ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ – ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΝΕΩΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ»

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:

«Αξιοποιώντας τη συσκευή απτικής διεπαφής “Makey Makey” στη διδασκαλία μοτίβων σε μαθητές ΣΤ’ Δημοτικού»

ΞΑΓΑ ΧΡΙΣΤΙΝΑ

ΡΟΔΟΣ, ΦΕΒΡΟΥΆΡΙΟΣ 2023

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ – ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΝΕΩΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ»

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:

ΞΑΓΑ ΧΡΙΣΤΙΝΑ
Α.Μ.: 4132021024

Αξιοποιώντας τη συσκευή απτής διεπαφής “Makey Makey” στη διδασκαλία μοτίβων σε μαθητές ΣΤ’ Δημοτικού

Utilizing tangible user interface device “Makey Makey” in teaching patterns to 6th grade students

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ
ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ ΦΩΚΙΔΗΣ, ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ, ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ
ΑΛΙΒΙΖΟΣ ΣΟΦΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ ΚΩΣΤΑΣ, ΜΕΛΟΣ Ε.ΔΙ.Π. Π.Τ.Δ.Ε., ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

ΡΟΔΟΣ, ΦΕΒΡΟΥΆΡΙΟΣ 2023

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ - ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΝΕΩΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ»

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αξιοποιώντας τη συσκευή απτικής διεπαφής "Makey Makey" στη διδασκαλία μοτίβων σε μαθητές ΣΤ Δημοτικού

*

Utilizing tangible user interface device "Makey Makey" in teaching patterns to 6th grade students

ΞΑΓΑ ΧΡΙΣΤΙΝΑ

Επιβλέπων: Φωκίδης Εμμανουήλ, Επίκουρος Καθηγητής ΠΤΔΕ Παν. Αιγαίου

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή στις 08 Φεβρουαρίου 2023

1. Φωκίδης Εμμανουήλ, Επίκουρος Καθηγητής ΠΤΔΕ Παν. Αιγαίου
2. Κώστας Απόστολος, Μέλος Ε.ΔΙ.Π. ΠΤΔΕ Παν. Αιγαίου
3. Σοφός Αλιβίζος, Καθηγητής ΠΤΔΕ Παν. Αιγαίου

ΡΟΔΟΣ, ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2023

Δηλώνω υπεύθυνα ότι είμαι συγγραφέας αυτής της πρωτότυπης μεταπτυχιακής διπλωματικής εργασίας, ότι έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες και ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για το συγκεκριμένο Π.Μ.Σ.

Ξαγά Χριστίνα

Πίνακας περιεχομένων

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 4.15 Στην εφαρμογή Scoreboard οι μαθητές βρίσκουν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου (συγκεκριμένη περίπτωση αριθμητικού αναπτυσσόμενου μοτίβου).

Εικόνα 4.16 Στο τελευταίο ψηφιακό παιχνίδι οι μαθητές χρησιμοποιούν τις γνώσεις τους στα αριθμητικά μοτίβα για να υπολογίσουν γινόμενα.

Εικόνα 4.17 Μέρος της πρώτης δραστηριότητας των γεωμετρικών μοτίβων.

Εικόνα 4.18 Στη δεύτερη δραστηριότητα των γεωμετρικών μοτίβων αναπτύχθηκαν πολλές και διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης.

Εικόνα 4.19 Η τελευταία δραστηριότητα αφορά σε ένα ρεαλιστικό πρόβλημα το οποίο χαρακτηρίστηκε ως απαιτητικό από την πλειοψηφία των μαθητών.

Εικόνα 4.20 Δραστηριότητα επέκτασης αριθμητικού μοτίβου.

Εικόνα 4.21 Δραστηριότητα εύρεσης άγνωστου όρου σε αριθμητικό μοτίβο. Οι επόμενοι όροι βοηθούν στην επαλήθευση της υπόθεσης των μαθητών.

Εικόνα 4.22 Η τελευταία δραστηριότητα στα αριθμητικά μοτίβα αφορά σε ένα ρεαλιστικό πρόβλημα το οποίο χαρακτηρίστηκε ως απαιτητικό από την πλειοψηφία των μαθητών.

Εικόνα 4.23 Λόγω της έλλειψης ενιαίας μεθοδολογίας, οι ασκήσεις του φύλλου αξιολόγησης με τίτλο «Κάνω τα αριθμητικά μοτίβα εργαλείο», φάνηκαν να δυσκολεύουν τους μαθητές ιδίως στα ερωτήματα διατύπωσης του κανόνα.

Κατάλογος Πινάκων

Κατάλογος Συντομογραφιών

ΑΔΧ/TUIs	Απτές Διεπαφές Χρήστη
ΑΠΣ	Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών
ΓΔΧ	Γραφικές Διεπαφές Χρήστη
ΕΥ1	Ερευνητική Υπόθεση 1
ΕΥ2	Ερευνητική Υπόθεση 2
ΕΥ3	Ερευνητική Υπόθεση 3
ΕΥ4	Ερευνητική Υπόθεση 4
ΕΥ5	Ερευνητική Υπόθεση 5
ΡΜΕ	Ρεαλιστική Μαθηματική Εκπαίδευση
ΤΠΕ	Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνίας

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας την παρούσα διπλωματική εργασία, οφείλω να ευχαριστήσω θερμά όλους όσους συμμετείχαν, βοήθησαν και στήριξαν την προσπάθεια αυτή.

Μέσα από την καρδιά μου θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα μου κ. Εμμανουήλ Φωκίδη για το δώρο της συνεργασίας μας. Οι συμβουλές και οι οδηγίες του ήταν πάντοτε σαφείς ενώ τα σχόλιά του ήταν κινητήριος δύναμη να συνεχίζω την προσπάθεια. Χωρίς την αδιάλειπτη καθοδήγησή του, η ολοκλήρωση της εργασίας θα ήταν ανέφικτη.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της τριμερούς επιτροπής: κ. Αλιβίζο Σοφό και κ.Απόστολο Κώστα που συμμετείχαν στη συμβουλευτική επιτροπή.

Ιδιαίτερη ευγνωμοσύνη οφείλω στους διευθυντές των σχολείων, τον κ. Δούκα Αλβανό, την κα Μαρία Βούλγαρη, τον κ. Θεόδωρο Κυριάζο και τον κ. Κωνσταντίνο Βλαχόπουλο που υποδέχτηκαν με ιδιαίτερη θέρμη την προσπάθεια αυτή και βοήθησαν στην ομαλή διεξαγωγή της έρευνας. Δε θα μπορούσα να παραλείψω και τους εκπαιδευτικούς των τμημάτων, κ. Μιχαήλ Μπάλλο, κ. Ιωάννη Μπαρούτα, κ. Σπυρίδων Βαγιώνη-Κόγια, κ. Χρυσόστομο Λαζαρίδη και κ. Ανδριανό Παπαθωμά, οι οποίοι βοήθησαν να πραγματοποιηθούν οι διδασκαλίες στις τάξεις τους.

Ευχαριστίες θα ήθελα να απευθύνω και στους μαθητές που συμμετείχαν με προθυμία και συνεργαστήκαμε άψογα σε κάθε διδασκαλία.

Τέλος, μέσα από την καρδιά μου θέλω να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για τη συνεχή υποστήριξη και ιδιαίτερα τα παιδιά μου, Αθηνά και Ευάγγελο για την αγάπη και την κατανόηση που έδειξαν.

Περίληψη

Τα τελευταία χρόνια η επιστημονική κοινότητα έχει στρέψει το ενδιαφέρον της στις Απτές Διεπαφές Χρήστη (ΑΔΧ), ιδιαίτερα στον τομέα της εκπαίδευσης. Πλήθος ερευνών σχετικά με τη θεωρία της Ενσώματης Μάθησης και τη θετική επίδρασή της στη μαθησιακή διαδικασία, γέννησαν αισιοδοξία και ενδιαφέρον για τη συμβολή των ΑΔΧ στην εκπαιδευτική πράξη μιας και πρόκειται για συσκευές που έχουν ως βάση τη θεωρία αυτή. Σε συνδυασμό μάλιστα με τις ψηφιακές τεχνολογίες, φαίνεται ότι αναπτύσσεται μια δυναμική η οποία μπορεί να αλλάξει δραστικά το τοπίο της εκπαίδευσης. Η παρούσα έρευνα έγινε με σκοπό να διερευνήσει αν η διδασκαλία των Μοτίβων στα μαθηματικά με ΑΔΧ είναι πιο αποτελεσματική και ευχάριστη σε σχέση με τα παραδοσιακά μέσα διδασκαλίας. Ως αντιπροσωπευτική συσκευή επιλέχθηκε το Makey Makey καθώς έχει απλή συνδεσμολογία, πολλές εφαρμογές και από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση δεν προέκυψε αντίστοιχη μελέτη σχετικά με τα μοτίβα στον τομέα των μαθηματικών. Διεξήχθη έρευνα μεταξύ υποκειμένων (between subjects) με δείγμα 86 μαθητές από 5 τμήματα της ΣΤ' Δημοτικού και έγιναν 3 διδακτικές παρεμβάσεις σε κάθε τμήμα. Η μία ομάδα μαθητών (Ομάδα Ελέγχου) αριθμούσε 40 άτομα και χρησιμοποίησε συμβατικά μέσα διδασκαλίας ενώ οι υπόλοιποι 46 (Πειραματική Ομάδα) χρησιμοποίησαν ΑΔΧ. Σκοπός της έρευνας, εκτός από τα γνωστικά αποτελέσματα, ήταν η μελέτη των απόψεων των μαθητών σχετικά με την ευχαρίστηση, την αποτελεσματικότητα στη μάθηση, την ευχρηστία καθώς και τη δημιουργία κινήτρων. Η παρούσα μελέτη αποτελεί έναυσμα για περαιτέρω εμβάθυνση στην αξιοποίηση των ΑΔΧ στην εκπαίδευση.

Λέξεις Κλειδιά: Απτές Διεπαφές Χρήστη, Makey Makey, Μοτίβα, Μαθηματικά, Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

Abstract

Recently, the scientific community has turned its interest to Tangible User Interfaces (TUIs), especially in the education field. Research on the theory of Embodied Learning and its positive effect on the learning process, gave rise to optimism and interest in the contribution of TUIs to educational practice, since those devices are based on this theory. Combined with digital technologies, it seems that a dynamic is developing which can drastically change the education landscape. The purpose of this research was to investigate whether the teaching of Patterns in Mathematics with TUIs is more effective and enjoyable compared to traditional teaching methods. Makey Makey was chosen as a representative device due to its simple wiring, many applications and also literature review did not reveal a corresponding study on patterns in the field of mathematics. A between-subjects survey was conducted with a sample of 86 sixth graders of 5 different classes and 3 didactic interventions were accomplished in each one. One group of students (Control Group) numbered 40 people and used conventional teaching tools while the remaining 46 (Experimental Group) used TUIs. The aim of the research, in addition to the cognitive results, was to study students' opinions about pleasure, effectiveness in learning, ease of use and learning motivation. The present study is a trigger for further in-depth study of the utilization of TUIs in education.

Keywords: Tangible User interfaces, Makey Makey, patterns, Mathematics, Primary School

Εισαγωγή

Οι Απτές Διεπαφές Χρήστη (ΑΔΧ) είναι μια νέα αλληλεπιδραστική τεχνολογία που ξεπερνά τους δισδιάστατους περιορισμούς μέσα από το χειρισμό φυσικών αντικειμένων, εμπλουτίζει τη μαθησιακή εμπειρία ενώ ταυτόχρονα ενισχύει τη λήψη αποφάσεων και τη διατήρηση των εννοιών (Ishii, 2008). Βασικός στόχος είναι η ανεμπόδιστη σύνδεση ψηφιακού και φυσικού κόσμου, ώστε οι χρήστες να μπορούν να αποκτήσουν γνώση του κόσμου γύρω τους μέσα από ολιστικές αλληλεπιδράσεις με το εξωτερικό περιβάλλον (Zhou & Wang, 2015). Οι ΑΔΧ έχουν τη δυνατότητα να υποστηρίξουν την εκπαιδευτική διαδικασία, να διευρύνουν τις ευκαιρίες μάθησης και να μετασχηματίσουν τις παραδοσιακές παιδαγωγικές προσεγγίσεις (Guerrero et al., 2016). Οι συσκευές είναι πολλά υποσχόμενες στην εκπαίδευση καθώς η εξερεύνηση και ο χειρισμός φυσικών αντικειμένων, αποτελούν βασικά συστατικά της μάθησης, ιδιαίτερα στις μικρές ηλικίες (Revelle et al., 2005).

Η επιστήμη των μαθηματικών συνυπάρχει και αναπτύσσεται παράλληλα με το υλικό και άυλο περιβάλλον (Hodaňová & Nocar, 2016). Συναντάται στο σύνολο σχεδόν των επιστημών ενώ πρωταγωνιστεί και σε όλες τις τεχνολογίες αιχμής. Στο ελληνικό αλλά και παγκόσμιο εκπαιδευτικό σύστημα, τα μαθηματικά κατέχουν ιδιαιτέρως σημαντική θέση. Παρά τη χρησιμότητά τους όμως, συνήθως οι μαθητές το κατατάσσουν στις τελευταίες θέσεις των προτιμήσεων και των ενδιαφερόντων τους (Willis, 2010). Βασικός στόχος σε όλα τα προγράμματα σπουδών είναι η καλλιέργεια μαθηματικών δεξιοτήτων, οι οποίες αποτελούν εφόδιο τόσο για την ακαδημαϊκή εξέλιξη του ατόμου, όσο και για τις απαιτήσεις της καθημερινότητας (Πόταρη, 2016). Θεμέλιος λίθος για την ανάπτυξη μιας πολύ σημαντικής δεξιότητας, της αλγεβρικής σκέψης, είναι τα μοτίβα (Lannin, 2005). Πρόκειται για κανονικότητες που εξελίσσονται με προβλέψιμο τρόπο και συνήθως περιλαμβάνουν αριθμητικές, χωρικές ή λογικές σχέσεις (Δεσλή & Γαϊτανέρη, 2017). Η συνεισφορά τους στην κατάκτηση του επαγωγικού συλλογισμού και την επίλυση προβλημάτων, τους αποδίδει επάξια τον χαρακτηρισμό: «Η τέχνη των μαθηματικών» (Burton et al., 2011).

Η εργασία αυτή έχει αφετηρία τα δεδομένα που προαναφέρθηκαν καθώς και τους προβληματισμούς που προέκυψαν. Η σύμπραξη της ψηφιακής τεχνολογίας με το φυσικό κόσμο, μπορεί να είναι ιδιαίτερα επωφελής στον τομέα της εκπαίδευσης. Παρά το γεγονός ότι στο γνωστικό πεδίο των μαθηματικών έχουν γίνει σχετικές έρευνες, στο διδακτικό αντικείμενο των μοτίβων παρουσιάζονται ελλείψεις. Θεωρηθηκε λοιπόν, ότι μια μελέτη που αξιοποιεί τις ΑΔΧ στα μαθηματικά και συγκεκριμένα στα μοτίβα θα είναι ενδιαφέρουσα και θα δώσει το έναυσμα για περαιτέρω μελέτη που θα καλύψει το υπάρχον έλλειμμα.

Το ζητούμενο της εργασίας ήταν να μελετηθεί η επίδραση μιας συσκευής ΑΔΧ στην απόδοση και το γνωστικό επίπεδο σχετικά με τα μοτίβα καθώς και το πως αξιολογείται η πρωτότυπη μαθησιακή εμπειρία και οι δυνατότητες που αυτή προσφέρει. Για το λόγο αυτό διατυπώθηκαν πέντε Ερευνητικές Υποθέσεις σχετικές με τα γνωστικά αποτελέσματα, την απόλαυση που λαμβάνει ο χρήστης, την αποτελεσματικότητα, την ευχρηστία και το επίπεδο παροχής κινήτρων.

Για την πληρότητα της έρευνας, μελετήθηκαν έννοιες, θεωρίες και έρευνες που σχετίζονται με τη θεματική που επιλέχθηκε. Για το λόγο αυτό έγινε βιβλιογραφική ανασκόπηση και τα ευρήματα του θεωρητικού μέρους αναπτύχθηκαν σε 3 ξεχωριστά κεφάλαια. Όλα τα κεφάλαια ολοκληρώνονται με τα αντίστοιχα συμπεράσματα.

Πιο συγκεκριμένα, στο 1ο κεφάλαιο με τίτλο: «Η διδασκαλία των μαθηματικών», μελετήθηκαν θεωρίες μάθησης και διδακτικές προσεγγίσεις εστιασμένες στο διδακτικό αντικείμενο των μαθηματικών που διαφέρουν από τις παραδοσιακές μεθόδους. Αναλύθηκε η σύνδεση των μαθηματικών με καθημερινές και οικείες καταστάσεις, η σύμπραξη με αρχές και μεθοδολογία άλλων επιστημών καθώς και η επίλυση προβλημάτων. Ακολούθησε η μελέτη ορισμένων δυσκολιών που αντιμετωπίζουν παραδοσιακά οι μαθητές σε σχέση με τα μαθηματικά.

Στο 2ο κεφάλαιο με τίτλο: «Μοτίβα», αναλύθηκε η έννοια του μοτίβου και έγινε μια ενδεικτική κατηγοριοποίηση. Στη συνέχεια, μελετήθηκαν τα ΑΠΣ Ελλάδας, Κύπρου, Αγγλίας, Αυστραλίας και Χονγκ Κονγκ ώστε να παρατηρηθούν ομοιότητες και διαφορές οι οποίες ενδεχομένως να αντικατοπτρίζονται στην κουλτούρα της εκπαιδευτικής κοινότητας σχετικά με τα μοτίβα. Κατόπιν, παρατέθηκαν ενδεικτικά προβλήματα, όπως εντοπίστηκαν από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση. Το κεφάλαιο ολοκληρώθηκε με ενδεικτικές έρευνες για τα μοτίβα με ή χωρίς τη χρήση τεχνολογίας.

Το θεωρητικό μέρος τελειώνει με το κεφάλαιο 3 με τίτλο: «Απτές Διεπαφές Χρήστη (Tangible User Interface)». Αρχικά μελετήθηκε η θεωρία της ενσώματης γνώσης και η χρησιμότητα του χειραπτικού υλικού στο πλαίσιο της εκπαίδευσης, καθώς συνδέονται άρρηκτα με τις ΑΔΧ. Εν συνεχεία, η μελέτη επικεντρώθηκε στα χαρακτηριστικά των ΑΔΧ, παρουσιάστηκαν οι βασικές κατηγορίες με αντιπροσωπευτικά παραδείγματα και πως έχουν αξιοποιηθεί στην εκπαίδευση μέσα από ενδεικτικές έρευνες. Ακολούθως, παρουσιάστηκε η συσκευή Makey Makey, η οποία αποτελεί το βασικό εργαλείο της παρούσας έρευνας. Μελετήθηκαν τα χαρακτηριστικά, οι λειτουργίες και οι πρόσθετες δυνατότητες μέσω του προγράμματος Scratch. Στο τέλος του κεφαλαίου, παρατίθενται ενδεικτικές έρευνες σε διάφορα μαθησιακά αντικείμενα που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

Στο 4ο κεφάλαιο καταγράφηκε αναλυτικά η μεθοδολογία και ο σχεδιασμός της έρευνας. Παρουσιάστηκε η ερευνητική μέθοδος, οι Ερευνητικές Υποθέσεις, το δείγμα, ο χρόνος που διήρκησε, τα υλικά των διδακτικών παρεμβάσεων, η ακριβής διαδικασία και τα ερευνητικά εργαλεία.

Στο κεφάλαιο 5 αναλύθηκαν τα δεδομένα που συλλέχθηκαν από τα φύλλα αξιολόγησης και τα ερωτηματολόγια έτσι ώστε να απαντηθούν οι Ερευνητικές Υποθέσεις.

Το κεφάλαιο 6, πραγματοποιήθηκε συζήτηση αναφορικά με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ερευνητική διαδικασία, για τη συμβολή της, τους περιορισμούς που προέκυψαν ενώ θέτονται και προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Η εργασία ολοκληρώνεται με το κεφάλαιο 7, με τα συμπεράσματα της έρευνας.

Κεφάλαιο 1 Η διδασκαλία των μαθηματικών

1.1 Εισαγωγή

Ο σύγχρονος τρόπος ζωής βασίζεται σε πολύ μεγάλο βαθμό στη μαθηματική γνώση και τις εφαρμογές της. Ως εκ τούτου, τα μαθηματικά είναι ιδιαιτέρως σημαντικά σε όλες τις εκφάνσεις της καθημερινότητας καθώς και για την ολόπλευρη ανάπτυξη ενός ατόμου. Εφαρμογές εντοπίζονται τόσο στη φύση όσο και στο σύνολο σχεδόν των επιστημών (Hodaňová & Nocar, 2016). Πρόκειται για έναν κλάδο που μπορεί να καθορίσει τη μελλοντική εξέλιξη ενός μαθητή σε ακαδημαϊκό και επαγγελματικό επίπεδο. Συγκεκριμένα, από τα πρώτα χρόνια της σχολικής ζωής, τα παιδιά καλούνται να κατακτήσουν κάποιες πρώιμες μαθηματικές δεξιότητες οι οποίες είναι ενδεικτικές των μελλοντικών τους επιδόσεων (Geesa et al., 2019), γεγονός που έρχεται να τονίσει την αναγκαιότητα οικοδόμησης ενός εκπαιδευτικού συστήματος που θα παρέχει στους μαθητές γερά μαθηματικά θεμέλια. Παρά τη χρησιμότητά τους όμως, ως αντικείμενο μελέτης στο σχολικό πλαίσιο, συνήθως βρίσκονται τελευταία στην προτίμηση και το ενδιαφέρον των μαθητών (Willis, 2010).

Η απόδοση ενός μαθητή στα μαθηματικά δεν εξαρτάται μόνο από τις γνωστικές ικανότητες αλλά και από συναισθηματικούς παράγοντες, διαμορφωμένες στάσεις για το αντικείμενο, διδακτικές πρακτικές καθώς και το σχολικό περιβάλλον (Dowker et al., 2012). Σημαντικό ρόλο φαίνεται ότι διαδραματίζουν οι στάσεις και οι ικανότητες των γονέων και των εκπαιδευτικών ως προς τα μαθηματικά και συγκεκριμένα το κομμάτι που αφορά τη διδασκαλία, την ενεργό εμπλοκή και τα εσωτερικά κίνητρα των μαθητών που διαμορφώνονται από τις εμπειρίες, τις προηγούμενες επιτυχίες και τις προσδοκίες τους (Singh et al., 2002). Συγκεκριμένα, ο όρος στάσεις αναφέρεται στην τάση που έχει ένα άτομο να ανταποκρίνεται θετικά ή αρνητικά σε μία κατάσταση. Οι στάσεις δεν είναι στατικές αλλά μπορούν να μεταβληθούν. Μάλιστα, όταν διαμορφώνεται μία θετική στάση, μπορεί να βελτιώσει την ικανότητα μάθησης για το σχετικό αντικείμενο. Στον αντίποδα, μια αρνητική στάση εμποδίζει την αποτελεσματική μάθηση και κατά συνέπεια επηρεάζει το μαθησιακό αποτέλεσμα. Επομένως, πρόκειται για έναν θεμελιώδη παράγοντα που δεν μπορεί να αγνοηθεί (Mazana et al., 2019).

Η διδασκαλία απαρτίζεται από τρία μέρη: τον εκπαιδευτικό, τους εκπαιδευόμενους και τη διαπραγματευόμενη έννοια. Εστιάζοντας σε συγκεκριμένες αλληλεπιδράσεις, η διδακτική πράξη τοποθετείται στο πλαίσιο μιας ή και περισσοτέρων θεωριών μάθησης. Βασικές θεωρίες μάθησης, όπως ο Συμπεριφορισμός, ο Κονστρουκτιβισμός και οι Κοινωνικο-πολιτισμικές προσεγγίσεις δημιουργούν συγκεκριμένο πλαίσιο στην εκπαιδευτική διαδικασία.

1.2 Ενδεικτικές θεωρίες μάθησης στα μαθηματικά

Οι θεωρίες μάθησης επιχειρούν να φωτίσουν τις πτυχές του πολυσύνθετου φαινομένου της μάθησης. Ερευνητές διαφόρων επιστημονικών κλάδων έχουν μελετήσει το ζήτημα αλλά δεν έχουν καταφέρει να το κατανοήσουν πλήρως ή να το ορίσουν με κοινώς αποδεκτό τρόπο. Ενδεικτικά, ο Gagné (1975) ορίζει τη μάθηση ως «τη διαδικασία που υποβοηθά τους οργανισμούς να τροποποιήσουν τη συμπεριφορά τους σε ένα σχετικά σύντομο χρονικό διάστημα και με ένα μόνιμο τρόπο, ώστε η ίδια τροποποίηση ή αλλαγή να μην επαναλαμβάνεται σε κάθε νέα περίπτωση» ενώ οι γνωστικοί ψυχολόγοι την ορίζουν ως μια εσωτερική διαδικασία που έχει ως αποτέλεσμα την αλλαγή στη συμπεριφορά του ατόμου.

Οι θεωρίες μάθησης καλούνται να ερμηνεύσουν όλους τους παράγοντες που εμπλέκονται στη διαδικασία της γνωστικής ανάπτυξης και κατανόησης του ατόμου (Cottrill, 2003). Χωρίζονται σε δύο κύριες κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο που αντιμετωπίζουν τη μαθησιακή διαδικασία. Από τη μία γίνεται λόγος για «μεταφορά απόκτησης» και από την άλλη η μάθηση νοείται ως «μεταφορά συμμετοχής». Η μάθηση ως «μεταφορά απόκτησης», σχετίζεται με την εξέλιξη της γνώσης και το συνδυασμό της με εννοιολογικά σχήματα με αποτέλεσμα τη δημιουργία νέων, πλουσιότερων γνωστικών δομών. Από την άλλη, η θεώρηση της μάθησης ως «μεταφορά συμμετοχής» εστιάζει περισσότερο στο ενδιαφέρον που εκδηλώνει ένας μαθητής να συμμετέχει στις δραστηριότητες παρά την απόκτηση γνώσεων.

Κάθε θεωρία επικεντρώνεται σε διαφορετικές πτυχές της μάθησης και η κατανόησή τους μπορεί να συμβάλλει στην υιοθέτηση εκπαιδευτικών πρακτικών με νόημα τόσο για τον εκπαιδευτικό όσο και για τον εκπαιδευόμενο (Δάλλας, 2016).

1.2.1 Συμπεριφορισμός

Η συμπεριφοριστική επιστημολογία βασίζεται στον αντικειμενισμό, ο οποίος υποθέτει ότι υπάρχει μια ενιαία πραγματικότητα ανεξάρτητη από τα άτομα (Bichelmeyer & Hsu, 1999).

Βασικοί θεμελιωτές είναι οι Edward, Thorndike, Skinner, Gagné και Pavlov. Το κέντρο βάρους στη θεωρία αυτή βρίσκεται στις εξωτερικές ενέργειες και τις παρατηρήσιμες συμπεριφορες ενώ η μάθηση ορίζεται ως απλή απόκτηση νέων συμπεριφορών χωρίς να συνυπολογίζονται οι νοητικές εσωτερικές διεργασίες στη μαθησιακή διαδικασία μιας και τέτοιου είδους συμπεριφορές δεν είναι παρατηρίσιμες (Clark, 2018).

Αναφορικά με τη διδασκαλία, ο Skinner υποστήριξε ότι κάθε άτομο είναι σε θέση να διδαχθεί ένα αντικείμενο κατάλληλο για την ηλικία του, ακολουθώντας τα εξής βήματα τα οποία προσδιορίζουν και το σχεδιασμό διδασκαλίας κατά τα πρότυπα του συμπεριφορισμού:

1. Σαφής καθορισμός της ενέργειας ή της διαδικασίας που καλείται να ανταποκριθεί ο μαθητής (προσδιορισμός του κύριου διδακτικού στόχου).

2. Κατακερματισμός της διαδικασίας σε επιμέρους μικρά επιτεύξιμα βήματα, κλιμακούμενης δυσκολίας (ανάλυση σε επιμέρους στόχους και καθορισμός προσδοκώμενων αλλαγών στη συμπεριφορά).
3. Ανάθεση υλοποίησης κάθε βήματος (η ύλη παρουσιάζεται σε τμήματα και οι μαθητές εξασκούνται σε κάθε επιμέρους τμήμα).
4. Θετική ενίσχυση για κάθε σωστή ενέργεια (διορθωτική διδασκαλία σε περίπτωση που χρειάζεται).
5. Επιτυχής ολοκλήρωση του τελικού στόχου (η αξιολόγηση είναι κοινή για όλους και γίνεται βάσει προκαθορισμένων κριτηρίων).
6. Εφαρμογή σποραδικών επαναλήψεων και ενισχύσεων, ώστε να διατηρηθεί η αποκτηθείσα ικανότητα (Δημητριάδης, 2015).

Όσον αφορά τη διδασκαλία, πρόκειται για ένα δασκαλοκεντρικό μοντέλο με έμφαση στη διάλεξη, το γραπτό λόγο και την παρουσίαση πολυμέσων με βάση τα σχολικά εγχειρίδια (Fokides & Alatzas, 2022). Η εμπλοκή των μαθητών περιορίζεται στην εμφάνιση ή όχι μιας επιθυμητής συμπεριφοράς (π.χ. να επιλέξουν τη σωστή απάντηση σε μία ερώτηση πολλαπλής επιλογής) δίνοντας έμφαση στην απομνημόνευση ενώ ταυτόχρονα, φαίνεται πως ο εκπαιδευόμενος δεν έχει το περιθώριο επιλογής τόσο στο αντικείμενο μελέτης όσο και στον τρόπο που καλείται να διαχειριστεί τις πληροφορίες (Boghossian, 2006).

Στη διδασκαλία των μαθηματικών, η ουσιαστική πρακτική είναι ιδιαίτερα σημαντική αλλά η υπερβολική ενασχόληση με ασκήσεις χωρίς ουσιαστική κατανόηση συνδέεται με αρνητικά αποτελέσματα. Αυτή η πρακτική οδηγεί συχνά σε φόβο ή αντιπάθεια για το αντικείμενο και σε μια στάση που τα μαθηματικά δεν χρειάζεται να έχουν νόημα, παρά το γεγονός ότι η κατανόηση των μαθηματικών θα πρέπει να είναι ο κυριότερος εκπαιδευτικός στόχος (Reys et al., 2014). Η γνώση που παρέχεται είναι κατακερματισμένη, δε μεταφέρεται πάντοτε σε νέες καταστάσεις ενώ δε φαίνεται να διευκολύνει σε σύνθετες δραστηριότητες όπως είναι η επίλυση προβλημάτων. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι τα λάθη στο συμπεριφοριστικό πλαίσιο όχι απλώς δεν αξιοποιούνται αλλά «στιγματίζουν» το μαθητή μιας και χαρακτηρίζονται ως ανεπιθύμητη συμπεριφορά (Steffe, 2017) .

Στις μέρες μας το μοντέλο αυτό ως αποκλειστική προσέγγιση στη διδασκαλία των μαθηματικών τείνει να εγκαταλειφθεί, κυρίως στο Δημοτικό, διότι η θεωρία στη βάση της δε λαμβάνει υπόψη τον προσωπικό τρόπο σκέψης των παιδιών (Reys et al., 2014) αν και όπως αναφέρει ο von Glasersfeld, (1995): «Οι βασικές του έννοιες είναι ακόμα ζωντανές και ενεργές στο μυαλό πολλών εκπαιδευτικών».

1.2.2 Γνωστικός Κονστρουκτιβισμός

Στον αντίποδα του Συμπεριφορισμού εντοπίζεται η θεωρία του Κονστρουκτιβισμού. Μάλιστα οι Bichelmeyer & Hsu (1999),αναφέρουν πολύ χαρακτηριστικά:

«Όπου ο Συμπεριφορισμός θεωρεί τη γνώση ως αποτέλεσμα μιας διαδικασίας εύρεσης, ο Κονστρουκτιβισμός θεωρεί τη γνώση ως τη φυσική συνέπεια μιας εποικοδομητικής διαδικασίας.

Όπου ο Συμπεριφορισμός βλέπει τη μάθηση ως μια ενεργή διαδικασία απόκτησης γνώσης, ο Κονστρουκτιβισμός βλέπει τη μάθηση ως μια ενεργή διαδικασία κατασκευής γνώσης. Τέλος, όπου ο Συμπεριφορισμός βλέπει τη διδασκαλία ως τη διαδικασία παροχής γνώσης, ο Κονστρουκτιβισμός βλέπει τη διδασκαλία ως τη διαδικασία υποστήριξης της κατασκευής της γνώσης».

Οι κονστρουκτιβιστές υποστηρίζουν ότι η πραγματικότητα άρα και η γνώση δεν είναι μία και μοναδική αλλά πολλαπλές και κατασκευάζονται από τον ανθρώπινο νου (Driscoll, 1994). Βασικοί θεμελιωτές είναι ο Jean Piaget και Jerome Bruner (Amineh & Asl, 2015) οι οποίοι ανέπτυξαν τη θεωρία τους γύρω από ένα κομβικό ερώτημα: από που πηγάζει η γνώση (Cottrill, 2003);

Οι διδακτικοί στόχοι σε ένα κονστρουκτιβιστικό πλαίσιο επικεντρώνονται στην αιτιολόγηση, την κριτική σκέψη, την εις βάθος κατανόηση και εφαρμογή της γνώσης, την αυτορρύθμιση και τον ενσυνείδητο προβληματισμό ενώ στο πλαίσιο της διδασκαλίας ανακύπτουν πολλαπλές προοπτικές ενός θέματος και τρόποι κατανόησης. Το άτομο δεν οικοδομεί απλώς τη γνώση αλλά κατανοεί και τις πληροφορίες που το οδήγησαν σε αυτό το οικοδόμημα (Driscoll & Burner, 2005) και τις συνδυάζει με τις προϋπάρχουσες εμπειρίες του (Bada & Olusegun, 2015). Όταν το άτομο αντιμετωπίζει μία νέα κατάσταση, τη διαπραγματεύεται υπό το πρίσμα της υπάρχουσας γνωστικής κατάστασης και είτε αλλάζει αυτά που πιστεύει είτε απορρίπτει τη νέα πληροφορία. Σε κάθε περίπτωση, το άτομο κατέχει την ιδιότητα του δημιουργού της γνώσης του (Bada & Olusegun, 2015). Δεδομένου ότι η κατανόηση αποτελεί ένα ατομικό κατασκεύασμα, δε μπορεί να μοιραστεί αλλά αυτό που μπορεί να ελεγχθεί είναι κατά πόσο αυτές οι διαφορετικές ατομικές "κατανοήσεις" είναι συμβατές (Savery & Duffy, 1995).

Σύμφωνα με τον Tam (2000), τα βασικά χαρακτηριστικά που διέπουν ένα κονστρουκτιβιστικό μαθησιακό περιβάλλον είναι τα εξής :

1. Η γνώση μοιράζεται ανάμεσα στους εκπαιδευτές και τους εκπαιδευόμενους.
2. Δικαίωμα στη λήψη αποφάσεων έχουν όλα τα μέλη (μαθητές και δάσκαλοι).
3. Ο δάσκαλος έχει το ρόλο του καθοδηγητή.
4. Οι μαθητές εργάζονται σε μικρές ετερογενείς ομάδες.

Η σταδιακή απαγκίστρωση της μαθηματικής εκπαίδευσης από τις αρχές του συμπεριφορισμού άνοιξε νέους ορίζοντες σχετικά με τον τρόπο που σκέφτονται οι μαθητές καθώς και τη σημασία των σκέψεών τους. Μελετήθηκαν σε βάθος η επίλυση προβλημάτων, οι παρανοήσεις και η εννοιολογική ανάπτυξη των μαθηματικών ως πρόδρομοι για την εμφάνιση του Κονστρουκτιβισμού στη μαθηματική εκπαίδευση (Thompson, 2020).

Σε σχέση με τα μαθηματικά, ο Oliver (2000) αναφέρει ότι ο εκπαιδευτικός πρέπει να ενθαρρύνει τους μαθητές να χρησιμοποιούν τεχνικές που θα τους ενεργοποιούν όπως πειράματα, επίλυση ρεαλιστικών προβλημάτων κ.α. ώστε να ενισχύσουν το γνωστικό υπόβαθρό τους και στη συνέχεια μέσω συζήτησης να αντιληφθούν τι είναι αυτό που άλλαξε και για ποιο λόγο. Αυτό που παλαιότερα θεωρούνταν πρακτική γίνεται τώρα αντιληπτό ως επαναλαμβανόμενη εμπειρία. Από τη μία, η πρακτική εστιάζει στην επαναλαμβανόμενη συμπεριφορά, από την άλλη, η επαναλαμβανόμενη εμπειρία εστιάζει στην επαναλαμβανόμενη συλλογιστική, η οποία μπορεί να διαφέρει με βασικούς τρόπους από περιβάλλον σε περιβάλλον. Σε όλη τη διαδικασία είναι απαραίτητο ο εκπαιδευτικός να λαμβάνει υπόψη τις προϋπάρχουσες αντιλήψεις των μαθητών καθώς αυτές θα αποτελέσουν τα θεμέλια για την οικοδόμηση της νέας γνώσης (Bada & Olusegun, 2015) και όχι μόνο τις επιδόσεις του. Πλέον, η εννοιολογική ανάλυση της μαθηματικής σκέψης και των μαθηματικών ιδεών είναι ένα εξέχον και ευρέως χρησιμοποιούμενο αναλυτικό εργαλείο (Thompson, 2020).

Η αποδοχή του Κονστρουκτιβισμού στα μαθηματικά συνοδεύτηκε από διαφωνίες εξαιτίας των διαφορετικών θεωρήσεων για τον τρόπο αξιολόγησης των μαθησιακών αποτελεσμάτων καθώς και των διαφορετικών αντιλήψεων για το πότε η διδασκαλία κρίνεται ως αποτελεσματική (Thompson, 2020).

1.2.3 Κοινωνικο- πολιτισμικές προσεγγίσεις

Οι θεωρίες που στηρίζονταν στο έργο του Piaget δε μπορούσαν να εξηγήσουν (επαρκώς) πτυχές της μαθησιακής διαδικασίας μέσα στο πλαίσιο της τάξης. Ο Berger (2005) υποστήριξε ότι το κεντρικό μειονέκτημα αυτών των θεωριών είναι ότι βασίζονται στην αντίληψη πως η εννοιολογική κατανόηση προέρχεται σε μεγάλο βαθμό από εσωτερικευμένες ενέργειες. Ο κρίσιμος ρόλος της γλώσσας (ή των σημείων) και ο ρόλος της κοινωνικής ρύθμισης και της κοινωνικής συγκρότησης του σώματος των μαθηματικών γνώσεων δεν ενσωματώνεται στο θεωρητικό πλαίσιο.

Οι κοινωνικοπολιτισμικές προσεγγίσεις θεμελιώνονται με το έργο του Lev Vygotsky ο οποίος υποστήριξε ότι οι κοινωνικές σχέσεις αλλά και γενικότερα οι σχέσεις μεταξύ των ανθρώπων βρίσκονται πίσω από τις ανώτερες λειτουργίες και τους συσχετισμούς τους (Vygotsky, 1981). Στο κομμάτι της επικοινωνίας υπέθεσε ότι ένα παιδί χρησιμοποιεί μια λέξη για επικοινωνιακούς σκοπούς προτού κατανοήσει πλήρως τη σημασία της λέξης. Αυτή ακριβώς η χρήση της λέξης στο κοινωνικό πλαίσιο, εξελίσσει τη σημασία της για το παιδί και τελικά της δίνει νόημα. Αυτή η προσέγγιση βρίσκει εφαρμογή και στα μαθηματικά. Ο μαθητής χρησιμοποιεί ένα νέο μαθηματικό αντικείμενο πριν ακόμα το κατανοήσει πλήρως. Αυτή όμως η επικοινωνία με τις νέες έννοιες προοδευτικά θα νοηματοδοτήσει το νέο αντικείμενο και θα του δώσει μία σημασία που θα είναι αποδεκτή στην κοινότητα των μαθηματικών (Berger, 2005).

Σύμφωνα με τον Vygotsky οποιαδήποτε ανώτερη ανθρώπινη λειτουργία είναι προϊόν διαμεσολάβησης όπου το ρόλο του διαμεσολαβητή έχουν τα σύμβολα, οι λέξεις, οι γραφικές παραστάσεις, τα αλγεβρικά σύμβολα ή ακόμα και τα φυσικά εργαλεία. Αυτά τα προϊόντα του κοινωνικο-ιστορικού πλαισίου δεν διευκολύνουν απλώς τη δραστηριότητα αλλά ορίζουν και διαμορφώνουν τις εσωτερικές διαδικασίες (Berger, 2005). Στα μαθηματικά, τα σύμβολα λειτουργούν ως διαμεσολαβητές σε δύο διαδικασίες: την ανάπτυξη μιας μαθηματικής έννοιας εσωτερικά στο άτομο και την αλληλεπίδραση του ατόμου με την υπάρχουσα εγκεκριμένη μαθηματική κωδικοποίηση (Radford, 2000).

Η επικοινωνία συντελεί καθοριστικά στην εξέλιξη της μαθηματικής κατανόησης. Εξετάζοντας κοινωνικο-πολιτισμικά το ζήτημα, οι μαθητές που προβαίνουν σε αιτιολόγηση για κάποιο μαθηματικό ζήτημα και μοιράζονται τις σκέψεις τους ακούγοντας ταυτόχρονα τις σκέψεις των άλλων, εξασκούνται στην κατανόηση των πολιτισμικά καθιερωμένων μαθηματικών πρακτικών (Steele, 2001).

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού σε αυτή τη διαδικασία είναι να βοηθήσει το μαθητή παρέχοντάς του τις ακριβείς πληροφορίες έτσι ώστε να τις αφομοιώσει με τις ήδη υπάρχουσες γνωστικές δομές, οικοδομώντας με αυτό τον τρόπο τον βασικό κορμό γνώσεων. Εμπλέκοντας τους μαθητές σε ειδικά σχεδιασμένες δραστηριότητες, ο εκπαιδευτικός μπορεί να δημιουργήσει τη ζώνη επικείμενης ανάπτυξης έτσι ώστε κάθε παιδί να είναι σε θέση να κατανοήσει τις πολιτισμικά καθιερωμένες έννοιες (λαμβανόμενες ως κοινές έννοιες της κοινωνίας) (Steele, 2001).

1.3 Ενδεικτικές διδακτικές προσεγγίσεις στα μαθηματικά

Βασικός στόχος της διδασκαλίας των μαθηματικών είναι η ανάπτυξη των δεξιοτήτων που χαρακτηρίζουν την επιστήμη, συνδέοντάς τες ταυτόχρονα με το κοινωνικό περιβάλλον. Έχοντας ως εφόδιο όσα αναφέρθηκαν, το άτομο θα είναι σε θέση να αναλύει, να ερμηνεύει, να αντιλαμβάνεται τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά για τη λήψη αποφάσεων και να επεμβαίνει στο κοινωνικό του περιβάλλον και στον κόσμο γύρω του. Εν ολίγοις, να αναπτύξει μαθηματικό γραμματισμό (Πόταρη, 2016). Η διδασκαλία αποτελεί μία πολυσύνθετη και ιδιαιτέρως απαιτητική διανοητκή δεξιότητα. Ο μοναδικός τρόπος να βελτιωθεί είναι η σκληρή και αδιάκοπη δουλειά των δασκάλων. Οι εκπαιδευτικοί καλούνται να μελετούν σε κάθε βήμα τις πρακτικές τους και με την πάροδο του χρόνου να τις βελτιώνουν. Όσον αφορά τα μαθηματικά, μπορούν να μελετηθούν από διάφορες οπτικές όπως το πλήθος των αναπαραστάσεων, οι διαφορετικές μέθοδοι επίλυσης και το πλαίσιο συνεργασίας και επικοινωνίας ανάμεσα στους μαθητές (Henningsen et al., 2009). Στη συνέχεια, θα μελετηθούν ορισμένες διδακτικές προσεγγίσεις για τη διδασκαλία των μαθηματικών που έχουν κεντρίσει το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας.

1.3.1 Ρεαλιστική Μαθηματική Εκπαίδευση

Το μοντέλο της Ρεαλιστικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης (ΡΜΕ) εισήχθηκε το 1968 με το πρόγραμμα Wiskobas. Θεμελιωτής της είναι ο Ολλανδός μαθηματικός Hans Freudenthal ο οποίος τονίζει τη σημασία της σύνδεσης των μαθηματικών με την πραγματικότητα όπως την αντιλαμβάνονται τα παιδιά μέσα από τις εμπειρίες τους (Λεμονίδης, 2002). Αυτό σημαίνει ότι καταστάσεις της πραγματικότητας, της φαντασίας των παιδιών αλλά και ο κόσμος των παραμυθιών, μπορούν να λειτουργήσουν ως «έμπνευση» και πεδίο εφαρμογής αρκεί μόνο να θεωρούνται «πραγματικά» στο μυαλό των παιδιών (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2020).

Σύμφωνα με αυτή την οπτική, τα μαθηματικά τίθενται υπό διαπραγμάτευση και δεν αποτελούν θεμελιωμένες κατασκευές που απλώς μεταβιβάζονται. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο Freudenthal (1968) «τα μαθηματικά που μαθαίνονται σε έναν μη συσχετισμένο τρόπο, αποκομμένα από την πραγματικότητα, θα ξεχαστούν σύντομα». Μάλιστα, δίνεται έμφαση στη σημασία της δραστηριότητας της μαθηματικοποίησης, διαδικασία η οποία σύμφωνα με τον Streefland όπως αναφέρουν οι Κωλέττη & Ψωμά (2012), προσδιορίζεται από τα εξής χαρακτηριστικά :

1. Η μάθηση, αντλώντας ερεθίσματα από την πραγματικότητα, κατασκευάζεται και αναθεωρείται διαρκώς.
2. Η μάθηση έχει ως αφετηρία το συγκεκριμένο και σε βάθος χρόνου καταλήγει στο αφηρημένο.
3. Η μάθηση υποβοηθείται από την ατομική αλλά και τη συλλογική νοητική διαδικασία.
4. Η μάθηση είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με το κοινωνικοπολιτισμικό της πλαίσιο.
5. Η μάθηση αφορά την κατασκευή της γνώσης και των δεξιοτήτων σε μια δομημένη οντότητα.

Η διαδικασία της μαθηματικοποίησης σύμφωνα με τον Treffers διακρίνεται σε:

1. Οριζόντια: Περιλαμβάνει τη χρήση μαθηματικών εργαλείων ώστε να αντιμετωπιστούν καταστάσεις-φαινόμενα τη καθημερινότητας.
2. Κατακόρυφη: Περιλαμβάνει τη χρήση μαθηματικών εργαλείων ώστε να αντιμετωπιστούν καταστάσεις που ανήκουν στο τυπικό μαθηματικό σύστημα.

Μέσω της κατακόρυφης μαθηματικοποίησης, οι μαθητές εργάζονται σε ένα ανώτερο επίπεδο στα μαθηματικά. Ο συνδυασμός και των δύο είναι αυτός που οδηγεί τους μαθητές στην κατασκευή των νέων μαθηματικών εννοιών.(Gravemeijer & Doorman, 1999).

Η μέθοδος στην Ρεαλιστική Μαθηματική Εκπαίδευση έχει ως αφετηρία τις άτυπες μεθόδους που δομούν τα παιδιά με βάση το προσωπικό τους πλαίσιο, την προσωπική τους πραγματικότητα και σταδιακά αναπτύσσουν μοντέλα και συσχετισμούς που θα λειτουργήσουν ως γέφυρες με τα επίσημα και πιο γενικά μοντέλα (Wubbels et al., 1997). Η συγκεκριμένη θεωρητική προσέγγιση έχει ως βάση αυτό που στη θεωρία του Lev Vygotsky αναφέρεται ως σκαλωσιά, σύμφωνα με την οποία οι μαθητές πρέπει να είναι πάντα σε θέση να επιστρέφουν σε προηγούμενο επίπεδο (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2020).

1.3.2 Διαθεματική προσέγγιση στα μαθηματικά

Η Διαθεματική προσέγγιση στα μαθηματικά έρχεται ως απάντηση και εναλλακτική πρόταση στην παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας που αντιμετώπιζε τη γνώση γραμμικά, αποκομμένη και μονοδιάστατη. Αναπτύσσοντας την ικανότητα συνδέσεων ικανοτήτων και αρχών ανάμεσα σε διαφορετικούς τομείς, οι μαθητές οδηγούνται σε γνώση μεγαλύτερης αξίας και βιώνουν μια πιο ολοκληρωμένη μαθησιακή εμπειρία που θα τους οδηγήσει σε συμπεριφορές υψηλότερου επιπέδου και ικανότητα λήψης σωστών αποφάσεων (Λυκοσκούφη, 2005).

1.3.2.1 Μαθηματικά και Φυσικές Επιστήμες

Οι αρχές που διέπουν τις δύο επιστήμες θεωρούνται απόλυτα συνδεδεμένες (Stinson et al., 2009). Παρά το γεγονός ότι οι δύο διακριτές επιστήμες αλληλεπιδρούν έντονα, στα Προγράμματα Σπουδών προβλέπεται ξεχωριστή αντιμετώπιση με αποτέλεσμα αυτές οι πολύ χρήσιμες αλληλεπιδράσεις να μη λαμβάνονται υπόψη στη διδασκαλία (Κρητικός et al., 2021).

Τα βασικά επιχειρήματα που συνηγορούν στη διαθεματική προσέγγιση στα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες είναι ότι και τα δύο πεδία:

1. Αποτελούν παρόμοιες προσπάθειες ανακάλυψης μοτίβων και σχέσεων.
2. Βασίζονται σε αλληλοεξαρτώμενους τρόπους γνώσης.
3. Μοιράζονται παρόμοιες επιστημονικές διαδικασίες, όπως η έρευνα και η επίλυση προβλημάτων.
4. Θα πρέπει να συνδέονται με καταστάσεις της πραγματικής ζωής, έτσι ώστε οι μαθητές να μαθαίνουν και να εκτιμούν πώς χρησιμοποιούνται διαφορετικά θέματα μαζί για να λύσουν ένα αυθεντικό πρόβλημα.
5. Κατά βάση απαιτούν ποσοτικό συλλογισμό(Pang & Good, 2000).

1.3.2.2 Μαθηματικά και Λογοτεχνία

Η ενσωμάτωση της παιδικής λογοτεχνίας στον κορμό των μαθηματικών μπορεί να αποδειχθεί πολύ χρήσιμη και να βοηθήσει τους μαθητές να κατακτήσουν τους 5 βασικούς στόχους για τα μαθηματικά:

1. Να εκτιμήσουν την αξία των μαθηματικών μέσα από πολλές και διαφορετικές εκπαιδευτικές εμπειρίες που αντανακλούν την πολιτισμική, ιστορική και επιστημονική εξέλιξη των μαθηματικών.
2. Το περιεχόμενο να συνδέεται με την καθημερινότητα των παιδιών, να ενισχύει την αυτονομία και την αυτοπεποίθησή τους σχετικά με τα μαθηματικά. Ιστορίες των οποίων το περιεχόμενο αναπαρίσταται μέσα από συγκεκριμένες αφηγηματικές καταστάσεις γίνονται πιο κατανοητές στους μαθητές. Μάλιστα η χρήση της λογοτεχνίας φαίνεται να δρα θετικά και στην αντιμετώπιση του μαθηματικού άγχους μιας και οι μαθητές μπορούν να αντιμετωπίσουν και να εξερευνήσουν προβληματικές καταστάσεις μέσα από τους ήρωες της ιστορίας χωρίς να νιώθουν ότι απειλούνται.
3. Η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων τόσο στο πλαίσιο της τάξης όσο και προοδευτικά στην καθημερινή ζωή, είναι ιδιαίτερα σημαντική. Όταν η γλώσσα συνεργάζεται με τα μαθηματικά, οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να κατανοήσουν ότι τα προβλήματα του πραγματικού κόσμου μπορούν να είναι ακατάστατα και να επιδέχονται πολλές και διαφορετικές λύσεις σε αντίθεση με τα στατικά προβλήματα των σχολικών εγχειριδίων.
4. Τα μαθηματικά αποτελούν κώδικα επικοινωνίας και οι μαθητές πρέπει να μπορούν να αναπτύσσουν μαθηματικό λόγο ώστε να επιχειρηματολογούν και να στοιχειοθετούν επαρκώς τον τρόπο σκέψης τους. Ο μαθηματικός λόγος όχι μόνο προάγει τις προφορικές γλωσσικές δεξιότητες των παιδιών, αλλά αναπτύσσει και τις ικανότητες των μαθητών να σκέφτονται και να επικοινωνούν μαθηματικά. Σε αυτή την προσπάθεια, η παιδική λογοτεχνία με μαθηματικό περιεχόμενο παρέχει ένα πιο φυσικό πλαίσιο.
5. Αναφορικά με την αξιολόγηση ενός μαθητή στα μαθηματικά, οι συλλογιστικές διαδικασίες που οδήγησαν στην απάντηση θεωρούνται εξίσου σημαντικές με την ικανότητά εύρεσης σωστών απαντήσεων. Μεγάλο μέρος της παιδικής λογοτεχνίας ενθαρρύνει τη διερεύνηση και παρέχει στους μαθητές την ευκαιρία να εξετάσουν τις μαθηματικές έννοιες με μη απειλητικό τρόπο και όταν τα παιδιά ενθαρρύνονται να αμφισβητήσουν τις εξερευνήσεις τους, χρησιμοποιούν υποθέσεις, εκτιμήσεις και υπολογισμούς (Nesmith, 2008).

1.3.3 Επίλυση προβλημάτων

Η προσέγγιση στη διδασκαλία μέσω της επίλυσης προβλημάτων αποτελεί ένα μαθητοκεντρικό εκπαιδευτικό μοντέλο το οποίο βασίζεται στις δεξιότητες που αξιολογούνται ως σημαντικές για τη δια βίου μάθηση όπως είναι η επαγγελματική συμπεριφορά, τα επαρκή αντανακλαστικά και η ικανότητα αυτοαξιολόγησης που αναπτύσσονται μέσα από δραστηριότητες αυθεντικών προβληματικών καταστάσεων. Στο πλαίσιο αυτής της προσέγγισης, οι μαθητές εργάζονται σε μικρές ομάδες υπό την καθοδήγηση και διευκόλυνση του εκπαιδευτικού. Συνδιαλέγονται σχετικά με το πρόβλημα αλλά και την προϋπάρχουσα γνώση τους πάνω στο ζήτημα, εντοπίζουν τα σημεία που χρειάζονται διευκρινίσεις και διαμορφώνουν τους μαθησιακούς στόχους (Driessen & Van Der Vleuten, 2000).

Η θεματολογία των προβλημάτων συνήθως αντλείται από καθημερινές ή υποθετικές καταστάσεις οι οποίες επιλέγονται και διαμορφώνονται έτσι ώστε να πληρούν εκπαιδευτικούς στόχους και κριτήρια. Είναι πολύ σημαντικό το πρόβλημα να λειτουργεί ως βάση για τη μαθησιακή διαδικασία, διότι με αυτό τον τρόπο καθορίζεται η πορεία που θα ακολουθηθεί. Η προσέγγιση αυτή δίνει έμφαση περισσότερο στην ερώτηση που θα διατυπωθεί και λιγότερο στην απάντησή της (De Graaf & Kolmos, 2003).

Τα βασικότερα σημεία της μαθησιακής διαδικασίας είναι τα εξής:

1. Οι ομάδες μελέτης επιλέγουν την κατεύθυνση που θα ακολουθήσουν, συζητούν και αναλύουν επιλεγμένες περιπτώσεις.
2. Κάθε ομάδα μελέτης συνεδριάζει μία ή δύο φορές την εβδομάδα.
3. Κάθε μαθητής παρουσιάζει τη δουλειά του στα υπόλοιπα μέλη της ομάδας.
4. Στη συνέχεια συζητείται και η ομάδα αποφασίζει ποιος θα συνεχίσει με ποιες εργασίες.
5. Συχνά οι μαθητές οργανώνουν την εργασία τους με τέτοιο τρόπο ώστε η ατομική τους εργασία να συμπληρώνει την εργασία της ομάδας, επιτρέποντάς τους να αναπτύξουν μια ευρύτερη προοπτική των σχετικών θεμάτων (De Graaf & Kolmos, 2003).

1.4 Ενδεικτικές δυσκολίες στα μαθηματικά

Τα μαθηματικά εντοπίζονται σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας, παρόλα αυτά φαίνεται να αποτελούν ένα πεδίο που δυσκολεύει ένα μεγάλο ποσοστό των μαθητών στη σχολική τους ζωή. Το φαινόμενο είναι πολυσύνθετο και σκοπός των ερευνών είναι αφενός να εντοπιστούν τα γενεσιουργά αίτια του φαινομένου και αφετέρου να προταθούν πρακτικές εξομάλυνσής τους. Παρακάτω παρουσιάζονται ορισμένες από τις σημαντικότερες δυσκολίες που διαχρονικά αντιμετωπίζουν οι μαθητές σε όλες τις εκπαιδευτικές βαθμίδες.

1.4.1 Το ζήτημα των συμβολικών αναπαραστάσεων

Η έννοια της αναπαράστασης έχει την ίδια δυναμική με την έννοια της γνώσης, του νοήματος, της κατανόησης και της μοντελοποίησης και όλες μαζί αποτελούν τις βασικές συνιστώσες για τη μελέτη της ανθρώπινης γνώσης, τη φύση, την προέλευση και την ανάπτυξή της (Font et al., 2007).

Η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης αλλά και η μελέτη πολλών μαθηματικών εννοιών, στηρίζεται στις συμβολικές αναπαραστάσεις. Ο κύριος ρόλος των συμβόλων δεν είναι να αντιπροσωπεύουν μαθηματικά αντικείμενα, αλλά να παρέχουν την ικανότητα να αντικαθιστούν κάποια σύμβολα με άλλα. Η κατάκτηση όμως των συμβολικών συστημάτων αναπαράστασης δεν είναι απλή υπόθεση για τους μαθητές. Τα μαθηματικά αντικείμενα, που ξεκινούν με αριθμούς, δεν είναι αντικείμενα που μπορούν να γίνουν άμεσα αντιληπτά ή να παρατηρηθούν με όργανα. Γίνεται σαφές λοιπόν ότι ακόμα και η πιο απλή χρήση των αριθμών δεσμεύεται από τη χρήση ενός συστήματος αναπαραστάσεων που επιτρέπει τον προσδιορισμό τους (Pimm, 2002).

Οποιαδήποτε δραστηριότητα στα μαθηματικά ανάλογα με τη φύση της, απαιτεί το χειρισμό και το συνδυασμό διάφορων αναπαραστασιακών συστημάτων. Στο βαθμό που η μαθηματική δραστηριότητα συνίσταται εγγενώς στον μετασχηματισμό των αναπαραστάσεων, αναφέρεται ότι υπάρχουν δύο τελείως διαφορετικοί τύποι μετασχηματισμών:

1. Χειρισμοί (treatments): Πρόκειται για μετατροπές στις αναπαραστάσεις με σταθερό σύστημα σημειογραφίας π.χ. αλγόριθμος πολλαπλασιασμού, επίλυση εξισώσεων κ.α.
2. Μετασχηματισμοί (Conversions): Αναφέρεται σε μετασχηματισμούς αναπαράστασης με διαφορετικό σύστημα σημειογραφίας χωρίς αλλαγή των αντικειμένων που συμβολίζονται π.χ. από την αλγεβρική μορφή μιας συνάρτησης στη γραφική της απεικόνιση.

Εξαιτίας αυτών των δύο τύπων μετασχηματισμών, προκύπτουν πολλές δυσκολίες στα μαθηματικά οι οποίες παρατηρούνται παγκόσμια, σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης και δεν εξαρτώνται από τη φύση του μαθηματικού αντικειμένου που μελετάται (Duval, 2006).

1.4.2 Τα λάθη και οι εναλλακτικές ιδέες των μαθητών στα μαθηματικά

Πολύ συχνα, οι μαθητές χρησιμοποιώντας τις εμπειρίες της καθημερινότητας, δίνουν τις δικές τους εξηγήσεις σε διάφορα μαθηματικά ζητήματα υπό το πρίσμα της δικής τους οπτικής. Όταν αυτές οι εξηγήσεις-αντιλήψεις έρχονται σε σύγκρουση με τις αποδεκτές έννοιες στα μαθηματικά, συχνά χρησιμοποιείται ο όρος «λανθασμένες αντιλήψεις» ή «παρανοήσεις». Τίποτα λανθασμένο όμως δεν εντοπίζεται από τη σκοπιά του μαθητή. Οι εξηγήσεις που διατυπώνει είναι για εκείνον απόλυτα λογικές και βιώσιμες. Ως εκ τούτου, από την επιστημονική και εκπαιδευτική κοινότητα προτιμάται ο όρος «εναλλακτικές ιδέες» (Fujii, 2014).

Για το ίδιο ζήτημα, μερικές φορές χρησιμοποιούνται οι όροι: «νοητικά μοντέλα μαθητών», «αριθμητική των παιδιών», «προκαταλήψεις», «αφελείς θεωρίες», «εναλλακτικά πλαίσια» και «κριτικά εμπόδια». Επιπλέον, όροι όπως νοητικά μοντέλα μαθητών, αριθμητική των παιδιών, προκαταλήψεις, αφελείς θεωρίες, εννοιολογικές πρωτόγονες, ιδιωτικές έννοιες, εναλλακτικά πλαίσια και κριτικά εμπόδια, συναντώνται πολύ συχνά (Fujii,T., 2014). Είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι αυτές οι «παρανοήσεις» ή ακόμα καλύτερα, αυτές οι «εναλλακτικές αντιλήψεις» δεν αποτελούν αρνητική παράμετρο στη μαθησιακή διαδικασία. Αντιθέτως, πρόκειται για χρήσιμα εργαλεία που μπορούν να αποκαλύψουν τον τρόπο σκέψης των μαθητών και πως εκλαμβάνουν σύνθετες μαθηματικές έννοιες (Littler & Cockburn, 2008).

Σύμφωνα με την (Perso,T.F., 1991), "τα λάθη δεν είναι απλώς αποτυχίες των μαθητών αλλά είναι συμπτώματα του συνόλου των ιδεών οι οποίες βρίσκονται κάτω από τις μαθηματικές ενέργειες των μαθητών. Οι λανθασμένες απαντήσεις μπορεί να οφείλονται σε μια εικασία του μαθητή ή σε χαμηλή μαθηματική κλίση αλλά οι συστηματικές λανθασμένες στρατηγικές ή κανόνες έχουν συχνά λογική προέλευση και βασίζονται σε παρανοήσεις ".

Σύμφωνα με τους Graeber και Johnson, οι εναλλακτικες ιδέες έχουν τα εξής χαρακτηριστικά:
1. Αυταπόδεικτες (το άτομο δε νιώθει την ανάγκη να τις αποδείξει).
2. Πιεστικές (το άτομο αντανακλαστικά υποχρεούται να τις χρησιμοποιήσει).
3. Ευρέως διαδεδομένες (ανάμεσα σε αρχάριους μαθητές και σε μαθητές με μεγαλύτερες ικανότητες) (Steinle,V., 2004).

Συμπληρωματικά, μελέτες έχουν εντοπίσει ότι οι εναλλακτικές αντιλήψεις συντηρούνται από τους μαθητές σε διάφορα ηλικιακά στάδια (Hashweh, 1986). Έρευνες έχουν αποκαλύψει πολλούς παράγοντες που συντελούν στη συντήρηση των λανθασμένων αντιλήψεων. Μερικοί από αυτούς είναι οι εξής:
1. Οι εκπαιδευτικοί αγνοούν τις προϋπάρχουσες αντιλήψεις των μαθητών.
2. Οι μέθοδοι αξιολόγησης δεν αποτυπώνουν τις εναλλακτικές ιδέες των μαθητών ούτε την αφομοίωση της νέας γνώσης στα ήδη υπάρχοντα σχήματα. Συχνά παρατηρείται το φαινόμενο, μαθητές να επιτυγχάνουν υψηλές βαθμολογίες αλλά να εξακολουθούν να διατηρούν τις πρότερες (λανθασμένες) αντιλήψεις τους. (Hashweh, 1986).

Μέχρι τώρα, έχουν ταυτοποιηθεί πολλές εναλλακτικές ιδέες των μαθητών για τα μαθηματικά στο πλαίσιο της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Παρόλα αυτά συνήθως ένα πολύ μικρό μέρος περιλαμβάνεται στα σχολικά εγχειρίδια και γενικότερα στη διδασκαλία (Fujii, 2014). Επομένως, κρίνεται σκόπιμο να γίνει ενδελεχής μελέτη των λαθών και ταξινόμησή τους. Η ομαδοποίηση αυτή πολλές φορές αποκαλύπτει ένα μοτίβο ομοιοτήτων που μπορεί να οδηγήσει στην αναγνώριση του μηχανισμού που προκαλεί αυτά τα σφάλματα (Carry et al., 1980). Γνωρίζοντας καλύτερα τη φύση των εναλλακτικών αντιλήψεων και από που πηγάζουν, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να οργανώσουν τη διδασκαλία με τρόπο που είναι επωφελής για τους μαθητές τους (Ojose, 2015). Όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται στους Hiebert & Carpenter (1992): «Μία από τις πιθανές συνέπειες της έρευνας για τα λάθη και τις παρανοήσεις των μαθητών είναι ότι η διδασκαλία μπορεί να σχεδιαστεί για να αντιμετωπίσει άμεσα τα συγκεκριμένα ελλείμματα που η ανάλυση σφαλμάτων μας βοηθά να διαγνώσουμε». Όταν ο μαθητής επικεντρώνεται στο πως και το γιατί οδηγήθηκε σε εναλλακτικές ιδέες, μπορεί να αναπτύξει κριτική ικανότητα, να στοχαστεί, να διερευνήσει (Hall, 2002). Ο εκπαιδευτικός από τη μεριά του μπορεί να κατανοήσει τους λόγους που δημιουργήθηκαν αυτές οι παρανοήσεις και να διαμορφώσει τους στόχους της διδασκαλίας του (Hall, 2002).

Η διδασκαλία εντός σχολικού πλαισίου αναφορικά με τα μαθηματικά, φαίνεται να εστιάζει περισσότερο στους κανόνες και τις διαδικασίες που οδηγούν σε σωστή λύση και όχι στη διερεύνηση του γιατί αυτές οι μέθοδοι είναι αποτελεσματικοί (Angle, 2007). Συνεπώς, οι μαθητές συναντούν δυσκολίες να αναπτύξουν κριτική σκέψη και αποτρέπονται από το να σκέφτονται δημιουργικά και με μαθηματικό τρόπο (Rochmad et al., 2018).

Πλήθος μελετών έχει αποδείξει ότι μέσω της τεχνικής της γνωστικής σύγκρουσης μπορούν να επιτευχθούν θετικά αποτελέσματα αναφορικά με την αλλαγή στις προϋπάρχουσες αντιλήψεις των μαθητών (Druyan, 1997;Hashweh, 1986; Hewson & Hewson, 1984; Niaz, 1995). Επομένως, οι μαθητές θα πρέπει να αντιμετωπίσουν τη σύγκρουση ανάμεσα στις εναλλακτικές αντιλήψεις τους και την επιστημονική γνώση. Αν αυτό δε συμβεί, εναλλακτικές ιδέες και επιστημονική γνώση θα υπάρχουν και θα αναπτύσσονται ξεχωριστά (Hiebert & Carpenter, 1992).

1.4.3 Το άγχος στα μαθηματικά

Οι αγχώδεις διαταραχές είναι από τα πιο διαδεδομένα προβλήματα ψυχικής υγείας παγκοσμίως. Στο πλαίσιο της εκπαίδευσης, τα άτομα μπορεί να υποφέρουν από συγκεκριμένες μορφές άγχους δοκιμασίας ή και επίδοσης που συνδέονται με κάποιο γνωστικό τομέα (Luttenberger et al., 2018). Στον τομέα των μαθηματικών, αρνητικά συναισθήματα και στρεσογόνες καταστάσεις μπορούν να επηρεάσουν σε πολλαπλά επίπεδα την απόδοση σε διάφορες δραστηριότητες και εφαρμογές (Vukovic et al., 2013). Οι δυσκολίες στα μαθηματικά απορρέουν από ένα πλήθος γνωστικών και συναισθηματικών παραγόντων. Το άγχος που συνδέεται με τα μαθηματικά αποτελεί έναν από τους συναισθηματικούς παράγοντες που μπορεί να διαταράξει σε σημαντικό βαθμό τη μαθησιακή διαδικασία (Mutlu, 2019). Συγκεκριμένα, προσδιορίζεται από αίσθημα ανησυχίας και αυξημένης αντίδρασης σε επίπεδο φυσιολογίας όταν τα άτομα καλούνται να χειριστούν αριθμούς, να λύσουν μαθηματικά προβλήματα ή όταν εκτίθενται σε μια αξιολογική κατάσταση που ασχολείται με τα μαθηματικά. Οι περισσότερες μελέτες και όργανα μέτρησης υποθέτουν τουλάχιστον δύο (σχετιζόμενες με την αξιολόγηση) πτυχές του άγχους των μαθηματικών:

1. άγχος που εμφανίζεται κατά τη λήψη ενός τεστ
2. άγχος που βιώνεται σε καταστάσεις στην τάξη (Paechter et al., 2017).

Τα αίτια που προκαλούν το μαθηματικό άγχος ποικίλουν. Κάποια από αυτά είναι το ελλιπές μαθηματικό υπόβαθρο, η μελέτη μέσω στείρας απομνημόνευσης τύπων, η ενασχόληση με εφαρμογές και προβλήματα αποκομμένα από την καθημερινότητα, η εξέταση με περιορισμό χρόνου, η δυσκολία σε συγκεκριμένο αντικείμενο στα μαθηματικά, η προσωπικότητα του εκπαιδευόμενου, η έλλειψη αυτοπεποίθησης, ο φόβος αποτυχίας (Finlayson, 2014), η αρνητική στάση προς τα μαθηματικά, λανθασμένες διδακτικές προσεγγίσεις αλλά και σκέψεις και συναισθήματα γονέων και εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά (Mutlu, 2019).

Για να αποτραπεί ή να μειωθεί το συγκεκριμένο άγχος, απαιτείται αρχικά η σωστή διάγνωση του προβλήματος. Το επίπεδο του μαθηματικού άγχους μπορεί να προσδιοριστεί μέσα από κατάλληλα ερωτηματολόγια που είναι διαθέσιμα από τα πρώτα σχολικά χρόνια ενώ βοηθητικά για την αντιμετώπιση του ζητήματος μπορούν να λειτουργήσουν τα εκπαιδευτικά ιδρύματα, οι εκπαιδευτικοί αλλά και οι εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις (Luttenberger et al., 2018).

Πιο συγκεκριμένα, πολλά εκπαιδευτικά ιδρύματα αναπτύσσουν στρατηγικές ενάντια στο μαθηματικό άγχος. Ενδεικτικά, υπάρχει η δυνατότητα να προσφέρονται μαθήματα με συγκεκριμένες τεχνικές που βοηθούν στην αντιμετώπιση του φόβου για το αντικείμενο, να δίνεται στους μαθητές η επιλογή να επαναλαμβάνουν αν χρειάζεται μια γραπτή δοκιμασία (Juhler et al., 1998) ή ακόμα και να παρέχονται εισαγωγικά μαθήματα ώστε να βελτιώνεται το γνωστικό υπόβαθρο. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να ενισχύσουν την προσπάθεια χρησιμοποιώντας διδακτικές τεχνικές που κινητοποιούν και εμπλέκουν το μαθητή όπως είναι για παράδειγμα ο συσχετισμός των μαθηματικών εννοιών και εφαρμογών με την καθημερινότητα των παιδιών, η χρήση χειραπτικών υλικών και απτικών συσκευων κ.α. Στις γραπτές δοκιμασίες, είναι βοηθητικό να παρέχεται επαρκής χρόνος ή να μην υπάρχει χρονικός περιορισμός και να διαιρείται το μαθησιακό περιεχόμενο σε πολλές μικρότερες εξετάσεις αντί για μία εκτεταμένη εξέταση. Οι γονείς από τη μεριά τους, πρέπει να στηρίζουν τα παιδιά τους, να προσφέρουν θετική ενίσχυση και να έχουν ρεαλιστικές απαιτήσεις. Τέλος, οι ίδιοι οι εκπαιδευόμενοι μπορούν να μειώσουν τα επίπεδα άγχους τους εξετάζοντας ρεαλιστικά τόσο τις επιτυχίες όσο και τις επιτυχίες καθώς επίσης μπορούν να εφαρμόσουν ειδικές τεχνικές χαλάρωσης (Luttenberger et al., 2018).

1.5 Συμπεράσματα

Οι απαιτήσεις της εποχής, η επαγγελματική ζωή αλλά και οι αποφάσεις της καθημερινότητας (απλές και σύνθετες) είναι στενά συνδεδεμένες με τα μαθηματικά και το μαθηματικό τρόπο σκέψης. Είναι λοιπόν φυσικό τα μαθηματικά να κατέχουν κυρίαρχη θέση στο εκπαιδευτικό πλαίσιο. Παρόλα αυτά, η πλειοψηφία των μαθητών αντιμετωπίζει σημαντικές δυσκολίες και υιοθετεί αρνητικές στάσεις σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό από άλλα μαθήματα. Ένας εκπαιδευτικός για να είναι σε θέση να ανταποκριθεί στο δύσκολο εγχείρημα της διδασκαλίας οφείλει να είναι εξοικειωμένος με τις θεωρίες μάθησης και να γνωρίζει τα πλεονεκτήματα αλλά και τους περιορισμούς τους. Σε σχέση με τα μαθηματικά, η επιστημονική κοινότητα φαίνεται να έχει αφήσει στο παρελθόν συμπεριφοριστικές πρακτικές και να στρέφεται προς τον Κονστρουκτιβισμό ο οποίος θέτει στο κέντρο των εξελίξεων τον μαθητή και την προσωπική του αντίληψη σχετικά με τη γνώση.

Πλήθος μελετών έχουν γίνει και για διάφορες διδακτικές προσεγγίσεις όπου η κάθε μία περιστρέφεται και αναπτύσσεται γύρω από κάποιον άξονα. Η σύνδεση των μαθηματικών με καθημερινές και οικείες καταστάσεις, η σύμπραξη με αρχές και μεθοδολογία άλλων επιστημών καθώς και η επίλυση προβλημάτων είναι μόνο μερικές από τις πολυάριθμες συνιστώσες που έχουν επικεντρωθεί οι επιστήμονες.

Τέλος, είναι ιδιαίτερα σημαντικό να αναγνωρίζονται και να αξιοποιούνται στην εκπαιδευτική διαδικασία οι εναλλακτικές ιδέες που έχουν διαμορφώσει οι μαθητές. Πρόκειται για χρήσιμα εργαλεία που αποτελούν έναυσμα για συζήτηση και ανάπτυξη κριτικής σκέψης σχετικά με το χειρισμό αφηρημένων εννοιών που παραδοσιακά προσεγγίζονται μέσα από σύμβολα και αναπαραστάσεις.

Κεφάλαιο 2 Μοτίβα

2.1 Η έννοια του μοτίβου

Οι πνευματικές διεργασίες βασίζονται σε μεγάλο βαθμό στην αναγνώριση και χρήση μοτίβων (patterns). Σε όλους τους γνωστικούς τομείς εντοπίζονται μοτίβα διαφόρων ειδών. Πέρα από τα μαθηματικά, ρυθμικά μοτίβα εντοπίζονται στην ποίηση και στη μουσική. Ψυχολόγοι μελετούν μοτίβα στην ανθρώπινη συμπεριφορά, μετεωρολόγοι εξετάζουν μοτίβα στα καιρικά φαινόμενα, αστρονόμοι τα αναζητούν στις κινήσεις των ουράνιων σωμάτων κ.α.

Ο Orton (2004), εντοπίζει δυσκολία στο να προσδιορίσει τον ακριβή ορισμό για τα μοτίβα ακόμα και στα μαθηματικά. Επισημαίνει αυτό που καθιστά δύσκολη τη διατύπωση ορισμού είναι το γεγονός ότι η λέξη «μοτίβα» από μόνη της συνδέεται με πολλά και διαφορετικά νοήματα. Χαρακτηριστικά λέει ότι: «Από τη μια μεριά τα μοτίβα μπορούν απλώς να χρησιμοποιηθούν σε σχέση με μια συγκεκριμένη διάταξη ή διευθέτηση μορφών, χρωμάτων ή ήχων με όχι προφανή κανονικότητα. Πράγματι, μερικές φορές η διευθέτηση μπορεί να σχηματίσει μια αναγνωρίσιμη αναπαράσταση ή εικόνα. Απ' την άλλη μεριά, μπορεί να απαιτηθεί η διευθέτηση να έχει κάποιο είδος προφανούς κανονικότητας ίσως μέσω συμμετρίας ή επανάληψης».

Οι Mulligan και Mitchelmore αντιμετωπίζουν τα μοτίβα στο πλαίσιο των μαθηματικών ως κανονικότητες που είναι δυνατόν κάποιος να προβλέψει την εξέλιξή τους και συνήθως περιλαμβάνουν αριθμητικές, χωρικές ή λογικές σχέσεις (Δεσλή & Γαϊτανέρη, 2017).

Τα μοτίβα διαδραματίζουν ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο στην επίλυση προβλημάτων σε όλους τους τομείς της ζωής. Η αναγνώρισή τους αποτελεί κυρίαρχη στρατηγική στα μαθηματικά και συχνά χαρακτηρίζεται ως «η τέχνη των μαθηματικών». Η σημασία τους φαίνεται και από τη συνεισφορά τους στην κατάκτηση του επαγωγικού συλλογισμού. Καθώς οι μαθητές εξερευνούν προβληματικές καταστάσεις κατάλληλες για το επίπεδο της τάξης τους, μπορούν συχνά να εξετάσουν ή να δημιουργήσουν ένα σύνολο συγκεκριμένων περιπτώσεων, να τις οργανώσουν και να αναζητήσουν ένα μοτίβο. Αυτά, με τη σειρά τους, μπορούν να οδηγήσουν σε εικασίες για το πρόβλημα (Burton et al., 2011).

Η διαδικασία της αναγνώρισης και ανάλυσης μοτίβων θεωρείται σημαντική συνιστώσα της πνευματικής ανάπτυξης μαθητών μικρής ηλικίας καθώς είναι ο θεμέλιος λίθος για την ανάπτυξη αλγεβρικής σκέψης (Lannin, 2005). Αποτελεί βασική δεξιότητα στην πρώιμη εκμάθηση των μαθηματικών και ιδιαίτερα στην ανάπτυξη της χωρικής επίγνωσης, της αλληλουχίας και της σειράς, της σύγκρισης και της ταξινόμησης. Περιλαμβάνει την ικανότητα αναγνώρισης και περιγραφής ιδιοτήτων αντικειμένων, ομοιοτήτων και διαφορών μεταξύ τους. Τα μοτίβα είναι επίσης αναπόσπαστο μέρος της ανάπτυξης της μέτρησης και της αριθμητικής δομής, του δεκαδικού συστήματος και των πολλαπλασιαστικών εννοιών, των μονάδων μέτρησης, του αναλογικού συλλογισμού και της εξερεύνησης δεδομένων. Η σημασία της πρώιμης άλγεβρας και της διαμόρφωσης μοτίβων αντανακλάται στα τρέχοντα πλαίσια προγραμμάτων σπουδών καθώς εντοπίζονται σταθερά στην ύλη κάθε τάξης της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (Papic, 2007).

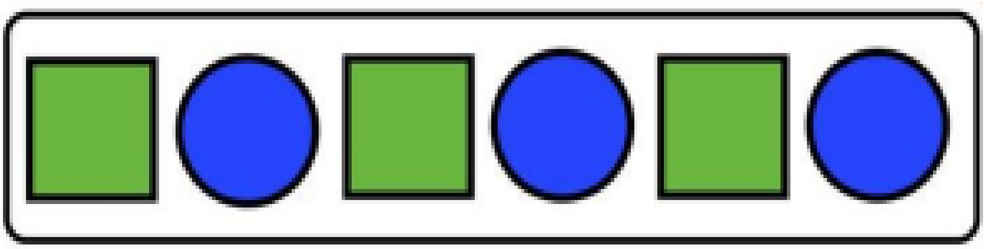
2.2 Κατηγοριοποιήσεις μοτίβων

Ανάλογα με τον τρόπο που εξελίσσεται ένα μοτίβο, προκύπτουν δύο μεγάλες κατηγορίες: τα επαναλαμβανόμενα και τα αναπτυσσόμενα μοτίβα (Van de Walle et al., 2016).

2.2.1 Επαναλαμβανόμενα μοτίβα

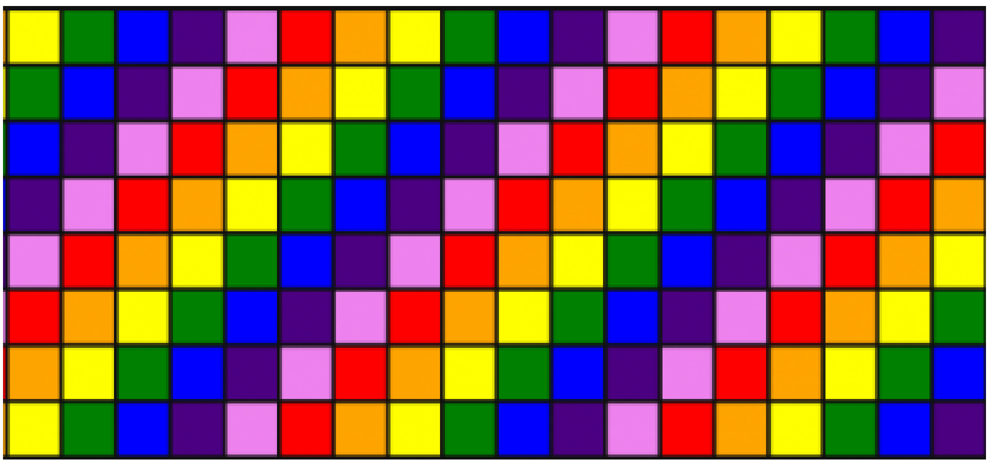
Τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα αποτελούν την απλούστερη μορφή μοτίβων. Εκεί εντοπίζεται ένας πυρήνας από διακριτά στοιχεία ο οποίος επαναλαμβάνεται συνεχώς όπως φαίνεται και στο ακόλουθο παράδειγμα:

ΑΒΑΒΑΒΑΒΑΒ (ο συγκεκριμένος πυρήνας επανάληψης αποτελείται από δύο στοιχεία ΑΒ)



Εικόνα 2.1 Επαναλαμβανόμενο μοτίβο ΑΒ.

Η παραπάνω γραμμική αλληλουχία των στοιχείων του μοτίβου μπορεί να απεικονιστεί και σε δύο διαστάσεις κρατώντας την ίδια δομή.



Εικόνα 2.2 Επαναλαμβανόμενο μοτίβο σε δύο διαστάσεις. Ο πυρήνας επανάληψης αποτελείται από 7 στοιχεία.

Όπως αναφέρουν οι Zazkis & Liljedahl (2002) για τον Threlfall, τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα αποτελούν ένα εννοιολογικό σκαλοπάτι στην άλγεβρα αλλά και ένα πλαίσιο γενίκευσης. Οι μαθητές μικρής ηλικίας μπορούν να δημιουργήσουν ή να συνεχίσουν μοτίβα χρησιμοποιώντας μια διαδικαστική ή ρυθμική προσέγγιση. Ωστόσο, στην πορεία προς την αλγεβρική θεώρηση μέσα από τα μοτίβα, είναι βασικό οι μαθητές να αντιλαμβάνονται τη μονάδα επανάληψης. Ο συγκεκριμένος στόχος μπορεί να μην επιτευχθεί εάν η εργασία αυτή αναληφθεί μόνο στα πρώιμα εκπαιδευτικά χρόνια, όπου οι μαθητές δεν είναι ακόμη σε θέση αναπτυξιακά να προσεγγίσουν την έννοια του πυρήνα επανάληψης. Από τα πρωτοσχολικά χρόνια ακόμα, εντοπίζονται προμαθηματικές δραστηριότητες που περιλαμβάνουν την αντιγραφή μοτίβου ή και επέκτασή του. Ακόμα όμως και αυτές οι σημαντικές δεξιότητες δεν εγγυώνται την ουσιαστική κατανόηση της δομής των μοτίβων (Miller et al., 2016). Σχετικά με τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα, ίσως πέρα από την αντιγραφή και επέκταση ενός μοτίβου, οι δεξιότητες της αφαίρεσης (εκ νέου δημιουργία ενός μοτίβου χρησιμοποιώντας ένα διαφορετικό σύνολο υλικών) και της αναγνώρισης μονάδων προτύπων είναι ενδεικτικές μιας ουσιώδους κατανόησης της επαναλαμβανόμενης δομής τους (Miller et al., 2016).

Οι εκπαιδευτικοί για να βοηθήσουν τους μαθητές να κατανοήσουν σε βάθος τη δομή των μοτίβων και να είναι σε θέση να προβαίνουν σε γενικεύσεις, οφείλουν να θέτουν τις σωστές ερωτήσεις όπως: «Μπορείτε να περιγράψετε αυτό το μοτίβο;», «Πώς αυτό επαναλαμβάνεται ή επεκτείνεται;», «Μοιάζουν, με κάποιο τρόπο, αυτά τα μοτίβα;» (*Principles and Standards for School Mathematics*, 2000).

2.2.2 Αναπτυσσόμενα μοτίβα

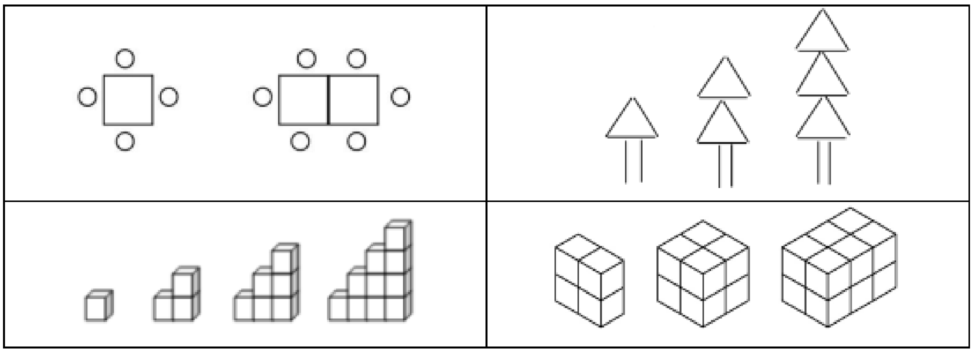
Σε αντίθεση με τα επαναλαμβανομενα μοτίβα όπου ένας βασικός πυρήνας επαναλαμβάνεται συνεχώς, στα αναπτυσσόμενα υπάρχει μια σειρά από ξεχωριστά στοιχεία τα οποία υπακούουν σε έναν κανόνα και με βάση αυτόν, καθορίζεται κάθε φορά ο επόμενος όρος. Τα αναπτυσσόμενα μοτίβα μπορούν ως δομικές μονάδες να έχουν αριθμούς ή ακόμα και σχήματα ή αναπαραστάσεις (Van de Walle et al., 2008).

Η αναζήτηση του κανόνα με τον οποίο αναπτύσσεται ένα μοτίβο προκύπτει μέσα από την αναζήτηση γενικεύσεων ή αλγεβρικών σχέσεων. Οι όροι του συνδέονται μέσω μιας συναρτησιακής σχέσης που εξαρτάται από τη θέση τους και η κατανόηση της σχέσης αυτής μπορεί να οδηγήσει στην ουσιαστική κατανόηση των αναπτυσσόμενων μοτίβων (Zazkis & Liljedahl, 2002).

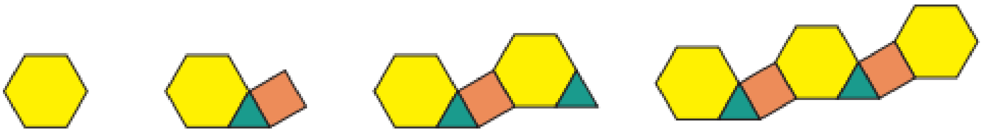
Αρχικά, το ζητούμενο μπορεί να είναι απλώς να επεκταθεί ένα αριθμητικό μοτίβο όπως για παράδειγμα: να γραφούν οι τρεις επόμενοι όροι στο μοτίβο 2,4,8,16,... . Στη συνέχεια μπορεί να ζητηθεί να προσδιοριστεί ο όρος που βρίσκεται σε συγκεκριμένη θέση π.χ. στη θέση 13 ή και σε πιο μακρινή όπως τη θέση 100 ωθώντας τους έτσι να γενικεύσουν τον κανόνα που έχουν εντοπίσει. Εμβαθύνοντας ακόμα περισσότερο, οι μαθητές καλούνται να περιγράψουν το μοτίβο με δικά τους λόγια ή μέσω μαθηματικής συναρτησιακής σχέσης (κάτι που είναι ιδιαιτέρως απαιτητικό).

Τα αριθμητικά αναπτυσσόμενα μοτίβα λέγονται και αριθμητικές ακολουθίες. Σε αυτές, κάθε όρος μεταβαίνει στον επόμενο μέσω σταθερής συνάρτησης όπως για παράδειγμα την πρόσθεση/αφαίρεση/πολλαπλασιασμό/διαίρεση του ίδιου αριθμού ή την πρόσθεση των δύο προηγούμενων όρων (ακολουθία Fibonacci) όπου η σταθερή πράξη με τον ίδιο αριθμό αποτυγχάνει κ.α. (Zazkis & Liljedahl, 2002).

Αντίστοιχα, υπάρχουν και γεωμετρικά αναπτυσσόμενα μοτίβα όπου οι γεωμετρικές μορφές εξελίσσονται με σταθερό τρόπο όπως φαίνεται στα ακόλουθα ενδεικτικά παραδείγματα.



Εικόνα 2.3 Αναπτυσσόμενα γεωμετρικά μοτίβα.



Εικόνα 2.4 Αναπτυσσόμενα γεωμετρικά μοτίβα με συνδυασμούς χρωμάτων.

Σε πολλά αναπτυσσόμενα γεωμετρικά μοτίβα, οι μαθητές καλούνται να εντοπίσουν το γενικό κανόνα που συνδέει τους όρους, απευθείας από την οπτική γεωμετρία των αντικειμένων. Αυτή η δραστηριότητα συχνά αποδεικνύεται ιδιαίτερα απαιτητική καθώς οι μαθητές δυσκολεύονται να παρατηρήσουν ένα κοινό στοιχείο στα παραδείγματα που δίνονται, το οποίο θα μπορούσαν να επεκτείνουν σε έναν γενικό κανόνα. Για να ξεπεραστεί αυτή η δυσκολία μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να επεκτείνουν αρκετά το μοτίβο ώστε να τονιστεί ο κοινός κανόνας που συνδέει τους όρους (Radford & Peirce, 2006). Επόμενο ζητούμενο είναι οι μαθητές, μέσω της γενίκευσης, να διατυπώνουν έναν κανόνα που να περιγράφει τη σχέση ανάμεσα στους όρους. Σε αυτή την περίπτωση, βοηθητική φάνηκε να είναι η προτροπή να περιγράφουν τις σκέψεις τους. Ακόμα καλύτερα αποτελέσματα μπορούν να επιτευχθούν αν οι μαθητές διδαχθούν τη δεξιότητα της οπτικής ανάλυσης (Knuth & Cai, 2011).

2.3 Η διδασκαλία των μοτίβων σε διάφορες χώρες

2.3.1 Εισαγωγή

Αναφορικά με τα Αναλυτικά Προγράμματα σπουδών (ΑΠΣ), συναντούμε πλήθος ορισμών που αντικατοπτρίζουν τη σκοπιά του εκάστοτε συγγραφέα. Παραδοσιακά, παρουσιάζουν το περιεχόμενο διδασκαλίας που προβλέπεται για το σχολείο. Πρόκειται για δραστηριότητες, οδηγίες, μαθήματα κλπ που έχει επιμεληθεί κάποια συγγραφική ομάδα, σχετίζεται με τη μάθηση (Σκουμπουρδή, 2009) και δίνει απάντηση σε τρία βασικά ερωτήματα: τι θα διδαχθεί, για ποιους λόγους και με ποιο τρόπο (Χατζηγεωργίου, 2000).

Η σύγχρονη δομή των Αναλυτικών Προγραμμάτων πλέον ακολουθεί τα "curriculum" άλλων χωρών και το περιεχόμενό τους οφείλει να εναρμονίζεται με το πνεύμα της κοινωνίας και τα επιστημονικά τεκταινόμενα. Βασικές παράμετροι διαμόρφωσής τους είναι το προφίλ του κάθε μαθητή είτε ως μονάδα είτε ως μέρος του κοινωνικού συνόλου, οι σκοποί της εκπαίδευσης αλλά και η επιδιωκόμενη ποιότητα γνώσης (Σκουμπουρδή, 2009).

Συγκρίνοντας το Πρόγραμμα για τα μαθηματικά σε σχέση με άλλα μαθήματα, παρατηρείται κάποια ιδιαιτερότητα ως προς τη δομή και το περιεχόμενο. Ο Χασάπης (1986) αναφέρει: «σε ότι αφορά στα μαθηματικά σα σχολική γνώση, η δομή του περιεχομένου τους και τα στοιχεία που το συγκροτούν αλληλοκαθορίζονται, με κυρίαρχο τον τρόπο οργάνωσής του που αφενός υποβάλλει επιλογές περιεχομένου, αφετέρου λειτουργεί σα βασικός ιδεολογικός συντελεστής του μαθήματος». «Εξαιτίας της ιδιαιτερότητάς τους ως επιστήμη, δεν αναφέρονται άμεσα στα στοιχεία της πραγματικότητας, αλλά τα μελετούν σε ένα επίπεδο αφαίρεσης, που περιλαμβάνει τις σχέσεις και τις πράξεις πάνω σε αυτά, συγκαλύπτουν την ιδεολογική τους λειτουργία σα σχολική γνώση».

Μελετώντας την ιστορική εξέλιξη των Προγραμμάτων για τα μαθηματικά στην Ελλάδα, παρατηρείται ότι πραγματοποιήθηκαν ελάχιστες εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση οι οποίες μάλιστα χαρακτηρίζονται ως αποκομμένες και ετεροχρονισμένες από τις διεθνείς τάσεις εξαιτίας των πολιτικών και κοινωνικών συνθηκών της χώρας (Σκουμπουρδή, 2009).

Οι πλέον πρόσφατες μελέτες που σχετίζονται με τα μαθηματικά στο χώρο της εκπαίδευσης, έχουν ως επίκεντρο τον εκ νέου προσδιορισμό του αλγεβρικού τρόπου σκέψης σε όλες τις εκπαιδευτικές βαθμίδες και κυρίως στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση (Kieran et al., 2016). Στο πλαίσιο της κατανόησης των μαθηματικών, σπουδαίος κρίνεται ο ρόλος της γενίκευσης (Kieran et al., 2016). Το νέο προτεινόμενο ΠΣ προτάθηκε το 2011 και εφαρμόστηκε πιλοτικά σε 188 πειραματικές και πρότυπες εκπαιδευτικές μονάδες το σχολικό έτος 2021-2022. Το κέντρο βάρους πλέον μετατοπίζεται από την ύλη στα μαθησιακά αποτελέσματα και στηρίζεται στην εξοικείωση με ερευνητικές τεχνικές, κατανόηση του γνωστικού αντικειμένου, ανάπτυξη επικοινωνιακών και συνεργατικών δεξιοτήτων και σύνδεση με την καθημερινότητα. Προτείνεται η αξιοποίηση πολλαπλών διδακτικών μέσων και υλικών και παρέχεται σαφής καθοδήγηση αφήνοντας ωστόσο σημαντικό περιθώριο ευελιξίας.

Αναφορικά με τα μαθηματικά, η στόχευση του Υπουργείου είναι οι μαθητές να μπορούν να διατυπώνουν και να επιλύουν ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων μέσω μαθηματικής συλλογιστικής και διατύπωσης επιχειρημάτων και να είναι ικανά να συνδέουν τα γνωστικά αντικείμενα χρησιμοποιώντας πολλαπλά επικοινωνιακά εργαλεία. Το περιεχόμενο διαρθρώνεται σε τρεις βασικές τροχιές: Αριθμοί-Άλγεβρα, Γεωμετρία-Μέτρηση και Στοχαστικά Μαθηματικά, για τη μελέτη των οποίων προτείνεται η αξιοποίηση χειραπτικών και ψηφιακών εργαλείων (*Υπουργείο Παιδείας & Θρησκευμάτων. Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής*, 2011).

Τα τελευταία χρόνια, στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών για το δημοτικό σχολείο, εντάχθηκε η μελέτη των μοτίβων ή προτύπων (patterns). Ο Bennet (1988), ανέφερε ότι στις ηλικίες 12-13 ετών, η εξερεύνηση οπτικών μοτίβων μπορεί να οδηγήσει στη δόμηση βασικών αλγεβρικών εκφράσεων. Στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση όπου οι μαθητές δεν είναι ακόμα εξοικειωμένοι με πολλές βασικές αλγεβρικές έννοιες, δίνεται έμφαση στην κατανόηση των μοτίβων ώστε προοδευτικά να βοηθήσουν στην κατανόηση μαθηματικών συσχετισμών και μετασχηματισμων (Warren, 2005). Κατά την είσοδό τους στο σχολείο οι μαθητές έρχονται σε επαφή με δραστηριότητες απλών επαναλαμβανόμενων και αναπτυσσόμενων μοτίβων με σχήματα, χρώματα, κίνηση, υφή και ήχο όπως να αντιγράψουν και να επαναλάβουν ένα μοτίβο ή ακόμα και να προβλέψουν κάποιον όρο (Warren, 2005).

2.3.2 ΑΠΣ στην Ελλάδα

Το νέο πρόγραμμα σπουδών (2011) για τα μαθηματικά στην υποχρεωτική εκπαίδευση, καθορίζεται από το ΦΕΚ Β΄ 2281. Ως γενικός σκοπός, ορίζεται η ολόπλευρη ανάπτυξη των μαθητών και η ένταξή τους με επιτυχία στο κοινωνικό πλαίσιο που επιτυγχάνεται μέσα από πολλές και διαφορετικές δεξιότητες που αναπτύσσονται από την ενασχόληση τους με τα μαθηματικά. Συγκεκριμένα, το άτομο μαθαίνει να σκέφτεται μεθοδικά, να λειτουργεί αφαιρετικά, να προβαίνει σε επαγωγικούς και παραγωγικούς συλλογισμούς, να διερευνά με κριτική σκοπιά τα δεδομένα και να νοηματοδοτεί με αποτελεσματικό τρόπο επιστρατεύοντας την παρατηρητικότητα, την φαντασία, την υπομονή και την επιμονή του. Ακόμη, τονίζεται η χρησιμότητά τους σε πολλές εκφάνσεις της καθημερινότητας και της επαγγελματικής ζωής καθώς και την εξέλιξη πολλών επιστημών αιχμής. Συγκεκριμένα για το δημοτικό, επιδιώκεται αρχικά ο βασικός μαθηματικός γραμματισμός αναφορικά με τις γνώσεις, την ορολογία αλλά και τις μεθόδους. Οι μαθητές καλούνται να παράγουν συλλογισμούς, να επιλύουν προβλήματα εντός και εκτός τάξης και γενικότερα να καλλιεργήσουν θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά.

Σε σχέση με τα μοτίβα, τα οποία εντοπίζονται σε όλες τις τάξεις του δημοτικού, στο ΑΠΣ αναφέρονται τα εξής: «τα μοτίβα είναι μια διαδικασία ανακάλυψης και λιγότερο μαθηματικής έννοιας που κάνει τα παιδιά να νιώθουν μικροί εξερευνητές. Στόχος είναι να ενισχυθεί το ευχάριστο αίσθημα και να διευρυνθούν οι γνώσεις και οι δεξιότητές τους. Οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν τον κανόνα πίσω από ένα μοτίβο και να τον διατυπώσουν με έναν τρόπο που θα επιλέξουν οι ίδιοι».

Συγκεκριμένα στην Α’ τάξη, στην 4η ενότητα, στο κεφάλαιο 27 με τίτλο: «Μοτίβα», οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίζουν, να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα. Στις περισσότερες δραστηριότητες του σχολικού εγχειριδίου ζητείται η συνέχιση απλών επαναλαμβανόμενων μοτίβων, ενώ στην τελευταία δραστηριότητα στο τετράδιο εργασιών, οι μαθητές καλούνται να δημιουργήσουν το δικό τους μοτίβο χρωματίζοντας ήδη υπάρχοντα σχήματα. Προτεινόμενη δραστηριότητα για τα αριθμητικά μοτίβα είναι να ανεβαίνουν ή να κατεβαίνουν 2-2 μέχρι το 20.

Στη Β' τάξη, στην ενότητα 3, στα κεφάλαια : 16 «Γνωρίζω καλύτερα τα γεωμετρικά μοτίβα» και 19 «Γνωρίζω τα αριθμητικά μοτίβα. Εισαγωγή στην προπαίδεια», επιδιώκεται να αναπτυχθεί η ικανότητα αναγνώρισης, περιγραφής αλλά και επέκτασης αριθμητικών και γεωμετρικών μοτίβων. Στο τέλος του κεφαλαίου 16, μετά από την ενασχόληση με τις προτεινόμενες δραστηριότητες, δίνεται με τη μορφή συμπεράσματος ο ορισμός του γεωμετρικού μοτίβου. Στο κεφάλαιο 19 οι δραστηριότητες αποσκοπούν στην αναγνώριση, περιγραφή και επέκταση αριθμητικών μοτίβων. Μάλιστα στο τέλος του κεφαλαίου δίνεται μεθοδολογική υπόδειξη για την αναγνώριση επαναλαμβανόμενων ή αναπτυσσόμενων μοτίβων.

Το σχολικό εγχειρίδιο της Γ' τάξης με τίτλο: «Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής», ασχολείται με τα μοτίβα στο κεφάλαιο 48 της 4ης ενότητας. Μέσω των προτεινόμενων δραστηριοτήτων, οι μαθητές ασκούνται στην αναγνώριση, ανάλυση και σχεδιασμό μοτίβων, ενώ για πρώτη φορά οι μαθητές καλούνται να διαπιστώσουν ότι η διαδικασία επανάληψης μπορεί να συνεχιστεί επ' άπειρον**.** Επίσης, για πρώτη φορά, στο εμπλουτισμένο βιβλίο γίνεται απόπειρα σύνδεσης με τις νέες τεχνολογίες με 4 μικροπειράματα που έχουν αντληθεί από το Φωτόδεντρο.

Στα μαθηματικά Γ' περιόδου και συγκεκριμένα στο κεφάλαιο 55 με τίτλο: «Μοτίβα», οι μαθητές της Δ' τάξης επιδιώκεται σύμφωνα με τους στόχους που έχει θέσει το Υπουργείο, να διαπιστώνουν την ύπαρξη απλών αριθμητικών/γεωμετρικών μοτίβων, να αναγνωρίζουν το μοτίβο επανάληψης αριθμών σε ένα σχήμα (π.χ. τρίγωνο Pascal) και να διαπιστώσουν ότι η διαδικασία αυτή συνεχίζεται επ' άπειρον. Χαρακτηριστικά, στην αρχή του κεφαλαίου τίθεται το ερώτημα: «Τι πρέπει να γνωρίζω για να συνεχίσω ένα μοτίβο;» και στο τέλος ως μεθοδολογικό συμπέρασμα δίνεται η απάντηση: «να ανακαλύψουμε τον κανόνα».

Στην Ε' δημοτικού, στο κεφάλαιο 6.34 «Γεωμετρικά και αριθμητικά μοτίβα» οι μαθητές μελετούν απλά επαναλαμβανόμενα μοτίβα καλύπτοντας τους στόχους των προηγούμενων τάξεων, αλλά για πρώτη φορά, μέσω μιας καθοδηγούμενης εφαρμογής στο σχολικό εγχειρίδιο, ζητείται η εύρεση ενός άγνωστου όρου.

Τέλος, στη ΣΤ' τάξη, στο κεφάλαιο 5.53 «Γεωμετρικά μοτίβα», 5.54 «Αριθμητικά μοτίβα» και 5.54 «Σύνθετα μοτίβα», προστίθενται δύο νέοι στόχοι που συνδέουν τα μοτίβα με τη στρατηγική επίλυσης προβλημάτων. Συγκεκριμένα, ζητείται μέσω πίνακα να περιγράφεται ένα μοτίβο και να διακρίνουν αν υπάρχει μοτίβο σε ένα πρόβλημα και να το χρησιμοποιούν για την εύρεση λύσης (*Υπουργείο Παιδείας & Θρησκευμάτων. Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής*, 2011).

2.3.3 ΑΠΣ στην Κύπρο

Τα νέα αναδιαμορφωμένα ΑΠΣ της Κύπρου στηρίζονται στη διεθνή εμπειρία και τεχνογνωσία και επικεντρώνονται σε συγκεκριμένους μαθησιακούς στόχους καθ' όλη τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς με μετρήσιμα αποτελέσματα μέσω των Δεικτών Επιτυχίας και Επάρκειας.

Το Αναλυτικό τους Πρόγραμμα για τα μαθηματικά έχει ως βάση τέσσερις πυλώνες:

1. Διερεύνηση εννοιών με στόχο τη διέγερση του ενδιαφέροντος και της περιέργειας.
2. Έμφαση στη λύση των προβλημάτων.
3. Τα μαθηματικά συνδέονται άρρηκτα με τις νέες τεχνολογίες.
4. Η ποιότητα του προγράμματος συνεισφέρει στην απόκτηση εμπειριών.

Η διδασκαλία των μαθηματικών στο πλαίσιο της εκπαίδευσης στο δημοτικό στοχεύει στη διαμόρφωση πολιτών οι οποίοι να αντιλαμβάνονται την αξία και τη χρησιμότητα του αντικειμένου σε όλες τις πτυχές της καθημερινότητας. Με αυτοπεποίθηση και χαρά για το αντικείμενο να αναπτύξουν στάσεις, γνώσεις και δεξιότητες έτσι ώστε να μπορούν να ερμηνεύουν με μαθηματικά κριτήρια προβλήματα διαφόρων ειδών. Να καταστρώνουν διάφορες στρατηγικές χρησιμοποιώντας τη δημιουργικότητά τους και να λαμβάνουν λογικές αποφάσεις. Τέλος, οι μαθητές καλούνται να εξελίσσονται λαμβάνοντας τα εφόδια που απαιτούνται για την ένταξή τους στη σύγχρονη κοινωνία της πληροφορίας, στον επαγγελματικό αλλά και ακαδημαϊκό χώρο.

Το περιεχόμενο των μαθηματικών σε όλες τις τάξεις του δημοτικού χωρίζεται στις εξής πέντε ενότητες: «Αριθμοί και Πράξεις», «Μέτρηση», «Γεωμετρία», «Άλγεβρα» και «Στατιστική-Πιθανότητες» υπό τον τίτλο υποκεφαλαίου «Μοτίβα». Τα μοτίβα εντοπίζονται σε όλες τις βαθμίδες κυρίως στην ενότητα της άλγεβρας ενώ στη Β' και Γ' τάξη περιλαμβάνονται και στην ενότητα «Πράξεις και Αριθμοί».

Συγκεκριμένα, στην Α΄ τάξη, επιδιώκεται η ικανότητα αναγνώρισης, περιγραφής, συμπλήρωσης και επέκτασης μοτίβων ενώ στη Β' τάξη ζητείται επιπλέον η κατασκευή μοτίβων. Μάλιστα, στην ενότητα «Αριθμοί και Πράξεις» γίνεται σύνδεση με τους πίνακες της προπαίδειας των αριθμών 1,2,3,4,5,6 και 10. Στη Γ' τάξη οι επιδιωκόμενοι στόχοι παραμένουν ίδιοι αλλά πλέον οι μαθητές καλούνται να στηριχτούν στον κανόνα που διέπει ένα μοτίβο. Αναφορικά με την ενότητα «Αριθμοί και Πράξεις», μελετώνται μοτίβα πολλαπλασιασμού μέχρι το 100. Στη Δ' τάξη, με βάση την εμπειρία των προηγούμενων ετών, οι μαθητές ζητείται να περιγράφουν τον κανόνα του εκάστοτε μοτίβου καθώς και να συνδέουν την έννοια με σχήματα. Στην Ε' και ΣΤ' παρατηρείται μια απόπειρα σύνδεσης των μοτίβων με τον αλγεβρικό τρόπο σκέψης. Η τοποθέτηση του κεφαλαίου ακριβώς πριν τις ενότητες που πραγματεύονται την έννοια της μεταβλητής, τις αλγεβρικές εκφράσεις και την έννοια της συνάρτησης μόνο τυχαία δεν μπορεί να είναι. Στην Ε' προστίθεται η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ αριθμών ενώ στη ΣΤ' ζητείται από τους μαθητές να εκφράζουν τον νιοστό όρο μια ακολουθίας χρησιμοποιώντας λεκτικό ή συμβολικό τρόπο καθώς και να επεκτείνουν-κατασκευάζουν μοτίβα, μέσω ακεραίων, δεκαδικών και κλασμάτων (Υπουργείο Παιδείας, Αθλητισμού και Νεολαίας, 2016).

2.3.4 ΑΠΣ στην Αγγλία

Στην Αγγλία, το εθνικό πρόγραμμα σπουδών καθορίζεται σε ετήσια βάση για τα δύο στάδια, θέτοντας ως ορόσημο το τέλος του κάθε σταδίου για την ολοκλήρωσή του. Επομένως, παρέχεται ευελιξία να εισάγουν νωρίτερα ή αργότερα το καθοριζόμενο περιεχόμενο, ανάλογα με τις ανάγκες των μαθητών. Ξεχωριστή μνεία γίνεται και για τη σημασία ανάπτυξης μαθηματικού λεξιλογίου, παράγοντας που συντελεί στην παραγωγή αιτιολογήσεων που διέπονται από σαφήνεια. Η χρήση μαθηματικής ορολογίας βοηθά τους μαθητές να εκφράζουν σωστά τις σκέψεις τους, να συνδιαλέγονται και προοδευτικά να διορθώνουν τις εσφαλμένες αντιλήψεις τους.

Το πρόγραμμα σπουδών για τα μαθηματικά στα στάδια 1 και 2 (ηλικίες 5-7 και 7-11) με τον τρόπο που είναι διαρθρωμένο παρέχει σαφή και απλουστευμένη δομή των επιδιωκόμενων στόχων, οι οποίοι ευθυγραμμίζονται στα εξής 7 μαθησιακά σκέλη:

1. Χρήση και εφαρμογή των μαθηματικών
2. Απαρίθμηση και κατανόηση της έννοιας του αριθμού
3. Γνώση και χρήση αριθμητικών δεδομένων
4. Υπολογισμοί
5. Κατανόηση της έννοιας του σχήματος
6. Μετρήσεις
7. Χειρισμός δεδομένων

Βασικός στόχος είναι η διασφάλιση ότι όλοι οι μαθητές θα αποκτήσουν ευχέρεια στις βασικές αρχές των μαθηματικών και θα μπορούν να ανακαλούν και να εφαρμόζουν τη γνώση γρήγορα και με ακρίβεια, θα αιτιολογούν χρησιμοποιώντας μαθηματική ορολογία ακολουθώντας διάφορες στρατηγικές και θα επιλύουν προβλήματα αυξανόμενης πολυπλοκότητας.

Στον πρώτο χρόνο, τα μοτίβα δεν εντοπίζονται στον βασικό κορμό αλλά στις μη θεσμοθετημένες οδηγίες. Συγκεκριμένα, ζητείται να αναγνωρίζουν μοτίβα στο σύστημα αριθμών (για παράδειγμα, περιττοί και ζυγοί αριθμοί) και να αναγνωρίζουν και να δημιουργούν επαναλαμβανόμενα μοτίβα με αντικείμενα και σχήματα ενώ στο δεύτερο χρόνο μελετώνται και περιπτώσεις με δυναμικό προσανατολισμό σχημάτων. Στην τρίτη τάξη, στο πλαίσιο της έννοιας της συμμετρίας και των διαφόρων προσανατολισμών του άξονα συμμετρίας, δίνεται η άτυπη οδηγία σχεδιασμού συμμετρικών μοτίβων. Τέλος, παρατηρείται ότι στις δύο τελευταίες τάξεις δεν γίνεται καμία αναφορά στα μοτίβα, τόσο στο κυρίως περιεχόμενο όσο και στις άτυπες μεθοδολογικές υποδείξεις (The National Curriculum in England - Framework Document, 2022).

2.3.5 ΑΠΣ στην Αυστραλία

Η λογική πίσω από τη δημιουργία του Αναλυτικού Προγράμματος σπουδών της Αυστραλίας για τα μαθηματικά στηρίζεται στην πρόθεση να εμφυσήσει στους μαθητές τις αξίες της μαθηματικής αιτιολόγησης. Οι μαθηματικές έννοιες συνεχώς εξελίσσονται και πλέον οι ψηφιακές τεχνολογίες παρέχουν νέα ενδιαφέροντα εργαλεία που προωθούν τη διερεύνηση και την ανακάλυψη. Στο

Πρόγραμμα Σπουδών της Αυστραλίας, τα μαθηματικά είναι οργανωμένα σε τρεις ενότητες περιεχομένου (τι θα διδαχθεί):

1. Αριθμητική και Άλγεβρα
2. Μέτρηση και Γεωμετρία
3. Στατιστική και Πιθανότητες

αλλά και τέσσερις ενότητες επάρκειας (πως θα διδαχθεί):

1. Κατανόηση
2. Ευχέρεια
3. Επίλυση προβλημάτων
4. Αιτιολόγηση

Τα μοτίβα εντοπίζονται σε όλες τις τάξεις της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στην ενότητα: «Αριθμητική και Άλγεβρα». Συγκεκριμένα, τον πρώτο χρόνο οι μαθητές μελετούν και περιγράφουν μοτίβα αριθμών που σχηματίζονται με παράλειψη μέτρησης και μοτίβα με αντικείμενα. Το επόμενο έτος, γίνεται περιγραφή και εύρεση αγνώστων όρων. Στην τρίτη τάξη, η στόχευση αφορά την περιγραφή, επέκταση και δημιουργία αριθμητικών μοτίβων που προκύπτουν από την εκτέλεση της πράξης της πρόσθεσης ή της αφαίρεσης ενώ στην τετάρτη τάξη, τα μοτίβα μέσω του πολλαπλασιασμού. Τον πέμπτο χρόνο, μελετώνται μοτίβα με κλάσματα, δεκαδικούς αριθμούς αλλά και ακέραιους υπό το πρίσμα της πρόσθεσης ή της αφαίρεσης, ύλη που εντοπίζεται και στην τελευταία βαθμίδα, με τη διαφορά ότι πλέον ζητείται και η περιγραφή του κανόνα που προσδιορίζει το μοτίβο (Australian Curriculum, 2015).

2.3.6 ΑΠΣ στο Χονγκ Κονγκ

Το υπάρχον Αναλυτικό Πρόγραμμα του Χονγκ Κονγκ συντάχθηκε το 2002 και εστιάζει όχι μόνο στη σημασία απόκτησης γνώσεων και δεξιοτήτων αλλά και στην καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντι στα μαθηματικά και τη σωστή χρήση πληροφοριών και τεχνολογίας.

Η ύλη χωρίζεται σε πέντε ενότητες: Αριθμός, Σχήμα και Χώρος, Μέτρηση, Χειρισμός Δεδομένων και Άλγεβρα και οι στόχοι που έχουν τεθεί είναι οι εξής:

1. Ενεργοποίηση ενδιαφέροντος
2. Κατανόηση βασικών μαθηματικών εννοιών και υπολογιστικών δεξιοτήτων
3. Προώθηση δημιουργικότητας, κριτικής ικανότητας, επικοινωνιακών δεξιοτήτων και τεχνικών επίλυσης προβλημάτων
4. Κατανόηση της έννοιας του αριθμού, της χωρικής αντίληψης και την ικανότητα να εκτιμούν μοτίβα αριθμών και σχημάτων.

Παρά το γεγονός ότι στο Πρόγραμμα τα μοτίβα δεν εντοπίζονται σε ξεχωριστό κεφάλαιο ή ενότητα, η αναφορά τους στους βασικούς στόχους ολόκληρου του γνωστικού αντικειμένου καθιστά φανερή την αξία που τους αποδίδεται (Mathematics Education - Curriculum Documents, 2021).

2.4 Ενδεικτικά προβλήματα σχετικά με τα μοτίβα

Τα μοτίβα ως κομμάτι των μαθηματικών έχουν μελετηθεί εκτενώς κυρίως λόγω της συμβολής τους στην κατάκτηση αλγεβρικών δεξιοτήτων. Αναλύοντας σχετικές έρευνες, φαίνεται πως οι μαθητές κατά την ενασχόλησή τους με αυτό το γνωστικό κομμάτι αντιμετωπίζουν δυσκολίες και μάλιστα τα προβλήματα που παρουσιάζουν οι μαθητές σε σχέση με τα μοτίβα έχουν κάποια κοινά χαρακτηριστικά.

Η Ellis (2011), αναφέρεται στην τάση που παρουσιάζουν οι μαθητές να εμμένουν στον εντοπισμό των διαφορών ανάμεσα στα διαδοχικά στοιχεία σε μια ακολουθία. Παρά το γεγονός ότι αυτή η μέθοδος σε πολλές περιπτώσεις είναι αποτελεσματική, εν τούτοις δεν οδηγεί σε σωστά αποτελέσματα σε πιο σύνθετες περιπτώσεις όπως για παράδειγμα στην ακολουθία Fibonacci. Τονίζει επίσης ότι από τους φορείς της εκπαίδευσης συχνά παραβλέπεται το γεγονός ότι η γενίκευση στα μαθηματικά μοτίβα δεν είναι άμεσα αντιληπτή. Οι μαθητές δεν αποκτούν άνεση στα γενικά μοτίβα μέσω της έκθεσης ή της εμπειρίας τους σε πολλαπλές, παρόμοιες περιπτώσεις. Αντίθετα, πρέπει να προσανατολιστούν και να καθοδηγηθούν ώστε να αναγνωρίσουν τι είναι σχετικό και σε ποιες καταστάσεις.

Οι Orton & Orton, στα εμπόδια που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην πορεία προς την προσδοκώμενη γενίκευση, έρχονται να προσθέσουν και τις ελλιπείς αριθμητικές ικανότητες καθώς και την προσήλωση των μαθητών στην εύρεση αναδρομικών προσεγγίσεων (Zazkis & Liljedahl, 2002). Τα μοτίβα ως ένα σκαλοπάτι στην αλγεβρική σκέψη, απαιτούν από τους μαθητές να προβαίνουν σε σωστές γενικεύσεις, κάτι που φαίνεται να δημιουργεί πολλές δυσκολίες. Η Lannin (2005) τονίζει την αδυναμία των μαθητών να διατυπώνουν με σωστό τρόπο μαθηματικές εκφράσεις, ενώ όσον αφορά την πορεία προς την αλγεβρική συλλογιστική, παρατηρείται αντίστοιχη δυσκολία στη διατύπωση αλγεβρικών προτάσεων (Ellis, 2011). Τέλος, σύμφωνα με την Ellis (2011), τα αποτελέσματα των ερευνών των Pegg & Redden (1990), Schliemann, Carraher & Brizuela (2001) και Szombathely & Szarvas (1998) έδειξαν ότι οι μαθητές τείνουν να στρέφουν την προσοχή τους περισσότερο στα συμμεταβαλλόμενα μοτίβα και όχι στις σχέσεις αλληλεξάρτησης που οδηγούν αλγεβρικά στη γενίκευση. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να παρατηρείται αδυναμία διατύπωσης ενός γενικού αλγεβρικού τύπου ή συλλογισμού.

Η Lannin (2005), εντοπίζει τα προβλήματα που προκύπτουν σε σχέση με την αλγεβρική κατανόηση. Αναφέρει ότι καθώς οι μαθητές μετακινούνται από την εστίαση σε συγκεκριμένα παραδείγματα προς τη δημιουργία γενικεύσεων αντιμετωπίζουν σημαντικές δυσκολίες. Παρόλα αυτά για να τονίσει τη σημασία αυτής της διαδικασίας, παραθέτει τη δήλωση του Dienes το 1961: «Μια γενίκευση που φαίνεται να παίρνει πολύ χρόνο (για να αναπτυχθεί από τους μαθητές) είναι αυτή από μια αρχική τάξη μικρών, οικείων αριθμών σε «οποιονδήποτε αριθμό». Εάν αυτή η γενίκευση δεν πραγματοποιηθεί, η άλγεβρα δεν μπορεί να γίνει κατανοητή».

Όσον αφορά το ιδιαίτερα κρίσιμο κομμάτι της γενίκευσης στα μοτίβα, σημαντικές δυσκολίες ανέκυψαν στην άμεση και σωστή χρήση αλγεβρικών συμβολισμών. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η αλγεβρική σκέψη προέκυψε μέσα από εναλλακτικές μορφές επικοινωνίας των ευρημάτων τους. Μάλιστα, μόλις οι μαθητές αντιλαμβάνονται ένα μοτίβο με ένα συγκεκριμένο τρόπο, φαίνεται να εμμένουν σε αυτή την αρχική αντίληψη ακόμα και αν είναι ατελής. Θα πρέπει να αναπτυχθεί μια πιο ευέλικτη θεώρηση των μοτίβων, προκειμένου να βοηθηθούν οι μαθητές να εντοπίσουν αυτά που μπορούν να οδηγήσουν σε αλγεβρικό συμβολισμό (Zazkis & Liljedahl, 2002).

Η εισαγωγή των μαθητών στην άλγεβρα αποτελεί σημείο κριτικής, καθώς φαίνεται πως η μετάβαση από τις λέξεις στα σύμβολα γίνεται κάπως απότομα και βιαστικά. Ως εναλλακτική λύση, αρκετοί ερευνητές προτείνουν την εξερεύνηση προτύπων και πιο συγκεκριμένα των "αλγεβρικά χρήσιμων μοτίβων". Σύμφωνα με τη Lee , όπως αναφέρεται στους Zazkis & Liljedahl (2002), το μείζον πρόβλημα σε αυτή τη διαδικασία για τους μαθητές δεν είναι να «διακρίνουν το μοτίβο» αλλά να το αντιληφθούν ως «αλγεβρικά χρήσιμο μοτίβο».

2.5 Ενδεικτικές έρευνες σχετικά με τα μοτίβα

2.5.1 Χωρίς τη χρήση τεχνολογίας

Η σημασία που έχουν αποδώσει οι επιστήμονες στο ρόλο των μοτίβων στα μαθηματικά έχει οδηγήσει τους ερευνητές να μελετήσουν διάφορες πτυχές τους στη μαθησιακή διαδικασία σε όλες τις εκπαιδευτικές βαθμίδες.

Ο Radford (2000), διεξήγαγε τριετή έρευνα στους μαθητές 4 τάξεων από 2 διαφορετικά σχολεία. Ο σκοπός της έρευνας ήταν να μελετηθεί με ποιον τρόπο οι μαθητές χρησιμοποιούν τα σύμβολα κατά την αλγεβρική γενίκευση στα μοτίβα κατά την ενασχόλησή τους με ειδικά σχεδιασμένες εκπαιδευτικές δραστηριότητες. Οι μαθητές εργάστηκαν σε ομάδες των 2-4 ατόμων, βιντεοσκοπήθηκαν και κατόπιν αναλύθηκαν οι συζητήσεις μιας μικρής υποομάδας του δείγματος. Τα αποτελέσματα είναι ενδεικτικά για το πως οι μαθητές χρησιμοποιούν τα σύμβολα (προφορικά ή γραπτά) και τις έννοιες ενώ κατασκευάζουν γενικεύσεις στα μοτίβα ως μέρος της πορείας τους προς τη δόμηση αλγεβρικής σκέψης.

Με αφετηρία τα προσχολικά χρόνια τα οποία αναγνωρίζονται ευρέως ως μια περίοδος βαθιάς αναπτυξιακής αλλαγής, όπου ξεκινούν πολλές μαθηματικές έννοιες φαίνεται πως τα παιδιά εκδηλώνουν αυτοβούλως ενδιαφέρον για τα μοτίβα καθώς και ότι η ενασχόλησή τους με αυτά προσφέρει πλούσιες μαθησιακές εμπειρίες. Αυτή τη φύση των επεισοδίων μαθηματικών μοτίβων μελέτησε η Fox (2005). Σε μια μελέτη περίπτωσης πολλαπλών τοποθεσιών, διερευνήθηκε η εμπλοκή των παιδιών σε εμπειρίες μαθηματικών μοτίβων, καθώς και η εμπλοκή και η επιρροή των δασκάλων σε αυτές τις εμπειρίες. Μελετήθηκαν δύο τάξεις των 25 μαθητών προσχολικής ηλικίας, και συλλέχθηκαν περίπου 80 ώρες βιντεοπαρατήρησης οι οποίες αναλύθηκαν και προέκυψαν 10 επεισόδια σχετικά με τα μοτίβα εκ των οποίων τα δύο προέκυψαν από τους ίδιους τους μαθητές. Η ανάλυση αυτών των συγκεκριμένων επεισοδίων σχετικά με τα μοτίβα αποκάλυψε ότι παρέχουν πλούσιες ευκαιρίες μάθησης τόσο στα παιδιά που ξεκινούν τα επεισόδια όσο και στους συνομηλίκους τους που μοιράζονται τα επεισόδια. Τα αποτελέσματα υπογραμμίζουν επίσης τον σημαντικό ρόλο του δασκάλου στην προώθηση της ανάπτυξης μοτίβων των παιδιών.

Οι Warren & Cooper (2007a), έχοντας ως βασικό άξονα τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα και τη σύνδεσή τους με την έννοια της αναλογίας διενήργησαν έρευνα σε 51 μαθητές ηλικίας 9,5 ετών. Τα αποτελέσματα της έρευνας δείχνουν ότι ακόμα και μετά από μια σύντομη περίοδο παρέμβασης, τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα μπορούν να λειτουργήσουν ως γέφυρες για την εισαγωγή της έννοιας της αναλογίας. Φαίνεται επίσης ότι συγκεκριμένες αναπαραστάσεις και ενέργειες του εκπαιδευτικού βοήθησαν τους μαθητές να προσδιορίσουν την αναλογία, να αναγνωρίσουν την ισοδυναμία μεταξύ συγκεκριμένων αναλογιών και να αρχίσουν να αναπαριστούν αυτές τις ιδέες σε συστήματα αφηρημένης σημειογραφίας.

Οι ίδιοι, έχοντας παρατηρήσει τις δυσκολίες των μαθητών να εκφράσουν αλγεβρικά τις σχέσεις σε αναπτυσσόμενα μοτίβα, το ίδιο έτος διενήργησαν και άλλη μελέτη. Το δείγμα αποτελούσαν 45 μαθητές δύο τάξεων με μέσο όρο ηλικίας 8,5 έτη. Η έρευνα διεξήχθη σε μια ακολουθία δύο μαθημάτων διάρκειας μίας ώρας το κάθε ένα. Το πρώτο μάθημα επικεντρώθηκε στην αντιγραφή, συνέχιση, περιγραφή και πρόβλεψη απλών αναπτυσσόμενων μοτίβων. Το δεύτερο μάθημα περιελάμβανε την επανεξέταση ορισμένων μοτίβων, την επέκταση της γλώσσας και της σκέψης των νεαρών μαθητών για να περιγράψουν και να προβλέψουν τα μοτίβα για οποιαδήποτε θέση, αντιστρέφοντας τη σκέψη (δηλαδή, προσδιορίζοντας τη θέση όταν δίνεται το μοτίβο). Θεωρήθηκε ότι αυτοί οι τύποι δραστηριότητας θα βοηθούσαν τους μαθητές να εστιάσουν ιδιαίτερα στη σχέση μεταξύ του αριθμού θέσης και του προτύπου. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η διαπίστωση των ερευνητών ότι η μετατροπή ενός οπτικού μοτίβου σε πίνακα τιμών (μέθοδος που προτείνεται από τα σχολικά εγχειρίδια), αύξησε το φορτίο επεξεργασίας, καθιστώντας την εργασία πιο δύσκολη. Στην πραγματικότητα, η διαδοχική καταγραφή δεδομένων σε έναν πίνακα φάνηκε να ενθαρρύνει τη σκέψη μεμονωμένων αλλαγών, την εύρεση σχέσεων κατά μήκος της ακολουθίας των αριθμών αντί για την εύρεση της σχέσης μεταξύ των ζευγών. Τα αποτελέσματα της έρευνας ήταν ιδιαίτερα ενθαρρυντικά καθώς φάνηκε ότι οι μικροί μαθητές είναι ικανοί όχι μόνο να σκεφτούν τη σχέση μεταξύ δύο συνόλων δεδομένων, αλλά και να εκφράσουν αυτή τη σχέση με μια πολύ αφηρημένη μορφή (Warren & Cooper, 2007b).

Οι Carraher et al (2008), μέσα από ένα δείγμα 15 μαθητών ηλικίας 8-9 ετών, εστίασαν στα μοτίβα, τις συναρτήσεις και τη μαθηματική γενίκευση με στόχο να μελετήσουν τον τρόπο που οι μαθητές παράγουν και αναπαριστούν γενικεύσεις. Η έρευνα διεξήχθη σε δύο διαδοχικά μαθήματα ενώ την υπόλοιπη χρονιά είχαν προηγηθεί 33 μαθήματα με στόχο να βοηθήσουν τους μαθητές να σημειώσουν και να διατυπώσουν τις γενικές σχέσεις που βλέπουν μεταξύ των μεταβλητών. Μέσα από φύλλα εργασίας ζητήθηκε να προσδιοριστεί ο πλήθος των ατόμων που κάθονται σε ένα τραπέζι και να διαπιστώσουν πως μεταβάλλεται ο αριθμός αυτός συναρτήσει του πλήθους και του σχήματος των τραπεζιών προσδιορίζοντας παράλληλα τη συνάρτηση. Στηριζόμενοι στα αποτελέσματα που προέκυψαν, προτείνουν αρχικά οι μαθητές να καταφέρουν να εντοπίζουν μοτίβα, να κάνουν γενικεύσεις και να σημειώνουν τις παρατηρήσεις τους. Έπειτα, να μάθουν να διατυπώνουν αλγεβρικά τα ευρήματά τους και τέλος, μέσα από αυτές τις αλγεβρικές εκφράσεις να δομούν νέα γνωστικά σχήματα.

Οι Moss & McNab (2011), έχοντας δείγμα μαθητές ηλικίας 7-8 ετών από 6 τάξεις μεγέθους 20-22 η κάθε μία, διενήργησε εκπαιδευτική παρέμβαση διάρκειας 10-14 μαθημάτων των 40 λεπτών. Οι δραστηριότητες είχαν παιγνιώδη χαρακτήρα και κύριος στόχος ήταν να βρεθεί ο κανόνας πίσω από ένα μοτίβο θέτοντας την ερώτηση: «Μάντεψε τον κανόνα μου». Μελετήθηκαν σύνθετα αναπτυσσόμενα μοτίβα έχοντας την πεποίθηση ότι βοηθούν στην εισαγωγή στις γραμμικές συναρτήσεις. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι οι μαθητές είναι σε θέση να κάνουν προβλέψεις για την εξέλιξη ενός μοτίβου, να εντοπίζουν τον κανόνα τους αλλά και να κατασκευάζουν μοτίβα. Επίσης, η νέα γνώση σχετικά με τους κανόνες φάνηκε ότι μεταφέρεται και σε διαφορετικά πλαίσια.

Τέλος, οι Rivera & Becker (2008) θέλησαν να μελετήσουν σε ποιο βαθμό οι μαθητές μπορούν να κάνουν περίπλοκες γενικεύσεις σε εικονιστικά μοτίβα. Επιλέχθηκε δείγμα 29 μαθητών της 6ης τάξης ενώ η έρευνα κράτησε 3 χρόνια. Για το σκοπό της ανάλυσης δεδομένων, έγιναν συνεντεύξεις πριν και μετά τις παρεμβάσεις και βιντεοσκοπήθηκαν οι πειραματικές διδασκαλίες. Από τη μελέτη, ταυτοποιήθηκαν τρεις τύποι γενίκευσης. Τα αποτελέσματα αποκάλυψαν ότι οι μαθητές τείνουν να μετατοπίζονται από μια εικονική σε μια αριθμητική στρατηγική για τον προσδιορισμό των μορφολογικών μοτίβων, τάση η οποία δεν είναι πάντα ωφέλιμη στην αναπαραστατική τους ευχέρεια και τις επαγωγικές αιτιολογήσεις.

2.5.2 Με τη χρήση τεχνολογίας

Οι Cho et al. (2012), ασχολήθηκαν με τη γενίκευση των μοτίβων με σχήματα και τον αλγεβρικό τρόπο σκέψης. Διεξήγαγαν μελέτη με εκπαιδευτικές δραστηριότητες στο μικρόκοσμο JavaMAL έτσι ώστε οι μαθητές να δημιουργήσουν και να εξερευνήσουν αντικείμενα μοτίβων διαδραστικά. Το δείγμα αποτελούσαν 20 χαρισματικοί μαθητές της 8ης τάξης και 25 τυπικοί μαθητές της 6ης τάξης οι οποίοι ασχολήθηκαν με τις δραστηριότητες αυτές. Οι μαθητές είχαν στη διάθεσή τους χειραπτικά και εκφραστικά εργαλεία για να υποστηρίξουν τη διαδικασία σκέψης τους για τη γενίκευση. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων βασίστηκε σε pre-tests και post-tests και έδειξε ότι η συλλογιστική πορεία για τα μοτίβα που ακολούθησαν οι μαθητές έγινε πιο σύνθετη και δομημένη. Φάνηκε επίσης ότι ο μικρόκοσμος JavaMAL ήταν πολύ χρήσιμος για να υποστηρίξει την αλγεβρική σκέψη των μαθητών για τη γενίκευση των μοτίβων.

Η Lannin (2005), έχοντας δείγμα 25 μαθητές της 6ης τάξης, μελέτησε τον τρόπο που σκέφτονται όταν καταπιάνονται με δραστηριότητες γενίκευσης μοτίβων χρησιμοποιώντας τα spreadsheets του υπολογιστή ως εκπαιδευτικό εργαλείο. Έγιναν 10 εκπαιδευτικές συνεδρίες. Κάθε μία από τις συνεδρίες της τάξης βιντεοσκοπήθηκε και ένας παρατηρητής στην τάξη κρατούσε σημειώσεις. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι ενώ κατά τη διάρκεια των συζητήσεων στην ολομέλεια, οι μαθητές ήταν γενικά σε θέση να κάνουν κατάλληλες γενικεύσεις και να αιτιολογούν χρησιμοποιώντας γενικά παραδείγματα, κατά τη διάρκεια συζητήσεων σε μικρές ομάδες, οι μαθητές σπάνια δικαιολογούσαν τις γενικεύσεις τους, ενώ ορισμένοι μαθητές μάλιστα, εστίαζαν περισσότερο σε συγκεκριμένες αξίες παρά σε γενικές σχέσεις. Τέλος, οι μαθητές που χρησιμοποίησαν γεωμετρικά σχήματα, κατάφεραν με επιτυχία να διατυπώσουν γενικά επιχειρήματα και έγκυρες αιτιολογήσεις.

Οι Geraniou et al. (2009), Διερεύνησαν τη χρήση του eXpresser σε πολλές ατομικές συνεδρίες και στην τάξη με 18 μαθητές υψηλών επιδόσεων ηλικίας 11-12 ετών. Μέσα από ειδικά σχεδιασμένες εκπαιδευτικές δραστηριότητες στο λογισμικό του μικρόκοσμου, θέλησαν να προσδιορίσουν αν οι μαθητές ήταν σε θέση να συνεργάζονται επιτυχώς και να διατυπώνουν τους κανόνες στους οποίους βασίζεται η γενίκευσή τους στα μοτίβα αλλά και το πότε και πώς παρενέβη ο δάσκαλος ή οι ερευνητές στην όλη διαδικασία. Τα δεδομένα αντλήθηκαν από τις λεπτομερείς σημειώσεις σχετικά με τις παρεμβάσεις των ερευνητών και του δασκάλου. Οι συνεδρίες καταγράφηκαν σε βίντεο και στη συνέχεια αναλύθηκαν και σχολιάστηκαν με τη βοήθεια των γραπτών παρατηρήσεων. Τα αποτελέσματα οδήγησαν στον προσδιορισμό των παρεμβάσεων των εκπαιδευτικών που θα μπορούσαν να ανατεθούν στο σύστημα καθώς και το είδος των πληροφοριών που θα ήταν χρήσιμες για την υποστήριξη των εκπαιδευτικών.

Οι Aktas et al. (2011), διερεύνησαν τη διδασκαλία διαφορετικών ειδών μοτίβων χρησιμοποιώντας κινούμενες εικόνες και δραστηριότητες στον υπολογιστή. Η παρέμβαση διήρκησε 4 ώρες ενώ το δείγμα αποτελούσαν 28 μαθητές με μέσο όρο ηλικίας τα 13 έτη. Τα δεδομένα συλλέχθηκαν μέσω pre-tests και post-tests και έδειξαν ότι οι ακαδημαϊκές επιδόσεις των μαθητών αυξήθηκαν χρησιμοποιώντας κινούμενα σχέδια στον υπολογιστή και δραστηριότητες σχετικά με μοτίβα. Επίσης, βρέθηκε ότι υπήρχε σημαντική διαφορά μεταξύ των ακαδημαϊκών επιδόσεων των μαθητών σχετικά με διαφορετικούς τύπους των μοτίβων.

2.6 Συμπεράσματα

Τα μοτίβα (patterns) διαδραματίζουν ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο στην επίλυση προβλημάτων σε όλους τους τομείς της ζωής. Η αναγνώριση των μοτίβων αποτελεί κυρίαρχη στρατηγική στα μαθηματικά και συχνά χαρακτηρίζεται ως «η τέχνη των μαθηματικών». Ένα μοτίβο δεν είναι μαθηματικό αντικείμενο. Ακόμη και μαθηματικοί που ισχυρίζονται ότι τα μαθηματικά είναι η επιστήμη των προτύπων, θα παραδέχονταν ότι χρησιμοποιούν τον όρο με μια εξωμαθηματική, σχεδόν ποιητική, έννοια. Η επιστημονική κοινότητα δεν έχει καταλήξει σε συμφωνία για το τι είναι τα πρότυπα, ούτε για τις ιδιότητες και τις λειτουργίες τους. Αυτό είναι ένα σαφές μειονέκτημα αν ελπίζει κανείς να οδηγήσει τους μαθητές προς τη μαθηματική γενίκευση που βασίζεται σε αυστηρά συμπεράσματα (Carraher et al., 2008).

Τα σύγχρονα εκπαιδευτικά προγράμματα επικεντρώνονται στα αποτελέσματα τα οποία πλέον γίνεται προσπάθεια να είναι συγκεκριμένα και μετρήσιμα. Κάθε γνωστικό αντικείμενο συνδέεται τόσο με άλλα μαθήματα όσο και με την ίδια τη ζωή. Το πεδίο εφαρμογής της επίλυσης προβλημάτων και της ανάπτυξης μαθηματικής σκέψης ξεφεύγει από το αυστηρό πλαίσιο της τάξης και εντοπίζεται σε όλες τις πτυχές της ζωής (ή τουλάχιστον αυτός είναι ο στόχος). Ειδικότερα ως προς τα μοτίβα, τα οποία σύμφωνα με μελέτες αποτελούν τον συνδετικό κρίκο με τον αλγεβρικό τρόπο νόησης, αν και εντοπίζονται σε όλες τις τάξεις του δημοτικού με συνεχή εμπλουτισμό των επιδιωκόμενων στόχων, οι εφαρμογές τους είναι απλοϊκές ενώ στις πιο σύνθετες δίνεται η οδηγία να χρησιμοποιηθεί χειραπτικό υλικό για να διευκολυνθούν οι μαθητές. Τέλος, προβληματισμό προκαλεί το γεγονός ότι αν και διανύουμε μια εποχή τεχνολογικού αναβρασμού με πολλές εκπαιδευτικές προεκτάσεις, η ένταξη των ΤΠΕ με συστηματικό και μεθοδευμένο τρόπο δεν περιλαμβάνεται στα περισσότερα ΑΠΣ.

Τα μοτίβα ως κομμάτι των μαθηματικών έχουν μελετηθεί εκτενώς κυρίως λόγω της συμβολής τους στην κατάκτηση αλγεβρικών δεξιοτήτων. Αναλύοντας σχετικές έρευνες, φαίνεται πως οι μαθητές κατά την ενασχόλησή τους με αυτό το γνωστικό κομμάτι, αντιμετωπίζουν δυσκολίες και μάλιστα τα προβλήματα που παρουσιάζουν οι μαθητές σε σχέση με τα μοτίβα έχουν κάποια κοινά χαρακτηριστικά. Ενδεικτικά, σταθερά ανακύπτει η επιφανειακή κατανόηση των πράξεων, η προσκόλληση σε αναδρομικές προσεγγίσεις ή σε ανακριβείς αναλογικούς συλλογισμούς, που αποτρέπει τους μαθητές από τον προσδιορισμό της γενικής δομής των μοτίβων.

Κεφάλαιο 3 Απτές Διεπαφές Χρήστη (Tangible User Interface)

3.1 Ενσώματη γνώση

Η θεωρία της Ενσώματης Γνώσης (Embodied Cognition Theory), δίνει έμφαση στη σημασία του σώματος για την ανάπτυξη γνωστικών ικανοτήτων. Συγκεκριμένα, η θεωρία βασίζεται στην ιδέα ότι το σώμα ή οι αλληλεπιδράσεις του σώματος με το περιβάλλον συνιστούν ή συμβάλλουν στη δημιουργία της γνώσης (Shapiro, 2010). Ως θεωρία, λαμβάνει υπόψη ότι το ανθρώπινο σώμα μπορεί να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στη γνωστική διαδικασία, στο να σκέφτεται και να ενεργεί το άτομο στον κόσμο (Kosmas & Zaphiris, 2018). Υπάρχει στενή συσχέτιση ανάμεσα στη γνώση, το νου και τον τρόπο που σωματικά κάποιος βιώνει τις καταστάσεις. Οι σύνθετες συμπεριφορές που εμφανίζει το άτομο προκύπτουν από τις εμπειρίες που βιώνει υπό το πρίσμα των βιολογικών περιορισμών που υφίσταται (Núñez et al., 1999). Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, οι γνωστικές διαδικασίες είναι άρρηκτα συνδεδεμένες με το σύνολο των αλληλεπιδράσεων του σώματος με το περιβάλλον (Wilson, 2002).

Οι Lakoff and Núñez, αναφέρουν ότι ακόμα και οι πλέον αόριστες έννοιες στα μαθηματικά, μία επιστήμη που είναι εξ' ολοκλήρου γέννημα του ανθρώπινου νου, μπορούν να κατασκευαστούν μέσω ανθρώπινων γνωστικών μηχανισμών που επεκτείνουν τη δομή της σωματικής εμπειρίας (θερμική, χωρική, χρωματική κ.λπ.) διατηρώντας παράλληλα την συμπερασματική οργάνωση αυτών των τομέων της σωματικής εμπειρίας (Hersh, 2006).

Η θεωρία είναι σχετικά πρόσφατη στον ακαδημαϊκό τομέα, ενώ εμπειρικά μελετήθηκε μόλις τις τελευταίες δεκαετίες. Παρόλα αυτά, η παρουσία της είναι δυναμική σε πολλούς διαφορετικούς κλάδους όπως η γνωστική επιστήμη, η εκπαίδευση, η νευροεπιστήμη ενώ διαφαίνονται οι μεγάλες δυνατότητές της σε πολλούς άλλους κλάδους (Kosmas & Zaphiris, 2018).

Στη μαθησιακή διαδικασία εντοπίζονται τρεις βασικές πτυχές της θεωρίας όπως περιγράφονται στο έργο των Kosmas & Zaphiris (2018):

1. Ενσώματη μάθηση (Embodied learning): Αναζητά τους τρόπους με τους οποίους η θεωρία μπορεί να ωφελήσει τον τομέα της εκπαίδευσης. Μελετώνται εναλλακτικές μορφές διδασκαλίας που μπορούν να ενσωματωθούν και να γίνουν αποδεκτές στη σχολική τάξη.
2. Κιναισθητική μάθηση (Kinesthetic learning): Είναι το περιβάλλον μάθησης στο οποίο το υποκείμενο αλληλεπιδρά σωματικά με τη μαθησιακή εμπειρία. Η ανθρώπινη αντίληψη περιλαμβάνει τόσο αισθητηριακές όσο και κινητικές διεργασίες και αυτές λειτουργούν ως εργαλεία που διευκολύνουν τη διαδικασία της μάθησης.
3. Ενσώματη αλληλεπίδραση (Embodied interaction): Στόχος είναι να εξερευνήσει το ρόλο του σώματος στις εκπαιδευτικές τεχνολογίες ώστε να δημιουργηθούν κατάλληλες σχεδιαστικές μεθοδολογίες και στρατηγικές για την ανάπτυξη διαδραστικών εμπειριών.

Η συνεχώς αυξανόμενη εμπλοκή των τεχνολογικών εργαλείων στην προσπάθεια να ενισχυθεί η μαθησιακή διαδικασία, έχει φέρει στο φως νέες διαστάσεις στο ερευνητικό πεδίο της εκπαιδευτικής τεχνολογίας. Σε αυτό το πλαίσιο εντείνεται το ενδιαφέρον για την ενσώματη μάθηση δεδομένου ότι παρέχουν νέες διδακτικές προσεγγίσεις και αλληλεπιδράσεις (Kosmas & Zaphiris, 2018).

Η σωματική εμπλοκή σε μια μαθησιακή δραστηριότητα –είτε αυτό σημαίνει ότι το παιδί κινεί αντικείμενα είτε το ίδιο το σώμα του– βοηθά στο να αποκτήσει νόημα η δραστηριότητα για το παιδί. Αυτό οφείλεται εν μέρει στο ότι τα φυσικά αντικείμενα βοηθούν τα παιδιά να δουν (και επομένως να κατανοήσουν καλύτερα) αφηρημένες έννοιες με έναν νέο τρόπο. Το άλλο όφελος της σωματικής εμπλοκής είναι ότι το παιδί πρέπει να χρησιμοποιεί περισσότερα κέντρα του εγκεφάλου του στη δραστηριότητα. Το σημαντικότερο από την πλευρά του εκπαιδευτικού είναι η εύρεση της καλύτερης φυσικής αναπαράστασης των αφηρημένων εννοιών που διδάσκονται, έτσι ώστε τόσο ο χειρισμός όσο και η ανατροφοδότηση που υποστηρίζεται από υπολογιστή να αξιοποιούνται για τη βελτίωση της μάθησης. Οι αφηρημένες έννοιες πρέπει να αντιστοιχίζονται σε φυσικές οντότητες και περιβάλλοντα με τρόπο που να βοηθά το παιδί να κάνει τη σύνδεση μεταξύ του συγκεκριμένου και του αφηρημένου. Για παράδειγμα, η ποσότητα μπορεί να μεταφραστεί από «εμβαδόν πολυγώνου» σε «αριθμός τριγώνων που χωράνε σε αυτό το σχήμα». Θα μπορούσε κανείς να υποστηρίξει ότι το είδος της κατανόησης που εξελίσσεται από τη φυσική έννοια της κίνησης πλακιδίων μπορεί να διαφέρει από τη νοητική εικόνα που παράγεται κοιτάζοντας ένα πολύγωνο (Scarlatos, 2006).

Νέες συσκευές απτής διεπαφής και τεχνολογίες μας περιβάλλουν ολοένα και περισσότερο, επιτρέποντας άμεσο χειρισμό και καθηλωτικές εμπειρίες μέσω εργαλείων, συμπεριλαμβανομένων συσκευών αφής, αισθητήρων κίνησης και εικονικής πραγματικότητας (Tran et al., 2017). Οι συσκευές απτής διεπαφής έχουν ως στόχο να δώσουν στα ψηφιακά δεδομένα φυσική μορφή και το αντίστροφο. Με αυτό τον αναδρασιακό βρόγχο ανάμεσα στον ψηφιακό και φυσικό κόσμο, η αλληλεπίδραση γίνεται άμεσα και φυσικά, ιδίως από άτομα που έχουν αυξημένη κιναισθητική νοημοσύνη (Palaigeorgiou et al., 2017).

Για να προσδιορίσουν το επίπεδο της ενσωμάτωσης στα νέα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα, οι (Johnson-Glenberg et al., 2014), πρότειναν μια ταξινόμηση που περιλαμβάνει τους εξής παράγοντες:

1. Την κινητική εμπλοκή
2. Τη συνάφεια χειρονομίας (δηλαδή, πόσο καλά αντιστοιχίζεται η προκληθείσα χειρονομία με το περιεχόμενο της γνώσης)
3. Την αντίληψη της βύθισης

Είναι χρήσιμο να βασιστούμε σε αυτήν την ταξινόμηση όταν εξετάζεται η χρήση τεχνολογιών για τη βελτίωση των ενσωματωμένων μαθησιακών εμπειριών για τα μαθηματικά (Tran et al., 2017).

3.2 Το χειραπτικό υλικό στην εκπαίδευση

Εδώ και πολλά χρόνια οι ερευνητές έχουν επικεντρωθεί στην κατανόηση του τρόπου με τον οποίο οι μαθητές μαθαίνουν συμβολικά μαθηματικά. Από την έρευνα, ανέκυψε η θεωρία της εξασθένησης του συγκεκριμένου (concreteness fading) η οποία αποτελεί θεμέλιο λίθο για τα παραδοσιακά χειραπτικά υλικά στα μαθηματικά. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση στο πλαίσιο των μαθηματικών, ενθαρρύνεται η παρουσίαση συγκεκριμένων ιδεών μέσα από φυσικές αλληλεπιδράσεις, σταδιακά γίνονται όλο και πιο αφηρημένες μέχρι που καταλήγουν στις συμβολικές αναπαραστάσεις. Πλήθος διδακτικών θεωριών, όπως η θεωρία της ενσώματης γνώσης, χρησιμοποιούν την αναφερθείσα προσέγγιση ως βασικό σχεδιαστικό χαρακτηριστικό.

Η εξασθένηση του συγκεκριμένου λειτουργεί ως μεταβατικό στάδιο ανάμεσα στις συγκεκριμένες και τις αφηρημένες αναπαραστάσεις και έχει αποδειχθεί ιδιαιτέρως ωφέλιμη για την εκπαιδευτική διαδικασία. Κατά την πρώτη φάση της διδασκαλίας, παρουσιάζεται στον εκπαιδευόμενο μία φυσική αναπαράσταση με χειραπτικά υλικά της προς διαπραγμάτευση μαθηματικής έννοιας . Στην πορεία προς την κατανόηση της αντίστοιχης αφηρημένης έννοιας, ο μαθητής υπόκειται σε αυτή την ενδιάμεση φάση η οποία συχνά υποστηρίζεται από τον εκπαιδευτικό (Zito et al., 2021).

Υπάρχουν ισχυροί γνωστικοί και αναπτυξιακοί λόγοι που υποδεικνύουν ότι η διάδραση με κατάλληλα φυσικά αντικείμενα, αποτελούν το καλύτερο εκπαιδευτικό περιβάλλον για τους μικρούς μαθητές. Ενδεικτικά, ο Piaget και άλλοι αναπτυξιακοί ψυχολόγοι τόνισαν τη σημασία του χειρισμού φυσικών αντικειμένων για τη γνωστική ανάπτυξη. Επιπρόσθετα, ο Vygotsky εμβάθυνε στη σημασία που έχει το παιχνίδι στην παιδική ανάπτυξη. Αντικείμενα παιχνιδιού μπορούν να είναι πράγματα του περιβάλλοντος όπως πέτρες, ξύλα, χαρτόκουτα κ.α. ή ειδικά σχεδιασμένα παιχνίδια όπως κούκλες, αυτοκινητάκια, τουβλάκια κ.α. (Revelle et al., 2005).

Τα χειραπτικά υλικά είναι υλικά μάθησης που επιτρέπουν στους μαθητές να κατανοήσουν αφηρημένες έννοιες και να τις συσχετίσουν με συγκεκριμένες εμπειρίες. Αυτές οι συγκεκριμένες εμπειρίες παρέχουν τη δυνατότητα να καταστεί εφικτή η μακροπρόθεσμη μονιμότητα των μαθηματικών δεξιοτήτων (Kontas, 2016). Μπορούν να έχουν διάφορες μορφές και συχνά ορίζονται ως «φυσικά αντικείμενα που χρησιμοποιούνται ως εργαλεία διδασκαλίας για τη συμμετοχή των μαθητών στην πρακτική εκμάθηση των μαθηματικών». Πρόκειται για υλικά που μπορεί κάποιος να τα αγοράσει, να τα φέρει από το σπίτι του ή ακόμα και να τα κατασκευάσει (Boggan et al., 2010). Επιτρέπουν στους μαθητές να ενσωματώνουν τις γνώσεις τους και να τις συνδέουν με τις σκέψεις τους προκειμένου να κατανοήσουν διεξοδικά τις μαθηματικές έννοιες, ενώ ταυτόχρονα η ενεργή συμμετοχή τόσο των μαθητών όσο και των εκπαιδευτικών, κάνει πιο διασκεδαστική τη διδακτική διαδικασία (Kontas, 2016). Επιπλέον, ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον χαρακτηριστικό των χειραπτικών υλικών είναι ότι επιτρέπουν την αυτοδιόρθωση. Για παράδειγμα, όταν ο μαθητής τοποθετήσει με τη λάθος σειρά τις αλληλοσυνδεόμενες ράβδους (Cuisenaire Rods), είναι οπτικά άμεσα αντιληπτό οπότε μπορεί να διορθώσει το λάθος και να ενισχύσει την κατανόηση της υποκείμενης μαθηματικής έννοιας (Zito et al., 2021).

Κάποια από τα πλέον γνωστά χειραπτικά υλικά στο πλαίσιο των μαθηματικών είναι:

- Το τάγκραμ, ιδανικό για τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών και την ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων.
- Τα μπλοκ μοτίβων (pattern blocks), χρήσιμα για την εξερεύνηση τόσο των γεωμετρικών σχημάτων όσο και πολλών άλλων εννοιών όπως τα κλάσματα, τον πολλαπλασιασμό και την διαίρεση.
- Οι αλληλοσυνδεόμενοι ράβδοι (Cuisenaire Rods), ωφέλιμοι στην προσέγγιση της ποσότητας και του αριθμού, τις αριθμητικές πράξεις και τα κλάσματα.
- Ο πύργος του Ανόι, για τα μεγαλύτερα παιδιά, αποτελεί ιδανικό εργαλείο για την κατανόηση της αναδρομικότητας και κατ' επέκταση των αναδρομικών συναρτήσεων (Scarlatos, 2006).

Κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών, πρώτα επιτυγχάνεται η κατανόηση της έννοιας μέσω της χρήσης συγκεκριμένων χειραπτικών υλικών και στη συνέχεια μεταφέρεται αυτή η γνώση σε αναπαραστασιακά μοντέλα π.χ. εικόνες, διαγράμματα κ.α. Με αυτό τον τρόπο γεφυρώνεται η μάθηση στο αφηρημένο επίπεδο κατανόησης συμβόλων και σημάτων λειτουργίας, έτσι ώστε τελικά οι μαθητές να μην χρειάζονται τα χειραπτικά υλικά για να κάνουν τα μαθηματικά (Furner & Worrell, 2017).

Καλά χειραπτικά υλικά θεωρούνται αυτά που έχουν νόημα για τον μαθητή, παρέχουν έλεγχο και ευελιξία, έχουν χαρακτηριστικά που αντικατοπτρίζουν ή συνάδουν με τις γνωστικές και μαθηματικές δομές και βοηθούν τον μαθητή να δημιουργήσει συνδέσεις μεταξύ διαφόρων τύπων γνώσης (Clements, 2000). Σύμφωνα με τους Seefeldt & Wasik, όπως αναφέρεται στο έργο των Boggan et al. (2010), τα χειραπτικά υλικά έχουν εφαρμογή σε ποικίλα μαθηματικά θέματα όπως είναι η επίλυση προβλημάτων, η επιχειρηματολογία, οι συσχετισμοί και οι εκτιμήσεις και ο ρόλος τους είναι να ενισχύουν τις αντιλήψεις των μαθητών αναφορικά με τις έννοιες των αριθμών, των μοτίβων, της γεωμετρίας, των μετρήσεων κ.α. Συνήθως, η συνεπής χρήση χειραπτικών υλικών στα μαθηματικά οδηγεί σε καλύτερες επιδόσεις και θετικότερες στάσεις. Το πόσο σημαντικά θα είναι τα οφέλη εξαρτάται από την τάξη, το επίπεδο ικανότητας αλλά και τη θεματολογία (δεδομένου ότι η επιλογή των χειραπτικών υλικών θα πρέπει να ταιριάζει με το θέμα) (Clements, 2000).

Ωστόσο, η χρήση των χειραπτικών υλικών επηρεάζεται από τις πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών σε σχέση με τη χρησιμότητά τους. Επιπλέον, πολύ συχνά απαιτείται επιπρόσθετη προσπάθεια από τη μεριά των μαθητών να εξάγουν μαθηματικές ιδέες και να τις νοηματοδοτήσουν όταν χρησιμοποιούν φυσικά αντικείμενα (Zito et al., 2021).

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η άποψη του Baroody (1989) ο οποίος υποστηρίζει ότι τα χειραπτικά υλικά δεν είναι ούτε επαρκή ούτε απαραίτητα για ουσιαστική μάθηση στα μαθηματικά. Αναγνωρίζει τη δυνατότητά τους να λειτουργήσουν ως χρήσιμα εργαλεία για τους μαθητές, ωστόσο αποθαρρύνει την «άκριτη» χρήση τους. Δάσκαλοι που πιστεύουν ότι αποτελούν ένα τρόπο εναλλαγής του μαθήματος ή μία μέθοδο ανταμοιβής ή ακόμα και παιχνιδιού, δεν πρόκειται να ενσωματώσουν πραγματικά τα χειραπτικά υλικά και τις έννοιες που προορίζονταν να μεταφέρουν στα διδακτικά τους μαθήματα. Ο μοναδικός τρόπος για να εξασφαλιστεί η αποτελεσματικότητά τους είναι ο σωστός σχεδιασμός και η προσεκτική χρήση τους (Furner & Worrell, 2017).

3.3 Παρουσίαση Απτών Διεπαφών Χρήστη (ΑΔΧ)

3.3.1 Γενικά χαρακτηριστικά των ΑΔΧ

Ο άνθρωπος μέσα από τη διαδικασία της εξέλιξης έχει αναπτύξει δεξιότητες ως προς την αίσθηση και το χειρισμό του φυσικού περιβάλλοντος. Ωστόσο, οι περισσότερες από αυτές τις δεξιότητες δε χρησιμοποιούνται κατά την αλληλεπίδραση με τον ψηφιακό κόσμο όπου περιορίζεται σε μεγάλο βαθμό στις Γραφικές Διεπαφές Χρήστη (ΓΔΧ) (Graphical User Interfaces GUIs). Οι ΓΔΧ αναπαριστούν πληροφορίες (bit) με τη μορφή πίξελ και ο χειρισμός τους γίνεται με συσκευές όπως το ποντίκι ή το πληκτρολόγιο και είναι ικανές να μιμηθούν γραφικά πολλά μέσα. Έχουμε μεγαλώσει με τη συντριπτική κυριαρχία του γραφικού περιβάλλοντος χρήστη και του στυλ αλληλεπίδρασης όπου τα καθημερινά αντικείμενα έχουν χαρτογραφηθεί και παρουσιαστεί ως δισδιάστατα σύμβολα σε μία οθόνη (Guerrero et al., 2016). Παρόλα αυτά, η αλληλεπίδραση με τις ΓΔΧ δεν εμπλέκει τις δεξιότητες και τα οφέλη που προκύπτουν από το χειρισμό φυσικών αντικειμένων. Ως απάντηση σε αυτές τις προκλήσεις, στα μέσα του 1990 ξεκίνησε η μετάβαση από τις Γραφικές Διεπαφές Χρήστη στις Απτές Διεπαφές Χρήστη (Tangible User Interfaces TUIs) (Ishii, 2008). Αυτή η νέα αλληλεπιδραστική τεχνολογία άρει τους περιορισμούς που αναφέρθηκαν μιας και η απτικότητα μέσω του χειρισμού φυσικών αντικειμένων που χαρακτηρίζουν τις ΑΔΧ, φαίνεται ότι εμπλουτίζει τη μάθηση, ενισχύει τη λήψη αποφάσεων και τη διατήρηση των εννοιών (Nathoo et al., 2020).

Μέσω της Απτής Διεπαφής Χρήστης ένα άτομο αλληλεπιδρά με ψηφιακές πληροφορίες μέσω του φυσικού περιβάλλοντος. Ένας από τους πρωτοπόρους στον τομέα αυτό είναι ο Hiroshi Ishii του οποίου το όραμα, τα απτά δυφία (bits), είναι να δώσει φυσική μορφή στην ψηφιακή πληροφορία, καθιστώντας με αυτό τον τρόπο τα δυφία του υπολογιστή διαχειρίσιμα και αντιληπτά. Επιδιώκεται λοιπόν η σύζευξη αυτών των δύο πολύ διαφορετικών κόσμων: των δυφίων και των ατόμων (Roebuck, 2012). Στόχος των ΑΔΧ επομένως είναι η απρόσκοπτη διασύνδεση του ψηφιακού και του φυσικού κόσμου, ώστε να επιτρέψει στους ανθρώπους να αποκτήσουν γνώση του κόσμου γύρω τους μέσα από ολιστικές αλληλεπιδράσεις με το εξωτερικό τους περιβάλλον (Zhou & Wang, 2015).

Οι ΑΔΧ χάρη στη διαδραστικότητα που προσφέρουν μέσω του χειρισμού πραγματικών φυσικών αντικειμένων, φαίνεται να είναι πολλά υποσχόμενες στην εκπαίδευση. Η εξερεύνηση και ο χειρισμός φυσικών αντικειμένων αποτελούν βασικά συστατικά της μάθησης, ιδιαίτερα στις μικρές ηλικίες. Παραδοσιακά, η εκπαιδευτική δυναμική της ψηφιακής τεχνολογίας περιορίζεται από το γεγονός ότι ο χρήστης αλληλεπιδρά με αφηρημένα δισδιάστατα αντικείμενα που εντοπίζονται ως αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή. Ενσωματώνοντας λοιπόν την ψηφιακή τεχνολογία με τα φυσικά αντικείμενα, ουσιαστικά συνδυάζονται τα καλύτερα στοιχεία και από τις δύο προσεγγίσεις. Οι ΑΔΧ επιτρέπουν στο χρήστη να αντικαταστήσει τα συμβατικά μέσα όπως πληκτρολόγιο, ποντίκι, οθόνη με κατάλληλα για την εκάστοτε εκπαιδευτική δραστηριότητα φυσικά αντικείμενα (Revelle et al., 2005).

Ο σχεδιασμός των ΑΔΧ τους προσδίδει τέσσερις βασικές ιδιότητες όπως αναφέρουν στο έργο τους οι Zhou & Wang (2015):

1. Τα φυσικά αντικείμενα συνδέονται με τα ψηφιακά δεδομένα μέσα από εξειδικευμένες υπολογιστικές λειτουργίες.
2. Η αλληλεπίδραση γίνεται μέσω των απτών αντικειμένων. Με το χειρισμό των φυσικών αντικειμένων επιτυγχάνεται ο διαδραστικός έλεγχος.
3. Τα απτά αντικείμενα συνδέονται με συγκεκριμένες ψηφιακές αναπαραστάσεις.
4. Σε περίπτωση που διακοπεί η παροχή ρεύματος στο σύστημα, η φύση των απτών αντικειμένων είναι τέτοια που επιτρέπει εν μέρει τη διατήρηση της λειτουργικότητας.

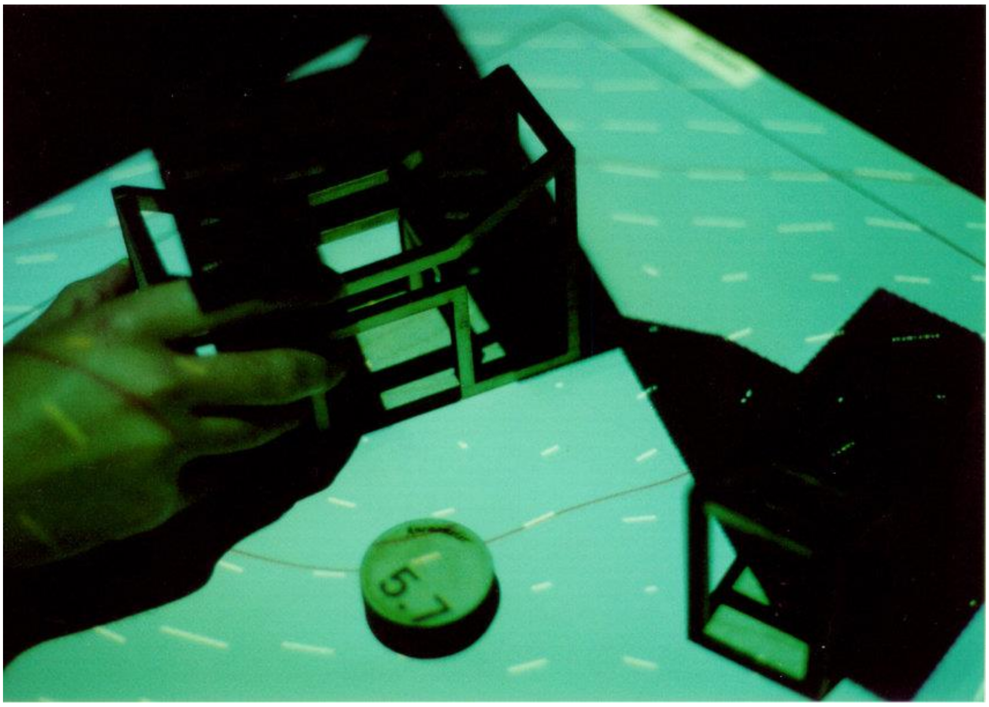
Παρά τη χρησιμότητα των ΑΔΧ που έχει αναδειχθεί από πλήθος ερευνών, η βιβλιογραφική ανασκόπηση ανέδειξε και κάποιους περιορισμούς που χρήζουν περαιτέρω μελέτης. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι:

- Η υιοθέτηση των ΑΔΧ σε εκπαιδευτικά περιβάλλοντα απαιτεί εξειδικευμένο προσωπικό με τεχνολογικές δεξιότητες για τη σωστή εκμετάλλευση αυτού του τύπου συστημάτων.
- Η έλλειψη τεχνολογικής υποδομής σε εκπαιδευτικά περιβάλλοντα για την υποστήριξη αυτού του τύπου αλληλεπίδρασης περιορίζει την εφαρμογή του.
- Απαιτείται περαιτέρω έρευνα για να διευκολυνθεί η αλληλεπίδραση του χρήστη με απτά αντικείμενα, προκειμένου να γίνει μια «ήρεμη τεχνολογία».
- Η ενοποίηση των ΑΔΧ με τα κοινωνικά δίκτυα και τις τεχνικές παιχνιδιών θα μπορούσε να προσφέρει επιπλέον κίνητρα σε εκπαιδευτικά περιβάλλοντα.
- Ο ορισμός συγκεκριμένων και καλά καθορισμένων μετρήσεων για τη σύγκριση της απόδοσης των μαθητών χρησιμοποιώντας μαθησιακές δραστηριότητες που βασίζονται σε ΓΔΧ και ΑΔΧ.
- Η εκτέλεση εργονομικών μελετών σε εκπαιδευτικά περιβάλλοντα με επίκεντρο τη φυσική σχεδίαση Απτών αντικειμένων (Gallud et al., 2022).

3.3.2 Κατηγορίες ΑΔΧ και ενδεικτικά παραδείγματα

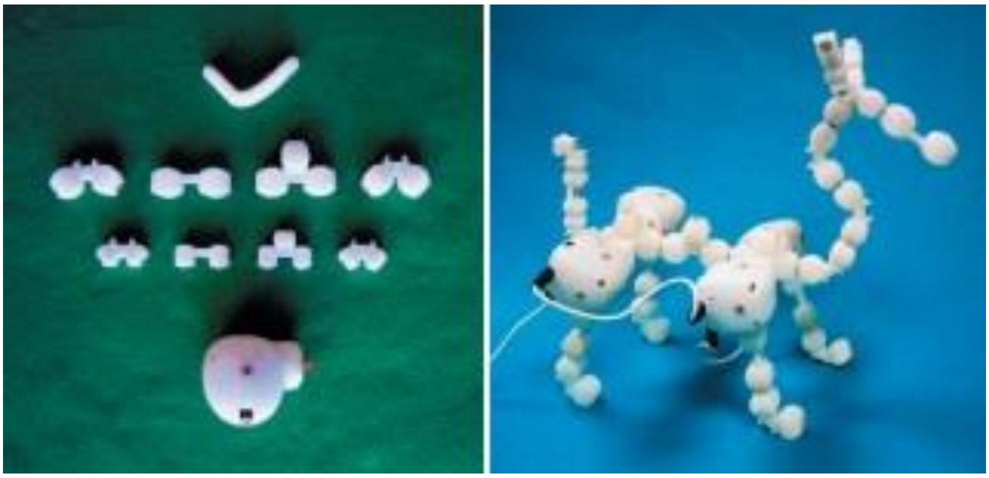
Οι Shaer & Hornecker (2010), αναφέρουν τους βασικούς τύπους ΑΔΧ:

1. Διαδραστικές επιφάνειες (Interactive Surfaces). Απτά αντικείμενα τοποθετούνται σε μια επίπεδη επιφάνεια και εκεί ο χρήστης τα χειρίζεται. Κατόπιν το σύστημα ερμηνεύει είτε τον τρόπο που είναι τοποθετημένα είτε τις μεταξύ τους σχέσεις. Ένα κλασικό παράδειγμα αποτελεί το Urp . Το Urp χρησιμοποιεί φυσικά μοντέλα αρχιτεκτονικών κτιρίων υπό κλίμακα για να διαμορφώσει και να ελέγξει μια αστική προσομοίωση σκιάς, ανάκλασης φωτός, ροής ανέμου και κυκλοφοριακής συμφόρησης. Περιλαμβάνει επίσης ρολόι για την αλλαγή της θέσης του ήλιου, ειδική ράβδο που μεταβάλλει την επιφάνεια του κτιρίου μεταξύ τούβλων και γυαλιού (με ανάκλαση φωτός), ένα εργαλείο ανέμου για την αλλαγή της κατεύθυνσης του ανέμου και ένα ανεμόμετρο για τη μέτρηση της ταχύτητας του ανέμου (Ishii, 2008).



Εικόνα 3.1 Το Urp , μία ΑΔΧ για τον αστικό σχεδιασμό που συνδυάζει φυσικά μοντέλα με διαδραστική προσομοίωση. Οι προβολές δείχνουν τη ροή του ανέμου και ένας ανιχνευτής ανέμου (το κυκλικό αντικείμενο) χρησιμοποιείται για τη διερεύνηση της ταχύτητας του ανέμου. Πηγή: Shaer, O., & Hornecker, E. (2010). Tangible User Interfaces: Past, Present, and Future Directions. *in Human–Computer Interaction*, *3*(1-2), 4-137.

2. Συναρμολογούμενες κατασκευές (Constructive Assembly). Στοιχεία που συνδέονται και συναρμολογούνται. Το σύστημα ερμηνεύει τόσο τη χωρική οργάνωση των επιμέρους στοιχείων, όσο και τη σειρά με την οποία εκτελείται κάθε ενέργεια. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της κατηγορίας είναι το Topobo. Πρόκειται για μια τρισδιάστατη συναρμολογούμενη κατασκευή η οποία έχει τη δυνατότητα να καταγράφει και εν συνεχεία να αναπαράγει φυσικές κινήσεις. Περιλαμβάνει στατικά αλλά και μηχανοκίνητα εξαρτήματα τα οποία συνδυάζοντάς τα μπορεί εύκολα κάποιος να συναρμολογήσει δυναμικές βιομορφικές φόρμες όπως ζώα και σκελετούς. Κάθε κίνηση που προκαλεί ο χρήστης στο σύστημα, καταγράφεται και κατόπιν αναπαράγεται με τον ίδιο τρόπο και την ίδια σειρά. Για παράδειγμα, μπορεί να κατασκευαστεί ένας σκύλος και να διδαχθεί να χειρονομεί και να περπατά στρίβοντας το σώμα και τα πόδια του. Στη συνέχεια, ο σκύλος θα επαναλάβει αυτές τις κινήσεις και θα περπατήσει επανειλημμένα (Raffle et al., 2004).



Εικόνα 3.2 Το Topobo αποτελείται από στατικά και μηχανοκίνητα εξαρτήματα (αριστερά), τα οποία καθώς συνδυάζονται μπορούν να κατασκευάσουν βιομορφικές μορφές (δεξιά) με κινητική μνήμη. Πηγή: Raffle, H. S., Parkes, A. J., & Ishii, H. (2004, April). Topobo: a constructive assembly system with kinetic memory. *Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems*, 647-654.

3. Συστήματα με μάρκες ή πιόνια και εξαρτήματα περιορισμού και καθοδήγησης (Token+Constraint systems). Τα εξαρτήματα περιορισμού (ράβδοι, εμπόδια, πλαίσια κ.α) παρέχουν στο σύστημα συγκεκριμένη δομή η οποία ελαχιστοποιεί και ελέγχει τις δυνατές τοποθετήσεις και κινήσεις των τοποθετούμενων εξαρτημάτων και μπορεί να βοηθήσει τον χρήστη παρέχοντας απτική καθοδήγηση κατά την αλληλεπίδραση με την ΑΔΧ (Raffle et al., 2004). Ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα είναι το DataTiles. Στο σύστημα αυτό, διαφανή πλαστικά τετράγωνα λειτουργούν ως τοποθετούμενα εξαρτήματα (tokens) τα οποία αντιπροσωπεύουν αρθρωτά στοιχεία λογισμικού που συνδυάζονται και συνθέτουν ένα γραφικά επαυξημένο πλέγμα δύο διαστάσεων. Αυτά τα πλακίδια επαυξάνονται με δυναμικές γραφικές πληροφορίες όταν τοποθετούνται σε ένα επίπεδο πάνελ με αισθητήρα. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν ανεξάρτητα ή μπορούν να συνδυαστούν σε πιο σύνθετες διαμορφώσεις, με τον ίδιο τρόπο που η γλώσσα μπορεί να εκφράσει σύνθετες έννοιες μέσω μιας ακολουθίας από απλές λέξεις (Rekimoto et al., 2001). Οι περιορισμοί (constraints) εφαρμόζονται με δύο τρόπους. Αρχικά, ο διαθέσιμος χώρος εργασίας είναι δισδιάστατος και επιτρέπει την τοποθέτηση των διαφανών τετραγώνων σε συγκεκριμένες θέσεις. Δεύτερον, ειδικές αυλακώσεις είναι χαραγμένες πάνω σε κάθε πλακίδιο και εξυπηρετούν το φυσικό περιορισμό της γραφίδας και κατά μία έννοια επίσης «περιορίζουν» τα δυναμικά γραφικά στοιχεία (π.χ. σημεία επιλογής) (Ullmer et al., 2005).

Εικόνα 3.3 Το σύστημα DataTiles, ένας συνδυασμός φυσικών και ψηφιακών στοιχείων. Πηγή: Rekimoto, Ullmer, B., & Oba, H. (2001). DataTiles: a modular platform for mixed physical and graphical interactions. *Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems*, 269-276.

3.3.3 Οι ΑΔΧ στην εκπαίδευση και ενδεικτικές έρευνες

Έχει αποδειχθεί τα τελευταία χρόνια ότι η παραδοσιακή μάθηση με τη βοήθεια υπολογιστή επηρεάζεται επίσης από διεπαφές χρήστη, όπως οι απτές. Τα χειροπιαστά αντικείμενα έχουν σημαντική θέση στο παιχνίδι και τις μαθησιακές δραστηριότητες των παιδιών. Χειραπτικά υλικά όπως ξύλινα μπλοκ και παζλ επιτρέπουν στα παιδιά να εξερευνήσουν επιστημονικές και μαθηματικές έννοιες όπως για παράδειγμα τον αριθμό, το σχήμα και το μέγεθος. Σήμερα υπάρχει μια αυξανόμενη παρουσία ειδικά σχεδιασμένων εκπαιδευτικών παιχνιδιών η οποία προωθεί τη μάθηση της επιστήμης, της τεχνολογίας, της μηχανικής και των μαθηματικών μέσω του παιχνιδιού. Πολλοί ερευνητές έχουν προτείνει ότι οι ΑΔΧ μπορούν να υποστηρίζουν τη μάθηση και την εκπαιδευτική διαδικασία διευρύνοντας τις ευκαιρίες μάθησης, μετασχηματίζοντας τις παραδοσιακές παιδαγωγικές προσεγγίσεις και προσδίδοντας παιγνιώδη χαρακτήρα στην μάθηση. Ταυτόχρονα, ενισχύεται ο προβληματισμός στα παιδιά διατηρώντας την προσοχή τους στη δραστηριότητα σε ένα μαθησιακό πλαίσιο. Φαίνεται ότι το φυσικό περιβάλλον μάθησης εμπλέκει όλες τις αισθήσεις και υποστηρίζει την ολόπλευρη ανάπτυξη του παιδιού, καθώς λαμβάνει άμεση ανατροφοδότηση από τις ΑΔΧ κατά την ενασχόληση με μια δραστηριότητα. Μελέτες έχουν δείξει ότι η χρήση των ΑΔΧ υποστηρίζει την κοινωνική αλληλεπίδραση μέσω της συνεργασίας, θεωρώντας μάλιστα τη συνεργασία ως βασική δεξιότητα για την προώθηση της ψηφιακής δικαιοσύνης. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι για παράδειγμα η αφήγηση παραμυθιών, ως μια τέτοια συλλογική προσπάθεια, μπορεί να γίνει πιο συγκεκριμένη με τη χρήση ΑΔΧ βοηθώντας έτσι τα παιδιά να αναπτύξουν δεξιότητες επικοινωνίας και να εκφραστούν ελεύθερα. Πράγματι, οι διαδικασίες συνεργατικού σχεδιασμού έχουν αναγνωριστεί ως η καλύτερη προσέγγιση για τον επαναπροσδιορισμό των παραδοσιακών τάξεων σε τάξεις ενεργητικής μάθησης. Επίσης, οι απτές αλληλεπιδράσεις μπορούν να υποστηρίξουν τη μάθηση σε άτυπα περιβάλλοντα σχεδιάζοντας εμπειρίες μάθησης.

Η έρευνα αποκάλυψε ότι οι ΑΔΧ παρέχουν μαθησιακά βοηθήματα λόγω της πρόσθετης απτικής διάστασης και της καλύτερης προσβασιμότητας στον κοινόχρηστο χώρο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε υποστηρικτικές περιστάσεις. Η ικανότητα ενσωμάτωσης της ψηφιακής τεχνολογίας σε φυσικά αντικείμενα έχει δημιουργήσει ενθουσιασμό για τη δυνατότητα σύνθεσης νέου εκπαιδευτικού υλικού, τα λεγόμενα ψηφιακά χειραπτικά υλικά (digital manipulatives). Ο χειρισμός των φυσικών αντικειμένων ενισχύει το πέρασμα μεταξύ φυσικών και εικονικών αναπαραστάσεων, βοηθώντας στην ομαλή μετάβαση στη διαδικασία συλλογισμού. Η έρευνα έχει προτείνει ότι οι ψηφιακά βελτιωμένοι χειρισμοί, θεωρούνται εύκολοι και διασκεδαστικοί στη χρήση εντούτοις, πρέπει ο σχεδιασμός να γίνεται με γνώμονα την ευχρηστία και την ευχαρίστηση που λαμβάνει ο χρήστης, ειδικά όταν απευθύνονται σε παιδιά. Η ενσωμάτωση γνωστών στοιχείων παιχνιδιού σε ΑΔΧ έχει αποδειχθεί ότι είναι αναπόσπαστο στοιχείο του σχεδιασμού για παιγνιώδη μάθηση. Αυτό είναι σύμφωνο με την έρευνα στην εξελικτική ψυχολογία που δείχνει ότι μέσα από το παιχνίδι τα παιδιά εξασκούν τις δεξιότητες που θα χρησιμοποιήσουν αργότερα στη ζωή (Guerrero et al., 2016).

Σύμφωνα με τους Liang et al. (2021), οι ψηφιακές ΑΔΧ φέρουν πολλά οφέλη στη μάθηση των παιδιών:

1. Παιγνιώδης χαρακτήρας: Το παιχνίδι αποτελεί μέρος της φύσης των παιδιών και συνεισφέρει καθοριστικά στην ολόπλευρη ανάπτυξη. Οι ΑΔΧ προωθούν τις παιγνιώδεις διαδράσεις με τα φυσικά αντικείμενα.
2. Δοκιμή και σφάλμα: Οι ΑΔΧ ενθαρρύνουν την εξερεύνηση και τον πειραματισμό μέσα από το ενεργό παιχνίδι με δοκιμή και σφάλμα. Τα παιδιά έχουν την ευκαιρία να δοκιμάζουν διαφορετικά πράγματα και να αντιστρέφουν εύκολα τις ενέργειές τους.
3. Αισθητηριακή δέσμευση: Οι ΑΔΧ εμπλέκουν πολλές αισθήσεις, οι οποίες μπορούν να βοηθήσουν την εποικοδομητική διαδικασία μάθησης.
4. Χωρική μάθηση: Η απτή αλληλεπίδραση βελτιώνει τη χωρική αντίληψη μέσω της φυσικής ενσωματωμένης αλληλεπίδρασης, για παράδειγμα, της περιστροφής αντικειμένων με τα χέρια. Οι χωρικές δεξιότητες είναι σημαντικές για καθημερινές εργασίες και συνδέονται επίσης με καλύτερες επιδόσεις σε κλάδους των θετικών επιστημών. Οι ΑΔΧ μπορούν επίσης να βελτιώσουν τη χωρική μνήμη.
5. Κοινωνική σύνδεση: Οι ΑΔΧ μπορούν να χρησιμοποιηθούν για ομαδοσυνεργατικά μοντέλα μάθησης καθώς επιτρέπουν τη φυσική ομαδική αλληλεπίδραση και συζήτηση. Τα συνεργατικά χειραπτικά περιβάλλοντα μάθησης θα μπορούσαν να βοηθήσουν τα παιδιά «να ξεπεράσουν τους αρχικούς φόβους τους στους τομείς των μαθηματικών και της επιστήμης και ακόμη και να αρχίσουν να απολαμβάνουν αυτά τα μαθήματα».
6. Προσβασιμότητα: Οι ΑΔΧ μπορούν να κάνουν τη μάθηση προσβάσιμη για παιδιά με αναπηρίες, για παράδειγμα, προβλήματα όρασης ή μαθησιακές δυσκολίες.
7. Αίσθημα ικανότητας: Με τον απευθείας χειρισμό αντικειμένων με τα χέρια ή το σώμα τους, τα παιδιά μπορούν να αποκτήσουν μια αίσθηση ικανότητας και αυτονομίας ενώ αλληλεπιδρούν με την τεχνολογία.

Έχοντας ως βάση τα παραπάνω στοιχεία, γίνεται εύκολα αντιληπτή η σημασία των ΑΔΧ στην εκπαιδευτική διαδικασία και τα οφέλη που μπορούν να αποκομίσουν τόσο οι εκπαιδευτές όσο και οι εκπαιδευόμενοι. Η επιστημονική κοινότητα έχει πραγματοποιήσει πλήθος ερευνών με τα αποτελέσματά τους να παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Ενδεικτικά, παρουσιάζονται ορισμένες επιστημονικές έρευνες που αφορούν μαθητές πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης.

Οι Burleson et al. (2018), διερεύνησαν τις δυνατότητες του ρομπότ ALERT και του περιβάλλοντος Robopad αναφορικά με τη χωρική αντίληψη και το χωρικό προγραμματισμό. Για το σκοπό της μελέτης πραγματοποιήθηκε ποιοτική έρευνα των αλληλεπιδράσεων των παιδιών στο πλαίσιο κάθε τεχνολογίας. Έλαβαν μέρος εννέα παιδιά της πρώτης τάξης (6 ετών) οι οποίοι χωρίστηκαν σε 4 ομάδες των 2-3 ατόμων. Η μελέτη διήρκησε 5 ημέρες όπου κάθε ημέρα οι μαθητές αλληλεπιδρούσαν για 10-20 λεπτά είτε με το φυσικό ρομπότ ALERT είτε με το ψηφιακό ρομπότ μέσω της εφαρμογής Robopad. Σε όλες τις δραστηριότητες οι συμμετέχοντες ενθαρρύνονταν να συζητούν τις ιδέες τους. Τα ευρήματα έδειξαν ότι και τα δύο συστήματα επιδεικνύουν καινοτόμες ευκαιρίες για την προώθηση δραστηριοτήτων χωρικού προγραμματισμού που προωθούν συνεργατικές, δημιουργικές και εξαιρετικά παρακινητικές εμπειρίες μάθησης, σε επίσημα και άτυπα περιβάλλοντα. Εντούτοις, φάνηκε ότι το φυσικό ρομπότ ALERT παρακίνησε τους μαθητές στο να αναπτύξουν εκ των προτέρων τη στρατηγική τους και να εισάγουν τις απαιτούμενες εντολές από την αρχή ενώ στο Robopad ο προγραμματισμός λάμβανε χώρα την ίδια στιγμή που έπρεπε να πραγματοποιηθεί μια ενέργεια.

Οι Matthews et al. (2020), θέλησαν να διερευνήσουν πως επηρεάζεται η δημιουργικότητα των παιδιών μέσω των ΑΔΧ και συγκεκριμένα του Arduino, μιας ηλεκτρονικής πλατφόρμας ανοιχτού κώδικα που επιτρέπει στους χρήστες να δημιουργούν διαδραστικά ηλεκτρονικά αντικείμενα. Η μελέτη υλοποιήθηκε μετά το πέρας του σχολικού προγράμματος για μία ώρα για 20 εβδομάδες. Το δείγμα αποτελούσαν 17 μαθητές ηλικίας 7-12 ετών. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι, πολλές δημιουργικές δεξιότητες όπως η αξιολόγηση, ο προβληματισμός και το παιχνίδι αναδύονται καθώς τα παιδιά αλληλεπιδρούν με ένα απτό σύστημα.

Το 2019, οι India et al., βασιζόμενοι στην αρχή της συμπερίληψης, προχώρησαν στη διδασκαλία υπολογιστικής σκέψης (computational thinking) σε παιδιά με μερική ή ολική απώλεια όρασης μέσω της ΑΔΧ Torino. Το Τορίνο τους παρουσιάστηκε ως ένα παιχνίδι για τη δημιουργία και την ανταλλαγή ιστοριών, τραγουδιών και μουσικής. Πραγματοποιήθηκαν 12 συνεδρίες χρονικής διάρκειας 45-60 λεπτών με 12 παιδιά ηλικίας 7-13 ετών οι οποίοι εργάστηκαν σε ζευγάρια. Σε όλη τη διάρκεια οι μαθητές ενθαρρύνθηκαν να εξερευνήσουν και να θέσουν τις ερωτήσεις τους. Όλοι οι συμμετέχοντες, χωρίς καμία εξαίρεση, ήθελαν να παίξουν για περισσότερη ώρα και να εξατομικεύσουν περισσότερο το περιεχόμενο των δραστηριοτήτων.

Η Scarlatos (2006), θέλοντας να μελετήσει την επίδραση του TICLE στη διδασκαλία των μαθηματικών, υλοποίησε μελέτη σε δύο ξεχωριστές συνεδρίες, μία με τη χρήση του TICLE και μία με τα αντίστοιχα παραδοσιακά χειραπτικά υλικά, έχοντας δείγμα 12 μαθήτριες της τρίτης τάξης και 12 μαθητές της δευτέρας τάξης αντίστοιχα. Το TICLE είναι μια ΑΔΧ που αποτελείται από μία επιφάνεια με αισθητήρες η οποία αναγνωρίζει την ακριβή θέση ξύλινων κομματιών με ψηφιακό στίγμα. Για τις ανάγκες της μελέτης αναπαράχθηκαν ψηφιακά κλασικοί μαθηματικοί γρίφοι και δραστηριότητες, όπως το τάγκραμ, ο πύργος του Ανόι κ.α. Οι συμμετέχοντες είχαν στη διάθεσή τους 10 λεπτά για να ολοκληρώσουν την κάθε διαδικασία. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι τα παιδιά που χρησιμοποίησαν το σύστημα TICLE ήταν πολύ πιο πιθανό να επιλύσουν ένα πρόβλημα σε σχέση με εκείνα που εργάστηκαν με ένα συμβατικό γρίφο χωρίς βοήθεια καθώς επίσης ήταν σε θέση να μεταφέρουν τη νέα γνώση και να αντιμετωπίσουν αποτελεσματικά και άλλα αντίστοιχα προβλήματα. Επιπλέον, η παρεχόμενη βοήθεια στο πλάι του υπολογιστή που είχαν στη διάθεσή τους οι μαθητές που χρησιμοποίησαν το σύστημα TICLE φάνηκε να βοηθά να μην αποσπούνται και λειτούργησε ως αποτρεπτικός παράγοντας από το να παραιτηθούν σύντομα. Τέλος, οι σχετικές υποδείξεις ώθησαν τα παιδιά να σκεφτούν το πρόβλημα με νέους τρόπους αλλά και να οδηγηθούν σε γόνιμες συζητήσεις και δράσεις, υποδηλώνοντας ότι ενεργοποιούν περισσότερες μεταγνωστικές δραστηριότητες.

Η ερευνητική ομάδα των Zito et al. (2021), ανέπτυξαν το πρόγραμμα Owlet που αξιοποιεί δύο ΑΔΧ για τη διδασκαλία των μαθηματικών στο Δημοτικό. Πρόκειται για το Glowboard, έναν φωτιζόμενο με LED 12x12 πίνακα που αναπαριστά τους πίνακες πολλαπλασιασμού μέχρι το 12 και το CubeTower, ένα σύστημα με τρεις στήλες που μέσα τους στοιβάζονται πλαστικοί κύβοι οι οποίοι καταμετρούνται με ακρίβεια χάρη σε ένα δίκτυο αισθητήρων. Η μελέτη τους υλοποιήθηκε σε δύο φάσεις και συμμετείχαν συνολικά 185 μαθητές ηλικίας 5-11 ετών. Τα αποτελέσματα ήταν θετικά και για τα δύο συστήματα που χρησιμοποιήθηκαν. Συγκεκριμένα η ευελιξία του GlowBoard, το καθιστά κατάλληλο για πολλές και διαφορετικές δραστηριότητες ενώ το CubeTower, με την άμεση σύνδεση φυσικής και ψηφιακής αναπαράστασης αύξανε τη διαισθητικότητα του χρήστη .

3.4 Η συσκευή ΑΔΧ Makey Makey

3.4.1 Τι είναι το Makey Makey

Το Makey Makey είναι μια ηλεκτρονική πλακέτα που αναπτύχθηκε από δύο ερευνητές του MIT, τους Jay Silver και Eric Rosenbaum. Το όνομά του είναι ενδεικτικό της λειτουργίας του (Makey Makey από το «Make a key») μιας και ένα ερέθισμα μέσω της συσκευής μπορεί να έχει το ίδιο αποτέλεσμα με το συμβατικό πάτημα ενός πλήκτρου (Παλαιγεωργίου, 2017). Ουσιαστικά πρόκειται για μία ευέλικτη πλατφόρμα Απτής Διεπαφής Χρήστη (ΑΔΧ) που μετατρέπει οποιοδήποτε αγώγιμο φυσικό αντικείμενο της καθημερινότητας σε συσκευή εισόδου του υπολογιστή λειτουργώντας ως ποντίκι ή πληκτρολόγιο για το χειρισμό οποιουδήποτε λογισμικού χωρίς να απαιτείται εγκατάσταση ειδικού προγράμματος (Collective & Shaw, 2012).

Απευθύνεται σε ευρύ κοινό καθώς δεν απαιτεί εξειδικευμένες γνώσεις προγραμματισμού ή συνδεσμολογίας και σε συνδυασμό με το γεγονός ότι μπορεί να συνδεθεί με διαφορετικού τύπου συσκευές (π.χ. φορητοί ηλεκτρονικοί υπολογιστές, έξυπνα κινητά τηλέφωνα κ.α.), γίνεται μια ελκυστική επιλογή για πολλές και διαφορετικές δραστηριότητες (Collective & Shaw, 2012).

Το Makey Makey έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς στον τομέα της εκπαίδευσης (Fokides & Papoutsi, 2020). Μάλιστα η απλότητα που χαρακτηρίζει το Makey Makey προκαλεί διάθεση για παιχνίδι προσφέροντας παράλληλα την ευκαιρία να εισαχθούν οι μαθητές στην κατασκευή συστημάτων με τη χρήση απτών διεπαφών (Παλαιγεωργίου, 2017).

Σύμφωνα με τους (Collective & Shaw, 2012), ο σχεδιασμός της συσκευής στοχεύει στα εξής:

1. Γρήγορη πρόσβαση για μη έμπειρους χρήστες.
2. Συμβατότητα με οποιοδήποτε λογισμικό λαμβάνει δεδομένα από το πληκτρολόγιο ή το ποντίκι.
3. Αλληλεπίδραση με περιβάλλοντα που βασίζονται σε φυσικά αντικείμενα.
4. Δεν είναι απαραίτητες οι γνώσεις προγραμματισμού.
5. Δεν απαιτεί εξειδικευμένη συνδεσμολογία.

3.4.2 Περιεχόμενα και λειτουργία

Η βασική έκδοση της συσκευής είναι το Makey Makey Classic και περιλαμβάνει:

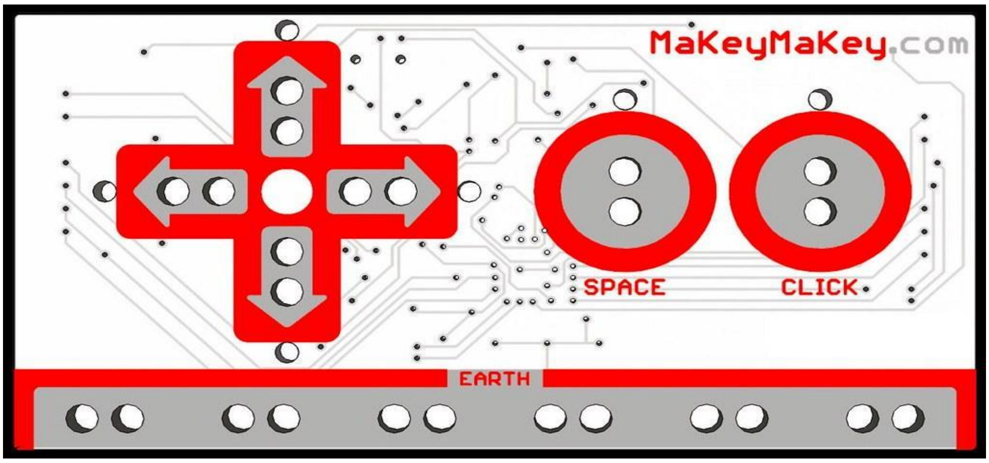
- Την πλακέτα Makey Makey
- Καλώδιο USB
- Κλιπ αλιγάτορα
- Καλώδια σύνδεσης
- Οδηγίες

Εικόνα 3.4 Τα περιεχόμενα της βασικής έκδοσης του Makey Makey.

Το Makey Makey είναι μια πλακέτα κυκλώματος με δύο όψεις. Η μπροστινή όψη έχει πιο απλή μορφή και είναι διάτρητη με έξι ζεύγη οπών που αντιστοιχούν σε έξι διαφορετικές εισόδους που βρίσκονται:

- στο βέλος (πάνω, κάτω, αριστερά, δεξιά)
- στον αριστερό κύκλο (πλήκτρο διαστήματος)
- στο δεξιό κύκλο (αριστερό κλικ ποντικιού).

Ακριβώς κάτω από αυτές τις εισόδους υπάρχει μια λωρίδα επίσης με έξι ζεύγη οπών που εξυπηρετεί το σκοπό της γείωσης στο κύκλωμα. Συγκεκριμένα, για να λειτουργήσει η συσκευή θα πρέπει ο χρήστης να αγγίζει τη μεταλλική επιφάνεια στο καλώδιο της γείωσης ενώ ταυτόχρονα αλληλεπιδρά με τα φυσικά αντικείμενα που έχει συνδέσει (Fokides, 2018). Οι απαραίτητες συνδέσεις στο μπροστινό μέρος της πλακέτας γίνονται με τα κλιπ αλιγάτορα (Tanik Onal & Saylan Kirmizigul, 2022).

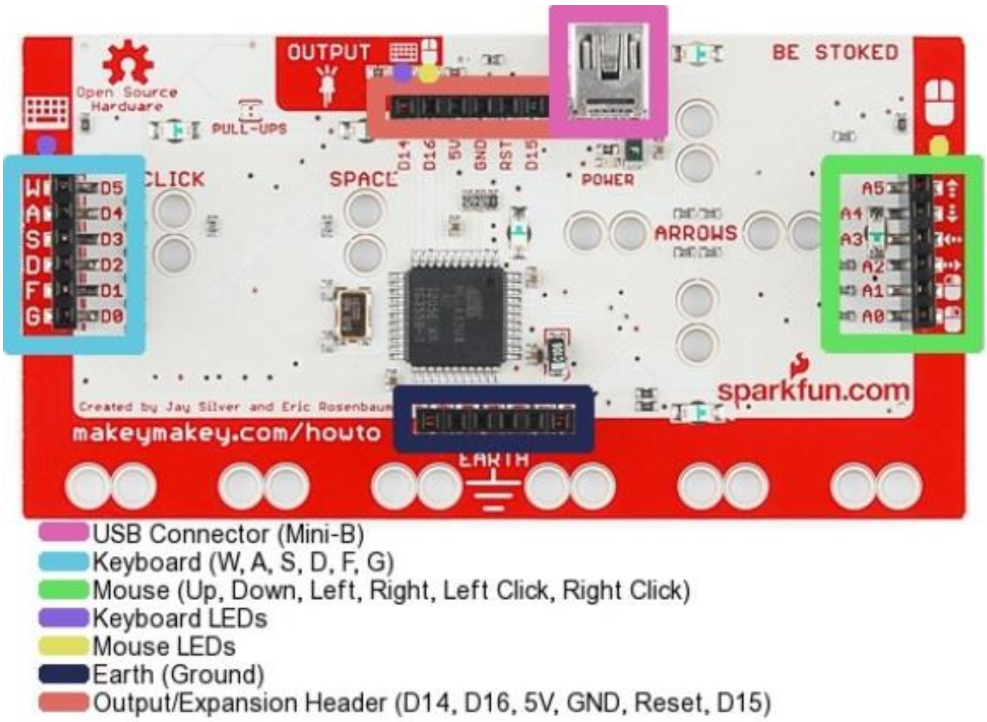


Εικόνα 3.5 Η μπροστινή όψη της πλακέτας του Makey Makey.

Στην πίσω όψη της πλακέτας προσφέρονται δώδεκα επιπλέον πλήκτρα:

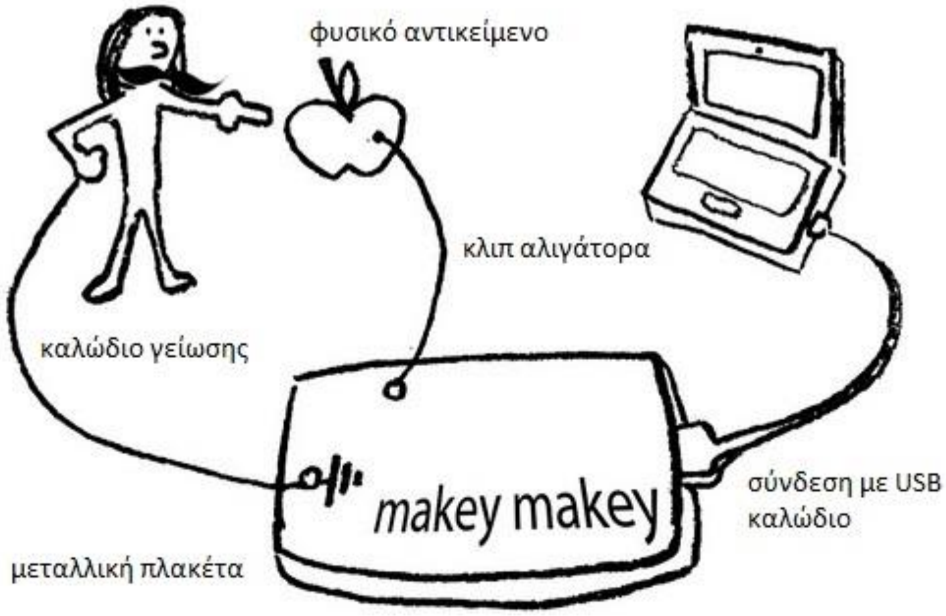
- στα αριστερά, στο τμήμα του πληκτρολογίου (οι χαρακτήρες W, A, S, D, F και G)
- στα δεξιά, στο τμήμα του ποντικιού (οι κινήσεις πάνω, κάτω, αριστερά, δεξιά και αριστερό, δεξί κλικ).

Στο κάτω μέρος, βρίσκονται τα έξι ζεύγη οπών για τη γείωση ενώ στην κορυφή υπάρχει μια κεφαλή επέκτασης εξόδου. Δύο λυχνίες LED στην κορυφή ανάβουν υποδεικνύοντας αν πιέζεται κουμπί που αντιστοιχεί στο πληκτρολόγιο ή το ποντίκι. Οι απαραίτητες συνδέσεις στο πίσω μέρος της πλακέτας γίνονται με τα καλώδια σύνδεσης (Tanik Onal & Saylan Kirmizigul, 2022).



Εικόνα 3.6 Η πίσω όψη της πλακέτας του Makey Makey.

Σε κάθε δραστηριότητα με το Makey Makey, απαιτούνται συγκεκριμένα πλήκτρα τα οποία για να χρησιμοποιηθούν, συνδέονται με τα κατάλληλα καλώδια. Ο ρόλος του Makey Makey είναι να μετατρέπει οποιοδήποτε ερέθισμα από τα αντίστοιχα καλώδια στο πάτημα πλήκτρου στον υπολογιστή (Hodges et al., 2020).



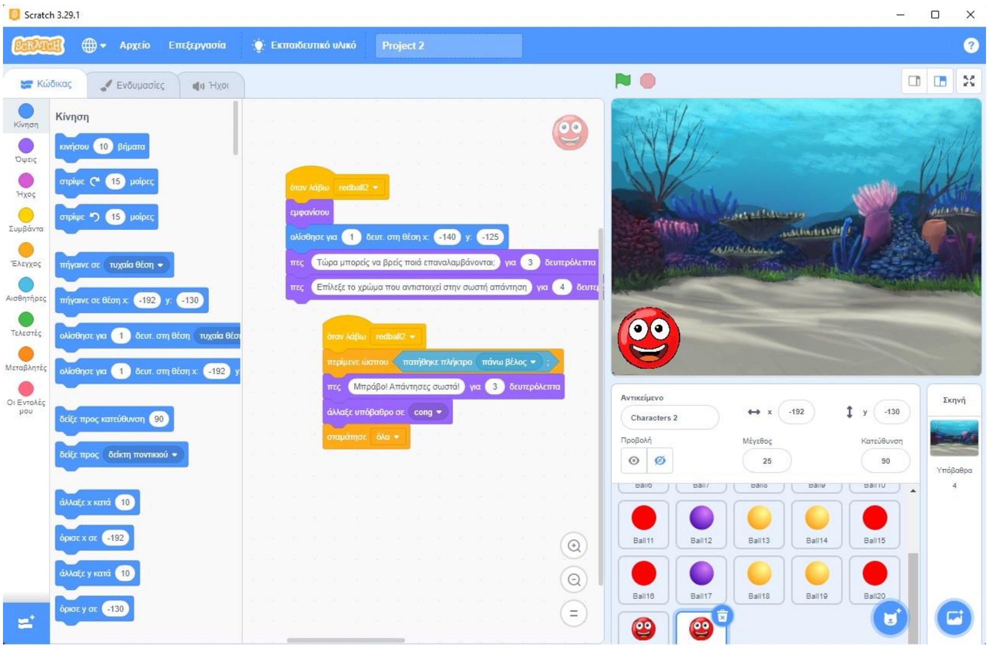
Εικόνα 3.7 Παράδειγμα χρήσης της συσκευής Makey Makey. Το κλιπ αλιγάτορα συνδέεται με το αγώγιμο φυσικό αντικείμενο (φρούτο) ενώ ταυτόχρονα ο χρήστης αγγίζει το μεταλλικό τμήμα του καλωδίου γείωσης. Η πλακέτα συνδέεται με τον Η/Υ μέσω καλωδίου USB.

3.4.3 Πρόσθετες δυνατότητες μέσω Scratch

Το Scratch είναι προγραμματιστικό περιβάλλον που βασίζεται στη δυναμική της εικόνας. Οι χρήστες μπορούν να δημιουργήσουν πολυμεσικές αλληλεπιδραστικές δραστηριότητες με εκπαιδευτικό περιεχόμενο, παιχνίδια, προσομοιώσεις και πολλά άλλα. Ουσιαστικά μέσω της εφαρμογής, ο χρήστης μπορεί να εισάγει πολυμέσα, να χρησιμοποιήσει έτοιμα από τη βιβλιοθήκη του Scratch ή ακόμα και να κατασκευάσει μέσω των ειδικών εργαλείων ζωγραφικής και ηχογράφησης που υπάρχουν μέσα στο περιβάλλον του. Με αυτό τον τρόπο φαίνεται ότι το Scratch πληροί δύο πολύ σημαντικά κριτήρια, την ποικιλία και την εξατομίκευση (Maloney, et al., 2010).

Απευθύνεται σε κάθε ηλικιακό κοινό, με τον κυρίως κορμό να κυμαίνεται από 8 έως 12 ετών. Οι χρήστες γίνονται μέλη της κοινότητας του Scratch, εργάζονται ομαδικά και μαθαίνουν να χρησιμοποιούν συστηματικά τη λογική και τη δημιουργικότητα ώστε να αναπτύσσουν τις ιδέες τους (Resnick et al., 2009).

Βασικός στόχος είναι να μπορούν να ανταποκριθούν ακόμα και αρχάριοι χρήστες. Για το λόγο αυτό ο προγραμματισμός στο Scratch γίνεται με το συνδυασμό πολύχρωμων μπλοκ με εντολές που καθορίζουν τις ενέργειες των αντικειμένων πάνω στο επίπεδο. Επίσης, τα αντικείμενα όπως και ο χώρος στον οποίο τοποθετούνται είναι δισδιάστατος ενώ η διεπαφή γίνεται σε ένα μόνο παράθυρο με τις εντολές περιορίζονται στις απολύτως απαραίτητες (Maloney et al., 2010).



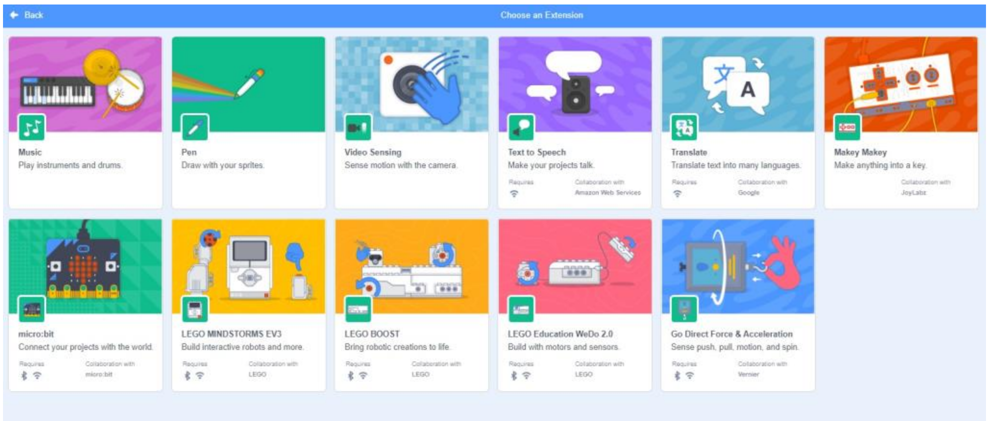
Εικόνα 3.8 Το περιβάλλον του Scratch. Αριστερά βρίσκονται τα μπλοκ εντολών. Κάθε χρώμα αντιστοιχεί σε διαφορετικού είδους εντολές. Στη μέση συνδυάζονται οι εντολές και στα δεξιά γίνεται ο έλεγχος των εντολών, η δημιουργία αντικειμένων και φόντου.

Η λίστα εντολών χωρίζεται σε οκτώ διαφορετικές κατηγορίες ανάλογα με τη λειτουργία τους οι οποίες για να ξεχωρίζουν έχουν διαφορετικό χρώμα. Οι κατηγορίες είναι οι εξής:

1. Κίνηση: Ο χρήστης μπορεί να κάνει ένα αντικείμενο να κινηθεί, να ολισθήσει ή να μετακινηθεί σε άλλη θέση.
2. Όψεις: Το αντικείμενο αλλάζει γραφικά (μέγεθος, εμφάνιση ή και χρώμα). Μπορεί να φαίνονται τα λόγια του, να εμφανίζεται ή να εξαφανίζεται.
3. Ήχος: Μπορεί να αναπαραχθεί οποιοσδήποτε ήχος, να εφαρμοστεί κάποιο ειδικό εφέ και να ρυθμιστεί η ένταση.
4. Συμβάντα: Καθορίζεται τι συμβαίνει όταν πατηθεί το κουμπί έναρξης (πράσινη σημαία), κάποιο άλλο πλήκτρο ή απλώς ικανοποιείται κάποια συγκεκριμένη συνθήκη που έχει δηλωθεί.
5. Έλεγχος: Καθορίζεται για πόσες επαναλήψεις ή για πόσο χρόνο ή μέχρι πότε θα εκτελείται κάποια εντολή ή ομάδα εντολών που έχουν εισαχθεί.
6. Αισθητήρες: Επιτρέπεται η ενεργοποίηση κάποιας ενέργειας όταν ένα αντικείμενο αγγίξει κάποιο άλλο ή βρεθεί σε συγκεκριμένη θέση ή πατηθεί κάποιο πλήκτρο.
7. Τελεστές: Γίνονται μαθηματικές πράξεις και ελέγχονται λογικές συνθήκες.
8. Μεταβλητές: Μπορεί να δημιουργηθεί κάποια μεταβλητή και να οριστεί ο τρόπος που αυτή αλλάζει.

Επίσης υπάρχει πρόσθετη επιλογή να δημιουργηθούν νέες εντολές από τους χρήστες.

Στην επίσημη ιστοσελίδα του Makey Makey (makeymakey.com/) ενημερωνόμαστε ότι η συσκευή Makey Makey μπορεί να υποστηρίξει το Scratch όπως και οποιοδήποτε άλλο λογισμικό. Πλήθος δραστηριοτήτων μπορεί να αντληθεί από τη βιβλιοθήκη του Scratch ή να κατασκευαστεί με στοιχειώδεις γνώσεις προγραμματισμού. Μάλιστα στη νέα έκδοση, το Scratch 3.0, έχει προβλεφθεί ειδική προέκταση για το Makey Makey που επιτρέπει τη μετατροπή οποιουδήποτε πλήκτρου της πλακέτας ώστε να κάνει οποιαδήποτε ενέργεια.



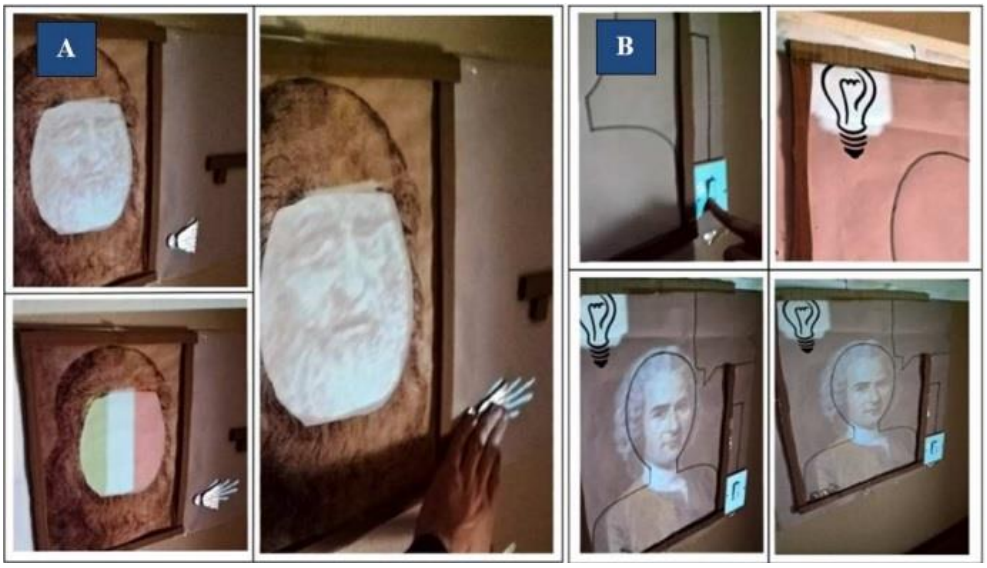
Εικόνα 3.9 Προεκτάσεις στο Scratch 3.0. Στα δεξιά, στο εικονίδιο με την πλακέτα του Makey Makey, βρίσκεται η αντίστοιχη προέκταση.

3.4.4 Ενδεικτικές έρευνες του Makey Makey στην εκπαίδευση

Οι εκπαιδευτικές εφαρμογές της συσκευής Makey Makey είναι αμέτρητες και σε συνδυασμό με τον παιγνιώδη χαρακτήρα του, το καθιστούν μια ελκυστική εναλλακτική στις συμβατικές μεθόδους διδασκαλίας. Τα τελευταία χρόνια οι σχετικές έρευνες διαρκώς πληθαίνουν, ενδεικτικό στοιχείο ίσως των μέχρι τώρα θετικών ευρημάτων. Παρακάτω παρουσιάζονται τρεις πρόσφατες έρευνες με διαφορετική θεματική και μεθοδολογική προσέγγιση.

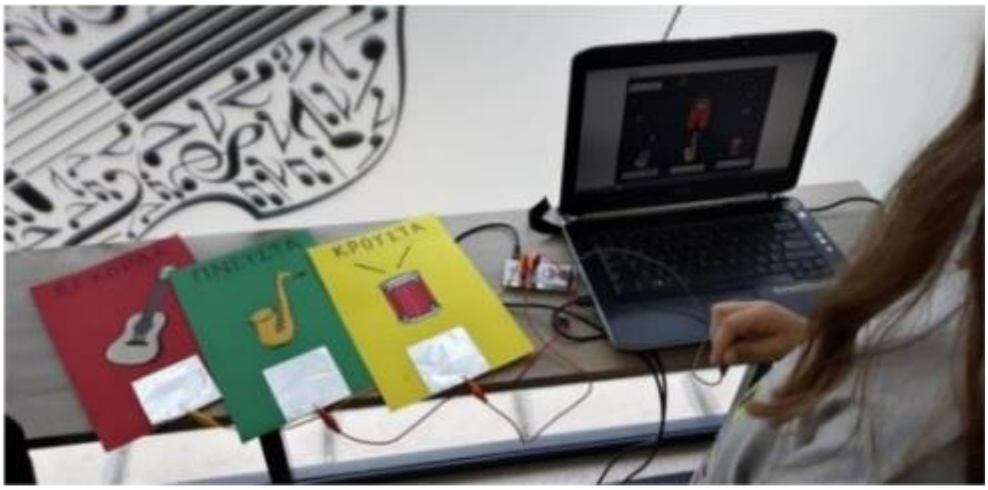
Ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση που η συσκευή αξιοποιήθηκε στο μάθημα της Ιστορίας. Οι Kalpakis et al. (2018), μελέτησαν πόσο επηρεάστηκε το γνωστικό επίπεδο των μαθητών στην πρώτη ενότητα του σχολικού εγχειριδίου της ΣΤ’ τάξης καθώς και το βαθμό ικανοποίησης από τη δράση. Το δείγμα αποτελούνταν από 66 μαθητές οι οποίοι αφού χωρίστηκαν σε ομάδες των 3-4 ατόμων, έπαιξαν για περίπου 20 λεπτά σε κάθε ένα από τα διαφορετικά ειδικά διαμορφωμένα περιβάλλοντα ανάλογα με τις θεματικές, τα οποία αναπτύσσονταν με χρονολογική σειρά. Στο τέλος κάθε συνεδρίας, οι μαθητές κλήθηκαν να συμπληρώσουν ένα ερωτηματολόγιο ανοιχτού τύπου για την αξιολόγηση της ιστορικής τους κατανόησης και ένα σύντομο ερωτηματολόγιο κλειστού τύπου σχετικά με την απόλαυση και την αποτελεσματικότητα του περιβάλλοντος ενώ αμέσως μετά, ακολούθησε και σύντομη συνέντευξη στην οποία οι μαθητές μπορούσαν να αξιολογήσουν την εμπειρία με δικά τους λόγια και να υπογραμμίσουν οτιδήποτε θεωρούσαν σημαντικό. Οι δραστηριότητες περιελάμβαναν αφηγηματικές διεπαφές, ομοιώματα πραγματικών αντικειμένων (τυπογράφος), διαδραστικούς χάρτες και ενσώματη δράση. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι η απόδοση των μαθητών σε γνωστικό επίπεδο επηρεάστηκε θετικά, ιδιαίτερα στις δραστηριότητες που περιελάμβαναν κίνηση σώματος. Επίσης, οι χρήστες έκριναν ότι οι παιγνιώδεις πολυμεσικές δραστηριότητες βελτίωσαν τα επίπεδα συγκέντρωσής τους, ενώ δήλωσαν ενθουσιασμένοι από την αλληλεπίδρασή τους με τις ΑΔΧ για την αναπαράσταση αφηρημένων εννοιών. Στα παιχνίδια που έπρεπε να συμμετάσχουν με ενεργό τρόπο, χρησιμοποιώντας σώμα και πνεύμα, δήλωσαν ότι τους δημιουργήθηκε το αίσθημα της συνιδιοκτησίας της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Τέλος, οι μαθητές αξιολόγησαν το μαθησιακό περιβάλλον ως καινοτόμο, πολύ ευχάριστο και εύκολο στη χρήση. Ανέφεραν επίσης ότι η μέθοδος που προτάθηκε τους βοήθησε να μάθουν γρηγορότερα συγκριτικά με το τυπικό σχολικό περιβάλλον και ότι προτιμούν αυτή τη μαθησιακή προσέγγιση.

Εικόνα 3.10 οι μαθητές με την ενσώματη δράση τους, αναπαριστούσαν τις στάσεις του «Βιτρούβιου ανθρώπου». Για να κλείσει το κύκλωμα, οι μαθητές έπρεπε να πατήσουν πάνω στις μεταλλικές πατημασιές (χωρίς παπούτσια για λόγους αγωγιμότητας) που συνδέονταν με τη συσκευή Makey Makey.



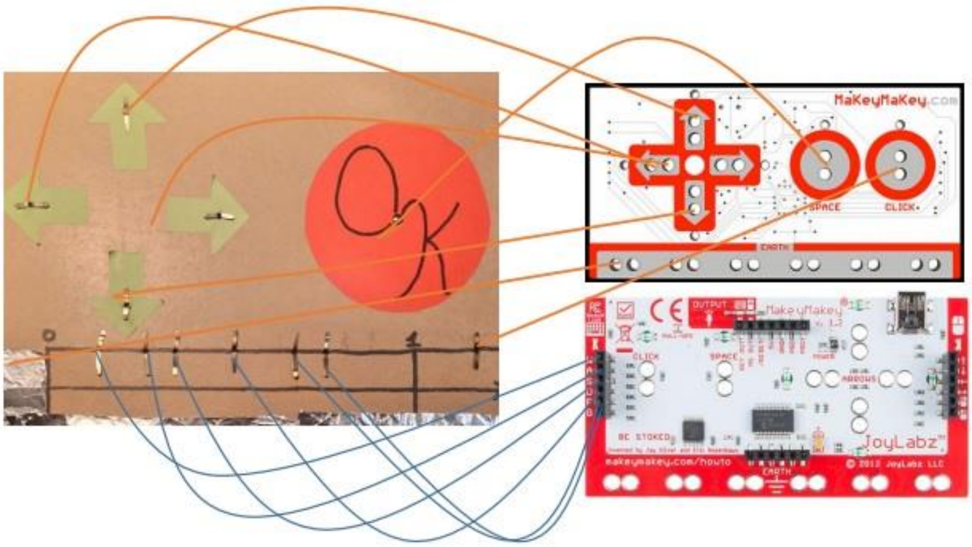
Εικόνα 3.11 Αφηγηματικές διεπαφές.

Η Μεϊμαρίδου (2022) διεξήγαγε ποιοτική έρευνα σχετικά με την ανάπτυξη μουσικών ικανοτήτων , σχεδιάζοντας και υλοποιώντας τέσσερις δραστηριότητες-παιχνίδια που περιελάμβαναν διεπαφή με το Makey Makey. Συμμετείχαν 11 μαθητές ωδειακής εκπαίδευσης, ηλικίας 8 έως 11 ετών και παρόμοιου μουσικού επιπέδου. Κατά την πρώτη δραστηριότητα οι συμμετέχοντες άκουγαν ηχητικά αποσπάσματα και έπρεπε να εντοπίσουν σε ποιο μουσικό όργανο αντιστοιχούν. Κατασκευάστηκαν διαφορετικές καρτέλες με αντιπροσωπευτικές φωτογραφίες των μουσικών οργάνων και επενδύθηκαν με αλουμινόχαρτο ώστε να είναι αγώγιμες. Στη δεύτερη δραστηριότητα χρησιμοποιήθηκαν φρούτα τα οποία μέσω της συσκευής απτής διεπαφής αντιστοιχούσαν σε κάποια συγκεκριμένη νότα. Οι εκπαιδευόμενοι έπρεπε να τα πατήσουν με τη σωστή σειρά (ΝΤΟ μέχρι ΣΟΛ). Για την τρίτη δραστηριότητα , τοποθετήθηκαν και συνδέθηκαν με το Makey Makey κομμάτια από αλουμινόχαρτο σε τέσσερα διαφορετικά σημεία του σώματός τους που αντιστοιχούσαν σε τρεις νότες. Οι εκπαιδευόμενοι καλούνταν να αναγνωρίσουν μελωδικές ακολουθίες που αποτελούνταν από τις νότες αυτές και να ακουμπήσουν τα αντίστοιχα μέρη του σώματός τους. Στην τελευταία δραστηριότητα στόχος ήταν να αναπαραχθούν συγκεκριμένα ρυθμικά σχήματα μέσω ενός αυτοσχέδιου πιάνο που ήταν συνδεδεμένο με την πλακέτα. Για την αξιολόγηση της δράσης αξιοποιήθηκε ερωτηματολόγιο με δώδεκα ερωτήσεις ανοικτού και κλειστού τύπου, παρατήρηση των αντιδράσεων των συμμετεχόντων και ημιδομημένη συνέντευξη. Τα αποτελέσματα έδειξαν υψηλό βαθμό εμπλοκής στις δραστηριότητες, έντονο ενδιαφέρον, ανάπτυξη κινήτρων και σαφή προτίμηση των απτών διεπαφών σε σχέση με το συμβατικό τρόπο διδασκαλίας. Συγκεριμένα, οι μαθητές έκριναν ότι η συσκευή ΑΔΧ συνέβαλε περισσότερο στην καλλιέργεια μουσικών ικανοτήτων, απαντώντας θετικά στην υποκειμενική αποτελεσματικότητα της μάθησης. Η εντύπωση αυτή των μαθητών ευθυγραμμίζεται και με τις υψηλές βαθμολογίες που συγκέντρωσαν στην αξιολόγηση. Τέλος, κατά την αλληλεπίδραση με την συσκευή ΑΔΧ φάνηκε να μην συναντούν ιδιαίτερες δυσκολίες ενώ ταυτόχρονα ικανοποιήθηκαν από τη χρήση τους, κάτι που καθιστά τη συσκευή εύχρηστη και αποδοτική.



Εικόνα 3.12 Αλληλεπίδραση εκπαιδευομένων με τις απτές διεπαφές.

Στον τομέα των μαθηματικών και συγκεκριμένα στα κλάσματα, υλοποίησαν έρευνα οι Fokides & Alatzas (2022). Το δείγμα περιλάμβανε 39 μαθητές της έκτης τάξης οι οποίοι για έξι διδακτικά δίωρα μελέτησαν διαφορετικές ενότητες με δύο εναλλασσόμενα μέσα διδασκαλίας (συμβατικά και απτές διεπαφές). Το κυριότερο εργαλείο των πειραματικών διδασκαλιών ήταν το FractionPad, μία αυτοσχέδια επιφάνεια από χαρτόνι η οποία είχε επενδυθεί με αγώγιμα υλικά ώστε να μπορεί να αλληλεπιδρά με τη συσκευή Makey Makey. Η ανάλυση έδειξε ότι τα γνωστικά αποτελέσματα και οι επιδόσεις των μαθητών ήταν καλύτερα στις διδασκαλίες που έγινε χρήση ΑΔΧ. Ταυτόχρονα, φάνηκε ότι και το αίσθημα της ικανοποίησης αυξάνεται σημαντικά με τη χρήση συσκευών απτής διεπαφής σε σχέση με τις συμβατικές μεθόδους διδασκαλίας. Παρά τα θετικά αποτελέσματα, ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι στους τομείς της υποκειμενικής αποτελεσματικότητας, την υποκειμενική ευκολία χρήσης και τα κίνητρα, δε σημειώθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε σχέση με τα συμβατικά μέσα διδασκαλίας.

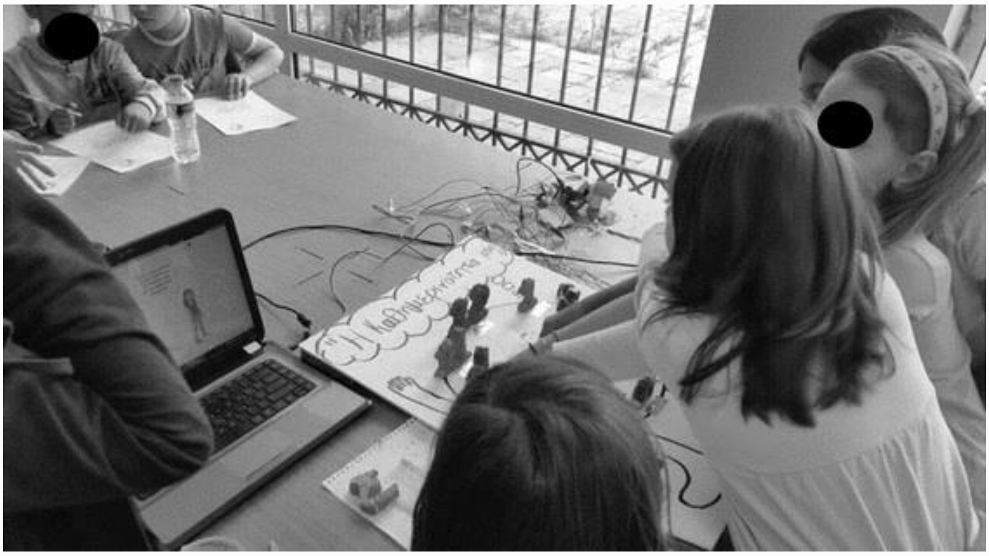


Εικόνα 3.13 Το FractionPad και η σύνδεσή του με το Makey Makey.

Στον τομέα της ειδικής αγωγής, οι Aydogan & Aydogan (2020) σχεδίασαν δραστηριότητες μέσω του Scratch σε συνδυασμό με το Makey Makey. Το δείγμα αποτελούνταν από 3 αγόρια που είχαν διαγνωστεί με ήπια διαταραχή στο φάσμα του αυτισμού. Οι συνεδρίες διήρκησαν τέσσερις εβδομάδες και οι συμμετέχοντες καλούνταν να αναγνωρίζουν και να κατονομάζουν την ονομασία κάθε φρούτου που τους παρουσιαζόταν. Τα αποτελέσματα αναφορικά με τον γνωστικό τομέα ήταν θετικά βοηθώντας ταυτόχρονα την ικανότητα συγκέντρωσης και γενίκευσης των αποτελεσμάτων σε διαφορετικά πλαίσια. Οι γνωστικοί στόχοι και δεξιότητες που επιτεύχθηκαν φάνηκε να διατηρούνται καθιστώντας τη συγκεκριμένη διδασκαλία ως αποδοτική.

Οι Palaigeorgiou et al. (2017), σχεδίασαν μια διδασκαλία με εργαλείο το Makey Makey. Η διδακτική παρέμβαση έγινε σε 84 μαθητές της τετάρτης τάξης και είχε ως στόχο την εκμάθηση της ώρας. Οι μαθητές χωρίστηκαν σε 7 ισάριθμες ομάδες και κάθε ομάδα είχε την ευκαιρία να διαδράσει με 4 διαφορετικά εργαλεία. Στον πρώτο «σταθμό» υπήρχε ένα τρισδιάστατο ρολόι μεγάλων διαστάσεων με τρισδιάστατους αριθμούς στο μέγεθος των μαθητών. Στο δεύτερο «σταθμό» υπήρχε ένα αντίστοιχο τρισδιάστατο ρολόι σε ένα φύλλο χαρτί Α3. Στον τρίτο «σταθμό» είχαν στηθεί δύο φορητοί υπολογιστές με ψηφιακά παιχνίδια μετατροπής της ώρας από ψηφιακή σε αναλογική μορφή. Τέλος, στον τέταρτο «σταθμό» υπήρχε έντυπο υλικό. Στα ρολόγια των δύο πρώτων σταθμών έγινε σύνδεση με τη συσκευή Makey Makey και σχεδιάστηκαν ψηφιακά παιχνίδια μέσω του προγράμματος Scratch. Με αυτό τον τρόπο μπορούσαν να διαδράσουν ψηφιακά και απτικά αλλά και να έχουν άμεση ανατροφοδότηση στις απαντήσεις τους. Οι μαθητές χαρακτήρισαν το πρώτο ρολόι ως το πιο χρήσιμο, διασκεδαστικό, κιναισθητικό και απρόβλεπτο μέσο από όλα τα άλλα. Δήλωσαν ότι οι δραστηριότητες που περιλάμβαναν σωματική κίνηση τους βοήθησαν να μάθουν περισσότερα, με πιο ευχάριστο τρόπο και χωρίς να βαρεθούν.

Εικόνα 3.14 Το τρισδιάστατο ρολόι του πρώτου «σταθμού».



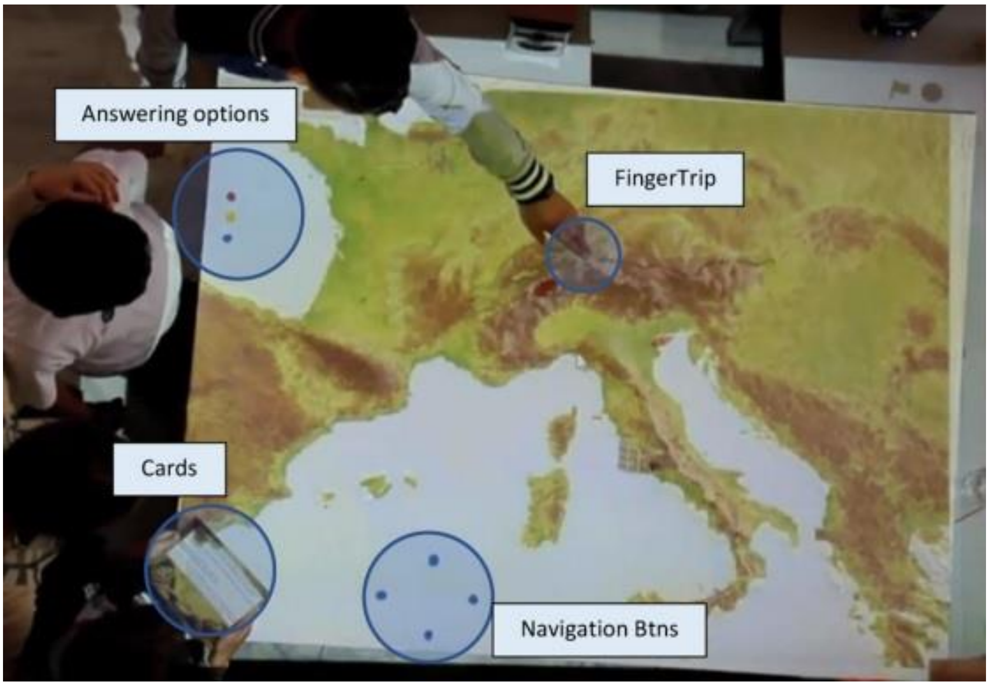
Εικόνα 3.15 Το τρισδιάστατο ρολόι του δεύτερου «σταθμού».

Οι Palaigeorgiou et al. (2018a), δημιούργησαν ένα περιβάλλον μικτής πραγματικότητας χρησιμοποιώντας το Makey Makey. Στην έρευνά τους συμμετείχαν 28 μαθητές της 6ης τάξης, οι οποίοι είχαν χωριστεί ανά δύο. Στο «Marathon of Fractions» οι μαθητές έπρεπε να χειριστούν με απτικό τρόπο τα κλάσματα τοποθετώντας τα σε διαδραστικές αριθμογραμμές. Παρά το γεγονός ότι τα κλάσματα δεν είναι από τις αγαπημένες θεματικές των μαθητών, αναλύοντας τα αποτελέσματα που αντλήθηκαν από ημιδομημένες συνεντεύξεις, φαίνεται ότι οι μαθητές βρήκαν το «Marathon of

Fractions» αποτελεσματικό και ότι προωθούσε τη γνώση, ήταν ευχάριστο και εύχρηστο και τους κράτησε απορροφημένους και τα 45 λεπτά που διήρκησε η εκπαιδευτική παρέμβαση.

Εικόνα 3.16 Το FractionPad και η σύνδεσή του με το Makey Makey.

Στο γνωστικό αντικείμενο της γεωγραφίας, οι Palaigeorgiou et al. (2018b) δημιούργησαν το FingerTrips και μελέτησαν την επίδρασή του στη μαθησιακή διαδικασία σε ένα δείγμα 58 μαθητών τετάρτης τάξης. Οι μαθητές χωρίστηκαν σε ομάδες 2-3 ατόμων και για 20-25 λεπτά έλαβαν μέρος στη δραστηριότητα. Το FingerTrips είναι ένας διαδραστικός τρισδιάστατος χάρτης, επαυξημένος με τη βοήθεια προβολέα, με τον οποίο οι μαθητές αλληλεπιδρούν με τα δάχτυλά τους. Ο πίνακας κυκλώματος Makey Makey μετέτρεψε αγώγιμα υλικά σε διαδραστικά στοιχεία πάνω στο χάρτη. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι οι μαθητές βρήκαν την επιφάνεια διάδρασης ευχάριστη και εύχρηστη. Προώθησε την απόδοση και την αποτελεσματικότητα αν αναλογιστεί κανείς ότι πέτυχαν υψηλές βαθμολογίες μετά από μία παρέμβαση που είχε πολλές πληροφορίες σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα.



Εικόνα 3.17 Το FingerTrips. Όταν ο μαθητής αγγίζει συγκεκριμένα σημεία στον τρισδιάστατο χάρτη εμφανίζονται πληροφορίες και εικόνες.

Τέλος, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η έρευνα των Fokides & Papoutsi (2020) στις φυσικές επιστήμες και συγκεκριμένα στη διδασκαλία του ηλεκτρισμού. Στην έρευνα που διεξήχθη, συμμετείχαν 75 μαθητές της πέμπτης τάξης δημοτικού οι οποίοι χωρίστηκαν σε τρεις ομάδες. Στόχος της έρευνας ήταν να διαπιστωθεί εάν οι ΑΔΧ μπορούν να επιδράσουν θετικά στη διδασκαλία του ηλεκτρισμού. Η πρώτη ομάδα είχε ως βασικό εργαλείο αντικείμενα της καθημερινότητας, η δεύτερη προσομοιώσεις στον ηλεκτρονικό υπολογιστή ενώ η τρίτη αξιοποίησε τη συσκευή Makey Makey. Τα εργαλεία συλλογής δεδομένων ήταν φύλλα αξιολόγησης και ερωτηματολόγια που αποτύπωναν προσωπικές στάσεις και αντιλήψεις. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων έδειξε ότι η ομάδα που διδάχτηκε τις έννοιες του ηλεκτρισμού με τη συσκευή Makey Makey, είχε καλύτερες επιδόσεις και ως εκ τούτου, το βασικό ερώτημα της έρευνας απαντάται θετικά. Τέλος, αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι αν και οι μαθητές έκριναν θετικά τη χρήση του Makey Makey, δεν παρουσιάστηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές με την ομάδα των προσομοιώσεων όσον αφορά τα κίνητρα και την ευχαρίστηση.

3.5 Συμπεράσματα

Πλήθος ερευνών έχουν εστιάσει στη σημασία που έχει η σωματική εμπλοκή στη μαθησιακή διαδικασία. Είτε πρόκειται για κίνηση αντικειμένων στο χώρο είτε για την κίνηση του ίδιου του σώματος φαίνεται να επηρεάζουν θετικά και να συνεισφέρουν στη νοηματοδότηση εννοιών ακόμη και αν χαρακτηρίζονται ως αφηρημένες, όπως αυτές που συναντώνται στα μαθηματικά. Επιπλέον, όπως προέκυψε από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση, η διάδραση με απτά αντικείμενα του περιβάλλοντος που έχουν επιλεχθεί για συγκεκριμένες και προσεκτικά σχεδιασμένες μαθησιακές δραστηριότητες, συνιστούν στη δημιουργία πολλά υποσχόμενων εκπαιδευτικών περιβαλλόντων.

Οι ΑΔΧ συνδυάζουν τη σωματική εμπλοκή και το χειρισμό φυσικών αντικειμένων, κάνοντας εφικτό τον συγκερασμό φυσικού και ψηφιακού κόσμου. Η ενσωμάτωσή τους στην εκπαιδευτική πράξη φαίνεται ότι εμπλουτίζει τη μάθηση, ενισχύει τη λήψη αποφάσεων και τη διατήρηση των εννοιών. Τα αποτελέσματα εμπειρικών ερευνών έδειξαν ότι οι ΑΔΧ είχαν πολλά πλεονεκτήματα, όπως ότι ήταν φιλικά προς τους αρχάριους χρήστες, υποστήριζαν τη γνωστική διαδικασία και ανάπτυξη των παιδιών, προώθησαν τις πρωτοβουλίες τους, τους επέτρεψαν να σκέφτονται έξω από το πλαίσιο και ενθάρρυναν την επικοινωνία και τη συνεργασία σε ένα αυθεντικό πλαίσιο.

Μια τέτοια συσκευή είναι το Makey Makey. Πρόκειται για μια ηλεκτρονική πλακέτα η οποία συνδέεται μέσω USB με τον υπολογιστή μετατρέποντας οποιοδήποτε αγώγιμο αντικείμενο της καθημερινότητας σε απτή διεπαφή. Τα επιλεγόμενα αντικείμενα μέσω της πλακέτας μετατρέπονται σε μονάδες εισόδου και λειτουργούν ως πληκτρολόγιο ή ποντίκι. Είναι ένα εύχρηστος τρόπος διάδρασης με τον υπολογιστή που δεν απαιτεί εξειδικευμένες γνώσεις προγραμματισμού ή συνδεσμολογίας και ανταποκρίνεται σε οποιοδήποτε λογισμικό. Μπορεί να αξιοποιηθεί σε πλήθος ειδικά σχεδιασμένων εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων σε διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα. Τα χαρακτηριστικά και οι δυνατότητες του Makey Makey το καθιστούν ένα πολυδύναμο εκπαιδευτικό εργαλείο στο οποίο στρέφονται, ολοένα και περισσότερο, εκπαιδευτικοί και ερευνητές. Οι μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί δείχνουν θετικά αποτελέσματα τόσο στο γνωστικό τομέα όσο και στο συναισθηματικό. Δεδομένης όμως της παιγνιώδους φύσης της συσκευής, απαιτείται προσεκτικός σχεδιασμός στις δραστηριότητες με σαφείς στόχους και οδηγίες.

Κεφάλαιο 4 Μεθοδολογία και σχεδιασμός της έρευνας

4.1 Εισαγωγικά - Ερευνητική Μέθοδος

Ο σκοπός της εργασίας ήταν να διερευνηθεί εάν και σε ποιο βαθμό οι ΑΔΧ και πιο συγκεκριμένα οι συσκευές Makey Makey, μπορούν να επιφέρουν καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα σε σύγκριση με συμβατικά μέσα διδασκαλίας, όπως τα φύλλα εργασίας. Επιλέχθηκε το μάθημα των μαθηματικών και συγκεκριμένα το διδακτικό αντικείμενο αφορούσε τα μοτίβα (Γεωμετρικά και Αριθμητικά).

Η μαθηματική θεώρηση των μοτίβων έχει απασχολήσει αρκετά την επιστημονική κοινότητα κυρίως λόγω της καίριας συμβολής τους στην κατάκτηση αλγεβρικών δεξιοτήτων. Παρά της σπουδαιότητας τους, από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση φάνηκε πως οι μαθητές κατά την ενασχόλησή τους με αυτό το γνωστικό κομμάτι αντιμετωπίζουν αρκετές δυσκολίες. Ταυτόχρονα, πλήθος ερευνών έχει αναδείξει τη χρήση χειραπτικών υλικών ως βασικό εργαλείο διδασκαλίας αφηρημένων μαθηματικών εννοιών που με σωστό σχεδιασμό μπορούν να οδηγήσουν σε καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα. Ο χειρισμός φυσικών αντικειμένων χαρακτηρίζει τις ΑΔΧ οι οποίες όπως φαίνεται, εμπλουτίζουν τη μάθηση, ενισχύουν τη λήψη αποφάσεων και τη διατήρηση εννοιών

Λαμβάνοντας υπόψη όσα αναφέρθηκαν και κυρίως το γεγονός ότι από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση δεν προέκυψαν πολλές σχετικές έρευνες, θεωρήθηκε ότι η συσκευή ΑΔΧ, Makey Makey, πληροί όλες τις προϋποθέσεις και είναι κατάλληλο εργαλείο για τους σκοπούς της διδασκαλίας των μοτίβων.

Για τις ανάγκες της έρευνας επιλέχθηκε ο μεταξύ υποκειμένων (between-subjects) σχεδιασμός. Πρόκειται για μία κατηγορία ποσοτικής πειραματικής μελέτης κατά την οποία το δείγμα χωρίζεται σε δύο ή και περισσότερες ισοδύναμες ομάδες. Οι συμμετέχοντες κάθε ομάδας διδάσκονται το αντικείμενο που έχει επιλεχθεί με διαφορετικό τρόπο. Οι υπόλοιπες παράμετροι μένουν σταθερές και αλλάζει μόνο το μέσο διδασκαλίας έτσι που οποιαδήποτε αλλαγή που παρατηρηθεί κατά την ανάλυση των αποτελεσμάτων, θα οφείλεται στην επιλογή του μέσου. Στη συγκεκριμένη έρευνα, η πρώτη ομάδα, η ομάδα ελέγχου, ακολουθεί την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας έχοντας ως βασικό υλικό τα φύλλα εργασίας. Η δεύτερη ομάδα, η πειραματική ομάδα, διδάσκεται ακριβώς το ίδιο αντικείμενο χρησιμοποιώντας τη συσκευή Makey Makey. Στην παρούσα έρευνα σχεδιάστηκαν τρία ζεύγη διδασκαλίας (διδασκαλία με φύλλα εργασίας και αντίστοιχη με το Makey Makey) όπου στο κάθε ζεύγος το περιεχόμενο των δραστηριοτήτων ήταν πανομοιότυπο.

4.2 Ερευνητικές Υποθέσεις

Λαμβάνοντας υπόψη όσα παρουσιάστηκαν στο 2ο κεφάλαιο (Μοτίβα) της παρούσας εργασίας, γίνεται σαφής η σπουδαιότητα των μοτίβων. Διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην επίλυση προβλημάτων σε όλους τους τομείς της ζωής (Burton et al., 2011) ενώ όσον αφορά την εκπαιδευτική τους διάσταση, η αναγνώριση και ανάλυση μοτίβων θεωρείται σημαντική συνιστώσα της πνευματικής ανάπτυξης μαθητών μικρής ηλικίας καθώς είναι ο θεμέλιος λίθος για την καλλιέργεια αλγεβρικής σκέψης (Lannin, 2005). Ίσως το μέγεθος της αξίας που έχει αποδώσει η επιστημονική κοινότητα στα μοτίβα, αντικατοπτρίζεται και στην εμφάνισή τους σε όλες τις τάξεις της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης όπως αποτυπώνεται στα ΑΠΣ. Συγκεκριμένα, παρατηρείται συνεχής εμπλουτισμός των επιδιωκόμενων στόχων καθώς οι μαθητές μεταβαίνουν σε μεγαλύτερες τάξεις, παρόλα αυτά, οι εφαρμογές που προτείνονται είναι απλοϊκές και δεν εξυπηρετούν στην εισαγωγή στην αλγεβρική θεώρηση των μαθηματικών. Στις πιο σύνθετες ασκήσεις, καταγράφεται απλώς η ασαφής παρότρυνση προς τους εκπαιδευτικούς να χρησιμοποιηθεί χειραπτικό υλικό για να διευκολυνθούν οι μαθητές χωρίς όμως σαφείς οδηγίες. Τέλος, προβληματισμό προκαλεί το γεγονός ότι αν και διανύουμε μια εποχή τεχνολογικού αναβρασμού με πολλές εκπαιδευτικές προεκτάσεις, η ένταξη των ΤΠΕ με συστηματικό και μεθοδευμένο τρόπο στη διδασκαλία των μοτίβων απουσιάζει από τα ΑΠΣ. Από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση φαίνεται πως οι ΑΔΧ μπορούν να επιδράσουν θετικά σε πολλούς παράγοντες της εκπαιδευτικής διαδικασίας, ιδίως σε ένα μάθημα όπως τα μαθηματικά όπου οι αφηρημένες έννοιες πολλές φορές αποτελούν τροχοπέδη στην εις βάθος κατανόηση. Όπως μελετήθηκε εκτενώς στο κεφάλαιο 3 (ΑΔΧ -Tangible User Interfaces), πρόκειται για συσκευές που επιτρέπουν την αλληλεπίδραση του χρήστη με ψηφιακές πληροφορίες μέσω φυσικών αντικειμένων (Zhou & Wang, 2015). Μία τέτοια συσκευή είναι το Makey makey, το όνομα της οποίας είναι ενδεικτικό της λειτουργίας της (Makey Makey από το «Make a key») μιας και ένα ερέθισμα μέσω της συσκευής μπορεί να έχει το ίδιο αποτέλεσμα με το συμβατικό πάτημα ενός πλήκτρου (Παλαιγεωργίου, 2017).

Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω, προέκυψαν οι Ερευνητικές Υποθέσεις τις οποίες κλήθηκε να διερευνήσει η παρούσα έρευνα. Οι Ερευνητικές Υποθέσεις (ΕΥ) που τέθηκαν είναι οι εξής:

ΕΥ1: Με τη χρήση ΑΔΧ επιτυγχάνονται καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα συγκριτικά με τα συμβατικά μέσα διδασκαλίας

ΕΥ2: Οι μαθητές θεωρούν ότι η μάθησή τους με τη χρήση ΑΔΧ είναι περισσότερο διασκεδαστική σε σχέση με το έντυπο υλικό

ΕΥ3: Οι μαθητές θεωρούν ότι η μάθηση με χρήση ΑΔΧ είναι αποτελεσματικότερη, σε σχέση με το έντυπο υλικό

ΕΥ4: Οι μαθητές θεωρούν ότι οι ΑΔΧ προσφέρουν μεγαλύτερη ευκολία χρήσης συγκριτικά με το έντυπο υλικό

ΕΥ5: Οι μαθητές θεωρούν ότι οι ΑΔΧ αυξάνουν περισσότερο τα κίνητρά τους, σε σχέση με το έντυπο υλικό

4.3 Δείγμα

Οι διδακτικές παρεμβάσεις απευθύνονταν σε μαθητές της ΣΤ' τάξης του Δημοτικού σχολείου. Τα αντίστοιχα μαθήματα εντοπίζονται στα κεφάλαια 53 και 54. Για να αποτυπωθεί με ακρίβεια η αποτελεσματικότητα των παρεμβάσεων, κρίθηκε αναγκαίο οι μαθητές να μην έχουν διδαχθεί προηγουμένως τις αντίστοιχες ενότητες.

Το μέγεθος του δείγματος ήταν 86 μαθητές από 4 διαφορετικά σχολεία της Αθήνας. Συγκεκριμένα, 2 τμήματα από το 6ο Δ.Σ. Μεταμόρφωσης, 1 τμήμα από το 27ο Δ.Σ. Αχαρνών, 1 τμήμα από το 30ο Δ.Σ Αχαρνών και τέλος, 1 τμήμα από το 21ο Δ.Σ. Καλλιθέας. Οι γενικές επιδόσεις των μαθητών αντανακλούσαν το επίπεδο μιας τυπικής τάξης.

Καθόλη τη διάρκεια της ερευνητικής διαδικασίας, τηρήθηκαν πιστά οι κανόνες της ερευνητικής δεοντολογίας ενώ η διεξαγωγή της έρευνας εγκρίθηκε από τη γενική συνέλευση του Π.Τ.Δ.Ε. του Πανεπιστημίου Αιγαίου. Επιπλέον, από τις αρχές του σχολικού έτους είχε συζητηθεί διεξοδικά η διαδικασία και ο σκοπός της έρευνας, τόσο με τους διευθυντές των σχολείων που συμμετείχαν όσο και τους αντίστοιχους εκπαιδευτικούς. Τέλος, γονείς και κηδεμόνες των μαθητών συναίνεσαν υπογράφοντας το σχετικό έγγραφο για τη συμμετοχή των παιδιών τους.

4.4 Διάρκεια έρευνας

Η περίοδος διεξαγωγής της έρευνας διήρκησε συνολικά 1 μήνα. Η πρώτη διδακτική παρέμβαση πραγματοποιήθηκε στις 21/10/22 και η τελευταία στις 24/11/22. Συγκεκριμένα:

- Στο 6ο Δημοτικό Σχολείο Μεταμόρφωσης
  21/10/2022, 24/10/2022, 25/10/2022
  2/11/2022, 3/11/2022, 4/11/2022
- Στο 27ο και 30ο Δημοτικό σχολείο Αχαρνών, τα δύο τμήματα από τα δύο όμορα σχολεία συνεργάστηκαν
  9/11/2022, 10/11/2022, 11/11/2022
- Στο 21ο Δημοτικό σχολείο Καλλιθέας
  22/11/2022, 23/11/2022, 24/11/2022

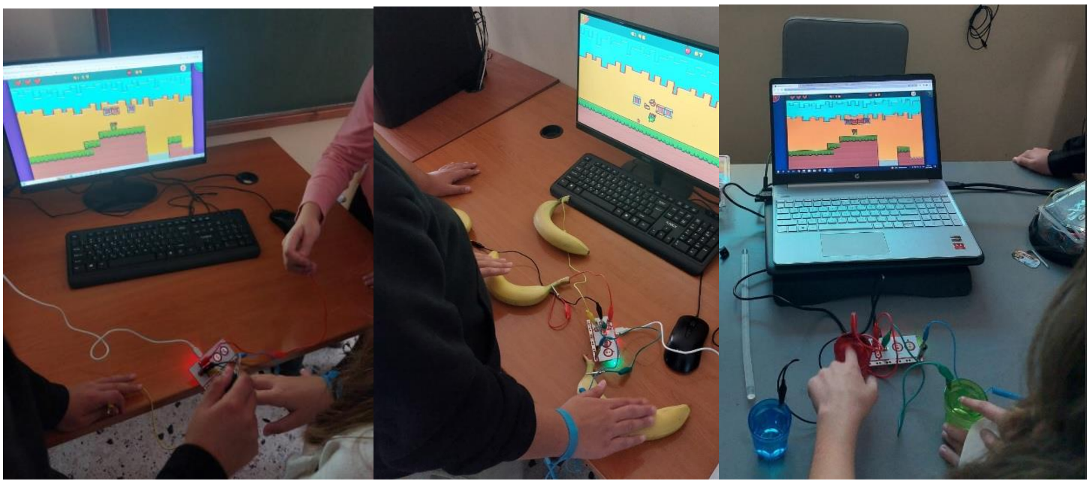
Λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι οι μαθητές δεν ήταν εξοικειωμένοι με την ερευνητική διαδικασία, θεωρήθηκε αναγκαίο κάθε διδακτική παρέμβαση να διαρκεί ένα συνεχόμενο διδακτικό δίωρο (90 λεπτά). Συνολικά έλαβαν χώρα 15 παρεμβάσεις (3 για κάθε ένα από τα 5 τμήματα που συμμετείχαν).

4.5 Υλικό

Για το σκοπό της έρευνας, οι μαθητές χωρίστηκαν σε δύο ομάδες. Η ομάδα ελέγχου διδάχτηκε και τις τρεις διδακτικές ενότητες αποκλειστικά με φύλλα εργασίας ενώ η πειραματική ομάδα χρησιμοποίησε τη συσκευή Makey Makey. Με την ολοκλήρωση κάθε διδασκαλίας και στις δύο ομάδες, οι συμμετέχοντες κλήθηκαν να συμπληρώσουν ατομικά το αντίστοιχο έντυπο φύλλο αξιολόγησης. Οι αντίστοιχες δραστηριότητες καθώς και οι διδακτικοί στόχοι και στα δύο μέσα ήταν ίδιοι. Η μόνη παράμετρος που άλλαζε ήταν το μέσο διδασκαλίας.

4.5.1 Εξοικείωση με το Makey Makey

Για την πειραματική ομάδα, κρίθηκε αναγκαίο να προηγηθεί της όλης διαδικασίας μία διδακτική ώρα κατά την οποία, μέσα από παιγνιώδεις διαδικασίες, οι συμμετέχοντες γνώρισαν τον τρόπο λειτουργίας, τη συνδεσμολογία και τις δυνατότητες του Makey Makey. Συγκεκριμένα, μέσα από ένα παιχνίδι στον κεντρικό υπολογιστή ο εκπαιδευτικός παρουσίασε τη συσκευή. Στη συνέχεια, οι μαθητές πειραματίστηκαν ελεύθερα με διάφορα υλικά όπως νερό με χρώμα, πλαστελίνη και φρούτα. Μάλιστα, γνωρίζοντας ότι το ανθρώπινο σώμα είναι καλός αγωγός του ηλεκτρικού ρεύματος, θέλησαν να φτιάξουν μια ανθρώπινη αλυσίδα με 33 παιδιά και να μετατρέψουν τον τελευταίο στη σειρά σε πλήκτρο. Με το πέρας της διαδικασίας, οι μαθητές γνώριζαν από τι αποτελείται η συγκεκριμένη ΑΔΧ, πως συνδέεται, με ποιον τρόπο δουλεύει , ενώ πρότειναν και άλλα υλικά που θα μπορούσαν να συνδέσουν.



Εικόνα 4.1 Εξοικείωση με το Makey Makey. Πειραματισμός με διάφορα υλικά.

4.5.2 Υλικό διδασκαλίας ομάδας ελέγχου

Για τη διδασκαλία στην ομάδα ελέγχου χρησιμοποιήθηκε αποκλειστικά έντυπο υλικό, σχεδιασμένο με το λογισμικό Microsoft Word, ειδικά για το σκοπό της έρευνας. Έγινε προσπάθεια να περιλαμβάνονται όσο το δυνατόν περισσότεροι διδακτικοί στόχοι όπως αποτυπώνονται στα ΑΠΣ και η διατύπωσή τους να είναι απολύτως σαφής ώστε να ελαχιστοποιηθεί οποιαδήποτε παρέμβαση από τον εκπαιδευτικό. Οι ασκήσεις σε όλα τα φύλλα εργασίας ήταν διαβαθμισμένης δυσκολίας με την πρώτη δραστηριότητα να χαρακτηρίζεται ως ιδιαίτερα εύκολη από το σύνολο σχεδόν των μαθητών. Για να αποφευχθεί η τυχαία επιλογή απαντήσεων, κρίθηκε αναγκαίο να ζητείται αιτιολόγηση στις απαντήσεις η οποία μάλιστα εξυπηρετούσε και έναν κύριο στόχο, αυτό της διατύπωσης του κανόνα που καθορίζει ένα μοτίβο. Στο τέλος κάθε φυλλαδίου υπήρχαν κενές σειρές στις οποίες μπορούσαν να καταγράφουν παρατηρήσεις, συμπεράσματα ή ακόμα και απορίες. Όλα τα φύλλα εργασίας παρουσιάζονται στο Παράρτημα ΙΙΙ.

Στα Γεωμετρικά Μοτίβα, η πρώτη δραστηριότητα αφορούσε ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο με τρία στοιχεία ως πυρήνα επανάληψης. Σκοπός ήταν να αναγνωρίζουν ότι κάποια στοιχεία επαναλαμβάνονται, να τα απαριθμούν και να τα κατονομάζουν. Στο τέλος, έπρεπε να επεκτείνουν το μοτίβο χρωματίζοντας κύκλους. Οι μαθητές μπορούσαν να ελέγξουν την ορθότητα της απάντησής τους χάρη στους δύο κόκκινους κύκλους στην 7η και 11η θέση.

Εικόνα 4.2 Πρώτη δραστηριότητα φύλλου εργασίας στα Γεωμετρικά Μοτίβα.

Η 2η δραστηριότητα εμβάθυνε στην εύρεση του πυρήνα επανάληψης σε ένα αρκετά πιο σύνθετο γραμμικό επαναλαμβανόμενο μοτίβο. Τέλος, οι μαθητές κλήθηκαν να κατασκευάσουν μόνοι τους ένα γεωμετρικό μοτίβο το οποίο μάλιστα δεν ήταν γραμμικό όπως τα προηγούμενα, αλλά κινούταν σε δύο διαστάσεις.

Μοτίβα μπορούμε να κάνουμε με οτιδήποτε και αν σκεφτούμε. Χρησιμοποιήστε όσα και όποια από τα παρακάτω σύμβολα θέλετε και φτιάξτε το δικό σας μοτίβο.
Στο τέλος γράψτε ποιος ήταν ο κανόνας για το μοτίβο (δηλαδή πόσα και ποια είναι τα στοιχεία που επαναλαμβάνονται)

♥ , ✕ , ● , ■

Πόσα στοιχεία επαναλαμβάνονται;
……
Ποια στοιχεία επαναλαμβάνονται;
……

Εικόνα 4.3 Κατασκευή γεωμετρικού μοτίβου σε δύο διαστάσεις με ελεύθερη επιλογή πυρήνα επανάληψης.

Στα αριθμητικά μοτίβα οι ερωτήσεις ήταν επαναλαμβανόμενες και αποτελούσαν τη στρατηγική εύρεσης του κανόνα ενός αριθμητικού μοτίβου.

2, 4, 8, 16, ?, 64, 128, 256, …

1) Οι αριθμοί σε αυτό το αριθμητικό μοτίβο…
   α) μεγαλώνουν με πρόσθεση
   β) μεγαλώνουν με πολλαπλασιασμό
   γ) μικραίνουν με αφαίρεση
   δ) μικραίνουν με διαίρεση

Εικόνα 4.4 Καθοδηγούμενη ερώτηση πολλαπλής επιλογής με στόχο τη διατύπωση κανόνα για ένα αριθμητικό μοτίβο.

Οι ερωτήσεις είχαν τη μορφή πολλαπλών επιλογών για δύο λόγους. Αρχικά, βοηθούσε να περιοριστεί ενδεχόμενη παρέμβαση από τον εκπαιδευτικό αφού οι μαθητές είχαν τη δυνατότητα να ελέγχουν τις αρχικές τους υποθέσεις αλλά ταυτόχρονα επέτρεπε και στους πλέον αδύναμους μαθητές να δομήσουν στρατηγική και με την εις άτοπον απαγωγή να οδηγηθούν σε σωστά αποτελέσματα.

3) Το Μοτίβο μπορώ να το συνεχίσω όσο θέλω και να βρω και άλλους όρους!
   Ποιος αριθμός θα βρίσκεται στη 13η θέση;
   α) 26 β) 22 γ) 24 δ) 13

Εικόνα 4.5 Δραστηριότητα εύρεσης άγνωστου όρου. Οι επιλογές διευκόλυναν τον έλεγχο υποθέσεων.

Στο τελευταίο και πιο απαιτητικό φύλλο εργασίας με τίτλο: «Κάνω τα Αριθμητικά Μοτίβα εργαλείο», οι μαθητές εντόπισαν μοτίβα κρυμμένα μέσα σε γινόμενα και διατύπωσαν τον κανόνα που προέκυπτε. Λόγω της αυξημένης δυσκολίας του αντικειμένου, κρίθηκε αναγκαίο να υπάρχουν κάποιες διαφοροποιήσεις. Αρχικά η έκταση ήταν μικρότερη και γινόταν ανάλυση μόνο σε ένα μοτίβο.

Επιπλέον, ανάμεσα στα ερωτήματα παρεμβάλλονταν βοηθητικές παρατηρήσεις και τέλος, για τη διατύπωση του κανόνα έπρεπε να τοποθετηθούν λέξεις και φράσεις στη σωστή σειρά.

Τα μοτίβα κάποιες φορές κρύβονται και ΜΕΣΑ στις πράξεις.

Δείτε τα επόμενα γινόμενα και εντοπίστε το αριθμητικό μοτίβο.

$$1 \times 1 = 1$$
$$11 \times 11 = 121$$
$$111 \times 111 = 12321$$
$$\ldots$$

Εικόνα 4.6 Εύρεση μοτίβου μέσα σε γινόμενο.

Στις δραστηριότητες που οι μαθητές έπρεπε να χρωματίσουν, χρησιμοποίησαν δικά τους υλικά (μαρκαδόρους και ξυλομπογιές).

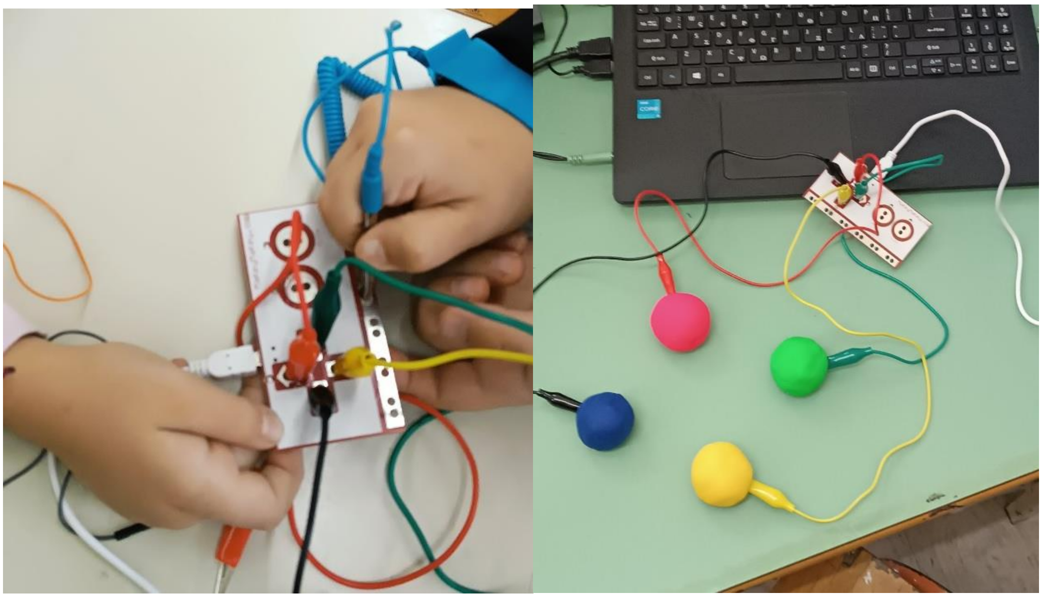
Εικόνα 4.7 Οι μαθητές εργάζονται ομαδικά στο 1ο φύλλο εργασίας.

4.5.3 Υλικό διδασκαλίας πειραματικής ομάδας

Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε για τη διδασκαλία των μοτίβων στην πειραματική ομάδα ήταν δύο ειδών. Το χειραπτικό υλικό, δηλαδή αγώγιμα αντικείμενα με τα οποία συνδέθηκε η συσκευή Makey Makey και τα ψηφιακά παιχνίδια τα οποία αποτελούσαν τη βάση όλων των διδασκαλιών.

Κατά το σχεδιασμό των διδακτικών παρεμβάσεων έγιναν προσπάθειες ώστε να ελαχιστοποιηθεί οποιαδήποτε εμπλοκή του εκπαιδευτικού. Δεδομένου όμως ότι οι μαθητές δεν είχαν έρθει ποτέ σε επαφή με αντίστοιχες ΑΔΧ, κρίθηκε αναγκαίο αφενός να γίνει ένα προπαρασκευαστικό μάθημα εξοικείωσης με τη συσκευή (όπως παρουσιάζεται στο 4.5.1 Εξοικείωση με το Makey Makey) και αφετέρου οι δραστηριότητες να διακρίνονται από απλότητα ώστε να μπορεί με άνεση να το χρησιμοποιήσει και ο πλέον άπειρος χρήστης.

Αρχικά μοιράστηκαν στους μαθητές πλαστελίνες Play-doh σε κόκκινο, κίτρινο, πράσινο και μπλε χρώμα. Οι συγκεκριμένες πλαστελίνες έχουν περισσότερη υγρασία και επομένως άγουν με μεγαλύτερη ευκολία το ηλεκτρικό ρεύμα. Δόθηκε η οδηγία να τις πλάσουν και να φτιάξουν κουμπιά διαφορετικού χρώματος. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα κλιπ αλιγάτορα αντίστοιχου χρώματος τα συνέδεσαν με τα πλήκτρα κατεύθυνσης της πλακέτας (βελάκια). Με τα πλήκτρα που κατασκεύασαν είχαν τη δυνατότητα να αλληλεπιδρούν με τα ψηφιακά παιχνίδια. Σε μια δραστηριότητα χρησιμοποιήθηκαν και φρούτα στα οποία είχε ανοιχθεί μια μικρή οπή ώστε να μην υπάρξει κάποια δυσκολία στη σύνδεση.



Εικόνα 4.8 Αριστερά, οι μαθητές συνδέουν τα κλιπ αλιγάτορα με την πλακέτα. Δεξιά, ολόκληρο το κύκλωμα όπως κατασκευάστηκε από τους μαθητές.

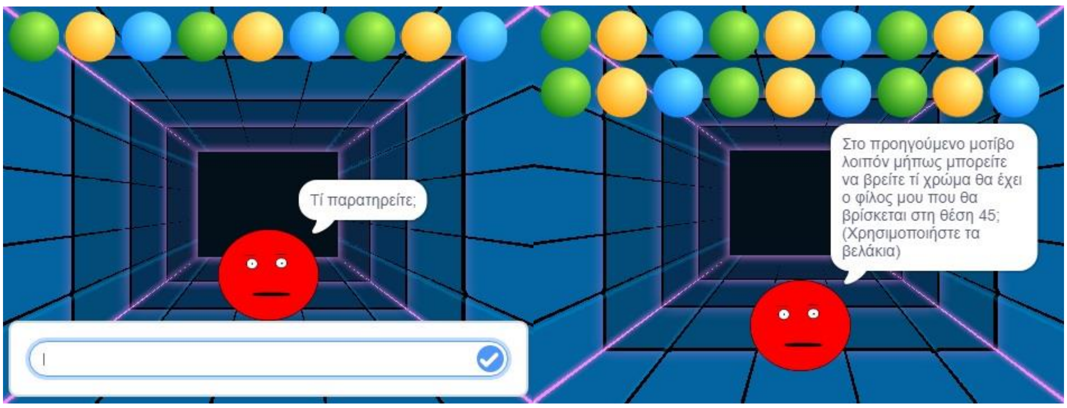
Όσον αφορά τη διδασκαλία στην πειραματική ομάδα, εκτός από τα φύλλα αξιολόγησης και το ερωτηματολόγιο, δεν έγινε χρήση έντυπου υλικού. Στα ψηφιακά παιχνίδια που δημιουργήθηκαν για το σκοπό της έρευνας, μέσω της πλατφόρμας προγραμματισμού Scratch, οι μαθητές έπαιρναν οδηγίες και ανατροφοδότηση από τον κεντρικό χαρακτήρα των ψηφιακών παιχνιδιών (κόκκινη μπάλα) ενώ στα παιχνίδια-εφαρμογές που αντλήθηκαν από την επίσημη ιστοσελίδα του Makey Makey, το ρόλο της καθοδήγησης είχε αναλάβει ο εκπαιδευτικός.

Εικόνα 4.9 Αριστερά ο κεντρικός χαρακτήρας καθοδηγεί τις δραστηριότητες. Δεξιά, παρέχει ανατροφοδότηση σε σωστές ή λανθασμένες απαντήσεις.

Εξαιτίας της έλλειψης εμπειρίας στο πρόγραμμα Scratch, για κάθε παιχνίδι χρειάστηκαν 10-15 ώρες, συνυπολογίζοντας την κατασκευή storyboard, τον προγραμματισμό και τις διορθώσεις. Ως προς το γνωστικό αντικείμενο, οι στόχοι ήταν σαφείς και οριοθετημένοι ενώ βασικό μέλημα για τη διάδραση με την συσκευή ΑΔΧ ήταν η απλότητα και η ευχρηστία.

Για να είναι αξιόπιστα τα δεδομένα, οι δραστηριότητες τόσο στην πειραματική ομάδα όσο και στην ομάδα ελέγχου ήταν πανομοιότυπες. Ακόμα και ο προβλεπόμενος χρόνος για τα ψηφιακά παιχνίδια και τα φύλλα εργασίας ήταν ο ίδιος.

Στο πρώτο ψηφιακό παιχνίδι, οι μαθητές έπρεπε να αναγνωρίσουν ένα επαναλαμβανόμενο γεωμετρικό μοτίβο με τρία στοιχεία ως πυρήνα επανάληψης και διατυπώνοντας τις παρατηρήσεις τους να περιγράψουν και τον κανόνα που καθορίζει το μοτίβο. Στη συνέχεια, το άβαταρ ζητούσε με τη χρήση των κατάλληλων πλήκτρων να επεκταθεί το μοτίβο καθώς και να βρεθεί ο όρος της 45ης θέσης. Για το τελευταίο ζητούμενο οι μαθητές ανέπτυξαν διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης. Αξίζει να σημειωθεί ότι σε κάποιες περιπτώσεις, οι συμμετέχοντες χρησιμοποίησαν πρώιμες συναρτησιακές σχέσεις το οποίο ως διαδικασία συντελεί στη ζητούμενη ανάπτυξη αλγεβρικού τρόπου σκέψης.

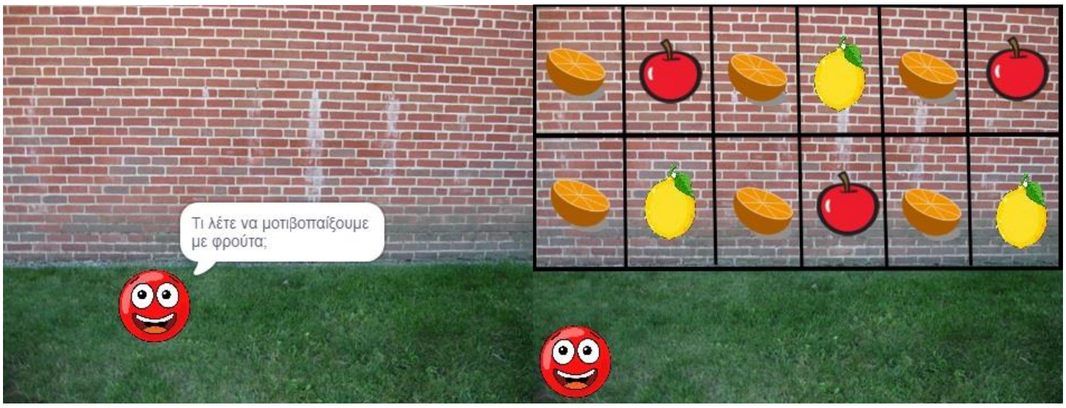


Εικόνα 4.10 Αριστερά ο κεντρικός χαρακτήρας καθοδηγεί τη δραστηριότητα. Δεξιά, αφού έχει επεκταθεί το μοτίβο από το χρήστη, καλείται να αναπτύξει στρατηγική ώστε να βρίσκει στοιχεία σε οποιαδήποτε θέση.

Στο δεύτερο παιχνίδι , το γεωμετρικό μοτίβο έγινε πιο πολύπλοκο έχοντας πέντε στοιχεία στον πυρήνα επανάληψης. Ο κεντρικός χαρακτήρας καλούσε τους μαθητές να βρουν τον μυστικό κανόνα του ενώ στη συνέχεια τους καθοδηγούσε θέτοντας βασικές ερωτήσεις στη μορφή πολλαπλών επιλογών.

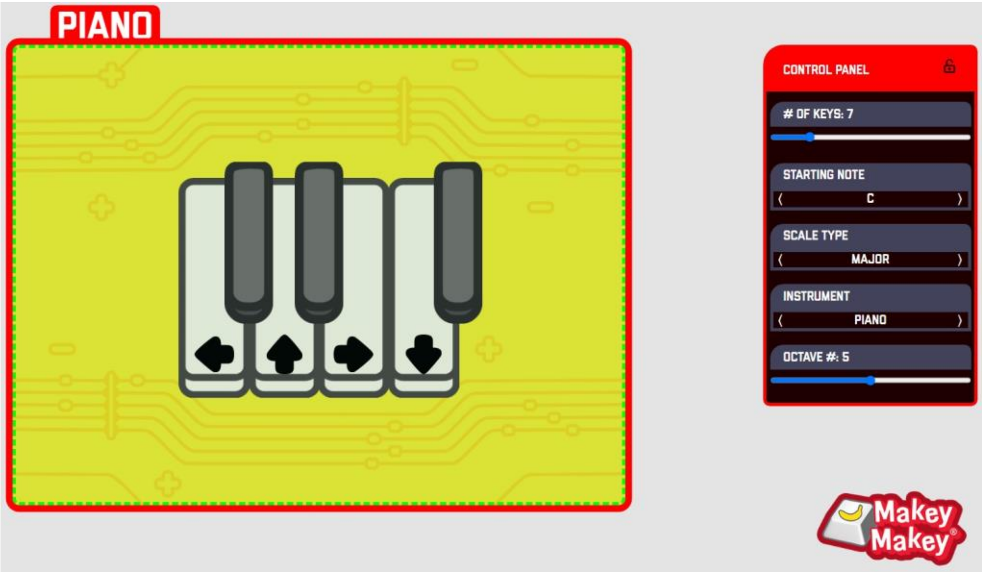
Εικόνα 4.11 Με βασικές ερωτήσεις, το άβαταρ καθοδηγεί το χρήστει να διατυπώσει το μυστικό κανόνα του μοτίβου.

Στην επόμενη δραστηριότητα, οι μαθητές έπρεπε να φτιάξουν το δικό τους μοτίβο που αποτελούνταν από φρούτα και στη συνέχεια να διατυπώσουν τον κανόνα του. Στις περισσότερες περιπτώσεις δημιούργησαν απλά μοτίβα με τέσσερα επαναλαμβανόμενα στοιχεία ενώ σε κάποιες περιπτώσεις η σύνθεση ήταν αρκετά πιο πολύπλοκη.



Εικόνα 4.12 Δραστηριότητα κατασκευής μοτίβου με φρούτα.

Στην τελευταία δραστηριότητα του πρώτου μαθήματος, έγινε συνδυασμός γεωμετρικών μοτίβων (βελάκια κατεύθυνσης) με χρώματα και μουσικές νότες. Μέσω της εφαρμογής Piano που αντλήθηκε από την επίσημη ιστοσελίδα του Makey Makey, τα χρώματα που πατούσαν οι μαθητές μετατρέπονταν σε βελάκια και ταυτόχρονα παρήγαγαν μία ρυθμική επαναλαμβανόμενη μελωδία.

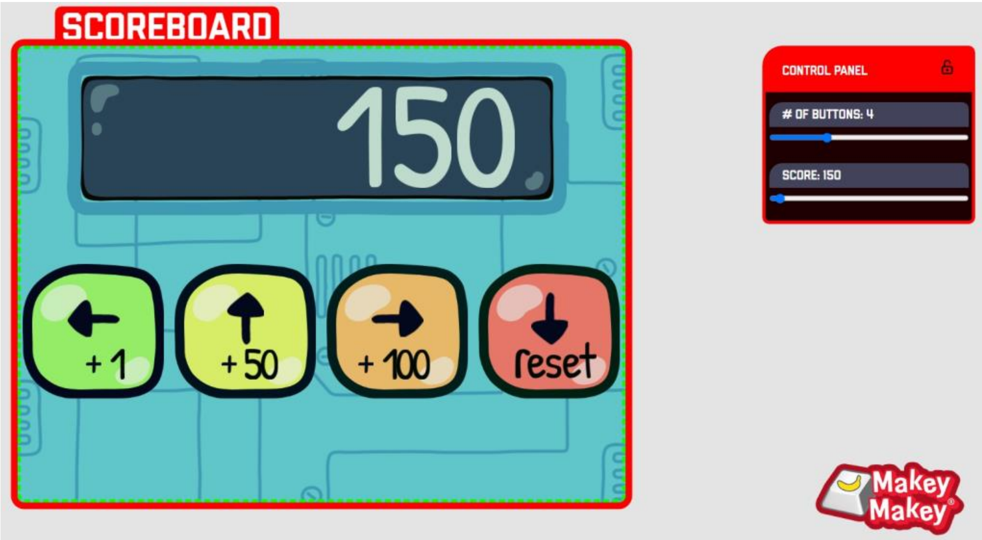


Εικόνα 4.13 Τα τέσσερα βασικά πλήκτρα αντιστοιχούν σε διαφορετικές νότες και παράγουν μια επαναλαμβανόμενη μελωδία που συνθέτουν οι μαθητές.

Στο δεύτερο κατά σειρά διδακτικό δίωρο, τα ψηφιακά παιχνίδια είχαν ως θέμα τα αριθμητικά μοτίβα τα οποία μεταβάλλονται μέσα από τις τέσσερις βασικές πράξεις. Η πρώτη δραστηριότητα σχεδιάστηκε μέσω του προγράμματος Scratch και είχε τη μορφή κουίζ. Βασικό ζητούμενο ήταν να χωριστεί η διαδικασία εύρεσης του κανόνα σε επιμέρους βήματα. Με βάση αυτή τη στρατηγική στη συνέχεια έπρεπε να επεκτείνουν το μοτίβο, να υπολογίσουν άγνωστους όρους και να διαπιστώσουν ότι τα μοτίβα δεν είναι πεπερασμένα.

Εικόνα 4.14 Δραστηριότητα σε μορφή κουίζ. Οι προηγούμενες σωστές επιλογές παραμένουν στην οθόνη και προοδευτικά γίνεται η σύνθεση του κανόνα.

Επειδή οι μαθητές αυτής της ηλικίας δυσκολεύονται να αντιληφθούν την έννοια της άπειρης διαδικασίας, κρίθηκε απαραίτητο να ενταχθεί στη διδασκαλία και η εφαρμογή Scoreboard της επίσημης ιστοσελίδας του Makey Makey στην οποία έθεταν μία αρχική τιμή σε ένα ειδικό πλαίσιο και στη συνέχεια, πατώντας το πλήκτρο που αντιστοιχούσε για παράδειγμα στο +50, οι όροι συνεχώς αυξάνονταν με βήμα τον επιλεγμένο αριθμό. Η εφαρμογή αυτή είχε δύο βασικούς περιορισμούς. Αρχικά η πρόσθεση ήταν η μόνη διαθέσιμη πράξη και κατά δεύτερον ήταν προκαθορισμένα τα διαθέσιμα βήματα της αριθμητικής προόδου. Παρόλα αυτά εξυπηρέτησε τον επιδιωκόμενο στόχο καθώς το σύνολο των μαθητών απάντησε πως οι όροι μπορούν να μεταβάλλονται για όσο το επιλέγει ο χρήστης.



Εικόνα 4.15 Στην εφαρμογή Scoreboard οι μαθητές βρίσκουν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου (συγκεκριμένη περίπτωση αριθμητικού αναπτυσσόμενου μοτίβου).

Στο τελευταίο διδακτικό δίωρο το ψηφιακό παιχνίδι με τίτλο μυστήριο, καλούσε τους μαθητές να ξεκλειδώσουν το "μυστικό" συγκεκριμένων γινομένων βρίσκοντας το αριθμητικό μοτίβο. Η δραστηριότητα αυτή απαιτούσε επαγωγικό συλλογισμό και πρωτότυπη σκέψη επομένως όπως ήταν αναμενόμενο χαρακτηρίστηκε ως πιο δύσκολη σε σχέση με τις προηγούμενες. Για αυτούς τους λόγους, κρίθηκε σκόπιμο να έχει μικρότερη έκταση και να έχει περισσότερες καθοδηγητικές ερωτήσεις και παρατηρήσεις. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού ήταν πιο ενεργός σε σύγκριση με τις προηγούμενες διδασκαλίες, καθώς σε πολλές περιπτώσεις κατέγραφε σκέψεις και απορίες των μαθητών στον πίνακα.

Εικόνα 4.16 Στο τελευταίο ψηφιακό παιχνίδι οι μαθητές χρησιμοποιούν τις γνώσεις τους στα αριθμητικά μοτίβα για να υπολογίσουν γινόμενα.

Οι ηλεκτρονικές διευθύνσεις από όλα τα ψηφιακά παιχνίδια που δημιουργήθηκαν για τους σκοπούς αυτής της έρευνας, βρίσκονται στο Παράρτημα IV.

4.6 Διαδικασία

Όλες οι διδασκαλίες είχαν ως βάση την κοινωνικοπολιτισμική θεώρηση. Έτσι, κρίθηκε αναγκαίο οι μαθητές να εργαστούν σε ομάδες των 4-5 ατόμων και να δοθεί έμφαση στην ισότιμη ανταλλαγή απόψεων και ιδεών. Η εκπαιδευτικός ενθάρρυνε την επικοινωνία και την ενεργό συμμετοχή όλων των μελών. Κατόπιν πιλοτικής εφαρμογής των δραστηριοτήτων, υπολογίστηκε πως ο ελάχιστος απαιτούμενος χρόνος για κάθε διδασκαλία ήταν ένα διδακτικό δίωρο (90 λεπτά). Με το πέρας της κάθε διδασκαλίας οι μαθητές συμπλήρωναν ατομικά το αντίστοιχο φύλλο αξιολόγησης. Η δομή και η φιλοσοφία των φύλλων αξιολόγησης αναλύεται στο κεφάλαιο 4.7(Ερευνητικά εργαλεία)

4.6.1 Σχέδια Διδασκαλίας

Οι δύο ομάδες, ομάδα ελέγχου και πειραματική ομάδα, για τις ανάγκες της έρευνας εργάστηκαν σε ομάδες και επεξεργάστηκαν το ίδιο διδακτικό αντικείμενο με πανομοιότυπες δραστηριότητες, ακολουθώντας το μοντέλο 5E.

Το μαθησιακό μοντέλο 5E αποτελείται από 5 στάδια:

Πίνακας 4.1 Στάδια μαθησιακού μοντέλου 5E

1. Εμπλέκομαι (Engage)	Οι μαθητές εμπλέκονται είτε από ένα γεγονός είτε από ένα ερώτημα. Αναστοχάζονται πάνω στις προϋπάρχουσες γνώσεις τους, ενεργοποιείται το ενδιαφέρον τους και εισάγονται στο προς μελέτη διδακτικό αντικείμενο.	Ομάδα ελέγχου Ερωτήσεις ανοιχτού τύπου	Πειραματική ομάδα Ερωτήσεις ανοιχτού τύπου
2. Εξερευνώ (Explore)	Οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες και διερευνούν τις έννοιες. Υπο την καθοδήγηση του εκπαιδευτικού χειρίζονται υλικά, δίνουν νόημα στην υπάρχουσα γνώση ή διορθώνουν τυχόν	Ομάδα ελέγχου Φύλλα εργασίας	Πειραματική ομάδα Χρήση “Makey Makey”

	παρανοήσεις.		
3. Επεξηγώ (Explain)	Οι μαθητές με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού, εκφράζονται με λέξεις και αποσαφηνίζουν τις έννοιες, διατυπώνουν κανόνες και ορισμούς.	Ομάδα ελέγχου Τελικός ορισμός, κατηγορίες και διατύπωση κανόνων	Πειραματική ομάδα Τελικός ορισμός, κατηγορίες και διατύπωση κανόνων
4. Επεκτείνω (Elaborate)	Οι μαθητές εφαρμόζουν και αξιοποιούν τη νέα γνώση για τις έννοιες, επεκτείνουν τις γνώσεις και τις δεξιότητές τους σε διαφορετικά πλαίσιο ή ακόμα τις εφαρμόζουν σε ρεαλιστικά προβλήματα	Ομάδα ελέγχου Ασκήσεις	Πειραματική ομάδα Ασκήσεις
5. Εκτιμώ (Evaluate)	Οι μαθητές και μαθήτριες εκτιμούν-αξιολογούν τις γνώσεις, δεξιότητες και ικανότητές τους. Αυτό το στάδιο επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να αξιολογήσει την πρόοδο των μαθητών και να τους δώσει ανατροφοδότηση για την επάρκεια των εξηγήσεων και αντιλήψεών τους.	Ομάδα ελέγχου Φύλλα αξιολόγησης Ασκήσεις	Πειραματική ομάδα Φύλλα αξιολόγησης Ασκήσεις

4.6.1.1 Σχέδιο Διδασκαλίας Γεωμετρικά Μοτίβα (ομάδα ελέγχου)

Κύρια στοιχεία διδασκαλίας

- **Τίτλος:** Γεωμετρικά Μοτίβα
- **Εποπτικό Υλικό:** Φύλλο εργασίας
- **Διάρκεια:** 2 διδακτικές ώρες (90 λεπτά)
- **Τοποθεσία:** Αίθουσα τμήματος
- **Εκπαιδευτικός:** Ξαγά Χριστίνα
- **Διδακτικοί Στόχοι:**

1. Να αναγνωρίζουν γεωμετρικά μοτίβα
2. Να αναγνωρίζουν τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα
3. Να εντοπίζουν τον πυρήνα επανάληψης σε ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο
4. Να επεκτείνουν ένα γεωμετρικό μοτίβο
5. Να βρίσκουν έναν άγνωστο όρο σε ένα γεωμετρικό μοτίβο
6. Να διατυπώνουν τον κανόνα που ορίζει ένα γεωμετρικό μοτίβο
7. Να κατασκευάζουν γεωμετρικά μοτίβα

1. **Εισαγωγή - Συζήτηση** (διάρκεια 10’)
Με αφορμή τις ερωτήσεις: «Τι είναι το μοτίβο; Που μπορούμε να το συναντήσουμε; Μπορείτε να δώσετε κάποια παραδείγματα;», η ολομέλεια ανταλλάσει απόψεις σχετικά με τα μοτίβα και πιο συγκεκριμένα τα Γεωμετρικά Μοτίβα. Στη συνέχεια, η εκπαιδευτικός εστιάζει στη χρησιμότητα των μοτίβων στα μαθηματικά και πως βάσει αυτής καθορίζονται οι διδακτικοί στόχοι του μαθήματος.

2. **Εξερεύνηση με φύλλα εργασίας** (διάρκεια 40’)
Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες των 4-5 ατόμων. Σε κάθε ομάδα μοιράζεται ένα φύλλο εργασίας στο οποίο υπάρχουν δραστηριότητες τις οποίες οι μαθητές πρέπει να ολοκληρώσουν με σκοπό να επαληθεύσουν, να επεκτείνουν ή να διορθώσουν τις προηγούμενες γνώσεις τους. Σε όλη τη διαδικασία η εκπαιδευτικός έχει βοηθητικό και καθοδηγητικό ρόλο. Βασικοί στόχοι του μαθήματος είναι η αναγνώριση του πυρήνα επανάληψης σε ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο, η διατύπωση του κανόνα που καθορίζει ένα μοτίβο και η εύρεση αγνώστων όρων.

3. **Επεξήγηση** (διάρκεια 10’)
Η ολομέλεια με βάση τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα που έχουν εξαχθεί, απαντούν στις ερωτήσεις: «Τι είναι το γεωμετρικό μοτίβο; Τι είναι το επαναλαμβανόμενο γεωμετρικό μοτίβο; Τα μοτίβα είναι πεπερασμένα ή άπειρα; Τι είναι ο πυρήνας επανάληψης και πως τον εντοπίζουμε; Πως μπορούμε να διατυπώσουμε τον κανόνα που καθορίζει ένα μοτίβο».

4. **Επέκταση της νέας γνώσης** (διάρκεια 10΄)
Οι μαθητές αξιοποιούν τη νέα γνώση και λύνουν την τελευταία και πιο απαιτητική άσκηση του φύλλου αξιολόγησης που αφορά ένα ρεαλιστικό πρόβλημα που απαιτεί επαγωγικό συλλογισμό.

5. **Αξιολόγηση** (διάρκεια 15΄)
Οι μαθητές συμπληρώνουν ατομικά τις δραστηριότητες του 1ου Φύλλου αξιολόγησης και με αυτό τον τρόπο εντοπίζουν τις νέες γνώσεις-δεξιότητες που έχουν κατακτήσει.

6. **Συζήτηση- κλείσιμο διδασκαλίας** (διάρκεια 5΄)
Πραγματοποιείται σύντομη αποτίμηση της διδασκαλίας και υπενθυμίζονται οι βασικές έννοιες

καθώς και η ορολογία.

4.6.1.2 Σχέδιο Διδασκαλίας Γεωμετρικά Μοτίβα (πειραματική ομάδα)

Κύρια στοιχεία διδασκαλίας

- **Τίτλος:** Γεωμετρικά Μοτίβα
- **Εποπτικό Υλικό:** Ψηφιακά παιχνίδια, αγώγιμα χειραπτικά υλικά, Makey Makey
- **Διάρκεια:** 2 διδακτικές ώρες (90 λεπτά)
- **Τοποθεσία:** Αίθουσα τμήματος
- **Εκπαιδευτικός:** Ξαγά Χριστίνα
- **Κύριος Διδακτικός Στόχος:**
    1. Να αναγνωρίζουν γεωμετρικά μοτίβα
    2. Να αναγνωρίζουν τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα
    3. Να εντοπίζουν τον πυρήνα επανάληψης σε ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο
    4. Να επεκτείνουν ένα γεωμετρικό μοτίβο
    5. Να βρίσκουν έναν άγνωστο όρο σε ένα γεωμετρικό μοτίβο
    6. Να διατυπώνουν τον κανόνα που ορίζει ένα γεωμετρικό μοτίβο
    7. Να κατασκευάζουν γεωμετρικά μοτίβα

1. **Εισαγωγή - Συζήτηση** (διάρκεια 10’)
Με αφορμή τις ερωτήσεις: «Τι είναι το μοτίβο; Που μπορούμε να το συναντήσουμε; Μπορείτε να δώσετε κάποια παραδείγματα;», η ολομέλεια ανταλλάσει απόψεις σχετικά με τα μοτίβα και πιο συγκεκριμένα τα Γεωμετρικά Μοτίβα. Στη συνέχεια, η εκπαιδευτικός εστιάζει στη χρησιμότητα των μοτίβων στα μαθηματικά και πως βάσει αυτής καθορίζονται οι διδακτικοί στόχοι του μαθήματος.

2. **Εξερεύνηση με το ‘Makey Makey’** (διάρκεια 40’)
Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες των 4-5 ατόμων. Σε κάθε ομάδα μοιράζεται μια συσκευή ‘Makey Makey’ με τη βοήθεια της οποίας επεξεργάζονται τις ειδικά σχεδιασμένες δραστηριότητες του Scratch καθώς και μια εφαρμογή της επίσημης ιστοσελίδας της συσκευής. Σε κάθε δραστηριότητα οι οδηγίες είναι ενσωματωμένες στο παιχνίδι ενώ σε κάθε επιλογή παρέχεται ανατροφοδότηση σωστής ή λανθασμένης απάντησης. Σκοπός είναι να επαληθεύσουν, να επεκτείνουν ή να διορθώσουν τις προηγούμενες γνώσεις τους. Σε όλη τη διαδικασία η εκπαιδευτικός έχει βοηθητικό και καθοδηγητικό ρόλο. Βασικοί στόχοι του μαθήματος είναι η αναγνώριση του πυρήνα επανάληψης σε ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο, η διατύπωση του κανόνα που καθορίζει ένα μοτίβο και η εύρεση αγνώστων όρων.

3. **Επεξήγηση** (διάρκεια 10’)
Η ολομέλεια με βάση τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα που έχουν εξαχθεί, απαντούν στις ερωτήσεις: «Τι είναι το γεωμετρικό μοτίβο; Τι είναι το επαναλαμβανόμενο γεωμετρικό μοτίβο; Τα μοτίβα είναι πεπερασμένα ή άπειρα; Τι είναι ο πυρήνας επανάληψης και πως τον εντοπίζουμε; Πως μπορούμε να διατυπώσουμε τον κανόνα που καθορίζει ένα μοτίβο».

4. **Επέκταση της νέας γνώσης** (διάρκεια 10΄)
Οι μαθητές αξιοποιούν τη νέα γνώση και λύνουν ατομικά την τελευταία και πιο απαιτητική άσκηση του φύλλου αξιολόγησης που αφορά ένα ρεαλιστικό πρόβλημα που απαιτεί επαγωγικό συλλογισμό.

5. **Αξιολόγηση** (διάρκεια 15΄)
Οι μαθητές συμπληρώνουν ατομικά τις δραστηριότητες του 1ου Φύλλου αξιολόγησης και με αυτό τον τρόπο εντοπίζουν τις νέες γνώσεις-δεξιότητες που έχουν κατακτήσει.

6. **Συζήτηση- κλείσιμο διδασκαλίας** (διάρκεια 5΄)
Πραγματοποιείται σύντομη αποτίμηση της διδασκαλίας και υπενθυμίζονται οι βασικές έννοιες καθώς και η ορολογία.

4.6.1.3 Σχέδιο Διδασκαλίας Αριθμητικά Μοτίβα (ομάδα ελέγχου)

Κύρια στοιχεία διδασκαλίας

- **Τίτλος:** Αριθμητικά Μοτίβα
- **Εποπτικό Υλικό:** Φύλλο εργασίας
- **Διάρκεια:** 2 διδακτικές ώρες (90 λεπτά)
- **Τοποθεσία:** Αίθουσα τμήματος
- **Εκπαιδευτικός:** Ξαγά Χριστίνα
- **Διδακτικοί Στόχοι:**
    1. Να αναγνωρίζουν τα αριθμητικά μοτίβα
    2. Να διατυπώνουν τη διαδικασία με την οποία προκύπτει ο επόμενος όρος (κανόνας)
    3. Να επεκτείνουν ένα αριθμητικό μοτίβο
    4. Να βρίσκουν έναν άγνωστο όρο σε ένα αριθμητικό μοτίβο
    5. Να εξοικειωθούν με την έννοια της μη πεπερασμένης διαδικασίας

1. **Εισαγωγή - Συζήτηση** (διάρκεια 10’)
Με αφορμή τις ερωτήσεις: «Με ποιους τρόπους οι αριθμοί παίζουν με τα Αριθμητικά Μοτίβα; Που μπορούμε να τα συναντήσουμε; Μπορείτε να δώσετε κάποια παραδείγματα;», η ολομέλεια ανταλλάσει απόψεις σχετικά με τα μοτίβα και πιο συγκεκριμένα τα Αριθμητικά Μοτίβα. Στη συνέχεια, η εκπαιδευτικός εστιάζει στη σύνδεση των αριθμητικών μοτίβων με τη μουσική και θέτει το ερώτημα εύρεσης και άλλων αντίστοιχων συνδέσεων.

2. **Εξερεύνηση με φύλλα εργασίας** (διάρκεια 40’)

Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες των 4-5 ατόμων. Σε κάθε ομάδα μοιράζεται ένα φύλλο εργασίας στο οποίο υπάρχουν δραστηριότητες τις οποίες καλούνται να ολοκληρώσουν με σκοπό να επαληθεύσουν, να επεκτείνουν ή να διορθώσουν τις προηγούμενες γνώσεις τους. Σε όλη τη διαδικασία η εκπαιδευτικός έχει βοηθητικό και καθοδηγητικό ρόλο. Βασικοί στόχοι του μαθήματος είναι οι μαθητές να μπορούν να εντοπίζουν και να διατυπώνουν τον κανόνα σε ένα αναπτυσσόμενο αριθμητικό μοτίβο και στηριζόμενοι στον κανόνα να υπολογίζουν άγνωστους όρους.

3. **Επεξήγηση** (διάρκεια 10’)
Η ολομέλεια με βάση τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα που έχουν εξαχθεί, απαντούν στις ερωτήσεις: «Τι είναι το Αριθμητικό μοτίβο; Τι είναι το αναπτυσσόμενο Αριθμητικό Μοτίβο; Πως μπορούμε να διατυπώσουμε τον κανόνα που καθορίζει ένα μοτίβο; Με ποιους τρόπους μπορούμε να υπολογίζουμε έναν άγνωστο όρο;».

4. **Επέκταση της νέας γνώσης** (διάρκεια 10΄)
Οι μαθητές αξιοποιούν τη νέα γνώση και λύνουν την τελευταία και πιο απαιτητική άσκηση του φύλλου αξιολόγησης που αφορά ένα ρεαλιστικό πρόβλημα που απαιτεί επαγωγικό συλλογισμό.

5. **Αξιολόγηση** (διάρκεια 15΄)
Οι μαθητές συμπληρώνουν ατομικά τις δραστηριότητες του 2ου Φύλλου αξιολόγησης και με αυτό τον τρόπο εντοπίζουν τις νέες γνώσεις-δεξιότητες που έχουν κατακτήσει.

6. **Συζήτηση- κλείσιμο διδασκαλίας** (διάρκεια 5΄)
Πραγματοποιείται σύντομη αποτίμηση της διδασκαλίας και υπενθυμίζονται οι βασικές έννοιες καθώς και η ορολογία.

4.6.1.4 Σχέδιο Διδασκαλίας Αριθμητικά Μοτίβα (πειραματική ομάδα)

Κύρια στοιχεία διδασκαλίας

- **Τίτλος:** Αριθμητικά Μοτίβα
- **Εποπτικό Υλικό:** Ψηφιακά παιχνίδια, αγώγιμα χειραπτικά υλικά, Makey Makey
- **Διάρκεια:** 2 διδακτικές ώρες (90 λεπτά)
- **Τοποθεσία:** Αίθουσα τμήματος
- **Εκπαιδευτικός:** Ξαγά Χριστίνα
- **Διδακτικοί Στόχοι:**
    1. Να αναγνωρίζουν τα αριθμητικά μοτίβα
    2. Να διατυπώνουν τη διαδικασία με την οποία προκύπτει ο επόμενος όρος (κανόνας)
    3. Να επεκτείνουν ένα αριθμητικό μοτίβο
    4. Να βρίσκουν έναν άγνωστο όρο σε ένα αριθμητικό μοτίβο
    5. Να εξοικειωθούν με την έννοια της μη πεπερασμένης διαδικασίας

1. **Εισαγωγή - Συζήτηση** (διάρκεια 10’)
Με αφορμή τις ερωτήσεις: «Με ποιους τρόπους οι αριθμοί παίζουν με τα Αριθμητικά Μοτίβα; Που μπορούμε να τα συναντήσουμε; Μπορείτε να δώσετε κάποια παραδείγματα;», η ολομέλεια ανταλλάσει απόψεις σχετικά με τα μοτίβα και πιο συγκεκριμένα τα Αριθμητικά Μοτίβα. Στη συνέχεια, η εκπαιδευτικός εστιάζει στη σύνδεση των αριθμητικών μοτίβων με τη μουσική και θέτει το ερώτημα εύρεσης και άλλων αντίστοιχων συνδέσεων.

2. **Εξερεύνηση με το ‘Makey Makey’** (διάρκεια 40’)
Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες των 4-5 ατόμων. Σε κάθε ομάδα μοιράζεται μια συσκευή ‘Makey Makey’ με τη βοήθεια της οποίας επεξεργάζονται τις ειδικά σχεδιασμένες δραστηριότητες του Scratch καθώς και μια εφαρμογή της επίσημης ιστοσελίδας της συσκευής. Σε κάθε δραστηριότητα οι οδηγίες είναι ενσωματωμένες στο παιχνίδι ενώ σε κάθε επιλογή παρέχεται ανατροφοδότηση σωστής ή λανθασμένης απάντησης. Σκοπός είναι να επαληθεύσουν, να επεκτείνουν ή να διορθώσουν τις προηγούμενες γνώσεις τους. Σε όλη τη διαδικασία ή εκπαιδευτικός έχει βοηθητικό και καθοδηγητικό ρόλο. Βασικοί στόχοι του μαθήματος είναι οι μαθητές να μπορούν να εντοπίζουν και να διατυπώνουν τον κανόνα σε ένα αναπτυσσόμενο αριθμητικό μοτίβο και στηριζόμενοι στον κανόνα να υπολογίζουν άγνωστους όρους.

3. **Επεξήγηση** (διάρκεια 10’)
Η ολομέλεια με βάση τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα που έχουν εξαχθεί, απαντούν στις ερωτήσεις: «Τι είναι το Αριθμητικό μοτίβο; Τι είναι το αναπτυσσόμενο Αριθμητικό Μοτίβο; Πως μπορούμε να διατυπώσουμε τον κανόνα που καθορίζει ένα μοτίβο; Με ποιους τρόπους μπορούμε να υπολογίζουμε έναν άγνωστο όρο;».

4. **Επέκταση της νέας γνώσης** (διάρκεια 10΄)
Οι μαθητές αξιοποιούν τη νέα γνώση και λύνουν την τελευταία και πιο απαιτητική άσκηση του φύλλου αξιολόγησης που αφορά ένα ρεαλιστικό πρόβλημα που απαιτεί επαγωγικό συλλογισμό.

5. **Αξιολόγηση** (διάρκεια 15΄)
Οι μαθητές συμπληρώνουν ατομικά τις δραστηριότητες του 2ου Φύλλου αξιολόγησης και με αυτό τον τρόπο εντοπίζουν τις νέες γνώσεις-δεξιότητες που έχουν κατακτήσει.

6. **Συζήτηση- κλείσιμο διδασκαλίας** (διάρκεια 5΄)
Πραγματοποιείται σύντομη αποτίμηση της διδασκαλίας και υπενθυμίζονται οι βασικές έννοιες καθώς και η ορολογία.

4.6.1.5 Σχέδιο Διδασκαλίας Κάνω τα Αριθμητικά Μοτίβα εργαλείο (ομάδα ελέγχου)

Κύρια στοιχεία διδασκαλίας

- **Τίτλος:** Κάνω τα Αριθμητικά Μοτίβα εργαλείο
- **Εποπτικό Υλικό:** Φύλλο εργασίας
- **Διάρκεια:** 2 διδακτικές ώρες (90 λεπτά)
- **Τοποθεσία:** Αίθουσα τμήματος
- **Εκπαιδευτικός:** Ξαγά Χριστίνα
- **Κύριος Διδακτικός Στόχος:** Οι μαθητές να εντοπίζουν και να διατυπώνουν τον κανόνα που κρύβεται σε συγκεκριμένα γινόμενα και να τον εφαρμόζουν σε υπολογισμούς

1. **Εισαγωγή - Συζήτηση** (διάρκεια 10’)
Αρχικά θέτονται οι ερωτήσεις: «Γνωρίζετε παραδείγματα πολλαπλασιασμών όπου μπορούμε να βρούμε κατευθείαν το γινόμενο; πιστεύετε υπάρχουν άλλα παραδείγματα;». Στη συνέχεια, η ολομέλεια ανταλλάσει απόψεις οι οποίες καταγράφονται στον πίνακα. Η εκπαιδευτικός ενεργοποιεί τους μαθητές ενημερώνοντάς τους ότι για τις ανάγκες αυτού του παιχνιδιού θα γίνουν ερευνητές και θα εξιχνιάσουν το μυστήριο των γινομένων.

2. **Εξερεύνηση με το Φύλλο εργασίας** (διάρκεια 40’)
Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες των 4-5 ατόμων. Σε κάθε ομάδα μοιράζεται το 3ο φύλλο εργασίας από το οποίο επεξεργάζονται μία δραστηριότητα με 4 υποερωτήματα. Σκοπός είναι να γνωρίσουν περιπτώσεις όπου τα μοτίβα εντοπίζονται μέσα σε πράξεις, να διατυπώσουν τον κανόνα τους και με βάση αυτόν να υπολογίσουν συγκεκριμένα γινόμενα. Σε όλη τη διαδικασία η εκπαιδευτικός καταγράφει τις παρατηρήσεις και τις ερωτήσεις των μαθητών έχοντας ταυτόχρονα βοηθητικό και καθοδηγητικό ρόλο.

3. **Επεξήγηση** (διάρκεια 10’)
Η ολομέλεια με βάση τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα που έχουν εξαχθεί, απαντούν στις ερωτήσεις: «Υπάρχουν περιπτώσεις όπου τα Αριθμητικά Μοτίβα μπορούν να λειτουργήσουν ως εργαλεία για τις πράξεις; Πως μπορούμε να διατυπώσουμε τον κανόνα μιας τέτοιας περίπτωσης;»

4. **Επέκταση της νέας γνώσης** (διάρκεια 10΄)
Οι μαθητές αξιοποιούν τη νέα γνώση και καταγράφουν δικά τους παραδείγματα με το μοτίβο που ασχολήθηκαν ή ακόμα κατασκευάζουν το δικό τους μοτίβο με γινόμενα.

5. **Αξιολόγηση** (διάρκεια 15΄)
Οι μαθητές συμπληρώνουν ατομικά τις δραστηριότητες του 3ου Φύλλου αξιολόγησης και με αυτό τον τρόπο εντοπίζουν τις νέες γνώσεις-δεξιότητες που έχουν κατακτήσει.

6. **Συζήτηση- κλείσιμο διδασκαλίας** (διάρκεια 5΄)

Πραγματοποιείται σύντομη αποτίμηση της διδασκαλίας και υπενθυμίζονται οι βασικές έννοιες καθώς και η ορολογία.

4.6.1.6 Σχέδιο Διδασκαλίας Κάνω τα Αριθμητικά Μοτίβα εργαλείο (πειραματική ομάδα)

Κύρια στοιχεία διδασκαλίας

- **Τίτλος:** Κάνω τα Αριθμητικά Μοτίβα εργαλείο
- **Εποπτικό Υλικό:** Ψηφιακά παιχνίδια, αγώγιμα χειραπτικά υλικά, Makey Makey
- **Διάρκεια:** 2 διδακτικές ώρες (90 λεπτά)
- **Τοποθεσία:** Αίθουσα τμήματος
- **Εκπαιδευτικός:** Ξαγά Χριστίνα
- **Κύριος Διδακτικός Στόχος:** Οι μαθητές να εντοπίζουν και να διατυπώνουν τον κανόνα που κρύβεται σε συγκεκριμένα γινόμενα και να τον εφαρμόζουν σε υπολογισμούς

1. **Εισαγωγή - Συζήτηση** (διάρκεια 10’)
Αρχικά θέτονται οι ερωτήσεις: «Γνωρίζετε παραδείγματα πολλαπλασιασμών όπου μπορούμε να βρούμε κατευθείαν το γινόμενο; πιστεύετε υπάρχουν άλλα παραδείγματα;». Στη συνέχεια, η ολομέλεια ανταλλάσει απόψεις οι οποίες καταγράφονται στον πίνακα. Η εκπαιδευτικός ενεργοποιεί τους μαθητές ενημερώνοντάς τους ότι για τις ανάγκες αυτού του παιχνιδιού θα γίνουν ερευνητές και θα εξιχνιάσουν το μυστήριο των γινομένων.

2. **Εξερεύνηση με το ‘Makey Makey’** (διάρκεια 40’)
Οι μαθητές χωρίστηκαν σε ομάδες των 4-5 ατόμων. Σε κάθε ομάδα μοιράστηκε μια συσκευή ‘Makey Makey’ με τη βοήθεια της οποίας επεξεργάστηκαν την ειδικά σχεδιασμένη δραστηριότητα του Scratch. Σε κάθε δραστηριότητα οι οδηγίες είναι ενσωματωμένες στο παιχνίδι ενώ σε κάθε επιλογή παρέχεται ανατροφοδότηση σωστής ή λανθασμένης απάντησης. Σκοπός ήταν να γνωρίσουν περιπτώσεις όπου τα μοτίβα εντοπίζονται μέσα σε πράξεις, να διατυπώσουν τον κανόνα τους και με βάση αυτόν να υπολογίσουν συγκεκριμένα γινόμενα. Σε όλη τη διαδικασία ο εκπαιδευτικός κατέγραφε τις παρατηρήσεις και τις ερωτήσεις των μαθητών έχοντας ταυτόχρονα βοηθητικό και καθοδηγητικό ρόλο.

3. **Επεξήγηση** (διάρκεια 10’)
Η ολομέλεια με βάση τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα που έχουν εξαχθεί, απαντούν στις ερωτήσεις: «Υπάρχουν περιπτώσεις όπου τα Αριθμητικά Μοτίβα μπορούν να λειτουργήσουν ως εργαλεία για τις πράξεις; Πως μπορούμε να διατυπώσουμε τον κανόνα μιας τέτοιας περίπτωσης;»

4. **Επέκταση της νέας γνώσης** (διάρκεια 10΄)
Οι μαθητές αξιοποιούν τη νέα γνώση και καταγράφουν δικά τους παραδείγματα με το μοτίβο που ασχολήθηκαν ή ακόμα κατασκευάζουν το δικό τους μοτίβο με γινόμενα.

5. **Αξιολόγηση** (διάρκεια 15΄)
Οι μαθητές συμπληρώνουν ατομικά τις δραστηριότητες του 3ου Φύλλου αξιολόγησης και με αυτό τον τρόπο εντοπίζουν τις νέες γνώσεις-δεξιότητες που έχουν κατακτήσει.

6. **Συζήτηση- κλείσιμο διδασκαλίας** (διάρκεια 5΄)
Πραγματοποιείται σύντομη αποτίμηση της διδασκαλίας και υπενθυμίζονται οι βασικές έννοιες καθώς και η ορολογία.

4.7 Ερευνητικά εργαλεία

Για το σκοπό της παρούσας έρευνας, η συλλογή δεδομένων έγινε με τα εξής εργαλεία:

1. Φύλλο αξιολόγησης για τα «Γεωμετρικά Μοτίβα»
2. Φύλλο αξιολόγησης για τα «Αριθμητικά Μοτίβα»
3. Φύλλο αξιολόγησης για το «Κάνω τα Αριθμητικά Μοτίβα εργαλείο»
4. Ερωτηματολόγιο καταγραφής εντυπώσεων

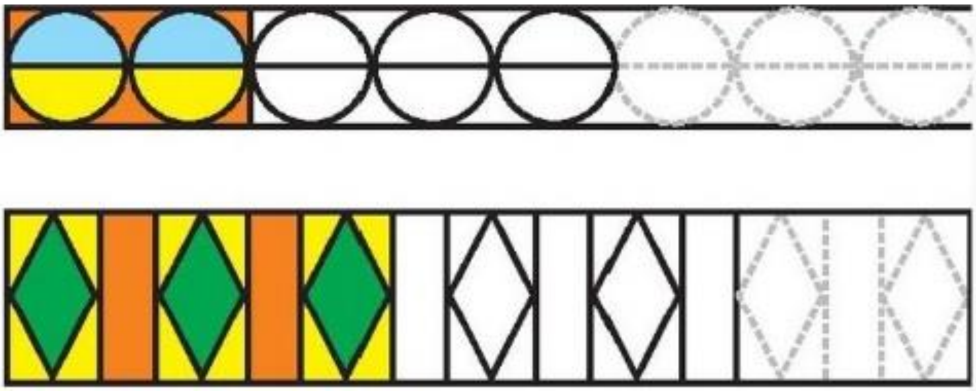
Τα φύλλα αξιολόγησης ήταν κοινά και για τα δύο μέσα διδασκαλίας ενώ το ερωτηματολόγιο ήταν προσαρμοσμένο για την κάθε ομάδα.

4.7.1 Φύλλα αξιολόγησης

Σε κάθε ομάδα, με το τέλος της διδασκαλίας, δινόταν άμεσα το αντίστοιχο φύλλο αξιολόγησης. Τα δύο πρώτα φύλλα αξιολόγησης αποτελούνται από δύο σελίδες με τρεις δραστηριότητες στο κάθε ένα ενώ το τρίτο έχει έκταση μιας σελίδας και αριθμεί δύο δραστηριότητες λόγω της αυξημένης δυσκολίας του αντικειμένου που διαπραγματεύεται. Στο Παράρτημα Ι, παρατίθενται όλα τα φύλλα αξιολόγησης με τη σειρά που τα επεξεργάστηκαν οι μαθητές. Οι ασκήσεις ήταν αυξανόμενης δυσκολίας και κατά το σχεδιασμό τους κρίθηκε σημαντικό να καλύπτουν όσο το δυνατόν περισσότερους γνωστικούς στόχους, όπως αποτυπώνονται στα ΑΠΣ.

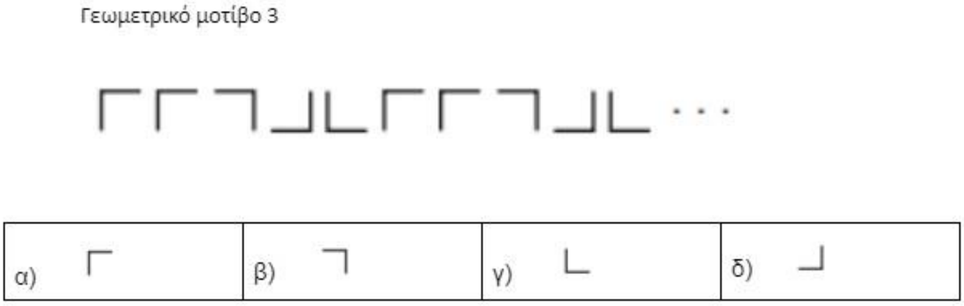
4.7.1.1 Φύλλο Αξιολόγησης στα Γεωμετρικά Μοτίβα

Στο πρώτο φύλλο αξιολόγησης στα Γεωμετρικά Μοτίβα, το ζητούμενο ήταν να συνεχιστεί ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο. Για να το κάνουν αυτό, έστω και διαισθητικά, οι μαθητές έπρεπε να επιμερίσουν το κάθε μοτίβο και να εντοπίσουν τον κανόνα που το προσδιορίζει.



Εικόνα 4.17 Μέρος της πρώτης δραστηριότητας των γεωμετρικών μοτίβων.

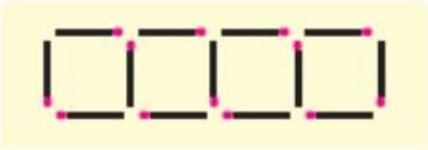
Στην επόμενη άσκηση, οι μαθητές έπρεπε να υπολογίσουν τον 20ο όρο σε τρία διαφορετικά γεωμετρικά μοτίβα. Στην παρούσα δραστηριότητα για να ανταποκριθούν οι μαθητές ήταν σημαντικό αφενός να αναγνωρίσουν το μοτίβο και τον πυρήνα που επαναλαμβάνεται και αφετέρου να σχεδιάσουν κάποια στρατηγική επίλυσης προβλήματος.



Εικόνα 4.18 Στη δεύτερη δραστηριότητα των γεωμετρικών μοτίβων αναπτύχθηκαν πολλές και διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης.

Η τελευταία και πιο απαιτητική άσκηση, αφορά ένα ρεαλιστικό σύνθετο πρόβλημα του οποίου η λύση στηρίζεται στον επαγωγικό συλλογισμό. Εκτός από την εύρεση της απάντησης, η δραστηριότητα αυτή καλεί τους μαθητές να διατυπώσουν τη συλλογιστική τους πορεία η οποία ουσιαστικά οδηγεί στον κανόνα και αναδρασιακά μπορεί να λειτουργήσει ως μέσο αυτοδιόρθωσης.

3. **Στο σχήμα που βλέπετε, έχουμε χρησιμοποιήσει σπίρτα για να φτιάξουμε αυτά τα τέσσερα τετράγωνα.**



Πόσα σπίρτα θα χρειαστούμε για να συμπληρώσουμε 60 τετράγωνα;

α) 180	β) 181	γ) 240	δ) 239

Γράψτε πως σκεφτήκατε

....
....
....

Εικόνα 4.19 Η τελευταία δραστηριότητα αφορά σε ένα ρεαλιστικό πρόβλημα το οποίο χαρακτηρίστηκε ως απαιτητικό από την πλειοψηφία των μαθητών.

4.7.1.2 Φύλλο Αξιολόγησης στα Αριθμητικά Μοτίβα

Στο δεύτερο κατά σειρά φύλλο αξιολόγησης το αντικείμενο μελέτης ήταν τα Αριθμητικά Μοτίβα. Οι δραστηριότητες περιέχουν αριθμητικές και γεωμετρικές προόδους, ένα επαναλαμβανόμενο αριθμητικό μοτίβο και ένα ρεαλιστικό πρόβλημα με αναπτυσσόμενο αριθμητικό μοτίβο.

Συγκεκριμένα, στην πρώτη άσκηση οι μαθητές από τη διδασκαλία έχοντας εξοικειωθεί με τα μεθοδολογικά βήματα καλούνται να συμπληρώσουν τους τρεις επόμενους όρους σε δύο αριθμητικές και δύο γεωμετρικές προόδους. Διατυπώνοντας τη συλλογιστική πορεία που ακολούθησαν, δίνεται απάντηση και στο δεύτερο ζητούμενο της δραστηριότητας που ήταν να βρουν τον κανόνα που διέπει το κάθε μοτίβο.

1. **Βρες το μοτίβο και συμπλήρωσε άλλους τρεις αριθμούς.**

Αριθμητικό μοτίβο 1

2	4	8	16	32			

Εικόνα 4.20 Δραστηριότητα επέκτασης αριθμητικού μοτίβου.

Η δεύτερη άσκηση, η οποία χαρακτηρίστηκε ως εύκολη από τα παιδιά, διαπραγματεύεται την εύρεση ενός άγνωστου όρου που παρεμβάλλεται είτε σε αναπτυσσόμενο είτε σε επαναλαμβανόμενο μοτίβο. Οι μαθητές έπρεπε να παρατηρήσουν τους όρους και στο τέλος να επιβεβαιώσουν ή να επανεκτιμήσουν την απάντησή τους.

3. Στα παρακάτω Αριθμητικά μοτίβα βρες τον όρο που λείπει.

8 13 ? 23 28

Εικόνα 4.21 Δραστηριότητα εύρεσης άγνωστου όρου σε αριθμητικό μοτίβο. Οι επόμενοι όροι βοηθούν στην επαλήθευση της υπόθεσης των μαθητών.

Το φύλλο αξιολόγησης ολοκληρώθηκε με ένα ρεαλιστικό πρόβλημα με την ακολουθία Fibonacci. Πρόκειται για ένα αριθμητικό αναπτυσσόμενο μοτίβο του οποίου η εύρεση του κανόνα δεν ικανοποιείται με τα μεθοδολογικά βήματα των αριθμητικών και γεωμετρικών προόδων.

4. Η ακολουθία Fibonacci

«Οι αριθμοί Fibonacci είναι το αριθμητικό σύστημα της φύσης. Εμφανίζονται παντού στη φύση από τη διάταξη των φύλλων στα φυτά μέχρι το μοτίβο των πετάλων στα λουλούδια, τις πευκοβελόνες ή τα στρώματα του φλοιού ενός ανανά. Φαίνεται πως οι αριθμοί Fibonacci σχετίζονται με την ανάπτυξη κάθε ζωντανού οργανισμού, ενός κυττάρου, ενός σπυριού σιταριού, μιας κυψέλης μελισσών, ακόμα της ίδιας της ανθρωπότητας».

Αυτή είναι η ακολουθία Fibonacci. Αν εξαιρέσουμε τους πρώτους δύο αριθμούς, τους υπόλοιπους μπορούμε να τους βρούμε με έναν κανόνα.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

α) Διατυπώστε με δικά σας λόγια τον κανόνα

....

....

β) Βρείτε τους τρεις επόμενους όρους

....

Εικόνα 4.22 Η τελευταία δραστηριότητα στα αριθμητικά μοτίβα αφορά σε ένα ρεαλιστικό πρόβλημα το οποίο χαρακτηρίστηκε ως απαιτητικό από την πλειοψηφία των μαθητών.

4.7.1.3 Φύλλο Αξιολόγησης με τίτλο: «Κάνω τα Αριθμητικά Μοτίβα εργαλείο»

Στο τρίτο κατά σειρά φύλλο αξιολόγησης, οι μαθητές έπρεπε να παρατηρήσουν προσεκτικά συγκεκριμένα γινόμενα, να αναγνωρίσουν το μοτίβο διατυπώνοντας τον κανόνα και στη συνέχεια απαγωγικά να υπολογίσουν δύο γινόμενα χωρίς να κάνουν καμία πράξη.

2. **Παρατήρησε τα παρακάτω γινόμενα**

4*4=16 34*34=1156 334*334=111556 3334*3334=11115556

Φτιάξε με δικά σου λόγια έναν κανόνα που να εξηγεί τα παραπάνω γινόμενα χωρίς να κάνεις τις πράξεις (χρησιμοποίησε τον κανόνα που έφτιαξες)

………

………

Βρες τα παρακάτω γινόμενα

33334 * 33334 =

3333334 * 3333334 =

Εικόνα 4.23 Λόγω της έλλειψης ενιαίας μεθοδολογίας, οι ασκήσεις του φύλλου αξιολόγησης με τίτλο «Κάνω τα αριθμητικά μοτίβα εργαλείο», φάνηκαν να δυσκολεύουν τους μαθητές ιδίως στα ερωτήματα διατύπωσης του κανόνα.

4.7.2 Ερωτηματολόγιο

Οι παρεμβάσεις ολοκληρώθηκαν με τους μαθητές να αποτυπώνουν τις εντυπώσεις, στάσεις και απόψεις τους μέσα από σχετικό ερωτηματολόγιο αξιολόγησης των ψηφιακών εκπαιδευτικών εφαρμογών (Fokides et al., 2019). Οι ερωτήσεις που τέθηκαν είναι σε πενταβάθμια κλίμακα Likert, αφορούν και τα δύο μέσα διδασκαλίας που εφαρμόστηκαν και ανιχνεύουν:

- την απόλαυση που λαμβάνει ο χρήστης (ερωτήσεις 1-6)
- την άποψη του χρήστη ως προς την αποτελεσματικότητα της μαθησιακής διαδικασίας (ερωτήσεις 7-12)
- την υποκειμενική ευκολία χρήσης (ερωτήσεις 13-16)
- το επίπεδο παροχής κινήτρων (ερωτήσεις 17-19)

Τα δύο ερωτηματολόγια (για την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου) βρίσκονται στο Παράρτημα II.

Στη συνέχεια, τα αποτελέσματα κωδικοποιήθηκαν και ακολούθησε η στατιστική ανάλυση.

Κεφάλαιο 5 Ανάλυση Δεδομένων

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 4.3 (Δείγμα), συνολικά 86 μαθητές συμμετείχαν στη μελέτη, χωρισμένοι σε 2 ομάδες (Ομάδα ελέγχου = συμβατική διδασκαλία με φύλλα εργασίας, Πειραματική ομάδα = διδασκαλία με Makey Makey). Η κατανομή αγοριών-κοριτσιών και στις 2 ομάδες ήταν περίπου ίση. Καθώς ορισμένοι μαθητές ήταν απόντες σε μία ή περισσότερες συνεδρίες, αφαιρέθηκαν από την ανάλυση των δεδομένων. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα, η Ομάδα ελέγχου να περιλαμβάνει 40 μαθητές και η Πειραματική ομάδα 46. Για την ανάλυση των αποτελεσμάτων στα φύλλα αξιολόγησης, αυτά βαθμολογήθηκαν με βάση με τις σωστές απαντήσεις και σε εκατονταβάθμια κλίμακα. Στην συνέχεια, υπολογίστηκε ο μέσος όρος της επίδοσης των μαθητών ανά μέσο. Όσον αφορά τα ερωτηματολόγια, εκλέχθηκε η εσωτερική συνοχή τους τόσο ως σύνολο όσο και των επιμέρους παραγόντων που περιλάμβαναν, χρησιμοποιώντας το *α* του Cronbach. Σε όλες τις περιπτώσεις, αυτό βρέθηκε να είναι πάνω από το όριο του 0,70 (0,96 συνολικά και 0,84 έως 0,91 για τους επιμέρους παράγοντες), κάτι που υποδηλώνει παραπάνω από ικανοποιητική εσωτερική συνοχή (Taber, 2018). Στη συνέχεια, υπολογίστηκαν 8 νέες μεταβλητές (4 παράγοντες Χ 2 ερωτηματολόγια), που αντιπροσώπευαν τον μέσο όρο των απαντήσεων των μαθητών στις ερωτήσεις του κάθε παράγοντα. Τα δεδομένα εισήχθησαν στο SPSS 28 για περαιτέρω ανάλυση. Στοιχεία για το μέσο και για την τυπική απόκλιση, για όλες τις μεταβλητές της μελέτης, ανά ομάδα συμμετεχόντων, παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.1 .

Πίνακας 5.1. Περιγραφικά στοιχεία για τις μεταβλητές της μελέτης

	Ομάδα ελέγχου (N = 40)				Πειραματική ομάδα (N = 46)			
	min	*max*	*M*	*SD*	*min*	*max*	*M*	*SD*
Φύλλα αξιολόγησης	32,50	96,67	61,69	18,59	40,00	100,00	71,43	18,56
Διασκέδαση	1,00	5,00	3,16	0,91	2,50	5,00	4,18	0,69
Υποκειμενική αποτελεσματικότητα	1,00	5,00	3,16	0,83	1,60	5,00	3,79	0,87
Ευκολία χρήσης	1,00	4,80	3,24	0,82	2,00	5,00	3,95	0,76
Κίνητρα	1,00	5,00	3,03	0,94	1,67	5,00	3,88	0,82

Αναλύσεις διασποράς μιας κατεύθυνσης (One-way ANOVA) επρόκειτο να διεξαχθούν για να συγκριθούν οι βαθμολογίες των μαθητών στα φύλλα αξιολόγησης και με βάση τις 2 ομάδες που συμμετείχαν. Πριν γίνει η ανάλυση, ελέγχθηκε το κατά πόσο πληρούνται οι προϋποθέσεις για τη διεξαγωγή αυτού του είδους της ανάλυσης. Διαπιστώθηκε ότι:

- Αν και οι δύο ομάδες δεν είχαν τον ίδιο αριθμό ατόμων, δεν υπήρχε σημαντική απόκλιση.
- Στη βαθμολογία των φύλλων αξιολόγησης παρατηρήθηκαν κάποιες ακραίες τιμές (outliers), αλλά αυτό ήταν αναμενόμενο καθώς ήταν διαγωνίσματα και, ως εκ τούτου, κάποιοι μαθητές δεν είχαν ικανοποιητική επίδοση. Αντίθετα, στις απαντήσεις των μαθητών στα ερωτηματολόγια δεν υπήρξαν ακραίες τιμές.
- Τα δεδομένα σε αρκετές περιπτώσεις δεν είχαν κανονική κατανομή, όπως αυτό εκτιμήθηκε από Q-Q γραφήματα και το Shapiro-Wilk test (p < 0,05), όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.
- Από την άλλη, η ομοιογένεια της διακύμανσης δεν παραβιάστηκε σε καμία περίπτωση, όπως εκτιμήθηκε από το test Levene (p > 0,05) (Πίνακας 5.3).

Πίνακας 5.2. Αποτελέσματα ελέγχου κανονικότητας της κατανομής

Μεταβλητή	**Ομάδα**	**Shapiro-Wilk test** *Statistic*	***df***	***p***
Φύλλα αξιολόγησης	1	0,94	40	0,065
	2	0,92	46	0,005
Διασκέδαση	1	0,98	40	0,795
	2	0,90	46	0,001
Υποκειμενική αποτελεσματικότητα	1	0,97	40	0,622
	2	0,95	46	0,045
Ευκολία χρήσης	1	0,97	40	0,456
	2	0,94	46	0,035

Κίνητρα	1	0,95	40	0,099
	2	0,94	46	0,019

Σημείωση. Ομάδα 1 = Ομάδα ελέγχου, Ομάδα 2 = Πειραματική ομάδα

Πίνακας 5.3. Αποτελέσματα ελέγχου ομοιογένειας της κατανομής

Μεταβλητή	***Levene Statistic***	***df1***	***df2***	***p***
Φύλλα αξιολόγησης	0,30	1	84	0,584
Διασκέδαση	2,99	1	84	0,087
Υποκειμενική αποτελεσματικότητα	0,13	1	84	0,719
Ευκολία χρήσης	0,32	1	84	0,573
Κίνητρα	0,01	1	84	0,921

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω και κυρίως το γεγονός ότι το One-way ANOVA είναι αρκετά ανθεκτικό στις παραβιάσεις της κανονικότητας της κατανομής των δεδομένων όταν το δείγμα υπερβαίνει τα 30 άτομα (Tiku, 1971), αποφασίστηκε η διεξαγωγή 5 τέτοιων τεστ (1 για τα φύλλα αξιολόγησης και από 1 για κάθε παράγοντα του ερωτηματολογίου). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.4.

Πίνακας 5.4. Αποτελέσματα των One-way ANOVA τεστς

Μεταβλητή	***SS***	***df***	***Mean square***	***F***	***p***	**Μέγεθος επίδρασης ($\eta_{partial}^2$)**
Φύλλα αξιολόγησης	2027,77	1/84	2027,77	5,87	.018	.065, μεσαίο
Διασκέδαση	22,02	1/84	22,02	34,11	<.001	.289, πολύ μεγάλο
Υποκειμενική αποτελεσματικότητα	8,39	1/84	8,39	11,38	.001	.119, μεσαίο προς μεγάλο
Ευκολία χρήσης	10,70	1/84	10,70	16,95	<.001	.168, μεγάλο
Κίνητρα	15,48	1/84	15,48	19,97	<.001	.192, μεγάλο προς πολύ μεγάλο

Σημείωση. SS = sum of squares

Συνοψίζοντας:

- Στα φύλλα αξιολόγησης παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των ομάδων. Συνεπώς, τα διαφορετικά μέσα είχαν επίδραση στα γνωστικά αποτελέσματα των μαθητών, με την πειραματική ομάδα μαθητών που χρησιμοποίησε Makey Makey να ξεπερνά σε απόκτηση γνώσεων την ομάδα ελέγχου που διδάχθηκε με συμβατικά μέσα. Συνεπώς, η ΕΥ1 (Με τη χρήση ΑΔΧ επιτυγχάνονται καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα συγκριτικά με τα συμβατικά μέσα διδασκαλίας) επαληθεύεται.
- Στη διασκέδαση παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των ομάδων, με την πειραματική ομάδα μαθητών να έχει διασκεδάσει περισσότερο από την ομάδα ελέγχου. Συνεπώς, η ΕΥ2 (Οι μαθητές θεωρούν ότι η μάθησή τους με τη χρήση ΑΔΧ είναι περισσότερο διασκεδαστική σε σχέση με το έντυπο υλικό) επαληθεύεται.
- Στην υποκειμενική αποτελεσματικότητα παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των ομάδων, με το Makey Makey να θεωρείται ότι διευκόλυνε τη μάθησή των μαθητών περισσότερο από τα συμβατικά μέσα. Συνεπώς, η ΕΥ3 (Οι μαθητές θεωρούν ότι η μάθηση με χρήση ΑΔΧ είναι αποτελεσματικότερη, σε σχέση με το έντυπο υλικό) επαληθεύεται.

- Στην ευκολία χρήσης παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των ομάδων, με τα Makey Makey να θεωρείται ότι ήταν περισσότερο εύχρηστα από τα συμβατικά μέσα. Συνεπώς, η ΕΥ4 (Οι μαθητές θεωρούν ότι οι ΑΔΧ προσφέρουν μεγαλύτερη ευκολία χρήσης, συγκριτικά με το έντυπο υλικό) επαληθεύεται.
- Στα κίνητρα για μάθηση παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των ομάδων, με το Makey Makey να θεωρείται ότι έδωσε περισσότερα κίνητρα για μάθηση από τα συμβατικά μέσα. Συνεπώς, η ΕΥ5 (Οι μαθητές θεωρούν ότι οι ΑΔΧ αυξάνουν περισσότερο τα κίνητρά τους, σε σχέση με το έντυπο υλικό) επαληθεύεται.

Κεφάλαιο 6 Συζήτηση

Η έρευνα αυτή πραγματοποιήθηκε με σκοπό να διερευνήσει κατά πόσο μια συσκευή ΑΔΧ, όπως είναι το Makey Makey, μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα και να αξιολογηθεί θετικότερα σε κάποιους βασικούς δείκτες από τους χρήστες, σε σχέση με τα παραδοσιακά μέσα διδασκαλίας.

Το αντικείμενο που επιλέχθηκε ήταν τα αριθμητικά μοτίβα, τα γεωμετρικά μοτίβα και η αξιοποίησή τους σε σύνθετους υπολογισμούς στο πλαίσιο του μαθήματος των μαθηματικών. Παρά το γεγονός ότι τα μοτίβα εντοπίζονται σε όλες τις τάξεις του δημοτικού, σκοπίμως αποφασίστηκε το δείγμα να αποτελείται αποκλειστικά από μαθητές της ΣΤ'. Όπως προέκυψε από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση, η ενασχόληση με τα μοτίβα έχει ως βασικό στόχο την εισαγωγή των μαθητών στον αλγεβρικό τρόπο σκέψης και επομένως, οι ηλικιακά ωριμότεροι μαθητές του δημοτικού οι οποίοι σύντομα θα εισαχθούν επίσημα στο πεδίο της άλγεβρας, κρίθηκαν ως οι καταλληλότεροι. Συμμετείχαν 5 τμήματα από 4 διαφορετικά δημοτικά σχολεία αστικών περιοχών του νομού Αττικής τα οποία επιλέχθηκαν για λόγους ευκολίας. Οι μαθητές αντανακλούσαν το επίπεδο μιας τυπικής τάξης και χωρίστηκαν σε δύο ομάδες (ομάδα ελέγχου και πειραματική ομάδα) ακολουθώντας το σχεδιασμό μεταξύ υποκειμένων (between subjects). Η ομάδα ελέγχου κατά τη διδασκαλία χρησιμοποίησε αποκλειστικά φύλλα εργασίας των οποίων η δομή καθώς και η διατύπωση επέτρεπε την αυτονομία των μαθητών. Η πειραματική ομάδα ασχολήθηκε με τις ίδιες δραστηριότητες αξιοποιώντας τη συσκευή ΑΔΧ Makey Makey, ψηφιακά παιχνίδια που αναπτύχθηκαν μέσω της πλατφόρμας Scratch για το σκοπό της έρευνας καθώς και έτοιμες εφαρμογές που αντλήθηκαν από τον επίσημο ιστότοπο της πλακέτας. Στη δεύτερη ομάδα, ο ψηφιακός χαρακτήρας είχε καθοδηγητικό ρόλο και παρείχε ανατροφοδότηση. Εφαρμόστηκαν οι βασικές αρχές της κοινωνικο-πολιτισμικής μάθησης του Lev Vygotsky και οι μαθητές εργάστηκαν ανά τριάδες-τετράδες, ανάλογα με το συνολικό αριθμό παιδιών του τμήματος, σε όλες τις διδασκαλίες. Στο τέλος κάθε διδακτικής παρέμβασης, οι μαθητές συμπλήρωναν ατομικά το αντίστοιχο φύλλο αξιολόγησης έτσι ώστε να δοθεί απάντηση στην ΕΥ1, ενώ με την ολοκλήρωση των τριών διδασκαλιών, κλήθηκαν να συμπληρώσουν ερωτηματολόγιο σε πενταβάθμια κλίμακα Likert για να αποτυπωθούν οι προσωπικές εντυπώσεις, στάσεις και απόψεις και να απαντηθούν οι ΕΥ2-5. Τα δεδομένα συλλέχθηκαν και αναλύθηκαν μέσω του προγράμματος SPSS 28.

Αναφορικά με την ΕΥ1 (Με τη χρήση ΑΔΧ επιτυγχάνονται καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα συγκριτικά με τα συμβατικά μέσα διδασκαλίας), τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι διδασκαλίες που πραγματοποιήθηκαν στην πειραματική ομάδα οδήγησαν σε αυξημένες επιδόσεις συγκριτικά με την ομάδα ελέγχου. Για την ανάλυση των αποτελεσμάτων στα φύλλα αξιολόγησης, αυτά βαθμολογήθηκαν με βάση τις σωστές απαντήσεις σε εκατονταβάθμια κλίμακα και στη συνέχεια υπολογίστηκε ο αντίστοιχος μέσος όρος επίδοσης. Ο μέσος όρος που επιτεύχθηκε με τη χρήση ΑΔΧ ήταν 71,4 έναντι 61,70 των παραδοσιακών μέσων διδασκαλίας και ως εκ τούτου, η στατιστικά σημαντική διαφορά που προέκυψε, επαληθεύει την ΕΥ1. Τα αποτελέσματα συμφωνούν με άλλες αντίστοιχες έρευνες στο χώρο της εκπαίδευσης. Η έρευνα των Cho et al. (2012) αξιοποίησε τον μικρόκοσμο JavaMAL για να εισάγει τους μαθητές στη γενίκευση προτύπων. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η χρήση ψηφιακών εργαλείων υποστηρίζει σε μεγάλο βαθμό την αλγεβρική σκέψη και οδηγεί σε πιο σύνθετη και αυστηρά δομημένη συλλογιστική πορεία. Στην έρευνα των Fokides & Papoutsi (2020) σχετικά με τη διδασκαλία του ηλεκτρισμού, φάνηκε ότι η χρήση της συσκευής Makey Makey αύξησε το γνωστικό επίπεδο των συμμετεχόντων περισσότερο από τα καθημερινά αντικείμενα και τις ψηφιακές προσομοιώσεις. Ανάλογα ήταν τα αποτελέσματα και στην έρευνα των Kalpakis et al., (2018) στο μάθημα της ιστορίας. Μάλιστα, οι δραστηριότητες που περιελάμβαναν κίνηση σώματος και ενεργό συμμετοχή, συνοδεύονταν με ακόμα καλύτερες επιδόσεις. Στη γεωγραφία, ο τρισδιάστατος επαυξημένος χάρτης των Palaigeorgiou et al. (2018b) που ήταν συνδεδεμένος με την πλακέτα Makey Makey, ενίσχυσε την απόδοση καθώς μετά από μια σύντομη παρέμβαση οι μαθητές συγκέντρωσαν υψηλές βαθμολογίες. Τέλος και οι Fokides & Alatzas (2022) στην έρευνά τους με αντικείμενο τα κλάσματα στα μαθηματικά, βρήκαν καλύτερα γνωστικά αποτελέσματα και επιδόσεις στις διδασκαλίες που έγιναν με την πειραματική συσκευή. Σημαντικό είναι κάποιος να αναλογιστεί και για ποιο λόγο υπερίσχυσαν οι συσκευές ΑΔΧ έναντι των συμβατικών μέσων. Σύμφωνα με τους Dowker et al. (2012), η απόδοση στα μαθηματικά δεν καθορίζεται μόνο από τις γνωστικές ικανότητες του ατόμου αλλά διαμορφώνεται επίσης από συναισθηματικούς παράγοντες, διδακτικές πρακτικές και το σχολικό περιβάλλον. Αρνητικά συναισθήματα και στρεσογόνες καταστάσεις μπορούν να επηρεάσουν σε πολλαπλά επίπεδα την απόδοση σε διάφορες δραστηριότητες και εφαρμογές (Vukovic et al., 2013). Οι μαθητές από την εμπειρία τους, τείνουν να συνδέουν το έντυπο υλικό με τη διαδικασία της εξέτασης. Καθώς λαμβάνουν καθοδήγηση και ανατροφοδότηση από τον εκπαιδευτικό, θεωρούν ότι κρίνονται και έτσι μπορεί να νιώθουν φόβο αποτυχίας και να βιώσουν άγχος κάτι που σύμφωνα με τον Mutlu (2019), αποτελεί σημαντικό συναισθηματικό παράγοντα που μπορεί να διαταράξει τη μαθησιακή διαδικασία. Για να μειωθούν τα επίπεδα άγχους, οι Luttenberger et al. (2018) προτείνουν μαθηματικές δραστηριότητες που συνδέονται με την καθημερινότητα και αξιοποίηση ΑΔΧ. Με τις ψηφιακές εφαρμογές που αναπτύχθηκαν, το μαθησιακό περιεχόμενο επιμερίστηκε σε πολλά απλά επιμέρους βήματα κάτι που φαίνεται να προτιμάται έναντι μιας ενιαίας εκτεταμένης εξέτασης. Παράλληλα, ένα σημαντικό όφελος των ΑΔΧ, όπως αναφέρουν οι Liang et al. (2021), είναι η δυνατότητα για δοκιμή και σφάλμα. Ο ψηφιακός χαρακτήρας καθοδηγούσε τους χρήστες και παρείχε άμεση ανατροφοδότηση. Οι μαθητές μέσα σε ένα παιγνιώδες περιβάλλον, μπορούσαν να δοκιμάζουν διαφορετικά πράγματα και να αντιστρέφουν τις ενέργειές τους χωρίς να βιώνουν άγχος αποτυχίας και κατά συνέπεια να αυξήσουν τις προσωπικές τους επιδόσεις.

Για τη διερεύνηση της ΕΥ2 (Οι μαθητές θεωρούν ότι η μάθησή τους με τη χρήση ΑΔΧ είναι περισσότερο διασκεδαστική σε σχέση με το έντυπο υλικό), αναλύθηκαν οι ερωτήσεις 1-6 του ερωτηματολογίου που αφορούσαν τη μεταβλητή «Διασκέδαση». Ο μέσος όρος της πειραματικής ομάδας ήταν 4,18 έναντι 3,16 για την ομάδα ελέγχου και η στατιστικά σημαντική διαφορά που παρατηρήθηκε, επαληθεύει την ΕΥ2. Το αποτέλεσμα συνάδει με τα ευρήματα των Kalpakis et al., (2018), στην έρευνα των οποίων οι χρήστες δήλωσαν ενθουσιασμένοι από την αλληλεπίδρασή τους με την ΑΔΧ, χαρακτήρισαν τις δραστηριότητες πιο ευχάριστες και τις προτιμούσαν από τα παραδοσιακά μέσα διδασκαλίας. Θετικά αποτελέσματα στο αίσθημα της ικανοποίησης προέκυψαν και στη μελέτη των Fokides & Alatzas (2022) και μάλιστα στα κλάσματα που ως διδακτικό αντικείμενο παραδοσιακά φαίνεται να δυσκολεύει τους μαθητές. Ανάλογα αποτελέσματα προέκυψαν στις έρευνες των Palaigeorgiou et al. (2017), Palaigeorgiou et al. (2018a) και Palaigeorgiou et al. (2018b), οι οποίοι σημειώνουν ότι η αξιοποίηση του Makey Makey στη διδασκαλία μπορεί να δώσει μεγαλύτερη ευχαρίστηση στους μαθητές και να δημιουργήσει ένα ευχάριστο κλίμα στην τάξη. Στην έρευνα των Fokides & Papoutsi (2020), οι χρήστες δήλωσαν πιο ευχαριστημένοι από τη χρήση των συσκευών Makey Makey σε σχέση με πιο παραδοσιακές προσεγγίσεις, ωστόσο δεν σημειώθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές συγκριτικά με τη χρήση προσομοιώσεων. Στρέφοντας την προσοχή στα μαθηματικά, αντικείμενο μελέτης της παρούσας εργασίας το οποίο είναι συνήθως τελευταίο στην προτίμηση και το ενδιαφέρον των μαθητών (Willis, 2010), οι Liang et al. (2021) ισχυρίζονται ότι τα συνεργατικά χειραπτικά περιβάλλοντα μάθησης θα μπορούσαν να βοηθήσουν τα παιδιά να ξεπεράσουν τους αρχικούς φόβους τους στον τομέα των μαθηματικών και ακόμα να αρχίσουν να το απολαμβάνουν. Επιπλέον, για τα χειραπτικά υλικά ο Kontas (2016) επεσήμανε ότι επιτρέπουν στους μαθητές να ενσωματώνουν τις γνώσεις τους και να τις συνδέουν με τις σκέψεις τους προκειμένου να κατανοήσουν διεξοδικά τις μαθηματικές έννοιες ενώ ταυτόχρονα η ενεργός συμμετοχή των μελών, κάνει πιο διασκεδαστική τη διδακτική διαδικασία. Οι χρήστες φαίνεται να διασκεδάζουν κατά την ενασχόλησή τους με τις ΑΔΧ ενώ όσον αφορά τη συσκευή Makey Makey ο Παλαιγεωργίου (2017) αναφέρει ότι η απλότητα που τη χαρακτηρίζει προκαλεί διάθεση για παιχνίδι, το οποίο έρχεται πρώτο στα ενδιαφέροντα των παιδιών.

Για να απαντηθεί η ΕΥ3 (Οι μαθητές θεωρούν ότι η μάθηση με χρήση ΑΔΧ είναι αποτελεσματικότερη, σε σχέση με το έντυπο υλικό), αναλύθηκαν οι ερωτήσεις 7-12 του ερωτηματολογίου που αφορούσαν τη μεταβλητή «Υποκειμενική Αποτελεσματικότητα». Ο μέσος όρος της πειραματικής ομάδας ήταν 3,79 έναντι 3,16 για την ομάδα ελέγχου και η στατιστικά σημαντική διαφορά που παρατηρήθηκε, επαληθεύει την ΕΥ3. Τα θετικά αποτελέσματα αυτά, ευθυγραμμίζονται με πολλές αντίστοιχες έρευνες στον τομέα της εκπαίδευσης. Ενδεικτικά, οι μαθητές που έλαβαν μέρος στην έρευνα των Kalpakis et al. (2018), δήλωσαν ότι η μέθοδος που προτάθηκε τους βοήθησε να μάθουν πολλές ιστορικές έννοιες και γεγονότα γρηγορότερα ενώ οι παιγνιώδεις πολυμεσικές δραστηριότητες βελτίωσαν τα επίπεδα συγκέντρωσής τους. Αντίστοιχα, οι συμμετέχοντες στην έρευνα της Μεϊμαρίδου (2022), έκριναν ότι η συσκευή ΑΔΧ συνέβαλε περισσότερο στην καλλιέργεια μουσικών ικανοτήτων έναντι της παραδοσιακής διδασκαλίας. Θετικά κρίθηκε η αποτελεσματικότητα και στους Palaigeorgiou et al. (2017), Palaigeorgiou et al. (2018a), με τους χρήστες να αναφέρουν για το FingerTrips ότι οι δραστηριότητες που περιελάμβαναν κίνηση τους βοήθησαν να μάθουν περισσότερα ενώ για το Marathon of Fractions πως ήταν αποτελεσματικό και προωθούσε τη γνώση. Σε αντιπαράθεση εντούτοις έρχεται η έρευνα των Fokides & Alatzas (2022), όπου δε σημειώθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε σχέση με τα συμβατικά μέσα διδασκαλίας. Σύμφωνα με τους ίδιους, αυτό ίσως οφείλεται στο γεγονός ότι το FractionPad ήταν στατικό ενώ ενδεχομένως και οι πολλές λειτουργίες που συγκέντρωνε η επιφάνεια διεπαφής να δημιούργησε πρόσθετο φόρτο για τους μαθητές. Κάνοντας μια απόπειρα αποκωδικοποίησης των θετικών ευρημάτων που προέκυψαν στην παρούσα έρευνα, πολλά μπορούν να ειπωθούν. Ο δείκτης της υποκειμενικής αποτελεσματικότητας κρίθηκε ως ιδιαιτέρως σημαντικός, καθώς αποκαλύπτει τη δυναμική που αποδίδει ο ίδιος ο χρήστης για το υπό εξέταση εργαλείο. Η διδακτική παρέμβαση που υλοποιήθηκε, αποτέλεσε ένα κονστρουκτιβιστικό πλαίσιο με βασική κατευθυντήρια επιδίωξη το άτομο όχι απλώς να οικοδομεί τη γνώση αλλά να κατανοεί και τις πληροφορίες που το οδήγησαν σε αυτό το οικοδόμημα (Driscoll & Burner, 2005). Στα ψηφιακά παιχνίδια δόθηκε έμφαση στην αποτύπωση της συλλογιστικής πορείας με πολλά διακριτά απλά βήματα. Η σαφής δομή της μεθοδολογίας βοήθησε ακόμα και τους πιο αδύναμους μαθητές να μπορούν να συμμετέχουν, να δίνουν σωστές απαντήσεις και να αιτιολογούν (κάτι που με την παραδοσιακή διδασκαλία δε θα ήταν εφικτό). Κατά την ενασχόλησή τους με τις εφαρμογές και το Makey Makey, κλήθηκαν να χρησιμοποιήσουν ένα νέο μαθηματικό αντικείμενο πριν ακόμα το κατανοήσουν πλήρως. Αυτή όμως η επικοινωνία με τις έννοιες, σύμφωνα με τον Berger (2005), προοδευτικά νοηματοδοτεί το νέο αντικείμενο στα μέλη της ομάδας, δίνει μια σημασία που είναι αποδεκτή στην ευρύτερη μαθηματική κοινότητα και ως αποτέλεσμα το άτομο αντιλαμβάνεται τα οφέλη που αποκόμισε. Επιπλέον, όπως υποστηρίζει ο Steele (2001), οι μαθητές που προβαίνουν σε αιτιολόγηση για κάποιο μαθηματικό ζήτημα και μοιράζονται τις σκέψεις τους ακούγοντας ταυτόχρονα τις σκέψεις των άλλων, εξασκούνται στην κατανόηση πολιτισμικά καθιερωμένων μαθηματικών πρακτικών. Οι συνεργατικές πρακτικές που εφαρμόστηκαν στο πλαίσιο μια παιγνιώδους ανακαλυπτικής διαδικασίας με προσεκτικά σχεδιασμένα βήματα, φαίνεται ότι δημιούργησαν την πεποίθηση στους συμμετέχοντες ότι αυτός ο τρόπος μάθησης είναι αποτελεσματικός. Σε όλη τη διάρκεια, οι μαθητές έλεγαν ελεύθερα τη γνώμη τους, διατύπωναν ολοένα και πληρέστερες αιτιολογήσεις συμπληρώνοντας ο ένας τον άλλο, είχαν τη δυνατότητα αυτοδιόρθωσης και στη γενική αποτίμηση δήλωσαν ότι έμαθαν με φυσικό τρόπο βασικές έννοιες των μοτίβων. Αξίζει τέλος να σημειωθεί ότι μέσα από την εφαρμογή Piano, η έννοια του μοτίβου μελετήθηκε υπό το πρίσμα της μουσικής. Σύμφωνα με τη Λυκοσκούφη (2005), μέσω της διαθεματικής προσέγγισης αναπτύσσονται συνδέσεις, ικανότητες και αρχές ανάμεσα σε διαφορετικούς τομείς, με αποτέλεσμα οι μαθητές να οδηγούνται σε γνώση μεγαλύτερης αξίας και να βιώνουν μία πληρέστερη μαθησιακή εμπειρία που θα τους βοηθήσει να αναπτύξουν συμπεριφορές υψηλότερου επιπέδου.

Στη συνέχεια μελετήθηκε η ΕΥ4 (Οι μαθητές θεωρούν ότι οι ΑΔΧ προσφέρουν μεγαλύτερη ευκολία χρήσης συγκριτικά με το έντυπο υλικό). Για να απαντηθεί, αναλύθηκαν οι ερωτήσεις 13-16 του ερωτηματολογίου σχετικά με το δείκτη «Προσωπική Ευκολία Χρήσης». Ο μέσος όρος της πειραματικής ομάδας ήταν 3,95 έναντι 3,24 για την ομάδα ελέγχου και η στατιστικά σημαντική διαφορά που παρατηρήθηκε, επαληθεύει την ΕΥ4. Κρίνεται χρήσιμο να επισημανθεί ότι τα ευρήματα ενδεχομένως να επηρεάστηκαν από τον έκδηλο ενθουσιασμό των παιδιών σχετικά με τη συσκευή. Τα θετικά αποτελέσματα που προέκυψαν, ενδεχομένως να οφείλονται στην απλή συνδεσμολογία και την ευελιξία ως προς την επιλογή αγώγιμων υλικών που χρησιμοποιήθηκαν. Συνδυαστικά με τα παραπάνω, το προπαρασκευαστικό μάθημα εξοικείωσης με τη συσκευή, βοήθησε τους μαθητές να αναπτύξουν αυτονομία καθώς μόνοι τους συνέδεσαν και λειτούργησαν τη συσκευή αποκτώντας έτσι ένα αίσθημα συνιδιοκτησίας της μαθησιακής διαδικασίας. Σε ελάχιστες περιπτώσεις ζητήθηκε η βοήθεια του εκπαιδευτικού, αφού πιθανές δυσκολίες σχετικές με τα ζητούμενα των δραστηριοτήτων αντιμετωπίζονταν χάρη στις σαφείς οδηγίες των περιορισμένης έκτασης εκφωνήσεων και τα καθοδηγητικά σχόλια του ψηφιακού χαρακτήρα. Κάτι αντίστοιχο εντοπίστηκε και στο έργο των Geraniou et al. (2009) όπου το ειδικό πλαίσιο του μικρόκοσμου eXpresser παρείχε πληροφορίες και διευκόλυνε το χρήστη όποτε χρειαζόταν. Παρόμοια αποτελέσματα εντόπισαν οι Kalpakis et al. (2018) όπου παρά το γεγονός ότι οι διεπαφές που παρουσιάστηκαν ήταν πρωτότυπες και μεταξύ τους εμφάνιζαν πολλές διαφορές, οι χρήστες αξιολόγησαν το μαθησιακό περιβάλλον ως εύχρηστο. Αντίστοιχα, η Μεϊμαρίδου (2022), διδάσκοντας έννοιες της μουσικής, βρήκε ότι οι μαθητές ωδειακής εκπαίδευσης που έλαβαν μέρος μέρος, δε συνάντησαν ιδιαίτερες δυσκολίες κατά την ενασχόλησή τους με τα ειδικά σχεδιασμένα ψηφιακά παιχνίδια και το Makey Makey. Θετικά ήταν και τα αποτελέσματα της έρευνας των Palaigeorgiou et al. (2018a) σχετικά με τα κλάσματα. Ο προσεγμένος σχεδιασμός της επιφάνειας διεπαφής καθώς και η περιορισμένης έκτασης παρέμβαση, συνηγόρησαν στο να περιγράψουν το Marathon of Fractions ως ιδιαιτέρως εύκολο στη χρήση. Παρόλα αυτά, στο ίδιο μαθησιακό αντικείμενο, οι Fokides & Alatzas (2022) με το FractionPad, δεν εντόπισαν στατιστικά σημαντική διαφορά στον τομέα της ευχρηστίας σε σχέση με τα παραδοσιακά μέσα διδασκαλίας. Αυτό ενδεχομένως οφείλεται στο ότι η αυτοσχέδια επιφάνεια FractionPad ήταν ερασιτεχνική και με αρκετές ατέλειες που δυσχέραιναν τους συμμετέχοντες κατά την εκπαιδευτική διαδικασία. Επιπλέον, η επιφάνεια συγκέντρωνε πολλές ετερόκλητες λειτουργίες και η χρήση της ίσως να αποπροσανατόλιζε τους μαθητές. Οι Palaigeorgiou et al. (2017), αναφέρουν ότι μέσω των ΑΔΧ, η αλληλεπίδραση γίνεται άμεσα και φυσικά, ιδίως από άτομα που έχουν αυξημένη κιναισθητική νοημοσύνη. Βασική κατευθυντήρια οδηγία κατά το σχεδιασμό των διδακτικών παρεμβάσεων ήταν το σχόλιο των Guerrero et al. (2016) ότι οι ψηφιακά βελτιωμένοι χειρισμοί θεωρούνται εύκολοι και διασκεδαστικοί στη χρήση, εντούτοις ο σχεδιασμός πρεπει να γίνεται με γνώμονα την ευχρηστία και την ευχαρίστηση που λαμβάνει ο χρήστης, ειδικά όταν απευθύνονται σε παιδιά.

Τέλος, αναφορικά με την ΕΥ5 (Οι μαθητές θεωρούν ότι οι ΑΔΧ αυξάνουν περισσότερο τα κίνητρά τους σε σχέση με το έντυπο υλικό), αναλύθηκαν οι ερωτήσεις 17-19 του ερωτηματολογίου για τη μεταβλητή «Παροχή Κινήτρων». Ο μέσος όρος της πειραματικής ομάδας ήταν 3,88 έναντι 3,03 για την ομάδα ελέγχου και η στατιστικά σημαντική διαφορά που παρατηρήθηκε, επαληθεύει την ΕΥ5. Σχετικά ευρήματα εντοπίστηκαν στο έργου του Scarlatos (2006) ο οποίος με την επιφάνεια διεπαφής TICLE, παρατήρησε ότι η παρεχόμενη ψηφιακή βοήθεια και υποδείξεις, απέτρεψε τους συμμετέχοντες από το να παραιτηθούν και τους ώθησε να σκεφτούν το πρόβλημα με εναλλακτικούς τρόπους αλλά και να οδηγηθούν σε γόνιμες συζητήσεις και δράσεις ενεργοποιώντας περισσότερες μεταγνωστικές δραστηριότητες. Ανάλογα ήταν τα αποτελέσματα στην έρευνα των Fokides & Papoutsi (2020), όπου οι συμμετέχοντες της ομάδας που αξιοποίησε τη συσκευή Makey Makey, εκτίμησαν ότι ανέπτυξαν αυξημένα κίνητρα σε σχέση με την ομάδα ελέγχου. Αξιοσημείωτο βέβαια είναι το γεγονός ότι δεν παρατηρήθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές συγκριτικά με την ομάδα που μελέτησε τα ηλεκτρικά κυκλώματα με τη βοήθεια προσομοιώσεων. Σε αντιπαράθεση έρχονται τα ευρήματα των Fokides & Alatzas (2022), όπου δεν εντοπίστηκαν αξιοσημείωτες διαφορές στον τομέα των κινήτρων. Στην παρούσα έρευνα, τα θετικά ευρήματα που ανιχνεύθηκαν μπορεί να οφείλονται σε πολλούς παράγοντες. Ενδεικτικά, αξίζει να αναφερθεί ότι η ελευθερία που δόθηκε στους μαθητές ως προς το τι αγώγιμα υλικά να χρησιμοποιήσουν, τους οδήγησε στη διατύπωση πολλών υποθέσεων σε σχέση με την ηλεκτρική αγωγιμότητα και προχώρησαν σε πολλές δοκιμές στο πλαίσιο του προπαρασκευαστικού μαθήματος εξοικείωσης. Αυτό πυροδότησε το ενδιαφέρον τους για τη διδακτική παρέμβαση που ακολούθησε. Επίσης, τα θετικά αποτελέσματα ίσως οφείλονται και στο ίδιο το μαθησιακό αντικείμενο που επιλέχθηκε. Τα μοτίβα αποτελούν μια ανεξάρτητη θεματική ενότητα που δεν προϋποθέτει άλλες μαθηματικές γνώσεις. Οι μαθητές φαίνεται να τα αντιμετωπίζουν με παιγνιώδη διάθεση και έδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Μάλιστα, η τελευταία διδασκαλία με τίτλο «Κάνω τα Αριθμητικά μοτίβα εργαλείο» πυροδότησε πλήθος ερωτήσεων σχετικά με τις δυνατότητες και τη χρησιμότητα των μοτίβων. Τη συγκεκριμένη προσέγγιση δεν την είχαν ξανασυναντήσει και δεν αναφέρεται επίσημα στο ΑΠΣ, εντούτοις διεύρυνε τους ορίζοντες των μαθητών ως προς το πλήθος των εφαρμογών των μοτίβων.

6.1 Συμβολή της έρευνας

Όπως προέκυψε από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση, η έρευνα σχετικά με τις ΑΔΧ στο πεδίο της εκπαίδευσης βρίσκεται ακόμη σε πρώιμο στάδιο. Εντούτοις, τα μέχρι τώρα θετικά αποτελέσματα καταδεικνύουν την ανάγκη για περαιτέρω μελέτη και ανάπτυξη οργανωμένης πρότασης για την ένταξή τους στην εκπαιδευτική πραγματικότητα. Η συσκευή που επιλέχθηκε εξαιτίας της απλότητας, το πλήθος εφαρμογών και της ευχρηστίας της ήταν το Makey Makey. Από τα ενδεικτικά παραδείγματα ερευνών που παρατέθηκαν στην ενότητα 3.4.4 φάνηκε ότι η χρήση της συσκευής επηρέασε θετικά το γνωστικό επίπεδο των συμμετεχόντων, οι οποίοι την αξιολόγησαν ως ευχάριστη, εύχρηστη και αποδοτική. Η παρούσα έρευνα έρχεται να εμπλουτίσει την ήδη υπάρχουσα βιβλιογραφία και μάλιστα σε μια πρωτότυπη θεματική όπως αυτή των μοτίβων στα μαθηματικά.

Παρά την επιμονή της επιστημονικής κοινότητας να τονίζει εμφατικά τη σημασία τους κυρίως στη διαμόρφωση αλγεβρικού συλλογισμού, δεν προέκυψαν αντίστοιχες μελέτες (με τη χρήση ψηφιακών ΑΔΧ). Πέρα από αυτό, σε αντίθεση με την πλειονότητα των ερευνών που αφορούν ένα μικρό μέρος μιας θεματικής, οι διδακτικές παρεμβάσεις που παρουσιάστηκαν, αποτελούν μια ολοκληρωμένη πρόταση διδασκαλίας συνολικής διάρκειας 6 ωρών που καλύπτει μια ολόκληρη θεματική πλήρως ευθυγραμμισμένη με τους στόχους των ΑΠΣ αλλά και τις επιταγές της επιστήμης.
Επιπρόσθετα, για τις ανάγκες της έρευνας δημιουργήθηκαν πρωτότυπα ψηφιακά παιχνίδια με αντικείμενο τα μοτίβα. Το ψηφιακό περιεχόμενο δημιουργήθηκε μέσω του προγράμματος Scratch και είναι ανοιχτό και προσβάσιμο σε κάθε ενδιαφερόμενο. Επίσης, ο κώδικας των παιχνιδιών είναι επεξεργάσιμος και ο χρήστης με μικρές τροποποιήσεις μπορεί να το προσαρμόσει στις ανάγκες του.

Τέλος, κρίθηκε σημαντικό η μελέτη αυτή να είναι μια συγκεκριμένη πρόταση διδασκαλίας που δε θα αποθαρρύνει τα μέλη της εκπαιδευτικής κοινότητας με τον πολύπλοκο σχεδιασμό της αλλά αντιθέτως θα τους προσελκύσει αρχικά να τη δοκιμάσουν και ιδανικά να την εντάξουν στην εκπαιδευτική τους φαρέτρα. Κατά τη διάρκεια των παρεμβάσεων, οι μαθητές κινητοποιήθηκαν και πρότειναν πολλές ιδέες σχετικές με την επιφάνεια διεπαφής και σχεδόν όλες μπορούσαν άμεσα να υλοποιηθούν γεγονός που αξιολογήθηκε θετικά από τους εκπαιδευτικούς των τμημάτων.

Λαμβάνοντας υπόψιν όσα αναφέρθηκαν, κρίνεται ότι η μεθοδολογία και τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας μπορούν να αποτελέσουν χρήσιμα εργαλεία στην εκπαιδευτική κοινότητα και τις καθημερινές εκπαιδευτικές πρακτικές.

6.2 Περιορισμοί της έρευνας και προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Κάνοντας έναν γενικό απολογισμό της παρούσας εργασίας, κρίνω απαραίτητο να αναφερθώ σε περιορισμούς που ενδεχομένως να επηρέασαν τόσο τη διεξαγωγή όσο και τα αποτελέσματα της έρευνας. Εξαιτίας του προσωπικού μου ενδιαφέροντος στην επιστήμη της δειγματοληψίας, θα ήθελα να ξεκινήσω με δύο σχετικές παραμέτρους. Αρχικά, το μέγεθος του δείγματος αν και επέτρεπε στατιστική ανάλυση, θα μπορούσε να είναι μεγαλύτερο. Επίσης, η γεωγραφική κατανομή των σχολείων που συμμετείχαν, θα ήταν χρήσιμο να έχουν μεγαλύτερο εύρος. Τα σχολεία που έλαβαν μέρος, για λόγους ευκολίας, ήταν αποκλειστικά από αστικές περιοχές του νομού Αττικής. Θα είχε ενδιαφέρον να μελετηθεί αν και σε ημιαστικές περιοχές, χωριά και νησιά από διάφορους νομούς της Ελλάδας τα συμπεράσματα θα ήταν ίδια. Επιπλέον, διευρύνοντας και άλλο την επιλογή του δείγματος, θα μπορούσε να διενεργηθεί αντίστοιχη έρευνα σε διεθνές επίπεδο, μελετώντας μάλιστα αν οι διαφορές που παρατηρούνται στα ΑΠΣ σχετικά με τα μοτίβα, αντικατοπτρίζονται και στα αποτελέσματα.

Ακόμα, δεδομένου ότι τα μοτίβα εντοπίζονται σε όλες τις τάξεις του δημοτικού αλλά έχουν εφαρμογές και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, θα μπορούσαν να συμμετέχουν μαθητές όλων των βαθμίδων της υποχρεωτικής εκπαίδευσης (με προσαρμοσμένες δραστηριότητες και στοχοθεσία) ενώ θα είχε ενδιαφέρον και η σύγκριση των αποτελεσμάτων ανάμεσα στις διαφορετικές ηλικιακές ομάδες. Αυτό, στη συγκεκριμένη περίπτωση, δεν ήταν εφικτό διότι αφενός δεν είχα τη δυνατότητα να έχω πρόσβαση σε όλες τις εκπαιδευτικές βαθμίδες και αφετέρου γιατί η οργάνωση και ο προγραμματισμός απαιτούσε περισσότερο διαθέσιμο χρόνο.

Σημαντικός επίσης ήταν ο περιορισμός του πλήθους των διδακτικών παρεμβάσεων. Ο προγραμματισμός της ύλης των εκπαιδευτικών των τάξεων αποτέλεσε τροχοπέδη για τη διενέργεια περισσότερων διδασκαλιών. Αν δεν υπήρχαν πρακτικοί και χρονικοί περιορισμοί, θα μπορούσε η διδασκαλία με ΑΔΧ και συγκεκριμένα της συσκευής Makey Makey για τα μοτίβα, να ενταχθεί σε μόνιμη βάση. Τα μοτίβα μπορούν να συνδυαστούν με το σύνολο της ύλης των μαθηματικών επομένως, μία σύντομη δραστηριότητα στο πλαίσιο της διδασκαλίας θα είχε νόημα. Μία τέτοια μελέτη θα μπορούσε να φωτίσει πολύ κρίσιμες πτυχές, όπως η διατήρηση της γνώσης, η ικανότητας της γενίκευσης και η ανάπτυξη αλγεβρικού τρόπου σκέψης.

Ένας βασικός περιορισμός στον οποίο αξίζει να αναφερθώ, είναι το υλικό για τις διδασκαλίες και συγκεκριμένα στα ψηφιακά παιχνίδια που σχεδιάστηκαν για τις ανάγκες της έρευνας μέσω του προγράμματος Scratch. Η έλλειψη οποιασδήποτε σχετικής εμπειρίας είχε ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ερασιτεχνικών εφαρμογών (παρά το γεγονός ότι αφιερώθηκε σημαντικό χρονικό διάστημα για το σχεδιασμό και την υλοποίησή τους). Η διενέργεια ανάλογης έρευνας με τη συνεργασία εξειδικευμένου προσωπικού ενδεχομένως να έχει ακόμα καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα και ποιοτικότερο υλικό προς μελλοντική αξιοποίηση.

Κεφάλαιο 7 Συμπεράσματα

Σκοπός της εργασίας ήταν να επιβεβαιωθούν ή να απορριφθούν οι ερευνητικές υποθέσεις που έθεταν σε ευθεία σύγκριση τις ΑΔΧ με το έντυπο υλικό και τη συμβατική διδασκαλία στους τομείς της γνωστικής κατανόησης των αριθμητικών και γεωμετρικών μοτίβων καθώς και να μελετηθούν οι απόψεις των συμμετεχόντων σχετικά με την ευχαρίστηση, την αποτελεσματικότητα, την ευχρηστία και την αύξηση κινήτρων.

Για το λόγο αυτό σχεδιάστηκαν προσεκτικά δραστηριότητες, πλήρως εναρμονισμένες με τα ΑΠΣ και τις προτάσεις που καταγράφηκαν από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση. Δημιουργήθηκαν ψηφιακά παιχνίδια και αξιοποιήθηκε η συσκευή ΑΔΧ Makey Makey για τη διδασκαλία των μοτίβων σε μαθητές της ΣΤ' Δημοτικού.

Μετά την ανάλυση των δεδομένων, φάνηκε ότι τα μαθησιακά αποτελέσματα και οι επιδόσεις των μαθητών αυξάνονται με τη χρήση ΑΔΧ σε σύγκριση με το έντυπο υλικό και τη συμβατική διδασκαλία. Επίσης, στατιστικά σημαντική διαφορά παρατηρήθηκε και στους δείκτες απόλαυσης, ευχρηστίας, αποτελεσματικότητας μάθησης και αύξησης κινήτρων, με τις ΑΔΧ να υπερτερούν μεταξύ των δύο μέσων. Όσα αναφέρθηκαν , καταδεικνύουν την ανάγκη να διενεργηθούν και άλλες έρευνες αναφορικά με την αξιοποίηση των ΑΔΧ στην εκπαιδευτική διαδικασία.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνόγλωσση

Δάλλας, Μ. (2016). Θεωρίες μάθησης και διδασκαλίας στη Διδακτική των Μαθηματικών: Συνύφανση των συμπεριφοριστικών και γνωστικών προσεγγίσεων με τις θεωρητικές προσεγγίσεις στην πλαισιοθετημένη μάθηση. *Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης*, *2015*(1), 427-435. https://doi.org/10.12681/edusc.210

Δεσλή, Δ. & Γαϊτανέρη, Δ. (2017). Η κατανόηση των μαθηματικών μοτίβων από παιδιά Γ' και Δ' δημοτικού και οι στρατηγικές σκέψης τους. *Προσχολική και Σχολική Εκπαίδευση*, *5*(1), 63-83. https://doi.org/10.12681/ppej.10216

Δημητριάδης, Σ. (2015). Συμπεριφορισμός. Στο Σ. Δημητριάδης. *Θεωρίες μάθησης και εκπαιδευτικό λογισμικό (Προπτυχιακό εγχειρίδιο)*. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις. http://hdl.handle.net/11419/3399.

Κρητικός, Γ., Μούτσιος-Ρέντζος, Α., & Καλαβάσης, Φ. (2021). Στήριξη διεπιστημονικών αναστοχασμών στη σύγχρονη διδασκαλία Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών: ανάμεσα στο δια ζώσης και το εξ αποστάσεως. 1*ο Διεθνές Διαδικτυακό Εκπαιδευτικό Συνέδριο Από τον 20ο στον 21ο αιώνα μέσα σε 15 ημέρες*, (1), 277-285.

Κωλέττη, Ε., & Ψωμά, Β. (2012). Ρεαλιστική θεώρηση των μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο: Η σημασία της οργάνωσης και της αναπαράστασης μιας προβληματικής κατάστασης για τη διατύπωση μαθηματικών συλλογισμών και τη δημιουργία μοντέλου επίλυσής της. *Πρακτικά του Ελληνικού Ινστιτούτου Εφαρμοσμένης Παιδαγωγικής και Εκπαίδευσης (ΕΛΛ.Ι.Ε.Π.ΕΚ.), 6ο Πανελλήνιο Συνέδριο*.

Λεμονίδης, Χ. (2002). Μια νέα πρόταση διδασκαλίας στα Μαθηματικά για τις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου. *Themes in Education*, *3*(1), 5-22.

Λυκοσκούφη, Ε. (2005). *Διδασκαλία μαθηματικών εννοιών με τη βοήθεια υπολογιστή μέσα από μια διαθεματική-δομητιστική προσέγγιση* [Διδακτορική Διατριβή, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών]. http://dx.doi.org/10.12681/eadd/21304

Μεϊμαρίδου, Ε. Χ. (2022). *Διαδραστικά συστήματα και μουσική εκπαίδευση: διερεύνηση χρήσης απτών διεπαφών για την ανάπτυξη των μουσικών ακουστικών ικανοτήτων* [Διδακτορική Διατριβή, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης].

http://ikee.lib.auth.gr/record/339195/files/?ln=el

Παλαιγεωργίου, Γ. (2017). Μαθητές και δάσκαλοι ως δημιουργοί απτικών εκπαιδευτικών εφαρμογών. *Πρακτικά Εργασιών 5ου Πανελλήνιου Συνεδρίου Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία*, 1067-1072.

http://etpe2017.aspete.gr/images/etpe2017_praktika_Final.pdf

Πόταρη, Δ. (2016). *Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Δημοτικό): Οδηγός για τον εκπαιδευτικό: «Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων»*. Υπουργείο Παιδείας & Θρησκευμάτων, Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής. http://hdl.handle.net/10795/1852

Σκουμπουρδή, Χ. (2009). Οι μεταρρυθμίσεις του εκπαιδευτικού συστήματος στην Ελλάδα και τα Αναλυτικά Προγράμματα των Μαθηματικών. *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 95-118.

Χασάπης, Δ. (1986). Η οργάνωση του Περιεχομένου ενός Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών και οι υπονοούμενες αντιλήψεις για τη Γνώση, την Επιστήμη και την Εκπαίδευση. *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, (28), 28-34.

Χατζηγεωργίου, Γ. (2000). *Γνώθι το Curriculum. Γενικά και ειδικά θέματα αναλυτικών προγραμμάτων και διδακτικής*. Ατραπός.

Ξενόγλωσση

Aktas, M., Bulut, M., & Yuksel, T. (2011). The effect of using computer animations and activities about teaching patterns in primary mathematics. *Turkish Online Journal of Educational Technology-TOJET*, *10*(3), 273-277.

Amineh, R. J., & Asl, H. D. (2015). Review of constructivism and social constructivism. *Journal of Social Sciences, Literature and Languages*, *1*(1), 9-16.

Aydogan, A., & Aydogan, S. K. (2020). The effectiveness of teaching English with Makey Makey in children with autism spectrum disorder. *IJAEDU-International E-Journal of Advances in Education*, *6*(16), 131-140. https://doi.org/10.18768/ijaedu.616018

Bada, S. O., & Olusegun, S. (2015). Constructivism learning theory: A paradigm for teaching and learning. *Journal of Research & Method in Education*, *5*(6), 66-70. https://doi.org/10.9790/7388-05616670

Baroody, A. J. (1989). Manipulatives Don't Come with Guarantees. *Arithmetic Teacher*, *37*(2), 4-5. https://doi.org/10.5951/AT.37.2.0004

Bennett, A. (1988). Visual thinking and number relationships. *Mathematics Teacher, 81*(4), 267-272. https://doi.org/10.5951/MT.81.4.0267

Berger, M. (2005). Vygotsky's Theory of Concept Formation and Mathematics Education. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (2), 153-160.

Bichelmeyer, B., & Hsu, Y. (1999). Individually-Guided Education and Problem-Based Learning: A comparison of pedagogical approaches from different epistemological views. *Proceedings of Selected Research and Development Papers Presented at the National Convention of the Association for Educational Communications and Technology (AECT)*, 73-79.

Boggan, M., Harper, S., & Whitmire, A. (2010). Using Manipulatives to Teach Elementary Mathematics. *Journal of Instructional Pedagogies*, (3).

Boghossian, P. (2006). Behaviorism, constructivism, and Socratic pedagogy. *Educational Philosophy and Theory*, *38*(6), 713-722. https://doi.org/10.1111/j.1469-5812.2006.00226.x

Burleson, W. S., Harlow, D. B., Nilsen, K. J., Perlin, K., Freed, N., Jensen, C. N., Lahey, B., Lu, P., & Muldner, K. (2018). Active Learning Environments with Robotic Tangibles: Children's Physical and Virtual Spatial Programming Experiences. *IEEE Transactions on Learning Technologies*, *11*(1), 96-106. https://doi.org/ 10.1109/TLT.2017.2724031

Burton, L., Nelson, T., & Bennett, A. (2011). *Mathematics for Elementary Teachers: A Conceptual Approach*. McGraw-Hill Education.

Carraher, D. W., Martinez, M. V., & Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM Mathematics Education*, *40*(1), 3-22. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0067-7

Carry, L. R., Lewis, C., & Bernard, J. (1980). *Psychology of Equation Solving; an Information Processing Study*. University of Texas at Austin, Department of Curriculum and Instruction.

Cho, H. H., Kim, H., Shin, D. J., & Lee, J. (2012). Exploring pattern generalization in the logo-based microworld. *Proceedings of the Seventeenth Asian Technology Conference in Mathematics*, 16-20.

Clark, K. R. (2018). Learning theories: behaviorism. *Radiologic technology*, *90*(2), 172-175.

Clements, D. H. (2000). 'Concrete' manipulatives, concrete ideas. *Contemporary issues in early childhood*, *1*(1), 45-60. https://doi.org/10.2304/ciec.2000.1.1.7

Collective, B. S. M., & Shaw, D. (2012). Makey Makey: improvising tangible and nature-based user interfaces. *Proceedings of the sixth international conference on tangible, embedded and embodied interaction*, 367-370. https://doi.org/10.1145/2148131.2148219

Cottrill, J. (2003). An overview of theories of learning in mathematics education research. *Preparing mathematicians to educate teachers: Elementary level workshop*.

De Graaf, E., & Kolmos, A. (2003). Characteristics of problem-based learning. *International journal of engineering education*, *19*(5), 657-662.

Dowker, A., Bennett, K., & Smith, L. (2012). Attitudes to mathematics in primary school children. *Child Development Research*. https://doi.org/10.1155/2012/124939

Driessen, E., & Van Der Vleuten, C. (2000). Matching student assessment to problem-based learning: lessons from experience in a law faculty. *Studies in Continuing Education*, *22*(2), 235-248. https://doi.org/10.1080/713695731

Driscoll, M. P. (1994). *Psychology of learning for instruction.* Allyn & Bacon.

Driscoll, M. P., & Burner, K. J. (2005). *Psychology of learning for instruction*. Pearson.

Druyan, S. (1997). Effect of the kinesthetic conflict on promoting scientific reasoning. *Journal of Research in Science Teaching: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching*, *34*(10), 1083-1099. https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2736(199712)34:10<1083::AID-TEA7>3.0.CO;2-N

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*, 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Ellis, A. B. (2011). Generalizing-promoting actions: How classroom collaborations can support students' mathematical generalizations. *Journal for research in mathematics education*, *42*(4), 308-345. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.42.4.0308

Finlayson, M. (2014). Addressing math anxiety in the classroom. *Improving Schools*, *17*(1), 99-115. https://doi.org/10.1177/1365480214521457

Fokides, E. (2018). Digital educational games and mathematics. Results of a case study in primary school settings. *Education and Information Technologies*, *23*(2), 851-867. https://doi.org/10.1007/s10639-017-9639-5

Fokides, E., & Alatzas, K. (2022). Using Digitally Enhanced Tangible Materials for Teaching Fractions: Results of a Project. *Technology, Knowledge and Learning*, 1-25. https://doi.org/10.1007/s10758-022-09605-x

Fokides, E., & Papoutsi, A. (2020). Using Makey-Makey for teaching electricity to primary school students. A pilot study. *Education and Information Technologies*, *25*(2), 1193-1215. https://doi.org/10.1007/s10639-019-10013-5

Font, V., Godino, J. D., & D'amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations. *Mathematics education. For the learning of mathematics*, *27*(2), 2-14. https://www.jstor.org/stable/40248564

Fox, J. (2005). Child-Initiated Mathematical Patterning in the Pre-Compulsory Years. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (2), 313-320.

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational studies in mathematics*, *1,*(1/2), 3-8. http://www.jstor.org/stable/3481973

Fujii, T. (2014). Misconceptions and Alternative Conceptions in Mathematics Education. In Lerman, S. (eds.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_114

Furner, J. M., & Worrell, N. L. (2017). The importance of Using Manipulatives in Teaching Math Today. *Transformations, 3*, *1*(2). https://nsuworks.nova.edu/transformations/vol3/iss1/2

Gagné, R. M. (1975). *Essentials of learning for instruction*. Dryden Press.

Gallud, J. A., Tesoriero, R., Lozano, M. D., Penichet, V. M., & Fardoun, H. M. (2022). The Use of Tangible User Interfaces in K12 Education Settings: A Systematic Mapping Study. *IEEE Access*, *10*, 24824-24842. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3154794

Geesa, R. L., Izci, B., Song, H., & Chen, S. (2019). Exploring Factors of Home Resources and Attitudes towards Mathematics in Mathematics Achievement in South Korea, Turkey, and the United States. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *15*(9). https://doi.org/10.29333/ejmste/108487

Geraniou, E., Mavrikis, M., Noss, R., & Hoyles, C. (2009). A learning environment to support mathematical generalisation in the classroom. *Proceedings of CERME*, *6*, 14-17.

Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational studies in mathematics*, *39*(1), 111-129. https://doi.org/10.1023/A:1003749919816

Guerrero, G., Ayala, A., Mateu, J., Casades, L., & Alamán, X. (2016). Integrating virtual worlds with tangible user interfaces for teaching mathematics: A pilot study. *Sensors*, *16*(11), 1775. https://doi.org/10.3390/s16111775

Hall, R. D. (2002). An analysis of errors made in the solution of simple linear equations. *Philosophy of mathematics education journal*, *15*(1), 1-67.

Hashweh, M. Z. (1986). Toward an explanation of conceptual change. *European journal of science education*, *8*(3), 229-249. https://doi.org/10.1080/0140528860080301

Henningsen, M. A., Silver, E. A., Smith, M. S., & Stein, M. K. (2009). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development*. Teachers College Press.

Hersh, R. (Ed.). (2006). *18 Unconventional Essays on the Nature of Mathematics*. Springer New York. https://doi.org/10.1007/0-387-29831-2_9

Hewson, P. W., & Hewson, M. G. (1984). The role of conceptual conflict in conceptual change and the design of science instruction. *Instructional science*, *13*(1), 1-13. https://doi.org/10.1007/BF00051837

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 65–97). Macmillan.

Hodaňová, J., & Nocar, D. (2016). Mathematics importance in our life. *Proceedings of INTED2016 Conference*, *7th-9th March*, 3086-3092.

Hodges, S., Sentance, S., Finney, J., & Ball, T. (2020). Physical computing: A key element of modern computer science education. *Computer*, *53*(4), 20-30. https://doi.org/10.1109/MC.2019.2935058

India, G., Ramakrishna, G., Bisht, J., & Swaminathan, M. (2019). Computational Thinking as Play: Experiences of Children Who Are Blind or Low Vision in India. *ASSETS '19: The 21st International ACM SIGACCESS Conference on Computers and Accessibility,* 519-522. Association for Computing Machinery. https://doi.org/10.1145/ 3308561.3354608

Ishii, H. (2008). The tangible user interface and its evolution. *Communications of the ACM*, *51*(6), 32-36. http://doi.acm.org/10.1145/1349026.1349034

Johnson-Glenberg, M. C., Birchfield, D. A., Tolentino, L., & Koziupa, T. (2014). Collaborative embodied learning in mixed reality motion-capture environments: Two science studies. *Journal of Educational Psychology*, *106*(1), 86–104. https://doi.org/10.1037/a0034008

Juhler, S. M., Rech, J. F., From, S. G., & Brogan, M. M. (1998). The Effect of Optional Retesting on College Students' Achievement in an Individualized Algebra Course. *The Journal of Experimental Education*, *66*(2), 125-137. https://doi.org/10.1080/00220979809601399

Kalpakis, S., Palaigeorgiou, G., & Kasvikis, K. (2018). Promoting Historical Thinking in Schools through Low Fidelity, Low-Cost, Easily Reproduceable, Tangible and Embodied Interactions. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, *13*(12). https://doi.org/10.3991/ijet.v13i12.8728

Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., & Ng, S. F. (2016). Early algebra: Research into its nature, its learning, its teaching. *Springer Nature*, 3-5. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32258-2

Knuth, E., & Cai, J. (Eds.). (2011). *Early Algebraization: A Global Dialogue from Multiple Perspectives*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4

Kontas, H. (2016). The Effect of Manipulatives on Mathematics Achievement and Attitudes of Secondary School Students. *Journal of Education and Learning*, *5*(3), 10-20. http://dx.doi.org/10.5539/jel.v5n3p10

Kosmas, P., & Zaphiris, P. (2018). Embodied cognition and its implications in education: An overview of recent literature. *International Journal of Educational and Pedagogical Sciences*, *12*(7), 971-977.

Lannin, J. K. (2005). Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activities. *Mathematical Thinking and Learning*, *7*(3), 231-258. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0703_3

Liang, M., Li, Y., Weber, T., & Hussmann, H. (2021). Tangible Interaction for Children’s Creative Learning: A Review. *Creativity and Cognition*, (14), 1-14. https://doi.org/10.1145/3450741.3465262

Littler, G., & Cockburn, A. (Eds.). (2008). *Mathematical Misconceptions: A Guide for Primary Teachers*. SAGE Publications.

Luttenberger, S., Wimmer, S., & Paechter, M. (2018). Spotlight on math anxiety. *Psychology research and behavior management*, *11*, 311–322. http://dx.doi.org/10.2147/PRBM.S141421

Maloney, J., Resnick, M., Silverman, B., & Eastmond, E. (2010). The scratch programming language and environment. *ACM Transactions on Computing Education (TOCE)*, *10*(4), 1-15. https://doi.org/10.1145/1868358.1868363

Matthews, S., Viller, S., & Boden, M. A. (2020). "... And We Are the Creators!" Technologies as Creative Material. *TEI '20: Proceedings of the Fourteenth International Conference on Tangible, Embedded, and Embodied Interaction (Sydney NSW, Australia),* 511–518. Association for Computing Machinery. https://doi.org/10.1145/3374920.3374980

Mazana, Y. M., Suero Montero, C., & Olifage, C. R. (2019). Investigating students' attitude towards learning mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 14*(1), 207-231. http://dx.doi.org/10.29333/iejme/3997

Miller, M. R., Rittle-Johnson, B., Loehr, A. M., & Fyfe, E. R. (2016). The Influence of Relational Knowledge and Executive Function on Preschoolers’ Repeating Pattern Knowledge. *Journal of Cognition and Development*, *17*(1), 85-104. https://doi.org/10.1080/15248372.2015.1023307

Moss, J., & McNab, S. L. (2011). An approach to geometric and numeric patterning that fosters second grade students’ reasoning and generalizing about functions and co-variation. *Early Algebraization*, 277-301. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_16

Mutlu, Y. (2019). Math Anxiety in Students with and without Math Learning Difficulties. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *11*(5), 471-475. DOI: 10.26822/iejee.2019553343

Nathoo, A., Bekaroo, G., Gangabissoon, T., & Santokhee, A. (2020). Using tangible user interfaces for teaching concepts of internet of things: Usability and learning effectiveness. *Interactive Technology and Smart Education*, *17*(2), 133-158. https://doi.org/10.1108/ITSE-09-2019-0061

Nesmith, S. J. (2008). Mathematics and Literature: Educators' Perspectives on Utilizing a Reformative Approach to Bridge Two Cultures. *Forum on Public Policy Online*, *2008*(2).

Niaz, M. (1995). Cognitive conflict as a teaching strategy in solving chemistry problems: A dialectic–constructivist perspective. *Journal of research in science teaching*, *32*(9), 959-970. https://doi.org/10.1002/tea.3660320907

Ojose, B. (2015). Students' Misconceptions in Mathematics: Analysis of Remedies and What Research Says. *Ohio Journal of School Mathematics*, (72), 30.

Oliver, K. M. (2000). Methods for developing constructivist learning on the web. *Educational technology*, *40*(6), 5-18. https://www.jstor.org/stable/44428633

Orton, A. (2004). *Pattern in the teaching and learning of mathematics*. A&C Black.

Paechter, M., Macher, D., Martskvishvili, K., Wimmer, S., & Papousek, I. (2017). Mathematics anxiety and statistics anxiety. Shared but also unshared components and antagonistic contributions to performance in statistics. *Frontiers in psychology*, *8*(1196). https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01196

Palaigeorgiou, G., Karakostas, A., & Skenderidou, K. (2017). FingerTrips: learning geography through tangible finger trips into 3D augmented maps. *2017 IEEE 17th International Conference on Advanced Learning Technologies (ICALT)*, 170-172. https://doi.org/10.1109/ICALT.2017.118

Palaigeorgiou, G., Tsolopani, X., Liakou, S., & Lemonidis, C. (2018a). Movable, Resizable and Dynamic Number Lines for Fraction Learning in a Mixed Reality Environment. *International 176 Conference on Interactive Collaborative Learning*, 118-129. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11935-5_12

Palaigeorgiou, G., Karakostas, A., & Skenteridou, K. (2018b). Touching and traveling on 3D augmented tangible maps for learning geography: The finger trips approach. *Interactive Technology and Smart Education*, *15*(3), 279-290. https://doi.org/10.1108/ITSE-12-2017-0066

Palaigeorgiou, G., Tsapkini, D., Bratitsis, T., & Xefteris, S. (2017, November). Embodied Learning About Time with Tangible Clocks. *Interactive Mobile Communication, Technologies and Learning*, 477-486. https://doi.org/10.1007/978-3-319-75175-7_47

Pang, J., & Good, R. (2000). A review of the integration of science and mathematics: Implications for further research. *School science and mathematics*, *100*(2), 73-82. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2000.tb17239.x

Papic, M. (2007). Promoting Repeating Patterns with Young Children-More than Just Alternating Colours! *Australian Primary Mathematics Classroom*, *12*(3), 8-13.

Perso, T. F. (1991). Misconceptions in algebra: Identification, diagnosis and treatment. *Curtin University of Technology*, 349.

Pimm, D. (2002). *Symbols and Meanings in School Mathematics*. Taylor & Francis. https://doi.org/10.4324/9780203428610

Principles and Standards for School Mathematics. (2000). National Council of Teachers of Mathematics.

Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational studies in mathematics*, *42*(3), 237-268. https://doi.org/10.1023/A:1017530828058

Radford, L., & Peirce, C. S. (2006, March). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, *1*, 2-21.

Raffle, H. S., Parkes, A. J., & Ishii, H. (2004, April). Topobo: a constructive assembly system with kinetic memory. *Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems*, 647-654. https://doi.org/10.1145/985692.985774

Rekimoto, Ullmer, B., & Oba, H. (2001). DataTiles: a modular platform for mixed physical and graphical interactions. *Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems*, 269-276. https://doi.org/10.1145/365024.365115

Resnick, M., Maloney, J., Monroy-Hernández, A., Rusk, N., Eastmond, E., Brennan, K., Millner, A., Rosenbaum, E., Silver, J., Silverman, B., & Kafai, Y. (2009). Scratch: programming for all. *Communications of the ACM*, *52*(11), 60-67.

http://doi.acm.org/10.1145/1592761.1592779

Revelle, G., Zuckerman, O., Druin, A., & Bolas, M. (2005). Tangible user interfaces for children. *CHI'05 Extended Abstracts on human factors in computing systems*, 2051-2052. https://doi.org/10.1145/1056808.1057095

Reys, R., Lindquist, M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2014). *Helping children learn mathematics*. John Wiley & Sons.

Rivera, F. D., & Becker, J. R. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear figural patterns. *ZDM Mathematics Education*, *40*(1), 65-82. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0062-z

Rochmad, R., Kharis, M., Zahid, M. Z., & Mashuri,, M. (2018). Misconception as a critical and creative thinking inhibitor for mathematics education students. *Unnes Journal of Mathematics Education*, *7*(1), 57-62. https://doi.org/10.15294/ujme.v7i1.18078

Roebuck, K. (2012). *Tangible User Interfaces: High-impact Emerging Technology-What You Need to Know: Definitions, Adoptions, Impact, Benefits, Maturity, Vendors*. Emereo Publishing.

Savery, J. R., & Duffy, T. M. (1995). Problem based learning: An instructional model and its constructivist framework. . *Educational technology*, *35*(5), 31-38. https://www.jstor.org/stable/44428296

Scarlatos, L. L. (2006). Tangible math. *Interactive Technology and Smart Education*, *3*(4), 293-309. https://doi.org/10.1108/17415650680000069

Shaer, O., & Hornecker, E. (2010). Tangible User Interfaces: Past, Present, and Future Directions. *Human–Computer Interaction*, *3*(1-2), 4-137. https://doi.org/10.1561/1100000026

Shapiro, L. (2010). *Embodied cognition*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203850664

Singh, K., Granville, M., & Dika, S. (2002). Mathematics and science achievement: effects of motivation, interest, and academic engagement. *Journal of Educational Research*, *95*(6), 323–332. https://doi.org/10.1080/00220670209596607

Steele, D. F. (2001). Using sociocultural theory to teach mathematics: A Vygotskian perspective. *School science and Mathematics*, *101*(8), 404-416. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2001.tb17876.x

Steinle, V. (2004). Detection and remediation of decimal misconceptions. *Towards excellence in mathematics*, 460-478.

Stinson, K., Harkness, S. S., Meyer, H., & Stallworth, J. (2009). Mathematics and science integration: Models and characterizations. *School Science and Mathematics*, *109*(3), 153-161. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2009.tb17951.x

Tam, M. (2000). Constructivism, instructional design, and technology: Implications for transforming distance learning. *Journal of Educational Technology & Society*, *3*(2), 50-60. https://www.jstor.org/stable/jeductechsoci.3.2.50

Tanik Onal, N., & Saylan Kirmizigul, A. (2022). A Makey-Makey based STEM activity for children. *Science Activities*, *58*(4), 166-182. https://doi.org/10.1080/00368121.2021.2011086

Thompson, P.W. (2020). Constructivism in Mathematics Education. In Lerman, S. (ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 127-134). Springer, Cham.

Tran, C., Smith, B., & Buschkuehl, M. (2017). Support of mathematical thinking through embodied cognition: Nondigital and digital approaches. *Cognitive Research: Principles and Implications*, *2*(1), 1-18. https://doi.org/10.1186/s41235-017-0053-8

Ullmer, B., Ishii, H., & Jacob, R. J. (2005). Token+ constraint systems for tangible interaction with digital information. *ACM Transactions on Computer-Human Interaction (TOCHI)*, *12*(1), 81-118. https://doi.org/10.1145/1057237.1057242

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2020). Realistic mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 713-717. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_170

Van de Walle, J. A., Bay-Williams, J. M., & Karp, K. (2008). *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally.* Allyn & Bacon.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics*. Pearson Education UK.

Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning* (6th ed.). Falmer Press.

Vukovic, R. K., Kieffer, M. J., Bailey, S. P., & Harari, R. R. (2013). Mathematics anxiety in young children: concurrent and longitudinal associations with mathematical performance. *Contemporary Educational Psychology*, *38*(1), 1-10. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2012.09.001

Vygotsky, L. S. (1981). The genesis of higher mental functions. *The Concept of Activity in Soviet Psychology*, 144–188.

Warren, E. (2005). Young Children's Ability to Generalise the Pattern Rule for Growing Patterns. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4*, 305-312.

Warren, E., & Cooper, T. (2007a). Repeating patterns and multiplicative thinking: Analysis of classroom interactions with 9-year-old students that support the transition from the known to the novel.

The Journal of Classroom Interaction, *41/42*(2/1), 7-17. https://www.jstor.org/stable/23869442

Warren, E., & Cooper, T. (2007b). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in mathematics*, *67*(2), 171-185. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9092-2

Willis, J. (2010). Learning to love math: Teaching strategies that change student attitudes and get results. *ASCD*.

Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic bulletin & review*, *9*(4), 625-636. https://doi.org/10.3758/BF03196322

Wubbels, T., Korthagen, F., & Broekman, H. (1997). Preparing teachers for realistic mathematics education. *Educational studies in mathematics*, *32*(1), 1-28. https://doi.org/10.1023/A:1002900522457

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational studies in mathematics*, *49*(3), 379-402. https://doi.org/10.1023/A:1020291317178

Zhou, Y., & Wang, M. (2015). Tangible User Interfaces in Learning and Education. *International Encyclopedia of the Social Behavioral Sciences*, *24*, 20–25. https://doi.org/10.1016/B978-0-08-097086-8.92034-8

Zito, L., Cross, J. L., Brewer, B., Speer, S., Tasota, M., Hamner, E., Johnson, M., Lauwers, T., & Nourbakhsh, I. (2021). Leveraging tangible interfaces in primary school math: Pilot testing of the Owlet math program. *International Journal of Child-Computer Interaction*, *27*. https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2020.100222

Ηλεκτρονικές πηγές

Υπουργείο Παιδείας και Θρησκευμάτων. (2022). *Διαδραστικά Σχολικά Βιβλία*. Ανακτήθηκε 12 Οκτωβρίου 2022 από http://ebooks.edu.gr/ebooks/v2/classcoursesdiadrastika.jsp?classcode=K01.

Υπουργείο Παιδείας, Αθλητισμού και Νεολαίας Κύπρου. (2016). *Μαθηματικά Δημοτικής Εκπαίδευσης*. Ανακτήθηκε 12 Σεπτεμβρίου 2022 από https://mathd.schools.ac.cy/index.php/el/

Υπουργείο Παιδείας & Θρησκευμάτων. (2011). *Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής*. Ανακτήθηκε 5 Νοεμβρίου 2022 από http://ebooks.edu.gr/info/newps/%CE%9C%CE

Angle, D. (2007). *What is conceptual understanding?* Retrieved August 6, 2022, from https://www.maa.org/external_archive/devlin/devlin_09_07.html

Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority (ACARA). (2015). *Home | The Australian Curriculum (Version 8.4)*. Retrieved August 5, 2022, from https://www.australiancurriculum.edu.au/

Makey Makey – Joylabz. (2022). *Official Makey Makey Store*. Retrieved September 5, 2022, from https://makeymakey.com/

Education Bureau. (2021, December 21). *Mathematics Education - Curriculum Documents*. Retrieved January 3, 2023, from https://www.edb.gov.hk/en/curriculum-development/kla/ma/curr/index2.html#Header

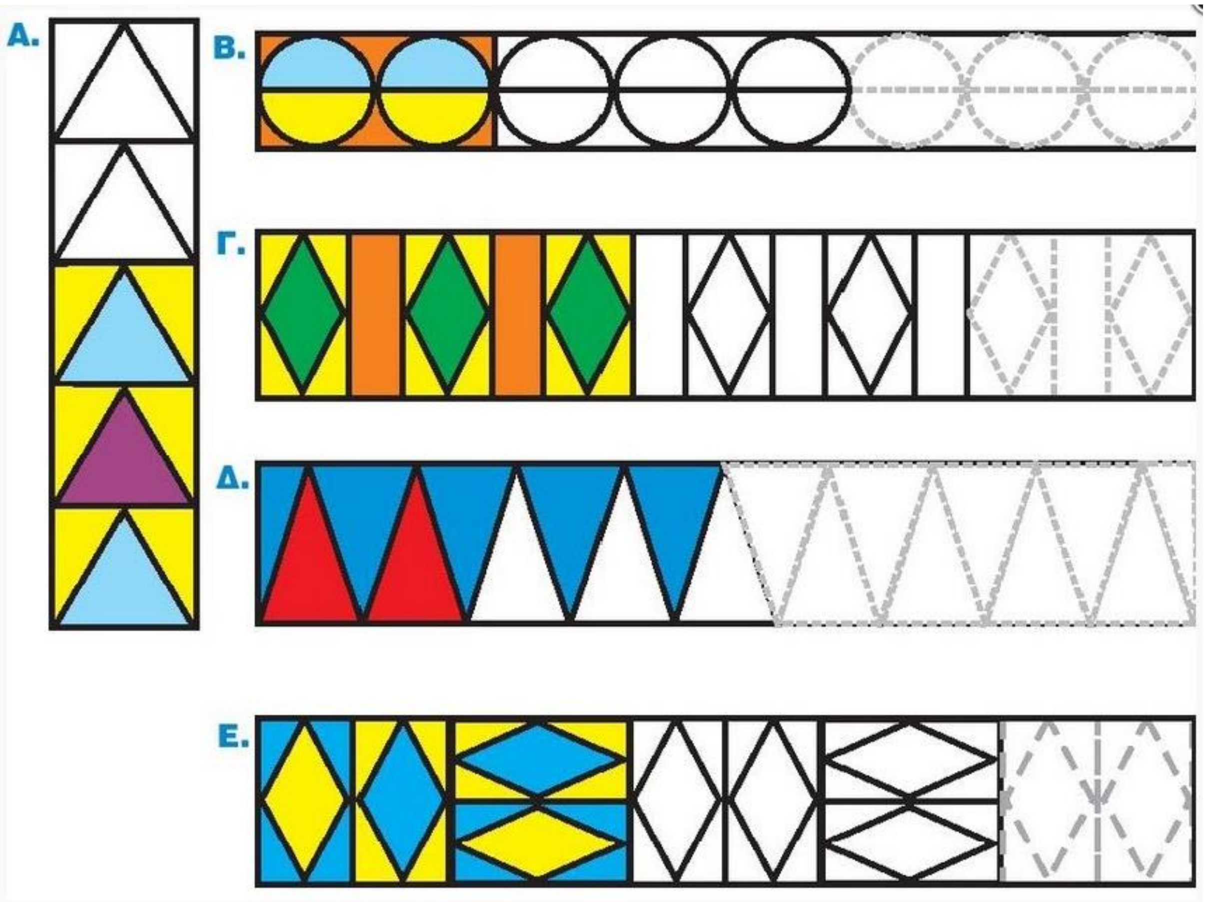
Government of the United Kingdom. (2022). *The national curriculum in England - Framework document*. Retrieved August 3, 2022, from https://assets.publishing.service.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/381344/Master_final_national_curriculum_28_Nov.pdf

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι: Φύλλα αξιολόγησης

Φύλλο αξιολόγησης για τα γεωμετρικά μοτίβα

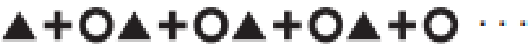
Όνομα………………………………….. Ημερομηνία…………………………………..

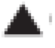
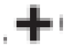
1. **Βρες το μοτίβο και συμπλήρωσε το σχέδιο .**



2. **Στα επόμενα γεωμετρικά μοτίβα βρες ποιος θα είναι ο 20ος όρος;**

Γεωμετρικό μοτίβο 1



α) 	β) 	γ) 

Γεωμετρικό μοτίβο 2

× × + × × × + × × × + × . . .

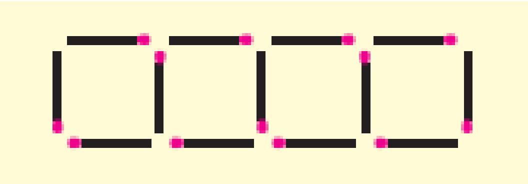
α) ×	β) O	γ) +

Γεωμετρικό μοτίβο 3

┌ ┌ ┐ ┘ └ ┌ ┌ ┐ ┘ └ . . .

α) ┌	β) ┐	γ) └	δ) ┘

3. **Στο σχήμα που βλέπετε, έχουμε χρησιμοποιήσει σπίρτα για να φτιάξουμε αυτά τα τέσσερα τετράγωνα.**



Πόσα σπίρτα θα χρειαστούμε για να συμπληρώσουμε 60 τετράγωνα;

α) 180	β) 181	γ) 240	δ) 239

Γράψτε πως σκεφτήκατε

……
……
……

Φύλλο αξιολόγησης για τα αριθμητικά μοτίβα

Όνομα…………………………………. **Ημερομηνία…………………………………..**

1. **Βρες το μοτίβο και συμπλήρωσε άλλους τρεις αριθμούς.**

Αριθμητικό μοτίβο 1

2	4	8	16	32			

Αριθμητικό μοτίβο 2

128	64	32	16	8			

Αριθμητικό μοτίβο 3

4	9	14	19	24			

Αριθμητικό μοτίβο 4

280	257	234	211	188			

2. Για κάθε ένα από τα παραπάνω μοτίβα διατύπωσε τον κανόνα με τον οποίο μπορούμε να βρίσκουμε τον επόμενο όρο.

Κανόνας για το Αριθμητικό μοτίβο 1

……
……

Κανόνας για το Αριθμητικό μοτίβο 2

……
……

Κανόνας για το Αριθμητικό μοτίβο 3

……
……

Κανόνας για το Αριθμητικό μοτίβο 4

……
……

3. Στα παρακάτω Αριθμητικά μοτίβα βρες τον όρο που λείπει.

8 13 **?** 23 28

2 6 18 **?** 162 486

1 3 7 1 3 7 1 **?** 7 1

4. Η ακολουθία Fibonacci

«Οι αριθμοί Fibonacci είναι το αριθμητικό σύστημα της φύσης. Εμφανίζονται παντού στη φύση από τη διάταξη των φύλλων στα φυτά μέχρι το μοτίβο των πετάλων στα λουλούδια, τις πευκοβελόνες ή τα στρώματα του φλοιού ενός ανανά. Φαίνεται πως οι αριθμοί Fibonacci σχετίζονται με την ανάπτυξη κάθε ζωντανού οργανισμού, ενός κυττάρου, ενός σπυριού σιταριού, μιας κυψέλης μελισσών, ακόμα της ίδιας της ανθρωπότητας».

Αυτή είναι η ακολουθία Fibonacci. Αν εξαιρέσουμε τους πρώτους δύο αριθμούς, τους υπόλοιπους μπορούμε να τους βρούμε με έναν κανόνα.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, . . .

α) Διατυπώστε με δικά σας λόγια τον κανόνα
………
………
β) Βρείτε τους τρεις επόμενους όρους
………

Φύλλο αξιολόγησης για τα «Κάνω τα Αριθμητικά Μοτίβα εργαλείο»

Όνομα………………………………….. Ημερομηνία…………………………………..

1. **Παρατήρησε τα παρακάτω γινόμενα**

143*2*7=2002 143*3*7=3003 143*4*7=4004

Φτιάξε με δικά σου λόγια έναν κανόνα που να εξηγεί τα παραπάνω γινόμενα
………
………

Βρες τα παρακάτω γινόμενα χωρίς να κάνεις τις πράξεις (χρησιμοποίησε τον κανόνα που έφτιαξες)

143*7*7= 143*9*7=

2. **Παρατήρησε τα παρακάτω γινόμενα**

4*4=16 34*34=1156 334*334=111556 3334*3334=11115556

Φτιάξε με δικά σου λόγια έναν κανόνα που να εξηγεί τα παραπάνω γινόμενα χωρίς να κάνεις τις πράξεις (χρησιμοποίησε τον κανόνα που έφτιαξες)
………
………

Βρες τα παρακάτω γινόμενα

33334 * 33334 =

3333334 * 3333334 =

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ: Ερωτηματολόγια

Ερωτηματολόγιο σχετικά με τη χρήση του Έντυπου υλικού
Όνομα……………………………………………………………………………………

Διάβασε τις ερωτήσεις και κύκλωσε με ειλικρίνεια την απάντηση που σε εκφράζει περισσότερο. Μην ξεχνάς πως δεν υπάρχει σωστή ή λάθος απάντηση.

1. Πιστεύω ότι το έντυπο υλικό ήταν διασκεδαστικό.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

2. Δε βαρέθηκα καθόλου ενώ χρησιμοποιούσα το έντυπο υλικό.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

3. Απόλαυσα τη χρήση του έντυπου υλικού.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

4. Πραγματικά απόλαυσα τη διαδικασία του μαθήματος με το έντυπο υλικό.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

5. Ένιωθα καλά όταν ολοκλήρωνα με επιτυχία τις δραστηριότητες στο έντυπο υλικό.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

6. Ένιωσα χαρούμενος που ασχολήθηκα με αυτό το έντυπο υλικό.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

7. Ένιωσα ότι το έντυπο υλικό διευκολύνει τον τρόπο που μαθαίνω.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

8. Το έντυπο υλικό έκανε τη μάθηση πιο ενδιαφέρουσα.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

9. Ένιωσα ότι το έντυπο υλικό αύξησε τις γνώσεις μου.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

10. Ένιωσα ότι κατάλαβα τα βασικά στοιχεία αυτών που διδάχτηκα με τη χρήση του έντυπου υλικού.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

11. Σίγουρα θα προσπαθήσω να εφαρμόσω τη γνώση που έμαθα χάρη στο έντυπο υλικό.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

---

12. Ήταν εύκολο να χειριστώ το έντυπο υλικό.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

13. Φαντάζομαι ότι οι περισσότεροι θα μάθουν να χρησιμοποιούν αυτό το έντυπο υλικό γρήγορα.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

14. Δε χρειάστηκε να μάθω και πολλά πράγματα για να μπορέσω να χρησιμοποιήσω αυτό το έντυπο υλικό.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

15. Δε χρειάστηκα βοήθεια από κάποιον/α ώστε να εργαστώ στο έντυπο υλικό, γιατί ήταν εύκολο να το καταλάβω.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

16. Ήταν εύκολο για μένα να γίνω επιδέξιος με αυτό το έντυπο υλικό.

α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

17. Το έντυπο υλικό κράτησε την προσοχή μου μέχρι το τέλος.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

18. Όταν χρησιμοποιούσα το έντυπο υλικό ένιωσα πως ήθελα να μάθω ακόμα περισσότερα.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

19. Το έντυπο υλικό με ώθησε να μάθω και άλλα.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

Σε ευχαριστώ πολύ 🙂

Ερωτηματολόγιο σχετικά με τη χρήση του Makey Makey
Όνομα………………………………………………………………………………………

Διάβασε τις ερωτήσεις και κύκλωσε με ειλικρίνεια την απάντηση που σε εκφράζει περισσότερο. Μην ξεχνάς πως δεν υπάρχει σωστή ή λάθος απάντηση.

1. Πιστεύω ότι το Makey Makey ήταν διασκεδαστικό.				
α) Καθόλου	β) Λίγο	γ) Αρκετά	δ) Πολύ	ε) Πάρα πολύ

2. Δε βαρέθηκα καθόλου ενώ χρησιμοποιούσα το Makey Makey.				
α) Καθόλου	β) Λίγο	γ) Αρκετά	δ) Πολύ	ε) Πάρα πολύ

3. Απόλαυσα τη χρήση του Makey Makey.				
α) Καθόλου	β) Λίγο	γ) Αρκετά	δ) Πολύ	ε) Πάρα πολύ

4. Πραγματικά απόλαυσα τη διαδικασία του μαθήματος με το Makey Makey.				
α) Καθόλου	β) Λίγο	γ) Αρκετά	δ) Πολύ	ε) Πάρα πολύ

5. Ένιωθα καλά όταν ολοκλήρωνα με επιτυχία τις δραστηριότητες στο Makey Makey.				
α) Καθόλου	β) Λίγο	γ) Αρκετά	δ) Πολύ	ε) Πάρα πολύ

6. Ένιωσα χαρούμενος που ασχολήθηκα με αυτό το αντικείμενο.				
α) Καθόλου	β) Λίγο	γ) Αρκετά	δ) Πολύ	ε) Πάρα πολύ

---

7. Ένιωσα ότι το Makey Makey διευκολύνει τον τρόπο που μαθαίνω.				
α) Καθόλου	β) Λίγο	γ) Αρκετά	δ) Πολύ	ε) Πάρα πολύ

8. Με το Makey Makey ήταν πολύ πιο εύκολος τρόπος να μάθω σε σχέση με το συνηθισμένο τρόπο διδασκαλίας.

α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

9. Το Makey Makey έκανε τη μάθηση πιο ενδιαφέρουσα.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

10. Ένιωσα ότι το Makey Makey αύξησε τις γνώσεις μου.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

11. Ένιωσα ότι κατάλαβα τα βασικά στοιχεία αυτών που διδάχτηκα με τη χρήση του Makey Makey.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

---

12. Ήταν εύκολο να χειριστώ το Makey Makey.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

13. Φαντάζομαι ότι οι περισσότεροι θα μάθουν να χρησιμοποιούν το Makey Makey γρήγορα.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

14. Δε χρειάστηκε να μάθω και πολλά πράγματα για να μπορέσω να χρησιμοποιήσω το Makey Makey.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

15. Δε χρειάστηκα βοήθεια από κάποιον/α ώστε να εργαστώ στο Makey Makey, γιατί ήταν εύκολο να καταλάβω πως να το ελέγχω.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

16. Ήταν εύκολο για μένα να γίνω επιδέξιος στη χρήση του Makey Makey.
α) Καθόλου β) Λίγο γ) Αρκετά δ) Πολύ ε) Πάρα πολύ

---

17. Το Makey Makey κράτησε την προσοχή μου μέχρι το τέλος.				
α) Καθόλου	β) Λίγο	γ) Αρκετά	δ) Πολύ	ε) Πάρα πολύ

18. Όταν χρησιμοποιούσα το Makey Makey ένιωσα πως ήθελα να μάθω ακόμα περισσότερα.				
α) Καθόλου	β) Λίγο	γ) Αρκετά	δ) Πολύ	ε) Πάρα πολύ

19. Το Makey Makey με ώθησε να μάθω και άλλα.				
α) Καθόλου	β) Λίγο	γ) Αρκετά	δ) Πολύ	ε) Πάρα πολύ

Σε ευχαριστώ πολύ 🙂

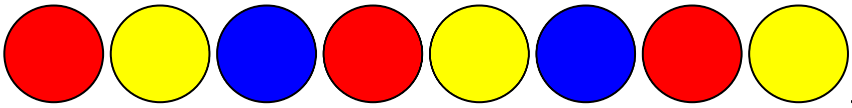
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ: Φύλλα εργασιών

<u>Διδασκαλία Γεωμετρικών Μοτίβων</u>

Στο μάθημα αυτό θα ασχοληθούμε με τα μοτίβα! Όπως θα δεις, στα μοτίβα αρέσει η οργάνωση. Τίποτα δεν είναι τυχαίο. Όλα γίνονται με βάση κάποιο κανόνα.

Δραστηριότητα 1

Οι μπαλίτσες μπαίνουν στη σειρά με τον παρακάτω τρόπο:


...

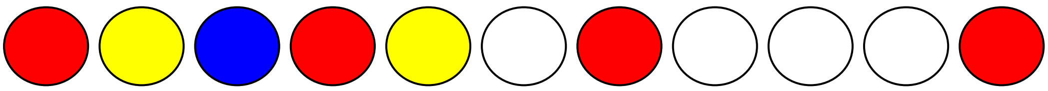
Τι παρατηρείτε;

……

Πόσες και ποιες μπάλες επαναλαμβάνονται;

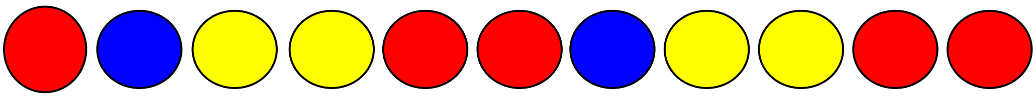
……

Μπορείτε να συνεχίσετε το παραπάνω μοτίβο με τον ίδιο τρόπο;



Δραστηριότητα 2

Τώρα τοποθετήσαμε τις μπαλίτσες με διαφορετικό τρόπο.



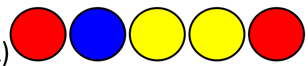
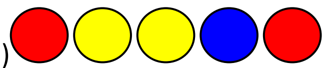
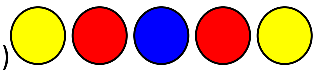
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

α) Είναι ένα μοτίβο με 4 μπάλες που επαναλαμβάνονται

β) Είναι σε τυχαία σειρά

γ) Είναι ένα μοτίβο με 5 μπάλες που επαναλαμβάνονται

Μπορείτε να βρείτε ποια επαναλαμβάνονται;

α)  β)  γ) 

Δραστηριότητα 3

Μοτίβα μπορούμε να κάνουμε με οτιδήποτε και αν σκεφτούμε. Χρησιμοποιήστε όσα και όποια από τα παρακάτω σύμβολα θέλετε και φτιάξτε το δικό σας μοτίβο.
Στο τέλος γράψτε ποιος ήταν ο κανόνας για το μοτίβο (δηλαδή πόσα και ποια είναι τα στοιχεία που επαναλαμβάνονται)

❤ , ✕ , ● , ■

Πόσα στοιχεία επαναλαμβάνονται;

………

Ποια στοιχεία επαναλαμβάνονται;

………

Παρατηρήσεις και συμπεράσματα

………
………
………

Ας συζητήσουμε παρέα στην τάξη να δούμε τι μάθαμε!!!

<u>Διδασκαλία Αριθμητικών Μοτίβων</u>

Εκτός από σχήματα, χρώματα και αντικείμενα, Μοτίβα μπορούμε να φτιάξουμε και με αριθμούς! Στο μάθημα αυτό θα δούμε τα αριθμητικά μοτίβα! Τα 'εργαλεία' μας θα είναι οι πράξεις (+, -, ×, :) και φυσικά… οι αριθμοί!

Δραστηριότητα 1

Παρατηρήστε τα παρακάτω αριθμητικά μοτίβα και επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

Μοτίβο 1

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, …

1) Οι αριθμοί σε αυτό το αριθμητικό μοτίβο…
   α) μεγαλώνουν με πρόσθεση
   β) μεγαλώνουν με πολλαπλασιασμό
   γ) μικραίνουν με αφαίρεση
   δ) μικραίνουν με διαίρεση

2) Ποιον αριθμό χρησιμοποιούμε κάθε φορά για να πάμε στον επόμενο όρο (με την πράξη που επιλέξατε στην προηγούμενη ερώτηση);
   α) 1
   β) 2
   γ) 4
   δ) 5

3) Το Μοτίβο μπορώ να το συνεχίσω όσο θέλω και να βρω και άλλους όρους!
   Ποιος αριθμός θα βρίσκεται στη 13η θέση;
   α) 26
   β) 22
   γ) 24
   δ) 13

Μοτίβο 2

2, 4, 8, 16, ?, 64, 128, 256, …

1) Οι αριθμοί σε αυτό το αριθμητικό μοτίβο…
   α) μεγαλώνουν με πρόσθεση
   β) μεγαλώνουν με πολλαπλασιασμό
   γ) μικραίνουν με αφαίρεση
   δ) μικραίνουν με διαίρεση

2) Ποιον αριθμό χρησιμοποιούμε κάθε φορά για να πάμε στον επόμενο όρο (με την πράξη που επιλέξατε στην προηγούμενη ερώτηση);
   α) 4
   β) 1
   γ) 2
   δ) 8

3) Ποιος αριθμός πρέπει να μπει στη θέση του **?** για να συμπληρωθεί το μοτίβο;
   α) 32
   β) 18
   γ) 44
   δ) 50

Μοτίβο 3

128, 64, 32, 16, …

1) Οι αριθμοί σε αυτό το αριθμητικό μοτίβο…
   α) μεγαλώνουν με πρόσθεση
   β) μεγαλώνουν με πολλαπλασιασμό
   γ) μικραίνουν με αφαίρεση
   δ) μικραίνουν με διαίρεση

2) Ποιον αριθμό χρησιμοποιούμε κάθε φορά για να πάμε στον επόμενο όρο (με την πράξη που επιλέξατε στην προηγούμενη ερώτηση);
   α) 128
   β) 4
   γ) 8
   δ) 2

3) Ποιοι είναι οι τρεις επόμενοι όροι του αριθμητικού μοτίβου;
   …….. , …….., ……..

4) Το μοτίβο αυτό τελειώνει ή μπορώ να το συνεχίζω όσο θέλω;
   α) τελειώνει
   β) συνεχίζεται

Παρατηρήσεις και συμπεράσματα

………
………

Ας συζητήσουμε παρέα στην τάξη να δούμε τι μάθαμε!!!

Διδασκαλία «Κάνω τα Αριθμητικά Μοτίβα εργαλείο»

Τα μοτίβα κάποιες φορές κρύβονται και ΜΕΣΑ στις πράξεις.

Δείτε τα επόμενα γινόμενα και εντοπίστε το αριθμητικό μοτίβο.

1 x 1 = **1**
11 x 11 = 1**2**1
111 x 111 = 12**3**21
…

1) Χρησιμοποιώντας το μοτίβο που κρύβεται στα παραπάνω γινόμενα, βρείτε το αποτέλεσμα χωρίς να κάνετε την πράξη.
   11111 x 11111 = ?
   α) 123454321
   β) 54321612345
   γ) 12345
   δ) 1234512345

Παρατηρούμε ότι στη 2η γραμμή ο παράγοντας 11 έχει 2 ψηφία
στην 3η γραμμή ο παράγοντας 111 έχει 3 ψηφία
κ.ο.κ

2) Βάλτε στη σωστή σειρά τις παρακάτω φράσεις για να εμφανιστεί το πρώτο μέρος του κανόνα.

είναι ίσο με	του κάθε παράγοντα	το πλήθος των ψηφίων	του γινομένου	το μεσαίο ψηφίο

……

3) Παρατηρήστε τους αριθμούς που είναι αριστερά και δεξιά από το κεντρικό ψηφίο του γινομένου. Τι παρατηρείτε;

4) Βάλε τις φράσεις στη σωστή σειρά.

μέχρι τον αριθμό 1	κατά 1	αριστερά και δεξιά	οι αριθμοί μικραίνουν	του κεντρικού ψηφίου

……

Ας συζητήσουμε παρέα στην τάξη να δούμε τι μάθαμε!!!

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ IV: Πίνακας Ηλεκτρονικών Διευθύνσεων Ψηφιακών Παιχνιδιών

Γεωμετρικά μοτίβα 1	https://scratch.mit.edu/projects/787973537
Γεωμετρικά μοτίβα 2	https://scratch.mit.edu/projects/787973923
Αριθμητικά μοτίβα	https://scratch.mit.edu/projects/787972060
Κάνω τα αριθμητικά μοτίβα εργαλείο	https://scratch.mit.edu/projects/787973039

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Χ: Ανάλυση Δεδομένων

Descriptives

Group = 1

Descriptive Statistics[a]

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Tests_avg	40	32.50	96.67	61.6958	18.59483
Enjoyment	40	1.00	5.00	3.1667	.91287
Effectiveness	40	1.00	5.00	3.1650	.83866
Ease	40	1.00	4.80	3.2450	.82585
Motivation	40	1.00	5.00	3.0333	.94522
Valid N (listwise)	40				

a. Group = 1

Group = 2

Descriptive Statistics[a]

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Tests_avg	46	40.00	100.00	71.4312	18.56429
Enjoyment	46	2.50	5.00	4.1812	.69462
Effectiveness	46	1.60	5.00	3.7913	.87530
Ease	46	2.00	5.00	3.9522	.76616
Motivation	46	1.67	5.00	3.8841	.82017
Valid N (listwise)	46				

a. Group = 2

Explore

Group

Case Processing Summary

		Cases					
		Valid		Missing		Total	
	Group	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Tests_avg	1	40	100.0%	0	0.0%	40	100.0%
	2	46	100.0%	0	0.0%	46	100.0%

Enjoyment	1	40	100.0%	0	0.0%	40	100.0%
	2	46	100.0%	0	0.0%	46	100.0%
Effectiveness	1	40	100.0%	0	0.0%	40	100.0%
	2	46	100.0%	0	0.0%	46	100.0%
Ease	1	40	100.0%	0	0.0%	40	100.0%
	2	46	100.0%	0	0.0%	46	100.0%
Motivation	1	40	100.0%	0	0.0%	40	100.0%
	2	46	100.0%	0	0.0%	46	100.0%

Descriptives

	Group			Statistic	Std. Error
Tests_avg	1	Mean		61.6958	2.94010
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	55.7489	
			Upper Bound	67.6427	
		5% Trimmed Mean		61.4815	
		Median		58.8333	
		Variance		345.768	
		Std. Deviation		18.59483	
		Minimum		32.50	
		Maximum		96.67	
		Range		64.17	
		Interquartile Range		33.75	
		Skewness		.111	.374
		Kurtosis		-1.141	.733
	2	Mean		71.4312	2.73716
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	65.9182	
			Upper Bound	76.9441	
		5% Trimmed Mean		71.5978	
		Median		76.6667	
		Variance		344.633	
		Std. Deviation		18.56429	
		Minimum		40.00	
		Maximum		100.00	
		Range		60.00	
		Interquartile Range		33.58	
		Skewness		-.174	.350
		Kurtosis		-1.382	.688
Enjoyment	1	Mean		3.1667	.14434
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	2.8747	

			Upper Bound	3.4586	
		5% Trimmed Mean		3.1667	
		Median		3.2500	
		Variance		.833	
		Std. Deviation		.91287	
		Minimum		1.00	
		Maximum		5.00	
		Range		4.00	
		Interquartile Range		1.58	
		Skewness		-.094	.374
		Kurtosis		-.372	.733
	2	Mean		4.1812	.10242
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.9749	
			Upper Bound	4.3874	
		5% Trimmed Mean		4.2174	
		Median		4.1667	
		Variance		.483	
		Std. Deviation		.69462	
		Minimum		2.50	
		Maximum		5.00	
		Range		2.50	
		Interquartile Range		1.04	
		Skewness		-.717	.350
		Kurtosis		-.460	.688
Effectiveness	1	Mean		3.1650	.13260
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	2.8968	
			Upper Bound	3.4332	
		5% Trimmed Mean		3.1722	
		Median		3.4000	
		Variance		.703	
		Std. Deviation		.83866	
		Minimum		1.00	
		Maximum		5.00	
		Range		4.00	
		Interquartile Range		1.35	
		Skewness		-.323	.374

		Kurtosis		.067	.733
	2	Mean		3.7913	.12906
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.5314	
			Upper Bound	4.0512	
		5% Trimmed Mean		3.8242	
		Median		3.9000	
		Variance		.766	
		Std. Deviation		.87530	
		Minimum		1.60	
		Maximum		5.00	
		Range		3.40	
		Interquartile Range		1.45	
		Skewness		-.320	.350
		Kurtosis		-.602	.688
Ease	1	Mean		3.2450	.13058
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	2.9809	
			Upper Bound	3.5091	
		5% Trimmed Mean		3.2611	
		Median		3.2000	
		Variance		.682	
		Std. Deviation		.82585	
		Minimum		1.00	
		Maximum		4.80	
		Range		3.80	
		Interquartile Range		1.30	
		Skewness		-.390	.374
		Kurtosis		.089	.733
	2	Mean		3.9522	.11296
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.7247	
			Upper Bound	4.1797	
		5% Trimmed Mean		3.9870	
		Median		4.0000	
		Variance		.587	
		Std. Deviation		.76616	
		Minimum		2.00	
		Maximum		5.00	

		Range		3.00	
		Interquartile Range		1.25	
		Skewness		-.490	.350
		Kurtosis		-.385	.688
Motivation	1	Mean		3.0333	.14945
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	2.7310	
			Upper Bound	3.3356	
		5% Trimmed Mean		3.0370	
		Median		3.0000	
		Variance		.893	
		Std. Deviation		.94522	
		Minimum		1.00	
		Maximum		5.00	
		Range		4.00	
		Interquartile Range		.92	
		Skewness		-.149	.374
		Kurtosis		.167	.733
	2	Mean		3.8841	.12093
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.6405	
			Upper Bound	4.1276	
		5% Trimmed Mean		3.9219	
		Median		4.0000	
		Variance		.673	
		Std. Deviation		.82017	
		Minimum		1.67	
		Maximum		5.00	
		Range		3.33	
		Interquartile Range		1.42	
		Skewness		-.505	.350
		Kurtosis		-.350	.688

Extreme Values

	Group			Case Number	Value
Tests_avg	1	Highest	1	63	96.67
			2	58	90.67
			3	74	89.33
			4	49	86.33
			5	75	86.00[a]
		Lowest	1	55	32.50

			2	59	34.67
			3	53	35.33
			4	56	35.50
			5	50	37.33
	2	Highest	1	13	100.00
			2	35	100.00
			3	18	97.33
			4	45	94.33
			5	26	93.33
		Lowest	1	39	40.00
			2	17	40.33
			3	38	40.50
			4	44	46.33
			5	41	47.00
Enjoyment	1	Highest	1	80	5.00
			2	57	4.83
			3	58	4.67
			4	79	4.33
			5	71	4.17[b]
		Lowest	1	68	1.00
			2	75	1.83
			3	56	1.83
			4	62	2.00
			5	55	2.00
	2	Highest	1	10	5.00
			2	27	5.00
			3	28	5.00
			4	36	5.00
			5	40	5.00[c]
		Lowest	1	9	2.50
			2	11	2.83
			3	32	3.00
			4	23	3.00
			5	17	3.00[d]
Effectiveness	1	Highest	1	57	5.00
			2	58	4.60
			3	77	4.20
			4	50	4.00
			5	51	4.00[e]
		Lowest	1	68	1.00
			2	60	1.80
			3	53	1.80
			4	56	2.00
			5	55	2.00
	2	Highest	1	7	5.00
			2	10	5.00
			3	25	5.00
			4	27	5.00
			5	28	5.00[c]
		Lowest	1	32	1.60
			2	37	2.20

			3	23	2.60
			4	20	2.60
			5	11	2.60[f]
Ease	1	Highest	1	57	4.80
			2	74	4.60
			3	79	4.60
			4	58	4.20
			5	54	4.00[e]
		Lowest	1	68	1.00
			2	60	2.00
			3	56	2.00
			4	55	2.00
			5	70	2.20[g]
	2	Highest	1	7	5.00
			2	10	5.00
			3	28	5.00
			4	29	5.00
			5	36	5.00[c]
		Lowest	1	32	2.00
			2	39	2.40
			3	38	2.80
			4	11	2.80
			5	24	3.00[d]
Motivation	1	Highest	1	51	5.00
			2	57	5.00
			3	58	4.33
			4	79	4.33
			5	47	4.00[e]
		Lowest	1	68	1.00
			2	56	1.00
			3	48	1.33
			4	53	1.67
			5	75	2.00[h]
	2	Highest	1	7	5.00
			2	10	5.00
			3	16	5.00
			4	25	5.00
			5	36	5.00[c]
		Lowest	1	32	1.67
			2	20	2.33
			3	14	2.67
			4	9	2.67
			5	39	3.00[d]

a. Only a partial list of cases with the value 86.00 are shown in the table of upper extremes.

b. Only a partial list of cases with the value 4.17 are shown in the table of upper extremes.

c. Only a partial list of cases with the value 5.00 are shown in the table of upper extremes.

d. Only a partial list of cases with the value 3.00 are shown in the table of lower extremes.

e. Only a partial list of cases with the value 4.00 are shown in the table of upper extremes.

f. Only a partial list of cases with the value 2.60 are shown in the table of lower extremes.

g. Only a partial list of cases with the value 2.20 are shown in the table of lower extremes.

h. Only a partial list of cases with the value 2.00 are shown in the table of lower extremes.

Tests of Normality

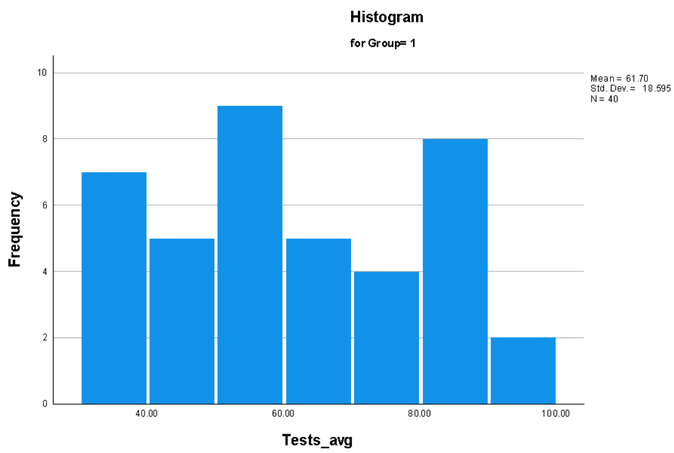
	Group	Kolmogorov-Smirnov[a] Statistic	df	Sig.	Shapiro-Wilk Statistic	df	Sig.
Tests_avg	1	.100	40	.200*	.948	40	.065
	2	.133	46	.041	.925	46	.005
Enjoyment	1	.094	40	.200*	.983	40	.795
	2	.171	46	.002	.907	46	.001
Effectiveness	1	.135	40	.063	.978	40	.622
	2	.113	46	.182	.950	46	.045
Ease	1	.116	40	.186	.973	40	.456
	2	.139	46	.027	.947	46	.035
Motivation	1	.186	40	.001	.953	40	.099
	2	.143	46	.019	.940	46	.019

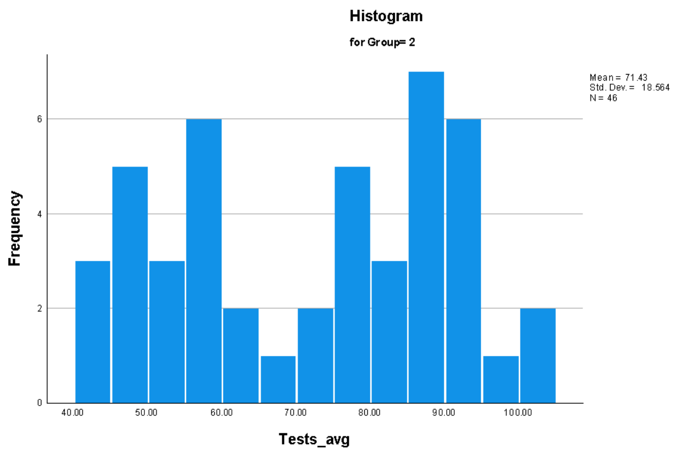
*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

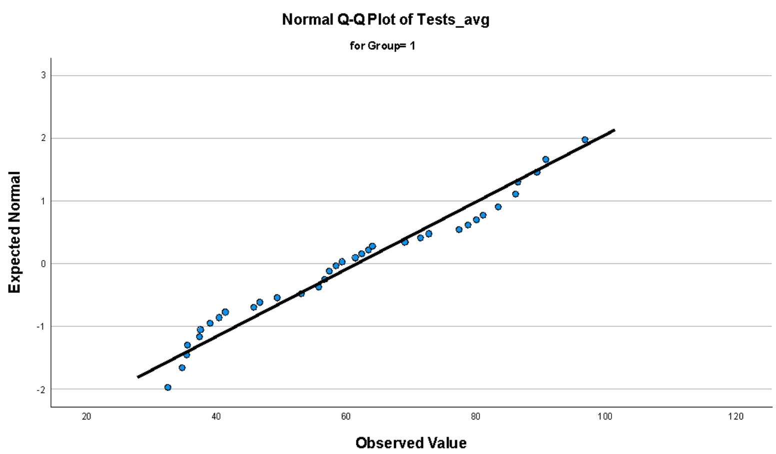
Tests_avg

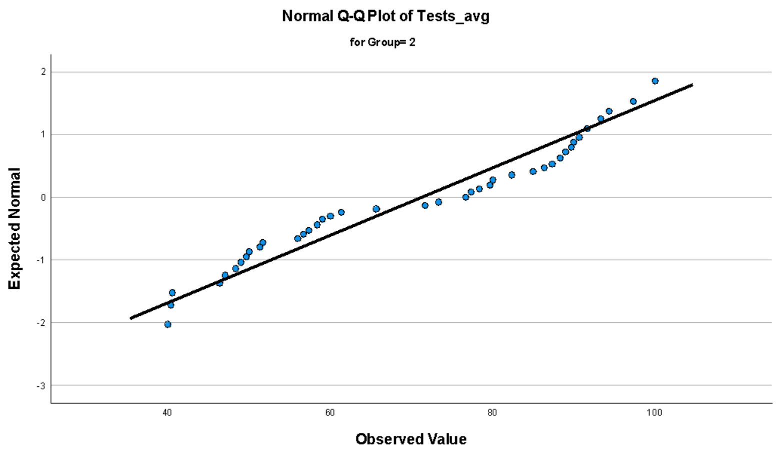
Histograms



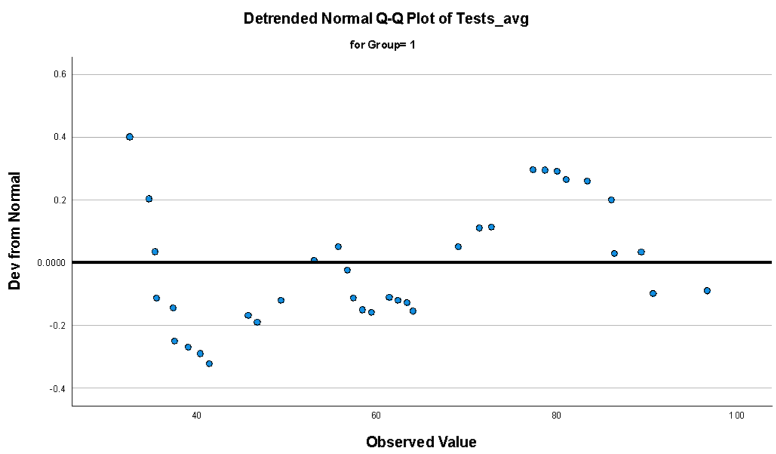


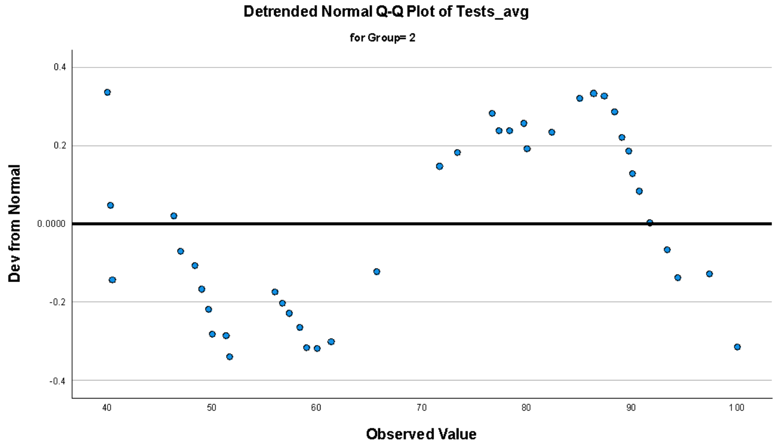
Normal Q-Q Plots

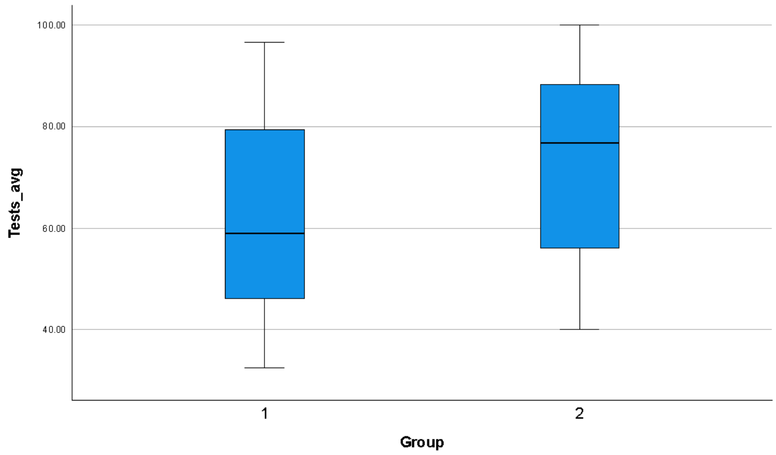




Detrended Normal Q-Q Plots

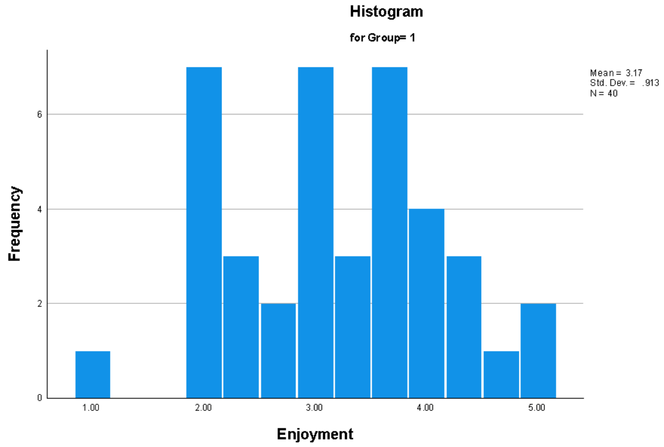


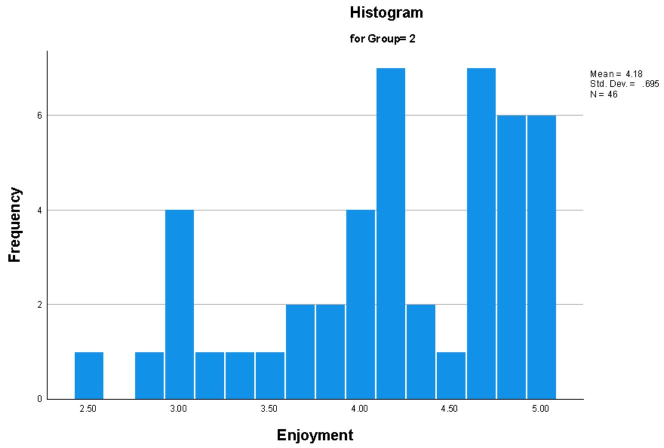




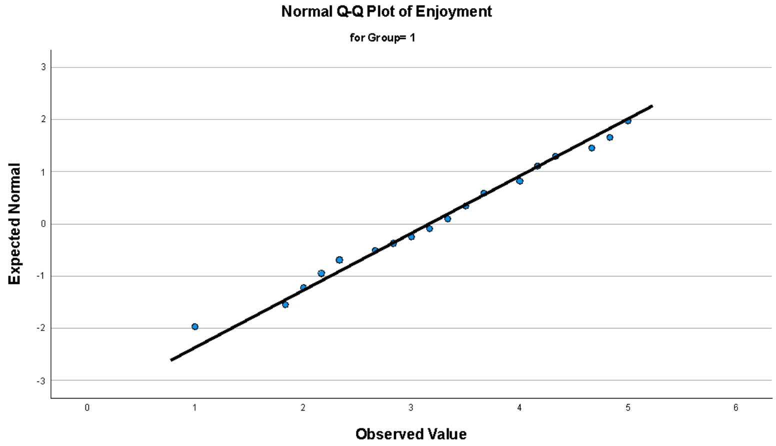
Enjoyment

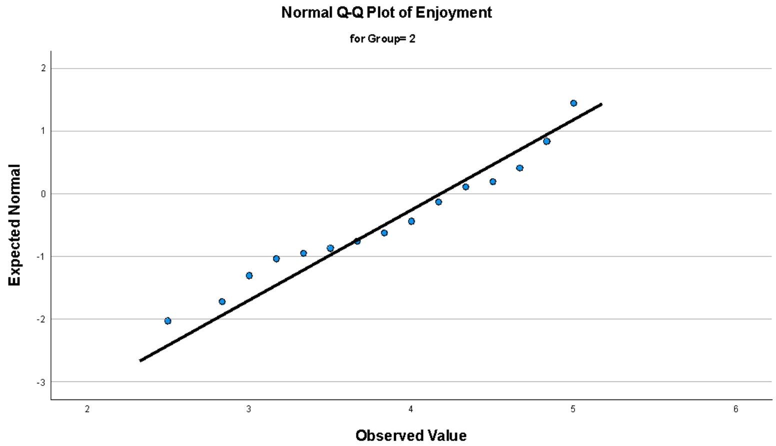
Histograms



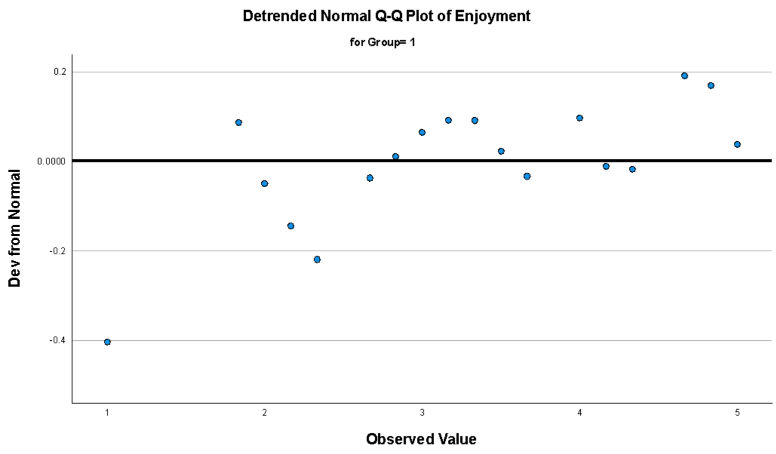


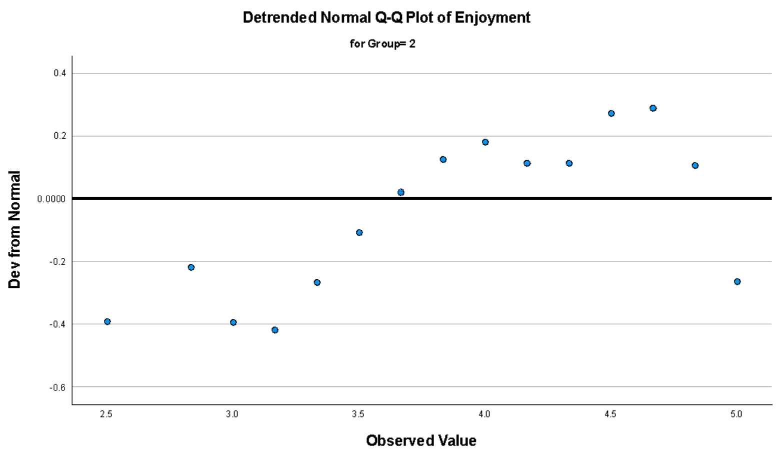
Normal Q-Q Plots

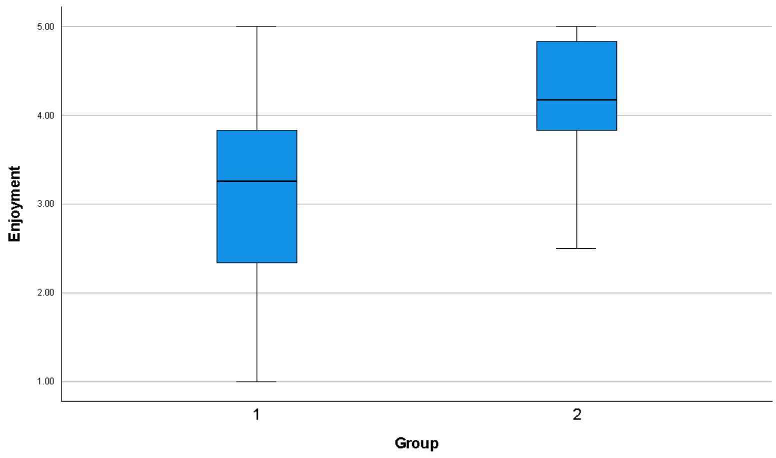




Detrended Normal Q-Q Plots

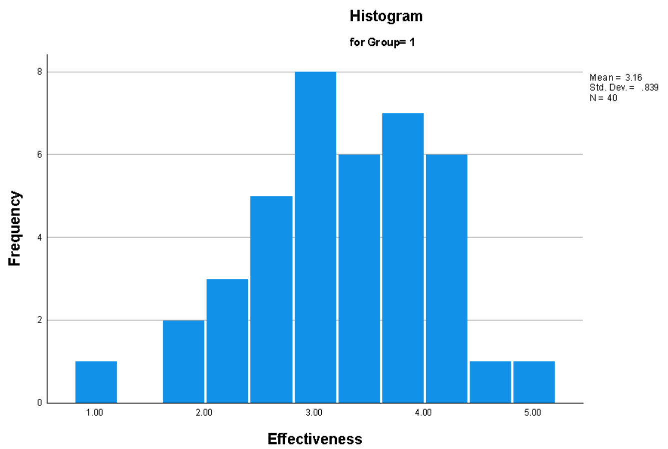

Detrended Normal Q-Q Plot of Enjoyment
for Group= 1
Dev from Normal
0.2
0.0000
-0.2
-0.4
1
2
3
4
5
Observed Value

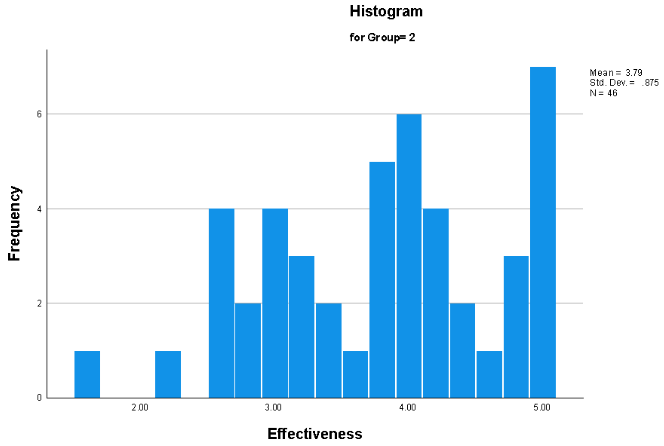

Detrended Normal Q-Q Plot of Enjoyment
for Group= 2
Dev from Normal
0.4
0.2
0.0000
-0.2
-0.4
-0.6
2.5
3.0
3.5
4.0
4.5
5.0
Observed Value



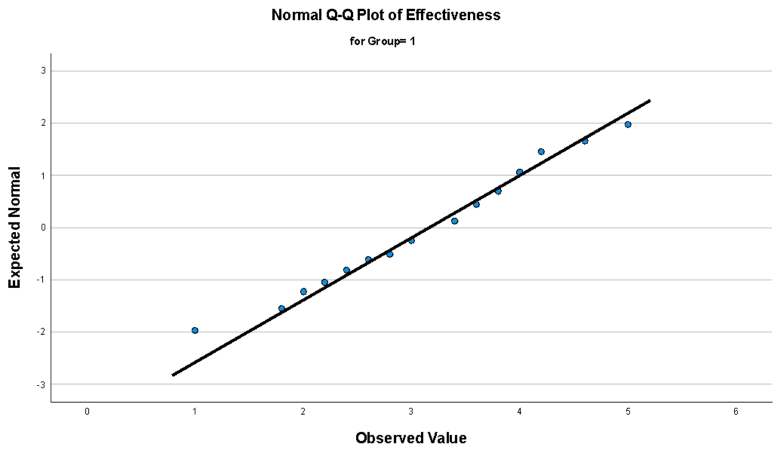
Effectiveness

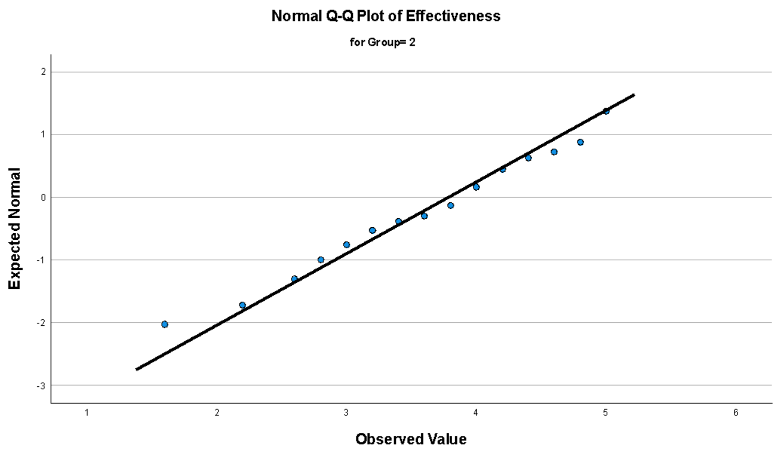
Histograms



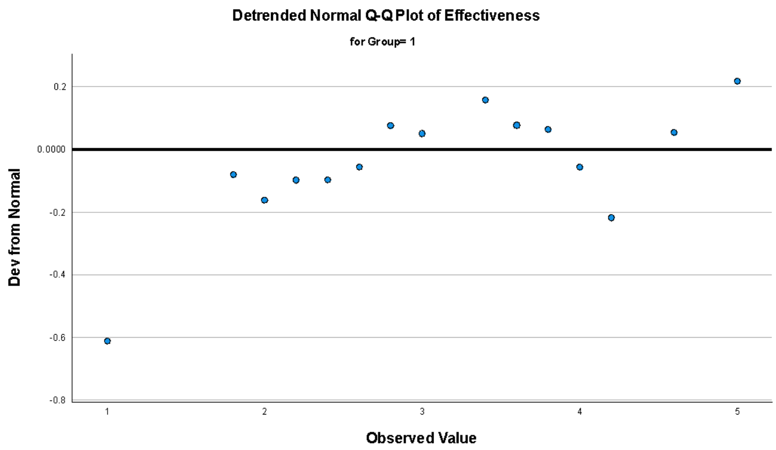


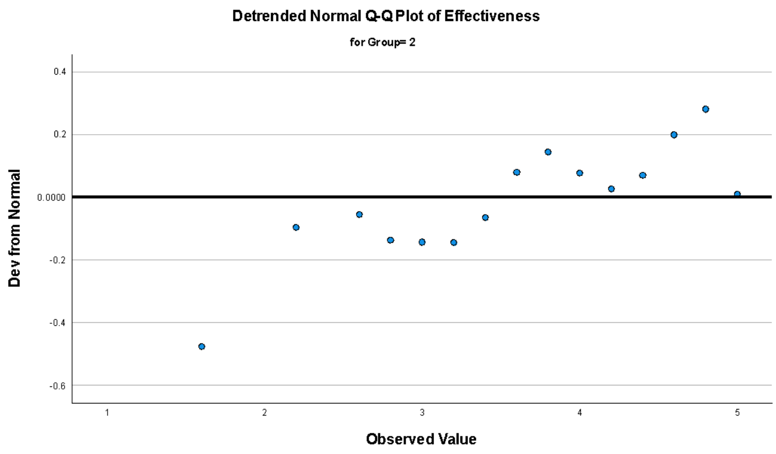
Normal Q-Q Plots

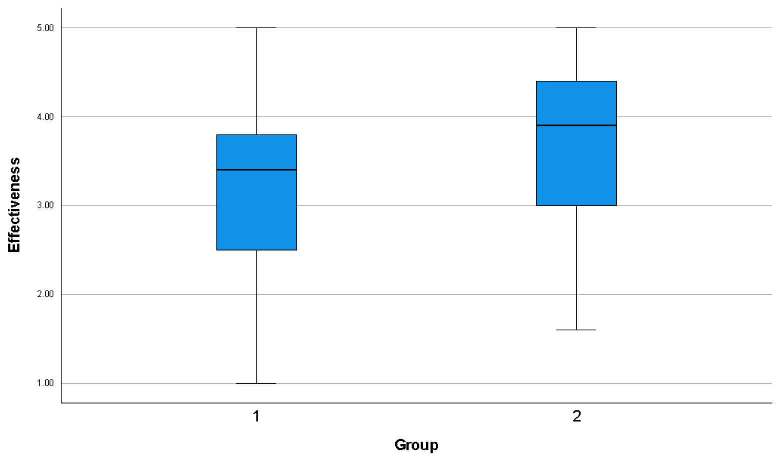




Detrended Normal Q-Q Plots

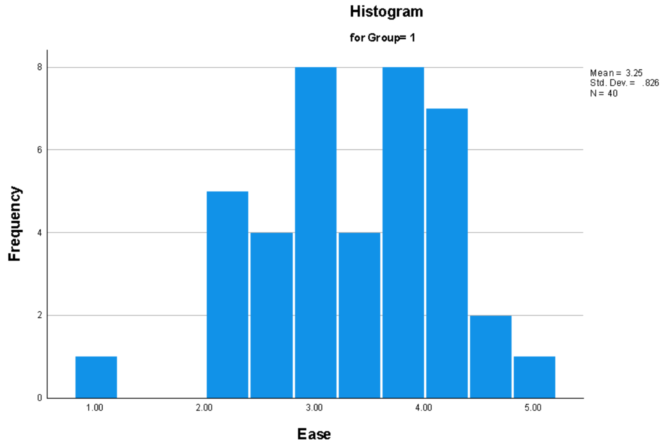


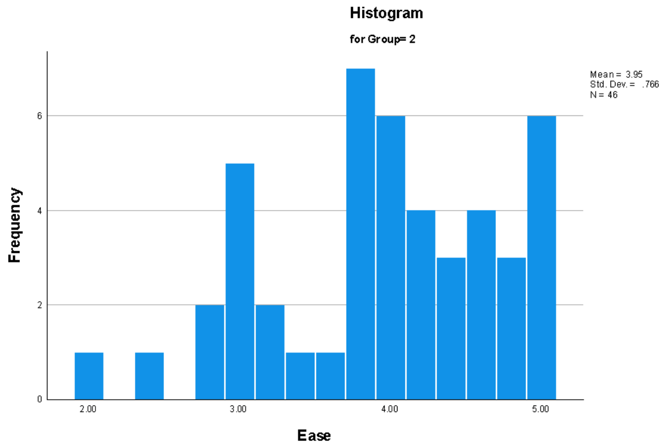




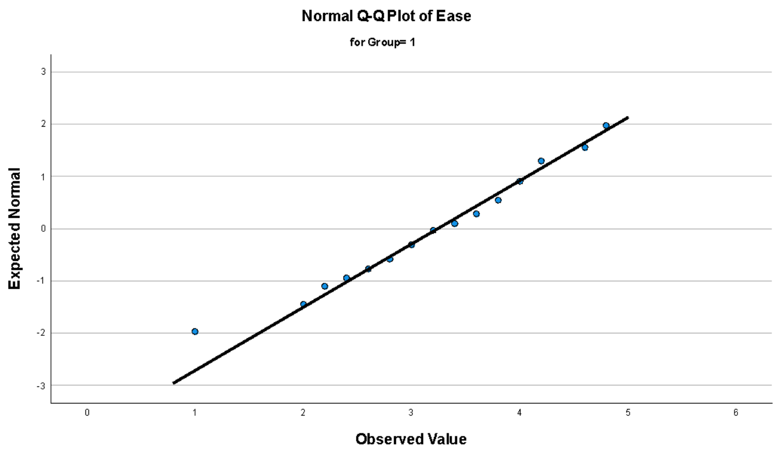
Ease

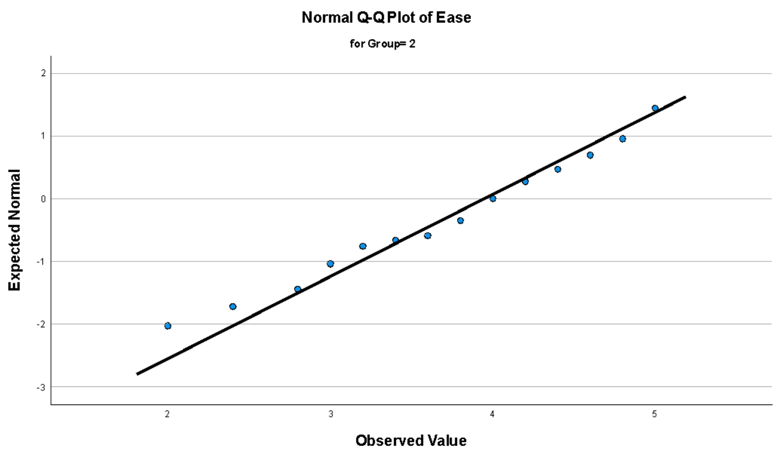
Histograms



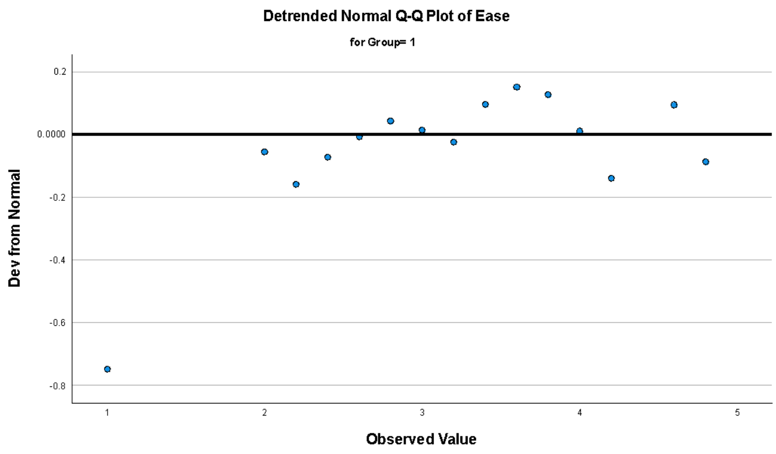


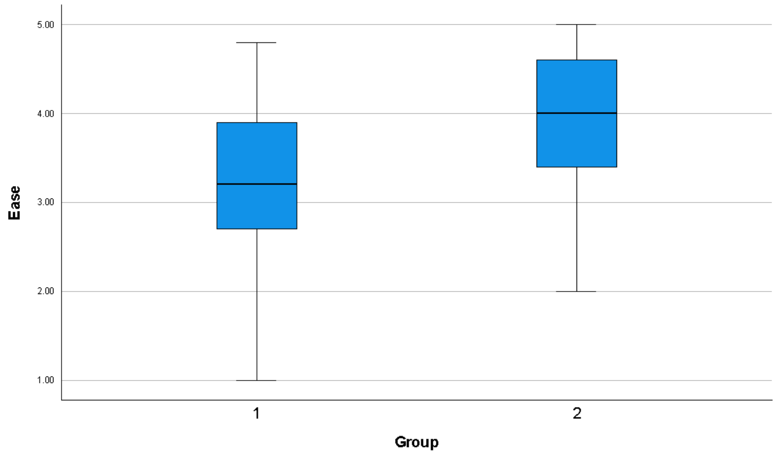
Normal Q-Q Plots





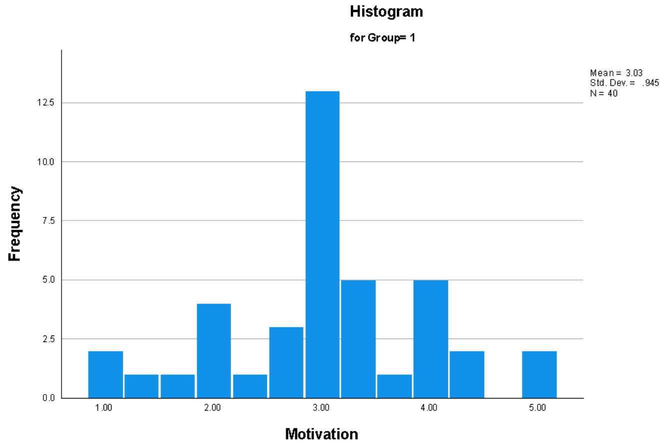
Detrended Normal Q-Q Plots

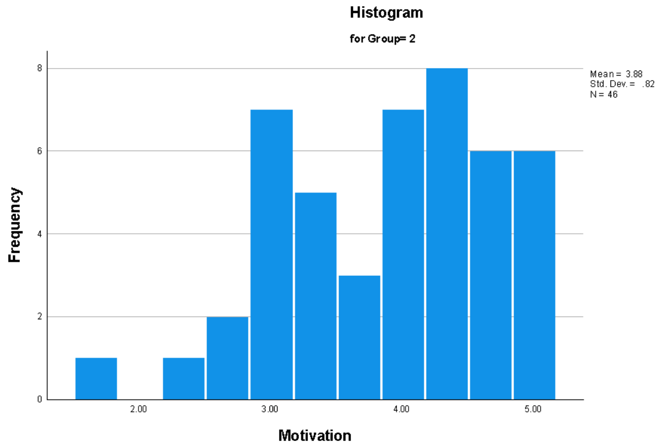




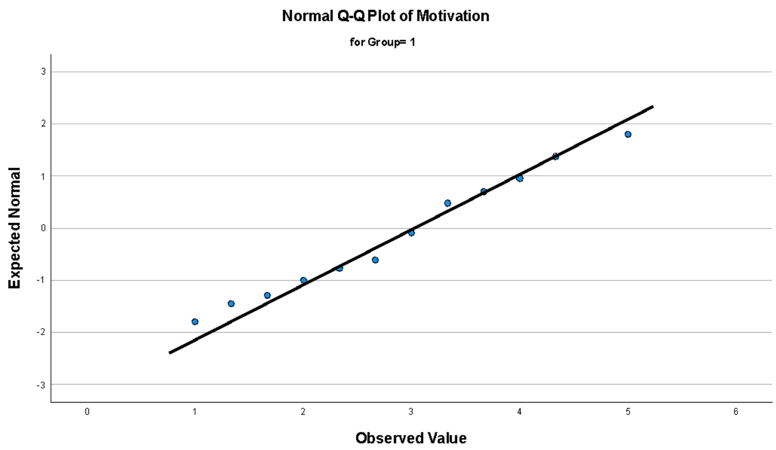
Motivation

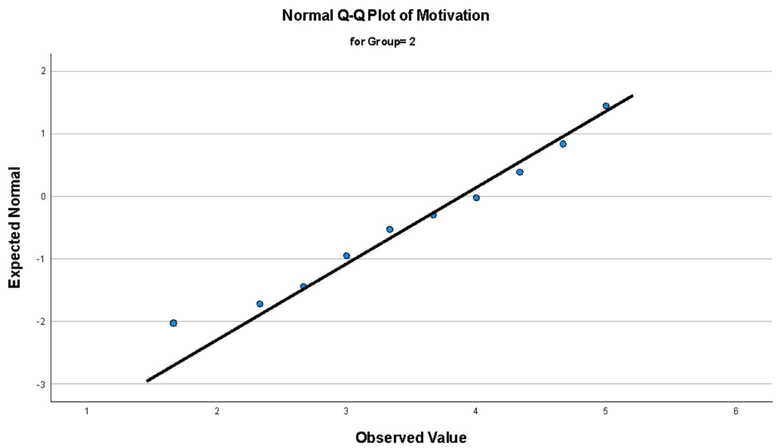
Histograms



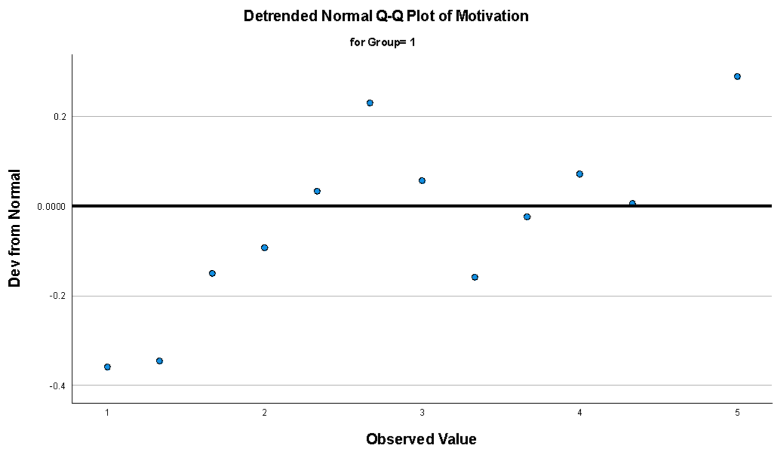


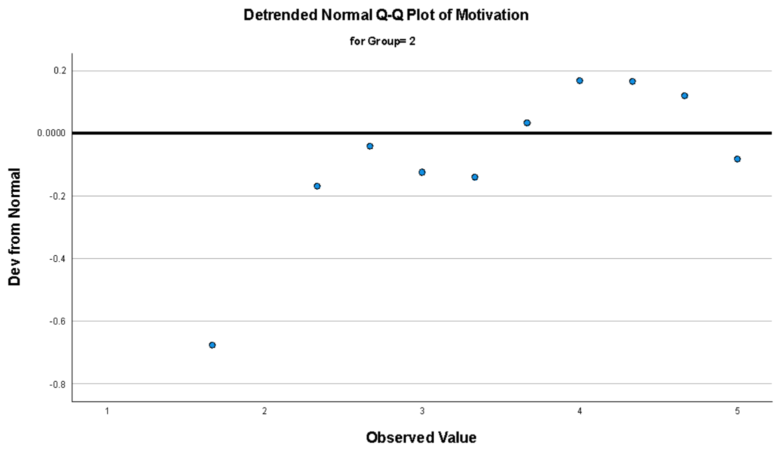
Normal Q-Q Plots

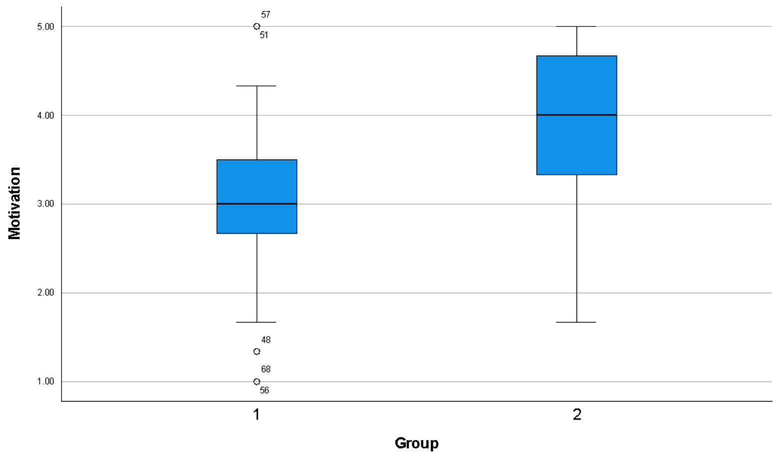




Detrended Normal Q-Q Plots


Detrended Normal Q-Q Plot of Motivation
for Group= 1
Dev from Normal
0.2
0.0000
-0.2
-0.4
1
2
3
4
5
Observed Value


Detrended Normal Q-Q Plot of Motivation
for Group= 2
Dev from Normal
0.2
0.0000
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
1
2
3
4
5
Observed Value



Reliability

Scale: ALL VARIABLES

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	86	100.0
	Excluded[a]	0	.0
	Total	86	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.959	19

Reliability

Scale: ALL VARIABLES

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	86	100.0
	Excluded[a]	0	.0
	Total	86	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.905	6

Reliability

Scale: ALL VARIABLES

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	86	100.0
	Excluded[a]	0	.0
	Total	86	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.874	5

Reliability

Scale: ALL VARIABLES

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	86	100.0
	Excluded[a]	0	.0
	Total	86	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.839	5

Reliability

Scale: ALL VARIABLES

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	86	100.0
	Excluded[a]	0	.0
	Total	86	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.862	3

Bootstrap

Bootstrap Specifications

Sampling Method	Simple

Number of Samples	1000
Confidence Interval Level	95.0%
Confidence Interval Type	Percentile

Oneway

Notes

Output Created		27-NOV-2022 10:27:32
Comments		
Input	Data	C:\Users\fokid\Documents\Associate professor\Papers\To Do\Late Xaga\Untitled1.sav
	Active Dataset	DataSet0
	Filter	<none>
	Weight	<none>
	Split File	<none>
	N of Rows in Working Data File	54658
Missing Value Handling	Definition of Missing	User-defined missing values are treated as missing.
	Cases Used	Statistics for each analysis are based on cases with no missing data for any variable in the analysis.
Syntax		ONEWAY Tests_avg Enjoyment Effectiveness Ease Motivation BY Group /ES=OVERALL /STATISTICS DESCRIPTIVES HOMOGENEITY /PLOT MEANS /MISSING ANALYSIS /CRITERIA=CILEVEL(0.95).
Resources	Processor Time	00:00:03.58
	Elapsed Time	00:00:05.29

Descriptives

					Bootstrap[a]			
							95% Confidence Interval	
				Statistic	Bias	Std. Error	Lower	Upper
Tests_avg	1	N		40	0	5	31	49
		Mean		61.6958	.0634	2.8230	56.2602	67.1352
		Std. Deviation		18.59483	-.20991	1.39050	15.70073	21.21852
		Std. Error		2.94010				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	55.7489				
			Upper Bound	67.6427				
		Minimum		32.50				
		Maximum		96.67				
	2	N		46	0	5	37	55
		Mean		71.4312	-.0080	2.6771	66.0839	76.7916
		Std. Deviation		18.56429	-.22730	1.10757	16.10855	20.43373

		Std. Error		2.73716				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	65.9182				
			Upper Bound	76.9441				
		Minimum		40.00				
		Maximum		100.00				
	Total	N		86	0	0	86	86
		Mean		66.9031	-.0216	1.8970	62.9929	70.5749
		Std. Deviation		19.10380	-.10107	.89361	17.16237	20.74080
		Std. Error		2.06002				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	62.8072				
			Upper Bound	70.9990				
		Minimum		32.50				
		Maximum		100.00				
Enjoyment	1	N		40	0	5	31	49
		Mean		3.1667	.0010	.1408	2.8876	3.4467
		Std. Deviation		.91287	-.01052	.09203	.72411	1.08758
		Std. Error		.14434				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	2.8747				
			Upper Bound	3.4586				
		Minimum		1.00				
		Maximum		5.00				
	2	N		46	0	5	37	55
		Mean		4.1812	-.0033	.1023	3.9833	4.3794
		Std. Deviation		.69462	-.01054	.06287	.55572	.80541
		Std. Error		.10242				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.9749				
			Upper Bound	4.3874				
		Minimum		2.50				
		Maximum		5.00				
	Total	N		86	0	0	86	86
		Mean		3.7093	-.0055	.0981	3.5059	3.9011
		Std. Deviation		.94702	-.00544	.06280	.82073	1.06385
		Std. Error		.10212				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.5063				
			Upper Bound	3.9123				
		Minimum		1.00				
		Maximum		5.00				
Effectiveness	1	N		40	0	5	31	49

		Mean		3.1650	.0008	.1281	2.8946	3.4089
		Std. Deviation		.83866	-.00749	.09429	.65497	1.01240
		Std. Error		.13260				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	2.8968				
			Upper Bound	3.4332				
		Minimum		1.00				
		Maximum		5.00				
	2	N		46	0	5	37	55
		Mean		3.7913	-.0020	.1283	3.5513	4.0475
		Std. Deviation		.87530	-.01315	.07559	.70983	1.00856
		Std. Error		.12906				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.5314				
			Upper Bound	4.0512				
		Minimum		1.60				
		Maximum		5.00				
	Total	N		86	0	0	86	86
		Mean		3.5000	-.0033	.0927	3.3163	3.6767
		Std. Deviation		.90943	-.00462	.06313	.77406	1.02675
		Std. Error		.09807				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.3050				
			Upper Bound	3.6950				
		Minimum		1.00				
		Maximum		5.00				
Ease	1	N		40	0	5	31	49
		Mean		3.2450	.0014	.1323	2.9722	3.4972
		Std. Deviation		.82585	-.01027	.09338	.63607	1.00278
		Std. Error		.13058				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	2.9809				
			Upper Bound	3.5091				
		Minimum		1.00				
		Maximum		4.80				
	2	N		46	0	5	37	55
		Mean		3.9522	.0032	.1125	3.7317	4.1767
		Std. Deviation		.76616	-.01004	.07175	.60623	.89363
		Std. Error		.11296				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.7247				
			Upper Bound	4.1797				
		Minimum		2.00				

		Maximum		5.00				
	Total	N		86	0	0	86	86
		Mean		3.6233	-.0006	.0886	3.4535	3.7999
		Std. Deviation		.86578	-.00327	.06370	.73891	.98869
		Std. Error		.09336				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.4376				
			Upper Bound	3.8089				
		Minimum		1.00				
		Maximum		5.00				
Motivation	1	N		40	0	5	31	49
		Mean		3.0333	.0031	.1424	2.7619	3.3248
		Std. Deviation		.94522	-.01327	.10923	.72828	1.14651
		Std. Error		.14945				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	2.7310				
			Upper Bound	3.3356				
		Minimum		1.00				
		Maximum		5.00				
	2	N		46	0	5	37	55
		Mean		3.8841	.0007	.1188	3.6546	4.1277
		Std. Deviation		.82017	-.01314	.07654	.66058	.95674
		Std. Error		.12093				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.6405				
			Upper Bound	4.1276				
		Minimum		1.67				
		Maximum		5.00				
	Total	N		86	0	0	86	86
		Mean		3.4884	-.0018	.1000	3.2907	3.6860
		Std. Deviation		.97377	-.00658	.06914	.83496	1.11132
		Std. Error		.10500				
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	3.2796				
			Upper Bound	3.6971				
		Minimum		1.00				
		Maximum		5.00				

a. Unless otherwise noted, bootstrap results are based on 1000 bootstrap samples

Tests of Homogeneity of Variances

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Tests_avg	Based on Mean	.303	1	84	.584
	Based on Median	.155	1	84	.695

	Based on Median and with adjusted df	.155	1	83.848	.695
	Based on trimmed mean	.300	1	84	.585
Enjoyment	Based on Mean	2.991	1	84	.087
	Based on Median	2.961	1	84	.089
	Based on Median and with adjusted df	2.961	1	77.925	.089
	Based on trimmed mean	2.940	1	84	.090
Effectiveness	Based on Mean	.131	1	84	.719
	Based on Median	.176	1	84	.676
	Based on Median and with adjusted df	.176	1	83.395	.676
	Based on trimmed mean	.119	1	84	.731
Ease	Based on Mean	.320	1	84	.573
	Based on Median	.353	1	84	.554
	Based on Median and with adjusted df	.353	1	83.911	.554
	Based on trimmed mean	.377	1	84	.541
Motivation	Based on Mean	.010	1	84	.921
	Based on Median	.000	1	84	1.000
	Based on Median and with adjusted df	.000	1	76.454	1.000
	Based on trimmed mean	.001	1	84	.971

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Tests_avg	Between Groups	2027.778	1	2027.778	5.875	.018
	Within Groups	28993.415	84	345.160		
	Total	31021.193	85			
Enjoyment	Between Groups	22.020	1	22.020	34.119	<.001
	Within Groups	54.213	84	.645		
	Total	76.233	85			
Effectiveness	Between Groups	8.392	1	8.392	11.387	.001
	Within Groups	61.908	84	.737		
	Total	70.300	85			
Ease	Between Groups	10.700	1	10.700	16.954	<.001
	Within Groups	53.014	84	.631		
	Total	63.713	85			
Motivation	Between Groups	15.485	1	15.485	19.975	<.001
	Within Groups	65.115	84	.775		
	Total	80.599	85			

ANOVA Effect Sizes[a,b]

			95% Confidence Interval	
		Point Estimate	Lower	Upper
Tests_avg	Eta-squared	.065	.002	.184

	Epsilon-squared	.054	-.010	.175
	Omega-squared Fixed-effect	.054	-.010	.173
	Omega-squared Random-effect	.054	-.010	.173
Enjoyment	Eta-squared	.289	.136	.425
	Epsilon-squared	.280	.126	.418
	Omega-squared Fixed-effect	.278	.124	.416
	Omega-squared Random-effect	.278	.124	.416
Effectiveness	Eta-squared	.119	.020	.253
	Epsilon-squared	.109	.009	.244
	Omega-squared Fixed-effect	.108	.009	.241
	Omega-squared Random-effect	.108	.009	.241
Ease	Eta-squared	.168	.047	.306
	Epsilon-squared	.158	.035	.298
	Omega-squared Fixed-effect	.156	.035	.296
	Omega-squared Random-effect	.156	.035	.296
Motivation	Eta-squared	.192	.062	.331
	Epsilon-squared	.182	.051	.324
	Omega-squared Fixed-effect	.181	.050	.321
	Omega-squared Random-effect	.181	.050	.321

a. Eta-squared and Epsilon-squared are estimated based on the fixed-effect model.

b. Negative but less biased estimates are retained, not rounded to zero.

Regression

Group = 1

Variables Entered/Removed[a,b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	Motivation, Ease, Enjoyment, Effectiveness[c]	.	Enter

a. Group = 1

b. Dependent Variable: Tests_avg

c. All requested variables entered.

Model Summary[a,c]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.357[b]	.127	.027	18.33844	2.241

a. Group = 1

b. Predictors: (Constant), Motivation, Ease, Enjoyment, Effectiveness

c. Dependent Variable: Tests_avg

ANOVA[a,b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1714.496	4	428.624	1.275	.299[c]
	Residual	11770.443	35	336.298		
	Total	13484.938	39			

a. Group = 1

b. Dependent Variable: Tests_avg

c. Predictors: (Constant), Motivation, Ease, Enjoyment, Effectiveness

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	36.420	12.231		2.978	.005
	Enjoyment	1.916	7.116	.094	.269	.789
	Effectiveness	4.186	8.121	.189	.515	.609
	Ease	.474	6.462	.021	.073	.942
	Motivation	1.458	5.936	.074	.246	.807

a. Group = 1

b. Dependent Variable: Tests_avg

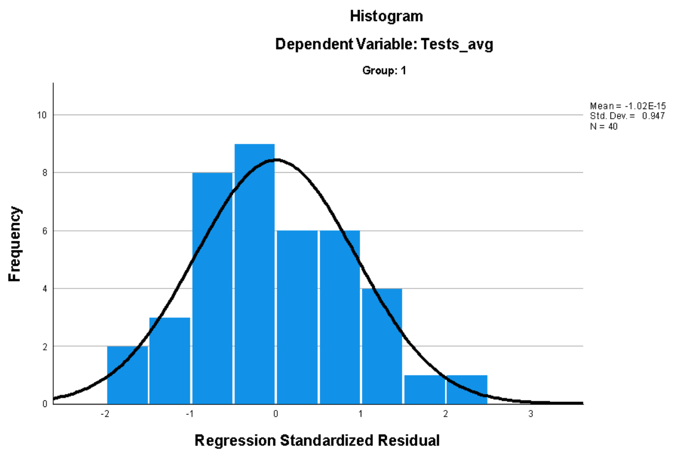
Residuals Statistics[a,b]

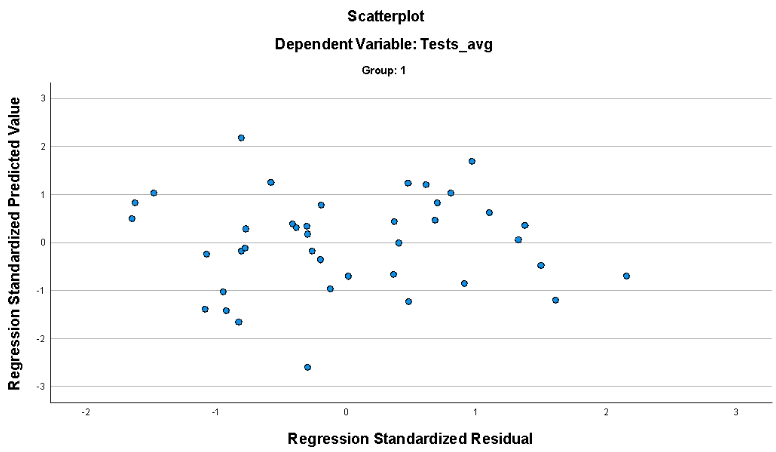
	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	44.4535	76.1747	61.6958	6.63034	40
Residual	-30.29290	39.60607	.00000	17.37257	40
Std. Predicted Value	-2.601	2.184	.000	1.000	40
Std. Residual	-1.652	2.160	.000	.947	40

a. Group = 1

b. Dependent Variable: Tests_avg

Charts





Group = 2

Variables Entered/Removed[a,b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	Motivation, Ease, Enjoyment, Effectiveness[c]	.	Enter

a. Group = 2

b. Dependent Variable: Tests_avg

c. All requested variables entered.

Model Summary[a,c]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.797[b]	.635	.599	11.75016	1.875

a. Group = 2

b. Predictors: (Constant), Motivation, Ease, Enjoyment, Effectiveness

c. Dependent Variable: Tests_avg

ANOVA[a,b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	9847.761	4	2461.940	17.832	<.001[c]
	Residual	5660.715	41	138.066		
	Total	15508.476	45			

a. Group = 2

b. Dependent Variable: Tests_avg

c. Predictors: (Constant), Motivation, Ease, Enjoyment, Effectiveness

Coefficients[a,b]

Model		Unstandardized Coefficients B	Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	-18.856	11.959		-1.577	.123
	Enjoyment	13.169	3.737	.493	3.524	.001
	Effectiveness	-5.267	3.329	-.253	-1.582	.121
	Ease	4.551	3.436	.188	1.325	.193
	Motivation	9.568	3.172	.427	3.016	.004

a. Group = 2

b. Dependent Variable: Tests_avg

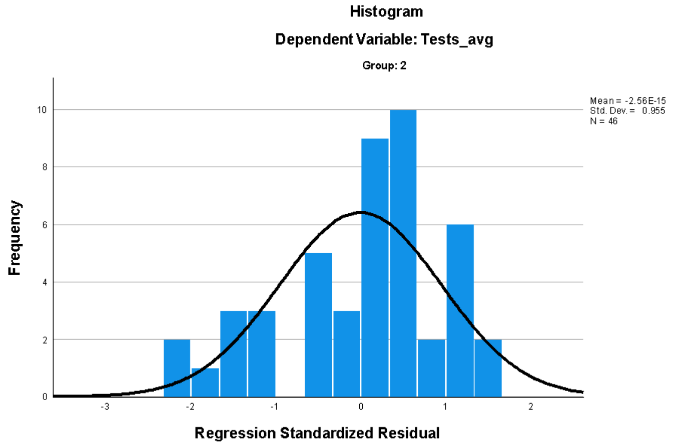
Residuals Statistics[a,b]

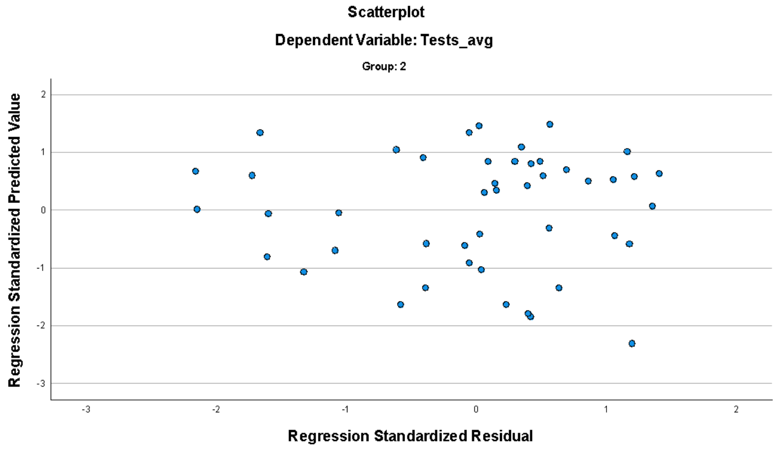
	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	37.2732	93.3675	71.4312	14.79321	46
Residual	-25.42856	16.55075	.00000	11.21578	46
Std. Predicted Value	-2.309	1.483	.000	1.000	46
Std. Residual	-2.164	1.409	.000	.955	46

a. Group = 2

b. Dependent Variable: Tests_avg

Charts


Histogram
Dependent Variable: Tests_avg
Group: 2
Mean = -2.56E-15
Std. Dev. = 0.955
N = 46
Frequency
Regression Standardized Residual


Scatterplot
Dependent Variable: Tests_avg
Group: 2
Regression Standardized Predicted Value
Regression Standardized Residual