυχία  $Y \sim G(p)$  με τιμές  $0, 1, 2, \dots$

$$E(Y) = E(X - 1) = E(X) - 1 = 1/p - 1 = \frac{1-p}{p}$$

Στην περίπτωση των  $N_{ii} = Y$  έχουμε

$$E(N_{ii}) = \frac{1-(1-f_{ii})}{1-f_{ii}} = \frac{f_{ii}}{1-f_{ii}}$$

**Ορισμός 10.**

Η κατάσταση  $i$  λέγεται απορροφητική αν  $p_{ii} = 1$

**Πρόταση.** (Κριτήριο μεταβατικότητας)

i. Η  $i$  είναι μεταβατική  $\Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} < \infty$

ii. Η  $i$  είναι επαναλαμβανόμενη  $\Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} = \infty$

**Απόδειξη.**

$$\text{Ισχύει } p_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^n f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)}, \quad \forall n, \forall i, j \in S$$

$$\text{Για } j = i \Rightarrow p_{ii}^{(n)} = \sum_{k=1}^n f_{ii}^{(k)} p_{ii}^{(n-k)}$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{k=1}^n f_{ii}^{(k)} p_{ii}^{(n-k)} \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{n=k}^{\infty} f_{ii}^{(k)} p_{ii}^{(n-k)} \right\} = \sum_{k=1}^{\infty} f_{ii}^{(k)} \left\{ 1 + p_{ii}^{(1)} + p_{ii}^{(2)} + \dots \right\} = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} f_{ii}^{(k)} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} \right\} = \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} \right\} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ii}^{(k)} = \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} \right\} f_{ii} \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} = \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} \right\} f_{ii}$$

$$\text{Αν η } i \text{ είναι μεταβατική} \Rightarrow \{1 - f_{ii}\} \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} = f_{ii} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} = \frac{f_{ii}}{1-f_{ii}} < \infty$$

$$\text{Αν η } i \text{ είναι επαναλαμβανόμενη} \Rightarrow f_{ii} = 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} = \infty$$

**Πρόταση.** Καταστάσεις που επικοινωνούν είναι του ίδιου τύπου, δηλαδή είναι ή όλες μεταβατικές ή όλες επαναλαμβανόμενες.

### Απόδειξη.

Έστω  $i \leftrightarrow j$  και η  $i$  είναι επαναλαμβανόμενη, θα δείξουμε ότι και η  $j$  είναι επαναλαμβανόμενη.

$$i \leftrightarrow j \Leftrightarrow \exists r \geq 0, m \geq 0 \text{ τέτοια ώστε } p_{ij}^{(r)} > 0 \text{ και } p_{ji}^{(m)} > 0$$

$$\text{Θεωρούμε ότι για } n = 1, 2, \dots \text{ έχουμε } p_{jj}^{(n+m+r)} \geq p_{ji}^{(m)} p_{ii}^{(n)} p_{ij}^{(r)}$$

$$\text{Οπότε } \sum_{n=1}^{\infty} p_{jj}^{(n+m+r)} \geq \sum_{n=1}^{\infty} p_{ji}^{(m)} p_{ii}^{(n)} p_{ij}^{(r)} = p_{ji}^{(m)} p_{ij}^{(r)} \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)}$$

$$\text{Άρα } \sum_{n=1}^{\infty} p_{jj}^{(n+m+r)} = \infty$$

$$\text{Όμως } \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} \geq \sum_{n=1}^{\infty} p_{jj}^{(n+m+r)}$$

$$\text{Άρα } \sum_{n=1}^{\infty} p_{ii}^{(n)} = 0$$

Έστω  $i \leftrightarrow j$  και  $i$  μεταβατική, θα δείξουμε ότι και η  $j$  είναι μεταβατική. Αν η  $j$  δεν ήταν μεταβατική, τότε θα ήταν επαναλαμβανόμενη. Τότε και η  $i$  θα ήταν επαναλαμβανόμενη, που είναι άτοπο γιατί η  $i$  είναι μεταβατική.

### Πρόταση.

1. Αν  $j$  μεταβατική τότε  $\sum_{n=1}^{\infty} p_{ij}^{(n)} < \infty, \forall i \in S$
2. Αν  $j$  επαναλαμβανόμενη τότε  $\sum_{n=1}^{\infty} p_{ij}^{(n)} = \infty$ , για κάθε κατάσταση  $i$  από την οποία η  $j$  είναι προσιτή (μεταβατική ή επαναλαμβανόμενη).

### Απόδειξη.

$$1. \text{ Ισχύει } p_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^n f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} p_{ij}^{(n)} = f_{ij} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} p_{jj}^{(n)} \right\} < \infty$$

$$2. \text{ Όμοια } \sum_{n=1}^{\infty} p_{ij}^{(n)} = f_{ij} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} p_{jj}^{(n)} \right\}$$

$$\text{Άρα } \sum_{n=1}^{\infty} p_{ij}^{(n)} = \infty$$

### Πρόταση.

1. Αν μια στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα είναι μη διαχωρίσιμη τότε όλες οι καταστάσεις είναι μεταβατικές ή όλες είναι επαναλαμβανόμενες.
2. Αν μια στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα έχει πεπερασμένο χώρο καταστάσεων τότε υπάρχει μία τουλάχιστον επαναλαμβανόμενη κατάσταση.

3. Σε μια πεπερασμένη και μη διαχωρίσιμη στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα όλες οι καταστάσεις είναι επαναλαμβανόμενες.

### Απόδειξη.

1. Στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα μη διαχωρίσιμη  $\Rightarrow$  όλες οι καταστάσεις επικοινωνούν μεταξύ τους  $\Rightarrow$  είναι όλες του ίδιου τύπου, δηλαδή είναι όλες μεταβατικές ή όλες επαναλαμβανόμενες.

2. Έστω  $S$  πεπερασμένο και όλες οι καταστάσεις μεταβατικές  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} p_{ij}^{(n)} < \infty, \forall i, j \in S$

Όμως αν  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \infty \Rightarrow a_n \rightarrow 0$

Επομένως  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = 0, \forall i, j \in S$

Όμως  $\sum_{j \in S} p_{ij}^{(n)} = 1, \forall i \in S, \forall n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j \in S} p_{ij}^{(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 = 1$

Για  $S$  πεπερασμένο:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j \in S} p_{ij}^{(n)} = \sum_{j \in S} \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = \sum_{j \in S} 0 = 0$

Άρα προκύπτει ότι  $0 = 1$  που είναι άτοπο.

3. Στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα μη διαχωρίσιμη  $\Rightarrow$  είναι όλες μεταβατικές ή όλες επαναλαμβανόμενες

Στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα πεπερασμένη  $\Rightarrow$  τουλάχιστον μια επαναλαμβανόμενη

Άρα όλες οι καταστάσεις είναι επαναλαμβανόμενες.

### Περιοδικότητα

Περίοδος  $d$  μιας κατάστασης  $i$  είναι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης (ΜΚΔ) των  $n \geq 1$  για τις οποίες  $p_{ii}^{(n)} > 0$

- Αν  $d > 1$  τότε η  $i$  λέγεται περιοδική με περίοδο  $d$
- Αν  $d = 1$  τότε η  $i$  λέγεται απεριοδική (μη περιοδική)

Σχόλια.

$$1. d = \text{ΜΚΔ} \{ n \geq 1 : p_{ii}^{(n)} > 0 \}$$

$$2. \text{ Αν } p_{ii} > 0 \text{ τότε } p_{ii}^{(1)} = p_{ii} > 0 \Rightarrow 1 \in \{ n \geq 1 : p_{ii}^{(n)} > 0 \} \Rightarrow d = 1$$

$$3. \text{ Αν για κάποιο } m \geq 1 \text{ έχουμε } p_{ii}^{(m)} > 0 \Rightarrow m \in \{ n \geq 1 : p_{ii}^{(n)} > 0 \} \Rightarrow m = kd$$

(πολλαπλάσιο του  $d$ )

4. Η στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα μπορεί να επιστρέφει στην  $i$  μόνο σε χρονικές στιγμές που είναι πολλαπλάσιο της περιόδου της.

*Πρόταση.*

Αν  $i \leftrightarrow j$  τότε οι  $i, j$  έχουν την ίδια περίοδο.

**Απόδειξη.**

$$d = \text{περίοδος της } i = \text{MK}\Delta \left\{ n \geq 1 : p_{ii}^{(n)} > 0 \right\}$$

$$d' = \text{περίοδος της } j = \text{MK}\Delta \left\{ k \geq 1 : p_{jj}^{(k)} > 0 \right\}$$

Θα δείξουμε ότι  $d \leq d'$ .

Αρκεί να δείξουμε ότι  $d/k, \forall k$  τέτοιο ώστε  $p_{jj}^{(k)} > 0$ .

$i \leftrightarrow j \Rightarrow \exists n \geq 1, m \geq 1$  τέτοια ώστε  $p_{ij}^{(n)} > 0$  και  $p_{ji}^{(m)} > 0$ .

Τότε  $p_{ii}^{(n+m)} \geq p_{ij}^{(n)} p_{ji}^{(m)} > 0 \Rightarrow p_{ii}^{(n+m)} > 0 \Rightarrow d/n + m$

Επίσης για  $k$  τέτοιο ώστε  $p_{jj}^{(k)} > 0$  έχουμε:

$$p_{ii}^{(n+k+m)} \geq p_{ij}^{(n)} p_{jj}^{(k)} p_{ji}^{(m)} > 0 \Rightarrow p_{ii}^{(n+k+m)} > 0 \Rightarrow d/n + k + m$$

Επομένως για  $\forall k$  τέτοιο ώστε  $p_{jj}^{(k)} > 0 \Rightarrow d/n + m$  και  $d/n + k + m \Rightarrow d/k$

Δηλαδή για  $\forall k$  τέτοιο ώστε  $p_{jj}^{(k)} > 0$  ισχύει ότι  $d/k$  όμως

$$d' = \text{MK}\Delta \left\{ k \geq 1 : p_{jj}^{(k)} > 0 \right\}$$

Επομένως  $d \leq d'$ .

Ανάλογα, αντιστρέφοντας τους ρόλους των  $i, j$  έχουμε  $d' \leq d$ .

Άρα  $d = d'$ .

**Ασυμπτωτική συμπεριφορά των  $p_{ij}^{(n)} = P(X_n = j | X_0 = i)$**

- Η  $j$  είναι επαναλαμβανόμενη αν και μόνον αν  $f_{jj} = 1$ . Αν η  $j$  είναι επαναλαμβανόμενη  $\Rightarrow$  η  $j$  είναι θετικά επαναλαμβανόμενη ή η  $j$  είναι μηδενικά επαναλαμβανόμενη
- Η  $j$  είναι θετικά επαναλαμβανόμενη αν και μόνον αν η  $j$  είναι επαναλαμβανόμενη και  $ET_{jj} < \infty$
- Η  $j$  είναι μηδενικά επαναλαμβανόμενη αν και μόνον αν η  $j$  είναι επαναλαμβανόμενη και  $ET_{jj} = \infty$

Θεωρούμε ότι  $T_{jj} = \min \{n \geq 1 : X_n = j | X_0 = i\}$  = χρονική διάρκεια μέχρι την πρώτη επιστροφή

$$ET_{jj} = \sum_{n=1}^{\infty} n f_{jj}^{(n)} = \mu_{jj}$$

**Ορισμός 11.** Η  $j$  είναι εργοδική, αν η  $j$  είναι θετικά επαναλαμβανόμενη και απεριοδική.

**Ορισμός 12.** Η στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα λέγεται εργοδική, αν κάθε κατάσταση της είναι εργοδική.

Γενικά ισχύει:

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \infty \Rightarrow a_n \rightarrow 0$
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \infty \Rightarrow \sum_{n=k}^{\infty} a_n \rightarrow 0$

**Θεώρημα 1.**

i. Αν η  $j$  είναι επαναλαμβανόμενη και απεριοδική (εργοδική) τότε:

$$p_{jj}^{(n)} \rightarrow \frac{1}{\mu_{jj}} = \begin{cases} < \infty, & \text{αν } j \text{ θετικά επαναλαμβανόμενη} \\ 0, & \text{αν } j \text{ μηδενικά επαναλαμβανόμενη} \end{cases}$$

ii. Αν η  $j$  είναι επαναλαμβανόμενη και περιοδική, με περίοδο  $d > 1$  τότε:

$$p_{jj}^{(nd)} \rightarrow \frac{d}{\mu_{jj}} = \begin{cases} < \infty, & \text{αν } j \text{ θετικά επαναλαμβανόμενη} \\ 0, & \text{αν } j \text{ μηδενικά επαναλαμβανόμενη} \end{cases}$$

$$\text{και } p_{jj}^{(m)} = 0, \quad m \neq kd$$

**Θεώρημα 2.**

i. Αν η  $j$  είναι μεταβατική ή μηδενικά επαναλαμβανόμενη τότε  $p_{ij}^{(n)} \rightarrow 0, \forall i \in S$

ii. Αν η  $j$  είναι εργοδική τότε  $\lim_n p_{ij}^{(n)} = f_{ij} \frac{1}{\mu_{jj}}$

iii. Αν η  $j$  είναι θετικά επαναλαμβανόμενη και περιοδική με περίοδο  $d > 1$  τότε  $\nexists \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)}, \forall i$  τέτοιο ώστε  $i \leftrightarrow j$

**Απόδειξη.**

i.  $j$ : μεταβατική  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} p_{jj}^{(n)} < \infty \Rightarrow p_{jj}^{(n)} \rightarrow 0$

επιπλέον  $j$ : μεταβατική  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} p_{ij}^{(n)} < \infty \Rightarrow p_{ij}^{(n)} \rightarrow 0 \forall i$

$j$ : επαναλαμβανόμενη

αν είναι και απεριοδική, τότε από το θεώρημα 1  $\Rightarrow p_{jj}^{(n)} \rightarrow 0$

αν είναι περιοδική με περίοδο  $d > 1 \Rightarrow p_{jj}^{(nd)} \rightarrow 0$  (από θεώρημα 1) και  $p_{ij}^{(nd)} = 0, m \neq kd \Rightarrow p_{jj}^{(n)} \rightarrow 0$ . Έστω  $i \in S$

$$\begin{aligned} p_{ij}^{(n)} &= \sum_{k=1}^n f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)} = \sum_{k=1}^{n'} f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)} + \sum_{k=n'+1}^n f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)} \\ &\leq \sum_{k=1}^{n'} f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)} + \sum_{k=n'+1}^n f_{ij}^{(k)} \quad \forall n' \leq n \end{aligned}$$

Για  $n'$  σταθερό και  $n \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \overline{\lim} p_{ij}^{(n)} &\leq \lim_n \sum_{k=1}^{n'} f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n'+1}^n f_{ij}^{(k)} \\ &= \sum_{k=1}^{n'} f_{ij}^{(k)} \lim_{n \rightarrow \infty} p_{jj}^{(n-k)} + \sum_{k=n'+1}^n f_{ij}^{(k)} = \sum_{k=n'+1}^n f_{ij}^{(k)} \end{aligned}$$

Για  $n' \rightarrow \infty$  το  $\overline{\lim} p_{ij}^{(n)} \leq 0$  και το  $\underline{\lim} p_{ij}^{(n)} \geq 0$  οπότε  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = 0$  επειδή  $\sum_{k=1}^{\infty} f_{ij}^{(k)} = f_{ij} \leq 1$

ii. Η  $j$  είναι εργοδική  $\Rightarrow p_{jj}^{(n)} \rightarrow \frac{1}{\mu_{jj}}$  (από θεώρημα 1). Για  $i \in S$

$$\begin{aligned} p_{ij}^{(n)} &= \sum_{k=1}^n f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)} = \sum_{k=1}^{n'} f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)} + \sum_{k=n'+1}^n f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)} \\ &\leq \sum_{k=1}^{n'} f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)} + \sum_{k=n'+1}^n f_{ij}^{(k)} \end{aligned}$$

Για  $n'$  σταθερό και  $n \rightarrow \infty$

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} \leq \sum_{k=1}^{n'} f_{ij}^{(k)} \frac{1}{\mu_{jj}} + \sum_{k=n'+1}^n f_{ij}^{(k)}$$

Για  $n' \rightarrow \infty$

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} \leq \sum_{k=1}^{\infty} f_{ij}^{(k)} \frac{1}{\mu_{jj}} + 0 = \frac{1}{\mu_{jj}} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ij}^{(k)} = \frac{1}{\mu_{jj}} f_{ij}$$

$$\text{Άρα } \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} \leq \frac{1}{\mu_{jj}} f_{ij}$$

$$\text{Για } n' < n \text{ έχουμε } p_{ij}^{(n)} \geq \sum_{k=1}^{n'} f_{ij}^{(k)} p_{jj}^{(n-k)}$$

$$\text{Για } n' \text{ σταθερό και } n \rightarrow \infty: \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} \geq \sum_{k=1}^{n'} f_{ij}^{(k)} \frac{1}{\mu_{jj}}$$

$$\text{Για } n' \rightarrow \infty: \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} \geq \sum_{k=1}^{\infty} f_{ij}^{(k)} \frac{1}{\mu_{jj}} = \frac{1}{\mu_{jj}} \sum_{k=1}^{\infty} f_{ij}^{(k)}$$

$$\text{Άρα το } \lim p_{ij}^{(n)} = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = \frac{1}{\mu_{jj}} f_{ij}$$

*Εργοδικό Θεώρημα.*

Αν έχουμε μια στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα, μη διαχωρίσιμη και εργοδική τότε:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = \frac{1}{\mu_{jj}} \quad \forall i \in S$
2. Τα  $\pi_j$  είναι η μοναδική λύση του συστήματος (\*)

$$\begin{aligned} \pi_j &= \sum_{k \in S} \pi_k p_{kj} \quad (*) \\ \sum_{j \in S} \pi_j &= 1 \quad (*) \end{aligned}$$

**Απόδειξη.**

1. Όλες οι καταστάσεις είναι εργοδικές. Από το (ii) του θεωρήματος 2, ισχύει ότι  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = f_{ij} \frac{1}{\mu_{jj}}$ .

Αρκεί να δείξουμε ότι  $f_{ij} = 1, \quad \forall i, \forall j$

i) Για  $i = j \Rightarrow f_{jj} = 1$  επειδή η  $j$  είναι επαναλαμβανόμενη



ii) Για  $i \neq j$ . Αν  $f_{ij} < 1$  τότε  $1 - f_{ij} > 0 \Rightarrow$  η πιθανότητα να μην επισκεφτεί το σύστημα την  $j$  ξεκινώντας από την  $i \Rightarrow$  υπάρχει θετική πιθανότητα ξεκινώντας από την  $j$ , να μην επιστρέψει το σύστημα στην  $j$  ( $j \rightarrow i \rightarrow$  διαφυγή), το οποίο είναι άτοπο αφού η  $j$  είναι επαναλαμβανόμενη.

Επομένως,  $f_{jj} = 1$ . Άρα,  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = 1 \frac{1}{\mu_{jj}} = \frac{1}{\mu_{jj}} = \pi_j$ .

2. Αν υποθέσουμε ότι το  $S$  είναι πεπερασμένο και χρησιμοποιώντας το θεώρημα ολικής πιθανότητας

$$P(X_n = j) = \sum_{i \in S} P(X_0 = i) P(X_n = j | X_0 = i) = \sum_{i \in S} P(X_0 = i) p_{ij}^{(n)}$$

$$\text{Άρα } \lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n = j) = \sum_{i \in S} P(X_0 = i) \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = \sum_{i \in S} P(X_0 = i) \pi_j = \pi_j \sum_{i \in S} P(X_0 = i) = \pi_j$$

$$\text{Άρα } \lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n = j) = \pi_j$$

$$P(X_{n+1} = j) = \sum_{i \in S} P(X_n = i) P(X_{n+1} = j | X_n = i) = \sum_{i \in S} P(X_n = i) p_{ij}$$

Για  $n \rightarrow \infty$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(X_{n+1} = j) = \sum_{i \in S} \lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n = i) p_{ij} \Rightarrow \pi_j = \sum_{i \in S} \pi_i p_{ij} = \sum_{k \in S} \pi_k p_{kj}$$

Άρα το  $\pi_j = \sum_{k \in S} \pi_k p_{kj}$ , οπότε έχουμε την πρώτη εξίσωση.

Για την δεύτερη εξίσωση έχουμε (θεωρώντας ότι το  $n \rightarrow \infty$ ):

$$\sum_{i \in S} P(X_n = j) = 1 \Rightarrow \sum_{j \in S} \pi_j = 1$$

Μοναδικότητα της λύσης του συστήματος (\*) (για  $S = \{0, 1, \dots, l\}$  πεπερασμένο):

Έστω  $x_j \geq 0$ ,  $j \in S$  μια άλλη λύση και  $\vec{x} = (x_0, x_1, \dots, x_l)$ . Άρα

$$x_j = \sum_{k \in S} x_k p_{kj}, \quad \sum_{k \in S} x_k = 1$$

Τότε  $\vec{x} = \vec{x} P$ ,  $P = (p_{kj})$  συνεπώς  $\vec{x} = \vec{x} P^n = \vec{x} P^{(n)} \Rightarrow \vec{x} = \vec{x} P^{(n)} \Rightarrow x_j = \sum_{k \in S} x_k p_{kj}, \quad \forall n$

Παίρνω όρια ως προς  $n$  και προκύπτει

$$x_j = \sum_k x_k \pi_j = \left( \sum_k x_k \right) \pi_j = 1 \pi_j = \pi_j \Rightarrow x_j = \pi_j \quad \forall j.$$

Άρα έχουμε μοναδική λύση.

**Πόρισμα.**

Αν έχουμε στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα, μη διαχωρίσιμη, πεπερασμένη και ο πίνακας  $P$  είναι διπλά στοχαστικός, τότε  $\pi_j = \frac{1}{|S|}$ ,  $\forall j \in S$ .

**Απόδειξη.** Αρκεί να δείξουμε ότι  $\lambda = \frac{1}{|S|}$ ,  $j \in S$ , ικανοποιούν το σύστημα (\*).

$$\sum_{j \in S} \lambda_j = 1 \Leftrightarrow \sum_{j \in S} \frac{1}{|S|} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{|S|} |S| = 1$$

$$\text{Πρέπει } \frac{1}{|S|} = \sum_{k \in S} \frac{1}{|S|} p_{kj} \Leftrightarrow \frac{1}{|S|} = \frac{1}{|S|} \sum_{k \in S} p_{kj} = \frac{1}{|S|} \text{ που ισχύει.}$$

**Πρόταση.**

1.  $i \leftrightarrow j$ ,  $i$  μηδενικά επαναλαμβανόμενη, τότε  $j$  μηδενικά επαναλαμβανόμενη
2.  $i \leftrightarrow j$ ,  $i$  θετικά επαναλαμβανόμενη, τότε  $j$  θετικά επαναλαμβανόμενη
3. Αν έχουμε στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα, μη διαχωρίσιμη και πεπερασμένη έχει όλες τις καταστάσεις θετικά επαναλαμβανόμενες

**Απόδειξη.**

3. Από 1,2 έπεται ότι όλες οι καταστάσεις επικοινωνούν μεταξύ τους και είναι όλες θετικά επαναλαμβανόμενες ή όλες μηδενικά επαναλαμβανόμενες. Έστω ότι ισχύει το δεύτερο, τότε

$$p_{ij}^{(n)} \rightarrow 0, \quad \forall i \forall j. \quad \text{Όμως το } \sum_{i \in S} p_{ij}^{(n)} = 1.$$

Παίρνουμε όρια κατά μέλη και επειδή έχουμε πεπερασμένο άθροισμα έχουμε:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i \in S} p_{ij}^{(n)} = 1 \Rightarrow \sum_{i \in S} \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = 1 \Rightarrow \sum_{i \in S} 0 = 1 \Rightarrow 0 = 1$$

που είναι άτοπο, άρα όλες οι καταστάσεις είναι θετικά επαναλαμβανόμενες.

### Στάσιμη Κατανομή

Κάθε μη αρνητική λύση  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots)$  του συστήματος (\*) λέγεται στάσιμη κατανομή της στάσιμης Μαρκοβιανής αλυσίδας.

**Πρόταση.**

Αν υπάρχει οριακή κατανομή, τότε υπάρχει και στάσιμη κατανομή και συμπίπτουν. Το αντίστροφο δεν ισχύει πάντα, δηλαδή είναι δυνατόν να υπάρχει στάσιμη κατανομή αλλά να μην υπάρχει οριακή κατανομή.

Ένας εναλλακτικός ορισμός της στάσιμης κατανομής είναι ο εξής:

$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots)$  είναι στάσιμη κατανομή αν  $x_j \geq 0$  με  $\vec{x} = \vec{x}P$  και  $\sum_j x_j = 1$ .

### Ιδιότητες.

1. Ισχύει ότι  $\vec{x} = \vec{x}P^{(n)}$ ,  $\forall n = 1, 2, \dots$ . Αυτό σημαίνει ότι ο μετασχηματισμός  $\vec{x} \rightarrow \vec{x}P^{(n)}$  αφήνει αναλλοίωτο το  $\vec{x}$  δηλαδή  $\vec{x}P^{(n)} = \vec{x}$  και η στάσιμη κατανομή παραμένει αναλλοίωτη ως προς τον μετασχηματισμό  $\vec{x} \rightarrow \vec{x}P^{(n)}$ .
2. Έστω ότι η αρχική κατανομή  $a_j = P(X_0 = j)$  για  $j \in S$  είναι στάσιμη κατανομή. Επομένως  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots)$  με  $\vec{a} = \vec{a}P$ , τότε χρησιμοποιώντας και το θεώρημα ολικής πιθανότητας έχουμε:

$$P(X_1 = j) = \sum_k P(X_0 = k)P(X_1 = j|X_0 = k) = \sum_k a_k P_{kj} = a_j = P(X_0 = j)$$

$$\text{Δηλαδή } P(X_1 = j) = P(X_0 = j), \forall j \in S$$

$$\text{Επαγωγικά ισχύει για } P(X_n = j) = P(X_0 = j), \forall n \forall j \in S$$

Άρα η κατανομή του συστήματος είναι χρονικά αμετάβλητη.

### Πρόταση.

- Αν όλες οι καταστάσεις είναι μεταβατικές, τότε δεν υπάρχει στάσιμη κατανομή.
- Αν η στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα είναι μη διαχωρίσιμη με θετικά επαναλαμβανόμενες καταστάσεις τότε υπάρχει στάσιμη κατανομή και είναι μοναδική.

## 5.2 Μαρκοβιανές αλυσίδες σε συνεχή χρόνο

- Στοχαστική διαδικασία:  $\{X_t : t \in T\}$ ,  $T = [0, \infty)$
- $\forall t \in T$ ,  $X_t$  είναι διακριτή τυχαία μεταβλητή, δηλαδή ο χώρος καταστάσεων  $S =$  σύνολο των δυνατών τιμών της  $X_t$  είναι το πολύ αριθμήσιμο.
- Μαρκοβιανή ιδιότητα

$$P(X_{s+t} = j | X_s = i, X_{t_n} = i_n, \dots, X_{t_1} = i_1) = P(X_{s+t} = j | X_s = i),$$

$$\forall i, j, i_1, \dots, i_n, t_1 < t_2 < \dots < t_n < s, \forall t > 0$$

- Αν  $P(X_{s+t} = j | X_s = i) = P(X_t = j | X_0 = i), \forall s,$

δηλαδή η δεσμευμένη πιθανότητα δεν εξαρτάται από τις χρονικές στιγμές, αλλά από το χρόνο που μεσολαβεί, τότε η Μαρκοβιανή αλυσίδα λέγεται στάσιμη ή χρονικά ομογενής.

- Για στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα θέτουμε  $p_{ij}(t) = P(X_t = j | X_0 = i)$  και  $P(t) = (p_{ij}(t)).$

*Ιδιότητες.*

1.  $p_{ij}(t) \geq 0$
2.  $\sum_{j \in S} p_{ij}(t) = 1$ , δηλαδή ο  $P(t)$  είναι στοχαστικός πίνακας
3. Δεν υπάρχει ανάλογος πίνακας με τον πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης ενός βήματος
4. Για  $t = 0, P(0) = I$  γιατί

$$p_{ij}(0) = P(X_0 = j | X_0 = i) = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

5. Εξισώσεις *Chapman – Kolmogorov*:  $p_{ij}(s+t) = \sum_{k \in S} p_{ik}(s) p_{kj}(t)$

*Υπόθεση (συνθήκη) συνέχειας* Οι πιθανότητες  $p_{ij}(t)$  είναι δεξιά συνεχής στο  $t = 0$  δηλαδή:

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} p_{ij}(t) = p_{ij}(0) = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

*Πρόταση.*

1. Υπό την υπόθεση της συνέχειας ισχύουν:
  - Υπάρχει η δεξιά παράγωγος στο  $t = 0$  της  $p_{ii}(t)$  δηλαδή

$$p'_{ii}(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{p_{ii}(h) - 1}{h} = q_{ii} (\leq 0)$$

- Υπάρχει η δεξιά παράγωγος στο  $t = 0$  της  $p_{ij}(t)$  δηλαδή

$$p'_{ij}(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{p_{ij}(h)}{h} = q_{ij} (\geq 0), \quad i \neq j$$

2. Υπό κάποιες επιπλέον συνθήκες,  $\exists p'_{ij}(t), \forall t \in (0, \infty)$  και ισχύουν οι εξισώσεις

$$p'_{ij}(t) = \sum_k p_{ik}(t) q_{kj}$$

$$p'_{ij}(t) = \sum_k q_{ik} p_{kj}(t)$$

Ορισμός 13. Ο  $Q = (q_{ij})$  λέγεται πίνακας γεννήτορας της διαδικασίας.

Ιδιότητες του  $Q$

1.  $q_{ij} \geq 0, i \neq j$
2.  $q_{ii} = -\sum_{i \neq j} q_{ij} \Leftrightarrow \sum_j q_{ij} = 0$ , δηλαδή το άθροισμα κατά γραμμή είναι μηδέν

**Απόδειξη (2).**

Ισχύει  $\sum_j p_{ij}(t) = 1$ . Παραγωγίζοντας για  $t = 0 \Rightarrow \sum_j p'_{ij}(0) = 0 \Rightarrow \sum_j q_{ij} = 0$

Οι εξισώσεις *Chapman – Kolmogorov* γράφονται:  $P'(t) = P(t)Q$ , όπου  $P'(t) = (p'_{ij}(t))$

- $p'_{ij}(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{p_{ij}(h) - 1}{h} = q_{ij} (\geq 0), i \neq j$
- $p'_{ii}(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{p_{ii}(h) - 1}{h} = q_{ii} (\leq 0)$

Ερμηνεία των  $q_{ij}$

1. Για  $i \neq j \Rightarrow$  (για μικρό  $h$ )  $p_{ij}(h) = q_{ij}h$

$q_{ij}$ : ρυθμός στιγμιαίας μετάβασης από την κατάσταση  $i$  στην  $j$

2. Για  $i = j \Rightarrow$  (για μικρό  $h$ )  $1 - p_{ii}(h) = (-q_{ii})h$

$1 - p_{ii}(h)$ : πιθανότητα στιγμιαίας αποχώρησης από την κατάσταση  $i$

Πρόταση.

Για  $S$  πεπερασμένο ισχύει  $P(t) = \sum_k Q^k \frac{t^k}{k!}$

**Απόδειξη.**

$$y' = ay, y(0) = 1 \Rightarrow y = e^{ax} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(ax)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} a^k \frac{x^k}{k!}$$

$$\text{Η σχέση } P'(t) = P(t)Q, P(0) = I \Rightarrow P(t) = e^{at} = \sum_k Q^k \frac{t^k}{k!}$$

*Πρόταση.*

Για κάθε  $i$ , ο χρόνος παραμονής της διαδικασίας σε αυτή τη κατάσταση ακολουθεί την εκθετική κατανομή (εκτός αν η κατάσταση είναι απορροφητική). Επιπλέον οι χρόνοι παραμονής για τις διάφορες καταστάσεις είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές.

**Απόδειξη.**

Έστω  $T_i$  ο χρόνος παραμονής στην κατάσταση  $i$ . Τότε λόγω της Μαρκοβιανής ιδιότητας

$$P(T_i > s + t | T_i > s) = P(T_i > t), \forall s, t > 0 \Rightarrow T_i \sim E(\lambda_i)$$

$$\text{δηλαδή έχει πυκνότητα } f_{T_i}(t) = \lambda_i e^{-\lambda_i t}, t > 0, \lambda_i > 0$$

Είναι ανεξάρτητες επειδή τα χρονικά διαστήματα παραμονής είναι ξένα μεταξύ τους λόγω της Μαρκοβιανής ιδιότητας.

Ορίζουμε ως  $P_{ij}$  την πιθανότητα, όταν η διαδικασία αφήσει την κατάσταση  $i$  να μεταβεί στην κατάσταση  $j$ . Τότε  $P_{ii} = 0$ ,  $P_{ij} \geq 0$ ,  $\sum_j P_{ij} = 1$ .

*Ορισμός 14.* Η στάσιμη Μαρκοβιανή αλυσίδα σε διακριτό χρόνο με τον ίδιο χώρο καταστάσεων και πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης ενός βήματος λέγεται ένθετη ή εμφυτευμένη διαδικασία (ως προς την αρχική).

### 5.3 Χρόνος Στάσης

*Ορισμός.*

Μια ακολουθία  $\sigma$ -αλγεβρών  $F_i$  στο  $\Omega$  τέτοια ώστε  $F_i \subseteq F_{i+1} \subseteq F$  για κάθε  $i$  ονομάζεται φιλτράρισμα.

*Ορισμός.*

Έστω  $X_i$  μια ακολουθία τυχαίων μεταβλητών και  $F_i$  ένα φιλτράρισμα. Θα λέμε ότι η  $X_i$  είναι προσαρμοσμένη στην  $F_i$  όταν η  $X_i$  είναι  $F_i$  μετρήσιμη ή αλλιώς είναι τυχαία μεταβλητή στον χώρο πιθανότητας  $(\Omega, F_i, P)$ .

*Ορισμός.*

Μια τυχαία μεταβλητή  $r$  με τιμές στο  $\{1, 2, \dots\} \cup \{\infty\}$  ονομάζεται χρόνος στάσης ως προς το φιλτράρισμα  $F_n$  αν για κάθε  $n$ ,  $\{r = n\} \in F_n$ .

*Θεώρημα.*

Έστω  $r$  ένας χρόνος στάσης.

1. Αν η  $X_n$  είναι *martingale* τότε το ίδιο ισχύει και για την  $X_n^r$
2. Αν η  $X_n$  είναι *supermartingale* τότε το ίδιο ισχύει και για την  $X_n^r$
3. Αν η  $X_n$  είναι *submartingale* τότε το ίδιο ισχύει και για την  $X_n^r$

*Θεώρημα.*

Έστω  $X_n$  μια *martingale* και  $r$  ένας χρόνος στάσης. Έστω ότι ισχύουν τα παρακάτω

1.  $r < \infty$ , σχεδόν βέβαια
2.  $X_r \in L^1$
3.  $E(X_n I_{\{r > n\}}) \rightarrow 0$  καθώς  $n \rightarrow \infty$ .

Τότε  $E(X_r) = E(X_1)$ .

## 6 Κεφάλαιο

Η χρήση χρονικών περιορισμών για την ρύθμιση των δραστηριοτήτων των παραγωγικών μονάδων στον δυτικό κόσμο, ξεκινάει τουλάχιστον από την θέσπιση της Πράξης των Αγορών και Εμποροπανηγύρων στην Αγγλία το 1448 (*Fairs and Markets Act*). Όπως αναφέρουν οι *Kay* και *Morris* (1987), τα περισσότερα δυτικοευρωπαϊκά κράτη, περιορίζουν τον αριθμό των ωρών κατά τις οποίες τα εμπορικά καταστήματα παραμένουν ανοικτά. Στις Ηνωμένες Πολιτείες, πολλές κομητείες και πολιτείες θεσπίζουν ρυθμίσεις για τις εμπορικές δραστηριότητες με τη βοήθεια των λεγόμενων 'μπλε νόμων' (*blue laws*). Οι *Weninger* και *Strand* (1998), *Batabyal* και *Beladi* (2002), καθώς και άλλοι, αναφέρουν ότι η παραγωγή που σχετίζεται με την χρήση θορυβοδών μηχανημάτων τυπικά απαγορεύτηκε κατά τις κανονικές ώρες εργασίας. Επιπλέον σύμφωνα με τον *Krueger* (1996), υπάρχουν εργασιακοί νόμοι που εμποδίζουν τα παιδιά που βρίσκονται κάτω από μια συγκεκριμένη ηλικία να χρησιμοποιούν τις εργατοώρες τους συμμετέχοντας στα περισσότερα είδη μη αγροτικών παραγωγικών διαδικασιών.

Αυτά τα παραδείγματα υποδεικνύουν το γεγονός ότι οι χρήσεις χρονικών περιορισμών για ρυθμιστικούς σκοπούς είναι εκτενής στην σύγχρονη κοινωνία. Αυτό είναι ιδιαίτερα αληθές στον τομέα της διαχείρισης φυσικών πόρων. Οι *Weninger* και *Strand* (1998) καθώς και οι *Xu* και *Batabyal* (2002), παρατηρούν ότι για τα περισσότερα είδη κυνηγιού, οι κυνηγοί (που είτε κυνηγούν από σπορ είτε για εμπορικούς σκοπούς) υπόκεινται σε εποχιακούς περιορισμούς. Ακόμη, τέτοιου είδους κυνηγοί γενικά υποχρεούνται να κυνηγούν με το φως της ημέρας. Επιπλέον, πρακτικά σε κάθε πολιτεία των ΗΠΑ οι εποχές ψαρέματος, ως άθλημα, υπάρχουν για ένα πλήθος ειδών ψαριών. Η εμπορική αλιεία σε Καναδά, ΗΠΑ και δυτική Ευρώπη υπόκειται σε μια πληθώρα χρονικών περιορισμών.

Παρά το γεγονός ότι έχουν δημιουργηθεί και συχνά χρησιμοποιούνται χρονικοί περιορισμοί στην διαχείριση φυσικών πόρων, οι ερευνητές έχουν καταγράψει ξεκάθαρα τις στρεβλωτικές συνέπειες αυτών των περιορισμών. Για παράδειγμα ο *Karpoff* (1985) αναφέρει, ότι τα μεγαλύτερα αλιευτικά κύτη είναι πιο ζημιογόνα καθώς η εποχή αλιείας συρρικνώνεται. Οι *Matulich et al.* (1996) αναφέρουν ότι οι χρονικοί περιορισμοί οδηγούν ένα ιχθυοτροφείο σε αναποτελεσματική συγκομιδή. Τουλάχιστον όσο αφορά τα ιχθυοτροφεία, οι ερευνητές συμφωνούν ότι οι χρονικοί περιορισμοί μεταφέρουν τα πλεονεκτήματα διανομής στους κυρίαρχους αλιείς σε βάρος των περισσότερο αποδοτικών ανταγωνιστών τους.

Παρόλο που οι αναποτελεσματικότητες που σχετίζονται με τους χρονικούς περιορισμούς έχουν αναγνωριστεί από τους ερευνητές, δε μπορούμε να πούμε το ίδιο για την αρνητική επίδραση που πιθανόν να έχουν οι χρονικοί περιορισμοί στο απόθεμα ενός πόρου που αναζητείται, και που πρέπει να διαχειριστεί υπό αυτούς τους περιορισμούς. Η παρούσα πτυχιακή εργασία έχει δύο στόχους. Πρώτον, θα δείξουμε πως όταν υπάρχει αβεβαιότητα για την εξέλιξη του αποθέματος ενός πόρου, οι χρονικοί περιορισμοί μπορεί να οδηγήσουν



στην κατάρρευση αυτού του πόρου. Μαθηματικά αυτό σημαίνει ότι η πιθανότητα το απόθεμα του πόρου να καταλήξει σε μια ανεπιθύμητη κατάσταση, για παράδειγμα σε κατάσταση κατάρρευσης, είναι θετική. Δεδομένου αυτού του ευρήματος, αναλύουμε έπειτα μια προσέγγιση στην διαχείριση φυσικών πόρων κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας, όπου οι χρονικοί περιορισμοί χρησιμοποιούνται για να μεγιστοποιήσουν την πιθανότητα το απόθεμα του πόρου να παραμένει πάντα πάνω από ένα ελάχιστο αποδεκτό επίπεδο.

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η παρακάτω: αρχικά παρουσιάζεται ένα στοχαστικό μοντέλο ενός πόρου όπου επίσημα αποδεικνύεται το αποτέλεσμα σχετικά με την κατάρρευση του πόρου. Έπειτα περιγράφεται ένα μοντέλο διαχείρισης φυσικών πόρων υπό συνθήκες αβεβαιότητας, όπου οι χρονικοί περιορισμοί χρησιμοποιούνται για να μεγιστοποιήσουν την πιθανότητα το απόθεμα του πόρου που μελετάται, να μην πέφτει ποτέ κάτω από ένα ελάχιστο αποδεκτό επίπεδο. Τέλος, δίνονται τα συμπεράσματα και κάποιες προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

## 6.1 Χρονικοί Περιορισμοί για Στοχαστικούς Πόρους

### 6.1.1 Εισαγωγή στις Ημι-Μαρκοβιανές Διαδικασίες

Θεωρούμε μια ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία  $\{z(t) : t \geq 0\}$ , η οποία αποτελείται από δύο συνιστώσες  $\{z(1t), z(2t)\}$ . Υποθέτουμε ότι οι ιδιότητες αυτής της διαδικασίας μπορούν να περιγραφούν με την παράμετρο  $\epsilon$ . Ακόμη, υποθέτουμε ότι η συνιστώσα  $z(1t)$  υφίσταται αργές μεταβάσεις και ότι η συνιστώσα  $z(2t)$  υφίσταται γρήγορες και αιφνίδιες αλλαγές κατάστασης. Ας θεωρήσουμε ότι το  $z(m) = \{z(1m), z(2m)\}$  υποδηλώνει την κατάσταση του  $z(t)$  μετά την  $m$ -οστή μετάβαση. Τότε είναι γνωστό ότι η ακολουθία  $\{z(m) : m \geq 0\}$ , είναι η Μαρκοβιανή αλυσίδα που εμπεριέχεται στην ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία  $\{z(t) : t \geq 0\}$ .

Τώρα πρέπει να ορίσουμε τις πιθανότητες μετάβασης αυτής της ενσωματωμένης Μαρκοβιανής αλυσίδας. Για αυτό το σκοπό, έστω  $z(m) = (i, j)$ . Έπειτα, μπορούμε να πούμε ότι  $z(m+1) = (i, k)$  έχει πιθανότητα  $\{1 - \epsilon d(i, j)\} b(i, j, k)$ , όπου  $d(i, j) \geq 0$  και  $b(i, j, k)$  είναι η πιθανότητα της συνάρτησης κατανομής για οποιοδήποτε σταθερό  $(i, j)$ . Αυτό σημαίνει ότι  $b(i, j, k) \geq 0$  και  $\sum_{\forall k} b(i, j, k) = 1$ .

Ομοίως, από το σημείο αναφοράς  $z(m) = (i, j)$ , έχουμε ότι  $z(m+1) = (i^*, k)$  με πιθανότητα  $\epsilon d(i, j) h(i, j, i^*, k)$  όπου  $h(i, j, i^*, k)$  είναι επίσης πιθανότητα της συνάρτησης κατανομής με  $h(i, j, i^*, k) \geq 0$  και  $\sum_{\forall i^*, k} h(i, j, i^*, k) = 1$ .

Περιγραφικά, με πιθανότητα  $\{1 - \epsilon d(i, j)\}$ , κάθε μετάβαση της ημι-Μαρκοβιανής διαδικασίας  $\{z(t) : t \geq 0\}$  περιλαμβάνει μόνο τη δεύτερη συνιστώσα, και με πιθανότητα  $\epsilon d(i, j)$  η μετάβαση περιλαμβάνει και τις δύο συνιστώσες της διαδικασίας. Αμέσως παρακάτω, θα συζητήσουμε τα χαρακτηριστικά των φυσικών πόρων, που είναι και το ζητούμενο αυτής της εργασίας.

### 6.1.2 Στοχαστικοί Πόροι

Θεωρούμε ένα στοχαστικό πόρο, του οποίου το απόθεμα μπορεί να πάρει μόνο ένα πεπερασμένο αριθμό τιμών  $(0, 1, 2, \dots, S)$ . Καθεμιά από αυτές τις τιμές, αντιπροσωπεύει μια συγκεκριμένη κατάσταση του πόρου. Σημειώνουμε ότι η κατάσταση αποτελεί την εντολοδόχο για την αφθονία του αποθέματος του πόρου. Με άλλα λόγια, αν ο πόρος είναι ένα ιχθυοτροφείο σολωμού, τότε η κατάσταση ή το επίπεδο αποθέματος αντιπροσωπεύει την ποσότητα του σολωμού που μπορεί να αλιευθεί. Ομοίως, αν ο πόρος είναι μια περιοχή κυνηγιού ελαφιών, τότε η κατάστασή του ή το επίπεδο αποθέματος αντιπροσωπεύει τον αριθμό των ελαφιών που επιτρέπεται να θηρευτούν.

Η θεωρία των ημι-Μαρκοβιανών διαδικασιών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μοντελοποιήσουμε αυτόν τον πόρο με μια πληθώρα τρόπων. Προχωρούμε όπως οι *Gnedenko* και *Kovalenko* (1989) και οι *Kovalenko et al.* (1997). Αρχικά ως κατηγοριοποιήσουμε τις  $S + 1$  καταστάσεις του πόρου έτσι ώστε το 0 να είναι η κατάσταση του μέγιστου αποθέματος και  $S$  να είναι η κατάσταση του ελάχιστου αποθέματος. Κάπου ανάμεσα στο 0 και το  $S$ , βρίσκεται η κατάσταση  $n$ . Αυτή η κατάσταση αντιστοιχεί στο επίπεδο του αποθέματος του πόρου, που είναι συνεπής με την συνολικά επιτρεπόμενη συλλογή του υπό συζήτηση πόρου, σολωμού ή ελαφιού. Κάτω από ένα σύστημα χρονικών περιορισμών, αν το απόθεμα του πόρου περιέλθει ποτέ στην κατάσταση  $S$ , τότε θα πούμε ότι ο πόρος έχει καταρρεύσει.

Αναφορικά με τα προαναφερθέντα παραδείγματα για το ψάρεμα σολωμού και το κυνήγι ελαφιού,  $S$  είναι η κατάσταση κατά την οποία οι πληθυσμοί σολωμού και ελαφιού, είτε έχουν εκλείψει πραγματικά, είτε θεωρούμε ότι πρακτικά έχουν εξαφανιστεί λόγω ότι ο πληθυσμός τους έχει πέσει κάτω από το λεγόμενο ελάχιστο βιώσιμο επίπεδο πληθυσμού, όπως το έχει ορίσει ο *Clark* (1990). Από κάποια οπτική, η κατάρρευση ενός πόρου σημαίνει για την κοινωνία ότι πλέον δεν θα ωφελείται από την ροή των υπηρεσιών που προσφέρει ο συγκεκριμένος πόρος.

Με την απουσία των χρονικών περιορισμών, ως αποτέλεσμα διάφορων φυσικών παραγόντων (*El Nino*, πυρκαγιές) και την συνέχιση των οικονομικών δραστηριοτήτων (ψάρεμα, κυνήγι), ο πόρος μας μετακινείται από την κατάσταση 0 στην κατάσταση 1, από την 1 στην 2, και τελικά από την κατάσταση  $S - 1$  στην κατάσταση  $S$  με μεταβάσεις  $\alpha_0, \alpha_1$  και  $\alpha_{S-1}$ . Αυτές οι μεταβάσεις πραγματοποιούνται σύμφωνα με μια Μαρκοβιανή διαδικασία.

Η συγκεκριμένη φύση των χρονικών περιορισμών (για παράδειγμα, έλεγχος της διάρκειας περιόδου κυνηγιού/ψαρέματος) έχει ως εξής: Σε χρονικά διαστήματα διάρκειας  $\tau$ , ο διαχειριστής του πόρου προσδιορίζει την κατάσταση (επίπεδο αποθέματος) του πόρου. Αν ο πόρος είναι σε μια από τις καταστάσεις  $0, 1, 2, \dots, n$ , τότε το συνολικό επιτρεπτό όριο συλλογής δεν έχει ξεπεραστεί. Κατά συνέπεια, σε αυτή την περίπτωση, ο διαχειριστής δεν επιβάλλει καθόλου χρονικούς περιορισμούς (κλείσιμο εποχής). Θα αναφερόμαστε στις καταστάσεις  $0, \dots, n$  ως το αποδεκτό σύνολο καταστάσεων. Όμως αν ο διαχειριστής

αποφασίζει ότι ο πόρος είναι σε κάποια από τις καταστάσεις  $n + 1, n + 2, \dots, S - 1$ , τότε αμέσως επιβάλλει κάποιο χρονικό περιορισμό. Ο περιορισμός αυτός αποτελεσματικά τερματίζει την περίοδο κηρυγίου/ψαρέματος, και τελικά επαναφέρει τον πόρο στην κατάσταση 0, την κατάσταση του μέγιστου αποθέματος αφθονίας. Έστω ότι οι καταστάσεις  $n + 1, n + 2, \dots, S - 1$ , αποτελούν το μη αποδεκτό σύνολο καταστάσεων. Είναι αντιληπτό ότι η κατάσταση  $S$ , δηλαδή η κατάσταση κατάρρευσης του πόρου, είναι επίσης μη αποδεκτή κατάσταση.

Σημειώνουμε ότι, η διάρκεια του χρονικού περιορισμού (η χρονική διάρκεια κατά την οποία η εποχή χρήσης του πόρου είναι κλειστή) είναι μια τυχαία μεταβλητή. Αυτό συμβαίνει διότι η διάρκεια του χρονικού περιορισμού είναι μια συνάρτηση της κατάστασης του πόρου, τη χρονική στιγμή του καθορισμού αποθέματος από τον διαχειριστή.

Για να γίνει το παραπάνω αντιληπτό, θεωρούμε τις καταστάσεις  $n + 1$  και  $n + 2$  του πόρου μας. Συγκριτικά με την κατάσταση  $n + 1$ , το απόθεμα είναι μικρότερο στην κατάσταση  $n + 2$ . Κατά συνέπεια, η χρονική διάρκεια κατά την οποία η εποχή χρήσης του πόρου είναι κλειστή όταν η κατάσταση του πόρου είναι η  $n + 2$ , κρατώντας τα υπόλοιπα στοιχεία αμετάβλητα, θα είναι μεγαλύτερη σε διάρκεια από την αντίστοιχη διάρκεια όταν η κατάσταση του πόρου είναι η  $n + 1$ .

Έστω τώρα ότι η μέση χρονική διάρκεια της εποχής κλεισίματος είναι  $\tau_k$  όταν ο διαχειριστής καθορίζει ότι ο πόρος βρίσκεται στην κατάσταση  $k$ . Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, κάτω από αυτό το σύστημα χρονικών περιορισμών, αν ο πόρος βρεθεί ποτέ στην κατάσταση  $S$ , τότε έχει καταρρεύσει. Το έργο μας τώρα είναι να υπολογίσουμε την πιθανότητα, αυτός ο πόρος να καταρρεύσει σε κάποιο δεδομένο χρονικό διάστημα  $(0, t)$ . Υποθέτουμε ότι τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , ο πόρος βρίσκεται στην κατάσταση 0.

### 6.1.3 Πιθανότητα Κατάρρευσης Πόρων

Έστω  $Prob(t)$ , η πιθανότητα κατάρρευσης μέσα στο χρονικό διάστημα  $(0, t)$ . Αρχικά, πρέπει να υπολογίσουμε την πιθανότητα μετάβασης μιας κατάστασης, από το αποδεκτό σύνολο καταστάσεων στο μη αποδεκτό σύνολο καταστάσεων, στην χρονική περίοδο ανάμεσα στις διαχειριστικές αποφάσεις για το απόθεμα του πόρου. Πιο συγκεκριμένα, θέλουμε να υπολογίσουμε τις πιθανότητες  $p_{ik} = p_{ik}(t)$ ,  $i \in [0, n]$ ,  $k \in [i, S]$ . Χρησιμοποιώντας τις Μαρκοβιανές υποθέσεις, επαναλαμβανόμενη ολοκλήρωση και την αντικατάσταση  $t = \tau$ , παίρνουμε

$$p_{ii}(t) = \exp \{-\alpha_i t\}, \quad (1)$$

και

$$p_{ik}(t) = \alpha_{k-1} \int_0^t p_{i,k-1}(y) \exp \{-\alpha_k(t-y)\} dy, \quad k \geq i+1. \quad (2)$$

Αν θέσουμε  $\epsilon = 1$ , και  $d_i = p_{iS}$  για  $i \in [0, S-1]$ , τότε μπορούμε να θεωρήσουμε το  $d_i$  ως την πιθανότητα κατάρρευσης του πόρου στην κατάσταση  $i$  στην αρχή του χρονικού διαστήματος ανάμεσα στις διαχειριστικές αποφάσεις για το απόθεμα του πόρου. Για την ώρα, έστω ότι απορρίπτουμε την πιθανότητα ότι ο πόρος θα καταρρεύσει. Τότε η συμπεριφορά αυτού του πόρου κυριαρχείται -Gnedenko και Kouvalenko, (1989)- από μια ενσωματωμένη Μαρκοβιανή αλυσίδα με καταστάσεις  $0, \dots, n$ . Σε μια ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία, μπορούμε να εντοπίσουμε μια Μαρκοβιανή αλυσίδα διακριτού χρόνου, για συγκεκριμένα χρονικά σημεία. Αυτή η Μαρκοβιανή αλυσίδα διακριτού χρόνου αποτελεί την εν λόγω ενσωματωμένη αλυσίδα στην ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία. Υποθέτουμε ότι αυτή η αλυσίδα είναι επαναλαμβανόμενη (*recurrent*). Έστω ότι ο πίνακας των πιθανοτήτων μετάβασης της αλυσίδας είναι ο  $Q = [q_{ik}]$ . Τα στοιχεία του πίνακα  $Q$  δίνονται ως

$$q_{ik} = \frac{1}{1-d_i} p_{ik}, \quad i \in [0, n], \quad k \in [i, n], \quad (3)$$

$$q_{i0} = \frac{1}{1-d_i} (p_{i,n-1} + \dots + p_{i,S-1}), \quad i \geq 1, \quad (4)$$

$$q_{00} = \frac{1}{1-d_0} (p_{00} + \dots + p_{0,S-1}), \quad (5)$$

και

$$q_{ik} = 0, \quad k \in [1, n]. \quad (6)$$

Έχοντας αποκτήσει τις πιθανότητες μετάβασης, τώρα πρέπει να υπολογίσουμε τις οριακές πιθανότητες  $\pi_k$  της Μαρκοβιανής αλυσίδας. Όπως αναφέρουν οι Gnedenko και Kouvalenko(1989), αυτές οι οριακές πιθανότητες αποτελούν τις λύσεις των δύο παρακάτω σχέσεων

$$\pi_k = \sum_{\forall i} \pi_i q_{ik}, \quad k \in [0, n], \quad (7)$$

και

$$\pi_0 + \dots + \pi_n = 1. \quad (8)$$

Θα χρησιμοποιήσουμε τις οριακές πιθανότητες για να υπολογίσουμε την κατάλληλη ένταση της οριακής μετάβασης. Παίρνουμε

$$\frac{\sum_{i=0}^n \pi_i d_i}{\sum_{i=0}^n \frac{\pi_i}{1-d_i} \left\{ \sum_{k=n+1}^S p_{ik} \tau_k \right\} + \tau}. \quad (9)$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (9), μπορούμε τώρα να γράψουμε την έκφραση για την πιθανότητα κατάρρευσης ενός πόρου μέσα στο χρονικό διάστημα  $(0, t)$ . Η έκφραση αυτή είναι

$$Prob(t) = 1 - \exp \left[ - \left\{ \frac{\sum_{i=0}^n \pi_i d_i}{\sum_{i=0}^n \frac{\pi_i}{1-d_i} \left\{ \sum_{k=n+1}^S p_{ik} \tau_k \right\} + \tau} \right\} \cdot t \right]. \quad (10)$$

Αυτό που είναι απαραίτητο να καθορισθεί, είναι αν είναι δυνατό η παραπάνω πιθανότητα να είναι είναι θετική. Επιθεωρώντας την εξίσωση (10), καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι

$$Prob(t) > 0 \Leftrightarrow t > 0 \quad (11)$$

δηλαδή μόλις δείξαμε ότι

**ΘΕΩΡΗΜΑ:** Όταν υπάρχει αβεβαιότητα σχετικά με την εξέλιξη του αποθέματος του πόρου, οι χρονικοί περιορισμοί οδηγούν στην κατάρρευση του πόρου με θετική πιθανότητα.

#### 6.1.4 Ανάλυση

Από όσα γνωρίζουμε μέχρι στιγμής, το παραπάνω θεώρημα περιέχει νέα αποτελέσματα όσο αφορά την υπάρχουσα βιβλιογραφία πάνω στην διαχείριση φυσικών πόρων. Επιπλέον, να σημειωθεί ότι το παραπάνω αποτέλεσμα δεν είναι αυμπτωτικό. Πιο συγκεκριμένα, το αποτέλεσμα του θεωρήματος μας δείχνει ότι η πιθανότητα κατάρρευσης είναι θετική, για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα  $(0, t)$ , όπου το  $t$  είναι θετικό και πεπερασμένο. Η ανισότητα της σχέσης (11) σε συνδυασμό με το θεώρημα, υποδηλώνουν ότι το αποτέλεσμα που θα προκύψει για αυτή τη θετική πιθανότητα κατάρρευσης του πόρου εξαρτάται από το μήκος του υπό ανάλυση διαστήματος  $(0, t)$ .

Ο αναγνώστης οφείλει να παρατηρήσει ότι στην ανίσωση (11) δεν υπάρχει άνω φράγμα για το  $t$ . Αυτό σημαίνει ότι όσο το μήκος του υπό ανάλυση διαστήματος μεγαλώνει, η πιθανότητα κατάρρευσης του πόρου αυξάνεται. Πράγματι, οι σχέσεις (10) και (11) σε συνδυασμό υποδηλώνουν ότι καθώς το  $t$  τείνει οριακά στο άπειρο, η κατάρρευση του πόρου θα συμβαίνει με πιθανότητα 1.

Δείξαμε λοιπόν ότι οι χρονικοί περιορισμοί ενδέχεται να οδηγήσουν σε κατάρρευση του πόρου που θέλουμε να προστατέψουμε. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, είναι γνωστό ότι οι χρονικοί περιορισμοί έχουν ως αποτέλεσμα ένα πλήθος οικονομικών δυσχερειών. Παρόλα αυτά όμως, είναι μάλλον απίθανο οι διαχειριστές πόρων να αποφύγουν τέτοιους περιορισμούς στο άμεσο μέλλον. Κατά τον *Karpoff* (1987), σχετικά με την αλιεία και τα ιχθυοτροφεία, οι χρονικοί περιορισμοί αποτελούν πολιτικό μέσο για την αναδιανομή του πλούτου μεταξύ των ιχθυοπαραγωγών. Στο ίδιο πνεύμα, οι *Weninger* και *Strand* (1998), αναφέρουν ότι παρά το γεγονός ότι έχουν γίνει κάποιες κινήσεις προς την κατεύθυνση των ατομικών μεταβιβάσιμων ποσοτώσεων (*individual transferable quotas or ITQs*) στα ιχθυοτροφεία των ΗΠΑ, το Κογκρέσο έχει διατάξει να μην υιοθετηθεί η πρακτική των *ITQs*, τουλάχιστον όχι πριν γίνει ενδελεχής εκτίμηση των θετικών και αρνητικών στην εισαγωγή έναντι του καθεστώτος της χρονικά περιοριζόμενης διαχείρισης.

Δεδομένης της κατάστασης και του αποτελέσματος που προκύπτει από το θεώρημα, καταλήγουμε στο εξής ερώτημα: Υποθέτουμε ότι ο στόχος του διαχειριστή είναι να μεγιστοποιήσει την πιθανότητα ότι ο πόρος δεν θα καταρρεύσει. Πώς θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει τους χρονικούς περιορισμούς ώστε να επιτύχει τη βέλτιστη διαχείριση του πόρου αυτού; Μια απάντηση θα μπορούσε να είναι η εξής. Ο διαχειριστής θα μπορούσε να επιβάλλει ένα μόνιμο χρονικό περιορισμό. Αυτό σημαίνει ότι η εξέλιξη του αποθέματος του πόρου θα είναι μια συνάρτηση μόνο των φυσικών παραγόντων. Παρόλα αυτά, αυτός δεν είναι ιδιαίτερα πρακτικός τρόπος διαχείρισης ενός πόρου, γιατί η επιβολή ενός μόνιμου χρονικού περιορισμού σημαίνει ότι ο πόρος δεν χρησιμοποιείται ποτέ. Καθώς η διαχείριση πόρων έχει να κάνει με την ρύθμιση των επιπέδων χρήσης, αν ένας πόρος δεν χρησιμοποιείται ποτέ, τότε το ζήτημα της διαχείρισης ενός τέτοιου πόρου δεν υφίσταται.

Η χρήση τέτοιου είδους αντικειμενικής πιθανοσυνάρτησης δεν είναι καθιερωμένη στα οικονομικά. Συνεπώς, δίνουμε μια σύντομη επεξήγηση της λογικής που περιγράψαμε, δηλαδή της μεγιστοποίησης μιας πιθανότητας. Όπως έχουν αναφέρει οι *Perrings* (1998), *Batabyal* (1999), και άλλοι, επειδή πόροι όπως τα ιχθυοτροφεία, τα δάση και οι καλλιεργήσιμες εκτάσεις έχουν από κοινού προκαθοριστεί, η συνετή διαχείριση πόρων συνεπάγεται να δίνεται η απαραίτητη προσοχή τόσο σε οικονομικούς όσο και σε οικολογικούς παράγοντες που επηρεάζουν τη "συμπεριφορά" τέτοιων πόρων.

Η ανθεκτικότητα ενός πόρου είναι ένας αποτελεσματικός δείκτης της ευημερίας του πόρου. Με άλλα λόγια, σύμφωνα με τους *Holling et al.*(1995), η ανθεκτικότητα ορίζεται ως το ποσοστό των διαταράξεων που μπορεί να απορροφήσει ένας πόρος προτού προκύψει κάποια αλλαγή στην δομή του ή στο σύστημα ελέγχου. Μαθηματικά, η ανθεκτικότητα μπορεί να θεωρηθεί ως μια πιθανότητα (βλέπε *Krebs* (1985), *Perrings*(1998), και *Batabyal* (1999) ). Αν θεωρήσουμε την κατάσταση κατάρρευσης ενός πόρου ως μια μη επιθυμητή κατάσταση, τότε μεγιστοποιώντας την πιθανότητα μη κατάρρευσης ενός πόρου, είναι σαν να μεγιστοποιούμε την ανθεκτικότητα των επιθυμητών καταστάσεων του πόρου. Αυτός είναι ο λόγος που χρησιμοποιούμε μια πιθανότητα για να περιγράψουμε την αντικειμενική συνάρτηση του διαχειριστή πόρων.

## 6.2 Βέλτιση Διαχείριση Πόρων με Χρονικούς Περιορισμούς

### 6.2.1 Εισαγωγικές Έννοιες

Υποθέτουμε ότι με την ύπαρξη οικονομικών δραστηριοτήτων όπως είναι η αλιεία και το κυνήγι, καθώς και με την απουσία διαχείρισης με βάση τον χρόνο, το μη αποδεκτά χαμηλό και σταθερό απόθεμα του υπό συζήτηση πόρου είναι  $S_u$  (σε αυτή την ενότητα, θεωρούμε ότι όλες οι σχετικές μεταβλητές είναι συνεχείς, έτσι ώστε να μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις και ανάλυση). Ο διαχειριστής του πόρου θέλει να αυξήσει το επίπεδο του αποθέματος του πόρου σε  $S_u + \gamma T$ , ελέγχοντας τη χρονική διάρκεια  $T$ , κατά την οποία η εποχή χρήσης του πόρου είναι κλειστή και  $\gamma > 0$  είναι μια παράμετρος. Ο τρόπος που προσεγγίζουμε αυτό το πρόβλημα διαχείρισης πόρων, σχετίζεται με την βιβλιογραφία σχετικά με την αύξηση του πληθυσμού των ψαριών (βλέπε *Foerster* και *Ricker*(1941), *Mangel*(1985) και *Larkin* (1988) ).

Όπως συζητήθηκε παραπάνω, η χρήση χρονικών περιορισμών έχει αρνητικές συνέπειες στην κοινωνία. Επομένως, ως θεωρήσουμε το οικονομικό κόστος του κλεισίματος της εποχής χρήσης του πόρου σαν μια συνάρτηση κόστους  $c(T)$ , όπου  $c'(T) > 0$  και  $c''(T) > 0$ . Ακόμη, ορίζουμε την απόκλιση του αποθέματος του πόρου από τη σταθερή κατάσταση αποθέματος  $S_u$ , ως  $V(t) = \{S_t - S_u - \gamma T\}$ , όπου  $T$ , είναι η χρονική διάρκεια κατά την οποία η εποχή χρήσης του πόρου είναι κλειστή.

Για να αποδώσουμε την στοχαστική φύση του αποθέματος πόρου, θα μοντελοποιήσουμε την εξέλιξη της απόκλισης  $V(t)$  με μια στοχαστική διαφορική εξίσωση (ως  $V$  ορίζουμε την τυχαία μεταβλητή, ενώ σαν  $v$  εννοούμε μια πραγματοποίηση της τυχαίας μεταβλητής  $V$ ). Πιο συγκεκριμένα, περιμένουμε οι αποκλίσεις  $V(t)$ , να επιδείξουν έναν ορισμένο βαθμό επαναφοράς της μέσης τιμής μέσα στον χρόνο. Συνεπώς υποθέτουμε ότι η εξέλιξη της  $V(t)$ , μπορεί να περιγραφεί ικανοποιητικά από την *Ornstein–Uhlenbeck* διαδικασία (βλέπε *Taylor και Karlin*(1998), για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την *Ornstein – Uhlenbeck* διαδικασία). Αυτό σημαίνει ότι η  $V(t)$  ικανοποιεί τη γραμμική στοχαστική διαφορική εξίσωση

$$dV = -\eta V dt + \sigma dW, \quad (12)$$

όπου  $\eta$  είναι η ταχύτητα επαναφοράς,  $\sigma$  είναι η παράμετρος διακύμανσης, και  $dW$  είναι η επαυξημένη τυπική διαδικασία *Wiener*. Μας ενδιαφέρει η σταθερή συμπεριφορά της απόκλισης του αποθέματος πόρου από τη σταθερή κατάσταση του επιπέδου  $S_u$ . Από *Karlin και Taylor* (1981), προκύπτει ότι για την σταθερή κατάσταση η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του  $V(\cdot)$  είναι

$$f_\infty(v) = \sqrt{\frac{\eta}{\pi \sigma^2}} \exp\left(-\frac{\eta v^2}{\sigma^2}\right). \quad (13)$$

Υποθέτουμε ότι ο διαχειριστής έχει αναγνωρίσει ως το ελάχιστο αποδεκτό επίπεδο αποθέματος του πόρου ως το επίπεδο αποθέματος  $S_m$ . Αυτό μπορεί να είναι το επίπεδο αποθέματος  $S$  που αναφέραμε παραπάνω, ή οποιοδήποτε άλλο επίπεδο αποθέματος. Το έργο του διαχειριστή είναι να υπολογίσει την πιθανότητα ότι το απόθεμα πόρου θα πέσει στην πραγματικότητα κάτω από  $S_m$ , όταν η χρονική διάρκεια κατά την οποία η εποχή που η χρήση του αποθέματος είναι κλειστή, είναι  $T$ .

### 6.2.2 Το Πρόβλημα Βελτιστοποίησης

Για να υπολογίσουμε την παραπάνω πιθανότητα, θέτουμε

$$Prob\{\text{στάσιμο απόθεμα πόρου} \in (s, s + ds)\} = f(s) ds$$

και η πιθανότητα αυτή είναι ίση με την πιθανότητα

$$Prob\{\text{στάσιμη τιμή απόκλισης} \in (s - S_u - \gamma T, s - S_u - \gamma T + ds)\}. \quad (14)$$



Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (13), η πιθανότητα της εξίσωσης (14) μπορεί να απλοποιηθεί. Έτσι έχουμε

$$f(s) = \sqrt{\frac{\eta}{\pi \sigma^2}} \exp \left\{ \left( -\frac{\eta}{\sigma^2} \right) (s - S_u - \gamma T)^2 \right\}. \quad (15)$$

Τώρα μπορούμε να δηλώσουμε τον στόχο του διαχειριστή. Έστω ότι ο συγκεκριμένος διαχειριστής επιλέγει  $T$ , ως τη χρονική διάρκεια κατά την οποία η εποχή χρήσης πόρων είναι κλειστή, έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει την πιθανότητα το απόθεμα του πόρου να είναι πάνω από  $S_m$  και με κόστος  $c(T)$ . Ουσιαστικά, ο διαχειριστής λύνει το παρακάτω πρόβλημα μεγιστοποίησης

$$\max_T \int_{S_m}^{\infty} \left[ \sqrt{\frac{\eta}{\pi \sigma^2}} \exp \left\{ \left( -\frac{\eta}{\sigma^2} \right) (s - S_u - \gamma T)^2 \right\} \right] ds - c(T). \quad (16)$$

Να σημειώσουμε ότι η εξίσωση (16) περιγράφει μια οικολογική-οικονομική αντικειμενική συνάρτηση, όπου:

- Οικολογικό στοιχείο της συνάρτησης:  $\int_{S_m}^{\infty} \left[ \sqrt{\frac{\eta}{\pi \sigma^2}} \exp \left\{ \left( -\frac{\eta}{\sigma^2} \right) (s - S_u - \gamma T)^2 \right\} \right] ds$
- Οικονομικό στοιχείο της συνάρτησης:  $c(T)$ .

Αν θέσουμε το πρόβλημα λίγο διαφορετικά, ο διαχειριστής επιλέγει το  $T$ , για να μεγιστοποιήσει την ανθεκτικότητα των επιθυμητών καταστάσεων του πόρου (οικολογικό κριτήριο), με οικονομικό κόστος  $c(T)$ . Κάνοντας την αντικατάσταση

$$k = s - S_u - \gamma T,$$

το πρόβλημα βελτιστοποίησης του διαχειριστή μπορεί να γραφεί ως

$$\max_T \int_{S_m - S_u - \gamma T}^{\infty} \left[ \sqrt{\frac{\eta}{\pi \sigma^2}} \exp \left\{ \left( -\frac{\eta k^2}{\sigma^2} \right) \right\} \right] dk - c(T). \quad (17)$$

Η πρώτης τάξης αναγκαία συνθήκη για το πρόβλημα είναι

$$\gamma \left[ \sqrt{\frac{\eta}{\pi \sigma^2}} \exp \left\{ \left( -\frac{\eta}{\sigma^2} \right) (S_m - S_u - \gamma T)^2 \right\} \right] = c'(T), \quad (18)$$

και η δεύτερης τάξης επαρκής συνθήκη είναι

$$\sqrt{\frac{\eta}{\pi \sigma^2}} \exp \left\{ \left( -\frac{\eta}{\sigma^2} \right) (S_m - S_u - \gamma T)^2 \right\} \left\{ \left( \frac{2\gamma^2 \eta}{\sigma^2} \right) (S_m - S_u - \gamma T) \right\} - c''(T) \leq 0. \quad (19)$$

Η εξίσωση (18) μας υποδεικνύει ότι η βελτιστοποίηση απαιτεί από τον διαχειριστή να επιλέξει τον χρονικό περιορισμό (χρονική διάρκεια κατά την οποία η εποχή χρήσης των πόρων είναι κλειστή) έτσι ώστε το οριακό οικονομικό κόστος για την κοινωνία σε αυτή τη περίοδο περιορισμού (δεξί μέλος της εξίσωσης (18)) να ισούται με την οριακή αύξηση της πιθανότητας ότι το απόθεμα των πόρων θα είναι πάνω από το ελάχιστο αποδεκτό επίπεδο  $S_m$  (αριστερό μέλος της εξίσωσης (18)). Γενικά, η μη γραμμική εξίσωση (18) δεν μπορεί αν λυθεί μονοσήμαντα για το  $T$ . Παρόλα αυτά, για συγκεκριμένες συναρτήσεις κόστους  $c(T)$ , η εξίσωση (18) λύνεται μονοσήμαντα. Παρακάτω παρουσιάζουμε μια τέτοια περίπτωση.

### 6.2.3 Εφαρμογή

Υποθέτουμε ότι η συνάρτηση κόστους είναι εκθετική, δηλαδή  $c(T) = \exp(T)$ . Αντικαθιστώντας  $c'(T) = \exp(T)$  στην εξίσωση (18) και κάνοντας τις απαραίτητες απλοποιήσεις, παίρνουμε την έκφραση

$$\gamma \sqrt{\frac{\eta}{\pi \sigma^2}} \exp \left\{ \left( \frac{2\eta S_u S_m - \eta S_m^2 - \eta S_u^2}{\sigma^2} \right) + \left( \frac{2\gamma \eta S_m T - \gamma^2 \eta T^2 - 2\gamma \eta S_u T}{\sigma^2} \right) \right\} = \exp(T). \quad (20)$$

Αν πάρουμε τον φυσικό λογάριθμο και στα δύο μέλη της εξίσωσης (20) και κάνοντας απλοποιήσεις η έκφραση που προκύπτει, είναι μια τετραγωνική εξίσωση του  $T$ . Αυτή η εξίσωση είναι η

$$\left[ \frac{\gamma^2 \eta}{\sigma^2} \right] T^2 + \left[ \frac{2\gamma \eta S_u + \sigma^2 - 2\gamma \eta S_m}{\sigma^2} \right] T + \left[ \left\{ \frac{\eta S_m^2 + \eta S_u^2 - 2\eta S_u S_m}{\sigma^2} - \log \left( \gamma \sqrt{\frac{\eta}{\pi}} \right) \right\} \right] = 0 \quad (21)$$

Δηλώνουμε με  $A$  τον συντελεστή του  $T^2$ , με  $B$  τον συντελεστή του  $T$  και με  $G$  τον σταθερό όρο. Τότε οι λύσεις της εξίσωσης (21) είναι οι

$$T_i^* = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AG}}{2A}, \quad i = 1, 2, \quad (22)$$

όπου φυσικά  $B^2 \geq 4AG$ . Το ποια από τις δύο τιμές βγάζει περισσότερο νόημα για αυτό το πρόβλημα βελτιστοποίησης, θα εξαρτηθεί από τις παραμέτρους τις στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης (12) η οποία περιγράφει την εξέλιξη των αποκλίσεων  $V(t)$ , καθώς και τα δεδομένα εξωγενή επίπεδα αποθέματος πόρων  $S_u, S_m$ .

Για παράδειγμα, είναι απλό και ίσως λίγο ανιαρό αλλά ορθό, να επαληθεύσουμε ότι για  $\gamma = 5, \eta = 1, \sigma^2 = 2, S_u = 15$  και  $S_m = 20, B^2 > 4AG$ . Επομένως η εξίσωση (21) έχει δύο πραγματικές ρίζες, τις  $T_1^* = 1.0276$  και  $T_2^* = 0.8924$ . Αντικαθιστώντας αυτές τις τιμές στην εξίσωση (17), και κάνοντας τους απαραίτητους υπολογισμούς (*Beyer* (1984)), καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι όταν  $\gamma = 5, \eta = 1, \sigma^2 = 2, S_u = 15, S_m = 20, T_2^* = 0.8924$  η αντικειμενική συνάρτηση του διαχειριστή μεγιστοποιείται. Αν μετρήσουμε τον χρόνο σε έτη, η βέλτιστη λύση είναι να κρατήσουμε ανοικτή την περίοδο χρήσης των πόρων για περίπου 39 ημέρες ανά έτος.

Ας υποθέσουμε ότι ο διαχειριστής ακολουθεί αυτή τη βέλτιστη πορεία δράσης και κρατά ανοικτή την περίοδο χρήσης των πόρων για 39 ημέρες ανά έτος. Ποια θα είναι η σταθερής κατάστασης πιθανότητα ώστε το απόθεμα πόρου να είναι πάνω από το  $S_m$ . Για να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημα, θα αντικαταστήσουμε τα  $\gamma = 5, \eta = 1, \sigma^2 = 2, S_u = 15, S_m = 20, T_2^* = 0.8924$  στο πρώτο μέρος της εξίσωσης μεγίστου (17) και θα κάνουμε τους απαραίτητους υπολογισμούς. Η ζητούμενη πιθανότητα σταθερής κατάστασης είναι 0.2946. Παρά το γεγονός ότι η συγκεκριμένη τιμή δεν είναι ιδιαίτερα υψηλή, είναι σημαντικό να θυμόμαστε ότι αυτή η πιθανότητα καθορίζεται εν μέρη από τις παραμέτρους του προβλήματος ( $\gamma, \eta, \sigma^2$ ) και από τη βέλτιστη τιμή του  $T_*$ , που είναι και αυτό με τη σειρά του μια συνάρτηση αυτών των παραμέτρων.

Με άλλα λόγια, ακόμη και αν ο διαχειριστής των πόρων επιλέξει τους χρονικούς περιορισμούς με βάση τις εξισώσεις (18)-(22), αναλόγως τις τιμές των παραμέτρων ( $\gamma, \eta, \sigma^2$ ), μπορεί να μην έχει ιδιαίτερη επιτυχία στο να διατηρήσει το απόθεμα των πόρων πάνω από το ελάχιστο αποδεκτό επίπεδο  $S_m$ . Σε τέτοιες περιπτώσεις, μπορεί να αξίζει τον κόπο να εξετάσει εναλλακτικούς τρόπους διαχείρισης των στοχαστικών φυσικών πόρων.

### 6.3 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο εκπληρώσαμε δύο στόχους. Αρχικά, χρησιμοποιήσαμε τη θεωρία των ημι-Μαρκοβιανών διαδικασιών για να επιδείξουμε το γεγονός, πως όταν υπάρχει αβεβαιότητα σχετικά με την εξέλιξη του αποθέματος ενός φυσικού πόρου, η χρήση χρονικών περιορισμών μπορεί να οδηγήσει σε κατάρρευση του πόρου. Μαθηματικά, αυτό απαιτεί να δείξουμε ότι η πιθανότητα να συναντήσουμε έναν πόρο σε συγκεκριμένη μη επιθυμητή κατάσταση, δηλαδή σε κατάσταση κατάρρευσης, είναι θετική.

Δεδομένου αυτού του ευρήματος, έπειτα αναλύσαμε μια προσέγγιση για την διαχείριση φυσικών πόρων που να εμπεριέχει αβεβαιότητα, όπου οι χρονικοί περιορισμοί χρησιμοποιούνται για την μεγιστοποίηση της πιθανότητας ότι το απόθεμα ενός συγκεκριμένου πόρου, θα παραμένει πάντα πάνω από ένα συγκεκριμένο επίπεδο, το οποίο μπορεί να είναι το επίπεδο κατάρρευσης.

Η ανάλυση που περιέχεται σε αυτό το κεφάλαιο μπορεί να επεκταθεί σε διάφορες κατευθύνσεις. Προτείνουμε δύο πιθανές επεκτάσεις. Αρχικά, μοντελοποιήσαμε τον υπό ανάλυση πόρο ως μια ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία. Παρά το γεγονός ότι πρόκειται για μια σχετικά γενική στοχαστική διαδικασία, παραμένει Μαρκοβιανή με την έννοια ότι μια ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία μπορεί να αναλυθεί ως Μαρκοβιανή διαδικασία αρκεί να ορίσουμε κατάλληλα την κατάσταση της διαδικασίας. Συνεπώς, θα ήταν χρήσιμο να γνωρίζουμε αν το αποτέλεσμα που δηλώνει το θεώρημα ισχύει όταν ο πόρος μοντελοποιείται μέσω μιας πιο γενικής στοχαστικής διαδικασίας.

Από μια πιο πρακτική σκοπιά, θα ήταν χρήσιμο να γνωρίζουμε το εύρος των τιμών που λαμβάνουν οι παράμετροι  $(\gamma, \eta, \sigma^2)$ , και τα επίπεδα των αποθεμάτων  $(S_m, S_u)$  για τις οποίες η εξίσωση (21) δίνει μόνο σύνθετες ρίζες. Αν αυτό το εύρος είναι μεγάλο, τότε κάποιος θα μπορούσε να έχει ένα ισχυρό επιχείρημα ενάντια στη χρήση χρονικών περιορισμών για την διαχείριση φυσικών πόρων. Μελέτες πάνω στην διαχείριση φυσικών πόρων οι οποίες θα εμπεριέχουν αυτές τις πτυχές του προβλήματος στην ανάλυση, θα παρέχουν επιπλέον γνώση στην διαχείριση πόρων, των οποίων η συμπεριφορά χαρακτηρίζεται από μεγάλο ποσοστό αβεβαιότητας.

## Αναφορές

- [1] Νικόλαος Χαλιδιάς, Στοχαστικά Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά, Πανεπιστήμιο Αιγαίου
- [2] *Amitrajeet A.Batabyal and Hamid Beladi, Time Restrictions in Natural Resource Management : A Dynamic and Stochastic Analysis*
- [3] *Valentina Bosetti, Stochastic Programming and Decision Theory in the Management of Natural Resources*
- [4] Νικόλαος Χαλιδιάς, Εισαγωγή στα Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών (2016)
- [5] Λουλάκης, Μ., 2015. Στοχαστικές Διαδικασίες. [ηλεκτρ. βιβλ.] Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών
- [6] Δημαδάμα, Ζ.: «Οικονομία-Ανάπτυξη-Περιβάλλον: Θεωρητικές προσεγγίσεις και πολιτικές της αειφόρου ανάπτυξης», Εκδόσεις Παπαζήση, (2008)
- [7] Καρβούνης, Σ. και Γεωργακέλλος, Δ.: «Διαχείριση του Περιβάλλοντος: Επιχειρήσεις και Βιώσιμη Ανάπτυξη», Εκδόσεις Σταμούλη, (2003)
- [8] *Erhan Çinlar, Probability and Stochastics (Graduate Texts in Mathematics, Vol. 261) 1st Edition, Springer*