



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ**  
**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

**ΜΕΛΕΤΗ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΣΕ ΙΑΤΡΙΚΑ  
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΚΤΑΚΤΗΣ ΑΝΑΓΚΗΣ**

---

**Νίκη Χριστίνα Διαμαντίδη**

**Επιβλέπων Καθηγητής: Δημητράκος Θεοδόσης**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΣΑΜΟΣ 2022**

*Στους γονείς μου Μαρίνα και Ιωάννη.*

## Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	8
ΣΤΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΠΟΘΕΣΙΑΣ.....	8
1.1 Εισαγωγή.....	8
1.2 DSM (Διπλό Πρότυπο Μοντέλο-Double Standard Problem) .....	9
1.3 LSCP (Πρόβλημα Κάλυψης Θέσης) και MCLP (Πρόβλημα Μέγιστης Κάλυψης Θέσης).....	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	22
ΠΙΘΑΝΟΛΟΓΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΠΟΘΕΣΙΑΣ.....	22
2.1 Εισαγωγή.....	22
2.2 Πιθανολογικό μοντέλο κάλυψης (PLSCP).....	23
2.2.1 Παράγωγο του PLSCP( $\alpha$ - αξιοπιστία (a-reliable), $p$ -κεντρικό πρόβλημα ( p-center problem)) 28	
2.2.2 Παράγωγο του PLSCP (Το πρόβλημα τοποθεσίας μέγιστης αξιοπιστίας).....	31
2.3 Μέγιστη αναμενόμενη κάλυψη τοποθεσίας (MEXCLP) .....	42
2.3.1 Βασικό μοντέλο MEXCLP.....	42
2.3.2 Πρόβλημα Μέγιστης Αναμενόμενης Κάλυψης δύο τύπων (MEXCLP2) .....	47
2.3.3 Συμπεράσματα.....	66
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....	68
ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΟΧΗΜΑΤΩΝ .....	68
(vehicle Mix).....	68
3.1 Εισαγωγή.....	68
3.2 Μοντέλο Αποστολής – Μαρκοβιανό Πρόβλημα Απόφασης MDP .....	69
3.2.1 Αρχικοποίηση Συστήματος .....	69
3.2.2 Εξισώσεις Βελτιστοποίησης.....	72
3.2.3 Υπολογιστική Μελέτη MDP .....	73
3.2.3.1 Πειραματική Αρχικοποίηση Συστήματος .....	74
3.3 Μοντέλο Ανάπτυξης Ακέραιο Πρόγραμμα (IP) .....	82
3.3.1 Διατύπωση .....	82
3.3.2 Υπολογιστική Μελέτη του IP.....	85
3.4 Συμπέρασμα .....	90
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	92

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί μέρος του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών «Σπουδές στα Μαθηματικά» του Πανεπιστημίου Αιγαίου. Για να καταφέρω να ολοκληρώσω την εργασία μου, πέρα από την δική μου συμβολή, η πολύτιμη στήριξη, κατανόηση και επίβλεψη του επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Δημητράκο Θεοδόση, Επίκουρου Καθηγητή του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αιγαίου, ήταν αυτή που με βοήθησε να ανταπεξέλθω. Για αυτόν τον λόγο θα ήθελα να τον ευχαριστήσω θερμά. Δε ξεχνώ φυσικά την στήριξη της οικογενείας μου, που με στήριξε σε όλη την διάρκεια της ακαδημαϊκής μου πορείας, που χωρίς αυτούς δεν θα τα είχα καταφέρει, για αυτό τους ευχαριστώ από την καρδιά μου και τους αφιερώνω όλη την δουλειά και τον κόπο μου. Τέλος δε θα μπορούσα να παραλείψω να ευχαριστήσω την σημαντική συμβολή των μελών της επιτροπής Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Χρήστο Νικολόπουλο και Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Αγαπητό Χατζηνικήτα.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία περιγράφονται κάποια από τα πολλά μαθηματικά μοντέλα συστημάτων έκτακτων ιατρικών συστημάτων, όπου στόχος είναι βρεθεί το βέλτιστο μοντέλο που θα μεγιστοποιεί την κάλυψη και την ποιότητα του συστήματος. Μέσα από την μαθηματική μοντελοποίηση λοιπόν μας δίνεται η δυνατότητα να μελετήσουμε δυναμικά συστήματα, τα οποία μετασχηματίζοντας ένα πραγματικό φαινόμενο σε μία προσομοίωση παράγοντας ένα αποτέλεσμα, με σκοπό να κατανοήσουμε την συμπεριφορά του φαινομένου. Σύμφωνα λοιπόν με την προσέγγιση και τις μεταβλητές που επιλέγουν οι ερευνητές να εισάγουν στο πρόβλημα τους, δημιουργούνται και τα μοντέλα. Συγκεκριμένα στα ιατρικά συστήματα έκτακτης ανάγκης (EMS) παίζουν ρόλο η χωροθέτηση των εγκαταστάσεων, πόσα είδη ασθενοφόρων απασχολούν ένα σύστημα, τι προσωπικό απασχολείται, τα υψηλά κατασκευαστικά έξοδα και πολλά άλλα. Όλα αυτά αναλόγως με το τι θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε δημιουργούν και τον ανάλογο τύπο μοντέλου. Σε αυτήν την εργασία παρουσιάζονται διάφορα μοντέλα και έχουν χωριστεί ανάλογα με το είδος προσέγγισης τους. Το πρώτο από αυτά είναι τα *στατικά και ντετερμινιστικά μοντέλα*, τα οποία είναι ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού βέλτιστης κάλυψης και δεν λαμβάνουν υπόψη τους την πιθανότητα ένα ασθενοφόρο να είναι απασχολημένο με αποτέλεσμα δημιουργείται υπερεκτίμηση της πραγματικής κάλυψης, για να αντισταθμιστεί λοιπόν αυτό το δεύτερο είδος που είναι τα *πιθανοτικά μοντέλα τοποθεσίας* τα οποία εντοπίζουν τα ασθενοφόρα μεγιστοποιώντας την αναμενόμενη κάλυψη. Και τέλος τα *αναλυτικά μοντέλα σχεδιασμού* στα οποία οι αποφάσεις αφορούν τον προσδιορισμό της θέσης του οχήματος καθώς και τον εξοπλισμό που χρησιμοποιείται σε κάθε ιατρικό κέντρο. Για την εύρεση βέλτιστων λύσεων χρησιμοποιείται μαθηματικός προγραμματισμός και εναλλακτικά χρησιμοποιούνται κάποιες ευρετικές τεχνικές για την επίλυση δυσκολιών. Στα παρακάτω κεφάλαια αναφέρονται κάποια από τα μοντέλα που κατατάσσονται στα αντίστοιχα είδη, οι στόχοι των μοντέλων καθώς και κάποιες εφαρμογές ερευνητών δίνοντας αποτελέσματα βελτιστοποίησης και κίνητρο για την μετέπειτα εξέλιξη αυτών.

## ABSTRACT

This bachelor's thesis describes some of the many mathematical models of emergency medical systems, where the goal is to find the optimal model that will maximize the coverage and the quality of the system. Through mathematical modeling we are given the opportunity to study dynamic systems, which by transforming a real phenomenon into a simulation producing a result, in order to understand the behavior of the phenomenon. So according to the approach and the variables that the researchers choose to introduce in their problem, the models are formulated. In particular, in emergency medical systems (EMS), the location of the facilities, the types of ambulances in a system, career staff, the high construction costs and much more, plays a significant role. All this, depending on what we want to optimize, creates the appropriate type of model. In this work different models are presented and have been divided according to their type of approach. The first of these is the *static and deterministic models*, which are of integral linear programming for optimal coverage and do not take into account the possibility of an ambulance being busy resulting in an overestimation of the actual coverage, to compensate this there is the second type which is the *probabilistic location models* that locate ambulances maximizing expected coverage. And finally the *analytic design models* in which the decisions concern the determination of the position of the vehicle as well as the equipment used in each medical center. Mathematical programming is used to find optimal solutions and alternatively some *heuristic* techniques are used to solve difficulties. The following chapters list some of the models that are classified in the respective species, the objectives of the models as well as some applications of researchers giving optimization results and motivation for their subsequent development.

## Πίνακας Σχημάτων

---

<b>Εικόνα 1</b> Σχεδιάγραμμα τι περιέχει το κάθε σετ και πως χωρίζονται οι κλήσεις και οι ακτίνες κάλυψης.....	15
<b>Εικόνα 2</b> Λύση DSM για το νησί Montreal. Ο αριθμός των ασθενοφόρων που τοποθετούνται σε τοποθεσίες 1 ή 2. ....	16
<b>Εικόνα 3</b> Λύση του DSM για το Σάλτσμπουργκ. Ο αριθμός ασθενοφόρων που τοποθετούνται σε περιοχές (1 ή 2).....	18
<b>Εικόνα 4</b> Τοποθεσίες 25 ασθενοφόρων στις επαρχίες της Βαλλονίας (a) η τωρινή κατάσταση (b) DSM λύση.....	21
<b>Εικόνα 5</b> Πόλη Βαλτιμόρης. Οι τελείες είναι τα κεντροειδή των περιοχών ζήτησης και οι κύβοι είναι οι επιλέξιμες τοποθεσίες ασθενοφόρων.....	29
<b>Εικόνα 6</b> Λύσεις στο 85% αξιοπιστίας P-center πρόβλημα. Ο αριθμός των διακομιστών ως προς τον πρότυπο χρόνο.....	30
<b>Εικόνα 7</b> Λύσεις στο 90% αξιοπιστίας p-center πρόβλημα. Ο αριθμός των διακομιστών ως προς τον πρότυπο χρόνο.....	30
<b>Εικόνα 8</b> Λύσεις στο 95% αξιοπιστίας p-center πρόβλημα. Ο αριθμός των διακομιστών ως προς τον πρότυπο χρόνο.....	31
<b>Εικόνα 9</b> Λύσεις για το μοντέλο μέγιστης αξιοπιστίας θέσης. Ο αριθμός των διακομιστών ως προς το $\alpha$ για διάφορους πρότυπους χρόνους $r(S=r)$ .....	34
<b>Εικόνα 10</b> Ο αριθμός των εγκαταστάσεων που απαιτούνται για την κάλυψη της ζήτησης βάσει της εκτίμησης του μέσου όρου απασχόλησης σε όλη την πόλη ( $r=12, \alpha=0.975$ ).....	36
<b>Εικόνα 11</b> Ο αριθμός των διακομιστών έναντι του χρόνου κάλυψης τόσο για τις τοπικές όσο και για τις συνολικές εκτιμήσεις σε όλη την πόλη ( $\alpha=0.90$ ). ....	37
<b>Εικόνα 12</b> Λύση στο πρόβλημα του 90% p-center ( $r= 17$ ). Οι τοποθεσίες των εγκαταστάσεων βασίζονται στον μέσο όρο απασχολημένου κλάσματος ( $q$ ). Οι μετεγκαταστάσεις βασίζονται σε τοπικά απασχολημένα κλάσματα ( $q$ ). ....	38
<b>Εικόνα 13</b> Ο αριθμός των διακομιστών που απαιτούνται για να καλύψουν την ζήτηση και για τις δυο απασχολημένες εκτιμήσεις τοπικές και ευρείας ( $r=12$ ).....	39
<b>Εικόνα 14</b> Μια λύση για το maximum reliable location model ( $r=12, \alpha=0.90$ ). Οι τοποθεσίες των εγκαταστάσεων στο μέσο όρο των απασχολημένων κλασμάτων $q$ . Και οι μετεγκαταστάσεις βασίζονται στα τοπικά απασχολημένα κλάσματα $q$ .....	40
<b>Εικόνα 15</b> Δίκτυο για το MEXCLP .....	45
<b>Σχήμα 16</b> Μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή που επιτυγχάνεται με την βέλτιστη πολιτική αποστολής, ως συνάρτηση του NA.....	76
<b>Σχήμα 17</b> Μακροπρόθεσμη αναλογία κλήσεων έκτακτης ανάγκης που λαμβάνουν την κατάλληλη αποστολή με τη βέλτιστη πολιτική αποστολής, ως συνάρτηση του NA. ....	77
<b>Σχήμα 18</b> Μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή ως συνάρτηση του συνδυασμού οχημάτων, για τις διάφορες επιλογές του CA.....	78

<b>Σχήμα 19</b> Μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή ως συνάρτηση του συνδυασμού οχημάτων, όταν τα ποσοστά άφιξης κλιμακώνονται από έναν παράγοντα $s$ .....	79
<b>Σχήμα 20</b> Γραφική παράσταση της σχετικής διαφοράς μεταξύ της μακροπρόθεσμης μέσης επιβράβευσης που συλλέχθηκε από το all-ALS στόλου (70,0) και στο κλιμακωτό σύστημα (27,53), για διάφορες τιμές του $R_{HB}$ και $R_L$ . Διακεκομμένα περιγράμματα δηλώνουν αρνητικές τιμές. ....	81
<b>Εικόνα 21</b> Η μακροπρόθεσμη μέση επιβράβευση πέτυχε μια σχεδόν βέλτιστη πολιτική ανάπτυξης, ως συνάρτηση της $NA$ . ....	88
<b>Εικόνα 22</b> Μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή ως συνάρτηση του μίγματος οχημάτων, για διάφορες επιλογές $CA$ . ....	89
<b>Εικόνα 23</b> Μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή ως συνάρτηση του μίγματος οχημάτων, όταν τα ποσοστά άφιξης κλιμακώνονται κατά έναν παράγοντα $s$ . ....	89
<b>Εικόνα 24</b> Contour Plot της σχετικής διαφοράς μεταξύ της μακροπρόθεσμης μέσης ανταμοιβής που συλλέγει ο στόλος all-ALS (70,0) και εκείνης για το κλιμακωτό σύστημα (27,53), για διάφορες τιμές $R_{HB}$ και $R_L$ . Οι διακεκομμένες γραμμές δηλώνουν αρνητικές τιμές. ....	90



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΣΤΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΠΟΘΕΣΙΑΣ

### 1.1 Εισαγωγή

Με την πάροδο του χρόνου όσο αναπτύσσεται η κοινωνία, τόσο οι δημόσιοι πόροι για την υγειονομική περίθαλψη είναι όλο και περισσότερο ανεπαρκής για την κάλυψη των απαιτήσεων. Επομένως είναι εξαιρετικά σημαντικό για τους υπεύθυνους σχεδίασης της πολιτικής να παρέχουν τις πιο αποτελεσματικές υπηρεσίες εντός των συγκεκριμένων διαθέσιμων πόρων. Προκειμένου λοιπόν οι επιχειρήσεις διάσωσης να επιφέρουν θετικά αποτελέσματα στο σύστημα ιατρικών υπηρεσιών έκτακτης ανάγκης (EMS), η επίλυση κάποιων προβλημάτων όπως το πού να τοποθετήσουν τις εγκαταστάσεις ασθενοφόρων και το πόσα οχήματα ασθενοφόρων πρέπει να βρίσκονται στους σταθμούς, είναι κάτι που απασχολεί. Σε αυτό το κεφάλαιο σύμφωνα με τους Luca Bertazzi, M. Grazia Speranza (2009) [10], θα μελετηθούν τα προβλήματα αυτά βασισμένοι σε μελέτες και εφαρμογές που έχουν γίνει για την ζήτηση EMS σε περιοχές όπως το νησί του Montréal, στην χώρα της Αυστρίας και στην περιοχή της Βαλλονίας, με ένα προγραμματισμό διαχείρισης ο οποίος αποτελείται από τον σχεδιασμό θέσεων των ασθενοφόρων και την εκχώρηση των ασθενών στα νοσοκομεία.

Τα περισσότερα πρότυπα προτεινόμενων μοντέλων θέσης ασθενοφόρων είναι ακέραιες γραμμικές διατυπώσεις. Δεδομένου ότι αυτά τα μοντέλα δεν έλαβαν υπόψη την πιθανότητα ότι ένα ασθενοφόρο μπορεί να είναι απασχολημένο σε μια δεδομένη στιγμή, χαρακτηρίστηκαν ως ντετερμινιστικά. Το πρώτο μοντέλο αντιμετώπισης που θα μελετηθεί είναι το Διπλό Πρότυπο Μοντέλο (**Double Standard Model**) το οποίο μεγιστοποιεί τα σημεία ζήτησης που καλύπτονται τουλάχιστον δυο φορές εντός των ελάχιστων κριτηρίων κάλυψης. Τα αμέσως επόμενα είναι μάλιστα και από τα πρώτα EMS μοντέλα που εισήχθησαν την δεκαετία του '70 από τα άρθρα Church ReVelle and Toregas(1976) [2] και Church ReVelle and Hogan [3]. Ο Church ReVelle and Toregas [2] μελέτησε το Πρόβλημα Κάλυψης Θέσης (**Location Set Covering Problem**) το οποίο προσδιορίζει τον ελάχιστο αριθμό εγκαταστάσεων και τις τοποθεσίες που καλύπτουν όλα τα σημεία ζήτησης σε μια ορισμένη απόσταση. Ωστόσο, το μοντέλο LSCP δεν μπορεί να καλύψει όλες τις απαιτήσεις με περιορισμένους πόρους στην πραγματικότητα, και ένα

σημαντικός λόγος είναι ότι μόλις αποσταλεί ασθενοφόρο, ορισμένα σημεία ζήτησης δεν καλύπτονται πλέον. Λόγω του γεγονότος ότι το μοντέλο LSCP αντιμετωπίζει όλα τα σημεία ζήτησης πανομοιότυπα, η λύση μπορεί να απαιτεί περισσότερα ασθενοφόρα από ό,τι πραγματικά χρειαζόταν ή να υποτιμήσει τον αριθμό των ασθενοφόρων που χρειάζονται για εκείνες τις περιοχές με σχετικά μεγάλη ζήτηση. Για την αποφυγή τέτοιων ορίων, Church ReVelle and Hogan [3] πρότειναν το Πρόβλημα Μέγιστης Καλυπτόμενης Θέσης (**Maximal Covering Location Problem**), το οποίο θέτει έναν σταθερό αριθμό εγκαταστάσεων, έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η ζήτηση που καλύπτεται από τουλάχιστον μία εγκατάσταση. Σε καθένα από τα παραπάνω μοντέλα, ένα κοινό πρόβλημα είναι ότι η κάλυψη μπορεί να γίνει ανεπαρκής όταν ορισμένα οχήματα ασθενοφόρων είναι απασχολημένα. Ως εκ τούτου, για να αντισταθμιστεί αυτό το μειονέκτημα, επανερχόμαστε στο μοντέλο το οποίο ανέπτυξαν οι Gendreau, Laporte and Semet [15] οι οποίοι σχετικά με το πρόβλημα εντοπισμού του EMS ακολούθησαν τις δύο πρώτες μελέτες των Toregas et al.[2] (Μοντέλο LSCP) και Church and ReVelle [3] (μοντέλο MCLP) και διαμόρφωσαν έτσι το μοντέλο ώστε στο DSM όλες οι απαιτήσεις πρέπει να καλύπτονται από ασθενοφόρο που βρίσκεται σε δευτερεύουσα ακτίνα κάλυψης  $r_2$  λεπτών και επιπλέον, ένα ορισμένο ποσοστό της ζήτησης πρέπει να καλύπτεται σε μια κύρια ακτίνα κάλυψης  $r_1$  λεπτών, όπου  $r_1 < r_2$ . Ο Ming Liu et al. [12] πρότεινε την αξιοπιστία της υπηρεσίας για τα σημεία ζήτησης για να διασφαλιστεί η διπλή κάλυψη.

## 1.2 DSM (Διπλό Πρότυπο Μοντέλο-Double Standard Problem)

Επίσης τα μοντέλα θέσης ασθενοφόρων ορίζονται σε ένα γράφημα  $G = (V \cup W, A)$  όπου  $V$  είναι το σύνολο των κόμβων που αντιπροσωπεύει ένα σύνολο σημείων ζήτησης,  $W$  είναι ένα σύνολο πιθανών τοποθεσιών ασθενοφόρων και  $A = \{(i, j) \in V \times W, i, j\}$  είναι ένα σύνολο τόξων. Με κάθε τόξο  $(i, j)$  συσχετίζεται ένας χρόνος ταξιδιού  $t_{ij}$ . Ένα σημείο ζήτησης  $i \in V$  καλύπτεται από την τοποθεσία  $j \in W$  εάν και μόνο εάν  $d_i \leq r$ , όπου το  $r$  είναι ένα προκαθορισμένο πρότυπο απόστασης ή χρόνου κάλυψης και  $d_i$  είναι η ζήτηση στον κόμβο  $i$ . Έστω  $W_i = \{j \in W: t_{ij} \leq r\}$  να είναι το σύνολο των θέσεων της τοποθεσίας που καλύπτει το σημείο ζήτησης  $i$ .

Το διπλό πρότυπο μοντέλο (DSM) δουλεύει όπως προαναφέρθηκε με δύο ακτίνες κάλυψης την  $r_1$  και την  $r_2$  με  $r_1 < r_2$ . Το ποσοστό  $\alpha$  της ζήτησης θα πρέπει να καλύπτεται εντός  $r_1$ , ενώ

εξολοκλήρου η ζήτηση θα πρέπει να καλύπτεται εντός  $r_2$ . Στο μοντέλο μας το ζητούμενο είναι η μεγιστοποίηση της ζήτησης που καλύπτεται δύο φορές εντός  $r_1$ , χρησιμοποιώντας  $p$  ασθενοφόρα, το πολύ  $p_j$  των οποίων βρίσκονται στην τοποθεσία  $j \in W$ , κάτι που υπόκειται στους περιορισμούς διπλής κάλυψης. Έστω  $W_i^1 = \{j \in W: t_{ij} \leq r_1\}$  και  $W_i^2 = \{j \in W: t_{ij} \leq r_2\}$ . Η ακέραιη μεταβλητή  $x_j$  δηλώνει τον αριθμό των ασθενοφόρων που βρίσκονται στο  $j \in W$  και τη δυαδική μεταβλητή  $y_i^k$  να είναι ίση με 1 αν και μόνο εάν η ζήτηση στον κόμβο  $i \in V$  καλύπτεται  $k$  φορές ( $k = 1$  ή  $2$ ) εντός  $r_1$ . Η διατύπωση είναι τότε:

$$(DSM) \quad \text{Maximize } \sum_{i \in V} d_i y_i^2 \quad (1)$$

$$\text{όπου } \sum_{j \in W_i^2} x_j \geq 1 \quad (i \in V) \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V} d_i y_i^1 \geq \alpha \sum_{i \in V} d_i \quad (3)$$

$$\sum_{j \in W_i^1} x_j \geq y_i^1 + y_i^2 \quad (i \in V), \quad (4)$$

$$y_i^2 \geq y_i^1 \quad (i \in V), \quad (5)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p \quad (6)$$

$$x_j \leq p_j \quad (j \in W) \quad (7)$$

$$y_i^1 \in \{0,1\} \quad (i \in V) \quad (8)$$

$$y_i^2 \in \{0,1\} \quad (i \in V) \quad (9)$$

$$x_j \geq 0 \text{ και ακέραιος } (j \in W) \quad (10)$$

Σε αυτό το μοντέλο, η αντικειμενική συνάρτηση υπολογίζει τη ζήτηση που καλύπτεται δύο φορές μέσα σε  $r_1$  μονάδες χρόνου. Οι περιορισμοί (2) σημαίνουν ότι όλη η ζήτηση καλύπτεται εντός του  $r_2$ . Η αριστερή πλευρά του (4) αντιπροσωπεύει τον αριθμό των ασθενοφόρων που καλύπτουν τον κόμβο  $i$  εντός των μονάδων  $r_1$ , ενώ η δεξιά πλευρά είναι ίση με 1 αν καλύπτεται μία φορά εντός μονάδων  $r_1$  και ίση με 2 εάν καλύπτεται τουλάχιστον δύο φορές εντός  $r_1$  μονάδων. Ο συνδυασμός των περιορισμών (3) και (4) διασφαλίζει ότι ένα ποσοστό  $\alpha$  της ζήτησης καλύπτεται εντός του  $r_1$ . Οι περιορισμοί (5) αναφέρουν ότι ο κόμβος  $i$  δεν μπορεί να

καλυφθεί τουλάχιστον δύο φορές εάν δεν καλύπτεται τουλάχιστον μία φορά. Ο περιορισμός (6) δηλώνει ότι το σύνολο των ασθενοφόρων δεν υπερβαίνει το  $p$ . Τέλος οι περιορισμοί (7),(8),(9) και (10) μας υποδηλώνουν το πεδίο ορισμού των μεταβλητών απόφασης.

Ας δούμε λοιπόν παρακάτω εν συντομία κάποιες εφαρμογές του μοντέλου DSM οι οποίες εφαρμόστηκαν από τρεις διαφορετικούς ερευνητές. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται σε αυτές τις μελέτες προέρχονται από το Μόντρεαλ (Gendreau, Laporte and Semet [15]) από τις οκτώ αγροτικές επαρχίες της Αυστρίας, και από μέρος της Βαλλωνίας.

### ➤ *Εφαρμογή Montreal*

Η πρώτη εφαρμογή του Διπλού Πρότυπου Μοντέλου έγινε στα δεδομένα του Νησιού του Μόντρεαλ, χρησιμοποιώντας την κατανομή του πληθυσμού του 1986 (Statistics Canada). Τα σημεία ζήτησης ορίζονται από τα κεντροειδή του  $|V| = 2'521$  απογραφικά φυλλάδια που κυμαίνονται από δύο έως 7'000 κατοίκους. Ο συνολικός πληθυσμός είναι 1.758.600. Για αυτήν τη μελέτη, τέσσερα σύνολα πιθανών τοποθεσιών  $W$ , με  $|W| = 40, 50, 60$  και  $70$  και ο αριθμός  $p$  των ασθενοφόρων ήταν 25, 30, 35 ή 40. Λόγω της μεγάλης κλίμακας του, αυτό το παράδειγμα λύθηκε με ευρετικές τεχνικές (heuristic techniques). Ένα ανώτερο όριο  $\bar{z}$  στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του DSM υπολογίστηκε αρχικά με την επίλυση της γραμμικής χαλάρωσης του ακέραιου προγράμματος στη ρίζα του δέντρου αναζήτησης μέσω CPLEX<sup>1</sup>. Μια πρώτη ευρετική τεχνική που ονομάζεται CPLEX2 ελήφθη με την επίλυση του ακέραιου γραμμικού προγράμματος και σταματώντας 1) στο βέλτιστο, ή 2) μετά από 100.000 *branch-and-bound*<sup>2</sup> κόμβους, ή 3) μόλις επιτευχθεί μια εφικτή λύση αξίας  $\underline{z} \leq 0.99 \bar{z}$ .

Μία δεύτερη ευρετική τεχνική που ονομάζεται TABU<sup>3</sup>, αποτελούμενο από μια εφαρμογή αναζήτησης tabu ξεκινώντας από μια λύση που προέρχεται από τη γραμμική χαλάρωση. Έστω οι τιμές  $\bar{x}_j$  που λαμβάνονται από τις μεταβλητές  $x_j$  της συνεχούς λύσης. Εάν αυτές οι τιμές είναι

---

<sup>1</sup> CPLEX: ένα πακέτο λογισμικού βελτίωσης.

<sup>2</sup> Branch-and-bound: είναι ένας αλγόριθμος διακλάδωσης και σύνδεσης για την σχεδίαση παραδείγματος για διακριτά και συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης. Αποτελείται από μια συστηματική απαρίθμηση υποψήφιων λύσεων μέσω αναζήτησης χώρου καταστάσεων: το σύνολο των υποψήφιων λύσεων θεωρείται ότι σχηματίζει ένα ριζωμένο δέντρο .

<sup>3</sup> TABU: Το Tabu Search είναι μια ευρέως χρησιμοποιούμενη μετά-ευρετική τεχνική που χρησιμοποιείται για την βελτιστοποίηση των παραμέτρων του μοντέλου. Μια μετά-ευρετική τεχνική είναι μια γενική στρατηγική που χρησιμοποιείται για την καθοδήγηση και τον έλεγχο των πραγματικών ευρετικών.

ακέραιες, τότε η λύση είναι εφικτή και βέλτιστη. Διαφορετικά, διατίθενται ασθενοφόρα  $\lfloor \bar{x}_j \rfloor$ <sup>4</sup> σε κάθε τοποθεσία  $j$  και  $p - \sum_{j \in W} \lfloor \bar{x}_j \rfloor$  επιπλέον ασθενοφόρα διατίθενται στις τοποθεσίες  $j$  για τις οποίες  $x_j > 0$ . Αυτή η αρχική λύση μπορεί να είναι εφικτή ή ανέφικτη. Στη συνέχεια, ο χώρος λύσεων διερευνάται σύμφωνα με τους συνήθεις κανόνες αναζήτησης tabu. Η βασική κίνηση συνιστά την μετεγκατάσταση ασθενοφόρου σε μια από τις πέντε κοντινότερες τοποθεσίες, όπου είναι ακόμα δυνατό να εντοπιστεί ένα ασθενοφόρο. Ωστόσο, μια απλή εφαρμογή αυτής της κίνησης θα οδηγούσε συχνά σε ακάλυπτες περιοχές και για το λόγο αυτό η κοντινότερη λύση επιτυγχάνεται με τη μετακίνηση όχι μόνο ενός ασθενοφόρου, αλλά μιας σειράς ασθενοφόρων προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση σε κάθε βήμα της ακολουθίας. Πιο συγκεκριμένα, μια κίνηση μπορεί να περιγραφεί ως ένα σύνολο  $r$  ζευγών  $(j_t, j_t')$  ( $t = 1, \dots, r$ ), όπου ένα ασθενοφόρο μετακινείται από  $j_t$  σε  $j_t'$ .

Η αντικειμενική συνάρτηση που χρησιμοποιείται κατά την αναζήτηση δεν είναι η αρχική συνάρτηση  $z$  που ορίζεται από το (1), αλλά μια τροποποιημένη έκδοση της

$$z' = z + M_1 z_1 + M_2 z_2$$

Όπου τα  $M_1$  και  $M_2$  είναι δύο μεταβλητές που ικανοποιούν  $M_1 > M_2 > 1$ . Οι συναρτήσεις  $z_1$  και  $z_2$  ορίζονται ως εξής:

$$z = \sum_{i \in V} d_i \cdot y_i^2$$

$$z_1 = \left| \left\{ i \in V : \sum_{j \in W_i^2} x_j \geq 1 \right\} \right| \quad (11)$$

$$z_2 = \min \left\{ a, \frac{\sum_{i \in V} d_i y_i^1}{\sum_{i \in V} d_i} \right\} \quad (12)$$

Ο αλγόριθμος αναζήτησης tabu σταματά μετά από 1000 επαναλήψεις χωρίς βελτίωση ή όποτε έχει εντοπίσει μια εφικτή λύση εντός 1% του  $\bar{z}$ . Ο Πίνακας 1 συγκρίνει τιμές χαμηλότερου ορίου που λαμβάνονται από το TABU και το CPLEX2 στη  $\bar{z}$  και δίνει τους χρόνους υπολογισμού σε δευτερόλεπτα που απαιτούνται για την εκτέλεση αυτών των δύο ευρετικών σε ένα Sun Sparcstation 1000. Και οι δύο αλγόριθμοι αποδίδουν σταθερά σχεδόν τη βέλτιστη λύση. Μπορεί

<sup>4</sup> Στρογγυλοποίηση προς τα κάτω

να φανεί ότι το CPLEX είναι ελαφρώς καλύτερο από το TABU, αλλά έχει πιο ασταθείς χρόνους υπολογισμού. Η λύση με 40 πιθανές θέσεις και 25 ασθενοφόρα απεικονίζεται στην Εικ. 2.

$m$	$p$	TABU $\bar{z}$	CPLEX2 $\bar{z}$	TABU time (s)	CPLEX2 time (s)
40	25	0.995	0.995	282	349
	30	0.997	0.998	227	205
	35	0.992	0.995	259	330
	40	0.999	1.000	188	157
50	25	0.992	0.993	692	2999
	30	0.994	0.995	403	396
	35	0.995	0.994	186	227
	40	0.999	0.999	175	185
60	25	0.995	0.996	354	491
	30	0.992	0.993	353	316
	35	0.996	0.998	238	234
	40	0.996	0.999	194	207
70	25	0.991	0.993	698	1855
	30	0.994	0.996	333	331
	35	0.995	0.996	270	225
	40	0.998	0.999	201	221

**Πίνακας 1** Αποτελέσματα DSM για το νησί του Montreal

- **Δυναμική Προσέγγιση του DSM**

Το Dynamic Double Standard Model τους (DDSM) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναδιάταξη ασθενοφόρων σε πραγματικό χρόνο κάθε φορά που γίνεται μια κλήση. Εκτός από τους περιορισμούς DSM, το DDSM περιλαμβάνει τις ακόλουθες απαιτήσεις: 1) μεταφερόμενα οχήματα που μετακινούνται σε διαδοχικές επανατοποθετήσεις δεν μπορούν πάντα να είναι τα ίδια. 2) Τα επαναλαμβανόμενα ταξίδια μετ' επιστροφής μεταξύ των ίδιων δύο τοποθεσιών πρέπει να αποφεύγονται. 3) Τα μεγάλα ταξίδια μεταξύ της αρχικής και της τελικής τοποθεσίας πρέπει να αποφεύγονται.

Η δυναμική πτυχή του μοντέλου αναδιάταξης αποτυπώνεται από τις εξαρτώμενες από το χρόνο σταθερές  $M_{jl}^t$  ίσες με το κόστος επανατοποθέτησης, τη στιγμή  $t$ , του ασθενοφόρου  $l$  από την τρέχουσα θέση του στην τοποθεσία  $j \in W$ . Αυτό περιλαμβάνει την περίπτωση όπου η

τοποθεσία  $j$  συμπίπτει με την τρέχουσα θέση του ασθενοφόρου, δηλ.,  $M_{jl}^t = 0$ . Εάν έχει μετακινηθεί συχνά πριν από την ώρα  $t$ , τότε το  $M_{jl}^t$  θα είναι μεγαλύτερο. Εάν η μετακίνηση του ασθενοφόρου  $l$  στην τοποθεσία  $j$  παραβιάζει οποιονδήποτε από τους παραπάνω περιορισμούς, τότε η μετακίνηση απλώς δεν επιτρέπεται.

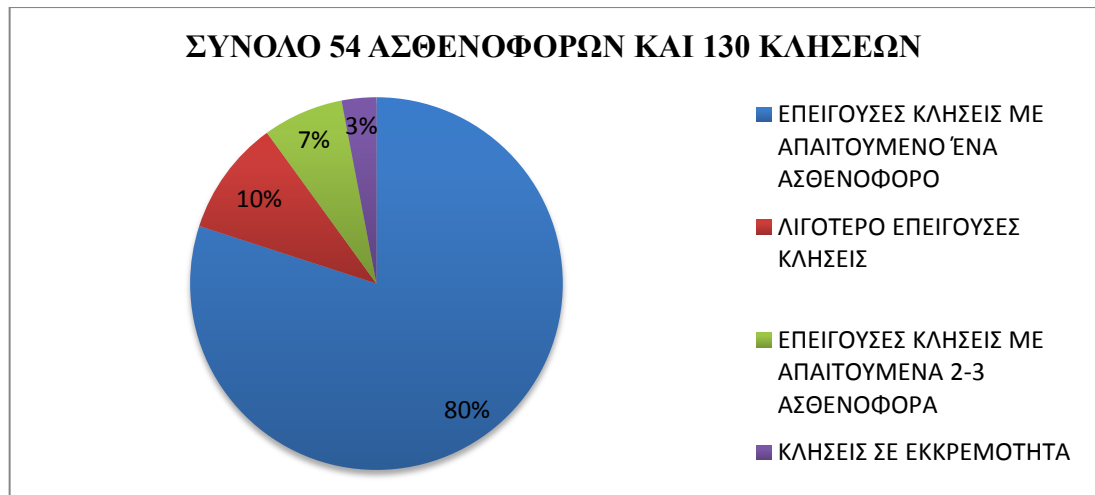
Οι δυαδικές μεταβλητές  $x_{jl}$  είναι ίσες με 1 εάν και μόνο εάν το ασθενοφόρο  $l$  μετακινηθεί στη θέση  $j$ . Οι υπόλοιποι περιορισμοί είναι παρόμοιοι με του διπλότυπου μοντέλου DSM.

Η αντικειμενική συνάρτηση γράφεται :

$$(DDSMt) \text{ Maximize } \sum_{i \in V} d_i y_i^2 - \sum_{j \in W} \sum_{l=1}^p M_{jl}^t \cdot x_{jl} \quad (13)$$

Ο αλγόριθμος αναζήτησης tabu που αναπτύχθηκε για το DSM επεκτάθηκε από τους Gendreau, Laporte and Semet [15] στη δυναμική περίπτωση. Ο ίδιος αλγόριθμος εφαρμόζεται σε κάθε χρονική στιγμή  $t$  που γίνεται μια κλήση, με την τροποποιημένη αντικειμενική συνάρτηση (13), με αποτέλεσμα ένα σχέδιο αναδιάταξης. Επειδή χρειάζονται περίπου 3 λεπτά για την εκτέλεση του αλγορίθμου, είναι προτιμότερο να υπολογιστούν εκ των προτέρων λύσεις κατά το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών κλήσεων. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε τοποθεσία  $j$  στην οποία βρίσκεται εκείνη την στιγμή ένα ασθενοφόρο, μπορεί κανείς να καθορίσει ένα σχέδιο αναδιάταξης σύμφωνα με την υπόθεση ότι το ασθενοφόρο που βρίσκεται στο  $j$  θα είναι αυτό που θα αποσταλεί για να απαντήσει στην επόμενη κλήση. Προκειμένου να επιταχυνθεί η διαδικασία λύσης, πολλά σενάρια μπορούν να εξεταστούν ταυτόχρονα με τη χρήση παράλληλου υπολογισμού. Όταν πραγματοποιηθεί η επόμενη κλήση, εφαρμόζεται το αντίστοιχο σχέδιο αναδιάταξης και υπολογίζονται νέες λύσεις. Υπάρχει πάντα ο κίνδυνος να μην μπορεί να υπολογιστεί ένα σενάριο εγκαίρως για την επόμενη κλήση, στην οποία περίπτωση δεν εφαρμόζεται αναδιάταξη.

Προκειμένου να δοκιμαστεί το πόσο εφικτή είναι αυτή η προσέγγιση, ο αλγόριθμος αναζήτησης tabu εκτελέστηκε σε ένα δίκτυο 16 σταθμών εργασίας. Έξι προσομοιωμένα σύνολα δεδομένων που προέρχονται από δεδομένα στο Μόντρεαλ χρησιμοποιήθηκαν για τη διεξαγωγή των δοκιμών. Παρακάτω στην Εικόνα 1 θα δούμε ένα σύντομο σχεδιάγραμμα με το τι αντιστοιχεί σε κάθε σετ.



ΑΚΤΙΝΑ ΚΑΛΥΨΗΣ	ΟΛΕΣ ΟΙ ΚΛΗΣΕΙΣ	98% ΕΠΕΙΓΟΥΣΩΝ ΚΛΗΣΕΩΝ	ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΕΠΕΙΓΟΥΣΕΣ
$r_1 = 7 \text{ min}$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$r_2 = 15 \text{ min}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$r_{avg} = 9 \text{ min}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**Εικόνα 1** Σχεδιάγραμμα τι περιέχει το κάθε σετ και πως χωρίζονται οι κλήσεις και οι ακτίνες κάλυψης

Κάθε σύνολο αντιστοιχεί σε περίοδο 7 ωρών και περιέχει κατά μέσο όρο 130 κλήσεις που εξυπηρετούνται κατά μέσο όρο από 54 ασθενοφόρα. Αυτές οι κλήσεις διανεμήθηκαν σε τέσσερις κατηγορίες: επείγουσες κλήσεις που απαιτούν ένα ασθενοφόρο: 80%, επείγουσες κλήσεις που απαιτούν δύο ή τρία ασθενοφόρα: 3%, λιγότερο επείγουσες κλήσεις: 10%, κλήσεις σε εκκρεμότητα: 7%.

Οι ακτίνες κάλυψης ήταν  $r_1 = 7$  λεπτά και  $r_2 = 15$  λεπτά. Με το προτεινόμενο σύστημα, όλες οι κλήσεις καλύπτονταν με  $r_2$  και το 98% των επείγουσών κλήσεων καλύπτονταν εντός  $r_1$  με μέσο όρο 3,5 λεπτά (ο επιθυμητός χρόνος απόκρισης που είχε ορίσει η Urgences Sant'ε για επείγουσες κλήσεις είναι 7 λεπτά 90% του χρόνου). Λιγότερο επείγουσες κλήσεις



εξυπηρετήθηκαν κατά μέσο όρο σε  $r_{avg} = 9$  λεπτά. Ο αλγόριθμος ήταν ικανός να υπολογίσει εγκαίρως ένα σχέδιο αναδιάταξης στο 95% όλων των περιπτώσεων. Η μόνη περίπτωση όπου αυτό δεν ήταν δυνατό ήταν όταν δύο κλήσεις έφτασαν σε λιγότερο από 32 δευτερόλεπτα η μια από την άλλη. Από όλες τις κλήσεις, το 62% δεν απαιτούσε μετεγκατάσταση και το 99,59% του συνόλου της μετεγκατάστασης αφορούσε το πολύ πέντε ασθενοφόρα με μέσο όρο 2,08. Τριάντα τρία σενάρια που εξήχθησαν από τα δεδομένα προσομοίωσης λύθηκαν ακριβώς από το CPLEX. Σε αυτά τα σενάρια, η ευρετική αναζήτηση tabu παράγει λύσεις εντός 2% του βέλτιστου.



**Εικόνα 2** Λύση DSM για το νησί Montreal. Ο αριθμός των ασθενοφόρων που τοποθετούνται σε τοποθεσίες 1 ή 2.

- **Εφαρμογή στην Αυστρία**

Σε αυτή την εφαρμογή σύμφωνα με τον Luca Bertazzi, M. Grazia Speranza(2009) [10], ο Doerner et al. έχει φτιάξει ένα μοντέλο που προέρχεται από το DSM για τον εντοπισμό ασθενοφόρων στην Αυστρία. Στο μοντέλο του, οι περιορισμοί (10) και (11) αντιμετωπίζονται ως «απαλοί» περιορισμοί και το κλάσμα της ζήτησης  $w_i$  που καλύπτεται ανά ασθενοφόρο για κάθε

σημείο ζήτησης  $i$  περιορίζεται από πάνω με μια σταθερά  $w_0$ . Αυτή η προϋπόθεση αντιμετωπίζεται επίσης ως «απαλός» περιορισμός.

Επομένως, η αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να μεγιστοποιηθεί είναι:

$$z' = z - M_1 z_1 - M_2 z_2 - M_3 z_3,$$

Όπου το  $z$  ορίζεται από την (9) και  $M_1, M_2, M_3 > 0$  σταθερές. Οι συναρτήσεις  $z_1, z_2, z_3$  ορίζονται ως εξής :

$$z_1 = \left\{ \left\{ i \in V : \sum_{j \in W_i^2} x_j = 0 \right\} \right\} \quad (13)$$

$$z_2 = \alpha - \min \left\{ \alpha, \frac{\sum_{i \in V} d_i v_i^1}{\sum_{i \in V} d_i} \right\} \quad (14)$$

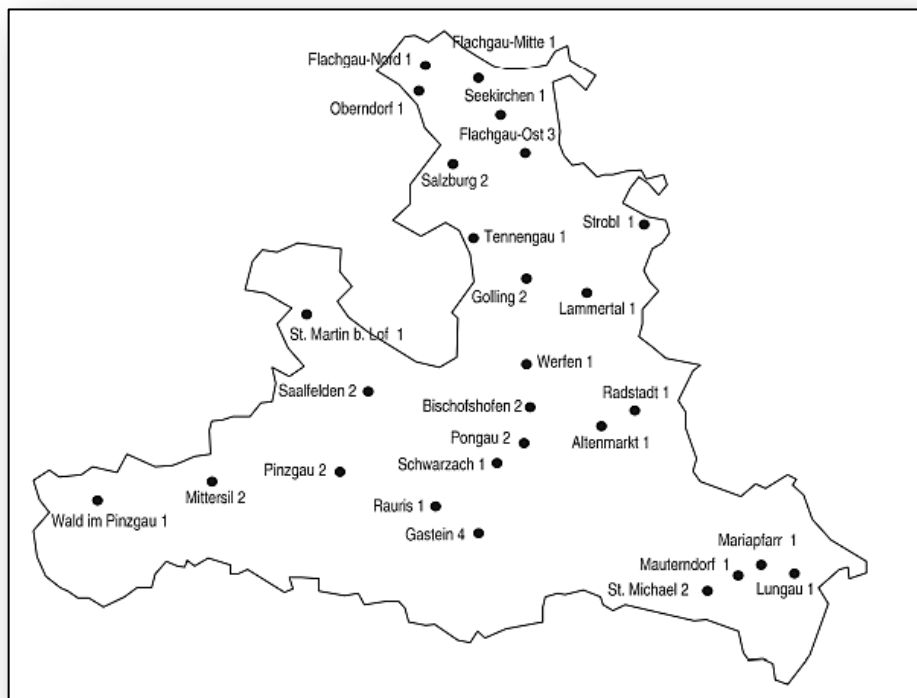
$$z_3 = \sum_{i \in V} \max \left\{ 0, d_i / \sum_{j \in W_i^2} x_j - w_0 \right\} \quad (15)$$

Το μοντέλο λύθηκε από τον αλγόριθμο αναζήτησης tabu των Gendreau, Laporte και Semet [8], και επίσης από μια ευρετική τεχνική που ονομάζεται *ant colony optimization (ACO)*<sup>5</sup> εμπνευσμένο από αυτές του Doerner et al. Βασικά, καθορίζονται αρκετά σχέδια τοποθεσίας και ασθενοφόρα βρίσκονται στα επιλεγμένα σημεία. Εάν έχουν οριστεί λιγότερα από  $p$  ασθενοφόρα μέσω αυτής της διαδικασίας, τα υπόλοιπα ασθενοφόρα κατανέμονται τυχαία στους υπόλοιπους χώρους. Ένα μέτρο της ελκυστικότητας της λύσης υπολογίζεται και χρησιμοποιείται για να εκχωρήσει μια «τιμή φερομόνης» στη λύση. Πιο συγκεκριμένα, οι τιμές φερομόνης  $\tau_{js}$  είναι αριθμοί που σχετίζονται με την απόφαση τοποθέτησης  $s$  ασθενοφόρων στο σημείο  $j$ . Οι τιμές των φερομονών ενημερώνονται περιοδικά για να επηρεάσουν το σχεδιασμό των απώτερων λύσεων. Όσο υψηλότερη είναι η τιμή του  $\tau_{js}$ , τόσο πιο πιθανό είναι ότι  $s$  ασθενοφόρα θα

<sup>5</sup> ACO: ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών (ACO) είναι μια πιθανολογική τεχνική για την επίλυση υπολογιστικών προβλημάτων που μπορούν να περιοριστούν στην εύρεση καλών μονοπατιών μέσω γραφημάτων. Τα τεχνητά μυρμηγκία αντιπροσωπεύουν μεθόδους πολλαπλών παραγόντων που εμπνέονται από τη συμπεριφορά πραγματικών μυρμηγκιών τα οποία έχουν γίνει μια μέθοδος επιλογής για πολυάριθμες εργασίες βελτιστοποίησης που περιλαμβάνουν κάποιο είδος γραφήματος, π.χ. δρομολόγηση οχημάτων και δρομολόγηση στο διαδίκτυο.

βρίσκονται στο σημείο  $j$  σε μελλοντικές επαναλήψεις. Οι συγγραφείς έχουν επίσης εφαρμόσει έναν τοπικό μηχανισμό αναζήτησης, παρόμοιο με αυτόν του αλγόριθμου αναζήτησης tabu των Gendreau, Laporte and Semet [8], προκειμένου να βελτιώσουν τις διαδοχικές λύσεις που κατασκευάζονται από τον αλγόριθμο ACO τους. Ο αλγόριθμος ACO παράγει λύσεις παρόμοιας ποιότητας με αυτές που παρήχθησαν από την αναζήτηση tabu αλλά απαιτούσαν σημαντικά περισσότερο υπολογιστικό χρόνο.

Και οι δύο αλγόριθμοι εφαρμόστηκαν για τον εντοπισμό 1952 ασθενοφόρων σε 460 βάσεις σε όλη την Αυστρία, εκτός από τη Βιέννη. Σε δύο περιπτώσεις όπου ήταν δυνατό να υπολογιστεί μια βέλτιστη λύση με έναν ακριβή αλγόριθμο, βρέθηκε το βέλτιστο. Η Εικόνα 3 απεικονίζει την καλύτερη λύση που προσδιορίστηκε για την επαρχία του Σάλτσμπουργκ. Ο Doerner et al. έχει αναδείξει καθαρά την πρακτικότητα του αλγορίθμου αναζήτησης tabu Gendreau, Laporte and Semet [15] σε διαφορετικό σύνολο δεδομένων και με ελαφρώς τροποποιημένο μοντέλο. Μια θεωρία είναι ότι το κύριο πλεονέκτημα αυτού του μοντέλου έγκειται στην ανάθεση μέγιστης ζήτησης σε οποιοδήποτε ασθενοφόρο. Αυτή η δυνατότητα φαίνεται να απουσιάζει από άλλα μοντέλα τοποθεσίας ασθενοφόρου.



**Εικόνα 3** Λύση του DSM για το Σάλτσμπουργκ. Ο αριθμός ασθενοφόρων που τοποθετούνται σε περιοχές (1 ή 2).

### 1.3 LSCP (Πρόβλημα Κάλυψης Θέσης) και MCLP (Πρόβλημα Μέγιστης Κάλυψης Θέσης)

#### LSCP

Το πρόβλημα κάλυψης του συνόλου θέσης (LSCP) επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει τον αριθμό των ασθενοφόρων που απαιτούνται για την κάλυψη όλων των σημείων ζήτησης εντός  $r$  απόστασης ή μονάδας χρόνου. Το μοντέλο χρησιμοποιεί δυαδική μεταβλητή  $x_j$  ίση με 1 εάν και μόνο εάν ένα ασθενοφόρο βρίσκεται στη θέση  $j$ :

$$(LSCP) \quad \min z = \sum_{j \in W} x_j \quad (16)$$

$$\text{όπου } \sum_{j \in W_i} x_j \geq 1 \quad i \in V \quad (17)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j, (i \in V) \quad (18)$$

Όπου

- ❖  $i, W$  = σημείο ζήτησης και σύνολο επιλέξιμων τοποθεσιών για εγκαταστάσεις ασθενοφόρων
- ❖  $j, V$  = θέση ασθενοφόρου και το σύνολο των σημείων ζήτησης
- ❖  $x_j$  = ο αριθμός των ασθενοφόρων στη θέση  $j$
- ❖  $d_{ij}$  = η κοντινότερη απόσταση (ή χρόνος) από τη θέση  $j$  στο σημείο ζήτησης  $i$
- ❖  $r$  = η μέγιστη απόσταση που μπορεί να απέχει ένα σημείο ζήτησης από μια εγκατάσταση ασθενοφόρων
- ❖  $W_i = \{j | d_{ij} \leq r\}$  = να είναι το σύνολο των θέσεων που καλύπτουν το σημείο ζήτησης  $i$ .

## MCLP

Στο Πρόβλημα Μέγιστης Καλυπτόμενης Θέσης (MCLP) (Charles ReVelle & Hogan [3]) δίνονται  $p$  ασθενοφόρα και ο στόχος είναι να καλυφθεί η μεγαλύτερη δυνατή ζήτηση  $z(p)$ . Δηλώνεται με  $d_i$  η ζήτηση στον κόμβο  $i \in V$  και το  $y_i$  να είναι δυαδική μεταβλητή ίση με 1 εάν και μόνο εάν καλύπτεται από τουλάχιστον ένα ασθενοφόρο:

$$(MCLP) \quad \text{maximize } z(p) = \sum_{i \in V} d_i y_i \quad (19)$$

$$\text{όπου } \sum_{j \in W_i} x_j \geq y_i \quad (20)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p \quad (21)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad (j \in W) \quad (22)$$

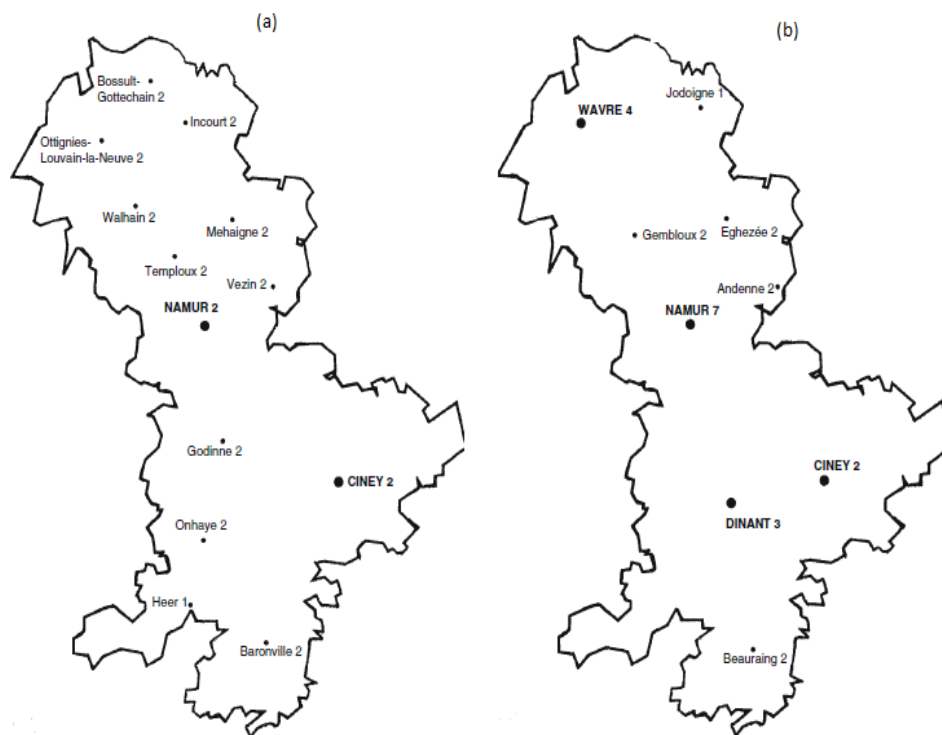
$$y_i \in \{0,1\} \quad (i \in V) \quad (23)$$

Οι περιορισμοί του τύπου (20) επιτρέπουν στο  $y_i$  να ισούται με 1 μόνο όταν μία ή περισσότερες εγκαταστάσεις είναι εγκατεστημένες σε τοποθεσίες του συνόλου  $W_i$  (δηλαδή, μία ή περισσότερες εγκαταστάσεις βρίσκονται εντός μονάδων απόστασης  $r$  του σημείου ζήτησης  $i$ ). Ο αριθμός των εγκαταστάσεων που εκχωρούνται περιορίζεται από το  $p$  στον περιορισμό (21).

- **Εφαρμογή Βαλλονίας**

Η περιοχή της Βαλλονίας εξυπηρετείται από 46 ασθενοφόρα από τα οποία τα 25 βρίσκονται σε εννιά τοποθεσίες εντός της περιοχής, και τα 21 βρίσκονται εκτός της περιοχής παρόλα αυτά μπορούν να εξυπηρετούν κλήσεις της εντός περιοχής. Το σύνολο  $W$  είναι φτιαγμένο από 259 τοποθεσίες που εμπεριέχουν 247 κοινότητες της περιοχής, και 12 τρέχουσες τοποθεσίες εκτός της ζώνης που θεωρούνται ότι έχουν διορθωθεί. Οι τρέχουσες 126 κοινότητες έχουν καλυφθεί κατά 51.01% από ασθενοφόρο εντός 8 λεπτών, ενώ 5 δεν μπορούν εντός 15 λεπτών. Έρευνες λένε ότι το 2005 το 77.47% των 19.197 κλήσεων μπορούσαν να εξυπηρετηθούν εντός 8 λεπτών. Μια εφαρμογή του LSCP δείχνει ότι 26 ασθενοφόρα χρειάζονται για να καλυφθούν όλα τα σημεία ζήτησης εντός 8 λεπτών, ενώ μια επιτυχημένη εφαρμογή του MCLP δείχνει ότι μόνο 8 τοποθεσίες χρειάζονται για να καλύψουν το 82.33% όλων των κλήσεων εντός 8 λεπτών και 15 τοποθεσίες αποδίδουν 95.34% της κάλυψης.

Τέλος εφαρμόστηκε σε αυτά τα δεδομένα και το μοντέλο διπλής κάλυψης DSM, και διαπιστώθηκε ότι χρειάζονται, 20 ασθενοφόρα για να καλυφθεί διπλά το 82.38% των κλήσεων εντός 8 λεπτών, και 30 ασθενοφόρα για να φέρουν μια αναλογία πάνω από το 95.22%. Βέλτιστα αναδιατάσσονται τα 25 ασθενοφόρα όπου βρίσκονται εντός της περιοχής ενώ αφήνει την τοποθεσία των 21 ασθενοφόρων ανέγγιχτη θα αποδώσει ένα 91.31% διπλής κάλυψης όλων των κλήσεων σε αντίθεση με την παρούσα αναλογία του 75.88%. Αυτά τα αποτελέσματα μας δείχνουν ότι μοντέλα όπως το DSM μπορούν επιφέρουν σημαντική βελτίωση στην απλή ή διπλή κάλυψη με το να αναδιατάσσουν τα διαθέσιμα ασθενοφόρα σε διαφορετικές τοποθεσίες. Στην Εικόνα 4 βλέπουμε τις τοποθεσίες των 25 ασθενοφόρων της περιοχής στην τρέχουσα κατάσταση και την προτεινόμενη λύση του DSM.



**Εικόνα 4** Τοποθεσίες 25 ασθενοφόρων στις επαρχίες της Βαλλονίας (a) DSM λύση (b) η τωρινή κατάσταση.

Στην πράξη, μπορεί κανείς να λύσει επανειλημμένα το MCLP με αυξανόμενες τιμές  $p$  και να επιλέξει μια λύση που προσφέρει έναν καλό συμβιβασμό μεταξύ  $p$  και  $z(p)$ . Το κύριο μειονέκτημα των LCSM και MCLP είναι ότι μόλις αποσταλεί ασθενοφόρο σε μια τοποθεσία, η κάλυψή του χάνεται. Για να διορθωθεί αυτή η κατάσταση, έχουν προταθεί διάφορες κατηγορίες πιο εξελιγμένων μοντέλων. Στην πρώτη κατηγορία, εξασφαλίζεται πολλαπλή κάλυψη κάθε σημείου ζήτησης. Στη δεύτερη κατηγορία, λαμβάνεται ρητά υπόψη η πιθανότητα να είναι

διαθέσιμο ασθενοφόρο ανά πάσα στιγμή. Μια τρίτη κατηγορία μοντέλων επιτρέπει τη μετεγκατάσταση ασθενοφόρων σε πραγματικό χρόνο. Με άλλα λόγια, τα μοντέλα τοποθεσίας ασθενοφόρων έχουν εξελιχθεί από στατικά σε πιθανολογικά και σε αναλυτικά μοντέλα που θα δούμε σε παρακάτω κεφάλαια.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΠΟΘΕΣΙΑΣ

#### 2.1 Εισαγωγή

Τα ντετερμινιστικά μοντέλα που είδαμε στα προηγούμενα κεφάλαια δεν έλαβαν υπόψη την πιθανότητα ενός ασθενοφόρου να είναι απασχολημένο σε μια δεδομένη στιγμή και να υπερεκτιμήθηκε η πραγματική κάλυψη που παρέχεται. Ως εκ τούτου, για να αντισταθμιστεί αυτό το μειονέκτημα, αργότερα αναπτύχθηκαν πιθανολογικά μοντέλα. Τα πιθανολογικά μοντέλα τοποθεσίας αναγνώρισαν ότι οποιοδήποτε ασθενοφόρο μπορεί να είναι απασχολημένο όταν καλείται. Μια τέτοια αβεβαιότητα μπορεί να διαμορφωθεί μέσω τεχνικών προγραμματισμού ή χρησιμοποιώντας ένα πλαίσιο αναμονής. Ένα από τα πρώτα πιθανολογικά μοντέλα για τη θέση ασθενοφόρου είναι το Πρόβλημα Μέγιστης Αναμενόμενης Κάλυψης (MEXCLP), το οποίο εμφανίζεται στο Mark S. Daskin [11]. Δηλαδή, όλες οι μονάδες είναι διαθέσιμες ανά πάσα στιγμή, υποθέτοντας ότι κάθε ασθενοφόρο έχει την ίδια πιθανότητα  $q$ , που ονομάζεται κλάσμα απασχόλησης, να μην είναι διαθέσιμος για να απαντήσει σε μια κλήση. Υπέθεσε επίσης ότι όλα τα ασθενοφόρα είναι ανεξάρτητα. Δεδομένου ενός προκαθορισμένου αριθμού μονάδων

απόκρισης, το MEXCLP μεγιστοποιεί την αναμενόμενη κάλυψη υπό την προϋπόθεση ενός προτύπου χρόνου απόκρισης. Με βάση το MEXCLP επεκτείνεται και το μοντέλο MEXCLP2, όπου ουσιαστικά υπάρχουν δύο είδη διακομιστών ALS και BLS καθώς και πολλούς τύπους πελατών που αντιστοιχούν στις κλήσεις προτεραιότητας 1,2,3 και στόχος του MEXCLP2 είναι να μεγιστοποιήσει τον αναμενόμενο αριθμό κλήσεων Προτεραιότητας 1 που εξυπηρετούνται σε δεδομένο χρονικό διάστημα. Ένα άλλο πιθανολογικό μοντέλο διατυπώθηκε από τους ReVelle και Hogan [3], στη προσπάθειά τους να αντιμετωπίσουν τις χωρικές ετερογένειες στη ζήτηση υπηρεσιών με την προσέγγιση αξιοπιστίας, ανέπτυξαν μια μεθοδολογία για την εκτίμηση των πολυάσχολων κλασμάτων «busy fractions» στους διάφορους τομείς μιας πόλης. Χρησιμοποιώντας αυτές τις τοπικές εκτιμήσεις για τα πολυάσχολα κλάσματα, οι πρωτότυποι περιορισμοί αξιοπιστίας για τη διαθεσιμότητα της υπηρεσίας αναδιατυπώθηκαν. Η προκύπτουσα έκδοση του πιθανοτικού μοντέλου PLSCP (probabilistic location set covering problem) που καλύπτει το πρόβλημα αναζητά τον μικρότερο αριθμό διακομιστών, έτσι ώστε η πιθανότητα, για κάθε περιοχή ζήτησης, να βρεθεί διαθέσιμος διακομιστής (ελεύθερος να λάβει την κλήση) εντός μονάδων  $r$  απόστασης ή χρόνου είναι τουλάχιστον το επίπεδο αξιοπιστίας άλφα. Το ενισχυμένο πιθανοτικό σύνολο που καλύπτει το πρόβλημα οδηγεί σε δύο νέα μοντέλα. Τα δύο μοντέλα που μπορούν να παραχθούν είναι (1)  $\alpha$ -reliability (αξιοπιστία),  $p$ -center problem και (2) το maximum reliability location problem (πρόβλημα θέσης μέγιστης αξιοπιστίας) Μέσω της λύσης αυτών των μοντέλων, μπορούν να επιτευχθούν διαμορφώσεις εγκαταστάσεων που παρέχουν υπηρεσίες εντός του ελάχιστου δυνατού χρόνου ή απόστασης με καθορισμένη αξιοπιστία ή που παρέχουν υπηρεσίες με τη μέγιστη αξιοπιστία για ένα καθορισμένο πρότυπο χρόνου ή απόστασης. Οι λύσεις αυτών των μοντέλων διαφέρουν σημαντικά από αυτές που λαμβάνονται με τη χρήση ενός μέσου όρου του συστήματος του κλάσματος απασχόλησης σε ολόκληρο το σύστημα.

## 2.2 Πιθανοτικό μοντέλο κάλυψης (PLSCP)

Μια απλοποιημένη έκδοση του μοντέλου Chapman and White (Mark S.Daskin [11]) χρησιμοποιεί μια συνολική εκτίμηση του κλάδου απασχόλησης διακομιστή, το κλάσμα του χρόνου που το όχημα ξοδεύει για την εξυπηρέτηση κλήσεων. Αν καλέσουμε αυτό το πολυάσχολο κλάσμα  $q$ , τότε μπορούμε να γράψουμε μια έκφραση για την πιθανότητα ένας ή περισσότεροι διακομιστές σε απόσταση κάλυψης να είναι ελεύθεροι να δεχτούν την επόμενη κλήση άφιξης από τον κόμβο ζήτησης  $i$ .



Αυτή η πιθανότητα περιορίζεται εδώ να είναι μεγαλύτερη ή ίση με  $\alpha$ , ένα επίπεδο αξιοπιστίας σε όλο το σύστημα που πρέπει να πληρείται για όλους τους κόμβους. Η αξιοπιστία λαμβάνει μια συγκεκριμένη έννοια ενός ελάχιστου αποδεκτού επιπέδου για την πιθανότητα να είναι διαθέσιμο τουλάχιστον ένα όχημα (όχι απασχολημένο). Χρησιμοποιώντας σημειώσεις που είχαν εισαχθεί προηγουμένως, αυτός ο περιορισμός μπορεί να γραφτεί:

$$1 - q^{\sum_{j \in W_i} x_j} \geq \alpha \quad \forall i \in V$$

Η απασχολημένη πιθανότητα  $q$ , που αυξάνεται στον αριθμό των διακομιστών στο  $W_i$ , είναι η πιθανότητα ότι όλοι οι διακομιστές στο  $W_i$  είναι απασχολημένοι. Αυτή η τιμή που αφαιρείται από το ένα, είναι η πιθανότητα ένας ή περισσότεροι διακομιστές στο  $W_i$  να είναι ελεύθεροι και αυτή η ποσότητα περιορίζεται να είναι μεγαλύτερη ή ίση από το  $\alpha$ . Αυτός ο περιορισμός έχει ένα απλό γραμμικό ισοδύναμο, συγκεκριμένα,

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq \left\lceil \frac{\log(1 - \alpha)}{\log q} \right\rceil, \quad \forall i \in V$$

όπου  $\lceil y \rceil$  είναι ο μικρότερος ακέραιος μεγαλύτερος ή ίσος με το  $y$ .

Η προσθήκη της αντικειμενικής συνάρτησης που ελαχιστοποιεί τον αριθμό των διακομιστών/εγκαταστάσεων που απαιτούνται στο σύστημα, ολοκληρώνει τη διατύπωση του πιθανολογικού μοντέλου κάλυψης. Η μεταβλητή  $x_j$  επιτρέπεται να λαμβάνει οποιαδήποτε θετική ακέραια τιμή. Αυτό εννοεί ότι πολλαπλοί διακομιστές μπορούν να σταθμεύσουν σε μια μόνο θέση.

Το αρχικό πιθανοτικό μοντέλο κάλυψης χρησιμοποιώντας μια εκτίμηση του κλάσματος απασχόλησης για το σύστημα, παράγει αποτελέσματα που είναι εξαιρετικά ευαίσθητα στο  $q$ . Μια αλλαγή στο  $q$  που προκαλεί τη μετάβαση της αγκύλης από 0,99 σε 1,01 θα διπλασιάσει τη δεξιά πλευρά των παραπάνω περιορισμών αξιοπιστίας και, κατά συνέπεια, θα αυξήσει σημαντικά τον αριθμό των απαιτούμενων εγκαταστάσεων. Για να διευκρινιστεί αυτό το σημείο, εξετάστε τη δεξιά πλευρά του γραμμικού ισοδύναμου του περιορισμού αξιοπιστίας. Εάν ο λόγος  $\frac{\log(1-\alpha)}{\log q}$  είναι μικρότερος από 1, απαιτείται τουλάχιστον μία εγκατάσταση στο  $W_i$ . Εάν η αναλογία είναι μεταξύ ενός και δύο, απαιτούνται τουλάχιστον δύο εγκαταστάσεις. Εάν η αναλογία είναι μεταξύ δύο και τριών, απαιτούνται τουλάχιστον τρεις εγκαταστάσεις.

Γενικότερα, εάν ο λόγος είναι μεταξύ  $b - 1$  και  $b$ , τότε απαιτούνται εγκαταστάσεις  $b$ . Το ζεύγος ανισοτήτων,

$$b - 1 < \frac{\log(1 - a)}{\log q} \leq b$$

συνεπάγεται ότι απαιτούνται  $b$  εγκαταστάσεις  $W_i$

$$\text{αν: } 1 - q^{b-1} < a \leq 1 - q^b$$

Ο Πίνακας 2 απεικονίζει το εύρος του  $a$  για διάφορους αριθμούς εγκαταστάσεων σε διαφορετικά, αλλά κοινά, επίπεδα απασχολημένου κλάσματος. Ας υποθέσουμε ότι το επίπεδο αξιοπιστίας,  $a$ , έχει οριστεί στο 0.90. Αναφερόμενοι στον πίνακα, για ένα πολυάσχολο κλάσμα  $q = 0.4$ , απαιτούνται τουλάχιστον τρεις εγκαταστάσεις στο  $W_i$ . Εάν το κλάσμα απασχόλησης είναι 0.5, απαιτούνται τουλάχιστον τέσσερις, και για ένα κλάσμα απασχόλησης 0.6, απαιτούνται τουλάχιστον πέντε εγκαταστάσεις στο  $W_i$ . Μια τέτοια διακύμανση στο απασχολημένο κλάσμα είναι κοινή. Το γεγονός ότι οι μικρές αλλαγές στο απασχολημένο κλάσμα μπορούν να οδηγήσουν σε ανάγκη για περισσότερες εγκαταστάσεις υποδηλώνει ότι μια τέτοια ευαίσθητη διαδικασία εκτίμησης για τα απασχολημένα κλάσματα μπορούν να κοστίσουν πολύ στις ανάγκες του οχήματος. Εναλλακτικά, η ανάπτυξη μοντέλων με γεωγραφική ιδιαιτερότητα που ενσωματώνονται στην εκτίμηση των πολυάσχολων κλασμάτων μπορεί να παρέχει μια πιο σταθερή βάση από την οποία μπορούν να εκτιμηθούν οι συνολικές ανάγκες των εγκαταστάσεων.

<b>Πίνακας 2</b> Απαιτήσεις οχημάτων ως συνάρτηση της αξιοπιστίας και του πολυάσχολου κλάσματος					
	Τουλάχιστον 1 εγκατάσταση απαιτείται στο $W_i$	Τουλάχιστον 2 εγκαταστάσεις απαιτούνται στο $W_i$	Τουλάχιστον 3 εγκαταστάσεις απαιτούνται στο $W_i$	Τουλάχιστον 4 εγκαταστάσεις απαιτούνται στο $W_i$	Τουλάχιστον 5 εγκαταστάσεις απαιτούνται στο $W_i$
<b><math>q = 0.4</math></b>	$a < 0.6$	$0.6 < a \leq 0.84$	$0.84 < a \leq 0.936$	$0.936 < a \leq 0.974$	$0.974 < a \leq 0.996$
<b><math>q = 0.5</math></b>	$a < 0.5$	$0.5 < a \leq 0.75$	$0.75 < a \leq 0.875$	$0.875 < a \leq 0.937$	$0.937 < a \leq 0.989$
<b><math>q = 0.6</math></b>	$a < 0.4$	$0.4 < a \leq 0.64$	$0.64 < a \leq 0.784$	$0.784 < a \leq 0.870$	$0.870 < a \leq 0.922$

Οι ReVelle and Hogan [3], αγκαλιάζοντας την έννοια του περιορισμού αξιοπιστίας, δημιούργησαν έναν περιορισμό αξιοπιστίας ο οποίος είχε ενσωματώσει σε αυτό ένα ρητό όριο στο «busy fraction» απασχολημένο κλάσμα, ένα όριο που εγγυάται ένα απασχολημένο κλάσμα που θα υποστηρίζει τον περιορισμό αξιοπιστίας. Ο περιορισμός αξιοπιστίας αναπτύσσεται αρχικά προσδιορίζοντας το μέσο όρο του απασχολημένου κλάσματος για οχήματα στον ίδιο τομέα της περιοχής σχεδιασμού (δηλ. Μια περιφερειακή περιοχή σχεδιασμού όπως ορίζεται από τους τοπικούς σχεδιαστές) για τους οποίους πρέπει να γραφτεί ο περιορισμός αξιοπιστίας. Δηλαδή, εάν ο περιορισμός αξιοπιστίας γράφεται για το σημείο ζήτησης  $i$  (το κεντρικό τμήμα ενός τομέα στον οποίο αποδίδεται όλη η ζήτηση εντός του τομέα), τα οχήματα που μπορούν να καλύψουν το σημείο  $i$  πρέπει να βρίσκονται στο  $W_i$ , όπως ορίζεται το σύνολο των τοποθεσιών που καλύπτουν το σημείο ζήτησης  $i$ . Ο μέσος όρος του απασχολημένου κλάσματος των οχημάτων είναι :

$$q_i = \frac{\bar{t} \cdot \sum_{k \in M_i} f_k}{24 \sum_{j \in W_i} x_j}$$

όπου

- $\bar{t}$  είναι ο μέσος όρος διάρκειας των κλήσεων σε ώρες
- $f_k$  = η συχνότητα των κλήσεων στο σημείο ζήτησης  $k$  (ώρες / μέρα)
- $M_i$  = το σύνολο των κόμβων ζήτησης εντός του  $r$  για τον κόμβο  $i$

Ο αριθμητής είναι οι καθημερινές ώρες υπηρεσίας που απαιτούνται στη ζώνη (όπως ορίζεται από το  $r$ ) γύρω από τον κόμβο  $i$ . Ο παρονομαστής είναι οι διαθέσιμες καθημερινές ώρες υπηρεσίας στην ίδια ζώνη. Ως εκ τούτου, ο λόγος παρέχει μια εκτίμηση του κλάσματος απασχόλησης στη ζώνη εντός της οποίας γράφεται ο περιορισμός αξιοπιστίας. Η πραγματική τιμή της εκτίμησης του απασχολημένου κλάσματος δεν υπολογίζεται έως ότου γίνει γνωστός ο αριθμός των οχημάτων που έχουν διατεθεί στο  $W_i$ . Καθορίζοντας

$$F_i = \frac{\bar{t} \cdot \sum_{k \in M_i} f_k}{24}$$

το απασχολημένο κλάσμα μπορεί να εκφραστεί πιο καθαρά ως

$$q_i = \frac{F_i}{\sum_{j \in W_i} x_j}$$

Αντικατάσταση του  $q$  με  $q_i$  στις αρχικές αποδόσεις περιορισμών αξιοπιστίας

$$1 - q_i^{\sum_{j \in W_i} x_j} \geq a \quad \forall i \in V$$

Η αντικαθιστώντας το  $q_i$  με τον παραπάνω εκτιμητή

$$1 - \left( F_i / \sum_{j \in W_i} x_j \right)^{\sum_{j \in W_i} x_j} \geq a$$

Η παραπάνω έκφραση δεν έχει ακριβή αντίστροφη, ούτε αναλυτική λύση για τον αριθμό των οχημάτων που απαιτείται να βρίσκονται στο  $W_i$ . Έχει, ωστόσο, μια αριθμητική λύση, δηλαδή, ότι ο αριθμός των οχημάτων στο  $W_i$  πρέπει να είναι μεγαλύτερος ή ίσος με τον μικρότερο ακέραιο που ικανοποιεί τον παραπάνω μη γραμμικό περιορισμό αξιοπιστίας. Πιο επίσημα, το γραμμικό ισοδύναμο για το σημείο ζήτησης  $i$  είναι

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq b_i$$

Όπου  $b_i$  είναι ο μικρότερος ακέραιος που ικανοποιεί

$$1 - \left( F_i / b_i \right)^{b_i} \geq a$$

οι μόνοι καθοριστικοί παράγοντες του  $b_i$  είναι  $F_i$  και  $a$ . Η τιμή του  $b_i$  είναι ένας αριθμός ο οποίος ταυτόχρονα ικανοποιεί απαίτηση αξιοπιστίας και παρέχει ένα απασχολημένο κλάσμα  $q_i$  του οποίου η τιμή υποστηρίζει αυτή την ικανοποίηση.

Το πιθανολογικό μοντέλο (PLSCP), όπως ενισχύθηκε από τους ReVelle and Hogan [3] για χρήση απασχολημένων κλασμάτων με επίκεντρο τα σημεία ζήτησης, μπορεί να συνοψιστεί ως εξής

$$\min z = \sum_{j \in W_i} x_j$$

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq b_i \quad \forall i$$

$$x_j \geq 0 \text{ ακέραιος}$$

όπου  $b_i$  είναι ο μικρότερος ακέραιος που ικανοποιεί

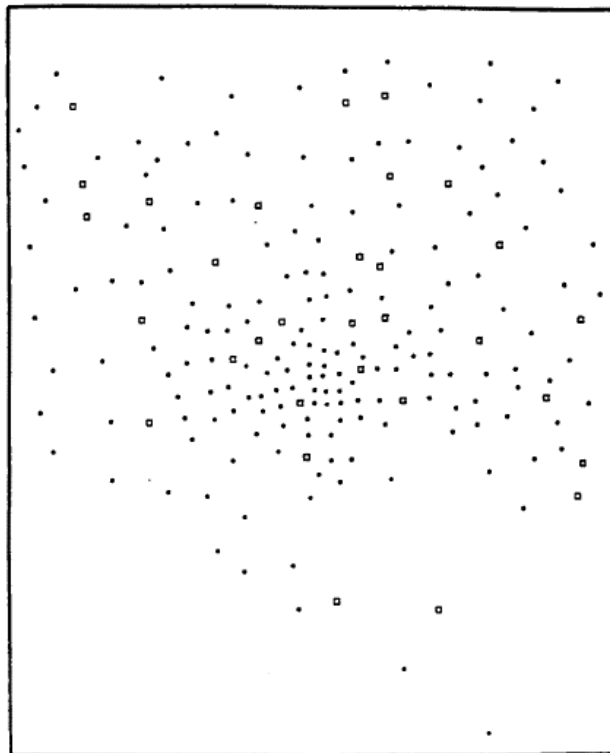
$$1 - \left( F_i / b_i \right)^{b_i} \geq \alpha.$$

### 2.2.1 Παράγωγο του PLSCP( $\alpha$ - αξιοπιστία (a-reliable), p-κεντρικό πρόβλημα ( p-center problem))

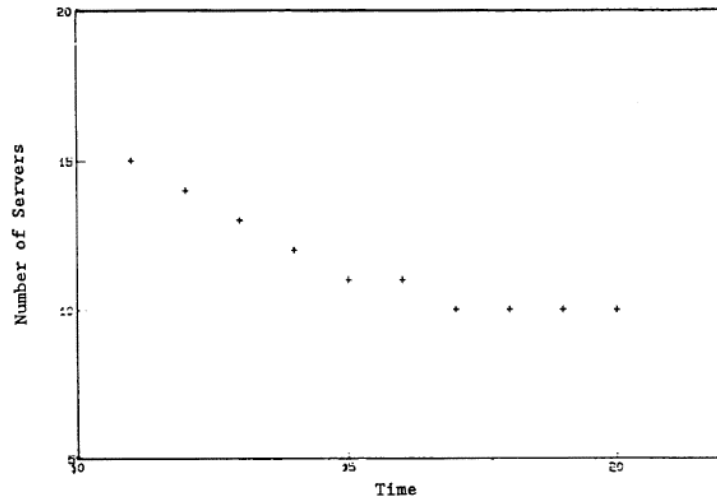
Ένα παράγωγο είναι το *a-reliable p-center* πρόβλημα το οποίο μπορεί να οριστεί ως εξής: Βρείτε τη θέση των εγκαταστάσεων  $p$  που ελαχιστοποιούν το μέγιστο χρόνο (ή απόσταση) εντός της οποίας είναι διαθέσιμη μια υπηρεσία με αξιοπιστία  $\alpha$ . Με την αξιοπιστία  $\alpha$  που καθορίζεται, το PLSCP λύνεται για διαδοχικά μικρότερες τιμές  $r$ , το πρότυπο χρόνου διαθεσιμότητας. Όταν επιτευχθεί μια χρονική τιμή στην οποία ο αριθμός των εγκαταστάσεων αυξάνεται κατά ένα ή περισσότερα, ο προηγούμενος χρόνος είναι ο μικρότερος χρόνος εντός του οποίου παρέχεται υπηρεσία από εγκαταστάσεις  $p$  με αξιοπιστία  $\alpha$ . Η επαναληπτική διαδικασία δεν είναι τόσο απλή όσο στο LSCP, διότι είναι επίσης απαραίτητο να εκτιμηθεί ταυτόχρονα το απασχολημένο κλάσμα σε κάθε τομέα ζήτησης. Το απασχολημένο κλάσμα μειώνεται καθώς μειώνεται το χρονικό πρότυπο. Αυτό σημαίνει, ουσιαστικά, σύζευξη της εξίσωσης του απασχολημένου κλάσματος με τον περιορισμό αξιοπιστίας και διαδοχική μείωση του χρονικού προτύπου και για τους δύο τύπους.

Ο τύπος εφαρμόστηκε σε δεδομένα από το πυροσβεστικό σύστημα της πόλης της Βαλτιμόρης. Οι περιοχές ζήτησης ήταν 207 ζώνες σχεδιασμού μεταφορών. Για καθένα από αυτά ήταν γνωστή η συχνότητα κλήσεων. Ασθενοφόρα θα μπορούσαν να αναπτυχθούν από οποιονδήποτε από τους 31 πυροσβεστικούς σταθμούς που θα μπορούσαν να φιλοξενήσουν ένα ή περισσότερα ασθενοφόρα. Η διευθέτηση των περιοχών ζήτησης και οι πιθανές τοποθεσίες των εγκαταστάσεων φαίνονται στην Εικόνα 5. Ένας πίνακας των συντομότερων χρόνων μεταξύ των ζωνών μεταφοράς ήταν διαθέσιμος από την Επιτροπή Περιφερειακού Σχεδιασμού της Βαλτιμόρης. Ο πίνακας μειώθηκε στους συντομότερους χρόνους μεταξύ των 207 ζωνών σχεδιασμού μεταφοράς και των 31 επιλέξιμων ασθενοφόρων τοποθεσίες. Μπορεί να καθοριστεί

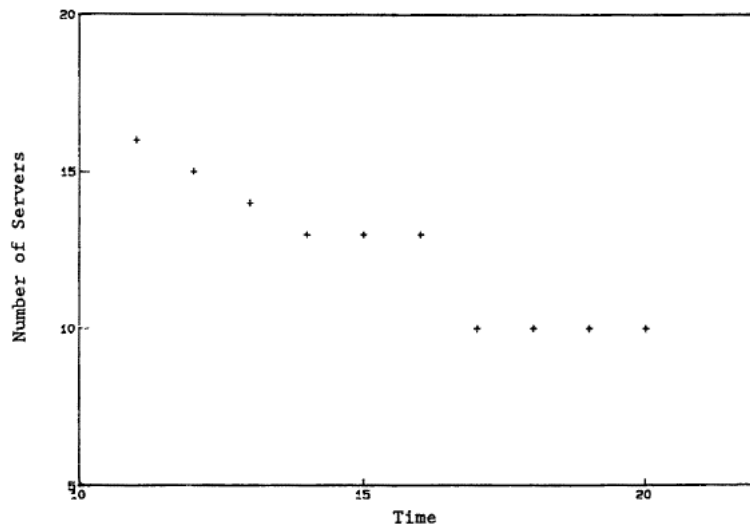
η ανταλλαγή μεταξύ του αριθμού των εγκαταστάσεων και της  $\alpha$ -αξιοπιστίας χρονικού προτύπου για τα δεδομένα της πόλης της Βαλτιμόρης. Τμήματα των καμπυλών ανταλλαγής για τρία διαφορετικά πρότυπα απόστασης φαίνονται στις Εικόνες 6, 7 και 8. Όλες οι καμπύλες που εμφανίζονται εδώ αντιστοιχούν σε αρκετά υψηλά επίπεδα αξιοπιστίας,  $\alpha = 0,85$  και άνω. Αυτά επιλέχθηκαν ως ένα επιθυμητό εύρος τιμών αξιοπιστίας για τα συστήματα ανταπόκρισης έκτακτης ανάγκης. Οι καμπύλες δείχνουν γενικά ότι καθώς διευρύνεται το πρότυπο απόστασης, απαιτούνται λιγότερες εγκαταστάσεις για την παροχή υπηρεσιών με το καθορισμένο επίπεδο αξιοπιστίας. Το γράφημα για την αξιοπιστία 95% p-center πρόβλημα δείχνει ένα μη διαισθητικό αποτέλεσμα. Σε μία περίπτωση, ο αριθμός των διακομιστών αυξάνεται καθώς το πρότυπο απόστασης αυξάνεται από 11 σε 12. Αυτό είναι αποτέλεσμα της διακριτής φύσης του προβλήματος, των διακριτών σημείων ζήτησης και ενός περιορισμένου αριθμού πιθανών τοποθεσιών εγκαταστάσεων. Αυτή η περίπτωση δεν πρέπει να ερμηνεύεται ως αντίθετη με τη συνολική σχέση.



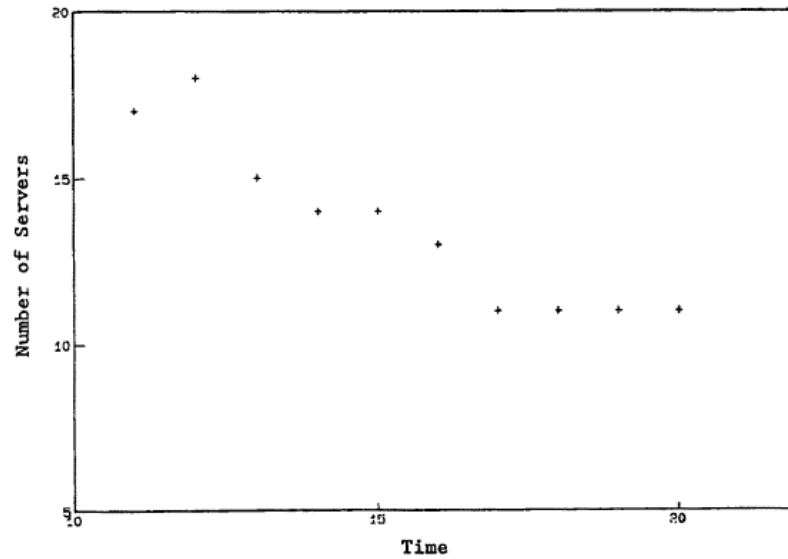
**Εικόνα 5** Πόλη Βαλτιμόρης. Οι τελείες είναι τα κεντροειδή των περιοχών ζήτησης και οι κύβοι είναι οι επιλέξιμες τοποθεσίες ασθενοφόρων.



**Εικόνα 6** Λύσεις στο 85% αξιοπιστίας P-center πρόβλημα. Ο αριθμός των διακομιστών ως προς τον πρότυπο χρόνο.



**Εικόνα 7** Λύσεις στο 90% αξιοπιστίας p-center πρόβλημα. Ο αριθμός των διακομιστών ως προς τον πρότυπο χρόνο.



**Εικόνα 8** Λύσεις στο 95% αξιοπιστίας  $p$ -center πρόβλημα. Ο αριθμός των διακομιστών ως προς τον πρότυπο χρόνο.

### 2.2.2 Παράγωγο του PLSCP (Το πρόβλημα τοποθεσίας μέγιστης αξιοπιστίας)

Το δεύτερο παράγωγο του PLSCP είναι το πρόβλημα μέγιστης αξιοπιστίας τοποθεσίας (*maximum reliability location problem*) και ορίζεται ως εξής: Βρείτε τη θέση των εγκαταστάσεων  $p$  που παρέχουν υπηρεσία εντός  $r$  μονάδες χρόνου και μεγιστοποιούν την ελάχιστη αξιοπιστία του συστήματος. Με τη πρότυπη απόστασης  $r$  δεδομένη, το πιθανολογικό μοντέλο κάλυψης θέσης λύνεται για διαδοχικά μεγαλύτερες τιμές αξιοπιστίας. Όταν επιτευχθεί ένα επίπεδο αξιοπιστίας που προκαλεί τον αριθμό των οχημάτων να αυξηθεί σε  $p + 1$  ή περισσότερο, το προηγούμενο επίπεδο αξιοπιστίας είναι η μεγαλύτερη ελάχιστη αξιοπιστία που μπορεί να επιτευχθεί με  $p$  εγκαταστάσεις. Ας θυμηθούμε ότι η πιθανότητα ενός οχήματος να είναι διαθέσιμο είναι

$$1 - q_i^{\sum_{j \in W_i} x_j} \quad \text{όπου}$$



$$q_i = \frac{F_i}{\sum_{j \in W_i} x_j}$$

Λύση του μηδενικού προβλήματος ακέραιου προγραμματισμού για μια απαιτούμενη αξιοπιστία του  $\alpha$  παράγει ένα σύνολο  $x_j^*$ . Για το  $i$ -οστό σημείο ζήτησης, ο αριθμός των οχημάτων που υπολογίζονται στο  $W_i$  είναι  $k_i$ , όπου

$$\sum_{j \in W_i} x_j^* = k_i$$

Επομένως, μόλις λυθεί το πρόβλημα προγραμματισμού, η πιθανότητα ενός ή περισσότερων οχημάτων να είναι διαθέσιμα να απαιτούν το σημείο  $i$  εντός του  $r$  είναι

$$a_i^* = 1 - q_i^{k_i} = 1 - \left( F_i / k_i \right)^{k_i} \quad \forall i \in V$$

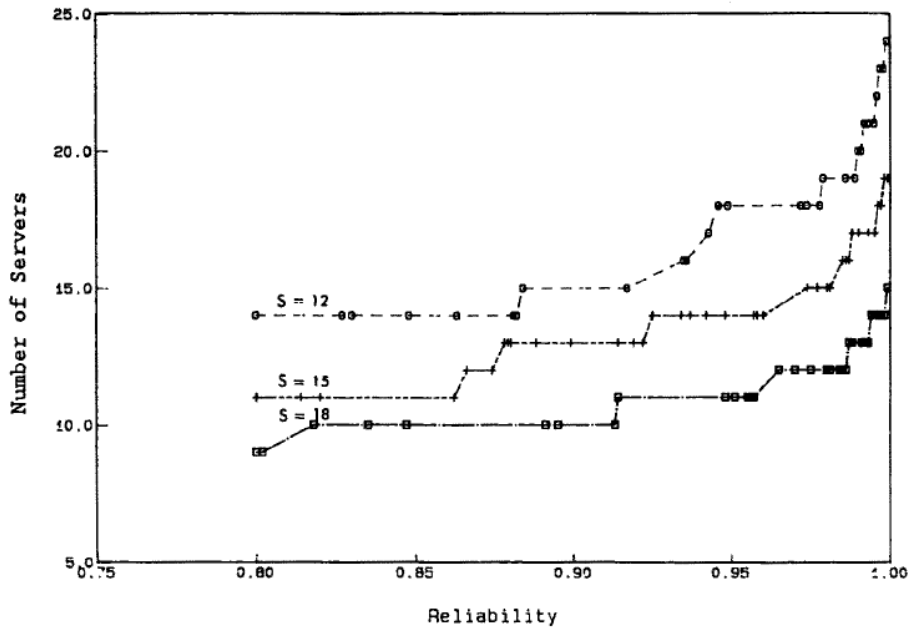
Αυτός ο αριθμός μπορεί να υπολογιστεί και να καταγραφεί για όλα τα σημεία ζήτησης  $i$  και το αδιαίρετο  $a_i^*$  είναι όλα μεγαλύτερα ή ίσα με το  $\alpha$ , την απαιτούμενη αξιοπιστία. Στην πραγματικότητα, αν τουλάχιστον ένα από τα γραμμικά ισοδύναμα μεταξύ των περιορισμών αξιοπιστίας πρέπει να είναι δεσμευτικό, μπορεί να είναι ότι κανένας από τους μη γραμμικούς περιορισμούς αξιοπιστίας δεν είναι δεσμευτικός, λόγω της διακριτικότητας των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος. Εάν κανένας από τους μη γραμμικούς περιορισμούς αξιοπιστίας δεν είναι δεσμευτικός (όπως φαίνεται από μια απλή σύγκριση των  $a_i^*$  και  $\alpha$ ) τότε το  $\alpha$  μπορεί να αυξηθεί στο μικρότερο  $a_i^*$  χωρίς καμία αλλαγή στην επίλυση του προβλήματος προγραμματισμού. Εάν το  $\alpha$  κάνει το έψιλον μεγαλύτερο από το μικρότερο  $a_i^*$ , μια νέα λύση του προβλήματος προγραμματισμού θα είναι απαραίτητη, αφού για τον περιορισμό  $i$ , οι εγκαταστάσεις  $k_i$  στο  $W_i$  θα είναι ανεπαρκείς για να ικανοποιήσουν τη νέα απαίτηση αξιοπιστίας.

Η νέα λύση με τουλάχιστον  $k_i + 1$  εγκαταστάσεις που απαιτούνται στο  $W_i$  μπορεί απλώς να αναδιατάξει τις αρχικές εγκαταστάσεις  $p$ . Δηλαδή, μπορεί να μην απαιτείται αύξηση του αριθμού των εγκαταστάσεων. Εάν συμβεί αυτό, η νέα λύση κυριαρχεί στην προηγούμενη λύση καθώς οι ίδιες εγκαταστάσεις  $p$  επιτυγχάνουν υψηλότερο επίπεδο αξιοπιστίας. Αυτή η νέα λύση μπορεί να εκτιμηθεί για τα πραγματικά επίπεδα αξιοπιστίας για κάθε σημείο ζήτησης  $i$  :

$$a_i^* = 1 - \left( F_i / k_i' \right)^{k_i'} \quad i \in V$$

Όπου  $k_i'$  είναι το νέο άθροισμα εγκαταστάσεων στο  $W_i$ . Το μικρότερο από αυτά μπορεί να βρεθεί και η διαδικασία να επαναληφθεί. Από την άλλη πλευρά, η απαίτηση τουλάχιστον  $k_i + 1$  εγκαταστάσεων σε  $W_i$  μπορεί πραγματικά να προκαλέσει αύξηση του απαιτούμενου αριθμού εγκαταστάσεων για το σύστημα. Το μικρότερο από το  $a_i^*$  αντιπροσωπεύει το μέγιστο της ελάχιστης αξιοπιστίας που μπορεί να επιτευχθεί με  $p$  εγκαταστάσεις.

Και πάλι, τα δεδομένα της πόλης της Βαλτιμόρης χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων και την παροχή ανταλλαγών μεταξύ του αριθμού των διακομιστών και της αξιοπιστίας των υπηρεσιών εντός του χρονικού προτύπου. Οι καμπύλες ανταλλαγής φαίνονται στην Εικόνα 9 για τρία χρονικά πρότυπα. Θα σημειώσουμε ότι σε αυτές τις καμπύλες εμφανίζονται μακριά επίπεδα τμήματα. Εάν λάβουμε υπόψη τα σημεία προς την ακροδεξιά σε αυτά τα επίπεδα τμήματα, σημειώνουμε ότι ο καθορισμένος αριθμός διακομιστών μπορεί, στην πραγματικότητα, να παρέχει πολύ υψηλότερα επίπεδα ελάχιστης αξιοπιστίας από ό, τι θα μπορούσε αρχικά να υποτεθεί. Για παράδειγμα, για χρονικό πρότυπο 18 λεπτών, 10 εγκαταστάσεις μπορούν να παρέχουν αξιοπιστία 82% στο ένα άκρο της καμπύλης, αλλά με αναδιάταξη, έως 92% αξιοπιστία στο άλλο. Σαφώς, ένας υπεύθυνος λήψης αποφάσεων θα επέλεγε το ακροδεξιό τμήμα της καμπύλης, με όλα τα άλλα να είναι ίσα.



**Εικόνα 9** Λύσεις για το μοντέλο μέγιστης αξιοπιστίας θέσης. Ο αριθμός των διακομιστών ως προς το  $\alpha$  για διάφορους πρότυπους χρόνους  $r(S=r)$ .

Έχοντας περιγράψει και απεικονίσει την καμπύλη των εγκαταστάσεων έναντι της αξιοπιστίας, μπορούμε αυτή την καμπύλη να την συγκρίνουμε με την ανάλογη καμπύλη που προκύπτει από το αρχικό μοντέλο των Charman and White. Η κρίσιμη διαφορά, φυσικά, είναι ότι το μοντέλο που περιγράφεται εδώ χρησιμοποιεί τοπικές και όχι σε εκτιμήσεις όλου του συστήματος του απασχολημένου κλάσματος.

Για να γίνει η σύγκριση, πρέπει να λυθεί το πρόβλημα του καθορισμού του ελάχιστου αριθμού διακομιστών, δεδομένου ότι υπάρχει περιορισμός στην αξιοπιστία ενός διακομιστή που είναι διαθέσιμος σε  $r$  απόσταση ή μονάδα χρόνου για κάθε περιοχής ζήτησης. Η αντικειμενική μου συνάρτηση είναι όπως πριν,

$$\min z = \sum_{j \in W} x_j$$

Ο πιθανοτικός περιορισμός πιθανότητας, γραμμένος με ένα μόνο απασχολημένο κλάσμα σε όλο το σύστημα είναι:

$$P[\text{ένα ή περισσότερα οχήματα διαθέσιμα εντός } r] \geq a$$

Η

$$1 - q^{\sum_{j \in W_i} x_j} \geq a$$

Η

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq \left\lceil \frac{\log(1-a)}{\log(q)} \right\rceil$$

Όπου η τιμή  $q$  μπορεί να εκτιμηθεί από την εξής σχέση

$$q = \frac{\bar{t} \cdot \sum_{i \in V} f_i}{24 \sum_{j \in W} x_j} = \frac{F}{\sum_{j \in W} x_j}$$

όπου

$$F = \frac{\bar{t} \cdot \sum_{i \in V} f_i}{24}$$

Όποτε ο περιορισμός της πιθανότητας γίνεται

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq \left\lceil \frac{\log(1-a)}{\log(F) - \log(\sum_{j \in W} x_j)} \right\rceil$$

Η

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq b \quad \forall i$$

όπου  $b$  είναι η τιμή της δεξιάς πλευράς του ντετερμινιστικού ισοδύναμου περιορισμού και είναι η ίδια για όλα τα σημεία ζήτησης κάλυψης. Δυστυχώς, το  $b$  είναι συνάρτηση του συνολικού αριθμού διακομιστών του συστήματος, αριθμός που δεν έχει ακόμη προσδιοριστεί, πράγματι, ο αριθμός που στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί. Ακολουθώντας την εξής σύνθεση βημάτων:

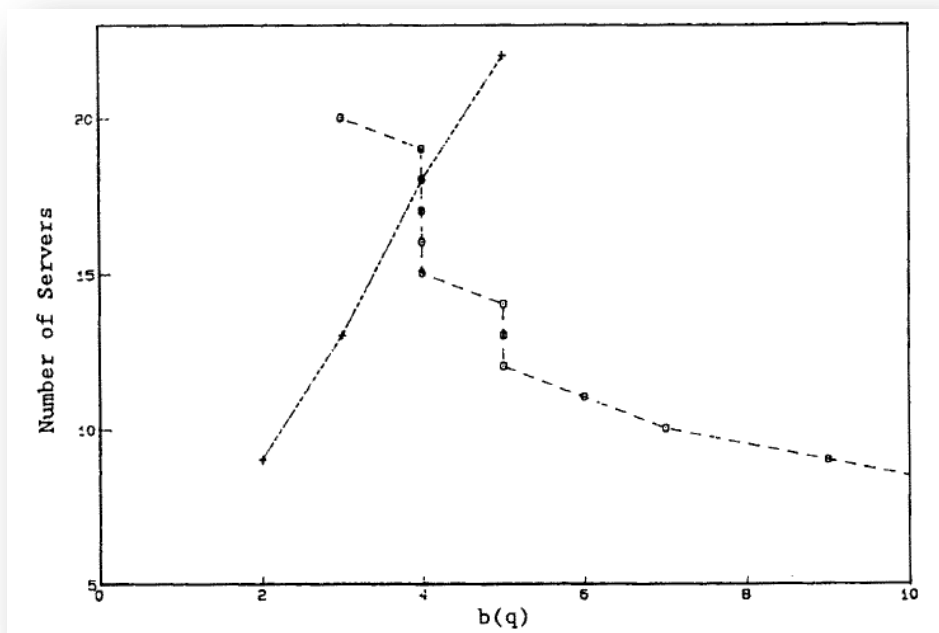
Βήμα 1ο. Ορίζουμε μια αρχική τιμή στο  $b$ , έστω  $b^0$  και λύνουμε το πρόβλημα ελαχιστοποίησης για  $b^0, b^0 + 1, b^0 + 2, \dots, b^0 + m$ .

Βήμα 2ο. Σχεδιάζουμε το γράφημα του  $\sum_{j \in W} x_j$  έναντι του  $b$ : δηλαδή τον αριθμό των διακομιστών ως συνάρτηση της δεξιάς πλευράς. Το γράφημα που προκύπτει θα αυξάνεται με την αύξηση του  $b$ .

Βήμα 3ο. Όσο  $b = \left\lceil \frac{\log(1-a)}{\log(F) - \log(\sum_{j \in W} x_j)} \right\rceil$  σχεδιάζουμε το γράφημα όπως στο βήμα 2,  $b$  ως συνάρτηση του αριθμού των διακομιστών στο σύστημα. Αυτό το γράφημα θα φθίνει όσο αυξάνει ο αριθμός διακομιστών.

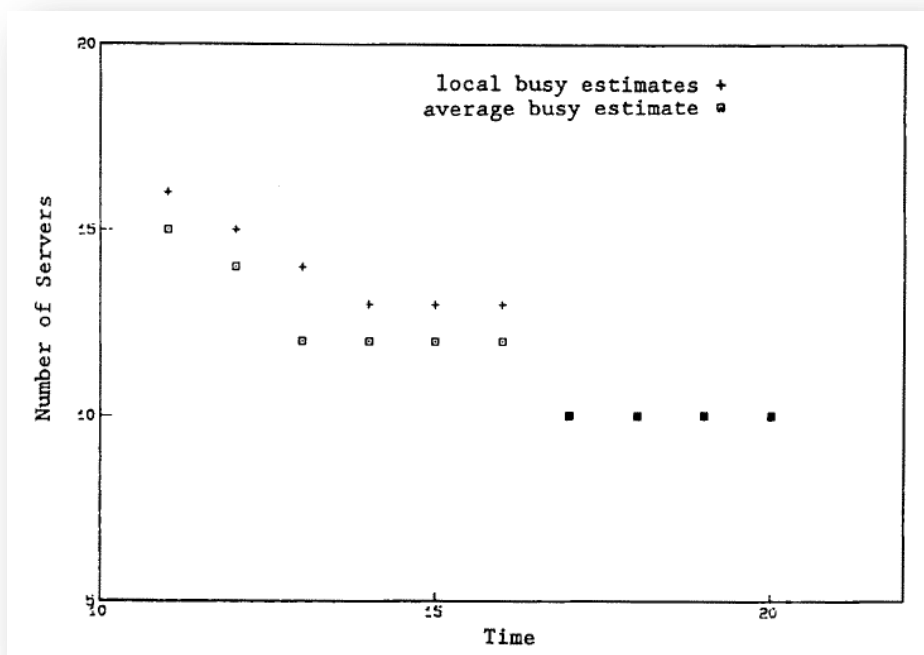
Βήμα 4ο. Εκεί που τέμνονται οι δύο καμπύλες είναι η τιμή του  $\sum_{j \in W} x_j$  που δίνει μια τιμή δεξιάς πλευράς που δίνει το ίδιο  $\sum_{j \in W} x_j$ . Αυτή είναι η επιθυμητή λύση στον ελάχιστο αριθμό διακομιστών όπου το κλάσμα απασχολημένου συστήματος είναι συνάρτηση αυτού του αριθμού διακομιστών.

Η παραπάνω διαδικασία θα επαναληφθεί για διαδοχικά μεγαλύτερες τιμές του  $\alpha$  ή, εκτός από τα βήματα 1 και 2 που δεν χρειάζεται να επαναληφθούν, επειδή δεν περιλαμβάνουν συνθέσεις του  $\alpha$ . Το βήμα 3 και το βήμα 4 πρέπει να επαναληφθούν. Τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας για  $\alpha = 0,975$  φαίνεται στο Εικόνα 10.



**Εικόνα 10** Ο αριθμός των εγκαταστάσεων που απαιτούνται για την κάλυψη της ζήτησης βάσει της εκτίμησης του μέσου όρου απασχόλησης σε όλη την πόλη ( $r=12, \alpha=0.975$ )

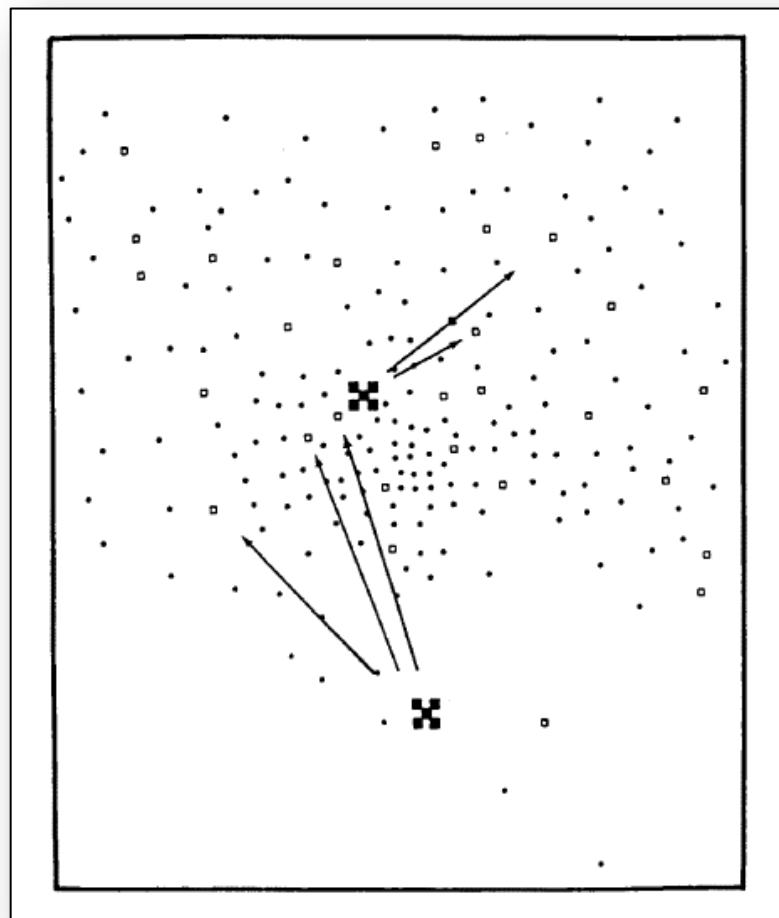
Το σύνολο των λύσεων που βασίζεται σε μια μέση εκτίμηση απασχόλησης  $\bar{q}$  που αντιστοιχούν για  $\alpha = 0,90$  και διαφορετικά χρονικά πρότυπα παρουσιάζονται στην Εικόνα 11. Επιπλέον, στην καμπύλη για  $\alpha = 0,90$  που προκύπτει από τις τοπικές εκτιμήσεις των απασχολημένων κλασμάτων  $\bar{q}$ . Αυτό το σχήμα δείχνει ότι οι ανάγκες των εγκαταστάσεων για όλο το σύστημα είναι χαμηλότερες όταν χρησιμοποιείται ένας μέσος όρος απασχολημένου κλάσματος για τα μικρότερα χρονικά πρότυπα. Οι πραγματικές θέσεις των εγκαταστάσεων που προκύπτουν από τα δύο μοντέλα φαίνονται στην Εικόνα 12 για  $r = 17$ , χρονικό πρότυπο που οδηγεί σε πανομοιότυπες συνολικές ανάγκες 10 εγκαταστάσεων και για τα δύο μοντέλα. Αυτό το σχήμα δείχνει ότι η λύση  $\bar{q}$  αποτελείται από δύο τοποθεσίες, πέντε εγκαταστάσεις σε κάθε μία. Η λύση  $\bar{q}$  αποτελείται από 7 τοποθεσίες που περιβάλλουν τις περιοχές υψηλής ζήτησης του κέντρου της πόλης. Η χρήση μιας μέσης εκτίμησης για όλη την πόλη δεν επιτρέπει τη διαφοροποίηση μεταξύ των αναγκών οχημάτων διαφορετικών περιοχών της πόλης.



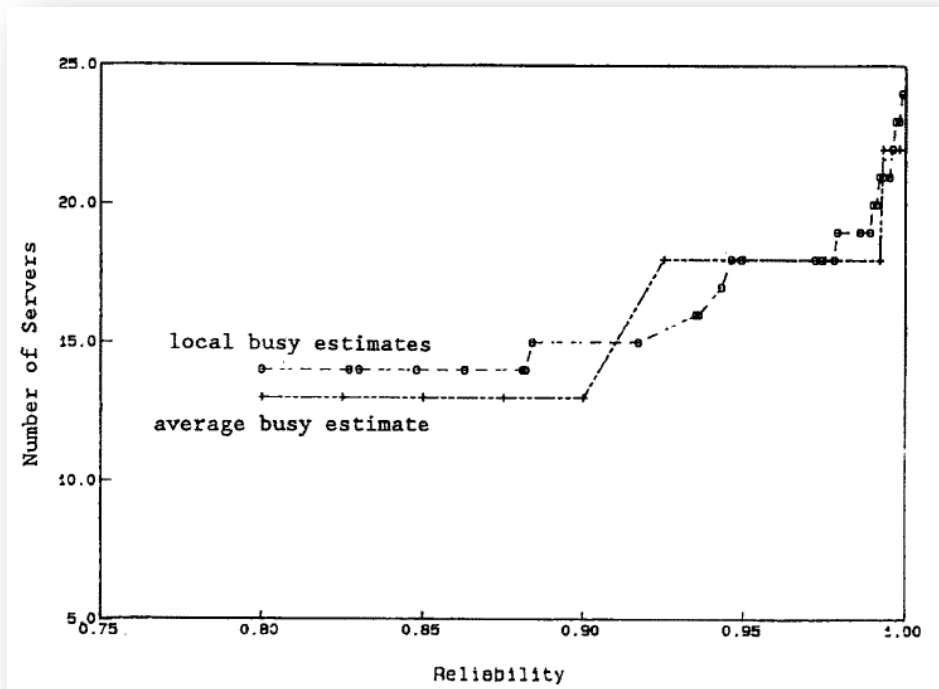
**Εικόνα 11** Ο αριθμός των διακομιστών έναντι του χρόνου κάλυψης τόσο για τις τοπικές όσο και για τις συνολικές εκτιμήσεις σε όλη την πόλη ( $\alpha=0.90$ ).

Το σύνολο των λύσεων του  $\bar{q}$  για  $r = 12$  και διαφορετικές τιμές του  $\alpha$  παρέχονται στην Εικόνα 12 με τις ανάλογες λύσεις. Καθώς η αξιοπιστία στο σύστημα αυξάνεται, η λύση  $\bar{q}$  υποτιμά, υπερεκτιμά και συμφωνεί με τις ανάγκες εγκαταστάσεων όπως ορίζονται από τις

λύσεις  $\bar{q}$ . Ενώ η υποτίμηση και η υπερεκτίμηση δεν είναι ακραίες, (μία φορά τρεις αλλά συχνότερα λιγότερες από δύο), πάλι οι θέσεις των εγκαταστάσεων διαφέρουν σημαντικά όπως φαίνεται στην Εικόνα 13 για  $\alpha = 0,978$ . Σημειώνοντας ότι τα βέλη που δείχνουν τις τοποθεσίες για τις λύσεις  $\bar{q}$ , φαίνεται ότι η χρήση τοπικών απασχολημένων εκτιμήσεων αποδίδει διαμορφώσεις εγκαταστάσεων με εγκαταστάσεις να βρίσκονται πιο κοντά στις περιοχές υψηλής ζήτησης. Οι λύσεις καθοδηγούνται από περιφερειακές πληροφορίες για τις ανάγκες των οχημάτων.

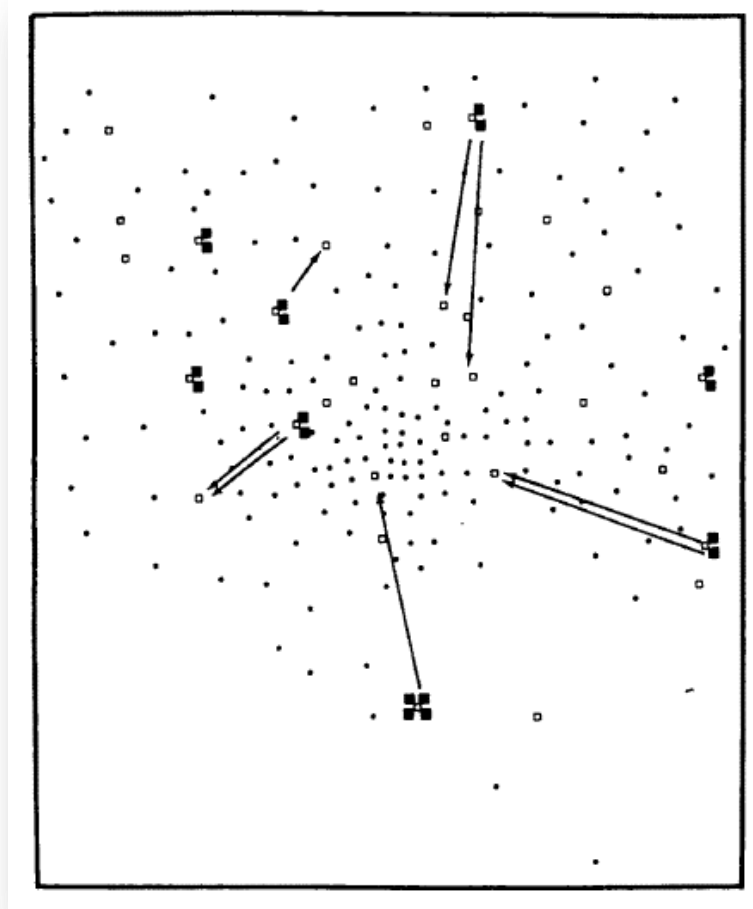


**Εικόνα 12** Λύση στο πρόβλημα του 90% p-center ( $r=17$ ). Οι τοποθεσίες των εγκαταστάσεων βασίζονται στον μέσο όρου απασχολημένου κλάσματος ( $\bar{q}$ ). Οι μετεγκαταστάσεις βασίζονται σε τοπικά απασχολημένα κλάσματα ( $\bar{q}$ ).



**Εικόνα 13** Ο αριθμός των διακομιστών που απαιτούνται για να καλύψουν την ζήτηση και για τις δυο απασχολημένες εκτιμήσεις τοπικές και ευρείας ( $r=12$ )





**Εικόνα 14** Μια λύση για το maximum reliable location model ( $r=12$ ,  $\alpha=0.90$ ). Οι τοποθεσίες των εγκαταστάσεων στο μέσο όρο των απασχολημένων κλάσμάτων  $\bar{q}$ . Και οι μετεγκαταστάσεις βασίζονται στα τοπικά απασχολημένα κλάσματα  $\bar{q}$ .

Διαισθητικά, μια υψηλότερη αξιοπιστία των διαθέσιμων οχημάτων σε έναν συγκεκριμένο τομέα θα πρέπει να προκαλέσει μείωση του απασχολημένου κλάσματος σε αυτόν τον τομέα. Αυτή η σχέση μπορεί επίσης να αποδειχθεί τυπικά.

Ο περιορισμός αξιοπιστίας για τον τομέα  $i$  μεταφράζεται σε περιορισμό του αριθμού των οχημάτων σε αυτόν τον τομέα.

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq b_i$$

Και το απασχολημένο κλάσμα γράφεται

$$q_i = \frac{F_i}{\sum_{j \in W_i} x_j}$$

$$\text{όπου } F_i = \frac{\bar{t} \cdot \sum_{k \in M_i} f_k}{24}$$

και ο περιορισμός του απασχολημένου κλάσματος γίνεται

$$q_i \leq \frac{F_i}{b_i}$$

Επομένως, κάθε  $a$  μπορεί να αντιστοιχεί σε ένα σύνολο  $b_i$ , ένα για κάθε τομέα. Η τιμή του  $b_i$ , καθορίζει ένα ανώτατο όριο στο απασχολημένο κλάσμα σε κάθε τομέα. Για παράδειγμα, αν  $b_i$ , είναι 4 οχήματα και  $F_i$ , η ζήτηση για οχήματα στο  $W_i$ , είναι 2.8, το ανώτατο όριο στο απασχολημένο κλάσμα στο  $W_i$  είναι  $2.8/4.0$  ή  $0.70$ . Η πραγματική τιμή του  $q_i$  μπορεί να είναι μικρότερη, φυσικά, εάν ο αριθμός των οχημάτων στο  $W_i$  υπερβαίνει τον απαιτούμενο αριθμό  $b_i$ , κάτι που δεν θα ήταν ασυνήθιστο.

Έχουμε αναπτύξει μια έκδοση του πιθανοτικού μοντέλου το οποίο χρησιμοποιεί τοπικές εκτιμήσεις για το απασχολημένο κλάσμα του διακομιστή. Αυτό το μοντέλο αποτελεί τη βάση για την εξαγωγή δύο νέων μοντέλων, το πρόβλημα  $\alpha$ -reliable p-center και το πρόβλημα θέσης μέγιστης αξιοπιστίας. Το  $\alpha$ -reliable p-center πρόβλημα βρίσκει τη θέση για  $p$  εγκαταστάσεις που ελαχιστοποιούν το μέγιστο χρόνο εντός του οποίου οι απαιτήσεις μπορούν να καλυφθούν με αξιοπιστία  $\alpha$ . Το πρόβλημα μέγιστης αξιοπιστίας τοποθεσίας (maximum reliability location problem) τοποθετεί  $p$  εγκαταστάσεις κατά τέτοιο τρόπο ώστε η πιθανότητα να είναι διαθέσιμη η υπηρεσία εντός των προδιαγραφών απόστασης ή χρόνου είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη. Και τα δύο αυτά μοντέλα για να λυθούν χρησιμοποιήσαν δεδομένα της πόλης της Βαλτιμόρης και οι λύσεις συγκρίνονται με λύσεις του PLSCP με μία εκτίμηση του απασχολημένου κλάσματος για ολόκληρο το σύστημα. Οι συγκρίσεις αποκαλύπτουν ότι η χρήση μιας εκτίμησης σε ολόκληρο το σύστημα μπορεί να δώσει λύσεις που είτε υπερεκτιμούν είτε υποτιμούν τις συνολικές ανάγκες εγκαταστάσεων και οι οποίες δεν είναι ευαίσθητες στις περιοχές της πόλης με τις υψηλότερες απαιτήσεις.

## 2.3 Μέγιστη αναμενόμενη κάλυψη τοποθεσίας (MEXCLP)

### 2.3.1 Βασικό μοντέλο MEXCLP

Η προσέγγισή του Daskin [11] είναι παρόμοια με εκείνη των Chapman and White, δηλαδή να αναγνωρίζει ρητά ότι εάν οι εγκαταστάσεις  $W$  βρίσκονται στο δίκτυο, δεν θα είναι σε θέση όλες οι εγκαταστάσεις να ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις ανά πάσα στιγμή. Συνεπώς, πρέπει να υπολογιστεί η πιθανότητα να καλυφθεί μια ζώνη εάν επιλεγεί μια συγκεκριμένη διαμόρφωση των εγκαταστάσεων. Παρακάτω επαναδιατυπώνεται το μοντέλο μέγιστης κάλυψης τοποθεσίας και επεκτείνεται ώστε να ενσωματωθούν οι στοχαστικές εκτιμήσεις.

Αρχικά θα επαναδιατυπώσουμε τον τύπο που χρησιμοποιεί το μοντέλο MCLP ώστε στην συνέχεια να το επεκτείνουμε:

$$(MCLP) \quad \text{maximize } \sum_{k \in V} d_k y_k \quad (1)$$

$$\text{όπου } \sum_i a_{ki} x_i \geq y_k \quad (2)$$

$$\sum_i x_i \leq M \quad (3)$$

$$x_i = \{0,1\} \quad (i \in V) \quad (4)$$

$$y_k = \{0,1\} \quad (k \in V) \quad (5)$$

Όπου

$d_k = \eta$  ζήτηση στο σημείο  $k$

$y_k = \begin{cases} 0, & \text{αν ο κόμβος } k \text{ δεν καλύπτεται} \\ 1, & \text{αν ο κόμβος } k \text{ καλύπτεται} \end{cases}$

$$x_i = \begin{cases} 0, & \text{αν μια εγκατάσταση **δεν** βρίσκεται στον κόμβο } i \\ 1, & \text{αν μια εγκατάσταση βρίσκεται στον κόμβο } i \end{cases}$$

$$a_{ki} = \begin{cases} 0, & \text{αν } d_{ki} > r - \text{μια εγκατάσταση στον } i \text{ **δεν** καλύπτει την ζήτηση στον } k \\ 1, & d_{ki} \leq r - \text{μια εγκατάσταση στο } i \text{ καλύπτει την ζήτηση στον } k \end{cases}$$

$r$  = το πρότυπο κάλυψης σε μονάδες χρόνων ή απόστασης

$M$  = ο αριθμός των εγκαταστάσεων που πρέπει να τοποθετηθούν

$V$  = το σύνολο των κόμβων σε ένα δίκτυο

$i, k$  = κόμβοι  $\in V$

$j$  = εγκαταστάσεις  $j \in M$

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) μεγιστοποιεί τη ζήτηση που καλύπτεται. Ο περιορισμός (2) δηλώνει ότι ο κόμβος  $k$  δεν μπορεί να καλυφθεί, εκτός και εάν τουλάχιστον μία εγκατάσταση βρίσκεται σε έναν από τους κόμβους  $i$  που καλύπτουν τον κόμβο  $k$ , δηλαδή θα πρέπει μια ή περισσότερες εγκαταστάσεις να βρίσκονται εντός  $r$  μονάδων από το σημείο ζήτησης  $k$ . Ο περιορισμός (3) αναφέρει ότι το πολύ  $M$  εγκαταστάσεις πρόκειται να τοποθετηθούν. Γενικά, αυτός ο περιορισμός θα είναι δεσμευτικός. Αναγνωρίζουμε, ωστόσο, ότι δεν θα μπορούν όλες οι εγκαταστάσεις να ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις ανά πάσα στιγμή. Εάν μια εγκατάσταση είναι ικανή να ανταποκριθεί στις απαιτήσεις, λέμε ότι η εγκατάσταση "λειτουργεί", διαφορετικά η εγκατάσταση λέγεται ότι "δεν λειτουργεί" ή "χαλάσει". Έστω  $\rho$  η πιθανότητα ότι μια εγκατάσταση δεν λειτουργεί. Υποστηρίζουμε ότι το  $\rho$  είναι γνωστό και το ίδιο για όλες τις εγκαταστάσεις. Υποθέτουμε περαιτέρω ότι η πιθανότητα ότι η εγκατάσταση στο  $i$  λειτουργεί είναι ανεξάρτητη από την πιθανότητα ότι η εγκατάσταση  $j$  να λειτουργεί για όλα τα  $i \neq j$ . Ενώ αυτά μπορεί στην αρχή να φαίνονται περιοριστικές υποθέσεις, είναι σίγουρα πιο ρεαλιστικά από την παραδοσιακή υπόθεση ότι όλες οι εγκαταστάσεις λειτουργούν ανά πάσα στιγμή.

Σύμφωνα λοιπόν με αυτές τις παραδοχές ο αριθμός των «λειτουργικών» εγκαταστάσεων ανά πάσα στιγμή ακολουθεί μια διωνυμική κατανομή:

$$\begin{aligned} \text{Probability}(j \text{ εγκαταστάσεις να λειτουργούν από τα } M \text{ τοποθετημένα}) &= \\ &= \binom{M}{j} (1 - \rho)^j \rho^{M-j}, \quad j = 0, 1, \dots, M \end{aligned} \quad (5)$$

Μπορούμε επίσης να υπολογίσουμε την πιθανότητα ο κόμβος  $k$  να καλύπτεται από μια «λειτουργική» εγκατάσταση δεδομένου  $m$  εγκαταστάσεις καλύπτουν τον  $k$  κόμβο.

$$\begin{aligned} & \text{Probability}(\text{ο κόμβος } k \text{ να καλύπτεται από } \ll \text{λειτουργικές} \\ & \gg \text{ εγκαταστάσεις δεδομένου ότι } m \text{ εγκαταστάσεις είναι ικανές να καλύψουν τον κόμβο}) \\ & = 1 - \text{Prob}(m \text{ εγκαταστάσεις να είναι } \ll \text{μη λειτουργικές } \gg) = 1 - \rho^m. \end{aligned} \quad (6)$$

Έστω τώρα μια τυχαία μεταβλητή  $D_{k,m}$  η οποία ισούται με τον αριθμό της ζήτησης στον κόμβο  $k$  που καλύπτεται από «λειτουργικές» εγκαταστάσεις, δεδομένου ότι  $m$  εγκαταστάσεις είναι ικανές να καλύψουν τον κόμβο  $k$ . Έχουμε λοιπόν

$$D_{k,m} = \begin{cases} d_k & \text{με πιθανότητα } 1 - \rho^m \\ 0 & \text{με πιθανότητα } \rho^m \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{Και} \quad E(D_{k,m}) = d_k (1 - \rho^m) \quad (8)$$

Η αύξηση στην αναμενόμενη κάλυψη (expected coverage) στον κόμβο  $k$  που προκύπτει από την αύξηση των εγκαταστάσεων που καλύπτουν τον κόμβο  $k$  από  $m - 1$  έως  $m$ , για  $m = 1, \dots, M$  δίνεται από

$$\Delta E(D_{k,m}) = E(D_{k,m}) - E(D_{k,m-1}) = d_k \rho^{m-1} (1 - \rho), \quad m = 1, \dots, M \quad (9)$$

Επομένως σημειώνοντας ότι ο αριθμός των εγκαταστάσεων που είναι ικανοί να καλύψουν τον κόμβο  $k$  δίνεται από την σχέση  $\sum_i a_{ki} x_i$  στον ακέραιο προγραμματισμό (1)-(4).

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις παραπάνω διαμορφώνουμε τον τύπο της μέγιστης αναμενόμενης κάλυψης τοποθεσίας (MEXCLP) ως εξής:

$$\text{maximize } \sum_{k=1}^V \sum_{j=1}^M (1 - \rho) \rho^{j-1} d_k y_{jk} = \sum_{k=1}^V \sum_{j=1}^M s_j d_k y_{jk} \quad (10)$$

$$\text{Όπου} \quad \sum_{i=1}^V a_{ki} x_i \geq \sum_{j=1}^M y_{jk}, \quad \forall k \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^V x_i \leq M, \quad \forall i \quad (12)$$

$$x_i = 0, 1, \dots, M, \quad \forall i \quad (13)$$

$$y_{jk} = 0, 1, \quad \forall j, k \quad (14)$$

Όπου

$$y_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{αν ο κόμβος } k \text{ καλύπτεται τουλάχιστον από } j \text{ εγκαταστάσεις} \\ 0, & \text{αν ο κόμβος } k \text{ καλύπτεται από λιγότερες από } j \text{ εγκαταστάσεις} \end{cases}$$

Και  $x_i = \text{ο αριθμός των εγκαταστάσεων που βρίσκονται στον κόμβο } i$

$$s_j = (1 - \rho)\rho^{j-1}, \quad j = 1, \dots, M.$$

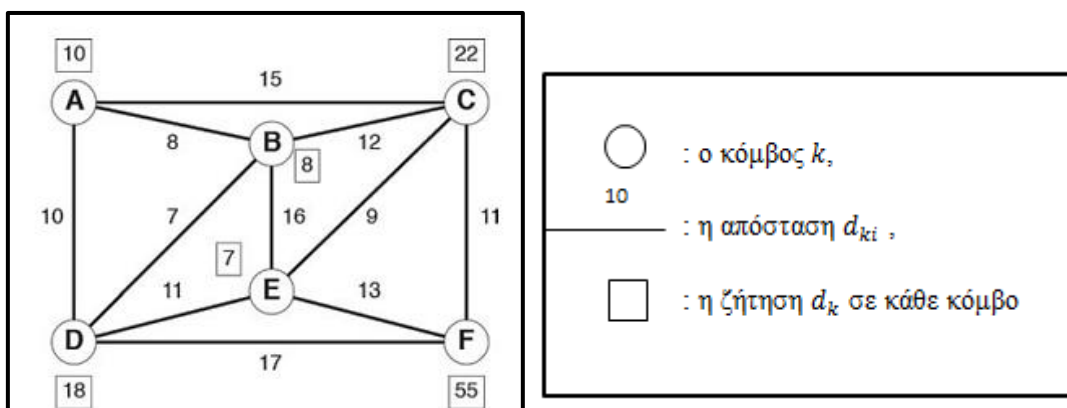
Σημειώνεται ότι σε αυτή τη διατύπωση αφήνουμε περισσότερες από μια εγκαταστάσεις να τοποθετηθούν σε έναν κόμβο. Σε παρακάτω παράδειγμα θα δούμε ότι η συνάρτησή μας είναι κοίλη στο  $j$  για κάθε  $k$ . Το οποίο σημαίνει ότι αν  $y_{jk} = 1$  τότε  $y_{1k} = y_{2k} = \dots = y_{jk} = 1$  και αν  $y_{jk} = 0$  τότε  $y_{jk} = y_{j+1,k} = \dots = y_{Mk} = 0$ .

Τέλος η αντικειμενική συνάρτηση (10) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\sum_{j=1}^M (1 - \rho)\rho^{j-1} \sum_{k=1}^N d_k y_{jk}$$

Το εσωτερικό άθροισμα δηλώνει τον αριθμό ζήτησης που καλύπτεται από τουλάχιστον  $j$  εγκαταστάσεις για όλες τις τιμές του  $j$ . Ο συντελεστής κάθε όρου,  $(1 - \rho)\rho^{j-1}$  μπορεί να ερμηνευθεί ως το βάρος που σχετίζεται με τον στόχο της μεγιστοποίησης του αριθμού της ζήτησης που καλύπτεται τουλάχιστον  $j$  φορές. Η παράμετρος  $\rho$  προσδιορίζει τα σχετικά βάρη που σχετίζονται με τους στόχους. Όσο αλλάζει το  $\rho$  αλλάζει και το σύνολο των τοποθεσιών των εγκαταστάσεων.

Για ένα δίκτυο όπως στην Εικόνα 15 ο Πίνακας 8 παρουσιάζει τη λύση στο μοντέλο μέγιστης αναμενόμενης θέσης κάλυψης με  $D_c = 10$ ,  $M=3$  και  $\rho = 0.6$ .



Εικόνα 15 Δίκτυο για το MEXCLP

Facility Node		Number of Facilities	
A		0	
B		0	
C		0	
D		1	
E		0	
F		2	
Demand Node	Demand	Number of Times Covered	Contribution to Objective Function
A	10	1	4.0
B	8	1	3.2
C	22	0	0.0
D	18	1	7.2
E	7	0	0.0
F	55	2	35.2
Total	120		49.6

**Πίνακας 2** Λύσεις για το MEXCLP

Όπου  $X_D = 1, X_F = 2, y_{A1} = 1, y_{B1} = 1, y_{D1} = 1, y_{F1} = 1, y_{F2} = 1$  και όλες οι υπόλοιπες τιμές  $X_i$  και  $y_{jk}$  είναι ίσες με μηδέν. Σημειώνεται ότι δύο εγκαταστάσεις βρίσκονται στον κόμβο F και ο κόμβος F καλύπτεται δύο φορές, ενώ οι κόμβοι C και E δεν καλύπτονται καθόλου. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι 49,6. Αυτό υποδηλώνει ότι από τις 120 ζητήσεις, μόνο 49,6 ζητήσεις θα καλυφθούν από μια διαθέσιμη εγκατάσταση σε απόσταση κάλυψης 10 όταν βρίσκονται τρεις εγκαταστάσεις και η πιθανότητα να είναι απασχολημένη μια εγκατάσταση είναι 0,6. Αν αγνοήσουμε την πιθανότητα μια εγκατάσταση να είναι απασχολημένη, θα πρέπει να εντοπίσουμε τρεις εγκαταστάσεις με μία στον κόμβο A, B ή D, μια δεύτερη εγκατάσταση στον κόμβο C ή E και μια τρίτη εγκατάσταση στον κόμβο F. Σε αυτήν την περίπτωση, και οι έξι κόμβοι ζήτησης θα καλυφθούν ακριβώς μία φορά.

Το μοντέλο απαιτεί να γίνουν ορισμένες αρκετά ισχυρές υποθέσεις. Πρώτον, το μοντέλο υποθέτει ότι η πιθανότητα μια εγκατάσταση να είναι απασχολημένη είναι η ίδια για όλες τις υποψήφιες τοποθεσίες εγκατάστασης. Αυτή η μέση πιθανότητα σε όλο το σύστημα να είναι απασχολημένη μια εγκατάσταση μπορεί να υπολογιστεί από ιστορικά δεδομένα χρησιμοποιώντας την ακόλουθη εξίσωση:

$$\rho = \frac{\text{συνολικός αριθμός ωρών που όλα τα οχήματα είναι απασχολημένα κατά την ιστορική περίοδο}}{(\text{αριθμός ωρών κατά την ιστορική περίοδο}) \cdot (\text{αριθμός οχημάτων σε υπηρεσία κατά την ιστορική περίοδο})}$$

Αν και μπορεί να είναι σχετικά εύκολο να εκτιμηθεί η τιμή του  $\rho$  από ιστορικά δεδομένα, στην πραγματικότητα οι εγκαταστάσεις είναι πιθανό να διαφέρουν δραματικά στο κλάσμα του χρόνου που είναι απασχολημένοι ανταποκρινόμενοι σε ζητήσεις. Το μοντέλο υποθέτει επίσης ότι η πιθανότητα να βρεθεί μια εγκατάσταση απασχολημένη είναι ανεξάρτητη από την κατάσταση των άλλων εγκαταστάσεων (δηλαδή, είναι ανεξάρτητη από το αν οι άλλες εγκαταστάσεις είναι απασχολημένες ή όχι). Ο Larson (1974, 1975) [17] αναπτύσσει ένα μοντέλο ουράς υπερκύβου που, ενώ κάνει μια σειρά από άλλες υποθέσεις, επιτρέπει αλληλεπιδράσεις και εξαρτήσεις στις πιθανότητες των εγκαταστάσεων να είναι απασχολημένες.

### 2.3.2 Πρόβλημα Μέγιστης Αναμενόμενης Κάλυψης δύο τύπων (MEXCLP2)

Αυτή η ενότητα εισάγει το πρόβλημα μέγιστης αναμενόμενης κάλυψης τοποθεσίας με δύο τύπους ιατρικών μονάδων (MEXCLP2) όπου το μοντέλο έχει διαμορφωθεί ως επέκταση του Προβλήματος Μέγιστης Αναμενόμενης Θέσης Κάλυψης (MEXCLP), το οποίο έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς για τον βέλτιστο εντοπισμό διακομιστών για εφαρμογές δημόσιας υπηρεσίας, όπως συστήματα EMS από τον Daskin (1983) [11]. Το MEXCLP είναι ένα ακέραιο μοντέλο προγραμματισμού που καθορίζει τον βέλτιστο εντοπισμό ενός δεδομένου αριθμού διακομιστών (ασθενοφόρων) σε μια γεωγραφική περιοχή (π.χ. πόλη ή νομός) δεδομένης της πιθανής διαθεσιμότητας διακομιστή. Το MEXCLP2 χρησιμοποιείται εξίσου για τον καθορισμό του βέλτιστου εντοπισμού και χρήσης ιατρικών μονάδων (όπως ασθενοφόρα) προκειμένου να βελτιωθεί η δυνατότητα επιβίωσης των ασθενών και να παρέχουμε πληροφορίες σχετικά με τον βέλτιστο συντονισμό πολλών τύπων ιατρικών μονάδων. Στο MEXCLP2, υπάρχουν δύο τύποι διακομιστών (ιατρικές μονάδες) οι οποίοι δεν είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους. Για να ποσοτικοποιηθούν οι εξαρτήσεις αυτές κατά την εξυπηρέτηση πολλών τύπων πελατών (ασθενείς) αναπτύχθηκε ένα μοντέλο ουράς Hypercube. Το MEXCLP2 έχει διαμορφωθεί ως ακέραιο μοντέλο προγραμματισμού και τα αποτελέσματα του μοντέλου Hypercube παρέχουν τις παραμέτρους εισαγωγής του. Το MEXCLP2 εφαρμόζεται σε συστήματα ιατρικών υπηρεσιών έκτακτης ανάγκης με δύο τύπους ιατρικών μονάδων (ασθενοφόρα και οχήματα μη μεταφοράς).



Τα αποτελέσματα απεικονίζονται από την Laura McLay [9] χρησιμοποιώντας δεδομένα πραγματικού κόσμου που συλλέχθηκαν από την κομητεία Ανόβερο της Βιρτζίνια.

Οι διακομιστές χωρίζονται σε Ασθενοφόρα Βασικής Υποστήριξης Ζωής (BLS) και Οχήματα Γρήγορης Απόκρισης (QRV) μη μεταφοράς ALS. Και οι δύο τύποι ιατρικών μονάδων μπορούν να αποσταλούν σε μία κλήση 100. Σημειώστε ότι εάν αποσταλεί πρώτα ένα QRV, τότε πρέπει να σταλεί και ασθενοφόρο στην κλήση για να μεταφέρει τον ασθενή σε νοσοκομείο, εάν ο ασθενής χρειάζεται μεταφορά στο νοσοκομείο. Οι κλήσεις επείγουσας ιατρικής ανάγκης 100 ταξινομούνται συνήθως με προτεραιότητας 1, 2, 3, όπου οι κλήσεις προτεραιότητας 1 είναι απειλητικές για τη ζωή, οι κλήσεις προτεραιότητας 2 μπορεί να είναι απειλητικές για τη ζωή και οι κλήσεις προτεραιότητας 3 δεν είναι απειλητικές για τη ζωή. Όταν είναι διαθέσιμες και οι δύο μονάδες ALS και BLS, το πρωτόκολλο είναι η ανάπτυξη μονάδων ALS σε κλήσεις Προτεραιότητας 1, οποιουδήποτε τύπου ασθενοφόρου για κλήσεις Προτεραιότητας 2 (Προτιμάται το ALS) και οι μονάδες BLS για κλήσεις Προτεραιότητας 3. Προκειμένου να βελτιωθεί η ικανότητα επιβίωσης των ασθενών, μπορεί να είναι επιθυμητό να αποστέλλονται ιατρικές μονάδες BLS σε κλήσεις Προτεραιότητας 1, εάν δεν είναι διαθέσιμη μια κοντινή ιατρική μονάδα ALS, προκειμένου να σταθεροποιηθεί ο ασθενής και να αρχικοποιηθεί η φροντίδα του ασθενούς. Δεν οδηγούν όλες οι κλήσεις στο νοσοκομείο και, ως εκ τούτου, δεν χρειάζεται να αποστέλλεται ασθενοφόρο σε κάθε κλήση. Επομένως, υπάρχουν πολλοί τύποι πελατών και υπάρχουν αλληλεξαρτήσεις στην ανταπόκριση του EMS για κάθε τύπο ιατρικής μονάδας.

Για να διατυπωθεί το MEXCLP2 θα πρέπει να διατυπωθεί πρώτα το μοντέλο Hypercube καθώς διαμορφώνει τις μεταβλητές που θα χρειαστούν καθώς εκτιμά τις πιθανότητες απασχόλησης «busy probabilities» θεωρώντας ένα σύστημα άπειρης ουράς, όπου ουρά δημιουργείται από την αναμονή των ασθενών. Σε παλαιότερα μοντέλα θεωρούσαν ένα σύστημα με μηδενική ουρά.

- **Hypercube**

Επομένως για ένα σύστημα με δύο τύπους διακομιστών ALS και BLS και πολλαπλούς τύπους ασθενών σε συνάρτηση με τις βαθμίδες προτεραιότητας των κλήσεων οι παράμετροι διατυπώνονται ως εξής:

- ❖  $C$  = το σύνολο των ασθενών χωρισμένο σε τέσσερα υποσύνολα  $C_A, C_B, C_{AB}, C_{BA}$ .
- ❖  $C_A$  = σύνολο των ασθενών που εξυπηρετούνται από ALS μόνο ( $C_A \subseteq C$ ).
- ❖  $C_B$  = σύνολο των ασθενών που εξυπηρετούνται από BLS μόνο ( $C_B \subseteq C$ ).
- ❖  $C_{AB}$  = υποσύνολο ασθενών που προτιμάται να εξυπηρετούνται πρώτα από ALS εάν τα BLS είναι απασχολημένα ( $C_{AB} \subseteq C$ ).
- ❖  $C_{BA}$  = υποσύνολο ασθενών που προτιμάται να εξυπηρετούνται πρώτα από BLS εάν τα ALS είναι απασχολημένα ( $C_{BA} \subseteq C$ ).
- ❖  $f_i$  = το κλάσμα των κλήσεων όλων των τύπων ασθενών  $i \in C$  οι οποίοι εξυπηρετούνται από τον προτιμώμενο τύπο ιατρικής μονάδας (ALS για  $i \in C_A \cup C_{AB}$  και BLS για  $i \in C_B \cup C_{BA}$ ).
- ❖  $\tau_i^A$  = ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης για ασθενείς τύπου  $i \in C_A \cup C_{AB} \cup C_{BA}$  αν εξυπηρετούνται από ένα ALS.
- ❖  $\tau_i^B$  = ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης για ασθενείς τύπου  $i \in C_A \cup C_{AB} \cup C_{BA}$  αν εξυπηρετούνται από ένα BLS.
- ❖  $\tau$  = ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης γενικά.
- ❖  $N_A$  = ο αριθμός των διαθέσιμων ALS.
- ❖  $N_B$  = ο αριθμός των διαθέσιμων BLS.
- ❖  $\lambda_i$  = ο ρυθμός των εισερχόμενων κλήσεων για τύπους ασθενών  $i \in C$ .
- ❖  $p_A$  = το ποσοστό του χρόνου που τα ALS είναι απασχολημένα.
- ❖  $p_B$  = το ποσοστό του χρόνου που τα BLS είναι απασχολημένα.

Σύμφωνα με τον Larson (1975) [17] και την Laura A. McLay (2009) [9] δίνονται τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Οι κλήσεις για την εξυπηρέτηση ασθενών τύπου  $i \in C$  φτάνουν μέσω της κατανομής *Poisson* με ρυθμό  $\lambda_i$ , ανεξάρτητη από την κατάσταση των διακομιστών και τους τύπους των ασθενών.
- Σε κάθε κλήση ανατίθεται ακριβώς μια ιατρική μονάδα.
- Οι αναμενόμενοι χρόνοι εξυπηρέτησης μιας μονάδας A ή B για μια κλήση τύπου  $i \in C$ , έχουν μέση τιμή  $\tau_i^A$  και  $\tau_i^B$ , αντίστοιχα.
- Οι κλήσεις κάθε τύπου εξυπηρετούνται από έναν τυχαίο διαθέσιμο διακομιστή του προτιμώμενου τύπου του (με ALS ή BLS). Εάν όλοι οι προτιμώμενοι διακομιστές είναι απασχολημένοι, τότε η κλήση εξυπηρετείται από έναν τυχαίο διαθέσιμο διακομιστή του λιγότερο προτιμώμενου τύπου.
- Οποιαδήποτε κλήση για εξυπηρέτηση που φθάνει ενώ όλοι οι πιθανοί διακομιστές είναι απασχολημένοι, εισάγεται στο τέλος μιας ουράς και εξυπηρετούνται με σειρά προτεραιότητας.
- Η λειτουργία του συστήματος βρίσκεται σε σταθερή κατάσταση (steady state).

Σύμφωνα με την Laura A. McLay (2009) [9] θεωρείται ένα σύστημα ουράς  $M/M/N_A, N_B$ <sup>6</sup> σε σταθερή κατάσταση και  $P_0^A$  η πιθανότητα όλοι οι διακομιστές τύπου A (ALS) να είναι διαθέσιμοι:

$$P_0^A = \left( \frac{N_A^{N_A} p_A^{N_A}}{(N_A - 1)! (1 - p_A)} + \sum_{j=0}^{N_A-1} \frac{N_A^j p_A^j}{j!} \right)^{-1} \quad (1)$$

Και όμοια την πιθανότητα  $P_0^B$  όλοι οι διακομιστές τύπου B (BLS) να είναι διαθέσιμοι:

$$P_0^B = \left( \frac{N_B^{N_B} p_B^{N_B}}{(N_B - 1)! (1 - p_B)} + \sum_{j=0}^{N_B-1} \frac{N_B^j p_B^j}{j!} \right)^{-1} \quad (2)$$

Οι διορθωτικοί παράγοντες  $Q_A(N_A, p_A, j)$  ποσοτικοποιούν την «διόρθωση» στη πιθανότητα απόκτησης  $j$  απασχολημένα ALS ακολουθούμενο από ένα διαθέσιμο ALS όταν υποθεθεί ότι οι διακομιστές λειτουργούν ανεξάρτητα,  $j = 0, 1, \dots, N_A - 1$  και σύμφωνα με τον Larson (1975) [17]

<sup>6</sup> Μοντέλο μακροβιανής αρνητικής εκθετικής κατανομής πιθανότητας με πολλαπλούς διακομιστές με βάση την κατανομή Poisson.

$$Q_A(N_A, p_A, j) = \sum_{k=j}^{N_A-1} \frac{(N_A - j - 1)! (N_A - k) N_A^k p_A^{k-j} P_0^A}{(k - j)! N_A! (1 - p_A)}$$

Όπου  $Q_A(N_A, p_A, 0) = 1$  (3)

Για παράδειγμα ο διορθωτικός παράγοντας  $Q_A(N_A, p_A, j)$  αυξάνει την πιθανότητα να υπάρχουν  $j - 1$  απασχολημένα ALS ακολουθούμενο από ένα διαθέσιμο .

Αντίστοιχα οι διορθωτικοί παράγοντες για τους διακομιστές BLS ποσοτικοποιούν την «διόρθωση» στη πιθανότητα απόκτησης  $j$  απασχολημένα BLS ακολουθούμενο από ένα διαθέσιμο BLS όταν υποθεθεί ότι οι διακομιστές λειτουργούν ανεξάρτητα,  $j = 0, 1, \dots, N_B - 1$ :

$$Q_B(N_B, p_B, j) = \sum_{k=j}^{N_B-1} \frac{(N_B - j - 1)! (N_B - k) N_B^k p_B^{k-j} P_0^B}{(k - j)! N_B! (1 - p_B)}$$

Όπου  $Q_B(N_B, p_B, 0) = 1$  (4)

Το κλάσμα των εισερχόμενων κλήσεων των ασθενών τύπου  $i \in C$  οι οποίοι εξυπηρετούνται από τον προτιμώμενο διακομιστή δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$f_i = \sum_{j=0}^{N_A-1} Q_A(N_A, p_A, j) (1 - p_A) p_A^j, \quad i \in C_{AB}$$

(5)

$$f_i = \sum_{j=0}^{N_B-1} Q_B(N_B, p_B, j) (1 - p_B) p_B^j, \quad i \in C_{BA}$$

(6)

Όπου  $f_i = 1$  αν  $i \in C_A \cup C_B$ .

Και οι απασχολημένες πιθανότητες δίνονται:

$$p_A = \frac{1}{N_A} \left( \sum_{i \in C_A \cup C_{AB}} f_i \lambda_i \tau_i^A + \sum_{i \in C_{BA}} (1 - f_i) \lambda_i \tau_i^A \right) \quad (7)$$

$$p_B = \frac{1}{N_B} \left( \sum_{i \in C_B \cup C_{BA}} f_i \lambda_i \tau_i^B + \sum_{i \in C_{AB}} (1 - f_i) \lambda_i \tau_i^B \right) \quad (8)$$

Για να εκτιμηθούν οι (5),(6),(7) και (8) διενεργείται ο παρακάτω αλγόριθμος. Η επαναληπτική διαδικασία διενεργείται μέχρι να συναντήσει έναν έλεγχο τερματισμού. Θα σταματήσει είτε μετά από συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων, είτε μέχρι η διαφορά των απασχολημένων πιθανοτήτων μεταξύ των επαναλήψεων γίνει μικρότερη από ένα δοσμένο  $\varepsilon$  (tolerance). Για αυτόν τα αλγόριθμο επιλέχθηκε  $\varepsilon = 0.001$

Βήμα 1ο Αρχικοποιεί τα  $p_A$  και  $p_B$  αντικαθιστώντας τις (5) ,(6) μέσα στις (7), (8) αντίστοιχα και κάνοντας πράξεις καταλήγει :

$$p_A = \frac{1}{N_A} \left( \sum_{i \in C_A \cup C_{AB}} \lambda_i \tau_i^A \right)$$

$$p_B = \frac{1}{N_B} \left( \sum_{i \in C_B \cup C_{BA}} \lambda_i \tau_i^B \right)$$

Βήμα 2ο Υπολογίζει τα  $P_0^A$  και  $P_0^B$  χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις (1) και (2).

Βήμα 3ο Υπολογίζει τους διορθωτικούς παράγοντες  $Q_A(N_A, p_A, j)$  για  $j = 0, 1, \dots, N_A - 1$ , και  $Q_B(N_B, p_B, j)$  για  $j = 0, 1, \dots, N_B - 1$  χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις (3) και (4).

Βήμα 4ο Υπολογίζει τα  $f_i$ ,  $i \in C$  χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις (5) και (6).

Βήμα 5ο Υπολογίζει τα  $p_A$  και  $p_B$  από τις συναρτήσεις (7) και (8).

Βήμα 6ο Αν δεν σταματήσει ο αλγόριθμος επιστρέφει στο Βήμα 2<sup>ο</sup>.

Τώρα που δόθηκαν τα απαραίτητα εργαλεία μπορεί να διατυπωθεί το MEXCLP2, στο οποίο μοντέλο στόχος είναι να μεγιστοποιηθεί ο αναμενόμενος αριθμός κλήσεων προτεραιότητας 1 που ανταποκρίνονται εντός συγκεκριμένου χρονικού ορίου. Παρακάτω δίνονται οι παράμετροι του μοντέλου:

- ❖  $n =$  σύνολο των κόμβων ζήτησης (τοποθεσίες που προέρχονται οι κλήσεις )
- ❖  $h_i =$  η ζήτηση που δημιουργείται στον κόμβο  $i, i = 1, 2, \dots, n$  ( αριθμός κλήσεων προτεραιότητας 1)
- ❖  $m =$  συνολικός αριθμός πιθανών τοποθεσιών εγκαταστάσεων για εγκατάσταση διακομιστών.
- ❖  $J_i \subseteq \{1, 2, \dots, m\} =$  υποσύνολο των τοποθεσιών εγκαταστάσεων που μπορούν να ανταποκριθούν σε κλήσεις ενός κόμβου ζήτησης  $i, i = 1, 2, \dots, n$  εντός χρονικού ορίου.
- ❖  $N_U =$  να είναι το άνω όριο αριθμού ιατρικών μονάδων που μπορούν να εγκατασταθούν σε μια τοποθεσία εγκατάστασης.
- ❖  $K_i^A = \min\{N_A, N_U | J_i\} =$  το άνω όριο του αριθμού των ALS μονάδων που μπορούν να καλύψουν ένα  $i$  κόμβο ζήτησης, ώστε να μειώσει τον συνολικό αριθμό μεταβλητών στο ακέραιο μοντέλο προγραμματισμού.
- ❖  $K_i^B = \min\{N_B, N_U | J_i\} =$  το άνω όριο του αριθμού των BLS μονάδων που μπορούν να καλύψουν ένα  $i$  κόμβο ζήτησης, ώστε να μειώσει τον συνολικό αριθμό μεταβλητών στο ακέραιο μοντέλο προγραμματισμού.

Οι πιθανότητες  $P_{N_A}\{c\}$  δηλαδή ότι όλα τα ALS είναι απασχολημένα και  $P_0^A\{c\}$  δηλαδή ότι μηδέν ALS είναι απασχολημένα, δεδομένου ότι υπάρχουν  $c$  ALS εντός χρονικού ορίου, προσδιορίζουν την πιθανότητα ότι ένα BLS να έχει αποσταλεί σε κλήση προτεραιότητας 1 σε συγκεκριμένο κόμβο ζήτησης, το οποίο συμβαίνει όταν όλα τα  $c$  ALS είναι απασχολημένα:

$$P_{N_A}\{c\} = \frac{c p_A^c P_0^A\{c\}}{c! (1 - p_A)}$$

$$P_0^A\{c\} = \left( \frac{c^c p_A^c}{(c-1)! (1 - p_A)} + \sum_{k=0}^{c-1} \frac{c^k p_A^k}{k!} \right)^{-1}$$

Όπου  $c = 1, 2, \dots, N_A$  με

$$P_{N_A}\{0\} = 1, P_{N_A}\{1\} = p_A,$$

$$P_0^A\{0\} = 1 \text{ και } P_0^A\{1\} = 1 - p_A .$$

Το MEXCLP2 ως ακέραιο γραμμικό πρόβλημα πέρα από την χρήση του στο σύστημα ιατρικής ανάγκης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιουδήποτε δύο τύπους οχημάτων και διαμορφώνεται από πολλές μεταβλητές όπως:

- ❖  $x_j^A$  = είναι ο αριθμός ALS μονάδων τοποθετημένες στην τοποθεσία εγκαταστάσεων  $j = 1, 2, \dots, m$ .
- ❖  $x_j^B$  = είναι ο αριθμός BLS μονάδων τοποθετημένες στην τοποθεσία εγκαταστάσεων  $j = 1, 2, \dots, m$ .
- ❖  $y_{i,k_a}^A = 1$  αν τουλάχιστον  $k_a$  ALS μονάδες καλύπτουν έναν  $i$  κόμβο ζήτησης, όπου  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $k_a = 1, 2, \dots, K_i^A$ , αλλιώς κάνει μηδέν.
- ❖  $y_{i,k_b,k_a}^B = 1$  αν τουλάχιστον  $k_b$  BLS μονάδες και ακριβώς  $k_a$  ALS μονάδες καλύπτουν τον  $i$  κόμβο ζήτησης, όπου  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $k_a = 1, 2, \dots, K_i^A$  και  $k_b = 1, 2, \dots, K_i^B$ , αλλιώς κάνει μηδέν.
- ❖ Θεωρείται επίσης μια παράμετρος, η  $z_{i,k_b} \in \{0,1\}$  για  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $k_b = 1, 2, \dots, K_i^B$  η οποία δημιουργείται για να φτιάξει μια σύνδεση ανάμεσα στο  $y_{i,k_a}^A$  και στο  $y_{i,k_b,k_a}^B$ , όπου :  $z_{i,k_b} = 1$  αν  $y_{i,k_b,k_a}^B = 0$  για όλες τις τιμές  $k_a$  και  $z_{i,k_b} = 0$  αν  $y_{i,k_b,k_a}^B = 1$  για τουλάχιστον μια τιμή  $k_a$ .

Η εξίσωση μεγιστοποίησης γράφεται καθώς παρατηρούμε και τις ομοιότητες και με το κλασσικό MEXCLP :

### MEXCLP2

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^n \sum_{k_a=1}^{K_i^A} h_i Q_A(N_A, \mathbf{p}_A, \mathbf{k}_A - \mathbf{1})(1 - p_A) p_A^{k_a-1} y_{i,k_a}^A \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{k_b=1}^{K_i^B} \sum_{k_a=0}^{K_i^A} h_i Q_B(N_B, \mathbf{p}_B, \mathbf{k}_B - \mathbf{1})(1 - p_B) P_A\{\mathbf{k}_A\} p_B^{k_b-1} y_{i,k_b,k_a}^B \end{aligned}$$

Όπου οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης για την ζήτηση σε κάθε κόμβο των ALS και BLS μονάδων αντίστοιχα είναι:

$$W_{k_a}^A = Q_A(N_A, p_A, k_a - 1)(1 - p_A)p_A^{k_a - 1}$$

$$\text{για } k_a = 1, 2, \dots, K_i^A$$

και

$$W_{k_b k_a}^B = Q_B(N_B, p_B, k_B - 1)(1 - p_B)P_A\{k_a\}p_B^{k_b - 1}$$

$$\text{για } k_a = 1, 2, \dots, K_i^A \text{ και } k_b = 1, 2, \dots, K_i^B.$$

Σημειώνεται ότι οι συναρτήσεις  $W_{k_a}^A$  και  $W_{k_b k_a}^B$  είναι κυρτές, φθίνουσες και θετικές και έχουν σημεία καμπής τα  $k_a$  και  $k_b$  αντίστοιχα για κάθε κόμβο ζήτησης  $i$ , το οποίο υποδηλώνει ότι αν  $y_{i, k_a}^A = 1$  τότε  $y_{i, 1}^A = y_{i, 2}^A = \dots = y_{i, k_a}^A = 1$  και αν  $y_{i, k_a}^A = 0$  τότε  $y_{i, k_a + 1}^A = \dots = y_{i, K_i^A}^A = 0$ .

Επιπλέον αν το  $y_{i, k_b, k_a}^B = 1$  τότε και  $y_{i, 1, k_a}^B = y_{i, 2, k_a}^B = \dots = y_{i, k_b, k_a}^B = 1$  και αν  $y_{i, k_b, k_a}^B = 0$  τότε  $y_{i, k_b, k_a}^B = y_{i, k_b + 1, k_a + 1}^B = y_{i, K_i^B, k_a}^B = 0$ . Τέλος να σημειωθεί ότι οι  $W_{k_a}^A$  και  $W_{k_b k_a}^B$  μπορούν να υπολογιστούν εκ των προτέρων και είναι ανεξάρτητες σταθερές από οποιοσδήποτε μεταβλητές απόφασης.

Και η αντικειμενική συνάρτηση μεγιστοποίησης ισχύει για τους παρακάτω περιορισμούς :

$$\sum_{j=1}^m x_j^A \leq N_A \quad (1) \text{ δηλώνει ότι το πολύ } N_A \text{ ALS είναι διαθέσιμα.}$$

$$\sum_{j=1}^m x_j^B \leq N_B \quad (2) \text{ δηλώνει αντίστοιχα ότι υπάρχουν το πολύ } N_B \text{ BLS διαθέσιμα.}$$

$$x_j^A + x_j^B \leq N_U, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3) \text{ δηλώνει ότι τα διαθέσιμα ALS και BLS δεν θα είναι}$$

ποτέ περισσότερα από τον αριθμό των μονάδων που μπορούν να τοθετηθούν σε μια τοποθεσία εγκατάστασης.

$$\sum_{k_a=1}^{K_i^A} y_{i, k_a}^A \leq \sum_{j \in J_i} x_j^A, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4) \text{ ο συνολικός αριθμός της κάλυψης του κόμβου } i$$

σε μια τοποθεσία  $j$  από  $k_a$  τουλάχιστον ή μηδέν ALS δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από τον συνολικό αριθμό των ALS στην τοποθεσία  $j$ , ουσιαστικά συνδέεται η μεταβλητή  $y_{i, k_a}^A$  χρησιμοποιώντας την κυρτότητα της  $W_{k_a}^A$ .



Για παράδειγμα αν  $K_i^A = 3$  και  $x_j^A = 2$  για τον κόμβο ζήτησης  $i$  τότε  $y_{i,1}^A = y_{i,2}^A = 1$  και  $y_{i,3}^A = 0$ .

$$\sum_{k_b=1}^{K_i^B} \sum_{k_a=1}^{K_i^A} y_{i,k_b,k_a}^B \leq \sum_{j \in J_i} x_j^B, i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

για τουλάχιστον  $k_b$  BLS και ακριβώς  $k_a$  ALS  
ή μηδενικά, τότε σύνολο της κάλυψης του κόμβου  $i$   
σε μια τοποθεσία  $j$  δεν μπορεί να υπερβεί τον αριθμό  
των BLS μονάδων σε μια τοποθεσία  $j$ .

$$\sum_{k_a=1}^{K_i^A} (k_a y_{i,k_b,k_a}^B) + N_U z_{i,k_b} \geq \sum_{j \in J_i} x_j^A \quad (6)$$

$$\sum_{k_a=0}^{K_i^A} (y_{i,k_b,k_a}^B) + z_{i,k_b} \leq 1 \quad (7)$$

Οι σχέσεις (5), (6) και (7) συνδέουν τις μεταβλητές  $y_{i,k_b,k_a}^B$  χρησιμοποιώντας την κυρτότητα της  $W_{k_b,k_a}^B$ .

Για παράδειγμα αν  $K_i^A = K_i^B = 4$ ,  $x_j^A = 1$  και  $x_j^B = 2$  για τον κόμβο  $i$ , τότε  $y_{i,1,1}^B = y_{i,2,1}^B = 1$  και  $y_{i,3,1}^B = 0$  για τα υπόλοιπα  $k_a = 0, 2, 3, 4$  και  $k_b = 1, 2, 3, 4$   $y_{i,k_b,k_a}^B = 0$ . Επίσης οι τιμές  $z_{i,1} = z_{i,2} = 0$  και  $z_{i,3} = z_{i,4} = 1$  όπου  $x_j^A = 1$  είτε  $y_{i,k_b,1}^B = 1$  ή  $z_{i,k_b} = 1$  για  $k_b = 1, 2, 3, 4$ .

$$x_j^A, x_j^B \in \{0, 1, \dots, N_U\}, j = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

$$y_{i,k_a}^A \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n, k_a = 1, 2, \dots, K_i^A \quad (9)$$

$$y_{i,k_b,k_a}^B \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n, k_b = 1, 2, \dots, K_i^B, k_a = 1, 2, \dots, K_i^A \quad (10)$$

$$z_{i,k_b} \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n, k_b = 1, 2, \dots, K_i^B \quad (11)$$

Και τέλος οι περιορισμοί (8), (9), (10) και (11) διασφαλίζουν ότι οι τιμές παίρνουν είτε δυαδικές είτε ακέραιες τιμές. Παρακάτω θα δούμε ένα παράδειγμα το οποίο πραγματοποιήθηκε στην κομητεία Αννόβερο, της Βιρτζίνια ως ένα δοκιμαστικό ερευνητικό μοντέλο.

- Παράδειγμα

Ο πληθυσμός της κομητείας είναι κατά προσέγγιση 100.000 και εκτείνεται σε μια περιοχή των 471 τετραγωνικά μίλια από τα οποία το 70% είναι αγροτικές περιοχές με περιοχές προαστίων. Η κομητεία κάνει ερευνητική χρήση ALS και BLS για την εξυπηρέτηση έκτακτων ιατρικών αναγκών και απασχολεί παραϊατρικό προσωπικό και προσωπικό EMT(emergency medical technicians). Αυτοματοποιημένοι εξωτερικοί απινιδωτές διατίθενται και στους δύο τύπους ιατρικών μονάδων. Σύμφωνα με την Laura McLay [13] το σύνολο δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε για την υπολογιστική μελέτη του μοντέλου περιείχε 19041 κλήσεις κατά την διάρκεια δύο ετών, περιλαμβάνοντας πληροφορίες σχετικά με την τοποθεσία, τον χρόνο απόκρισης και εξυπηρέτησης για όλες τις κλήσεις. Το σύνολο δεδομένων υποδεικνύει ότι υπήρξε διπλή απόκριση στο 12% των κλήσεων, στις οποίες στάλθηκαν δύο είδη ασθενοφόρων, ένα για να παρέχει ιατρική φροντίδα και ένα για να μεταφέρει τον ασθενή.

Το μοντέλο Hypercube που αναπτύχθηκε παραπάνω προϋποθέτει ότι υπάρχουν δύο τύποι ιατρικών μονάδων (ALS και BLS ασθενοφόρα) και πολλαπλοί τύποι πελατών. Οι τύποι πελατών πάνε βάση τις κλήσεις προτεραιότητας 1, 2 και 3. Ο προσδιορισμός των απασχολημένων «busy» πιθανοτήτων βασίζεται σε ολόκληρο τον χρόνο διεκπεραίωσης για κάθε τύπο κλήσης. Ο χρόνος διεκπεραίωσης χωρίζεται σε δύο τμήματα: *τον χρόνο εξυπηρέτησης* (παρέχεται στη σκηνή) και *τον χρόνο νοσηλείας* (για τη μεταφορά του ασθενούς στο νοσοκομείο). Σχεδόν το 70% των κλήσεων έχει ως αποτέλεσμα τη μεταφορά ενός ασθενούς σε νοσοκομείο και το υπόλοιπο 30% των κλήσεων θεωρείται ότι έχει χρόνο νοσηλείας ίσο με μηδέν.

Σε ένα σύστημα με ALS και BLS ασθενοφόρα, τόσο το προσωπικό των ALS όσο και των BLS μεταφέρουν την πλειονότητα των ασθενών Προτεραιότητας 1 και ένα μέρος των ασθενών Προτεραιότητας 2 στο νοσοκομείο. Σε αυτές τις κλήσεις, ο παραϊατρικός που στελεχώνει το ALS συνοδεύει το ασθενοφόρο BLS που στελεχώνεται από δύο EMT στο νοσοκομείο, με αποτέλεσμα και οι δύο τύποι ιατρικών μονάδων να είναι απασχολημένοι. Μόνο ασθενοφόρα BLS απαιτούνται για τη μεταφορά των υπόλοιπων ασθενών Προτεραιότητας 1 και 2 στο νοσοκομείο, που αντιστοιχούν σε εκείνες τις κλήσεις που έχουν *υποβαθμιστεί*.

Κοντινά ALS (δηλαδή αυτά που βρίσκονται σε απόσταση 9 λεπτών οδήγησης) αποστέλλονται στις κλήσεις Προτεραιότητας 1 και 2, εάν υπάρχουν διαθέσιμα. Διαφορετικά, αποστέλλεται πρώτα ένα κοντινό ασθενοφόρο BLS. Εάν αποσταλεί πρώτο ασθενοφόρο BLS, τότε

αποστέλλεται αργότερα ένα ALS (όχι απαραίτητα εντός 9 λεπτών) για να παρέχει προηγμένη φροντίδα του ασθενούς στη σκηνή και να βοηθήσει στη μεταφορά του ασθενούς στο νοσοκομείο. Αυτοί οι παράγοντες οδηγούν σε επτά τύπους πελατών, οι οποίοι συνοψίζονται στον Πίνακα 3. Λάβετε υπόψη ότι μία κλήση έκτακτης ανάγκης στο 911 μπορεί να αντιστοιχεί σε έως και τρεις πελάτες. Αν και υπάρχει κάποια εξάρτηση μεταξύ αυτών των κλήσεων (π.χ. μια κλήση προτεραιότητας 1 οδηγεί σε αφίξεις τύπων πελατών 1, 2, 3), οι υποθέσεις για τις αφίξεις των ανεξάρτητων πελατών δεν αποτελούν παράγοντα για την απόκτηση ακριβέστατων απασχολημένων πιθανοτήτων, καθώς το σύστημα υποτίθεται ότι είναι σε σταθερή κατάσταση (steady state).

**Πίνακας 3** Τύπος Ασθενών

Τύπος $i$	Περιγραφή	Υποσύνολα τύπων ασθενών	Ρυθμός	$\tau_i^A (min)$	$\tau_i^B (min)$
1	Προτεραιότητας 1 για εξυπηρέτηση	$C_{A,B}$	$\lambda P1 = 0.58\lambda$	33	33
2	Προτεραιότητας 1 για νοσοκομείο (ALS)	$C_A$	$\lambda P_{H P1} P1 (1 - P_{D P1}) = 0.306\lambda$	57	NA
3	Προτεραιότητας 1 για νοσοκομείο (BLS)	$C_B$	$\lambda P_{H P1} P1 = 0.353\lambda$	NA	57
4	Προτεραιότητας 2 για εξυπηρέτηση	$C_{A,B}$	$\lambda P2 = 0.25\lambda$	33	33
5	Προτεραιότητας 2 για νοσοκομείο (ALS)	$C_A$	$\lambda P_{H P2} P2 (1 - P_{D P2}) = 0.35\lambda$	57	NA
6	Προτεραιότητας 2 για νοσοκομείο (BLS)	$C_B$	$\lambda P_{H P2} P2 = 0.175\lambda$	NA	57
7	Προτεραιότητας 3	$C_B$	$\lambda P3 = 0.17\lambda$	NA	74

Ο πίνακας 2 συνοψίζει τους επτά τύπους πελατών και τις παραμέτρους που λαμβάνονται από το σύνολο δεδομένων της κομητείας του Ανόβερου. Το ποσοστό των κλήσεων που είναι

Προτεραιότητας 1, 2 και 3 ερμηνεύονται ως πιθανότητες  $P_1 = 0.58$ ,  $P_2 = 0.25$ ,  $P_3 = 0.17$ , αντίστοιχα. Η υπό όρους πιθανότητα ότι οι ασθενείς χρειάζονται μεταφορά στο νοσοκομείο (H) δεδομένου ότι είναι κλήσεις Προτεραιότητας 1 και 2 δίνονται από  $P_{HP1} = 0.66$ ,  $P_{HP2} = 0.70$ , αντίστοιχα. Το ποσοστό των κλήσεων Προτεραιότητας 1 και 2 που υποβαθμίζονται (D) και μπορούν να αντιμετωπιστούν αποκλειστικά από ασθενοφόρα BLS εκτιμάται ως  $P_{DP1} = 0.2$ ,  $P_{DP2} = 0.8$ , αντίστοιχα. Τέλος, το  $\lambda$  αντιπροσωπεύει τον ρυθμό με τον οποίο λαμβάνονται οι κλήσεις από το κέντρο αποστολής, ο οποίος ποικίλλει ανάλογα με την ώρα της ημέρας και την ημέρα της εβδομάδας. Όλες οι παράμετροι εκτός από το  $\lambda$  θεωρούνται ανεξάρτητες από την ώρα της ημέρας και την ημέρα της εβδομάδας και το σύνολο δεδομένων υποστηρίζει αυτόν τον ισχυρισμό. Σημειώνεται ότι ο συνολικός ρυθμός άφιξης είναι μεγαλύτερος από τον ρυθμό με τον οποίο λαμβάνονται οι κλήσεις από το κέντρο αποστολής ( $\sum_{i=1}^7 \lambda_i > \lambda$ ), καθώς ορισμένες κλήσεις έχουν ως αποτέλεσμα πολλαπλούς πελάτες. Στόχος του MEXCLP2 είναι η μεγιστοποίηση του αριθμού πελατών των κλήσεων τύπου 1 που ανταποκρίνονται εντός 9 λεπτών.

Στην κομητεία του Ανόβερου, η τοποθεσία κάθε κλήσης αναφέρεται ως τοποθεσία δικτύου και όχι ως φυσική διεύθυνση. Ομοίως, κάθε σταθμός βρίσκεται σε μια τοποθεσία δικτύου. Τα πλέγματα ορίζονται ως τετράγωνα 2 μιλίων επί 2 μιλίων. Οι χρόνοι ταξιδιού θεωρούνται ντετερμινιστικοί, και ως εκ τούτου, εάν μια μονάδα που βρίσκεται σε έναν συγκεκριμένο σταθμό καλύπτει μια κλήση σε μια συγκεκριμένη τοποθεσία δικτύου είναι ντετερμινιστική. Μπορεί να είναι διαθέσιμες περισσότερες από μία ιατρικές μονάδες για την εξυπηρέτηση μιας κλήσης και ο χρόνος απόκρισης καθορίζεται από το πρώτο όχημα που ανταποκρίνεται στην κλήση, προκειμένου να προβλεφθεί καλύτερα η επιβίωση του ασθενούς. Υπάρχουν συνολικά 175 τοποθεσίες πλέγματος στον χάρτη, αλλά πολλές από αυτές τις τοποθεσίες μπορούν να είναι συγκεντρωτικές, με βάση τους σταθμούς που μπορούν να φτάσουν σε κάθε τοποθεσία δικτύου στον χάρτη σε 9 λεπτά, με αποτέλεσμα  $n = 33$  κόμβους ζήτησης και  $m = 20$  τοποθεσίες εγκαταστάσεων. Το πολύ  $N_U = 2$  ιατρικές μονάδες μπορούν να βρίσκονται σε κάθε σταθμό, αφού οι ιατρικές μονάδες πρέπει να μοιράζονται τους σταθμούς με πυροσβεστικά οχήματα. Το υποσύνολο των σταθμών που μπορούν να εξυπηρετήσουν κάθε θέση δικτύου σε λιγότερο από 9 λεπτά  $J_i, i = 1, 2, \dots, n$  προσδιορίστηκε με ανάλυση των δεδομένων. Λόγω των μεγάλων αποστάσεων μεταξύ των σταθμών, υπήρχαν σχετικά λίγες περιοχές στην κομητεία που μπορούσαν να εξυπηρετηθούν από περισσότερους από έναν σταθμούς μέσα σε 9 λεπτά, και ως εκ τούτου, πέντε σταθμοί προστέθηκαν στο σύνολο των 15 σταθμών που υπάρχουν φυσικά στην κομητεία του Ανόβερου κατά σειρά να αυξηθούν οι περιοχές του νομού που μπορούν να

εξυπηρετηθούν από περισσότερους από έναν σταθμούς μέσα σε 9 λεπτά. Πέντε από τις τοποθεσίες εγκαταστάσεων (16–20) αντιστοιχούν στον εντοπισμό μιας ιατρικής μονάδας στη γωνία του δρόμου και οι υπόλοιπες 15 τοποθεσίες εγκαταστάσεων (1–15) είναι φυσικοί σταθμοί. Τα αποτελέσματα απεικονίζονται για τις 12μ.μ – 6μ.μ χρονική περίοδο, Δευτέρα έως Παρασκευή, με  $\lambda = 1,2$  κλήσεις/ώρα. Η ανάλυση δεδομένων υποδηλώνει ότι αυτοί οι χρόνοι λειτουργούν σε σταθερή κατάσταση, με τη συχνότητα κλήσης περίπου σταθερή. Αυτή η χρονική περίοδος αντιπροσώπευε επίσης τις ώρες αιχμής της υπηρεσίας κατά τη διάρκεια της εβδομάδας. Η κομητεία του Ανόβερου χρησιμοποιεί αυτήν τη στιγμή περίπου έξι ασθενοφόρα κατά τη διάρκεια αυτών των περιόδων. Για την ανάλυση, εξετάστηκαν μεταξύ ενός και πέντε ALS και μεταξύ δύο και έξι ασθενοφόρων BLS. Συνολικά εξετάστηκαν 25 σενάρια, κάθε συνδυασμού ALS και BLS. Υπάρχουν 4196 αναμενόμενες κλήσεις για ολόκληρο το έτος κατά τη διάρκεια αυτής της χρονικής περιόδου. Δεδομένου ότι δεν ήταν διαθέσιμα δεδομένα που συνδέουν την προτεραιότητα των κλήσεων με τις τοποθεσίες δικτύου, το MEXCLP2 βελτιστοποιεί την απόκριση σε όλες τις κλήσεις, όχι μόνο στις κλήσεις Προτεραιότητας 1. Ωστόσο, τα στοιχεία δείχνουν ότι οι κλήσεις Προτεραιότητας 1, 2, 3 έχουν την ίδια γεωγραφική κατανομή εντός της κομητείας, επομένως αυτή η απλοστευση αλλάζει την τιμή της βέλτιστης λύσης κατά μια σταθερή τιμή ( $P1 = 0,58$ ) και ως εκ τούτου, αυτή η απλοποίηση δεν αποτελεί πρόβλημα. Στον Πίνακα 4 περιέχονται οι παράμετροι εισόδου για το MEXCLP2, συμπεριλαμβανομένου του συνόλου των κόμβων ζήτησης ( $n = 33$ ), της ζήτησης σε κάθε κόμβο ( $h_i, i = 1, 2, \dots, n$ ) και του συνόλου των τοποθεσιών εγκατάστασης με 9 λεπτά κάθε κόμβου ζήτησης ( $J_i, i = 1, 2, \dots, n$ ). Σημειώνεται ότι η συνολική ζήτηση που αναφέρεται στον Πίνακα 4 (3920) δεν αθροίζεται σε 4196, καθώς ορισμένες περιοχές της κομητείας του Ανόβερου δεν είναι προσβάσιμες εντός 9 λεπτών από κανέναν σταθμό και, ως εκ τούτου, δεν είναι δυνατή η κάλυψη όλων των κλήσεων. Ένα άνω όριο του 93,4% όλων των κλήσεων μπορεί να καλυφθεί μέσα σε 9 λεπτά.

<i>Demand node i</i>	<i>Demand h<sub>i</sub></i>	<i>J<sub>i</sub></i>
1	317	1
2	69	2
3	38	3
4	21	4
5	45	5
6	128	8
7	29	9
8	5	10
9	48	11
10	56	12
11	175	14
12	46	15
13	27	19
14	1	20
15	124	4,18
16	17	1,18
17	522	1,16
18	31	9,11
19	195	10,16
20	46	10,13
21	245	6,10,13
22	105	6,13
23	47	6,13,19
24	129	14,19
25	58	3,14,19
26	12	6,17
27	170	6,7,17
28	229	6,7,19
29	22	3,14
30	817	7,17
31	35	5,20
32	43	13,20
33	68	6,13,20

**Πίνακας 4** MEXCLP2 παράμετροι κόμβου ζήτησης.

Για το μοντέλο του Hypercube σημειώνεται ότι συνέκλινε σε δέκα επαναλήψεις ή λιγότερες με μια ανοχή  $\varepsilon = 0,001$ . Ο Πίνακας 5 περιέχει αποτελέσματα από το μοντέλο ουράς Hypercube, συμπεριλαμβανομένων των τιμών της πιθανότητας κατειλημμένου για ALS και ασθενοφόρα BLS ( $p_A$  και  $p_B$ ) και το ποσοστό των κλήσεων Προτεραιότητας 1 στις οποίες υπάρχει διπλή απόκριση για κάθε σενάριο ( $1 - f_1$ ).

$N_B$	$N_A$	$p_A$	$p_B$	$1 - f_i$
2	1	0.738	0.549	0.372
	2	0.431	0.487	0.146
	3	0.305	0.460	0.049
	4	0.234	0.450	0.012
	5	0.188	0.447	0.002
3	1	0.738	0.366	0.372
	2	0.431	0.325	0.146
	3	0.305	0.307	0.049
	4	0.234	0.300	0.012
	5	0.188	0.298	0.002
4	1	0.738	0.275	0.372
	2	0.431	0.243	0.146
	3	0.305	0.230	0.049
	4	0.234	0.225	0.012
	5	0.188	0.224	0.002
5	1	0.738	0.220	0.372
	2	0.431	0.195	0.146
	3	0.305	0.184	0.049
	4	0.234	0.180	0.012
	5	0.188	0.179	0.002
6	1	0.738	0.183	0.372
	2	0.431	0.162	0.146
	3	0.305	0.153	0.049
	4	0.234	0.150	0.012
	5	0.188	0.149	0.002

**Πίνακας 5** Αποτελέσματα Hypercube μοντέλου.

Οι πίνακες 5 και 6 αναφέρουν τους διορθωτικούς παράγοντες για τις ιατρικές μονάδες ALS και BLS, αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι οι διορθωτικοί παράγοντες για τις ιατρικές μονάδες ALS  $Q_A(N_A, p_A, j)$  είναι πανομοιότυποι για όλες τις τιμές  $N_B = 2, 3, 4, 5, 6$  και για κάθε τιμή  $N_A = 1, 2, 3, 4, 5$ .

$N_A$	$Q_A(N_A, p_A, j)$				
	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$
1	1				
2	1	0.697 33			
3	1	0.824 36	0.927 35		
4	1	0.910 10	1.052 10	1.5436	
5	1	0.951 16	1.1	1.5786	2.8603

**Πίνακας 6** Διορθωτικοί παράγοντες  $Q_A(N_A, p_A, j)$  για  $N_B = 2, 3, 4, 5, 6$  και για κάθε τιμή  $N_A = 1, 2, 3, 4, 5$ .

		$Q_B(N_B, p_B, j)$					
$N_B$	$N_A$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$
2	1	1	0.614 13				
	2	1	0.628 94				
	3	1	0.634 03				
	4	1	0.635 40				
	5	1	0.635 66				
3	1	1	0.740 88	0.771 57			
	2	1	0.766 12	0.815 65			
	3	1	0.774 61	0.831			
	4	1	0.776 61	0.834 66			
	5	1	0.776 96	0.8353			
4	1	1	0.853 51	0.936 55	1.2603		
	2	1	0.878 42	0.984 48	1.3707		
	3	1	0.885 48	0.998 81	1.4055		
	4	1	0.886 94	1.0018	1.4129		
	5	1	0.887 17	1.0023	1.4141		
5	1	1	0.922 49	1.0334	1.4046	2.3291	
	2	1	0.937 86	1.0674	1.4900	2.5780	
	3	1	0.941 65	1.0764	1.5136	2.6507	
	4	1	0.942 37	1.0781	1.5183	2.6652	
	5	1	0.942 48	1.0784	1.5190	2.6674	
6	1	1	0.955 26	1.0735	1.4402	2.3413	4.6352
	2	1	0.963 45	1.0941	1.4936	2.5000	5.1840
	3	1	0.965 41	1.0992	1.5074	2.5426	5.3391
	4	1	0.965 76	1.1002	1.5100	2.5506	5.3687
	5	1	0.965 82	1.1003	1.5104	2.5517	5.3729

**Πίνακας 7** Διορθωτικοί παράγοντες  $Q_B(N_B, p_B, j)$  για  $N_B = 2, 3, 4, 5, 6$  και για κάθε τιμή  $N_A = 1, 2, 3, 4, 5$ .

Ο Πίνακας 7 περιέχει τα αποτελέσματα από το MEXCLP2, συμπεριλαμβανομένου του βέλτιστου αριθμού κλήσεων Προτεραιότητας 1 που καλύπτονται σε λιγότερο από 9 λεπτά (από τις 4196) και του αριθμού των ιατρικών μονάδων που βρίσκονται σε κάθε σταθμό.



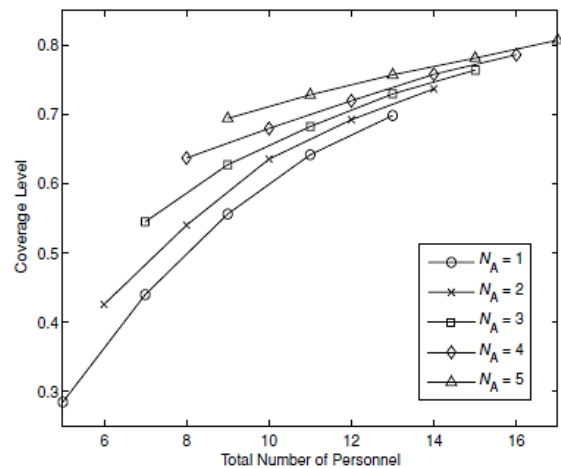
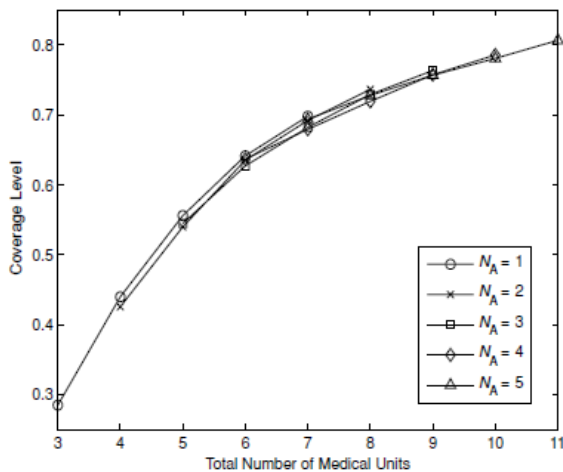
$N_B$	$N_A$	Objective value	Station																			
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	1	1195	B	0	0	0	0	A	B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	1786	A	0	0	0	0	0	A,B	0	0	0	0	0	B	0	0	0	0	0	0	0
	3	2286	A	0	0	0	0	A	A	0	0	0	0	0	B	0	B	0	0	0	0	0
	4	2672	A	0	0	0	0	0	A,B	0	0	0	0	0	A	A	0	B	0	0	0	0
	5	2912	A	0	0	B	0	0	A,B	0	0	0	0	0	A	A	0	A	0	0	0	0
3	1	1845	B	0	0	0	0	B	B	0	0	0	0	0	A	0	0	0	0	0	0	0
	2	2265	B	0	0	0	0	B	B	0	0	0	0	0	A	0	A	0	0	0	0	0
	3	2631	B	0	0	0	0	0	B	0	0	0	0	0	B	A	0	A	A	0	0	0
	4	2851	A	0	0	B	0	0	A,B	0	0	0	0	0	A	A	0	B	0	0	0	0
	5	3055	A	0	0	B	0	0	A,B	B	0	0	0	0	A	A	0	A	0	0	0	0
4	1	2333	B	0	0	0	0	B	B	0	0	0	0	0	B	0	A	0	0	0	0	0
	2	2666	B	0	0	0	0	0	A,B	0	0	0	0	0	B	B	0	A	0	0	0	0
	3	2863	B	0	0	A	0	0	B	0	0	0	0	0	B	B	0	A	A	0	0	0
	4	3019	B	0	0	A	0	0	A,B	A	0	0	0	0	B	B	0	A	0	0	0	0
	5	3176	A	0	0	B	0	B	A,B	B	0	0	0	0	A	A	0	A	0	0	0	0
5	1	2692	B	0	0	0	0	0	A,B	0	0	0	0	0	B	B	0	B	0	0	0	0
	2	2904	B	0	0	A	0	0	A,B	0	0	0	0	0	B	B	0	B	0	0	0	0
	3	3060	B	0	0	A	0	0	A,B	A	0	0	0	0	B	B	0	B	0	0	0	0
	4	3179	B	0	0	A	0	B	A,B	A	0	0	0	0	A	B	0	B	0	0	0	0
	5	3277	2A	0	0	B	A	0	A,B	B	0	A	0	0	B	B	0	0	0	0	0	0
6	1	2930	B	0	0	A	0	0	2B	0	0	0	0	0	B	B	0	B	0	0	0	0
	2	3091	B	0	0	A	0	0	2B	A	0	0	0	0	B	B	0	B	0	0	0	0
	3	3204	B	0	0	A	0	A	2B	A	0	0	0	0	B	B	0	B	0	0	0	0
	4	3297	2B	0	0	A	A	0	A,B	A	0	B	0	0	B	B	0	0	0	0	0	0
	5	3386	2B	0	0	A	A	0	A,B	A	0	B	A	0	B	B	0	0	0	0	0	0

**Πίνακας 8** Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης του MEXCLP2 και σταθμοί ιατρικών μονάδων.

Το «0» υποδηλώνει ότι δεν υπάρχουν ιατρικές μονάδες στο σταθμό, το A ή (B) υποδηλώνει ότι ένα ασθενοφόρο ALS QRV ή (BLS) αντίστοιχα είναι τοποθετημένο στο σταθμό και το «2» υποδεικνύει ότι δύο ιατρικές μονάδες του τύπου βρίσκονται στον σταθμό. Το μοντέλο προσδιορίζει πέντε κρίσιμους σταθμούς (1, 7, 13, 14, 16), οκτώ σταθμούς που δεν χρησιμοποιούνται ποτέ σε μια βέλτιστη λύση (2, 3, 9, 12, 15, 18, 19, 20) και τέσσερις σταθμούς που χρησιμοποιείται σε όχι περισσότερες από 5 από τις 25 βέλτιστες λύσεις (5, 10, 11, 17).

Ορίζεται το επίπεδο κάλυψης ως το ποσοστό των 4196 κλήσεων που αναμένεται να καλυφθούν εντός 9 λεπτών (δηλαδή, το ποσοστό των κλήσεων που καλύπτονται σε 9 λεπτά). Το Σχήμα 1 δείχνει το επίπεδο κάλυψης ως συνάρτηση του αριθμού των ιατρικών μονάδων που χρησιμοποιούνται όταν οι ιατρικές μονάδες βρίσκονται στη βέλτιστη τοποθεσία (βλ. Πίνακα 7). Όταν ο αριθμός των ALS είναι σταθερός, ο αριθμός των ασθενοφόρων BLS κυμαίνεται από δύο έως έξι. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι για έναν δεδομένο αριθμό ιατρικών μονάδων, το επίπεδο κάλυψης είναι σχεδόν το ίδιο για διάφορους συνδυασμούς ιατρικών μονάδων ALS και BLS,

γεγονός που υποδηλώνει ότι το επίπεδο κάλυψης εξαρτάται από τον συνολικό αριθμό των ιατρικών μονάδων (και τις τοποθεσίες τους), όχι συνδυασμός ιατρικών μονάδων ALS και BLS. Το MEXCLP2 καθορίζει τη βέλτιστη θέση του προσωπικού καθώς και τη βέλτιστη τοποθεσία των ιατρικών μονάδων. Όταν οι ιατρικές μονάδες βρίσκονται στη βέλτιστη θέση σύμφωνα με τα αποτελέσματα του MEXCLP2 (βλ. Πίνακα 7), το προσωπικό βρίσκεται επίσης στη βέλτιστη θέση. Το Σχήμα 2 δείχνει το επίπεδο κάλυψης σε συνάρτηση με τον αριθμό του προσωπικού, το οποίο αναπροσαρμόζει τα αποτελέσματα που εμφανίζονται στον Πίνακα 7 και στο Σχ. 1. Σημειώνεται ότι δύο άτομα (EMT) χειρίζονται ένα ασθενοφόρο BLS και ένα άτομο (ένας παραϊατρικός) χειρίζεται ένα ALS. Για έναν δεδομένο αριθμό προσωπικού, το επίπεδο κάλυψης είναι υψηλότερο όταν υπάρχουν περισσότερα ALS. Δεδομένου ότι το μεγαλύτερο μέρος του κόστους λειτουργίας ενός συστήματος EMS οφείλεται στο κόστος προσωπικού, αυτό υποδηλώνει ότι η χρήση των ALS είναι ένας οικονομικά αποδοτικός τρόπος για τη βελτίωση της απόδοσης του συστήματος και των αποτελεσμάτων των ασθενών.



**Σχήμα 1** Βέλτιστη κάλυψη συναρτήσεως των ιατρικών μονάδων **Σχήμα 2** Βέλτιστη κάλυψη συναρτήσεως του αριθμού προσωπικού.

### 2.3.3 Συμπεράσματα

Ο σχεδιασμός βέλτιστων συστημάτων EMS για τη βελτίωση της επιβίωσης των ασθενών είναι ένα δύσκολο πρόβλημα. Αυτή η εργασία εισάγει στην πρώτη ενότητα το μοντέλο MEXCLP και στην δεύτερη το μοντέλο EMS με δύο τύπους ιατρικών μονάδων (ασθενοφόρα και οχήματα μη μεταφοράς) MEXCLP2 που εστιάζει στα αποτελέσματα των ασθενών. Λαμβάνοντας υπόψη τις απειλητικές για τη ζωή κλήσεις (Προτεραιότητα 1) που πρέπει να καλύπτονται εάν η πρώτη ιατρική μονάδα ανταποκρίνεται σε καθορισμένο χρονικό διάστημα (π.χ. 9 λεπτά), το μοντέλο βελτιστοποιεί με μεγαλύτερη ακρίβεια τα ποσοστά επιβίωσης των ασθενών σε σχέση με το προηγούμενο μοντέλο MEXCLP EMS. Και αυτό συμβαίνει γιατί το μοντέλο δύο τύπων προσεγγίζει πιο κοντά στην πραγματικότητα. Στο MEXCLP2, υπάρχουν εξαρτήσεις μεταξύ των τύπων διακομιστών και μεταξύ διακομιστών του ίδιου τύπου. Μια εφαρμογή του μοντέλου ουράς Hypercube χρησιμοποιείται για την ποσοτικοποίηση αυτών των εξαρτήσεων και για την παροχή των παραμέτρων που απαιτούνται για το MEXCLP2.

Αυτή η εφαρμογή του μοντέλου ουράς Hypercube εξετάζει ένα σύστημα άπειρης ουράς στο οποίο υπάρχουν αρκετοί τύποι πελατών (που αντιστοιχούν στις προτεραιότητες κλήσεων) και δύο τύποι διακομιστών (ALS και BLS ασθενοφόρα).

Τα υπολογιστικά αποτελέσματα που χρησιμοποιούν δεδομένα που παρέχονται από την Κομητεία του Ανόβερου της Βιρτζίνια απεικονίζουν το MEXCLP2 σε πραγματικές συνθήκες. Τα αποτελέσματα αναφέρουν τη βέλτιστη θέση των ασθενοφόρων ALS και BLS σε μια ημι-προαστιακή, ημι-αγροτική κομητεία και ρίχνουν φως στον τρόπο συντονισμού και χρήσης πολλαπλών τύπων ιατρικών μονάδων όταν ανταποκρίνονται σε πολλούς τύπους ασθενών.

Υπάρχουν πολλές πιθανές επεκτάσεις του MEXCLP2. Πρώτον, το μοντέλο μπορεί να αντικατοπτρίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια τις συνθήκες λειτουργίας στις αγροτικές περιοχές λαμβάνοντας υπόψη τη γεωγραφία. Η ανάλυση του συνόλου δεδομένων της κομητείας του Ανόβερου δείχνει ότι οι πιθανότητες κατελημμένου δεν είναι πιθανό να είναι οι ίδιες για ιατρικές μονάδες του ίδιου τύπου, καθώς η συχνότητα κλήσης είναι υψηλότερη στις προαστιακές περιοχές από τις αγροτικές περιοχές. Επιπλέον, οι χρόνοι διεκπεραίωσης ποικίλλουν ανάλογα με την τοποθεσία του ασθενοφόρου που ανταποκρίνεται, με τους μέσους

χρόνους αναστροφής να είναι 40 λεπτά μεγαλύτεροι για τα ασθενοφόρα που σταθμεύουν στο δυτικό άκρο σε σύγκριση με τα ασθενοφόρα που σταθμεύουν στο ανατολικό άκρο.

Τόσο οι εθελοντές όσο και το επαγγελματικό προσωπικό λειτουργούν ιατρικές μονάδες στην κομητεία του Ανόβερου. Ωστόσο, η διοίκηση της κομητείας έχει λιγότερο έλεγχο στους εθελοντές (όσον αφορά τις ώρες και τις τοποθεσίες εργασίας) από ότι στο επαγγελματικό προσωπικό, γεγονός που υποδηλώνει ότι οι εθελοντές και το προσωπικό πρέπει να αντιμετωπίζονται ως δύο διαφορετικοί τύποι πόρων στα μοντέλα. Επιπλέον, η κομητεία του Ανόβερου αποστέλλει πυροσβεστικά οχήματα σε πολλές κλήσεις EMS για να σταθεροποιήσει τους ασθενείς, καθώς τόσο η πυροσβεστική όσο και η EMS λειτουργούν υπό την ίδια διοίκηση. Η ενσωμάτωση του προσωπικού και των πυροσβεστών στο πρόβλημα αντικατοπτρίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια τους διαθέσιμους πόρους για πολλά συστήματα EMS στις Ηνωμένες Πολιτείες.

Το MEXCLP2 τοποθετεί τις περισσότερες ιατρικές μονάδες κοντά στις προαστιακές περιοχές του νομού, με αποτέλεσμα χαμηλά ποσοστά κάλυψης (και ποσοστά επιβίωσης ασθενών) στις αγροτικές περιοχές του νομού. Αν και αυτό βελτιστοποιεί τα αναμενόμενα αποτελέσματα των ασθενών, δεν εξασφαλίζει ίσα επίπεδα κάλυψης για όλους στην κομητεία. Η προσθήκη περιορισμών ελάχιστου επιπέδου εξυπηρέτησης στο MEXCLP2 μπορεί να οδηγήσει σε ένα πιο δίκαιο σύστημα EMS.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΟΧΗΜΑΤΩΝ (vehicle Mix)

### 3.1 Εισαγωγή

Τα συστήματα έκτακτης ιατρικής υπηρεσίας (EMS: EMERGENCY MEDICAL SERVICE) λειτουργούν σε ολοένα και πιο δύσκολο περιβάλλον καθώς υπάρχει αυξανόμενη ζήτηση, επιδείνωση της συμφόρησης καθώς και απρόσμενες καθυστερήσεις (π.χ. ένα ατύχημα ασθενοφόρου). Για την καλύτερη λοιπόν απόδοση του συστήματος καλούμαστε να αναπτύξουμε πλαίσιο στο οποίο γίνεται η επιλογή ενός μείγματος οχημάτων.

Αυτό το μείγμα οχημάτων αποτελείται από ασθενοφόρα προηγμένης υποστήριξης «Advanced Life support» (ALS) και ασθενοφόρα βασικής υποστήριξης «Basic Life Support» (BLS). Τα ασθενοφόρα διαφοροποιούνται από τον τύπο ιατρικού προσωπικού που το στελεχώνουν και χωρίζονται σε δυο τύπους: Τεχνικοί ιατρικής έκτακτης ανάγκης «Emergency Medical Technicians» (EMTs) και τους Παραϊατρικούς. Τα αναφερόμενα (ALS) τα οποία αντιμετωπίζουν μεγαλύτερο φάσμα καταστάσεων έκτακτης ανάγκης στελεχώνονται από έναν τουλάχιστον παραϊατρικό, ενώ τα (BLS) στελεχώνονται αποκλειστικά από EMTs. Αυτός ο διαχωρισμός και συντονισμός των δύο τύπων υποστήριξης είναι για την επίτευξη του καλύτερου επιπέδου υπηρεσιών. Επειδή η επιλογή του μείγματος οχημάτων επηρεάζει το πως τα ασθενοφόρα ανταποκρίνονται στις εισερχόμενες κλήσεις, καθώς και το πως αναπτύσσονται σε τοποθεσίες βάσης, υιοθετούμε μια προσέγγιση που βασίζεται στη βελτιστοποίηση.

Κατασκευάστηκαν δύο μοντέλα από τους Kenneth C. Chong, Shane G. Henderson, Mark E. Lewis (2016) [7] , το πρώτο είναι μια διαδικασία απόφασης Markov (MDP) «Markov Decision Process» στο οποίο μελετήθηκαν τα προβλήματα αποστολής (dispatching problems) σε ένα κλιμακωτό EMS σύστημα και το δεύτερο είναι ένα ακέραιο πρόγραμμα (IP: integer Program) το οποίο εξετάζει το πρόβλημα της ανασύνταξης των ALS και BLS ασθενοφόρων εντός μιας γεωγραφικής περιοχής. Αυτά τα δύο μοντέλα θα αναλύσουμε στα παρακάτω κεφάλαια, όμως για να γίνει αυτό θα πρέπει να δώσουμε κάποια σημεία αναφοράς.

Ένα EMS για να λειτουργήσει έχει κάποιο ετήσιο λειτουργικό κόστος και σε αυτό το σημείο μπορούμε να αναφέρουμε ότι ένα ALS έχει ψηλότερο κόστος προσωπικού και εξοπλισμού από

ότι ένα BLS. Έστω αυτός ο ετήσιος προϋπολογισμός να είναι  $B$  και για τον κάθε τύπο ασθενοφόρου ALS και BLS να είναι  $C_A$  και  $C_B$  αντίστοιχα. Ας πάρουμε σαν είσοδο την αντικειμενική ανάρτηση  $f(N_A, N_B)$  να δηλώνει κάποιο μέτρο απόδοσης του συστήματος που σχετίζεται ένα στόλος λειτουργίας  $N_A$  μονάδων ALS και  $N_B$  μονάδων BLS, όπου  $N_A * C_A + N_B * C_B \leq B$ . Στόχος είναι να αναπτύξουμε μια αποτελεσματική διαδικασία που υπολογίζει  $(N_A, N_B)$  για ένα συγκεκριμένο μείγμα οχημάτων  $(N_A, N_B)$  και να την εφαρμόσουμε.

Η κύρια δυσκολία στη χρήση της βελτιστοποίησης για τον υπολογισμό της  $f(N_A, N_B)$  είναι η απόδοση, η οποία επηρεάζεται όπως αναφερθήκαμε και παραπάνω από: «dispatching decisions» την πολιτική με την οποία εκχωρούνται ασθενοφόρα σε κλήσεις έκτακτης ανάγκης σε πραγματικό χρόνο και της «deployment decisions», οι τοποθεσίες βάσεων στις οποίες βρίσκονται τα ασθενοφόρα. Και τα δύο μοντέλα θα πάρουν σαν είσοδο την ίδια αντικειμενική ανάρτηση  $f(N_A, N_B)$ .

## 3.2 Μοντέλο Αποστολής – Μαρκοβιανό Πρόβλημα Απόφασης MDP

### 3.2.1 Αρχικοποίηση Συστήματος

Αρχικά έχοντας ορίσει ότι ένα σύστημα EMS λειτουργεί με  $N_A$  ALS μονάδες και  $N_B$  για τα BLS, θα πρέπει να χωρίσουμε τις επερχόμενες κλήσεις έκτακτης ανάγκης σε δύο κατηγορίες: κλήσεις υψηλής προτεραιότητας (high priority) και σε κλήσεις χαμηλής προτεραιότητας (low priority). Υποθέτουμε ότι οι κλήσεις εισέρχονται σύμφωνα με μια ανεξάρτητη διαδικασία Poisson με ρυθμούς  $\lambda_H$  και  $\lambda_L$ , αντίστοιχα, και ότι σε κάθε κλήση απαντάει ένα μόνο ασθενοφόρο. Ο χρόνος που απαιτείται για ένα ασθενοφόρο να εξυπηρετήσει μια κλήση διανέμεται εκθετικά με ρυθμό  $\mu$ , και είναι ανεξάρτητος από τον τύπο της κλήσης και του ασθενοφόρου.

Επίσης υποθέτουμε ότι οι κλήσεις δεν μπαίνουν σε αναμονή, ουρά δηλαδή όπως στα πιθανολογικά μοντέλα, όταν όλα τα ασθενοφόρα είναι απασχολημένα, αλλά μένει το σύστημα χωρίς υπηρεσία. Στην πραγματικότητα αυτό συμβαίνει τις περισσότερες φορές με αποτέλεσμα οι κλήσεις όμως να ανακατευθύνονται σε άλλες υπηρεσίες όπως ένα πυροσβεστικό σώμα. Σε κάποιες περιπτώσεις οι αποστολές σε υψηλής προτεραιότητας κλήσεις μπορούν να

εξυπηρετηθούν και από BLS μονάδες, αν και μόνο εάν όλα τα ALS είναι απασχολημένα, ώστε να παρέχουν στον ασθενή την στοιχειώδη ιατρική περίθαλψη. Το ίδιο ισχύει και αντιστρόφως αν και μόνο εάν είναι διαθέσιμο ένα ALS και δεν εκκρεμεί κάποια κλήση υψηλής προτεραιότητας, αλλιώς η κλήση ανακατευθύνεται.

### 3.2.1.1 Χώρος καταστάσεων και δράσης

Σύμφωνα με τα παραπάνω ορίζουμε τον χώρο καταστάσεων ως:  $S = \{0,1, \dots, N_A\} \times \{0,1, \dots, N_B\}$  όπου  $(i, j) \in S$  δηλώνουν τις καταστάσεις στις οποίες  $i$ -ALS και  $j$ -BLS μονάδες είναι απασχολημένα. Ο χώρος δράσης ορίζεται:  $A = \cup_{(i,j) \in S} [A(i, j)]$  όπου

$$A(i, j) = \begin{cases} \{0,1\}, & \text{αν } i < N_A \text{ και } j = N_B \\ \{0\}, & \text{αλλιώς.} \end{cases}$$

Όπου το  $i < N_A$  δηλώνει ότι υπάρχουν κάποια ALS διαθέσιμα και  $j = N_B$  δηλώνει ότι όλα τα BLS είναι απασχολημένα. Η **ενέργεια 1** αποστέλλει ALS μονάδες στην επόμενη κλήση χαμηλής προτεραιότητας, ενώ η **ενέργεια 0** ανακατευθύνει την κλήση. Αυτό συμβαίνει σε καταστάσεις όπου και οι δύο ενέργειες είναι διαθέσιμες. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις, ο αποστολέας δεν έχει να πάρει κάποια απόφαση, οπότε η ενέργεια 0 αναπαριστά μια "πλαστική" ενέργεια.

### 3.2.1.2 Ανταμοιβές

Έστω  $R_{HA}$  και  $R_{HB}$  να είναι οι ανταμοιβές που συσχετίζονται με την αποστολή ALS ή BLS σε μια κλήση υψηλής προτεραιότητας αντίστοιχα και  $R_L$  να είναι η ανταμοιβή για αποστολές σε κλήσεις χαμηλής προτεραιότητας από άλλα οχήματα. Ισχύει ότι  $R_{HA} \geq \max \{R_{HB}, R_L\}$ . Όμως δεν μπορούμε να δώσουμε μια σχέση ακριβείας, για τα  $R_{HB}$  και  $R_L$ . Μια υπόθεση είναι  $R_{HB} \geq R_L$ , εάν οι διαφορές μεταξύ EMTs και παραϊατρικούς είναι μικρές ή το αντίστροφο, εάν η αποστολή ενός ασθενοφόρου BLS αποθαρρύνεται. Αυτές οι ανταμοιβές δεν αντικατοπτρίζουν τα έσοδα του πάροχου EMS αλλά χρησιμοποιούνται αποκλειστικά από το μοντέλο για να βοηθήσουν στη λήψη αποφάσεων.

Οι ανταμοιβές μπορούν οριστούν με διάφορους τρόπος ανάλογα με τους στόχους του EMS, παραδείγματος χάριν οι McLay και Mayorca (2012) βασίζονται τις ανταμοιβές τους με την

πιθανότητα επιβίωσης του ασθενούς μέχρι να ζει από το νοσοκομείο. Ωστόσο ο προσδιορισμός κατάλληλων  $R_{HA}$ ,  $R_{HB}$  και  $R_L$  μπορεί να είναι δύσκολος.

### 3.2.1.3 Μέθοδος Ομοιοποίησης

Επειδή οι χρόνοι μεταξύ των μεταβάσεων κατάστασης είναι εκθετικά διανεμημένοι με ρυθμό που οριοθετείται από  $\Lambda = \lambda_H + \lambda_L + (N_A + N_B) * \mu$ , το MDP μας είναι ομοιόμορφο. Χωρίς βλάβη γενικότητας θέτουμε  $\Lambda = 1$  και θεωρούμε μια διαδικασία διακριτού χρόνου, η οποία είναι τέτοια ώστε το πολύ ένα συμβάν να συμβεί κατά την διάρκεια μιας μόνο (ομοιόμορφης) χρονικής περιόδου, και δεδομένου ότι το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση  $(i, j) \in S$ , αυτό το συμβάν μπορεί να είναι:

- με πιθανότητα  $\lambda_H$ , η άφιξη κλήσης υψηλής προτεραιότητας,
- με πιθανότητα  $\lambda_L$ , άφιξη κλήσης χαμηλής προτεραιότητας,
- με πιθανότητα  $i\mu$ , ολοκλήρωση υπηρεσίας μονάδας ALS,
- με πιθανότητα  $j\mu$ , ολοκλήρωση υπηρεσίας BLS,
- με πιθανότητα  $(N_A - i)\mu + (N_B - j)\mu$ , σε μια "πλαστή" μετάβαση.

Για να περιγράψουμε πώς μπορεί να βρεθεί η βέλτιστη πολιτική, απαιτούμε επιπλέον σημειογραφία. Ας είναι  $R((i, j), a)$  να δηλώνει την αναμενόμενη ανταμοιβή που συλλέγεται μετά από μια μόνο χρονική περίοδο, δεδομένου ότι όταν ξεκινάει η περίοδος το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση  $(i, j)$  και ο αποστολέας κάνει μια ενέργεια  $a \in A(i, j)$  και έχουμε:

$$R((i, j), a) = \begin{cases} \lambda_H R_{HA} + \lambda_L R_L & \text{αν } i < N_A, j < N_B, a = 0 \\ \lambda_H R_{HB} + \lambda_L R_L & \text{αν } i = N_A, j = N_B, a = 0 \\ \lambda_H R_{HA} & \text{αν } i < N_A, j = N_B, a = 0 \\ \lambda_H R_{HA} + \lambda_L R_L & \text{αν } i < N_A, j = N_B, a = 1 \\ 0 & \text{αν } i = N_A, j = N_B, a = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Έστω  $P((i', j') | (i, j), a)$  να δηλώνει τις πιθανότητες μετάβασης ενός σταδίου από την κατάσταση  $(i, j)$  στην κατάσταση  $(i', j')$  υπό μια ενέργεια  $a \in A(i, j)$ . Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις που πρέπει να ληφθούν υπόψη, καθώς η δυναμική του συστήματος αλλάζει ελαφρώς στα όρια του χώρου καταστάσεων. Για ευκολία επιλέγουμε  $0 < i < N_A$  και  $j = N_B$  όπου έχουμε:



$$P((i', j') | (i, j), \alpha) = \begin{cases} \lambda_H + \mathbf{I}(a = 1)\lambda_L & \text{αν } (i', j') = (i + 1, j), \\ i\mu & \text{αν } (i', j') = (i - 1, j), \\ j\mu & \text{αν } (i', j') = (i, j - 1), \\ 1 - \lambda_H - \mathbf{I}(a = 1)\lambda_L - (i + j)\mu & \text{αν } (i', j') = (i, j). \end{cases}$$

Η πρώτη μετάβαση αντιστοιχεί σε άφιξη κλήσης υψηλής προτεραιότητας (ή χαμηλής αν ο αποστολέας επιλέγει την ενέργεια 1) , η δεύτερη και τρίτη αντιστοιχεί σε ολοκλήρωση υπηρεσίας των ALS και BLS αντιστοίχως, και η τετάρτη σε "πλαστή" μετάβαση λόγω ομοιοποίησης.

### 3.2.2 Εξισώσεις Βελτιστοποίησης

Αναζητάμε έναν κανόνα αποφάσεων ο οποίος θα μεγιστοποιεί την μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή που συλλέγει το σύστημα. Για τον σκοπό αυτό, ορίζουμε μια στάσιμη πολιτική, ντετερμινιστική χαρτογράφηση  $\pi: S \rightarrow \{0,1\}$  που εκχωρεί μια ενέργεια σε κάθε κατάσταση του συστήματος. Επειδή οι χώροι κατάστασης και δράσης είναι πεπερασμένοι, από το θεώρημα 8.4.5 του Puterman (2005) [14], μπορούμε να περιορίσουμε την προσοχή μας σε αυτή τη κλάση  $\pi$  πολιτικών, χωρίς απώλεια βελτιστοποίησης. Ορίζουμε την μακροπρόθεσμη μέση επιβράβευση για την διαδικασία διακριτού χρόνου ως εξής. Έστω  $S_n$  να είναι η κατάσταση του συστήματος την χρονική στιγμή  $n$ , και  $C^\pi(S_n)$  η τυχαία αμοιβή που συλλέχθηκε κατά την  $n$ -οστή χρονική περίοδο υπό την πολιτική  $\pi$ . Τότε η μακροπρόθεσμη μέση αμοιβή είναι:

$$J^\pi = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \mathbb{E} \left[ \sum_{n=1}^N C^\pi(S_n) \right]$$

Από το θεώρημα 8.3.2 Puterman (2005) [14], αυτή η ποσότητα είναι καλώς ορισμένη και εξαρτώμενη από την αρχική κατάσταση του συστήματος, όσο το MDP είναι αμείωτο, δηλαδή η υποκείμενη μακροβιανή αλυσίδα που προκαλείται από οποιαδήποτε πολιτική  $\pi$  είναι αμείωτη . Πράγματι έστω ότι  $(i, j)$  και  $(i', j')$  είναι διακριτές καταστάσεις στο  $S$ . Έπειτα μπορούμε να μεταβούμε από την  $(i, j)$  κατάσταση στην  $(i', j')$  υπό οποιαδήποτε πολιτική μέσω διαδοχικών ολοκληρωμένων υπηρεσιών  $i + j$ , ακολουθούμενη από τις αφίξεις κλήσεων υψηλής προτεραιότητας και χαμηλής. Από αυτό μπορούμε να ορίσουμε την μέση μακροπρόθεσμη ανταμοιβή υπό την βέλτιστη πολιτική να είναι :

$$J^* := \max_{\pi \in \Pi} J^\pi$$

το οποίο επίσης είναι καλά ορισμένο επειδή το  $\Pi$  είναι πεπερασμένο. Αυτή η σταθερά μαζί με την βέλτιστη πολιτική, μπορούν να βρεθούν λύνοντας την βέλτιστη εξίσωση:

$$J + h(i, j) = \max_{a \in A(i, j)} \left[ R(i, j), a + \sum_{(i', j') \in S} P((i, j), (i', j'), a) h(i', j') \right] \quad \forall (i, j) \in S \quad (2)$$

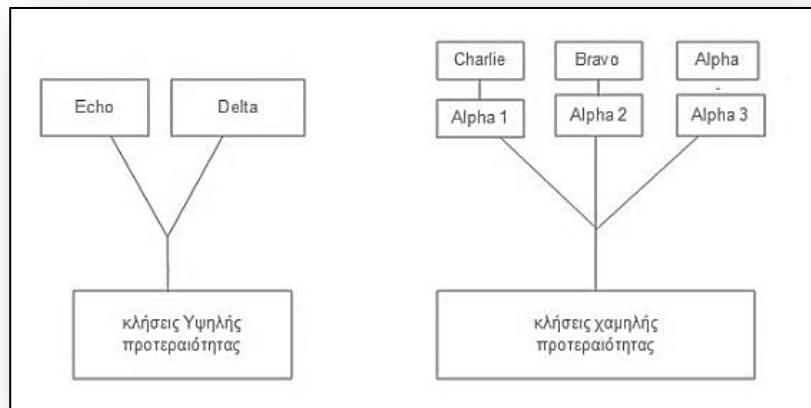
Η χαρτογράφηση  $h: S \rightarrow \mathbb{R}$  αναφέρεται συχνά ως συνάρτηση σχετικής τιμής. Η εξίσωση (2) μπορεί να λυθεί αριθμητικά μέσω αλγορίθμου επανάληψης πολιτικής, όπως αυτή στην ενότητα 8.6.1 του Puterman [14].

### 3.2.3 Υπολογιστική Μελέτη MDP

Εδώ αυτή η ενότητα, θεωρεί ένα υποθετικό σύστημα που μοντελοποιήθηκε ελαφρώς μετά το EMS του Τορόντο. Το EMS Τορόντο ανταποκρίνεται σε καταστάσεις έκτακτης ανάγκης στην ευρύτερη περιοχή του Τορόντο, αλλά εδώ περιορίζεται σε κλήσεις από την πόλη του Τορόντο, η οποία έχει πληθυσμό 2,6 εκατομμύρια και διανέμεται σε 240 τετραγωνικά μίλια.

### 3.2.3.1 Πειραματική Αρχικοποίηση Συστήματος

Η βάση δεδομένων περιέχει όλες τις απαντήσεις ασθενοφόρων σε κλήσεις έκτακτης ανάγκης μεταξύ 1 Ιανουαρίου 2007 έως και 31 Δεκεμβρίου 2008. Το EMS του Τορόντο διαιρεί τις κλήσεις έκτακτης ανάγκης σε οκτώ επίπεδα προτεραιότητας με φθίνουσα σειρά σοβαρότητας, και είναι τα εξής: Echo, Delta, Charlie, Bravo, Alpha, Alpha1, Alpha2, Alpha3 και στον τρόπο που αντιμετωπίζονται χωρίζονται στις παρακάτω κατηγορίες:



Υπολογίζουμε τα ποσοστά άφιξης, παίρνοντας του μακροπρόθεσμους μέσους όρους κατά την διάρκεια των δύο πρώτων ετών και έχουμε:  $\lambda_H = 8$  και  $\lambda_L = 13$  κλήσεις υψηλής και χαμηλής προτεραιότητας αντίστοιχα, ανά ώρα. Ορίζουμε επίσης τον χρόνο υπηρεσίας να είναι το μήκος του διαστήματος που ξεκινά με την εκχώρηση του ασθενοφόρου στην κλήση και τελειώνει με την ολοκλήρωση της κλήσης (είτε στην σκηνή του συμβάντος είτε μετά την εκχώρηση του ασθενούς στο νοσοκομείο). Επειδή ο μέσος χρόνος υπηρεσίας για κλήσεις χαμηλής και υψηλής προτεραιότητας δεν διαφέρει κατά πολύ (5 %), θέτουμε με  $\mu = 3/4$  ανά ώρα που αντιστοιχεί σε μέσο χρόνο εξυπηρέτησης 80 λεπτών.

Ως σημείο αφετηρίας για την ανάλυση, χρησιμοποιούνται οι ανταμοιβές  $R_{HA} = 1$ ,  $R_{HB} = 0,5$  και  $R_L = 0,6$ . Όπου η υπόθεση μας  $R_{HA} = 1$  είναι χωρίς βλάβη γενικότητας. Για να εκτιμήσουμε το ετήσιο κόστος λειτουργίας  $C_A$  και  $C_B$  για κάθε όχημα ALS και BLS αντίστοιχα, υποθέτοντας ότι ένα ασθενοφόρο απαιτεί τρία πλήρώματα να λειτουργούν 24 ώρες την μέρα, ότι ένα πλήρωμα ALS αποτελείται από δύο παραϊατρικούς και ένα πλήρωμα BLS από δύο

EMTs και ότι τα οχήματα ALS και BLS κοστίζουν 110.000\$ και 100.000\$ αντίστοιχα για εξοπλισμό και λειτουργία ανά έτος. Επίσης οι μισθοί για παραϊατρικούς και EMTs είναι 90.000\$ και 70.000\$ αντίστοιχα ετησίως, διαπιστώνουμε ότι  $C_A = 650.000\$$  και  $C_B = 520.000\$$ . Με την ανάλυση μας σχετίζεται ο λόγος  $\frac{C_B}{C_A}$  κανονικοποιούμε τα κόστη για να πάρουμε  $C_A = 1.25$  και  $C_B = 1$ . Αυτό που μένει να οριστεί ο ετήσιος προϋπολογισμός B. Υποθέτουμε επίσης ότι η μέση χρήση των ασθενοφόρων στο σύστημα είναι 0.4. Δεδομένου ότι οι κλήσεις φτάνουν σε ένα συνδυασμό  $\lambda_H + \lambda_L = 21$  ανά ώρα και  $\mu = 0.75$ , θα χρειαστούν 70 ασθενοφόρα για να πετύχουμε τη επιθυμητή αξιοποίηση. Το EMS του Τορόντο λειτουργεί με all-ALS fleet επομένως  $B = 87,5$  και  $C_A = 1.25$  δεδομένου και της σχέσης απόδοσης  $N_A * C_A + N_B * C_B \leq B$ , έχουμε το σετ μείγματος οχημάτων  $\Gamma$  το οποίο ορίζεται ως εξής :

$$\Gamma = \{(N_A, N_B): N_A \leq 70 \text{ και } N_B = [87,5 - 1,25N_A]\} \quad (3)$$

Πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι εξετάζουμε μόνο μίγματα οχημάτων για τα οποία έχει εξαντληθεί ο προϋπολογισμός. Δηλαδή, μίγματα για τα οποία δεν μπορεί να προστεθεί άλλο ασθενοφόρο στο στόλο χωρίς να παραβιαστεί ο περιορισμός του προϋπολογισμού. Θα θέλαμε να συσχετίσουμε τα αριθμητικά μας πειράματα σε αυτήν την ενότητα με αυτά που εκτελούμε στο ακέραιο πρόγραμμα στην Ενότητα 3.3.

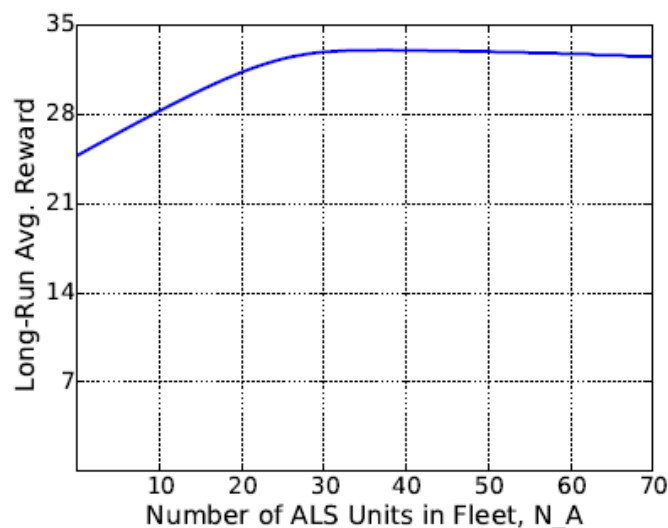
Ωστόσο, μια άμεση σύγκριση μπορεί να μην είναι έγκυρη, όπως εμμέσως υποθέσαμε ότι οποιοδήποτε ασθενοφόρο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ανταποκριθεί σε οποιαδήποτε εισερχόμενη κλήση. Στην πράξη αυτό δε συμβαίνει συχνά, μόνο ένα υποσύνολο του στόλου μπορεί να ανταποκριθεί εγκαίρως. Προκειμένου να γίνουν συγκρίσεις με ένα σύστημα που μοντελοποιεί ρητά τη γεωγραφία, αυξάνουμε τα ποσοστά άφιξης κατά έναν σταθερό παράγοντα για να αντισταθμίσει τις επιπτώσεις της συγκέντρωσης πόρων. Επιλέγουμε τον παράγοντα κλιμάκωσής μας έτσι ώστε ένας στόλος αποτελούμενος από 70 ασθενοφόρα ALS να μπορεί να ανταποκριθεί στο 98% των εισερχόμενων κλήσεων, σύμφωνα με μια πολιτική αποστολής που δεν ανακατευθύνει κλήσεις χαμηλής προτεραιότητας. Αυτό αντιστοιχεί σε ένα σύστημα που βρίσκεται σε κατάσταση κόκκινης ειδοποίησης για το 2% του χρόνου.

Ένας παράγοντας κλιμάκωσης 2.1 επιτυγχάνει αυτό, και έτσι για τα πειράματα που εκτελούμε σε αυτήν την ενότητα, υποθέτουμε  $\lambda_H \xrightarrow{8*2.1} 16,8$  και  $\lambda_L \xrightarrow{13*2.1} 27,3$ .

### 3.2.3.2 Ευρήματα

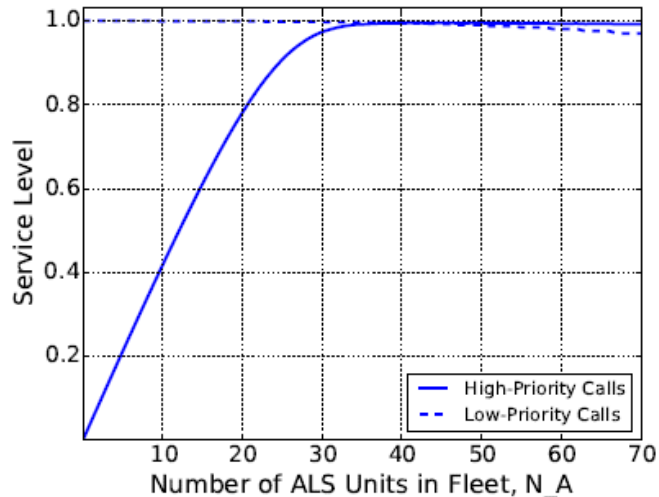
Χρησιμοποιώντας τις αρχικές τιμές που ορίστηκαν παραπάνω, κατασκευάζουμε ένα παράδειγμα MDP για κάθε μείγμα οχήματος ( $N_A, N_B$ ) στο σύνολο  $\Gamma$  που ορίζεται στο (3). Επιλύουμε κάθε παράδειγμα αριθμητικά χρησιμοποιώντας την πολιτική επανάληψης και αποθηκεύουμε τη μακροπρόθεσμη μέση επιβράβευση που επιτυγχάνεται βάσει της αντίστοιχης βέλτιστης πολιτικής. Κατασκευάζοντας το διάγραμμα των τιμών που λαμβάνονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να συσχετίζονται με το  $N_A$ , παίρνουμε το Σχήμα 1 παρακάτω.

Η καμπύλη στο Σχήμα 16 αυξάνει αρκετά απότομα όταν το  $N_A$  είναι μικρό, υποδηλώνοντας το σημαντικό όφελος που συσχετίζεται με την συμπερίληψη των ασθενοφόρων ALS σε έναν στόλο. Ωστόσο, για μεγαλύτερες τιμές του  $N_A$ , η καμπύλη πλατειάζει και έπειτα μειώνει ελαφρώς. Αυτό υποδηλώνει ότι το αυξητικό όφελος που αποκτήθηκε συνεχίζοντας την αύξηση του  $N_A$  μειώνεται γρήγορα.



**Σχήμα 16** Μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή που επιτυγχάνεται με την βέλτιστη πολιτική αποστολής, ως συνάρτηση του  $N_A$ .

Επιπλέον, αυτό το οριακό όφελος μπορεί να είναι αρνητικό, εάν είναι προτιμότερο να διατηρήσουμε μεγαλύτερο στόλο παρά να βελτιώσουμε την ανταπόκριση σε κλήσεις υψηλής προτεραιότητας. Για να διερευνήσουμε γιατί συμβαίνει αυτό, θεωρούμε στο Σχήμα 17 το ίδιο σύνολο παραδειγμάτων MDP, αλλά αντιθέτως θα εξετάσουμε δύο σχετικά μέτρα απόδοσης: το επίπεδο υπηρεσίας που παρέχεται σε κλήσεις υψηλής και χαμηλής προτεραιότητας.



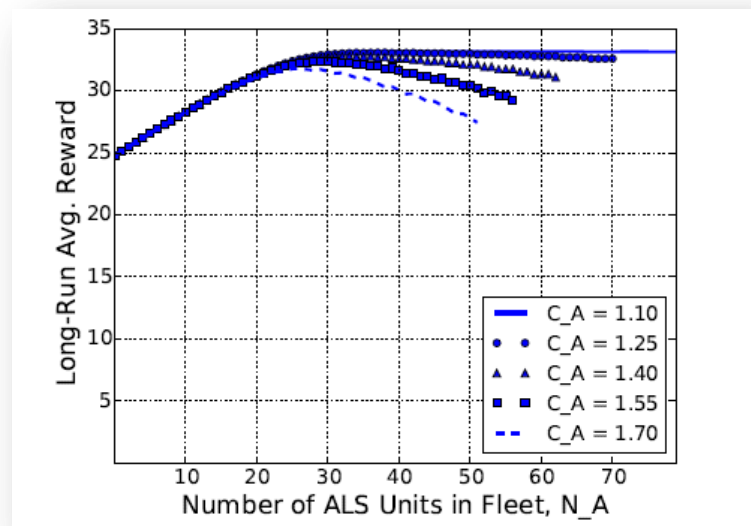
**Σχήμα 17** Μακροπρόθεσμη αναλογία κλήσεων έκτακτης ανάγκης που λαμβάνουν την κατάλληλη αποστολή με τη βέλτιστη πολιτική αποστολής, ως συνάρτηση του  $N_A$ .

Ορίζουμε το πρώτο ως το μακροπρόθεσμο ποσοστό κλήσεων υψηλής προτεραιότητας στην οποία αποστέλλεται μια μονάδα ALS, και το τελευταίο ως το μακροπρόθεσμο ποσοστό χαμηλής προτεραιότητας κλήσεων που λαμβάνουν υπηρεσία από οποιοδήποτε είδος ασθενοφόρου. Όπως θα περίμενε κανείς, αυξάνοντας  $N_A$  βελτιώνεται η απόκριση του συστήματος σε κλήσεις υψηλής προτεραιότητας, αλλά επιδεινώνεται ελαφρώς η ανταπόκριση του συστήματος σε κλήσεις χαμηλής προτεραιότητας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μια αντιστάθμιση που επηρεάζεται από τη σχετική σημασία της ανταπόκρισης σε κλήσεις υψηλής και χαμηλής προτεραιότητας, όπως αντιπροσωπεύεται από τις ανταμοιβές  $R_{HA}$ ,  $R_{HB}$  και  $R_L$ . Στην περίπτωση αυτή, η οριακή βελτίωση που επιτυγχάνεται με την αύξηση της  $N_A$  τελικά αντισταθμίζεται από την απώλεια ικανότητας απόκρισης σε κλήσεις χαμηλής προτεραιότητας.

### 3.2.3.3 Ανάλυση Ευαισθησίας

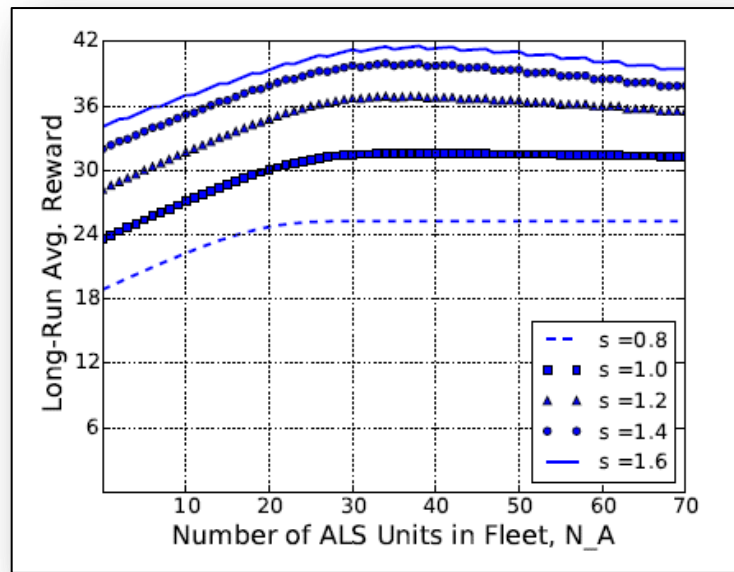
Στη συνέχεια εξετάζουμε την αντοχή των ευρημάτων μας στις παραμέτρους εισόδου του μοντέλου μας, εξετάζοντας ένα σύνολο καμπυλών ανάλογων με αυτών των Σχημάτων 16 και 17,

αλλά για περιπτώσεις MDP στις οποίες διαφέρουν λειτουργικά έξοδα, πρότυπα άφιξης και ανταμοιβές. Ξεκινάμε με μια ανάλυση ευαισθησίας σχετικά με  $C_A$ , το ετήσιο κόστος επάνδρωσης μιας μονάδας ALS. Παρακάτω θα δούμε το Σχήμα 18, το οποίο είναι στην ίδια λογική με τα Σχήματα 1 και 2, αλλά για τιμές του  $C_A$  θα κυμαίνονται από 1,1 έως 1,7. Αν και δεν το περιμένουμε οι μονάδες ALS να κοστίζουν 70% περισσότερο από τις μονάδες BLS για να λειτουργήσουν στην πράξη, επιλέγουμε ένα ευρύτερο φάσμα τιμών  $C_A$  για διευκρινιστικούς λόγους. Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι ότι όλες οι καμπύλες σχεδόν επικαλύπτονται η μια με την άλλη έως ότου αρχίσουν να πλατειάζουν, γεγονός που υποδηλώνει ότι υπάρχει ένα όριο στον αριθμό ασθενοφόρων ALS που πρέπει να αναπτυχθεί για να ανταποκριθεί επαρκώς σε κλήσεις υψηλής προτεραιότητας. Επιπλέον, αυτό το όριο θα πρέπει να τηρείται ακόμη και όταν  $C_A$  είναι πολύ μεγάλο. Εκεί που αρχίζουμε να παρατηρούμε τα αποτελέσματα είναι εκεί που οι τιμές του  $N_A$  ξεπερνάνε το όριο. Μη βέλτιστη μπορεί να αποβεί η λειτουργία ενός στόλου all-ALS για μεγάλες τιμές  $C_A$ , εφόσον αυτό απαιτεί σημαντική συρρίκνωση του στόλου. Ακόμα και όταν  $C_A \approx C_B$ , δεν είναι προφανής η επιλογή ενός all-ALS στόλου. Όταν το λειτουργικό κόστος είναι χαμηλό και το σύστημα είναι σε θέση να αναπτύξει μεγαλύτερο στόλο, η διαθεσιμότητα ασθενοφόρων γίνεται μικρότερη ανησυχία. Έτσι, η ακριβής σύνθεση του στόλου έχει πολύ μικρότερη επίδραση στην απόδοση.



**Σχήμα 18** Μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή ως συνάρτηση του συνδυασμού οχημάτων, για τις διάφορες επιλογές του  $C_A$

Στη συνέχεια πραγματοποιούμε μια ανάλυση ευαισθησίας στην οποία διαφοροποιούμε την ένταση των αφίξεων κλιμακώνοντας το ρυθμούς  $\lambda_H = 16,8$  και  $\lambda_L = 27,3$  με μια σταθερά  $s$ . Το σχήμα 19 παρακάτω απεικονίζει τις καμπύλες που λαμβάνουμε όταν εξετάζουμε τιμές  $s$  που κυμαίνονται από 0,8 έως 1,6. Σημειώνουμε ότι, όταν  $s = 1,2$  ο συνδυασμένος ρυθμός αφίξεων δύσκολα ταιριάζει με την ικανότητα εξυπηρέτησης ενός all-ALS στόλου (70,0). Παρόλο που μπορεί να φαίνεται μη ρεαλιστικό να εξετάζουμε τέτοια βαριά φορτωμένα συστήματα, ας θυμηθούμε ότι αυξήσαμε σκόπιμα τα ποσοστά άφιξης για να αντισταθμίσουμε τα αποτελέσματα της συγκέντρωσης πόρων στο MDP μας.



**Σχήμα 19** Μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή ως συνάρτηση του συνδυασμού οχημάτων, όταν τα ποσοστά άφιξης κλιμακώνονται από έναν παράγοντα  $s$ .

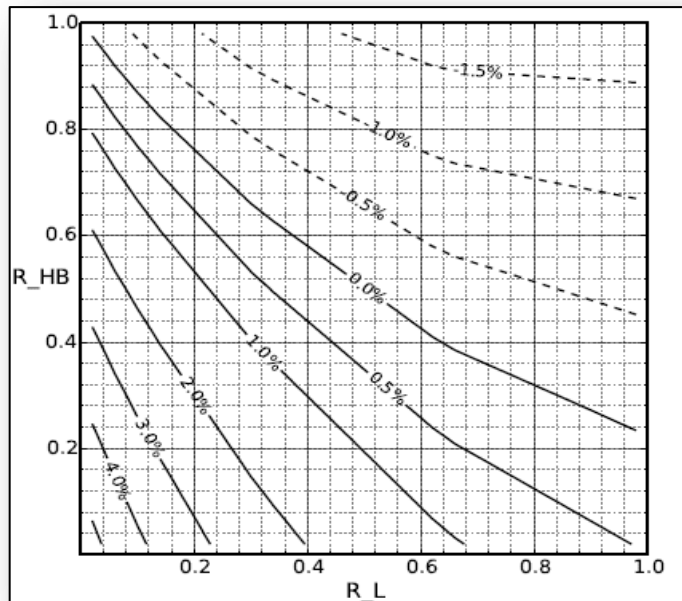
Για μικρότερες τιμές  $s$ , η απόδοση είναι αρκετά αναισθητη στην επιλογή μας  $N_A$  υπό την προϋπόθεση να είναι αρκετά μεγάλη. Και πάλι, αυτό είναι πιθανό επειδή καταστάσεις στις οποίες όλα τα ασθενοφόρα ALS είναι απασχολημένα ή όλα τα ασθενοφόρα BLS είναι απασχολημένα είναι σπάνιες, μειώνοντας έτσι την επίδραση της απόφασης του μείγματος οχήματος. Για μεγαλύτερες τιμές  $s$  συγκεκριμένα, στις ακραίες περιπτώσεις όπου οι αφίξεις ξεπερνούν τις υπηρεσίες, τότε τα κλιμακωτά συστήματα μπορούν να λειτουργούν αισθητά καλύτερα από όλους τους στόλους all-ALS, καθώς ένας μεγαλύτερος στόλος επιτρέπει στο σύστημα να ανταποκρίνεται σε μεγαλύτερο ποσοστό εισερχόμενων κλήσεων κατά τη διάρκεια περιόδων συμφόρησης.



Τέλος, θεωρούμε την ευρωστία των ευρημάτων μας στις ανταμοιβές  $R_{HA}$ ,  $R_{HB}$  και  $R_L$  ίσως τις πιο δύσκολες παραμέτρους που πρέπει να προσδιορίσουμε στο μοντέλο μας. Υποθέσαμε (χωρίς βλάβη γενικότητας) ότι  $R_{HA} = 1$ , και γι' αυτό χρειαζόμαστε μόνο μια ανάλυση ευαισθησίας σε σχέση με την  $R_{HB}$  και  $R_L$ . Περιορίζουμε την προσοχή μας σε μια σύγκριση μεταξύ του στόλου all-ALS (70,0) και του κλιμακωτού συστήματος (27,53). Για τον τελευταίο στόλο, επιλέγουμε  $N_A$  έτσι ώστε η αναλογία  $\frac{N_A}{(N_A + N_B)}$  να ταιριάζει δύσκολα με  $\frac{\lambda_A}{(\lambda_A + \lambda_B)}$ . Το Σχήμα 20 συγκρίνει τη σχετική απόδοση των δύο στόλων με μια συλλογή 625 MDP παραδειγμάτων όπου  $R_{HB}$  και  $R_L$  παίρνουν μία από τις 25 τιμές στο σύνολο  $\{0,02, 0,06, \dots, 0,94, 0,98\}$ . Καταγράφουμε το ποσοστό με το οποίο η μακροπρόθεσμη μέση επιβράβευση που συλλέγεται από το κλιμακωτό σύστημα αποκλίνει από αυτό για τον all-ALS στόλο.

Υπάρχουν ρυθμίσεις στις οποίες το κλιμακωτό σύστημα μπορεί να ξεπεράσει τον στόλο all-ALS, ειδικά όταν τα  $R_{HB}$  και  $R_L$  είναι κοντά στο 1. Σε αυτήν την περίπτωση, οι κλήσεις έκτακτης ανάγκης είναι ουσιαστικά δυσδιάκριτες και ο πάροχος EMS θα προτιμούσε να αναπτύξει έναν μεγαλύτερο στόλο. Ωστόσο, ακόμη και στην περίπτωση που σε μια απόκριση ALS σε κλήσεις υψηλής προτεραιότητας δίνεται ιδιαίτερη έμφαση και τα  $R_{HB}$  και  $R_L$  είναι σχεδόν μηδενικά, το κενό απόδοσης είναι περίπου 5%. Αυτό υποδηλώνει ότι τα κλιμακωτά συστήματα είναι βιώσιμα σε ένα ευρύ φάσμα επιλογών ανταμοιβής, ή εναλλακτικά ότι η απόδοσή τους σε σχέση με εκείνη των στόλων all-ALS είναι αρκετά αναισθητη στην αβεβαιότητα των εκτιμήσεων των  $R_{HA}$ ,  $R_{HB}$  και  $R_L$  του παρόχου του EMS.

Συνολικά, τα αριθμητικά μας πειράματα προτείνουν ότι το πρωταρχικό μας εύρημα, ότι οι μικτοί στόλοι αποδίδουν συγκρίσιμα με τους στόλους all-ALS, ισχύει για ένα ευρύ φάσμα συστημάτων EMS. Το σχετικά μικρό κενό στη μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή που παρατηρούμε μεταξύ των δύο τύπων συστημάτων φαίνεται να είναι ισχυρό στις αλλαγές στο λειτουργικό κόστος, στα πρότυπα άφιξης και στη δομή ανταμοιβής. Στην παρακάτω ενότητα, εκτελείται ένα παρόμοιο σύνολο αριθμητικών πειραμάτων, για να προσδιοριστεί εάν παρόμοιες τάσεις προκύπτουν όταν εξετάζονται οι αποφάσεις ανάπτυξης.



**Σχήμα 20** Γραφική παράσταση της σχετικής διαφοράς μεταξύ της μακροπρόθεσμης μέσης επιβράβευσης που συλλέχθηκε από το all-ALS στόλου (70,0) και στο κλιμακωτό σύστημα (27,53), για διάφορες τιμές του RHB και RL . Διακεκομμένα περιγράμματα δηλώνουν αρνητικές τιμές.

### 3.3 Μοντέλο Ανάπτυξης Ακέραιο Πρόγραμμα (IP)

#### 3.3.1 Διατύπωση

Θεωρούμε ένα σύστημα EMS του οποίου η περιοχή εξυπηρέτησης παρουσιάζεται από ένα γράφημα  $G = (N, E)$ , όπου το  $N$  είναι το σύνολο των κόμβων ζήτησης και  $E$  το σύνολο των άκρων. Οι κλήσεις υψηλής και χαμηλής προτεραιότητας προέρχονται από το κόμβο  $i \in N$  με ρυθμούς  $\lambda_i^H$  και  $\lambda_i^L$  αντίστοιχα. Ο παρόχος του EMS μπορεί να απαντήσει σε αυτές τις κλήσεις με ένα στόλο  $N_A$  μονάδων ALS και  $N_B$  μονάδων BLS τα οποία αναπτύσσονται σε ένα σύνολο βασικών τοποθεσιών  $\bar{N} \subset N$ . Για ευκολία θέτουμε  $\bar{N} = N$ .

Ορίζουμε  $t_{ij}$  ως τον χρόνο ταξιδιού για την συντομότερη διαδρομή μεταξύ του κόμβου  $i$  και του κόμβου  $j$ . Μια κλήση που προέρχεται από τον κόμβο  $i$  μπορεί να εξυπηρετηθεί από ένα ασθενοφόρο στον κόμβο  $j$ , μόνο αν  $t_{ij} \leq T$ , όπου  $T$  είναι το προκαθορισμένος χρόνος απόκρισης. Αυτό δημιουργεί γειτονιές (neighborhoods)

$$C_i = \{j \in N: t_{ij} \leq T\} \quad i \in N, \quad (4)$$

Όπου  $C_i$  δηλώνει το σύνολο των βάσεων από ένα ασθενοφόρο απαντάει σε μια κλήση προερχόμενη από τον κόμβο  $i$ . Αν  $a$ -ALS και  $b$ -BLS είναι οι μονάδες που αναπτύσσονται εντός της  $C_i$ , τότε λέμε ότι αυτός ο κόμβος  $i$  έχει "κάλυψη" από  $a$ -ALS και  $b$ -BLS μονάδες. Έστω  $\mathbf{p}_A$  να δηλώνει την **πιθανότητα απασχολημένου (busy probabilities)** συσχετιζόμενη με κάθε ALS μονάδες, δηλαδή το μακροπρόθεσμο ποσοστό του χρόνου όπου ένα ALS δεν είναι διαθέσιμο για αποστολή. Αντίστοιχα δηλώνουμε  $\mathbf{p}_B$  για τις BLS μονάδες. Επομένως τα  $\mathbf{p}_A$  και  $\mathbf{p}_B$  είναι τιμές εισόδου για το μοντέλο. Αυτές οι ποσότητες μπορούν να εκτιμηθούν από βάση δεδομένων. Για παράδειγμα, οι Marianon και ReVelle (1992) εκτιμούν τις πιθανότητες απασχολημένου υπολογίζοντας τη μέση χρήση του συστήματος. Ωστόσο, επειδή αξιολογούμε μίγματα οχημάτων για τα οποία δεν υπάρχουν διαθέσιμα δεδομένα, απαιτούμε μια διαδικασία προσέγγισης. Εμπνευσμένοι από τον Daskin (1983) τελικά αποφάνθηκε ότι τα ασθενοφόρα είναι απασχολημένα ανεξάρτητα το ένα από το άλλο. Επομένως αν ένας  $i \in N$  κομβός καλύπτεται από μονάδες  $a$ -ALS και  $b$ -BLS, τότε  $(\mathbf{p}_A)^a (\mathbf{p}_B)^b$  είναι το μακροπρόθεσμο ποσοστό χρόνου όπου το σύστημα δεν μπορεί να απαντήσει σε κλήσεις που

προέρχονται από τον κόμβο αυτόν. Οι κλήσεις αυτές ανακατευθύνονται σε εξωτερικές υπηρεσίες.

Όπως κάναμε και στο μοντέλο MDP, επιτρέπαμε την αποστολή BLS σε κλήσεις υψηλής προτεραιότητας και ALS σε κλήσεις χαμηλής, χωρίς να υπάρχει βέβαια απαίτηση για την ανταπόκριση των ALS σε κλήσεις χαμηλής προτεραιότητας όταν όλα τα BLS είναι απασχολημένα.

Ας υποδηλώσουμε με  $\emptyset$  το μακροπρόθεσμο ποσοστό κλήσεων χαμηλής προτεραιότητας που λαμβάνουν απόκριση από ALS σε αυτήν την περίπτωση. Αυτή η ποσότητα δεν καθορίζει τον τρόπο πραγματοποίησης των αποστολών σε πραγματικό χρόνο, αλλά παρέχει ένα συνοπτικό μέτρο της προθυμίας του συστήματος, μακροπρόθεσμα, να στείλει ασθενοφόρα ALS σε κλήσεις χαμηλής προτεραιότητας.

Όπως με τα  $p_A$  και  $p_B$ , υποθέτουμε ότι δίνεται  $\emptyset$ , αλλά σημειώστε ότι μπορεί να εξαρτάται από τον τρόπο δομής και λειτουργίας του συστήματος. Για άλλη μια φορά, εκτιμούμε αυτήν την ποσότητα αξιοποιώντας την έξοδο (output) της MDP αποστολής μας. Τέλος, ορίζουμε τις ανταμοιβές  $R_{HA}, R_{HB}$  και  $R_L$  όπως και πριν.

Κατασκευάζουμε την αντικειμενική μας συνάρτηση ως εξής. Ας υποθέσουμε ότι ο κόμβος  $i \in N$  καλύπτεται από  $a$ -ALS και  $b$ -BLS ασθενοφόρα, και λάβετε υπόψη το επίπεδο κάλυψης που παρέχεται σε κλήσεις χαμηλής προτεραιότητας σε αυτόν τον κόμβος. Με πιθανότητα  $1 - (p_B)^b$ , μπορεί να αποσταλεί μονάδα BLS. Υπό όρους σε όλες τις μονάδες BLS στη γειτονιά  $C_i$  είναι απασχολημένες, τότε τουλάχιστον μία μονάδα ALS είναι διαθέσιμη με πιθανότητα  $1 - (p_A)^a$ , αλλά μια αποστολή λαμβάνει χώρα μόνο με πιθανότητα  $\emptyset$ . Έχουμε έτσι ότι η αναμενόμενη ανταμοιβή που συλλέχθηκε από το σύστημα από μία μόνο κλήση χαμηλής προτεραιότητας είναι

$$R_L(a, b) = R_L[1 - (p_B)^b + \emptyset(p_B)^b(1 - (p_A)^a)]. \quad (5)$$

Όμοια η αναμενόμενη ανταμοιβή που συλλέχθηκε από το σύστημα από μία μόνο κλήση υψηλής προτεραιότητας είναι

$$R_H(a, b) = R_{HA}(1 - (p_A)^a) + R_{HB}(p_A)^a(1 - (p_B)^b). \quad (6)$$

Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα λαμβάνει ανταμοιβή από τον κόμβο  $i$  με ρυθμό  $\lambda_i^H R_H(a, b) + \lambda_i^L R_L(a, b)$  ανά μονάδα χρόνου. Θέλουμε να αναπτύξουμε ασθενοφόρα έτσι ώστε το άθροισμα αυτής της ποσότητας σε όλους τους κόμβους στο  $N$  να μεγιστοποιείται. Έστω  $x_i^A$  και  $x_i^B$  να είναι ο αριθμός των μονάδων ALS και BLS που είναι σταθμευμένα στον κόμβο  $i \in N$ , αντίστοιχα, και έστω  $y_{iab}$  να πάρει την τιμή 1 αν ο κόμβος  $i \in N$  καλύπτεται ακριβώς από  $a$ -ALS και  $b$ -BLS, και 0 διαφορετικά. Προκύπτει η εξής διατύπωση

$$\max \sum_{i \in N} \lambda_i^H \sum_{a=0}^{N_A} \sum_{b=0}^{N_B} y_{iab} R_H(a, b) + \sum_{i \in N} \lambda_i^L \sum_{a=0}^{N_A} \sum_{b=0}^{N_B} y_{iab} R_L(a, b) \quad (IP)$$

$$\sum_{i \in N} x_i^A \leq N_A \quad (7)$$

$$\sum_{i \in N} x_i^B \leq N_B \quad (8)$$

$$\sum_{a=0}^{N_A} a \sum_{b=0}^{N_B} y_{iab} \leq \sum_{j \in C_i} x_j^A \quad \forall i \in N \quad (9)$$

$$\sum_{b=0}^{N_B} b \sum_{a=0}^{N_A} y_{iab} \leq \sum_{j \in C_i} x_j^B \quad \forall i \in N \quad (10)$$

$$\sum_{a=0}^{N_A} \sum_{b=0}^{N_B} y_{iab} \leq 1 \quad \forall i \in N \quad (11)$$

$$x_i^A \in \{0, 1, \dots, N_A\} \quad \forall i \in N \quad (12)$$

$$x_i^B \in \{0, 1, \dots, N_B\} \quad \forall i \in N \quad (13)$$

$$y_{iab} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, a, b \quad (14)$$

Οι περιορισμοί (7) και (8) δηλώνουν ότι το πολύ  $N_A$  ALS και  $N_B$  BLS μονάδες μπορούν να αναπτυχθούν. Οι περιορισμοί (9), (10) και (11) συνδέουν τις μεταβλητές  $x$  και  $y$ . Συγκεκριμένα, διασφαλίζουν ότι για κάθε  $i$ , εάν οι  $x$  μεταβλητές είναι τέτοιες ώστε ο κόμβος  $i$  καλύπτεται από  $\bar{a}$  ALS και  $\bar{b}$  BLS μονάδες, τότε  $y_{iab} = 1$  αν και μόνο εάν  $\bar{a} = a$  και  $\bar{b} = b$ .

Αυτό ισχύει επειδή οι συντελεστές που πολλαπλασιάζουν τις μεταβλητές  $y$ , αυξάνονται αυστηρά στα  $a$  και  $b$ . Τέλος οι περιορισμοί (12), (13) και (14) περιορίζουν τις μεταβλητές  $x$  και  $y$  σε ακέραιες τιμές.

### 3.3.2 Υπολογιστική Μελέτη του IP

#### 3.3.2.1 Αρχικοποίηση Συστήματος του προγράμματος

Αρχικά απομένει να προσδιορίσουμε τη διαδικασία προσέγγισης των παραμέτρων εισόδου  $p_A$ ,  $p_B$  και  $\emptyset$ . Δεδομένου ενός μείγμα οχημάτων  $(N_A, N_B)$  και εισάγει  $R_{HA}, R_{HB}, R_L, \{\lambda_i^H : i \in N\}$  και  $\{\lambda_i^L : i \in N\}$  στον ακέραιο παραπάνω πρόγραμμα (IP), καθορίζονται οι ποσότητες  $\lambda_H = \sum_{i \in N} \lambda_i^H$  και  $\lambda_L = \sum_{i \in N} \lambda_i^L$ .

Στη συνέχεια επιλέγουμε μια κατάλληλη επιλογή για το ποσοστό υπηρεσίας  $\mu$ ; Αυτό πιθανότατα μπορεί να εκτιμηθεί χρησιμοποιώντας το ίδιο σύνολο δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των τιμών  $\lambda_H$  και  $\lambda_L$ . Αυτό επιτυγχάνει την κατασκευή ενός παραδείγματος του MDP στην **Ενότητα 3.2.1**. Ας είναι  $\nu$  η στάσιμη κατανομή της αλυσίδας Markov που προκαλείται από τη βέλτιστη πολιτική αυτού του παραδείγματος και ορίζουμε τις χρησιμότητες των μονάδων ALS και BLS στο MDP, αντίστοιχα ως εξής

$$\rho_A = \frac{1}{N_A} \sum_{(i,j) \in S} i v_{(i,j)} \quad \text{και} \quad \rho_B = \frac{1}{N_B} \sum_{(i,j) \in S} j v_{(i,j)} \quad (15)$$

Από εδώ λαμβάνουμε τις προσεγγίσεις  $p_A = \rho_A$  και  $p_B = \rho_B$ . Όμοια το  $\emptyset$  κατά προσέγγιση ορίζεται με την ποσότητα

$$\emptyset = \left( \sum_{(i,j) \in S, j=N_B} v_{(i,j)} \right)^{-1} \sum_{(i,j) \in S, j=N_B} v_{(i,j)} * \mathbf{I}(v_{(i,j)} = 1) \quad (16)$$

Στη συνέχεια θα βασίσουμε τα υπολογιστικά μας πειράματα στη βάση δεδομένων του Τορόντο στην **Ενότητα 3.2.3**. Για να κατασκευάσουμε το γράφημα μας  $G$  επιλέγουμε μια τετράγωνη περιοχή της πόλης του Τορόντο που μας εξυπηρετεί. Δεδομένου ότι οι εγγραφές κλήσεων στο σύνολο δεδομένων μας περιλαμβάνουν μόνο πληροφορίες γεωγραφικού πλάτος και μήκος,

θεωρούμε μια περιοχή που οριοθετείται νότια και βόρεια από τις παραλλήλους  $43.585^{\circ}\text{B}$  και  $43.860^{\circ}\text{B}$  και οριοθετείται από τα ανατολικά και δυτικά από τους μεσημβρινούς  $100.36^{\circ}\text{A}$  και  $100.88^{\circ}\text{A}$ . Διαιρούμαι αυτήν την περιοχή σε ισόποσα διαστήματα σε πλέγμα  $52 \times 38$ . Αυτό επιτρέπει σε κάθε κελί εντός του πλέγματος να προσεγγίζεται από ένα τετράγωνο  $0,5$  μιλίων  $\times$   $0,5$  μιλίων.

Αντιμετωπίζουμε το κάθε κελί ως κόμβο ζήτησης και εκχωρούμε σε αυτό ένα ζεύγος ταξινόμησης  $(i, j) \in \{0,1, \dots, 51\} \times \{0,1, \dots, 37\}$  για να δηλώσει την κατακόρυφη και οριζόντια θέση στο πλέγμα. Για τον υπολογισμό των τιμών άφιξης κλήσεων που σχετίζονται τον κάθε κόμβο, χαρτογραφούμε κάθε κλήση σε ένα κελί στο πλέγμα και λαμβάνουμε έναν μακροπρόθεσμο μέσο όρο κατά την διετή περίοδο για την οποία έχουμε δεδομένα. Ορίζουμε την απόσταση μεταξύ δύο κόμβων ως την απόσταση Manhattan (ή  $L_1$ ) μεταξύ των κέντρων των αντίστοιχων κελιών. Για παράδειγμα η απόσταση μεταξύ των κόμβων  $(1,15)$  και  $(17,11)$  υπό αυτή την μετρική είναι  $0,5 * (|1 - 17| + |15 - 11|) = 10$  μίλια. Για κάθε κόμβο  $i$ , ορίζουμε την γειτονιά  $C_i$  ως το σύνολο των βάσεων από τις οποίες ένα ασθενοφόρο μπορεί να βρεθεί στην σκηνή του συμβάντος εντός 9 λεπτών. Ωστόσο αυτό το διάστημα απόκρισης περιλαμβάνει τον χρόνο που απαιτείται από τον αποστολέα για να εκχωρήσει ένα ασθενοφόρο σε μια κλήση και από το αντίστοιχο πλήρωμα να προετοιμαστεί. Επομένως υποθέτοντας ότι αυτή η διαδικασία διαρκεί 2 λεπτά και ότι τα ασθενοφόρα ταξιδεύουν με 30 μίλια την ώρα,  $C_i$  περιέχει όλους τους κόμβους που δεν απέχουν παραπάνω από 3,5 μίλια μακριά από τον κόμβο  $i$ . Όπως και παραπάνω θέτουμε  $R_{HA} = 1$ ,  $R_{HB} = 0,5$  και  $R_L = 0,6$ ,  $C_A = 1.25$  και  $C_B = 1$  και αξιολογούμε το σύνολο του μείγματος οχημάτων

$$\Gamma = \{(N_A, N_B): N_A \leq 70 \text{ και } N_B = \lfloor 87,5 - 1,25N_A \rfloor\}.$$

Για να λάβουμε εκτιμήσεις των  $p_A$ ,  $p_B$  και  $\emptyset$  ακολουθούμε την διαδικασία που αναφέραμε παραπάνω στην **ενότητα 3.3.2.1**. Ανακαλώντας τα παραδείγματα MDP στην **ενότητα 3.2.3.1** που κλιμακώσαμε τις αφίξεις με τον παράγοντα 2.1. Επομένως

$\rho_A$  και  $\rho_B$  όπως ορίστηκαν στη (15), είναι υπερεκτιμήσεις την επιθυμητής πιθανότητας απασχολημένου  $\rho_A$  και  $\rho_B$ . Ωστόσο, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την πληροφορία που εμπεριέχετε στις  $\rho_A$  και  $\rho_B$  για να εκτιμήσουμε αυτές τις ποσότητες. Περιμένουμε η μέση τιμή αξιοποίησης του ασθενοφόρου στο σύστημα μας να είναι

$$\frac{\lambda_H + \lambda_L}{(N_A + N_B)\mu}$$

όπου  $\lambda_H = 8$  και  $\lambda_L = 13$  δηλώνουν ποσοστά άφιξης κλήσεων για το ακέραιο πρόγραμμα μας. Επιλέγουμε  $p_A$  και  $p_B$  τέτοιο ώστε να διατηρείται η αξιοποίηση, οπότε έχουμε

$$\frac{N_A p_A + N_B p_B}{N_A + N_B} = \frac{\lambda_H + \lambda_L}{(N_A + N_B)\mu}$$

Ένας τρόπος να προσδιοριστούν τα  $p_A$  και  $p_B$  είναι με την αναλογία  $\frac{p_A}{p_B}$ . Αυτή η αναλογία παρέχει μια ένδειξη του πώς χωρίζεται ο φόρτος εργασίας μεταξύ των ALS και BLS ασθενοφόρων και ορίζεται κατά προσέγγιση με την ποσότητα  $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ . Συνοψίζοντας, έχουμε προσεγγιστικά

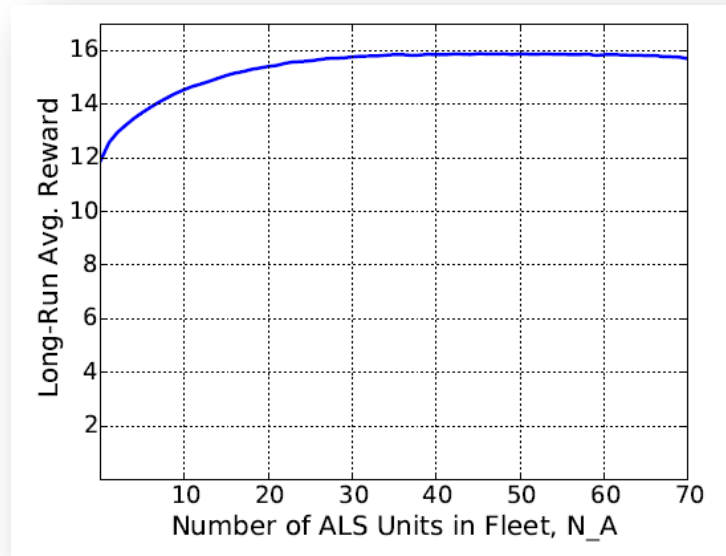
$$p_A = \frac{\rho_A}{\rho_B} p_B \text{ όπου } p_B = \frac{\lambda_H + \lambda_L}{(N_A \frac{\rho_A}{\rho_B} + N_B)\mu}.$$

Χρησιμοποιώντας τις εισόδους προβλημάτων που αναφέρθηκαν παραπάνω, κατασκευάζουμε ένα παράδειγμα ακέραιου προγράμματος (IP) για κάθε μείγμα οχήματος στο σύνολο  $\Gamma$ . Για να μειώσουμε τους χρόνους υπολογισμού, καταργούμε τις μεταβλητές  $y_{iab}$  από την διατύπωση μας αν είναι  $a \geq 30$  ή  $b \leq 30$ , για κάθε κόμβο  $i \in N$ . Έτσι, θεωρούμε ότι κάθε κόμβος ζήτησης που καλύπτεται από περισσότερα από 30 ασθενοφόρα ALS ή BLS καλύπτεται από 30 ακριβώς ασθενοφόρα του αντίστοιχο τύπο αντ' αυτού. Με αυτόν τον τρόπο, δεν καθιστούμε ανέφικτες λύσεις που επιχειρούν να καλύψουν έναν κόμβο με περισσότερες από 30 μονάδες, αλλά αγνοούμε τη συμβολή αυτών των πλεοναζόντων μονάδων στην αντικειμενική συνάρτηση. Έτσι υποτιμούμε την κάλυψη που παρέχεται από μια δεδομένη απόφαση ανάπτυξης, αλλά όχι σε σημαντικό βαθμό, καθώς τα  $p_A^{30}$  και  $p_B^{30}$  είναι πολύ μικρά για λογικές επιλογές  $p_A$  και  $p_B$ . Δεδομένου ότι τα  $a$  και  $b$  μπορούν να είναι τόσο μεγάλα όσο 70 και 87, αντίστοιχα, αυτό μειώνει δραματικά το αριθμό των μεταβλητών απόφασης στο μοντέλο μας χωρίς να θυσιάζεται η ακρίβεια.

Λύνουμε τα προκύπτοντα παραδείγματα IP αριθμητικά στο 0,5% της βέλτιστης και αποθηκεύουμε την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που σχετίζεται με την ακεραία λύση που λαμβάνεται με αυτόν τον τρόπο. Παρόλο που εισάγουμε κάποιο σφάλμα μη εκτελώντας την ανάλυσή μας χρησιμοποιώντας τις βέλτιστες ακέραιες λύσεις στο (IP), και αυτό το σφάλμα είναι



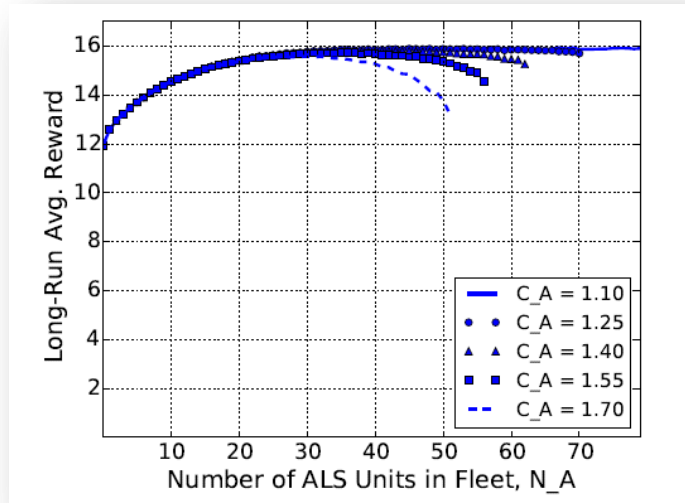
ορατό στα παρακάτω διαγράμματα μας σε κάποιο βαθμό, το αντίκτυπό του στα συνολικά μας αποτελέσματα είναι αμελητέο. Σχεδιάζοντας τις τιμές που προκύπτουν ως συνάρτηση του  $N_A$ , λαμβάνουμε την Εικόνα 21 παρακάτω, ανάλογη με την Εικόνα 1 στην Ενότητα 3.2.3.2.



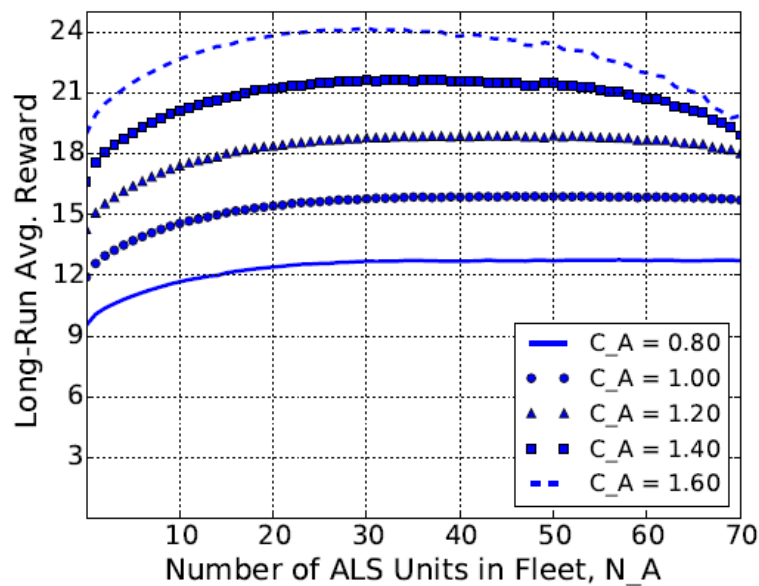
**Εικόνα 21** Η μακροπρόθεσμη μέση επιβράβευση πέτυχε μια σχεδόν βέλτιστη πολιτική ανάπτυξης, ως συνάρτηση της  $N_A$ .

Ενώ ο σχηματισμός των καμπυλών στις εικόνες 16 και 21 διαφέρουν κάπως, εμφανίζουν την ίδια γενική τάση: μια σχετικά απότομη αύξηση για μικρές τιμές  $N_A$ , καθώς και ένα πλατειασμό και μια μικρή κάμψη προς τα κάτω καθώς πλησιάζουμε σε στόλο all-ALS. Οι καμπύλες είναι σε διαφορετικές κλίμακες, καθώς αυξήσαμε τα ποσοστά άφιξης στο MDP μας για να αντισταθμίσουμε τις επιπτώσεις της συγκέντρωσης πόρων. Παρά το γεγονός ότι εξετάσαμε διαφορετικούς τύπους λήψης αποφάσεων στα μοντέλα MDP και IP, καταλήγουμε στο ίδιο γενικό συμπέρασμα σχετικά με τις επιπτώσεις του μίγματος οχημάτων και της απόδοσης του συστήματος.

Στη συνέχεια, επαληθεύουμε ότι αυτή η συμφωνία μεταξύ των δύο μοντέλων μας εξακολουθεί να ισχύει όταν πραγματοποιούμε ανάλυση ευαισθησίας. Στις Εικόνες 22 και 23 παρακάτω, πραγματοποιούμε δύο αναλύσεις ευαισθησίας χωρίς διαφοροποίηση στις οποίες μεταβάλλουμε την παράμετρο κόστους  $C_A$  και την ένταση των αφίξεων. Οι σχετικές γραφικές παραστάσεις είναι ανάλογες με τις Εικόνες 16 και 17 στην Ενότητα 3.2.3.2. Όπως και πριν, τα σχήματα των καμπυλών που λαμβάνουμε από την IP μας διαφέρουν από αυτά που λαμβάνονται από το MDP μας, αλλά παρατηρούμε τις ίδιες γενικές τάσεις.



**Εικόνα 22** Μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή ως συνάρτηση του μίγματος οχημάτων, για διάφορες επιλογές  $C_A$ .

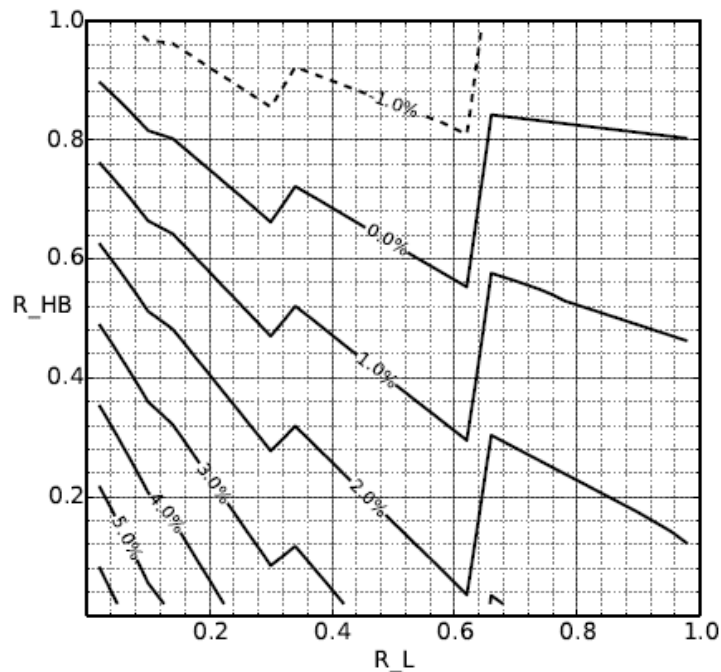


**Εικόνα 23** Μακροπρόθεσμη μέση ανταμοιβή ως συνάρτηση του μίγματος οχημάτων, όταν τα ποσοστά άφιξης κλιμακώνονται κατά έναν παράγοντα  $s$ .

Καταλήγουμε με μια ανάλυση ευαισθησίας σε σχέση με τις παραμέτρους ανταμοιβής  $R_{HB}$  και  $R_L$ . Εφαρμόζοντας μια διαδικασία ανάλογη με αυτήν που χρησιμοποιήθηκε για τη δημιουργία του σχήματος στην Εικόνα 20, λαμβάνουμε το διάγραμμα περιγράμματος (contour plot) στην Εικόνα 24 παρακάτω. Τα περιγράμματα που προκύπτουν είναι πιο ακανόνιστα από αυτά που

λαμβάνονται στην Εικόνα 20. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι εκτιμούμε τις παραμέτρους εισόδου  $p_A$ ,  $p_B$  και  $\theta$  από την έξοδο (output) του MDP μας.

Μικρές προσαρμογές στις ανταμοιβές  $R_{HB}$  και  $R_L$  μπορούν να αλλάξουν τη δομή της βέλτιστης πολιτικής, η οποία μπορεί να οδηγήσει σε απότομες αλλαγές στις τιμές των  $p_A$ ,  $p_B$  και  $\theta$ . Επειδή αυτές οι παράμετροι εμφανίζονται στην αντικειμενική συνάρτηση του (IP), αυτό μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα μια άλλη βασική εφικτή λύση στο να γίνει η βέλτιστη η χαλάρωση (LP), και έτσι, οι ασυνέχειες που παρατηρούμε στο διάγραμμα περιγράμματος. Ωστόσο, η γενική τάση είναι παρόμοια με αυτήν που παρατηρήσαμε στην Εικόνα 20.



**Εικόνα 24** Contour Plot της σχετικής διαφοράς μεταξύ της μακροπρόθεσμης μέσης ανταμοιβής που συλλέγει ο στόλος all-ALS (70,0) και εκείνης για το κλιμακωτό σύστημα (27,53), για διάφορες τιμές  $R_{HB}$  και  $R_L$ . Οι διακεκομμένες γραμμές δηλώνουν αρνητικές τιμές.

### 3.4 Συμπέρασμα

Σε αυτό το κεφάλαιο, μελετήσαμε τις επιδράσεις της απόφασης μίγματος οχημάτων σχετικά με την απόδοση ενός συστήματος EMS. Εγγενής σε αυτήν την απόφαση είναι η αντιστάθμιση μεταξύ της βελτίωσης της ποιότητας των παρεχόμενων υπηρεσιών σε κλήσεις υψηλής

προτεραιότητας και της αύξησης του μεγέθους του στόλου. Αναλύσαμε αυτό το συμβιβασμό μέσω δύο συμπληρωματικών μοντέλων βελτιστοποίησης λήψης αποφάσεων σε ένα κλιμακωτό σύστημα EMS. Συγκεκριμένα, διατυπώσαμε μια διαδικασία απόφασης Markov που εξέτασε το λειτουργικό πρόβλημα της αποστολής ασθενοφόρων, καθώς και ένα ακέραιο πρόγραμμα που διαμόρφωσε το τακτικό πρόβλημα της ανάπτυξης ασθενοφόρων σε μια γεωγραφική περιοχή. Για να βοηθήσουμε στη λήψη αποφάσεων, εκχωρήσαμε ανταμοιβές για μεμονωμένες απαντήσεις σε κλήσεις έκτακτης ανάγκης, οι οποίες αποτέλεσαν τη βάση ενός μέτρου απόδοσης που επιτρέπει την πραγματοποίηση ποσοτικών συγκρίσεων μεταξύ μιγμάτων οχημάτων. Αριθμητικά πειράματα σε ένα σύστημα που διαμορφώθηκε σύμφωνα με το EMS του Τορόντο πρότειναν ότι ενώ τα ασθενοφόρα ALS είναι βασικά συστατικά των στόλων EMS, ένα ευρύ φάσμα μεικτών στόλων μπορεί να λειτουργήσει συγκριτικά (ή περιστασιακά, να υπερτερεί) όλων των στόλων ALS. Αυτό επιβεβαιώθηκε και από τα δύο μοντέλα μας, και φαίνεται να είναι ισχυρό σε εύλογες αλλαγές στις τιμές των παραμέτρων εισαγωγής μας. Συνέπεια αυτού είναι ότι κατά την κατασκευή στόλου ασθενοφόρου, δευτερεύουσες εκτιμήσεις, όπως αυτές που περιγράφονται στην εισαγωγή, μπορούν να σταθμιστούν στη διαδικασία λήψης αποφάσεων χωρίς να μειωθεί σημαντικά η απόδοση. Ενώ σε αυτό το κεφάλαιο εστιάζουμε στο να κατασκευάσουμε μοντέλα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αποκτήσουν γρήγορα βασικές γνώσεις, ένα ερώτημα που πρέπει να ρωτήσουμε είναι ποιες πρόσθετες γνώσεις θα μπορούσαν να αποκτηθούν από ένα πιο εξελιγμένο μοντέλο. Τα αριθμητικά πειράματα που πραγματοποιήσαμε παραπάνω δείχνουν ότι θα επιτευχθούν τα ίδια βασικά συμπεράσματα σχετικά με το μείγμα του οχήματος. Ωστόσο, μια πιθανή κατεύθυνση της μελλοντικής έρευνας θα ήταν η εξέταση του προβλήματος αποστολής σε κλιμακωτό σύστημα EMS, όταν οι γεωγραφικές θέσεις των ασθενοφόρων ενσωματώνονται στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Το πρόβλημα απόφασης που θα προκύψει θα έχει έναν πολύ μεγαλύτερο χώρο κατάστασης, αλλά ο οποίος μπορεί να είναι προσιτός χρησιμοποιώντας το Approximate Dynamic Programming (ADP), όπως στους Maxwell et al. (2010) ή στο Schmid (2012). Αυτό το πλαίσιο θα επέτρεπε ένα μοντέλο που ενσωματώνει ένα ευρύτερο φάσμα δυναμικών του συστήματος, όπως χρονικά μεταβαλλόμενα ποσοστά άφιξης κλήσεων, πολλαπλές τάξεις προτεραιότητας κλήσεων, σαφή μοντελοποίηση μεταφοράς ασθενών σε ένα νοσοκομείο.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]. Pavitsos, E.G. Kyriakidis (2009), *Markov decision models for the optimal maintenance of a production unit with an upstream buffer*, *Computers & Operations Research* **36**, 1993-2006.
- [2]. Charles ReVelle, Constantine Toregas, Louis Falkson (1976) *Applications of the Location Set-covering Problem*, *Geographical Analysis* **8**, 65-76.
- [3]. Charles Revelle & Kathleen Hogan (1989) *The maximum reliability location problem and  $\alpha$ -reliable  $p$ -center problem: Derivatives of the probabilistic location set covering problem*, *Annals of Operations Research* **18**, 155–173.
- [4]. David A. Schilling (2007) *Dynamic location modeling for public-sector facilities A multicriteria approach*, *A Journal of the Decision Science Institute* **11**, 714-724:
- [5]. David A. Schilling (1982) *Strategic Facility Planning: The Analysis Of Options*, *A Journal of the Decision Science Institute* **13**, 1-14.
- [6]. Gilbert Laporte, Stefan Nickel, Francisco Saldanha da Gama ,*Location Science*, Springer International Publishing Switzerland (2015).
- [7]. Kenneth C. Chong, Shane G. Henderson, Mark E. Lewis (2016) *Manufacturing & Service Operations Management*, *School of Operations Research and Information Engineering, Ithaca, NY* **18**, 347-360.
- [8]. Laura A. McLay & Maria E. Mayorga (2013) *A model for optimally dispatching ambulances to emergency calls with classification errors in patient priorities*, *IIE Transactions*, **45**, 1-24.
- [9]. Laura A. McLay (2009) *A maximum expected covering location model with two types of servers*, *IIE Transactions* **41**, 730-741.
- [10]. Luca Bertazzi, M. Grazia Speranza, Jo A. E. E. van Nunen (Eds.) *Innovations in Distribution Logistics*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2009).
- [11]. Mark S. Daskin (1983) *A Maximum Expected Covering Location Model: Formulation, Properties and Heuristic Solution*, *Department of Civil Engineering and The Transportation Center, Northwestern University, Evanston Illinois* **17**, 48-70.
- [12]. Ming Liu, Dapeng Yang, and Fengxia Hao (2017) *Optimization for the Locations of Ambulances under Two-Stage Life Rescue in the Emergency Medical Service: A Case Study in Shanghai, China*, *Hindawi Mathematical Problems in Engineering* **2017**.

- [13]. Maria E. Mayorga , Damitha Bandara & Laura A. McLay (2013) *Districting and dispatching policies for emergency medical service systems to improve patient survival*, *IIE Transactions on Healthcare Systems Engineering* **3**, 39-56.
- [14]. Martin L. Puterman (2005), *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming*, Wiley-Interscience, New York.
- [15]. Michael Gendreau, Gilbert Laporte, Frederic Semet (1997) *Solving An Ambulance Location Model by Tabu Search*, *Location Science*, **5**, 75-88.
- [16]. Richard Church & Charles ReVelle (1974) *The Maximal Covering Location Problem*, *Papers of the Regional Science Association* **32**, 101–118.
- [17]. Richard C. Larson (1975) *Approximating the Performance of Urban Emergency Service Systems*, *Inform* **8**, 845-868.
- [18]. Shakiba Enayati, Maria E. Mayorga, Hari K. Rajagopalan, Cem Saydam (2018) *Real-time ambulance redeployment approach to improve service coverage with fair and restricted workload for EMS providers*, *The International Journal of Management Science* **79**, 67-80.
- [19]. Ulrike Ritzinger, Jakob Puchinger, Richard F. Hartl (2016) *Dynamic programming based metaheuristics for the dial-a-ride problem*, *Annals of Operations Research* **236**, 341–358.