



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ
ΚΑΙ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ**

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ: ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ
ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ»**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

που εκπονήθηκε για τη χορήγηση
Διπλώματος Μεταπτυχιακών Σπουδών
από τον

**Βιτωρούλη Εμμανουήλ
Α.Μ. 4282021003**

**ΘΕΜΑ: «Ανάλυση των έργων Στατιστικής στα έντυπα και
διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών στην
πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση»**

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Καρούση Σουλτάνα	Καθηγήτρια	ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ	Επιβλέπουσα
Σκουμπουρδή Χρυσάνθη	Καθηγήτρια	ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ	Μέλος
Σκουμιάς Μιχαήλ	Καθηγητής	ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ	Μέλος

ΡΟΔΟΣ, 2023

Η έγκριση της παρούσης Διπλωματικής Εργασίας στο πλαίσιο του Π.Μ.Σ. «Διδακτική Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση: Διεπιστημονική Προσέγγιση» του Τμήματος Επιστημών της Προσχολικής Αγωγής και του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού του Πανεπιστημίου Αιγαίου δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέως.

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας τον κύκλο του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών «Διδακτική των θετικών επιστημών και Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην εκπαίδευση: Διεπιστημονική προσέγγιση», του Τμήματος Επιστημών της Προσχολικής Αγωγής και του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού (Τ.Ε.Π.Α.Ε.Σ.) της Σχολής Ανθρωπιστικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Αιγαίου, αισθάνομαι ευγνώμων για τις νεοαποκτηθείσες γνώσεις, την ανανέωση των ήδη υπάρχουσών αλλά και για την επιθυμία μελλοντικής απόκτησης περισσότερων. Ευγνώμων, όμως, αισθάνομαι και για τη γνωριμία με συμφοιτητές – συναδέλφους καθώς και με καθηγητές, που με συντρόφευσαν και επέδρασαν καθοριστικά σε μένα καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών.

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στην επιβλέπουσα καθηγήτριά μου κυρία Σουλτάνα Καφούση, για τη συνέπεια, τις συμβουλές, την υποστήριξη και την υπομονή της κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω και τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, την καθηγήτρια κα. Σκουμπουρδή Χρυσάνθη και τον καθηγητή κ. Σκουμιό Μιχαήλ, για τις συμβουλές και τις γνώσεις που αποκόμισα μέσα από τη συνολική αλληλεπίδρασή μας κατά τη διάρκεια της φοίτησής μου.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω τη σύζυγό μου, Εύα, και τις κόρες μας Άννα, Ειρήνη και Βασιλεία αφιερώνοντάς τους αυτό το πόνημα, για τη στήριξη και την υπομονή τους όλο αυτό το διάστημα .

Πίνακας περιεχομένων

Ευχαριστίες	3
Κατάλογος Εικόνων	6
Κατάλογος Σχημάτων	7
Κατάλογος Πινάκων	9
Περίληψη	11
Abstract	12
Κεφάλαιο 1 Θέματα στατιστικής εκπαίδευσης	13
Εισαγωγή	13
1.1 Σκοποί της Στατιστικής Εκπαίδευσης	13
1.2 Σύντομη ιστορική αναδρομή της στατιστικής εκπαίδευσης στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση	16
1.3 Διαφορές μαθηματικών και στατιστικής	18
1.4 Στατιστικός Γραμματισμός, στατιστικός συλλογισμός και Στατιστική σκέψη	20
1.4.1. Στατιστικός γραμματισμός	21
1.4.2. Στατιστικός Συλλογισμός	23
1.4.3. Η Στατιστική Σκέψη	25
1.5 GAISE II	27
1.6 Η Στατιστική στο Α.Π.Σ. των μαθηματικών - Συγκριτική μελέτη των Δ.Ε.Π.Π.Σ. – Α.Π.Σ. 2003, Α.Π.Σ. 2011 και Α.Π.Σ. 2021	36
1.7 Ο ρόλος των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας στη διδασκαλία της Στατιστικής	43
Συζήτηση	45
Κεφάλαιο 2: Σχολικά εγχειρίδια Μαθηματικών	46
Εισαγωγή	46
2.1 Σχολικά εγχειρίδια	46
2.2 Η σημασία και ο ρόλος των σχολικών εγχειριδίων των μαθηματικών	48
2.3 Διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια	50
2.4 Μαθηματικές πρακτικές υπό το πρίσμα της Στατιστικής	52
2.4 Ενδεικτικές έρευνες ανάλυσης των σχολικών εγχειριδίων των Μαθηματικών	58
Συζήτηση	70
Κεφάλαιο 3: Σχεδιασμός της έρευνας	72
Εισαγωγή	72
3.1 Προβληματική της έρευνας	72
3.2 Σκοπός και ερευνητικά ερωτήματα	73
3.3 Δείγμα της έρευνας	74
3.4 Μέθοδος της έρευνας	75
3.5 Συλλογή δεδομένων – Μονάδα ανάλυσης	75

3.6 Ανάλυση δεδομένων	78
3.6.1 Στατιστικό περιεχόμενο	79
3.6.2 Επίπεδα ανάπτυξης με βάση την έκθεση GAISE	84
3.6.3 Τύπος πλαισίου	86
3.6.4 Μαθηματικές πρακτικές	89
3.6.5 Μορφή απάντησης	93
3.6.6 Θεματολογία των έργων	94
Κεφάλαιο 4: Αποτελέσματα	96
Εισαγωγή	96
4.1 Οριζόντια ανάλυση των έντυπων και διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων	96
4.2 Κάθετη ανάλυση των έντυπων και διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων	108
4.2.1 Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος	108
4.2.2. Επίπεδο GAISE	114
4.2.3 Μαθηματικές Πρακτικές	122
4.2.4. Μορφές απάντησης	129
4.2.5 Τύπος Πλαισίου:	132
4.2.6 Θεματολογία των έργων	135
Κεφάλαιο 5 Συμπεράσματα	137
Εισαγωγή	137
5.1 Συμπεράσματα ανά ερευνητικό ερώτημα	138
5.2 Περιορισμοί και προτάσεις για μελλοντική έρευνα	145
Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία	146
Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία	148
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ I	154
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II	159
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ III	162

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 1: Εφαρμογή από το σχολικό εγχειρίδιο Μαθηματικών της Β΄ Γυμνασίου σ.85 ενότητα 4.1.....	76
Εικόνα 2: Μικροπείραμα δύο δραστηριοτήτων από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο των Μαθηματικών ΣΤ΄ Δημοτικού, ενότητα 4.47: Άλλοι τύποι γραφημάτων.....	77
Εικόνα 3: Εφαρμογή 4 από το εγχειρίδιο της Γ΄ Λυκείου σελ. 61	81
Εικόνα 4: Παράδειγμα από το εγχειρίδιο της Ε΄ Δημοτικού, ενότητα 22	81
Εικόνα 5: Άσκηση 1 Β΄ Γυμνασίου, ενότητα 4.3	82
Εικόνα 6: Μικροπείραμα Ε΄ Δημοτικού, ενότητα 4.23	82
Εικόνα 7: Άσκηση 4 Β΄ Γυμνασίου ενότητα 4.5	83
Εικόνα 8: Άσκηση 5 εγχειρίδιο Γ΄ Λυκείου, ενότητα 2.3, σελ. 77.....	83
Εικόνα 9: Μικροπείραμα από το εγχειρίδιο Δ΄ Δημοτικού, ενότητα 6	83
Εικόνα 10: Παράδειγμα "Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δυο μεταβλητών" από το βιβλίο της Γ΄ Λυκείου, ενότητα 2.7, σελ. 131.	84
Εικόνα 11: Εφαρμογή από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της ΣΤ΄ Δημοτικού, ενότητα 4.47.....	85
Εικόνα 12: Άσκηση 5 από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου, ενότητα 4.2: Γραφικές παραστάσεις.	85
Εικόνα 13: Ερώτηση κατανόησης χωρίς πλαίσιο, Β΄ Γυμνασίου, ενότητα 4.4.....	87
Εικόνα 14: Πλαίσιο καμουφλάζ, άσκηση 2, Β΄ Γυμνασίου, ενότητα 4.2	87
Εικόνα 15: Έργο διερεύνησης, Γ΄ Λυκείου, ενότητα 2.5, σελ. 105	88
Εικόνα 16: Άσκηση από το τετράδιο εργασιών της ΣΤ΄ Δημοτικού, κεφ. 48: Βρίσκω το μέσο όρο, σελ. 29.	88
Εικόνα 17: Παράδειγμα διατύπωσης και λύσης προβλήματος, άσκηση 9 Β΄ Γυμνασίου, ενότητα 4.1	90
Εικόνα 18: Μικροπείραμα Ε΄ Δημοτικού, ενότητα 4.23	90
Εικόνα 19: Εργασία από το εγχειρίδιο της Ε΄ Δημοτικού, ενότητα 56	91
Εικόνα 20: Άσκηση από το βιβλίο της Γ΄ Λυκείου, ενότητα 2.6, σελ. 119	91
Εικόνα 21: Ψηφιακό έργο από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου, κεφάλαιο 4.2, (άσκηση 5).	92
Εικόνα 22: Δραστηριότητα από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της ΣΤ΄ Δημοτικού, ενότητα 4.47	92
Εικόνα 23: Παράδειγμα έργου με "κλειστή" απάντηση, εφαρμογή 2 από το διαδραστικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου, ενότητα 4.5.....	93
Εικόνα 24: Εφαρμογή "ανοιχτής" απάντησης από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της ΣΤ΄ Δημοτικού, ενότητα 4.47.....	94
Εικόνα 25: Εφαρμογή σχολικού εγχειριδίου ΣΤ΄ Δημοτικού, ενότητα 46 σελ. 112. 162	
Εικόνα 26: : Εφαρμογή του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου της ΣΤ΄ Δημοτικού, κεφάλαιο 45, σελ. 109.....	163
Εικόνα 27: Μικροπείραμα από το σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου, κεφάλαιο 4.2 (άσκηση 5).	164
Εικόνα 28: Δραστηριότητα της ΣΤ΄ Δημοτικού, κεφάλαιο 47, σελ. 113	165
Εικόνα 29: Δραστηριότητα της ΣΤ΄ Δημοτικού, κεφάλαιο 47, σελ. 113	166
Εικόνα 30:Εφαρμογή του σχολικού εγχειριδίου της Γ΄ Λυκείου, κεφάλαιο 2.7, σελ. 126-127	167
Εικόνα 31: Ψηφιακό έργο, από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου, ενότητα 4.5.....	169

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1: Σχέση Στατιστικής Σκέψης - Στατιστικών Μεθόδων.....	26
Σχήμα 2: Διαδικασία επίλυσης στατιστικού προβλήματος	28
Σχήμα 3: Μεταβλητές της έρευνας των Yohannes et al. (2023)	66
Σχήμα 4: Πλαίσιο ανάλυσης Brändström (2005)	68
Σχήμα 5: Εργαλείο ανάλυσης, Βραντση (2022).	69
Σχήμα 6: Διάσταση εργαλείου: Στατιστικό περιεχόμενο	80
Σχήμα 7: Εργαλείο ανάλυσης των έργων Στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια και τετράδια εργασιών της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.	95
Σχήμα 8: : Ποσόστωση ύλης Στατιστικής στα σχολικά εγχειρίδια και τα τετράδια εργασιών που έχουν στατιστικό περιεχόμενο.....	107
Σχήμα 9: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και των τετραδίων εργασιών της Δ΄ Δημοτικού.	109
Σχήμα 10: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και των τετραδίων εργασιών της Ε΄ Δημοτικού.	110
Σχήμα 11: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και των τετραδίων εργασιών της ΣΤ΄ Δημοτικού.....	111
Σχήμα 12: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και των τετραδίων εργασιών της Β΄ Γυμνασίου.	112
Σχήμα 13: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και των τετραδίων εργασιών της Γ΄ Λυκείου.	113
Σχήμα 14: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.....	113
Σχήμα 15: Ποσοστά των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος στη Δ΄ Δημοτικού.....	115
Σχήμα 16: Ποσοστά των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος στην Ε΄ Δημοτικού.	116
Σχήμα 17: Ποσοστά των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος στην ΣΤ΄ Δημοτικού.....	118
Σχήμα 18: Ποσοστά των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος στη Β΄ Γυμνασίου.....	119
Σχήμα 19: Ποσοστά των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος στη Γ΄ Λυκείου.....	120
Σχήμα 20: Συνοπτική ποσοστιαία παρουσίαση του επιπέδου GAISE των υποέργων Στατιστικής ανά τάξη.....	121
Σχήμα 21: Πλήθος Μαθηματικών Πρακτικών των υποέργων Στατιστικής της Δ΄ Δημοτικού.....	123
Σχήμα 22: Πλήθος Μαθηματικών Πρακτικών των υποέργων Στατιστικής της Ε΄ Δημοτικού.....	124
Σχήμα 23: Πλήθος Μαθηματικών Πρακτικών των υποέργων Στατιστικής της ΣΤ΄ Δημοτικού.....	125
Σχήμα 24: Πλήθος Μαθηματικών Πρακτικών των υποέργων Στατιστικής της Β΄ Γυμνασίου.....	127
Σχήμα 25: Ποσοστιαία παρουσίαση των Μαθηματικών Πρακτικών της Γ΄ Λυκείου ως ποσοστό επί των καταγεγραμμένων πρακτικών.....	128
Σχήμα 26: Συνοπτική ποσοστιαία κατανομή των Μαθηματικών Πρακτικών της Γ΄ Λυκείου.....	129

Σχήμα 27: Μορφές απάντησης. Συνοπτική παρουσίαση σχετικών συχνοτήτων (%) ανά τάξη.....	131
Σχήμα 28: Τύποι πλαισίου των στατιστικών έργων των τάξεων Δ', Ε', ΣΤ' Δημοτικού, της Β' Γυμνασίου και της Γ' Λυκείου (f%).	135
Σχήμα 29: : Θεματολογία των έργων Στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.....	136

Κατάλογος Πινάκων

<u>Πίνακας 1: Μοντέλο Στατιστικού Γραμματισμού (Gal, 2002)</u>	23
<u>Πίνακας 2: Τύποι στατιστικού συλλογισμού (AAAS, 1993)</u>	24
<u>Πίνακας 3: Πλαίσιο ανάλυσης δύο διαστάσεων GAISE II (2020)</u>	32
<u>Πίνακας 4: Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα των προγραμμάτων σπουδών του Δημοτικού και του Γυμνασίου των Δ.Ε.Π.Π.Σ.- ΑΠΣ 2003, Α.Π.Σ. 2011 και Α.Π.Σ. 2021.</u>	37
<u>Πίνακας 5. Το πλαίσιο που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση των μαθηματικών εγχειριδίων, Charalampous κ.ά (2010)</u>	61
<u>Πίνακας 6. Πλαίσιο ανάλυσης σχολικών εγχειριδίων (Wijaya κ.ά, 2015)</u>	62
<u>Πίνακας 7. Εννοιολογικό πλαίσιο ταξινόμησης των τύπων πολιτισμού στα εγχειρίδια των μαθηματικών (Fan κ.ά. 2018)</u>	64
Πίνακας 1: Μοντέλο Στατιστικού Γραμματισμού (Gal, 2002)	23
Πίνακας 2: Τύποι στατιστικού συλλογισμού (AAAS, 1993)	24
Πίνακας 3: Πλαίσιο ανάλυσης δύο διαστάσεων GAISE II (2020).....	32
Πίνακας 4: Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα των προγραμμάτων σπουδών του Δημοτικού και του Γυμνασίου των Δ.Ε.Π.Π.Σ.- ΑΠΣ 2003, Α.Π.Σ. 2011 και Α.Π.Σ. 2021.	37
Πίνακας 5: Το πλαίσιο που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση των μαθηματικών εγχειριδίων, Charalampous κ.ά (2010)	61
Πίνακας 6: Πλαίσιο ανάλυσης σχολικών εγχειριδίων (Wijaya κ.ά, 2015).....	62
Πίνακας 7: Εννοιολογικό πλαίσιο ταξινόμησης των τύπων πολιτισμού στα εγχειρίδια των μαθηματικών (Fan κ.ά. 2018)	64
Πίνακας 8: Πλαίσιο ανάλυσης θεματολογίας των έργων Στατιστικής, Weiland 2019.	64
Πίνακας 9. Γνωστικές διαδικασίες του πλαισίου, Brändström (2005)	67
Πίνακας 10: Πλήθος έργων και υποέργων που αφορούν τη Στατιστική στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών και των τετραδίων εργασιών της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.	78
Πίνακας 11: Τύποι πλαισίου των στατιστικών έργων	86
Πίνακας 12: Μαθηματικές πρακτικές έργων	89
Πίνακας 14: Μορφή απάντησης	93
Πίνακας 15: Πλήθος κεφαλαίων και αριθμός σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο στη Δ' δημοτικού.....	96
Πίνακας 16: Διδακτικοί στόχοι του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου «Βιβλίο Μαθητή» και των τετραδίων εργασιών της Δ' δημοτικού.	97
Πίνακας 17: Πλήθος κεφαλαίων και αριθμός σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο στην Ε' δημοτικού	98
Πίνακας 18: Διδακτικοί στόχοι του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου «Βιβλίο Μαθητή» και των τετραδίων εργασιών της Ε' δημοτικού στις ενότητες Στατιστικής	99
Πίνακας 19: Πλήθος κεφαλαίων και αριθμός σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο στη ΣΤ' δημοτικού.....	100
Πίνακας 20: Διδακτικοί στόχοι του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου «Βιβλίο Μαθητή» και των τετραδίων εργασιών της ΣΤ' δημοτικού.	101
Πίνακας 21: : Πλήθος κεφαλαίων και αριθμός σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο στη Β' Γυμνασίου.	102
Πίνακας 22: Θεματικές ενότητες και προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου της Β' Γυμνασίου.....	103

Πίνακας 24: Πλήθος κεφαλαίων, υποκεφαλαίων, σελίδων και αντίστοιχα ποσοστά του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου της Γ΄ Λυκείου.....	104
Πίνακας 25: Συνοπτική παρουσίαση αριθμού κεφαλαίων της Στατιστικής και σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο.	108
Πίνακας 26: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος Δ΄ Δημοτικού.	109
Πίνακας 27: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος Ε΄ Δημοτικού.....	110
Πίνακας 28: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος ΣΤ΄ Δημοτικού.	111
Πίνακας 29: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος Β΄ Γυμνασίου.	112
Πίνακας 30: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος Γ΄ Λυκείου.....	112
Πίνακας 31: Αριθμός υποέργων στις υποκατηγορίες της φάσης "ανάλυση δεδομένων" στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια.	114
Πίνακας 32: Πλήθος υποέργων ανά επίπεδο GAISE στο σχολικό εγχειρίδιο, τα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά διαδραστικά έργα της Δ΄ Δημοτικού.....	115
Πίνακας 33: Πλήθος υποέργων ανά επίπεδο GAISE στο σχολικό εγχειρίδιο, τα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά διαδραστικά έργα της Ε΄ Δημοτικού.....	116
Πίνακας 34: Πλήθος υποέργων ανά επίπεδο GAISE στο σχολικό εγχειρίδιο, τα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά διαδραστικά έργα της ΣΤ΄ Δημοτικού.....	117
Πίνακας 35: Πλήθος υποέργων ανά επίπεδο GAISE στο σχολικό εγχειρίδιο, τα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά διαδραστικά έργα της Β΄ Γυμνασίου.....	118
Πίνακας 36: Πλήθος υποέργων ανά επίπεδο GAISE στο σχολικό εγχειρίδιο, τα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά διαδραστικά έργα της Γ΄ Λυκείου.	119
Πίνακας 37: Συνοπτική παρουσίαση των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος για όλες τις τάξεις με περιεχόμενο Στατιστικής.	121
Πίνακας 38: Μαθηματικές Πρακτικές υποέργων Στατιστικής της Δ΄ Δημοτικού. ...	122
Πίνακας 39: Μαθηματικές Πρακτικές υποέργων Στατιστικής της Ε΄ Δημοτικού. ...	123
Πίνακας 40: Μαθηματικές Πρακτικές υποέργων Στατιστικής της ΣΤ΄ Δημοτικού..	125
Πίνακας 41: Μαθηματικές Πρακτικές υποέργων Στατιστικής της Β΄ Γυμνασίου. ...	126
Πίνακας 42: Μαθηματικές Πρακτικές υποέργων Στατιστικής της Γ΄ Λυκείου.	127
Πίνακας 43: Μορφές απάντησης στη Δ΄ Δημοτικού.....	129
Πίνακας 44: Μορφές απάντησης στην Ε΄ Δημοτικού.....	129
Πίνακας 45: Μορφές απάντησης στη ΣΤ΄ Δημοτικού.....	130
Πίνακας 46: Μορφές απάντησης στη Β΄ Γυμνασίου.....	130
Πίνακας 47: Μορφές απάντησης στη Γ΄ Λυκείου.....	131
Πίνακας 48: Τύποι πλαισίου των έργων στο διαδραστικά σχολικό εγχειρίδιο και τα τετράδια εργασιών της Δ΄ Δημοτικού.....	132
Πίνακας 49: Τύποι πλαισίου των έργων στα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια και τα τετράδια εργασιών της Ε΄ Δημοτικού.....	132
Πίνακας 50: Τύποι πλαισίου των έργων στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο και τα τετράδια εργασιών της ΣΤ΄ Δημοτικού.	133
Πίνακας 51: Τύποι πλαισίου των έργων στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου.....	133
Πίνακας 52: : Τύποι πλαισίου των έργων στο σχολικό εγχειρίδιο της Γ΄ Λυκείου...	134
Πίνακας 53: Πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (%) των τύπων πλαισίου ανά τάξη στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών.	134
Πίνακας 54: Θεματολογία των έργων Στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.....	135

Περίληψη

Τις τελευταίες δεκαετίες, τα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών έχουν γίνει αντικείμενο συστηματικής μελέτης από πολλούς ερευνητές, λόγω του σημαντικού ρόλου που διαδραματίζουν στη διαδικασία της διδασκαλίας και της μάθησης.

Τα μαθηματικά έργα αποτελούν θεμέλιο λίθο κάθε σχολικού εγχειριδίου μαθηματικών, γι' αυτό αρκετές έρευνες έχουν εστιάσει στη μελέτη και την αξιολόγηση τους. Ωστόσο, ελάχιστες έρευνες σε διεθνές επίπεδο έχουν αξιολογήσει τα έργα Στατιστικής των μαθηματικών σχολικών εγχειριδίων, ενώ δεν υπάρχουν αντίστοιχες μελέτες στη χώρα μας.

Στην παρούσα εργασία αναλύθηκε το σύνολο των έργων Στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια και τα τετράδια εργασιών της πρωτοβάθμιας και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Η ανάλυση των έργων Στατιστικής βασίστηκε στο δισδιάστατο πλαίσιο ανάλυσης των Charalambous et al. (2010). Σκοπός της εργασίας είναι σε πρώτο στάδιο να ερευνηθεί ο βαθμός της έκθεσης της Στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών. Σε δεύτερο στάδιο, να πραγματοποιηθεί η ανάλυση του περιεχομένου των στατιστικών έργων ως προς τις φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος κατά GAISE και το επίπεδο στατιστικού γραμματισμού και συλλογισμού (GAISE levels). Επιπροσθέτως να καταγράψει τις μαθηματικές πρακτικές που αναπτύσσονται, τις μορφές απάντησης των έργων, το πλαίσιο στο οποίο εντάσσονται τα έργα και τέλος τη θεματολογία τους. Τα αποτελέσματα της έρευνας δείχνουν ότι η πλειοψηφία των έργων Στατιστικής δε συμβαδίζει με τις οδηγίες της έκθεσης GAISE, επομένως δε συμβάλλουν στην ανάπτυξη του στατιστικού συλλογισμού και του στατιστικού γραμματισμού. Οι μαθηματικές πρακτικές δεν αναπτύσσονται εξίσου, ωστόσο στα ψηφιακά έργα γίνεται εκτεταμένη χρήση εργαλείων. Η πλειοψηφία των έργων εντάσσονται σε πλαίσιο καμουφλάζ και περιέχουν απαντήσεις κλειστής μορφής.

Abstract

In recent decades, mathematics textbooks have been the subject of systematic study by numerous researchers, due to their significant role in the teaching and learning process.

Mathematical tasks serve as the cornerstone of every mathematics textbook, prompting several studies to focus on their assessment and evaluation. However, only a few international studies have assessed the Statistical tasks within mathematical textbooks, and there is a lack of corresponding research in our country.

This study analyzed the set of Statistical tasks in print and interactive school textbooks and workbooks for primary and secondary education. The analysis of Statistical tasks was based on the two-dimensional analytical framework proposed by Charalambous et al. (2010). The purpose of the study is, first, to explore the extent of the exposure of Statistics in printed and interactive mathematics textbooks. Second, to conduct a content analysis of the statistical tasks regarding the problem-solving phases according to GAISE and the level of statistical literacy and reasoning (GAISE levels). Additionally, to document the mathematical practices developed, the answer forms of the tasks, the context in which the tasks are integrated and, finally, their thematic content.

The results of the research indicate that the majority of Statistical tasks do not align with the GAISE exposition guidelines, and therefore, they do not contribute to the development of statistical reasoning and literacy. Mathematical practices do not develop uniformly; however, extensive use of tools is evident in the interactive digital tasks. The majority of tasks are embedded in a camouflage context and contain closed-form answers.

Κεφάλαιο 1 Θέματα στατιστικής εκπαίδευσης

Εισαγωγή

Η Στατιστική Εκπαίδευση εστιάζει στη διδασκαλία και τη μάθηση της Στατιστικής. Τις τελευταίες δεκαετίες ο ρόλος της στατιστικής εκπαίδευσης έχει αναβαθμιστεί στα προγράμματα σπουδών των περισσότερων χωρών, συμπεριλαμβανομένης και της χώρας μας, καθώς τα στοχαστικά μαθηματικά αποτελούν πλέον έναν από τους βασικούς άξονες της διδασκαλίας των μαθηματικών. Τη σύγχρονη εποχή, οι δεξιότητες του στατιστικού γραμματισμού, του στατιστικού συλλογισμού και της στατιστικής σκέψης κρίνονται απαραίτητες για την καθημερινή ζωή και την ιδιότητα του κριτικά σκεπτόμενου πολίτη.

Η κατανόηση της στατιστικής είναι ιδιαίτερα σημαντική για την ερμηνεία και την κριτική αξιολόγηση των πληροφοριών. Η εκπαίδευση στη στατιστική βοηθά τους μαθητές και μελλοντικούς πολίτες στη λήψη τεκμηριωμένων αποφάσεων με βάση τα δεδομένα, στην επίλυση προβλημάτων και στην ανάπτυξη κριτικής σκέψης. Παράλληλα, θέτει ισχυρά θεμέλια για την επαγγελματική σταδιοδρομία τους καθώς πολλά επαγγέλματα βασίζονται στην ικανότητα διαχείρισης δεδομένων.

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρατίθεται μια σύντομη ιστορική αναδρομή της στατιστικής εκπαίδευσης και αποπειράται μια συγκριτική μελέτη των ελληνικών προγραμμάτων σπουδών του Δ.Ε.Π.Π.Σ. – Α.Π.Σ. 2003, του Α.Π.Σ. 2011 και του Α.Π.Σ. 2020 με επίκεντρο τη Στατιστική. Αναλύονται, οι έννοιες του στατιστικού γραμματισμού, του στατιστικού συλλογισμού και της στατιστικής σκέψης που αποτελούν μαθησιακούς στόχους της στατιστικής εκπαίδευσης. Επιπροσθέτως παρατίθεται η έκθεση GAISE II, και αναδεικνύεται η συμβολή των Τ.Π.Ε. και ο ρόλος που διαδραματίζει στη διδασκαλία της Στατιστικής.

1.1 Σκοποί της Στατιστικής Εκπαίδευσης

Η στατιστική εκπαίδευση αναδύθηκε από τις επιστήμες της στατιστικής και της διδακτικής των μαθηματικών οι οποίες παρείχαν θεωρίες μάθησης, μοντέλα εννοιολογικής ανάπτυξης και μεθόδους ποσοτικής έρευνας. Πλέον, είναι ένας ανεξάρτητος επιστημονικός κλάδος με δικά του συνέδρια, περιοδικά, οργανώσεις, ιστότοπους και προγράμματα σπουδών (Garfield & Ben-Zvi, 2008).

Απώτερος σκοπός της στατιστικής εκπαίδευσης, σύμφωνα με τους Gal και Garfield (1997), είναι να εφοδιάσει τους μαθητές και μελλοντικούς πολίτες με την ικανότητα να:

- Κατανοούν και να αντιμετωπίζουν την αβεβαιότητα, τη μεταβλητότητα και τις στατιστικές πληροφορίες γύρω τους και να συμμετέχουν αποτελεσματικά σε μια κοινωνία κατακλυσμένη από πληροφορίες
- Συμβάλλουν ή να συμμετέχουν στην παραγωγή, ερμηνεία και επικοινωνία δεδομένων που αφορούν προβλήματα στην επαγγελματική τους ζωή

Στο πλαίσιο της επίτευξης αυτού του σκοπού, οι Gal και Garfield (1997) παρουσίασαν 8 αλληλένδετους επιμέρους στόχους για τη διδασκαλία της στατιστικής:

Στόχος 1: Κατανόηση του σκοπού και της λογικής των στατιστικών ερευνών

Οι μαθητές πρέπει να κατανοούν γιατί διεξάγονται οι στατιστικές έρευνες και τις «μεγάλες ιδέες» αυτών των ερευνών. Αυτές οι ιδέες περιλαμβάνουν:

- Την ύπαρξη της μεταβλητότητας
- Την ανάγκη να περιγραφούν οι πληθυσμοί με τη συλλογή δεδομένων
- Την ανάγκη μείωσης των ακατέργαστων δεδομένων αναγνωρίζοντας τάσεις και κύρια χαρακτηριστικά μέσω στατιστικών περιλήψεων και απεικόνισης δεδομένων
- Την ανάγκη να μελετηθούν δείγματα αντί ολόκληρου του πληθυσμού και την εξαγωγή συμπερασμάτων από το δείγμα για το γενικό πληθυσμό
- Την έννοια του λάθους στις μετρήσεις και την εξαγωγή συμπερασμάτων καθώς και την ανάγκη εκτίμησης και ελέγχου του λάθους
- Τη λογική της δειγματοληψίας
- Την ανάγκη εντοπισμού αιτιωδών διαδικασιών ή παραγόντων

Στόχος 2: Κατανόηση της διαδικασίας στατιστικών ερευνών

Οι μαθητές πρέπει να κατανοούν τις διαδικασίες που περιλαμβάνονται σε κάθε στάδιο μιας στατιστικής έρευνας. Τα βασικά στάδια είναι:

- Η διατύπωση ερωτημάτων
- Σχεδιασμός έρευνας
- Συλλογή και οργάνωση δεδομένων

- Παρουσίαση, ανάλυση δεδομένων
- Ερμηνεία ευρημάτων υπό το πρίσμα των ερευνητικών ερωτημάτων
- Συζήτηση των συμπερασμάτων και εντοπισμός ζητημάτων για περαιτέρω μελέτη

Στόχος 3: Απόκτηση δεξιοτήτων υπολογισμού

Οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί στην οργάνωση δεδομένων, στον υπολογισμό διάφορων δεικτών όπως η μέση τιμή, η διάμεσος κ.ά. και στην κατασκευή πινάκων και γραφημάτων.

Στόχος 4: Κατανόηση μαθηματικών σχέσεων

Οι μαθητές θα πρέπει να αναπτύξουν την κατανόηση των κύριων μαθηματικών εννοιών που διέπουν μια στατιστική διαδικασία. Θα πρέπει να μπορούν να κάνουν συνδέσεις μεταξύ γραφικών αναπαραστάσεων και ακατέργαστων δεδομένων. Για παράδειγμα είναι βασικό να γνωρίζουν πώς η μέση τιμή και η διάμεσος επηρεάζονται από τις ακραίες τιμές ενός δείγματος.

Στόχος 5: Κατανόηση των πιθανοτήτων και του τυχαίου

Στην καθημερινότητά τους οι μαθητές έρχονται αντιμέτωποι με τις έννοιες της πιθανότητας και της τύχης (πρόγνωση καιρού, τυχερά παιχνίδια κλπ.). Πρέπει να είναι εξοικειωμένοι με το λεξιλόγιο που χρησιμοποιείται για αυτές τις έννοιες και να κατανοούν ότι η πιθανότητα είναι ένα μέτρο της αβεβαιότητας.

Στόχος 6: Ερμηνεία στατιστικών ερευνών.

Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να ασκούν κριτική στις στατιστικές έρευνες και να αξιολογούν τα αποτελέσματά τους. Να εντοπίζουν ανακριβείς εκτιμήσεις και να θέτουν ερωτήματα σχετικά με τη στατιστική διαδικασία, όπως για παράδειγμα την αντιπροσωπευτικότητα του δείγματος, την αξιοπιστία των μετρήσεων, ποιος διενεργεί την έρευνα κ.ά.

Στόχος 7: Ικανότητα επικοινωνίας μέσω της Στατιστικής

Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν την ορολογία της στατιστικής και των πιθανοτήτων προκειμένου να κατασκευάσουν πειστικά επιχειρήματα για την υποστήριξη των ευρημάτων μια στατιστικής έρευνας.

Στόχος 8: Ανάπτυξη χρήσιμων στατιστικών προδιαθέσεων (dispositions)

Οι μαθητές πρέπει να αντιληφθούν ότι οι στατιστικές μέθοδοι και τα σχεδιασμένα πειράματα είναι επιστημονικά εργαλεία και παράγουν συμπεράσματα τα οποία έρχονται συχνά σε αντίθεση με τη διαίσθησή τους και τις εμπειρίες τους.

1.2 Σύντομη ιστορική αναδρομή της στατιστικής εκπαίδευσης στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση

Η διδασκαλία της στατιστικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση είχε ξεκινήσει πριν από το 19^ο αιώνα. Ο J. Bibby (Bibby, 1986), αναφέρει ότι στη Γαλλία διδάσκονταν από το 1868 μέσω του μαθήματος της γεωγραφίας. Στην Ουγγαρία διδάσκονταν οι πιθανότητες από το 1849 ενώ στο Βέλγιο, την Αγγλία και την Ιαπωνία η στατιστική διδάσκονταν στα τέλη του 19^{ου} αιώνα με στοιχειώδες περιεχόμενο όπως τη συλλογή και την απλή περιγραφή στατιστικών δεδομένων.

Οι συστηματικές προσπάθειες για την ένταξη της στατιστικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση ξεκίνησαν στα μέσα του 20^{ου} αιώνα. Τον Νοέμβριο του 1959, ο Οργανισμός Ευρωπαϊκής Οικονομικής Συνεργασίας (τότε OEEC σήμερα OECD), διοργάνωσε το σεμινάριο “New Thinking in School Mathematics” στην πόλη Royaumont της Γαλλίας με τη συμμετοχή δεκαοχτώ ευρωπαϊκών χωρών, της Αμερικής και του Καναδά. Στο επίκεντρο του σεμιναρίου ήταν η αναμόρφωση της μαθηματικής εκπαίδευσης στα σχολεία. Η έκθεση που εκδόθηκε περιείχε προτάσεις για την αναμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών και διαδραμάτισε σημαντικό ρόλο στη δημιουργία του κινήματος «Νέα Μαθηματικά». Μία από τις προτάσεις ήταν η ένταξη της στατιστικής και των πιθανοτήτων στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

Η Μεγάλη Βρετανία κατόρθωσε να ενσωματώσει τη στατιστική και τις πιθανότητες στο εθνικό πρόγραμμα σπουδών της, μετά την έκδοση της έκθεσης “Mathematics Counts” (Cockroft, 1982). Σε αυτήν την έκθεση διατυπώθηκαν λεπτομερώς οι κατευθυντήριες γραμμές και τα πρότυπα σύμφωνα με τα οποία θα διδάσκονταν η στατιστική και οι πιθανότητες. Παράλληλα, ώθησε τη διαμόρφωση των εθνικών προτύπων διδασκαλίας άλλων χωρών όπως της Αυστραλίας, της Νέας Ζηλανδίας και της Αμερικής.

Στην Αμερική τη δεκαετία του 1960 η Αμερικανική Στατιστική Ένωση (ASA) και το Εθνικό Συμβούλιο των Καθηγητών των Μαθηματικών (NCTM), συγκρότησαν κοινή επιτροπή για τη διαμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών της στατιστικής και των

πιθανοτήτων στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση (K-12). Προϊόντα αυτής της συνεργασίας ήταν τα σχολικά εγχειρίδια “*Statistics: A Guide to the Unknown*” και το τετράτομο “*Statistics by Example*” τα οποία παρουσίαζαν το περιεχόμενο της στατιστικής και των πιθανοτήτων με τρόπο κατανοητό στους μαθητές διευκολύνοντας την εκπαιδευτική διαδικασία. Το 1989 το NCTM δημοσίευσε την έκθεση *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* καθιστώντας τη στατιστική ως μία από τις πέντε συνιστώσες της βασικής μαθηματικής εκπαίδευσης. Αντικαταστάθηκε το 2000 από την έκθεση *Principles and Standards for School Mathematics* η οποία παρουσίασε τις παρακάτω αρχές στις οποίες πρέπει να βασίζεται η διδακτέα ύλη:

- διατύπωση κατάλληλων ερωτήσεων που μπορούν να απαντηθούν από τα δεδομένα, καθώς και συλλογή, οργάνωση και παρουσίαση των σχετικών δεδομένων για την απάντησή τους
- χρήση κατάλληλης στατιστικής μεθόδου για την ανάλυση των δεδομένων
- ανάπτυξη και αξιολόγηση συμπερασμάτων και προβλέψεων που βασίζονται στα δεδομένα
- διατύπωση προβλέψεων χρησιμοποιώντας τα δεδομένα

Το 1992 δημοσιεύτηκαν από Cobb (1992) οι συστάσεις της Αμερικανικής Μαθηματικής Ένωσης (MAA) για την αναμόρφωση της εισαγωγικής στατιστικής εκπαίδευσης με κύρια χαρακτηριστικά: (1) την έμφαση στη στατιστική σκέψη, (2) τη συμπερίληψη περισσότερων στατιστικών εννοιών και δεδομένων, (3) την υιοθέτηση της ενεργού μάθησης. Περίπου δέκα χρόνια αργότερα η ASA χρηματοδότησε επιφανείς εκπαιδευτικούς με στόχο τη δημιουργία οδηγιών διδασκαλίας και αξιολόγησης της στατιστικής. Αποτέλεσμα αυτής της επιστημονικής προσπάθειας ήταν η δημοσίευση του πλαισίου για την πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια στατιστική εκπαίδευση *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE): A Pre – K - 12 Curriculum Framework*. Θεμελιωμένο στις αρχές του *Principles and Standards for School Mathematics*, θέτει ως βασικό στόχο την προσφορά ενός εννοιολογικού πλαισίου για τη στατιστική εκπαίδευση και επιδίωξή του είναι ο στατιστικός γραμματισμός. Δομήθηκε γύρω από τη διαδικασία επίλυσης του στατιστικού προβλήματος παρουσιάζοντας τρία αναπτυξιακά επίπεδα κατανόησης (όχι ηλικιακά) και αναγνωρίζει τέσσερα συστατικά στοιχεία αυτής της διαδικασίας:

- ❖ Διατύπωση ερωτημάτων
 - αποσαφήνιση του προβλήματος
 - διατύπωση ερωτημάτων που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα
- ❖ Συλλογή δεδομένων
 - δημιουργία σχεδίου για τη συλλογή κατάλληλων δεδομένων
 - εφαρμογή του σχεδίου για τη συλλογή των στατιστικών δεδομένων
- ❖ Ανάλυση δεδομένων
 - επιλογή κατάλληλων αριθμητικών μεθόδων και γραφικών αναπαραστάσεων
- ❖ Ερμηνεία αποτελεσμάτων
 - συσχέτιση με τα διατυπωμένα ερωτήματα
 - ερμηνεία της ανάλυσης

Το 2020, με τη συμβολή της ASA και του NCTM, δημοσιεύθηκε το *GAISE II Pre – K – 12* το οποίο παρουσιάζεται αναλυτικά στην παράγραφο 1.5.

1.3 Διαφορές μαθηματικών και στατιστικής

Τις τελευταίες δεκαετίες οι ερευνητές της διδακτικής της στατιστικής έχουν διαχωρίσει τη Στατιστική από τα Μαθηματικά (delMas, 2004· Garfield & Ben-Zvi, 2008· Rossman κ.ά., 2006), όπως και το στατιστικό συλλογισμό από το μαθηματικό (Garfield & Gal, 1999). Οι Cobb και Moore (1997) αναφέρουν:

«Οι στατιστικοί είναι πεπεισμένοι ότι η Στατιστική, αν και μαθηματική επιστήμη, δεν αποτελεί υποπεδίο των μαθηματικών. Όπως τα οικονομικά και η φυσική, η στατιστική κάνει βαριά και ουσιαστική χρήση των μαθηματικών, αλλά έχει τη δική της περιοχή να εξερευνήσει και τις δικές της βασικές έννοιες για να καθοδηγήσει την εξερεύνηση»

Ο Moore (1998), κατατάσσει τη Στατιστική στις ανθρωπιστικές επιστήμες ισχυριζόμενος ότι ο στατιστικός συλλογισμός και η στατιστική σκέψη ταιριάζουν περισσότερο στην ευέλικτη φύση και τον αναλυτικό τρόπο σκέψης τους. Ο Ben-Zvi (2000), θεωρεί τη Στατιστική ως μια γενικότερη διανοητική μέθοδο που εφαρμόζεται σε οποιαδήποτε κατάσταση ή φαινόμενο εμφανίζονται δεδομένα, μεταβλητότητα ή/και τυχαιότητα.

Η στατιστική προέκυψε από την ανάγκη περιγραφής κοινωνικών ή και οικονομικών φαινομένων. Προσφέρει συνδέσεις με άλλες επιστήμες, όπως τη Φυσική, τη Βιολογία, την Ιστορία κ.ά. Συνεπώς, είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με το πλαίσιο που

αποτελεί τη σημαντικότερη διαφορά των δύο επιστημών. Ο όρος πλαίσιο χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη γενικότερη κατάσταση – «ιστορία», ενδεχομένως από την καθημερινή ζωή, μέσα στην οποία νοηματοδοτούνται τα δεδομένα, καθίσταται εμφανής η μεταβλητότητα τους και αποδεκτή η αβεβαιότητα των συμπερασμάτων που στηρίζονται σε αυτά. Στη Στατιστική, το πλαίσιο έχει ιδιαίτερη σημασία διότι ουσιαστικά παρέχει το νόημα, σε αντίθεση με τα μαθηματικά όπου το πλαίσιο επισκιάζεται από την κατασκευή των μαθηματικών εννοιών (Cobb & Moore, 1997). Η στατιστική είναι μια επιστήμη που βασίζεται στους αριθμούς, όπως και τα μαθηματικά. Όμως τα δεδομένα για τη Στατιστική δεν είναι απλοί αριθμοί αλλά «αριθμοί με περιεχόμενο» (Cobb & Moore, 1997) και γίνονται κατανοητοί μόνο αν είναι γνωστό το πλαίσιο που συλλέχθηκαν. Η Pfannkuch (2011), παρομοιάζει το πλαίσιο στα μαθηματικά ως ένα όχημα που μας οδηγεί στη γενίκευση και την κατάκτηση της αφηρημένης σκέψης. Συνεπώς, μετά την κατάκτησή της, το αρχικό πλαίσιο (όχημα) εγκαταλείπεται.

Μια άλλη θεμελιώδης διαφορά μεταξύ των δυο επιστημών εντοπίζεται στην έννοια του σφάλματος. Τα μαθηματικά είναι δομημένα γύρω από αμετάβλητες ιδιότητες και διαδικασίες που έρχονται σε αντίθεση με το συλλογισμό της αβεβαιότητας (reasoning under uncertainty) και την κατανόηση της μεταβλητότητας μέσα σε ένα πλαίσιο. Αν στα μαθηματικά διατυπωθούν σωστά υποθέσεις, τότε ορθοί συλλογισμοί οδηγούν σε ένα αδιαμφισβήτητο συμπέρασμα. Στη στατιστική το αποτέλεσμα θα είναι πάντα αβέβαιο. Απαιτείται επομένως, από τους μαθητές, η ανάπτυξη ικανοτήτων διατύπωσης πειστικών επιχειρημάτων βασισμένων στα δεδομένα.

Οι Gal και Garfield (1997), συνοψίζουν ορισμένες από τις διαφορές των δυο επιστημονικών κλάδων:

1. Στη στατιστική, το πλαίσιο παρακινεί τις διαδικασίες και αποτελεί την πηγή νοήματος και τη βάση για ερμηνεία των αποτελεσμάτων αυτών των δραστηριοτήτων.

2. Η απροσδιοριστία, η "ακαταστασία" ή η οριοθετημένη από τα πλαίσια ιδιότητα της στατιστικής διαφέρει αισθητά από την πιο ακριβή φύση που χαρακτηρίζει την παραδοσιακή μάθηση σε άλλους τομείς των μαθηματικών

3. Οι μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες χρησιμοποιούνται στο πλαίσιο της προσπάθειας διαχείρισης ή "επίλυσης" στατιστικών προβλημάτων, και κάποια τεχνική ευκολία με αυτές μπορεί να αναμένεται σε ορισμένα μαθήματα και

εκπαιδευτικά επίπεδα. Ωστόσο, η ανάγκη για την ακριβή εφαρμογή των υπολογισμών ή την εκτέλεση διαδικασιών αντικαθίσταται γρήγορα από την ανάγκη για επιλεκτική, προσεκτική και ακριβή χρήση των τεχνολογικών εργαλείων και όλο και πιο εξελιγμένων προγραμμάτων λογισμικού.

4. Η θεμελιώδης φύση πολλών (αλλά όχι όλων) των στατιστικών προβλημάτων είναι ότι δεν έχουν μία μοναδική μαθηματική λύση. Αντίθετα, τα ρεαλιστικά στατιστικά προβλήματα ξεκινούν συνήθως με ένα ερώτημα και καταλήγουν στην παρουσίαση μιας άποψης που μπορεί να έχει διαφορετικούς βαθμούς λογικότητας (reasonableness).

5. Πρωταρχικός στόχος της εκπαίδευσης στη στατιστική είναι να καταστήσει τους μαθητές ικανούς να αποδίδουν αιτιολογημένες περιγραφές, κρίσεις, συμπεράσματα και γνώμες σχετικά με τα δεδομένα ή να επιχειρηματολογούν για την ερμηνεία των δεδομένων, χρησιμοποιώντας διάφορα μαθηματικά εργαλεία μόνο στον βαθμό που απαιτείται. Κρίσεις και συμπεράσματα αναμένονται από τους μαθητές (π.χ. προβλέψεις για έναν πληθυσμό με βάση τα δεδομένα δείγματος που συνέλεξαν οι μαθητές σε μια έρευνα που σχεδίασαν και διεξήγαγαν) πολύ συχνά δεν μπορούν να χαρακτηριστούν ως "σωστές" ή "λανθασμένες", αλλά πρέπει να αξιολογούνται από την άποψη της ποιότητας της συλλογιστικής, της επάρκειας των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν, και τη φύση των δεδομένων και των αποδεικτικών στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν, και μπορεί συχνά να εξαρτώνται ή να επηρεάζονται από τις γνώσεις των μαθητών για τον κόσμο, οι οποίες μπορεί να είναι περιορισμένες.

1.4 Στατιστικός Γραμματισμός, στατιστικός συλλογισμός και Στατιστική σκέψη

Ο στατιστικός γραμματισμός (statistical literacy) , η στατιστική σκέψη (statistical thinking) και ο στατιστικός συλλογισμός (statistical reasoning), αποτελούν τις τρεις βασικές κατηγορίες μαθησιακών αποτελεσμάτων της Στατιστικής εκπαίδευσης (delMas, 2002· Chance, 2002· Garfield, 2002). Ωστόσο, παρά τον κρίσιμο ρόλο τους στη μάθηση και την κατανόηση της Στατιστικής, έχει διαπιστωθεί πολυφωνία απόψεων και σύγχυση στον τρόπο που ορίζονται (Ben-Zvi & Garfield, 2004· Rumsey, 2002). Η Chance, το 2002 ανέφερε ότι

«Πολλοί [ερευνητές] φαίνεται να χρησιμοποιούν χωρίς διάκριση(interchangeably) τις λέξεις “σκέψη”, ”συλλογισμός” και ”γραμματισμός” στην προσπάθειά τους να διαχωρίσουν την κατανόηση των στατιστικών εννοιών από τον αριθμητικό χειρισμό»

Στη συνέχεια γίνεται μια προσπάθεια αποσαφήνισης των παραπάνω όρων.

1.4.1. Στατιστικός γραμματισμός

Η Rumsey (2002), συγκέντρωσε τους παρακάτω ορισμούς για το «στατιστικό γραμματισμό»

- Σύμφωνα με την Jane Watson (1997) «είναι η ικανότητα κατανόησης του κειμένου και του νοήματος και των επιπτώσεων (implications) που περιέχονται σε αυτό»
- Σύμφωνα με τον Snell (1999), «είναι η ικανότητα κατανόησης στατιστικών εννοιών και συλλογισμού στο πιο στοιχειώδες επίπεδο»
- «...είναι η ικανότητα κατανόησης της στατιστικής γλώσσας: λέξεων, συμβόλων και ορολογίας. Η ικανότητα ερμηνείας στατιστικών γραφημάτων και πινάκων. Η ικανότητα ανάγνωσης και κατανόησης των στατιστικών στις ειδήσεις, στα μέσα μαζικής επικοινωνίας κλπ» (Garfield, 1999)
- «... η ικανότητα των ανθρώπων να ερμηνεύουν και να αξιολογούν κριτικά στατιστικές πληροφορίες και επιχειρήματα βασισμένα σε δεδομένα που εμφανίζονται σε ποικίλα μέσα μαζικής επικοινωνίας καθώς επίσης και η ικανότητά τους να συζητούν την άποψή τους σχετικά με τέτοιες πληροφορίες»

Κατά τη διάρκεια της προεδρίας της στην ASA η Wallman (1993) όρισε το στατιστικό γραμματισμό ως «.. ικανότητα κατανόησης και κριτικής αξιολόγησης των στατιστικών αποτελεσμάτων που διαχέονται με διάφορους τρόπους στην καθημερινότητά μας, σε συνδυασμό με την ικανότητα αναγνώρισης της συμβολής της στατιστικής σκέψης στη λήψη δημόσιων, ιδιωτικών, επαγγελματικών και προσωπικών αποφάσεων»

Οι Ben-Zvi και Garfield (2004), αναφέρουν ότι κατά τη διάρκεια του 5^{ου} ICOTS (International Conference on Teaching Statistics) το 1998 στη Σιγκαπούρη, έγινε εμφανές ότι όταν οι ερευνητές της Στατιστικής εκπαίδευσης αναφέρονταν στο στατιστικό γραμματισμό, τη σκέψη ή το συλλογισμό χρησιμοποιούσαν διαφορετικούς ορισμούς και τρόπους προσέγγισης αυτών των γνωστικών

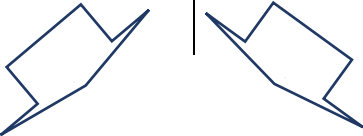
διεργασιών. Για την αποσαφήνιση των όρων, την επικοινωνία των ερευνητών και των μελετών τους, καθώς και τον καθορισμό κοινών στόχων και διαδικασιών αξιολόγησης διοργανώθηκε το 1999 το πρώτο International Research Forum on Statistical Reasoning (SRTL-1) στο Ισραήλ και από τότε διενεργείται κάθε δύο χρόνια. Μετά το συνέδριο SRTL-1 και το SRTL-2, που πραγματοποιήθηκε στην Αυστραλία το 2001 με επίκεντρο τη στατιστική συλλογιστική, οι Garfield κ.ά. (2004) διατύπωσαν τα εξής:

Ο **Στατιστικός Γραμματισμός** περιλαμβάνει βασικές και σημαντικές δεξιότητες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατανόηση στατιστικών πληροφοριών ή ερευνητικών αποτελεσμάτων. Οι δεξιότητες αυτές περιλαμβάνουν

- την ικανότητα οργάνωσης δεδομένων,
- την κατασκευή και παρουσίαση πινάκων
- την επεξεργασία δεδομένων με διαφορετικές αναπαραστάσεις δεδομένων
- την κατανόηση εννοιών, λεξιλογίου και συμβόλων της Στατιστικής
- την κατανόηση της πιθανότητας ως μέτρο αβεβαιότητας.

Ο Gal (2002) έδωσε έμφαση στην απόκτηση του Στατιστικού Γραμματισμού από τους μαθητές και σύγχρονους πολίτες. Πρότεινε το μοντέλο του Πίνακα 1, που περιέχει τα βασικά συστατικά του Στατιστικού Γραμματισμού αποτελούμενα από δύο κατηγορίες.

Πίνακας 1: Μοντέλο Στατιστικού Γραμματισμού (Gal, 2002)

Στοιχεία Γνώσης	Στοιχεία προδιάθεσης
<p>Ικανότητες γραμματισμού</p> <p>Στατιστική γνώση</p> <p>Μαθηματική γνώση</p> <p>Γνώση πλαισίου</p> <p>Ερωτήσεις κρίσεως</p>	<p>Πεποιθήσεις και συμπεριφορές</p> <p>Κριτική στάση</p>
 <p>Στατιστικός Γραμματισμός</p>	

Η πρώτη είναι τα στοιχεία γνώσης (knowledge elements), και περιλαμβάνει όλα τα γνωστικά συστατικά του Στατιστικού Γραμματισμού, όπως κατανόηση γραφημάτων, μαθηματικούς υπολογισμούς, κατανόηση του πλαισίου και γενικά όλα τα «τεχνικά» χαρακτηριστικά της Στατιστικής και των Μαθηματικών. Η δεύτερη κατηγορία είναι τα στοιχεία «προδιάθεσης» (disposition) αποτελούμενη από «μη γνωστικά» χαρακτηριστικά (non-cognitive). Περιλαμβάνει την κριτική στάση, τις πεποιθήσεις και τη συμπεριφορά που έχει αναπτύξει κάθε άτομο ανάλογα με τις εμπειρίες του, την κουλτούρα του κλπ. και παίζουν σημαντικό ρόλο στην ερμηνεία των στατιστικών αποτελεσμάτων. Ο Στατιστικός Γραμματισμός, σύμφωνα με τον Gal, βασίζεται στο συνδυασμό των στοιχείων των δυο κατηγοριών.

1.4.2. Στατιστικός Συλλογισμός

Οι Garfield και Ben-Zvi (2004) αναφέρουν ότι ο **στατιστικός συλλογισμός** μπορεί να οριστεί ως «ο τρόπος με τον οποίο οι άνθρωποι επιχειρηματολογούν με στατιστικές ιδέες και κατανοούν τις στατιστικές πληροφορίες». Δηλώνει την ικανότητα κατανόησης και επεξήγησης των στατιστικών διαδικασιών καθώς επίσης και την ικανότητα αναλυτικής ερμηνείας στατιστικών αποτελεσμάτων (Garfield, 2002). Μια σημαντική διεργασία του στατιστικού συλλογισμού είναι η σύνδεση εννοιών της

στατιστικής (π.χ. μέτρα θέσης με μέτρα διασποράς) ή η σύνδεση στατιστικών δεδομένων με πιθανότητες. Οι Garfield και Ben-Zvi (2008) θεωρούν ότι ο Στατιστικός Συλλογισμός αφορά τις διανοητικές αναπαραστάσεις και συνδέσεις που πραγματοποιούν οι μαθητές σχετικά με τις στατιστικές έννοιες.

Η American Association for the Advancement of Science (AAAS) (1993), διέκρινε συγκεκριμένους τύπους στατιστικού συλλογισμού όπως φαίνονται στον Πίνακα 2 και αναφέρονται στο (Gal & Garfield, 1997).

Πίνακας 2: Τύποι στατιστικού συλλογισμού (AAAS, 1993)

Τύπος Συλλογισμού	Περιγραφή
Για τα δεδομένα	<ul style="list-style-type: none"> • Να κατηγοριοποιεί δεδομένα σε ποσοτικά ή ποιοτικά και συνεχή ή διακριτά. • Να κατανοεί τη σχέση μεταβλητής και γραφήματος γνωρίζοντας ότι κάθε τύπος δεδομένων οδηγεί σε ένα συγκεκριμένο γράφημα
Για τις γραφικές αναπαραστάσεις των δεδομένων	<ul style="list-style-type: none"> • Να ερμηνεύει ένα γράφημα • Να τροποποιεί ένα γράφημα για την καλύτερη αναπαράσταση των δεδομένων • Να αναγνωρίζει γενικά χαρακτηριστικά ενός δείγματος, όπως πχ. τη μορφή, τη διασπορά κ.ά.
Για τις στατιστικές μετρήσεις	<ul style="list-style-type: none"> • Να κατανοεί και να γνωρίζει ποιο μέτρο είναι καταλληλότερο προς χρήση υπό διαφορετικές συνθήκες και πώς αντιπροσωπεύει ή δεν αντιπροσωπεύει ένα σύνολο δεδομένων. • Να γνωρίζει ότι οι προβλέψεις από ένα δείγμα για το γενικό πληθυσμό είναι πιο ακριβείς αν το δείγμα είναι μεγαλύτερο
Για την αβεβαιότητα	<ul style="list-style-type: none"> • Να κατανοεί και να χρησιμοποιεί τις έννοιες της τυχειότητας και της πιθανότητας για την κρίση αβέβαιων γεγονότων. • Να υπολογίζει την πιθανότητα γεγονότων με τη χρήση δέντροδιαγράμματος ή τη χρήση H/Y
Για τα δείγματα	<ul style="list-style-type: none"> • Να γνωρίζει τη σχέση του πληθυσμού με το δείγμα. • Να γνωρίζει πότε ένα δείγμα είναι αντιπροσωπευτικό όλου του πληθυσμού και τι συμπεράσματα μπορεί να εξάγει από αυτό
Για τη συσχέτιση των δεδομένων	<ul style="list-style-type: none"> • Να ερμηνεύει τη σχέση μεταξύ δυο μεταβλητών και να κατανοεί ότι μια ισχυρή συσχέτιση δεν προϋποθέτει πάντα σχέση αιτίου - αποτελέσματος

1.4.3. Η Στατιστική Σκέψη

Η **στατιστική σκέψη** θεωρείται ως ένα ανώτερο επίπεδο σκέψης σε σχέση με το στατιστικό συλλογισμό και αφορά στη γνώση της μεθοδολογίας της στατιστικής έρευνας. Αναπτύσσεται συνήθως στην τριτοβάθμια εκπαίδευση και από τους επαγγελματίες στατιστικούς (Wild & Pfannkuch, 1999). Οι Ben zvi κ.ά. (2003) συνοψίζοντας τις ιδέες που διατυπώθηκαν στα STRL-1 και STRL-2, αναφέρουν ότι η Στατιστική Σκέψη περιλαμβάνει την κατανόηση:

- της φύσης της δειγματοληψίας
- του τρόπου εξαγωγής συμπερασμάτων από ένα δείγμα στο γενικό πληθυσμό
- της αναγκαιότητας του σχεδιασμού στατιστικών πειραμάτων για τη διαπίστωση της σχέσης αιτίου - αποτελέσματος
- του τρόπου χρήσης των στατιστικών μοντέλων για την προσομοίωση τυχαίων φαινομένων
- του πώς, πότε και γιατί τα εργαλεία της επαγωγικής στατιστικής μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην ερευνητική διαδικασία
- του πλαισίου μιας έρευνας και την αξιοποίησή του σε όλη τη διάρκεια της ερευνητικής διαδικασίας

Επιπροσθέτως, θεωρούν ότι οι στατιστικά σκεπτόμενοι θα πρέπει να είναι σε θέση να ασκούν κριτική και να αξιολογούν τα αποτελέσματα μιας στατιστικής μελέτης.

Οι Wild και Pfannkuch (1999) ανέπτυξαν ένα μοντέλο για τον κύκλο της στατιστικής έρευνας, το Problem, Plan, Data, Analysis, Conclusions (PPDAC). Στη δεύτερη διάσταση αυτού του μοντέλου κατηγοριοποιούν τη στατιστική σκέψη σε (1) γενικούς τύπους σκέψης και (2) σε θεμελιώδεις τύπους στατιστικής σκέψης. Οι γενικοί τύποι είναι η στρατηγική, η αναζήτηση εξηγήσεων, η κατασκευή και χρήση μοντέλων και η εφαρμογή τεχνικών για την επίλυση προβλημάτων. Η στατιστική σκέψη έχει πέντε θεμελιώδεις τύπους

- **Αναγνώριση της ανάγκης για δεδομένα**

Η αναγνώριση της ανεπάρκειας των προσωπικών εμπειριών και των ανεπίσημων στοιχείων που οδηγούν στην ανάγκη να βασιστούν οι αποφάσεις σε σκόπιμα συλλεγμένα δεδομένα

- **Μετα-αρίθμηση (transnumeration)**

Η πιο θεμελιώδης ιδέα σε μια στατιστική προσέγγιση της μάθησης είναι ο σχηματισμός και η αλλαγή αναπαραστάσεων των όψεων ενός συστήματος για την καλύτερη κατανόησή του. Οι συγγραφείς δημιούργησαν τον όρο «μετα-αρίθμηση» (transnumeration) και τον όρισαν ως «αριθμητικούς μετασχηματισμούς για τη διευκόλυνση της κατανόησης».

- **Εξέταση της μεταβλητότητας**

Η στατιστική ασχολείται με τη μάθηση και τη λήψη αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Μεγάλο μέρος αυτής της αβεβαιότητας προέρχεται από την πανταχού παρούσα μεταβλητότητα. Η συλλογή μετρήσεων και η μοντελοποίηση με σκοπό την πρόβλεψη, την εξήγηση και του ελέγχου της μεταβλητότητας είναι βασικά στοιχεία της στατιστικής σκέψης.

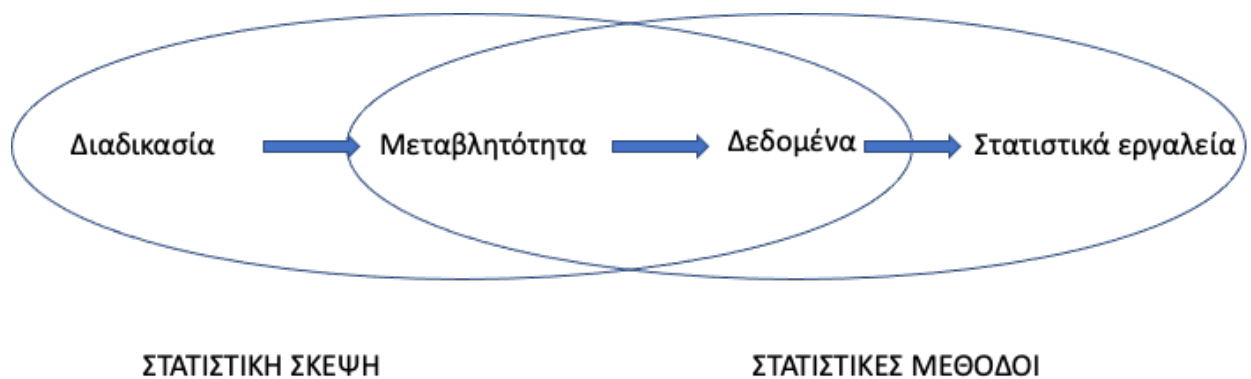
- **Συλλογισμός με στατιστικά μοντέλα**

Κάθε σκέψη χρησιμοποιεί μοντέλα. Η κύρια συμβολή του τομέα της στατιστικής είναι η δημιουργία του δικού της ξεχωριστού συνόλου μοντέλων ή πλαισίων για τη σκέψη.

- **Σύνθεση της στατιστικής γνώσης και της γνώσης του πλαισίου**

Οι πρώτες ύλες τις οποίες χρησιμοποιεί η στατιστική σκέψη είναι η στατιστική γνώση, η γνώση του πλαισίου και οι πληροφορίες στα δεδομένα. Η ίδια η σκέψη είναι η σύνθεση αυτών των στοιχείων για την παραγωγή συμπερασμάτων και εικασιών.

Ο Snee (1999), πρότεινε ένα μοντέλο για την ανάπτυξη της στατιστικής σκέψης που απεικονίζεται στο Σχήμα 1. Τα βασικά του στοιχεία είναι η διαδικασία, η μεταβλητότητα και τα δεδομένα.



Σχήμα 1: Σχέση Στατιστικής Σκέψης - Στατιστικών Μεθόδων

Πηγή: Snee (1999, σ. 256)

Η στατιστική σκέψη συμπληρώνεται από τη στατιστική μέθοδο που αποτελείται από τη μεταβλητότητα, τα δεδομένα και στατιστικά εργαλεία. Αρχικά, αναφέρεται στη διεργασία (Process), η οποία περιλαμβάνει το γενικότερο πλαίσιο της στατιστικής έρευνας. Η περιπλοκότητα της οφείλεται στη μεταβλητότητα. Η ανάγκη για την αντιμετώπιση της μεταβλητότητας οδηγεί στη διενέργεια μετρήσεων ως τρόπο χαρακτηρισμού της διαδικασίας που μελετάται και στη δημιουργία μια αριθμητικής βάσης για σύγκριση. Το αποτέλεσμα της μέτρησης είναι τα δεδομένα. Συνεπώς, η ανάγκη για μέτρηση είναι αυτή που παράγει τα δεδομένα. Τέλος για την ανάλυση των δεδομένων χρησιμοποιούνται τα στατιστικά εργαλεία.

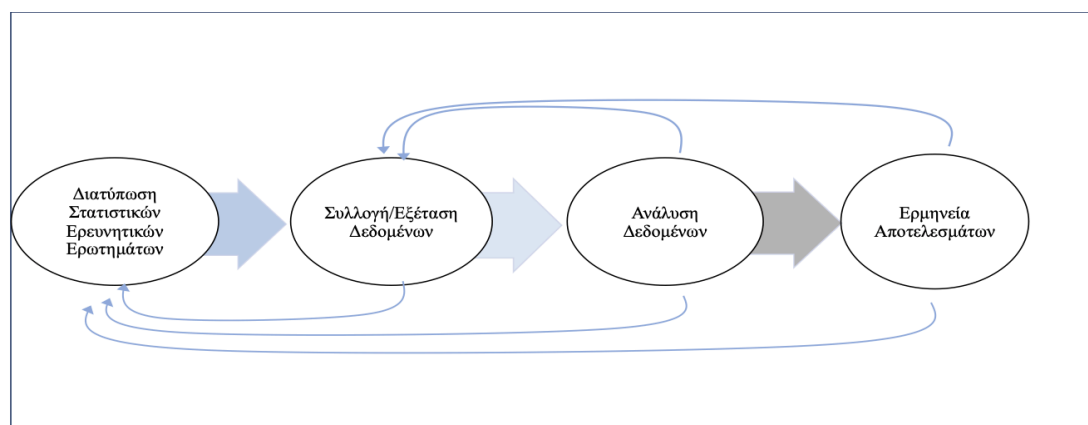
1.5 GAISE II

Όπως προαναφέρθηκε, το 2005 στο GAISE I παρουσιάστηκαν οι κατευθυντήριες γραμμές για την αξιολόγηση και τη διδασκαλία της στατιστικής από την ASA, με μια μικρή αναθεώρηση το 2007. Δεκατρία χρόνια αργότερα, το 2020 δημοσιεύθηκε το «*Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education II: A Framework for Statistics and Data Science Education Report*» (GAISE II), που αποτελεί προϊόν της συνεργασίας της ASA και του NCTM. Το νέο πλαίσιο αναπτύχθηκε για να βελτιώσει και να επικαιροποιήσει το GAISE I, λαμβάνοντας υπόψη τις αξιοσημείωτες εξελίξεις των τελευταίων χρόνων στον τομέα της στατιστικής και της τεχνολογίας.

Η εννοιολογική δομή για τη στατιστική εκπαίδευση, τόσο στο πλαίσιο που παρουσιάστηκε στο GAISE I όσο και στο πλαίσιο του GAISE II, αποτελείται από δύο διαστάσεις. Η πρώτη διάσταση ορίζεται από τις συνιστώσες της διεργασίας επίλυσης στατιστικού προβλήματος και περιλαμβάνει τέσσερις φάσεις: (I) τη διατύπωση στατιστικών ερευνητικών ερωτημάτων, (II) τη συλλογή/εξέταση δεδομένων, (III) την ανάλυση δεδομένων και (IV) την ερμηνεία αποτελεσμάτων. Η δεύτερη διάσταση αποτελείται από τρία αναπτυξιακά επίπεδα Α, Β και Γ τα οποία σχετίζονται με το επίπεδο του στατιστικού γραμματισμού των μαθητών. Πιο αναλυτικά το δισδιάστατο πλαίσιο ανάλυσης της έκθεσης GAISE II παρουσιάζεται στον Πίνακα 3, όπου κάθε φάση (I,II,III,IV) περιγράφεται ανάλογα με το επίπεδο ανάπτυξης (Α,Β,Γ).

1^η Διάσταση: Διεργασία επίλυσης στατιστικού προβλήματος

Η διεργασία επίλυσης στατιστικού προβλήματος αναλύεται σε τέσσερις φάσεις καθεμία από τις οποίες έχει ξεχωριστή σημασία για την επιστήμη και τη διδακτική της Στατιστικής. Τα στατιστικά ερωτήματα που είναι διατυπωμένα με ακρίβεια βοηθούν στη διευκρίνιση των στόχων ενός στατιστικού προβλήματος και σε μια πιο εστιασμένη στατιστική ανάλυση. Η συλλογή δεδομένων με συστηματικό τρόπο εξασφαλίζει αξιόπιστα και έγκυρα δεδομένα, ενώ η αποτελεσματική ανάλυση δεδομένων βοηθάει στη σωστή διαχείρισή τους. Τέλος, η ερμηνεία των δεδομένων μετατρέπει τα ακατέργαστα δεδομένα σε γνώση (Creswell, 2015). Αυτή η δομημένη προσέγγιση επιτρέπει τη λήψη ενημερωμένων αποφάσεων σε διάφορους τομείς, από την εκπαίδευση έως την πολιτική και την επιχειρηματικότητα.



Σχήμα 2: Διαδικασία επίλυσης στατιστικού προβλήματος

Πηγή: GAISE II (2020)

I. Διατύπωση στατιστικών ερευνητικών ερωτημάτων

Η διεργασία επίλυσης στατιστικών προβλημάτων ξεκινά με τη διατύπωση ενός ή περισσότερων στατιστικών ερευνητικών ερωτημάτων που εστιάζουν στην πρόβλεψη/προσδοκία της μεταβλητότητας (anticipating variability). Για παράδειγμα, το ερώτημα «τα φυτά που ποτίζονται με περισσότερο νερό, αναπτύσσονται γρηγορότερα;», είναι ένα στατιστικό ερευνητικό ερώτημα καθώς αναμένονται διαφορετικές μετρήσεις ανάλογα με την ποσότητα του νερού που δέχονται τα φυτά. Αντιθέτως, η ερώτηση «πόσο ψηλό είναι το φυτό;» απαντάται ντετερμινιστικά με έναν απλό αριθμό και δεν αποτελεί στατιστικό ερευνητικό ερώτημα. Η διατύπωση στατιστικών ερευνητικών ερωτημάτων στην πρώτη φάση, βοηθάει επίσης στη διαμόρφωση των κατάλληλων μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν στη στατιστική

έρευνα, στην επιλογή κατάλληλου δείγματος ενός πληθυσμού και στον τρόπο με τον οποίο θα γίνει η συλλογή των δεδομένων..

II. Συλλογή/Εξέταση δεδομένων

Στη δεύτερη φάση οι μαθητές συλλέγουν και εξερευνούν τα δεδομένα για να απαντήσουν στα στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα της πρώτης φάσης. Σε κάποιες στατιστικές μεθόδους γίνεται προσπάθεια να περιοριστεί η μεταβλητότητα, όπως για παράδειγμα στο Στατιστικό Ποιοτικό Έλεγχο ενός προϊόντος που πρέπει να πληροί κάποιες προδιαγραφές. Σε κάποιες άλλες μεθόδους, όπως στις Μελέτες Περίπτωσης, δεν περιορίζεται η μεταβλητότητα. Επομένως, ο σχεδιασμός για τη συλλογή δεδομένων πρέπει να λαμβάνει υπόψη του τη μεταβλητότητα των δεδομένων (acknowledge variability in data). Μετά τη συλλογή των δεδομένων είτε πρόκειται για πρωτογενή (που έχουν συλλέξει οι ίδιοι οι μαθητές) ή για δευτερογενή (που έχουν συλλεχθεί από άλλη πηγή) τα δεδομένα πρέπει να εξεταστούν. Πρέπει να δοθούν απαντήσεις για τον τρόπο που συλλέχθηκαν, για τον τύπο των μεταβλητών που χρησιμοποιήθηκαν και για τις πιθανές τιμές που αυτές μπορούν να πάρουν.

III. Ανάλυση δεδομένων

Η ανάλυση των δεδομένων πραγματοποιείται εφαρμόζοντας κατάλληλες τεχνικές και μεθόδους ανάλογα με τα ερωτήματα, για την κατανόηση της μεταβλητότητας των δεδομένων. Ο συλλογισμός σχετικά με τις κατανομές (σ.σ. μέθοδοι για την περιγραφή/συστηματοποίηση μιας ομάδας δεδομένων) θεωρείται κλειδί για τον υπολογισμό και την περιγραφή της μεταβλητότητας σε όλα τα αναπτυξιακά επίπεδα. Κατά την ανάλυση των δεδομένων χρησιμοποιούνται γραφικές αναπαραστάσεις ή συγκεντρωτικοί πίνακες για τη διερεύνηση, την περιγραφή και τη σύγκριση της μεταβλητότητας στις κατανομές.

IV. Ερμηνεία αποτελεσμάτων

Κατά την ερμηνεία των αποτελεσμάτων των στατιστικών μελετών, θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η μεταβλητότητα. Για παράδειγμα, θα πρέπει να ερμηνευτεί το αποτέλεσμα μιας εκλογικής δημοσκόπησης ως μια εκτίμηση που μπορεί να διαφέρει από δείγμα σε δείγμα των ψηφοφόρων που ερωτήθηκαν. Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων περιλαμβάνει και την εξαγωγή συμπερασμάτων με βάση το πλαίσιο που θέτουν τα ερευνητικά ερωτήματα.

2^η Διάσταση: Τρία Αναπτυξιακά Επίπεδα: Α, Β και Γ

Οι παραπάνω στατιστικές έννοιες και διεργασίες δεν είναι εφικτό να αναπτυχθούν σε σύντομο χρονικό διάστημα από τους μαθητές. Γι' αυτό η στατιστική εκπαίδευση αποτελεί μια αναπτυξιακή διαδικασία, κατά την οποία οι μαθητές χτίζουν γνώσεις από μικρή ηλικία έως την αποφοίτησή τους από το σχολείο. Οι μαθητές από μικρή ηλικία αντιλαμβάνονται τις έννοιες της μεταβλητότητας και της πιθανότητας (Leavy κ.ά., 2018). Το επίπεδο Α αξιοποιεί αυτές τις αντιλήψεις για να εισάγει πιο επίσημα τους μαθητές στη διαδικασία επίλυσης στατιστικού προβλήματος. Το επίπεδο Β, συνεχίζει να εμπλουτίζει τη στατιστική εργαλειοθήκη έτσι ώστε όταν οι μαθητές φτάσουν στο επίπεδο Γ να μπορούν να κατακτήσουν φιλόδοξους μαθησιακούς στόχους της στατιστικής εκπαίδευσης.

Το πλαίσιο GAISE προσδιορίζει τρία επίπεδα στατιστικής ανάπτυξης μέσα από τα οποία πρέπει να περάσουν οι μαθητές προκειμένου να αναπτύξουν βαθύτερη κατανόηση της Στατιστικής με απώτερο σκοπό το στατιστικό γραμματισμό των μαθητών. Σκόπιμα τα επίπεδα ανάπτυξης δεν αντιστοιχίζονται σε κάθε τάξη ξεχωριστά αν και άτιστα το επίπεδο Α θα μπορούσε να αντιστοιχιστεί στις τάξεις του δημοτικού το επίπεδο Β στο γυμνάσιο και το επίπεδο Γ στο λύκειο (Jacobbe & Horton, 2010).

Επίπεδο Α (GAISE Level A)

Στο επίπεδο Α, οι μαθητές έρχονται σε επαφή με μια πληθώρα γραφικών απεικονίσεων για τη διερεύνηση κατανομών και συσχετίσεων. Οι απεικονίσεις (displays) περιλαμβάνουν πίνακες συχνοτήτων, ραβδογράμματα, φυλλογράμματα, σημειογράμματα, διαγράμματα διασποράς και χρονοδιαγράμματα. Στην έκθεση GAISE, γίνεται ο διαχωρισμός μεταξύ απλού εικονογράμματος (picture graph), όπου κάθε εικόνα ή σύμβολο αντιστοιχεί σε μια μονάδα, και του εικονογράμματος (pictograph), στο οποίο κάθε εικόνα ή σύμβολο αντιστοιχεί σε ένα ορισμένο πλήθος αντικειμένων. Στην έκθεση επισημαίνεται ότι σε αυτό το επίπεδο δεν πρέπει να διδάσκονται τα εικονογράμματα και τα κυκλικά διαγράμματα καθώς απαιτούν την κατανόηση του αναλογικού και του πολλαπλασιαστικού συλλογισμού. Οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τη φύση των μεταβλητών, καθώς πρέπει να κατανοούν ότι τα ραβδογράμματα χρησιμοποιούνται για την παρουσίαση κατηγορικών δεδομένων. Ενώ για παράδειγμα το ιστόγραμμα που εισάγεται στο επίπεδο Β, χρησιμοποιείται για την παρουσίαση ποσοτικών δεδομένων.

Επίπεδο Β (GAISE Level B)

Οι έννοιες που περιλαμβάνονται στο επίπεδο Β αποτελούν συνέχεια της ύλης που υπάρχει στο επίπεδο Α. Οι μαθητές εμπλουτίζουν τις γνώσεις τους στα γραφήματα με το εικονόγραμμα (pictograph), το κυκλικό διάγραμμα και το ιστόγραμμα. Το επίπεδο Β περιλαμβάνει επίσης τον ομαδοποιημένο πίνακα συχνοτήτων, τον πίνακα σχετικών συχνοτήτων, το θηκόγραμμα και το διάγραμμα χρονοσειράς.

Οι μαθητές μετακινούνται από τη χρήση δεδομένων ολόκληρου πληθυσμού στην επεξεργασία δεδομένων από δείγματα πληθυσμών. Αυτό προϋποθέτει την κατανόηση της έννοιας του δείγματος και πότε ένα δείγμα είναι κατάλληλο ή αντιπροσωπευτικό για ένα πληθυσμό. Επιπλέον, σε αυτό το επίπεδο οι μαθητές διερευνούν εσφαλμένες χρήσεις της Στατιστικής, συγκρίνουν δύο ομάδες ως προς μια μεταβλητή και εξετάζουν μεταβολές με την πάροδο του χρόνου.

Επίπεδο Γ (GAISE Level C)

Στο επίπεδο Γ, οι μαθητές αναμένεται να έχουν μια πιο προχωρημένη και ολοκληρωμένη κατανόηση των στατιστικών εννοιών και δεξιοτήτων σε σχέση με τα προηγούμενα επίπεδα. Οι μαθητές πρέπει να αναπτύξουν ορισμένες ικανότητες, μεταξύ των οποίων οι βασικότερες είναι να:

- διατυπώνουν στατιστικά διερευνητικά ερωτήματα σχετικά με τη συσχέτιση μεταβλητών και να πραγματοποιούν προβλέψεις
- επιλέγουν κατάλληλες τεχνικές ανάλυσης δεδομένων
- να παράγουν περιγραφικές στατιστικές και να ερμηνεύουν τα δεδομένα με βάση το πλαίσιο του στατιστικού προβλήματος
- εφαρμόζουν τη Στατιστική σε προβλήματα ή σενάρια του πραγματικού κόσμου
- επικοινωνούν αποτελεσματικά τα ευρήματα και τα συμπεράσματα μιας στατιστικής μελέτης με γραπτό ή προφορικό τρόπο.

Τα τρία επίπεδα ανάπτυξης GAISE II ανάλογα με τις φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος περιγράφονται αναλυτικά στον Πίνακα 3.

Πίνακας 3: Πλαίσιο ανάλυσης δύο διαστάσεων GAISE II (2020)

Φάση επίλυσης Στατιστικού Προβλήματος	Επίπεδο Α	Επίπεδο Β	Επίπεδο Γ
<p>I. Διατύπωση Στατιστικών Ερευνητικών Ερωτημάτων</p>	<p>-Να κατανοούν πότε είναι κατάλληλη μια στατιστική έρευνα</p> <p>-Να θέτουν στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα που έχουν ενδιαφέρον για τους μαθητές σε ένα πλαίσιο όπου μπορούν να συλλεχθούν δεδομένα</p> <p>-Να θέτουν στατιστικά ερωτήματα για μια μεταβλητή μιας συγκεκριμένης ομάδας και να τις επεκτείνουν ώστε να συγκρίνουν και να συσχετίσουν στατιστικά ερωτήματα μεταξύ μεταβλητών</p> <p>-Να αποκτήσουν εμπειρία για τους διαφορετικούς τύπους στατιστικών ερωτήσεων. Αυτές που χρησιμοποιούνται για: τη διαμόρφωση της έρευνας, για τη συλλογή δεδομένων και αυτές που χρησιμοποιούνται για την καθοδήγηση της ανάλυσης και της ερμηνείας των αποτελεσμάτων</p>	<p>-Να αναγνωρίσουν ότι τα στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα μπορούν να διαμορφώσουν το θέμα μιας έρευνας και ότι πολλαπλά ερωτήματα μπορούν να τεθούν για οποιοδήποτε ερευνητικό θέμα</p> <p>-Να κατανοούν ότι τα ερωτήματα λαμβάνουν υπόψη τόσο το πλαίσιο όσο και τη μεταβλητότητα</p> <p>- Να θέτουν συνοπτικές, συγκριτικές και διερευνητικές ερωτήσεις συσχετίσεων για έναν ευρύτερο πληθυσμό χρησιμοποιώντας ένα δείγμα του</p> <p>-Να θέτουν ερωτήματα που απαιτούν την εξέταση μιας μεταβλητής σε βάθος χρόνου</p> <p>- Κατανόηση των διαφορετικών τύπων ερωτήσεων στη στατιστική. Αυτές που χρησιμοποιούνται για το πλαίσιο μιας έρευνας, αυτές για τη συλλογή δεδομένων και αυτές που χρησιμοποιούνται για την καθοδήγηση της έρευνας, την ανάλυση των δεδομένων και της ερμηνείας των αποτελεσμάτων</p> <p>- Να θέτουν ερωτήματα για δεδομένα που συλλέγονται από πηγές του διαδικτύου, από κινητά τηλέφωνα, αισθητήρες και άλλες σύγχρονες συσκευές</p>	<p>- Να διατυπώνουν πολυμεταβλητά στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα και να καθορίζουν τον τρόπο συλλογής και ανάλυσης για την απάντηση των ερωτημάτων</p> <p>-Να θέτουν συνοπτικές, συγκριτικές και ερευνητικές στατιστικές ερωτήσεις διερεύνησης για έρευνες, μελέτες παρατήρησης και πειράματα που χρησιμοποιούν πρωτογενή και δευτερογενή δεδομένα</p> <p>- Να θέτουν επαγωγικά στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα σχετικά με την αιτιότητα και την πρόβλεψη</p>
<p>Φάση επίλυσης Στατιστικού Προβλήματος</p>	<p>Επίπεδο Α</p>	<p>Επίπεδο Β</p>	<p>Επίπεδο Γ</p>
<p>II. Συλλογή/</p>	<p>-Να κατανοούν ότι τα δεδομένα είναι πληροφορίες.</p>	<p>- Να κατανοούν ότι τα δεδομένα είναι πληροφορίες που</p>	<p>- Να διακρίνουν τους τύπους των στατιστικών</p>

<p>Εξέταση Δεδομένων</p>	<p>Για να απαντηθούν τα στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα πρέπει να συλλεχθούν τα δεδομένα από τους ίδιους τους μαθητές ή να χρησιμοποιήσουν δεδομένα που έχουν συλλεχθεί από άλλους.</p> <p>-Να κατανοούν τον τρόπο που συλλέγονται και καταγράφονται οι πληροφορίες χρησιμοποιώντας ερωτηματολόγια και μετρήσεις από απλά πειράματα</p> <p>-Να κατανοούν ότι μια μεταβλητή μετράει το ίδιο χαρακτηριστικό σε πολλά άτομα ή αντικείμενα και οι τιμές της να είναι διαφορετικές</p> <p>- Να κατανοούν ότι σε ένα σύνολο δεδομένων μπορεί να υπάρχουν διαφορετικού τύπου μεταβλητές (πχ. Κατηγορικές ή ποσοτικές)</p> <p>-Να εξετάζουν το σύνολο των δεδομένων για να εντοπίζουν το πλαίσιο των μεταβλητών</p> <p>- Να εμπεδώσουν ότι τα δεδομένα δεν είναι πάντα τέλεια, αλλά ενδέχεται να περιέχουν σφάλματα ή ελλείψεις τιμές και επομένως πρέπει να ληφθούν αποφάσεις σχετικά με τον τρόπο υπολογισμού για αυτά τα ζητήματα</p>	<p>συλλέγονται και καταγράφονται εξυπηρετώντας κάποιο σκοπό και στη συνέχεια μπορούν να οργανωθούν σε διάφορες μορφές (πχ. Λογιστικά φύλλα)</p> <p>- Να κατανοήσουν ότι ένα δείγμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να απαντήσει σε ερωτήματα στατιστικής διερεύνησης σχετικά με έναν πληθυσμό.</p> <p>- Να κατανοήσουν ότι τα δεδομένα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να γίνουν συγκρίσεις μεταξύ διαφορετικών ομάδων σε μια χρονική στιγμή ή σε μία ομάδα με την πάροδο του χρόνου.</p> <p>- Να αναγνωρίζουν ότι τα δεδομένα μπορούν να συλλεχθούν με δημοσκοπήσεις και μετρήσεις, και να αναπτύξουν κριτική στάση κατά την ανάλυση μεθόδων συλλογής δεδομένων</p> <p>- Να κατανοούν ότι οι ποσοτικές μεταβλητές μπορεί να είναι διακριτές ή συνεχείς</p> <p>- Να κατανοούν πώς να ελέγχουν τα δεδομένα ως προς το τρόπο συλλογής τους, ποιος διεξήγαγε τη συλλογή, τον τύπο των μεταβλητών και πως αυτές μετρήθηκαν.</p> <p>-Να κατανοούν τη διαφορά πρωτογενών και δευτερογενών δεδομένων</p> <p>- Να κατανοούν ότι η τυχαιοποίηση (random assignment) σε συγκριτικά πειράματα χρησιμοποιείται για τον έλεγχο χαρακτηριστικών που μπορεί να επηρεάσουν τις απαντήσεις</p>	<p>ερευνών (δημοσκόπηση, πειραματικός σχεδιασμός, μελέτη περίπτωσης κ.ά.)</p> <p>-Να κατανοούν από τι απαρτίζεται ένας σωστός σχεδιασμός μιας δειγματοληπτικής έρευνας, ενός πειράματος και μιας μελέτης παρατήρησης.</p> <p>- Να αντιλαμβάνονται το ρόλο της τυχαιοποίησης στις δειγματοληπτικές έρευνες και την επίδραση του μεγέθους του δείγματος στη μεταβλητότητα των εκτιμήσεων</p> <p>-Να κατανοούν το ρόλο της τυχαίας ανάθεσης στα πειράματα, και τις επιπτώσεις της στην ερμηνεία αιτίου – αποτελέσματος.</p> <p>-Να κατανοούν θέματα προκατάληψης των μεταβλητών που δημιουργούν σύγχυση και να αντιλαμβάνονται τις επιπτώσεις τους στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων</p> <p>-Να κατανοούν τις πρακτικές για το χειρισμό των δεδομένων που ενισχύουν την αναπαραγωγικότητα και να κατανοούν πότε τα δεδομένα περιέχουν ευαίσθητες πληροφορίες</p> <p>- Να κατανοούν ότι θέματα σχετικά με την ιδιωτικότητα των δεδομένων μπορεί να επηρεάσουν τη συλλογή και την κατανομή τους</p>
---------------------------------	--	---	--

			-Να αντιλαμβάνονται ότι τα δεδομένα που συλλέγονται και εξετάζονται μπορεί να μη γενικεύονται στο γενικό πληθυσμό ή τα δεδομένα να αποτελούν το σύνολο του πληθυσμού.
--	--	--	---

Φάση επίλυσης Στατιστικού Προβλήματος	Επίπεδο Α	Επίπεδο Β	Επίπεδο Γ
III. Ανάλυση Δεδομένων	<p>-Να κατανοούν ότι η κατανομή μιας κατηγορικής ή μιας ποσοτικής μεταβλητής περιγράφει τον αριθμό που εμφανίζεται το αποτέλεσμα της (συχνότητα)</p> <p>- Να έχουν την ικανότητα να αναπαριστούν τη μεταβλητότητα κατηγορικών και ποσοτικών μεταβλητών με κατάλληλα γραφήματα (πίνακες, ιστογράμματα κλπ.)</p> <p>-Να περιγράφουν βασικά στοιχεία των κατανομών των ποσοτικών μεταβλητών όπως</p> <ul style="list-style-type: none"> ο τα μέτρα θέσεως: μέση τιμή ως ίσο μερίδιο, διάμεσος ως η μεσαία από διατεταγμένες τιμές, ο τα μέτρα διασποράς: εύρος ως τη διαφορά της μεγαλύτερης από τη μικρότερη παρατήρηση, απόκλιση ως τις μονάδες που απέχουν από το κέντρο ο τα μέτρα ασυμμετρίας σχήμα της κατανομής συμμετρικό ή όχι, δίκροφη κλπ. <p>- Να κατανοούν ότι οι κατανομές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη</p>	<p>-Να αναπαριστούν τη μεταβλητότητα με κατάλληλα διαγράμματα</p> <p>-Να χρησιμοποιούν βασικά στοιχεία των κατανομών για ποσοτικές μεταβλητές όπως</p> <ul style="list-style-type: none"> ο μέτρα θέσεως: μέση τιμή ως σημείο ισοροπίας, διάμεσος ως τη μεσαία παρατήρηση διατεταγμένων παρατηρήσεων ο μέτρα διασποράς: ενδοτεταρτημοριακό εύρος και απόλυτη τυπική απόκλιση ο μέτρα ασυμμετρίας: συμμετρική ή ασύμμετρη και αριθμός κορυφών <p>-Να πραγματοποιούν συλλογισμούς σχετικά με τις κατανομές και να συγκρίνουν δυο ομάδες βάσει των ποσοτικών μεταβλητών</p> <p>- Να διερευνούν μοτίβα συσχέτισης μεταξύ δυο ποσοτικών ή κατηγορικών μεταβλητών</p> <ul style="list-style-type: none"> ο μέτρα συσχέτισης: λόγος καταμέτρησης τεταρτημορίων (Quadrant Count Ratio, QCR) 	<p>- Να χρησιμοποιούν την τεχνολογία για την ταξινόμηση δεδομένων, το μετασχηματισμό των μεταβλητών και την εξομάλυνση χρονολογικών σειρών</p> <p>- Να προσδιορίζουν κατάλληλους τρόπους περίληψης ποσοτικών ή κατηγορικών δεδομένων χρησιμοποιώντας πίνακες, γραφικές παραστάσεις και αριθμητικές στατιστικές περιλήψεις οι οποίες περιλαμβάνουν τη χρήση της τυπικής απόκλισης ως μέτρο της μεταβλητότητας και του θηκογράμματος για τον εντοπισμό ακραίων τιμών</p> <p>-Να συνοψίζουν και να περιγράφουν σχέσεις μεταξύ πολλών μεταβλητών</p> <p>-Να κατανοούν τον τρόπο με τον οποίο οι δειγματικές κατανομές (που αναπτύσσονται μέσω προσομοίωσης) χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τη μεταβλητότητα από δείγμα σε δείγμα</p> <p>- Να αναπτύξουν προσομοιώσεις για τον προσδιορισμό προσεγγιστικών δειγματικών κατανομών και να</p>

	<p>σύγκριση δυο ομάδων</p> <p>- Να παρατηρούν αν υπάρχει κάποια συσχέτιση μεταξύ δυο μεταβλητών</p>	<p>ο σύγκριση «δεσμευμένης αναλογίας» (conditional proportion), μεταξύ κατηγορικών μεταβλητών</p>	<p>υπολογίζουν τις p-values από αυτές τις κατανομές</p> <p>- Να περιγράφουν συσχετίσεις μεταξύ δυο κατηγορικών μεταβλητών χρησιμοποιώντας μέτρα όπως τη Διαφορά Ποσοστών (Difference of Proportions) και του Λόγου Ποσοστών (Relative Risk)</p> <p>- Να περιγράφουν τη σχέση μεταξύ δυο ποσοτικών μεταβλητών, ερμηνεύοντας το συντελεστή συσχέτισης Pearson και της γραμμής παλινδρόμησης ελαχίστων τετραγώνων</p> <p>- Να χρησιμοποιούν προσομοιώσεις για τη διερεύνηση συσχετίσεων μεταξύ δυο κατηγορικών μεταβλητών και να συγκρίνουν ομάδες</p> <p>- Να κατασκευάζουν διαστήματα πρόβλεψης και εμπιστοσύνης για να καθορίσουν αποδεκτές τιμές μιας προβλεπόμενης παρατήρησης ή ενός χαρακτηριστικού του πληθυσμού</p>
--	---	---	---

Φάση επίλυσης Στατιστικού Προβλήματος	Επίπεδο Α	Επίπεδο Β	Επίπεδο Γ
IV. Ερμηνεία Αποτελεσμάτων	<p>-Να χρησιμοποιούν στατιστικά στοιχεία από αναλύσεις για να απαντούν στα στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα και να επικοινωνούν τα αποτελέσματα μέσω δομημένων απαντήσεων υπό την καθοδήγηση του καθηγητή-δασκάλου</p> <p>- Να κάνουν δηλώσεις</p>	<p>-Να χρησιμοποιούν στατιστικά στοιχεία από αναλύσεις για να απαντούν σε στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα και να επικοινωνούν τα αποτελέσματά τους δίνοντας ολοκληρωμένες απαντήσεις με μερική καθοδήγηση του καθηγητή - δασκάλου</p> <p>- Να αναγνωρίσουν ότι είναι εφικτό να βλέπουν πέρα από τα</p>	<p>- Να χρησιμοποιούν στατιστικά στοιχεία από αναλύσεις για να απαντούν σε στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα και να επικοινωνούν τα αποτελέσματά τους μέσω πιο επίσημων εκθέσεων και παρουσιάσεων</p> <p>- Να αξιολογούν και να ερμηνεύουν την επίδραση των ακραίων τιμών στα αποτελέσματα</p> <p>- Να κατανοούν τι σημαίνει για ένα αποτέλεσμα ή μια εκτίμηση ενός</p>

	<p>για την ομάδα ή τον πληθυσμό από τον οποίο συλλέγονται τα δεδομένα, αναγνωρίζοντας ότι τα συμπεράσματα περιορίζονται σε αυτές τις ομάδες και δεν μπορούν να γενικευτούν σε άλλες ομάδες</p> <ul style="list-style-type: none"> - Να περιγράφουν τη διαφορά μεταξύ δυο ομάδων υπό διαφορετικές συνθήκες 	<p>δεδομένα</p> <ul style="list-style-type: none"> - Να γενικεύουν πέρα από το δείγμα παρέχοντας στατιστικά στοιχεία για τη γενίκευση και να περιλαμβάνουν δήλωση αβεβαιότητας και αληθοφάνειας όπου χρειάζεται - Να αναγνωρίζουν την αβεβαιότητα που προκαλείται από τη μεταβλητότητα από δείγμα σε δείγμα - Να αναφέρουν τους περιορισμούς των πληροφοριών του δείγματος (πχ. ένα δείγμα μπορεί να είναι ή να μην είναι αντιπροσωπευτικό του ευρύτερου πληθυσμού, μεταβλητότητα στις μετρήσεις) - Να συγκρίνουν αποτελέσματα για διαφορετικές συνθήκες σε ένα πείραμα 	<p>χαρακτηριστικού του πληθυσμού να φαίνεται αξιόπιστο ή όχι σε σύγκριση με την τυχαία διακύμανση</p> <ul style="list-style-type: none"> - Να ερμηνεύουν το περιθώριο λάθους που σχετίζεται με την εκτίμηση ενός χαρακτηριστικού του πληθυσμού - Να αναγνωρίζουν την παρουσία των ελλειπουσών τιμών και να κατανοούν πώς οι τιμές που λείπουν προσθέτουν μεροληψία σε μια ανάλυση - Να χρησιμοποιούν πολυμεταβλητή σκέψη για να κατανοήσουν πώς οι μεταβλητές επηρεάζουν η μία την άλλη - Να επικοινωνούν τη στατιστική συλλογιστική και τα αποτελέσματα σε άλλους σε διάφορες μορφές (προφορικά, γραπτά, οπτικά) - Να κατανοούν πώς να ερμηνεύουν κατάλληλα προσομοιωμένες τιμές p-values
--	--	---	---

1.6 Η Στατιστική στο Α.Π.Σ. των μαθηματικών - Συγκριτική μελέτη των Δ.Ε.Π.Π.Σ. – Α.Π.Σ. 2003, Α.Π.Σ. 2011 και Α.Π.Σ. 2021

Ο στατιστικός γραμματισμός των μαθητών είναι ο βασικός σκοπός της διδασκαλίας των στοχαστικών μαθηματικών στην υποχρεωτική εκπαίδευση, μαζί με την ανάπτυξη της στατιστικής σκέψης και του στατιστικού συλλογισμού. Στο νέο Α.Π.Σ. του 2021 αναφέρεται ότι:

Ο βασικός σκοπός της διδασκαλίας της Στατιστικής και των Πιθανοτήτων είναι να αναπτύξει την ικανότητα του/της μαθητή/-τριας να αξιολογεί κριτικά πληροφορίες, να εξάγει συμπεράσματα, να κάνει προβλέψεις και να λαμβάνει αποφάσεις κάτω από αβέβαιες συνθήκες.

Το 2011 και το 2021 δημοσιεύθηκαν σύγχρονα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών για τα μαθηματικά, ωστόσο στα δημοτικά σχολεία και τα γυμνάσια της χώρας μας η διδασκαλία των μαθηματικών πραγματοποιείται με βάση το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Δ.Ε.Π.Π.Σ. του 2003. Το περιεχόμενο του

θεματικού πεδίου της Στατιστικής των τριών τελευταίων προγραμμάτων σπουδών Δ.Ε.Π.Π.Σ. – Α.Π.Σ. 2003, Α.Π.Σ. 2011 και Α.Π.Σ. 2021 παρουσιάζεται στους παρακάτω πίνακες μέσα από τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα κάθε τάξης.

Πίνακας 4: Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα των προγραμμάτων σπουδών του Δημοτικού και του Γυμνασίου των Δ.Ε.Π.Π.Σ.- ΑΠΣ 2003, Α.Π.Σ. 2011 και Α.Π.Σ. 2021.

Πρόγραμμα Σπουδών Δημοτικού: Α΄ Ηλικιακός Κύκλος			
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα			
	Α.Π.Σ. 2003	Α.Π.Σ. 2011	Α.Π.Σ. 2021
Α΄ Τάξη		<p>Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα (κατηγορικά) • Συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρών ερευνών και τα οργανώνουν (υλικά, καταμέτρηση με γραμμές) • Χρησιμοποιούν αναπαραστάσεις δεδομένων όπως είναι τα διαγράμματα με τα υλικά και τα εικονογράμματα • Επεκτείνουν τις αναπαραστάσεις των δεδομένων σε διαγράμματα όπως τα ραβδογράμματα • Κάνουν μετατροπές από μια μορφή αναπαράστασης σε μία άλλη • Συγκρίνουν πληροφορίες στις διαφορετικές μορφές αναπαράστασης δεδομένων 	<p>Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με κατηγορικά δεδομένα • Συλλέγουν κατηγορικά δεδομένα μέσω μικρών ερευνών στο οικείο περιβάλλον τους και τα οργανώνουν χρησιμοποιώντας χειραπτικό υλικό και καταμέτρηση με γραμμές • Κατασκευάζουν απλά εικονογράμματα και ραβδογράμματα • Διερευνούν πληροφορίες από εικονογράμματα, ραβδογράμματα και εξάγουν συμπεράσματα
Β Τάξη		<ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα (περιλαμβάνονται και διακριτά ποσοτικά) • Συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρών ερευνών και τα οργανώνουν (πίνακες) • Επεκτείνουν τις αναπαραστάσεις των δεδομένων και στα σημειογράμματα • Κάνουν μετατροπές από μια μορφή αναπαράστασης δεδομένων σε μια άλλη • Διερευνούν πληροφορίες στις διαφορετικές μορφές αναπαράστασης δεδομένων 	<ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με διακριτά ποσοτικά δεδομένα • Συλλέγουν διακριτά ποσοτικά δεδομένα μέσω μικρών ερευνών και τα οργανώνουν σε πίνακες • Κατασκευάζουν σημειογράμματα • Διερευνούν πληροφορίες από σημειογράμματα και εξάγουν συμπεράσματα

Πρόγραμμα Σπουδών Δημοτικού: Β΄ Ηλικιακός Κύκλος
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα

	Α.Π.Σ. 2003	Α.Π.Σ. 2011	Α.Π.Σ. 2021
Γ΄ Τάξη		<p>Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα • Συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρών ερευνών ή πειραμάτων και τα οργανώνουν • Επεκτείνουν τις αναπαραστάσεις των δεδομένων και σε διαγράμματα, στα οποία η εικόνα ή το σύμβολο αντιπροσωπεύει πολλαπλάσια του ένα • Κάνουν μετατροπές από μια μορφή αναπαράστασης σε μια άλλη • Διερευνούν πληροφορίες στις διαφορετικές μορφές αναπαράστασης δεδομένων και εξάγουν συμπεράσματα • Προσδιορίζουν και περιγράφουν χαρακτηριστικά των δεδομένων (μέτρο θέσης: επικρατούσα τιμή) 	<p>Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με κατηγορικά δεδομένα ή διακριτά ποσοτικά δεδομένα • Συλλέγουν κατηγορικά ή διακριτά ποσοτικά δεδομένα μέσω μικρών ερευνών ή πειραμάτων και τα οργανώνουν • Κατασκευάζουν διαγράμματα, στα οποία η εικόνα ή το σύμβολο αντιπροσωπεύει πολλαπλάσια του ενός (της μονάδας) • Διερευνούν πληροφορίες από διαγράμματα και προσδιορίζουν την επικρατούσα τιμή και το εύρος δεδομένων
Δ΄ Τάξη	<p>Οι μαθητές να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Συλλέγουν, οργανώνουν, ερμηνεύουν και να παρουσιάζουν ερευνητικά δεδομένα • Ερμηνεύουν γραφικές αναπαραστάσεις (εικονόγραμμα και ραβδόγραμμα) 	<p>Οι μαθητές να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα • Συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρής κλίμακας ερευνών ή πειραμάτων και επεκτείνουν τους τρόπους οργάνωσής τους και σε πίνακες απόλυτων σχετικών συχνοτήτων • Επεκτείνουν τις αναπαραστάσεις των δεδομένων και σε διπλά ραβδογράμματα • Κάνουν μετατροπές από μια μορφή αναπαράστασης δεδομένων σε μια άλλη • Προσδιορίζουν χαρακτηριστικές τιμές των δεδομένων (επικρατούσα τιμή) και διερευνούν τα 	<p>Οι μαθητές να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν συγκρίσεις κατηγορικών ή διακριτών ποσοτικών δεδομένων σε δύο μικρές ομάδες ίσου πλήθους • Συλλέγουν κατηγορικά ή διακριτά ποσοτικά δεδομένα από δύο ομάδες ίσου πλήθους μέσω ερευνών ή πειραμάτων μικρής κλίμακας και τα οργανώνουν • Κατασκευάζουν διαγράμματα των δεδομένων για δύο μικρές ομάδες ίσου πλήθους • Διερευνούν πληροφορίες από αναπαραστάσεις δεδομένων σε ομάδες ίσου πλήθους και εξάγουν συμπεράσματα • Περιγράφουν και προσδιορίζουν τη διάμεσο

		χαρακτηριστικά τους (μέτρα θέσης: διάμεσος)	των δεδομένων
Ε΄ Τάξη	Οι μαθητές να: <ul style="list-style-type: none"> • Συλλέγουν και να καταγράφουν δεδομένα • Πινακοποιούν δεδομένα (κατανομές συχνοτήτων σε ποσοστά ή απόλυτους αριθμούς απλών κατανομών, διαγραμμάτων και γραφικών όπως το εικονόγραμμα και το ραβδόγραμμα) • Μετατρέπουν προφορικές ή γραπτές περιγραφές δεδομένων σε γραφικές αναπαραστάσεις και αντίστροφα • Βρίσκουν το μέσο όρο δεδομένων 	Οι μαθητές να: <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα (ποσοτικά συνεχή δεδομένα) • Συλλέγουν δεδομένα μέσω ερευνών, μετρήσεων ή και πειραμάτων και επεκτείνουν τους τρόπους οργάνωσης τους και στις απλές ομαδοποιήσεις • Κάνουν μετατροπές από μία μορφή αναπαράστασης δεδομένων σε άλλη • Επιχειρηματολογούν βασιζόμενοι στα δεδομένα • Προσδιορίζουν χαρακτηριστικές τιμές των δεδομένων (επικρατούσα τιμή, διάμεσο) και διερευνούν τα χαρακτηριστικά τους 	Οι μαθητές να: <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν ποσοτικά δεδομένα, τα οποία ομαδοποιούνται • Συλλέγουν ποσοτικά δεδομένα που ομαδοποιούνται μέσω ερευνών, μετρήσεων ή πειραμάτων και τα οργανώνουν σε πίνακες συχνοτήτων • Κατασκευάζουν φυλλογράμματα για να αναπαραστήσουν δεδομένα • Διερευνούν πληροφορίες από φυλλογράμματα και εξάγουν συμπεράσματα • Περιγράφουν και προσδιορίζουν τον μέσο όρο δεδομένων
ΣΤ΄ Τάξη	Οι μαθητές να: <ul style="list-style-type: none"> • Συλλέγουν, να καταγράφουν και να ταξινομούν δεδομένα • Πινακοποιούν δεδομένα (κατανομές συχνοτήτων σε ποσοστά ή απόλυτους αριθμούς απλών κατανομών, διαγραμμάτων και γραφικών αναπαραστάσεων όπως το εικονόγραμμα και το ραβδόγραμμα) • Μετατρέπουν προφορικές ή γραπτές περιγραφές δεδομένων σε γραφικές και αντίστροφα • Βρίσκουν το μέσο όρο δεδομένων 	Οι μαθητές να: <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα • Συλλέγουν δεδομένα μέσω ερευνών, μετρήσεων ή πειραμάτων και επεκτείνουν τους τρόπους οργάνωσης τους και σε πίνακες σχετικών συχνοτήτων • Κάνουν μετατροπές από μία μορφή αναπαράστασης δεδομένων σε μία άλλη • Επιχειρηματολογούν βασιζόμενοι στα δεδομένα • Προσδιορίζουν χαρακτηριστικές τιμές των δεδομένων (επικρατούσα τιμή, διάμεσο, μέση τιμή) και διερευνούν τα χαρακτηριστικά τους. 	Οι μαθητές να: <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με συνδυασμό διακριτών ποσοτικών και κατηγορικών δεδομένων • Συλλέγουν δεδομένα μέσω ερευνών, μετρήσεων ή πειραμάτων και τα οργανώνουν σε πίνακες σχετικών συχνοτήτων • Κατασκευάζουν διαγράμματα με σχετικές συχνότητες και απλά κυκλικά διαγράμματα • Διερευνούν πληροφορίες από κυκλικά διαγράμματα και εξάγουν συμπεράσματα • Περιγράφουν και προσδιορίζουν την επικρατούσα τιμή, το μέσο όρο, τη διάμεσο και το εύρος δεδομένων
Πρόγραμμα Σπουδών		Γυμνασίου:	Γ΄
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα		Ηλικιακός Κύκλος	
	Α.Π.Σ. 2003	Α.Π.Σ. 2011	Α.Π.Σ. 2021
Α΄ Τάξη Γυμνασίου		Οι μαθητές πρέπει να: <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα και αφορούν διαφορετικά χαρακτηριστικά 	Οι μαθητές πρέπει να: <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με συνεχή ποσοτικά δεδομένα από το

		<p>της περίπτωσης που εξετάζεται</p> <ul style="list-style-type: none"> • Συλλέγουν δεδομένα καθορίζοντας κριτήρια επιλογής και αιτιολογούν τις επιλογές τους. • Κατασκευάζουν απλά κυκλικά διαγράμματα και χρονοδιαγράμματα. • Επιλέγουν κατάλληλες μορφές αναπαράστασης και επιχειρηματολογούν για τις επιλογές τους. • Ερμηνεύουν πίνακες και στατιστικά διαγράμματα, καταλήγουν σε συμπεράσματα και κάνουν προβλέψεις. • Εικάζουν ή/και προσδιορίζουν τη διάμεσο, την επικρατούσα τιμή και τη μέση τιμή με βάση την αναπαράσταση των δεδομένων. • Χρησιμοποιούν τα μέτρα θέσης για να περιγράψουν δεδομένα, να κάνουν συγκρίσεις και να εξάγουν συμπεράσματα. • Περιγράφουν χαρακτηριστικά των δεδομένων που προκύπτουν από τις αναπαραστάσεις τους χρησιμοποιώντας ενδεχομένως και εκφράσεις όπως: εύρος, συστάδες δεδομένων, κενά, απόμακρη τιμή. • Εξηγούν χαρακτηριστικά των δεδομένων (όπως λόγοι ύπαρξης απόμακρων τιμών) ή πιθανούς λόγους για τη μεταβλητότητα των δεδομένων. 	<p>οικείο περιβάλλον τους.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Χαρακτηρίζουν δεδομένα που έχουν προκύψει από απογραφή σε έναν πληθυσμό ως κατηγορικά, διακριτά ή συνεχή ποσοτικά. • Κατασκευάζουν κυκλικά διαγράμματα για κατηγορικά δεδομένα. • Κατασκευάζουν ιστογράμματα συχνοτήτων ίσου πλάτους, με δεδομένο πλήθος κλάσεων για συνεχή ποσοτικά δεδομένα. • Επιλέγουν πληροφορίες από διαφορετικές αναπαραστάσεις ποσοτικών δεδομένων και να καταλήγουν σε συμπεράσματα. • Επιλέγουν κατάλληλες μορφές αναπαράστασης και να επιχειρηματολογούν για τις επιλογές τους. • Χρησιμοποιούν τα μέτρα θέσης για να περιγράψουν δεδομένα, να κάνουν συγκρίσεις και να εξάγουν συμπεράσματα. • Περιγράφουν χαρακτηριστικά των δεδομένων όπως το εύρος, η ύπαρξη πολλαπλών κορυφών και οι απόμακρες τιμές από ένα ιστόγραμμα συχνοτήτων. • Διερευνούν πιθανές ερμηνείες για χαρακτηριστικά των δεδομένων, όπως λόγοι ύπαρξης απόμακρων τιμών ή πιθανούς λόγους για τη μεταβλητότητα των δεδομένων.
Β΄ Τάξη Γυμνασίου	<p>Οι μαθητές να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Κατανοούν τις έννοιες πληθυσμός και δείγμα. • Κατανοήσουν τη χρησιμότητα των γραφικών παραστάσεων. • Αντλούν πληροφορίες από τις γραφικές παραστάσεις. • Κατασκευάζουν μια συγκεκριμένη 	<p>Οι μαθητές να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν το ευρύτερο κοινωνικό περιβάλλον και που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα από πραγματικές ή υποθετικές καταστάσεις. • Διακρίνουν τους πιθανούς τρόπους συλλογής δεδομένων(απογραφή – διαρκής καταγραφή – δειγματοληψία). • Κατασκευάζουν κυκλικά διαγράμματα και διαγράμματα 	<p>Οι μαθητές να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με απογραφικά χρονικά δεδομένα. • Συλλέγουν χρονικά δεδομένα που προκύπτουν από επαναλαμβανόμενες μετρήσεις κάποιου χαρακτηριστικού. • Κατασκευάζουν χρονοδιαγράμματα για χρονικά δεδομένα.

	<p>γραφική παράσταση των δεδομένων ενός πίνακα.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Παρουσιάζουν τα συμπεράσματα μιας έρευνας (κυκλικό διάγραμμα, χρονογράμμα). • Συντάσσουν πίνακα κατανομής συχνοτήτων. • Κατασκευάζουν την κατάλληλη γραφική παράσταση μιας κατανομής συχνοτήτων. • Ομαδοποιούν στατιστικά δεδομένα και να παριστάνουν ομαδοποιημένες κατανομές με διαγράμματα. • Παριστάνουν μια ομαδοποιημένη κατανομή με ιστόγραμμα. • Βρίσκουν τη μέση τιμή και τη διάμεσο μιας κατανομής. • Βρίσκουν τη μέση τιμή μιας ομαδοποιημένης κατανομής. • Βρίσκουν τις αθροιστικές συχνότητες μιας κατανομής και να σχεδιάζουν το πολύγωνο των αθροιστικών συχνοτήτων. • Βρίσκουν τη διάμεσο μιας ομαδοποιημένης κατανομής με τη βοήθεια του πολυγώνου των αθροιστικών συχνοτήτων. 	<p>διασποράς.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Αναγνωρίζουν ότι η συσχέτιση ανάμεσα σε δύο χαρακτηριστικά δεν είναι κατ' ανάγκη σχέση αιτίου αποτελέσματος. • Αναγνωρίζουν εσφαλμένους ή/και παραπλανητικούς τρόπους κατασκευής και παρουσίασης στατιστικών διαγραμμάτων που σχετίζονται με το εμβαδόν. • Εξετάζουν κριτικά στατιστικές έρευνες και ερμηνείες τους. • Διερευνούν ιδιότητες της μέσης τιμής 	<ul style="list-style-type: none"> • Κατασκευάζουν απλά θηκογράμματα χρησιμοποιώντας την «περίληψη πέντε αριθμών» για συνεχή ποσοτικά δεδομένα. • Επιλέγουν πληροφορίες από διαφορετικές αναπαραστάσεις συνεχών ποσοτικών και χρονικών δεδομένων και να καταλήγουν σε συμπεράσματα. • Εντοπίζουν παραδείγματα χρήσης στατιστικών διαγραμμάτων που μπορούν να οδηγήσουν σε εσφαλμένα συμπεράσματα και να παραπλανήσουν. • Να διερευνούν ιδιότητες της μέσης τιμής, όπως τη μεταβολή της όταν προστίθενται ή πολλαπλασιάζονται όλα τα δεδομένα με τον ίδιο αριθμό. • Να διερευνούν πώς επηρεάζονται η μέση τιμή και η διάμεσος από την ύπαρξη απόμακρων τιμών. • Να διερευνούν την έννοια της μεταβλητότητας χρησιμοποιώντας το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. • Να περιγράψουν δεδομένα με βάση την περίληψη των πέντε αριθμών: ελάχιστη τιμή, τεταρτημόρια και μέγιστη τιμή.
<p>Γ΄ Τάξη Γυμνασίου</p>		<p>Οι μαθητές να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Κατασκευάζουν ιστογράμματα • Αξιολογούν την αντιπροσωπευτικότητα ή μη ενός δείγματος. • Συνδυάζουν γνωστές μεθόδους και εργαλεία για να σχεδιάσουν και υλοποιήσουν 	<p>Οι μαθητές να:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν το ευρύτερο κοινωνικό περιβάλλον και απαντώνται με δεδομένα εκτός του οικείου περιβάλλοντός τους. • Αναγνωρίζουν την αναγκαιότητα της χρήσης

		<p>μικρές στατιστικές έρευνες.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Προσδιορίζουν τη μέση και την απόλυτη απόκλιση, για να περιγράψουν ποσοτικά τη μεταβλητότητα των δεδομένων και να κάνουν συγκρίσεις δεδομένων. 	<p>δείγματος και τη διαφορά του από τον πληθυσμό.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Χρησιμοποιούν απλή τυχαία δειγματοληψία για την επιλογή ενός αντιπροσωπευτικού δείγματος. • Αναγνωρίζουν τη δυνατότητα επαγωγικής εξαγωγής συμπερασμάτων για έναν γενικό πληθυσμό από ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα. • Αναγνωρίζουν τη μεταβλητότητα στατιστικών δεικτών μεταξύ δειγμάτων.
--	--	---	--

Από τη σύγκριση των δεδομένων των παραπάνω πινάκων προκύπτουν κάποιες γενικές διαπιστώσεις. Πρώτον, στα Α.Π.Σ. του 2011 και του 2021 προτείνεται η διδασκαλία της στατιστικής να ξεκινά αρκετά νωρίτερα από αυτό που προβλέπεται στο ισχύον πρόγραμμα σπουδών. Ειδικότερα, τίθενται στόχοι για τη διδασκαλία της στατιστικής από τον Α΄ ηλικιακό κύκλο (ο οποίος περιλαμβάνει και το νηπιαγωγείο), ενώ σύμφωνα με το ισχύον πρόγραμμα σπουδών οι μαθητές διδάσκονται τις πρώτες έννοιες της στατιστικής στη Δ΄ δημοτικού.

Δεύτερον, στο ισχύον πρόγραμμα δε γίνεται εμφανής η εξελικτική ανάπτυξη των περιεχομένων της στατιστικής και η σύνδεσή τους ανάμεσα στις τάξεις. Χαρακτηριστικό παράδειγμα του ισχύοντος προγράμματος σπουδών, αποτελεί η απουσία της διδασκαλίας της στατιστικής στην Α΄ και τη Γ΄ Γυμνασίου. Αντίθετα, στα δυο τελευταία προγράμματα σπουδών υπάρχει μια προβλεπόμενη πορεία ανάπτυξης της κατανόησης και της μάθησης συγκεκριμένων μαθηματικών στόχων. Αυτή η σημαντική διαφορά οφείλεται στον τρόπο σχεδιασμού και ανάπτυξης των σύγχρονων προγραμμάτων σπουδών σε σχέση με το παλαιότερο. Πιο συγκεκριμένα τα Α.Π.Σ. του 2011 και του 2021 έχουν δομηθεί σύμφωνα με τη λογική της τροχιάς μάθησης η οποία απαρτίζεται από τρία μέρη: Το μαθηματικό στόχο, ο οποίος αφορά στις μαθηματικές έννοιες και δεξιότητες που είναι αφενός μαθηματικά θεμελιώδεις και αφετέρου δημιουργοί μελλοντικής μάθησης. Την αναπτυξιακή διαδρομή, που αναφέρεται στα προοδευτικά επίπεδα σκέψης και τέλος τις διδακτικές δραστηριότητες ή έργα που αντιστοιχούν στα επίπεδα σκέψης της αναπτυξιακής διαδρομής και βοηθούν τους μαθητές να αναπτύξουν ανώτερα επίπεδα σκέψης.

Τέλος, σε κάθε νεότερο πρόγραμμα σπουδών παρατηρείται εμπλουτισμός του περιεχομένου της στατιστικής στο οποίο προστίθενται νέοι στόχοι διδασκαλίας δίνοντας έμφαση στη χρήση ψηφιακών εργαλείων. Η μεγαλύτερη διαφοροποίηση στο περιεχόμενο παρατηρείται μεταξύ των Α.Π.Σ. του 2003 και του 2011. Το Α.Π.Σ. του 2021 εκσυγχρονίζει το Α.Π.Σ. του 2011 θέτοντας επιπλέον εξειδικευμένους μαθησιακούς στόχους. Στο δημοτικό, για παράδειγμα, στη διαχείριση δεδομένων, προστίθεται η διδασκαλία του φυλλογράμματος για την αναπαράσταση δεδομένων, το οποίο συμβάλλει στη μετάβαση από το δημοτικό στο γυμνάσιο και στην κατανόηση του ιστογράμματος. Στο γυμνάσιο, η διδασκαλία του θηκογράμματος, παράλληλα με την εισαγωγή νέων εννοιών, όπως το ενδοτεταρτημοριακό εύρος για τη μελέτη και την κατανόηση της μεταβλητότητας.

1.7 Ο ρόλος των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας στη διδασκαλία της Στατιστικής

Η επίδραση της τεχνολογίας στην πρακτική της στατιστικής είναι αδιαμφισβήτητη, ενώ εξίσου ισχυρός είναι ο αντίκτυπος της χρήσης των Τ.Π.Ε. στη στατιστική εκπαίδευση. Το NCTM αναφέρει ότι « η ύπαρξη, η ευελιξία και η δύναμη της τεχνολογίας καθιστά εφικτή και απαραίτητη την επανεξέταση για το τί πρέπει να μαθαίνουν οι μαθητές καθώς και το πώς μπορούν να το μάθουν». Πιο συγκεκριμένα στην έκθεση αξιολόγησης GAISE Pre K – 12, αναφέρεται ότι: « η πρόοδος στην τεχνολογία και τις σύγχρονες μεθόδους ανάλυσης δεδομένων της δεκαετίας του 1980, σε συνδυασμό με τον πλούτο των δεδομένων στην εποχή της πληροφορίας, οδήγησε στην ανάπτυξη υλικού προγράμματος σπουδών προσανατολισμένο προς την εισαγωγή στατιστικών εννοιών στο σχολικό πρόγραμμα από τις τάξεις του δημοτικού» (Franklin & Garfield, The Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) project: Developing statistics education guidelines for pre K-12 and college courses, 2007). Ομοίως, η έκθεση GAISE College Report συνιστά την άμεση χρήση της τεχνολογίας για την ανάπτυξη της κατανόησης των στατιστικών εννοιών στα εισαγωγικά μαθήματα στατιστικής. Ο Moore (1997), πρότεινε μεταξύ άλλων τη μεταρρύθμιση της στατιστικής εκπαίδευσης βασισμένη στη συνέργεια του περιεχομένου της στατιστικής, της παιδαγωγικής και τη χρήση της τεχνολογίας. Υπενθύμισε ωστόσο ότι πρέπει να γίνεται σωστή επιλογή τεχνολογίας η οποία θα ενισχύει τη μάθηση των μαθητών αντί να χρησιμοποιούν

λογισμικό στατιστικολόγων το οποίο μπορεί να μην είναι εκπαιδευτικό τονίζοντας ότι «διδάσκουμε το θέμα μας (στατιστικές έννοιες) και όχι το εργαλείο».

Η ραγδαία ανάπτυξη των Τ.Π.Ε. τις τελευταίες δεκαετίες οδήγησε στη δημιουργία πολλών τεχνολογικών εργαλείων με επίκεντρο τα στοχαστικά μαθηματικά. Οι τύποι των τεχνολογιών που χρησιμοποιούνται σήμερα στη στατιστική, μπορούν να χωριστούν σε διάφορες κατηγορίες: στατιστικά πακέτα λογισμικού, εκπαιδευτικά λογισμικά, υπολογιστικά φύλλα, μικροεφαρμογές / αυτόνομες εφαρμογές, υλικά πολυμέσων και άλλα. Ειδικότερα για τη διδακτική της στατιστικής στη πρωτοβάθμια και τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, η ενσωμάτωση τους στα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια, έχει στόχο να εισάγει τους μαθητές από μικρή ηλικία στις έννοιες της στατιστικής και των πιθανοτήτων. Ορισμένα από τα πλεονεκτήματα της χρήσης τους είναι (Chance κ.ά. ,2007):

- *Οι αυτοματισμοί στις πράξεις:* Μειώνοντας το χρόνο εκτέλεσης μαθηματικών πράξεων αυξάνεται ο χρόνος εστίασης στην κατανόηση των στατιστικών εννοιών.
- *Έμφαση στην εξερεύνηση δεδομένων:* Ενισχύεται η ικανότητα των μαθητών να παράγουν πολλά γραφήματα εύκολα και γρήγορα εξετάζοντας πολλαπλές αναπαραστάσεις
- *Οπτικοποίηση αφηρημένων εννοιών:* Η τεχνολογία επιτρέπει την οπτικοποίηση στατιστικών εννοιών και διαδικασιών. Οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να εξερευνήσουν και να «βλέπουν» στατιστικές ιδέες τις οποίες οι διδάσκοντες έχουν τη δυνατότητα να παρουσιάσουν καλύτερα. Για παράδειγμα, ο δάσκαλος μπορεί να επιλέξει μια μεμονωμένη παρατήρηση και να τη «σύρει» παρατηρώντας άμεσα τα αποτελέσματα στο γράφημα και τους αριθμητικούς υπολογισμούς
- *Προσομοιώσεις ως παιδαγωγικό εργαλείο:* Η τεχνολογία μπορεί να παίξει σημαντικό ρόλο στη βελτίωση της ικανότητας των μαθητών να μελετούν τυχαίες διαδικασίες και στατιστικές έννοιες παρέχοντας τους εύκολη πρόσβαση στη προβολή και το σχεδιασμό προσομοιώσεων. Αυτά τα εργαλεία επιτρέπουν στους μαθητές να απαντήσουν «τι θα συμβεί αν αυτό επαναληφθεί πολλές φορές» μέσω άμεσης παρατήρησης.
- *Διερεύνηση προβλημάτων της καθημερινής ζωής:* Μια από τις πιο σημαντικές ιδιότητες της χρήσης της τεχνολογίας είναι η ευκολία με την οποία ανακτώνται δεδομένα από τον πραγματικό κόσμο, συνήθως από το διαδίκτυο

και τις βάσεις δεδομένων. Δίνεται με αυτόν τον τρόπο η ευκαιρία στους μαθητές να επεξεργαστούν «ακατάστατα» δεδομένα, να ταξινομήσουν, να αναλύσουν, να εξάγουν συμπεράσματα και να διερευνήσουν δικά τους ερωτήματα με δεδομένα που άπτονται του ενδιαφέροντός τους. Η διαδικασία αυτή βοηθά στην καλύτερη κατανόηση της πρακτικής της στατιστικής (Benzvi & Garfield, 2004).

Συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν οι σκοποί της Στατιστικής εκπαίδευσης και πραγματοποιήθηκε μια σύντομη ιστορική αναδρομή της εξέλιξης της. Η Στατιστική Εκπαίδευση θέτει σε πρώτο επίπεδο, ως μαθησιακό στόχο για την υποχρεωτική εκπαίδευση, το στατιστικό γραμματισμό των μαθητών, φιλοδοξώντας να παρέχει τις βασικές στατιστικές δεξιότητες που είναι κρίσιμες για την κατανόηση και τη διαχείριση του μεγάλου όγκου πληροφοριών και δεδομένων που χαρακτηρίζει τη σύγχρονη εποχή. Σε δεύτερο επίπεδο, στοχεύει στην ανάπτυξη του στατιστικού συλλογισμού και της στατιστικής σκέψης, που βοηθούν στη λήψη αποφάσεων που βασίζονται στην κριτική ανάλυση των δεδομένων, την ερμηνεία αποτελεσμάτων και την εξαγωγή συμπερασμάτων.

Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε η παρουσίαση και η συνοπτική συγκριτική ανάλυση των αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών των τελευταίων δυο δεκαετιών. Το 2003 δημοσιεύτηκαν τα Δ.Ε.Π.Π.Σ. - Α.Π.Σ. τα οποία είναι τα ισχύοντα αναλυτικά προγράμματα σπουδών. Το 2011 και το 2021, ακολουθώντας τις εξελίξεις στον τομέα της Στατιστικής Εκπαίδευσης, δημοσιεύονται δυο ακόμα Α.Π.Σ. τα οποία παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές με το ισχύον πρόγραμμα σπουδών. Σημειώνεται σημαντικός εμπλουτισμός της ύλης της Στατιστικής η οποία απλώνεται σε όλες τις τάξεις ξεκινώντας από την Α' Δημοτικού σε αντίθεση με το ισχύον Π.Σ., όπου οι πρώτες έννοιες της Στατιστικής διδάσκονται στη Δ' Δημοτικού.

Τέλος παρουσιάστηκε το πλαίσιο της έκθεσης GAISE II, το οποίο χρησιμοποιήθηκε σε αυτήν την εργασία, για να διερευνήσει το στατιστικό περιεχόμενο και το επίπεδο ανάπτυξης του στατιστικού γραμματισμού των έργων στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια και τετράδια εργασιών της υποχρεωτικής εκπαίδευσης.

Κεφάλαιο 2: Σχολικά εγχειρίδια Μαθηματικών

Εισαγωγή

Το σχολικό εγχειρίδιο είναι αναπόσπαστο κομμάτι της καθημερινής σχολικής πραγματικότητας των μαθητών και των εκπαιδευτικών. Θεωρείται ως η βάση της εκπαιδευτικής διαδικασίας, καθώς είναι το πιο σύνηθες εκπαιδευτικό υλικό που χρησιμοποιείται στην τάξη και περιέχει τη διδακτέα ύλη κάθε μαθήματος, η οποία ορίζεται από τα αναλυτικά προγράμματα σπουδών.

Στις ενότητες αυτού του κεφαλαίου αρχικά επιχειρείται η αποσαφήνιση του όρου «σχολικό εγχειρίδιο», και παρουσιάζονται τα κύρια χαρακτηριστικά του. Στη συνέχεια, γίνεται αναφορά στις λειτουργίες και τον πολλαπλό ρόλο που διαδραματίζουν στην εκπαιδευτική διαδικασία. Παρουσιάζεται η βιβλιογραφική ανασκόπηση των ερευνών που σχετίζονται με την ανάλυση των έργων των σχολικών εγχειριδίων των Μαθηματικών και γίνεται αναφορά στις μαθηματικές πρακτικές υπό το πρίσμα της στατιστικής.

2.1 Σχολικά εγχειρίδια

Τα σχολικά εγχειρίδια βρίσκονται στο επίκεντρο αυτής της εργασίας, επομένως κρίνεται σκόπιμο να αποσαφηνιστεί η σχετική ορολογία. Ο Stray (όπως αναφέρεται στο Johnsen, 2001), επισημαίνει τη διαφορά μεταξύ των όρων «σχολικό εγχειρίδιο» και «σχολικό βιβλίο». Το σχολικό εγχειρίδιο, όπως αναφέρει, είναι ένα βιβλίο ειδικά σχεδιασμένο για να παρέχει στους μαθητές μια έγκυρη παιδαγωγική έκδοση ενός πεδίου γνώσης. Μεταφέρει πληροφορίες εμπριέχοντας παιδαγωγικά στοιχεία με στόχο τη μάθηση ή τη διδασκαλία ενός αντικειμένου. Το σχολικό βιβλίο χρησιμοποιείται και αυτό στη διδασκαλία, αλλά συνδέεται λιγότερο στενά με παιδαγωγικές ακολουθίες. Ο Ξωχέλλης (2009), συμφωνεί με αυτόν τον διαχωρισμό αναφέροντας επιπλέον ότι το «σχολικό εγχειρίδιο» προσφέρει μια πλήρη και συστηματική εικόνα ενός γνωστικού αντικειμένου, ενώ το «σχολικό βιβλίο» έχει μεγαλύτερο σημασιολογικό εύρος και συμπεριλαμβάνει και άλλους συγγενείς όρους όπως «διδασκτικό εγχειρίδιο», «βιβλίο μαθητή» και άλλους. Ο Ματσαγγούρας (2006), αναφερόμενος στους όρους «σχολικά εγχειρίδια» και «διδασκτικά εγχειρίδια» θεωρεί ότι δεν ταυτίζονται. Σύμφωνα με τον ίδιο, ο ευρύτερος όρος «σχολικά εγχειρίδια» αναφέρεται στο σύνολο των βιβλίων που έχουν συγγραφεί ειδικά για να στηρίζουν τη διδασκαλία των μαθημάτων του Π.Σ. και απευθύνονται άλλα στους μαθητές και άλλα στους εκπαιδευτικούς, όπως το «βιβλίο δασκάλου». Από την άλλη, τα «διδασκτικά εγχειρίδια» είναι στενότερος όρος και αναφέρεται μόνο στα βιβλία και τα

βιβλιοτετράδια ασκήσεων των επιμέρους μαθημάτων που απευθύνονται στους μαθητές.

Διαπιστώνεται ότι υπάρχει πολυφωνία ορισμών για την απόδοση της έννοιας του βιβλίου που προορίζεται για σχολική χρήση: σχολικά βιβλία, σχολικά εγχειρίδια, διδακτικά βιβλία,, διδακτικά εγχειρίδια και άλλα. Σύμφωνα με τους Καψάλη και Χαραλάμπους (1995), ο επικρατέστερος όρος είναι «σχολικά εγχειρίδια» (textbooks) και αφορά στα βιβλία που έχουν την έγκριση του Υπουργείου Παιδείας, εκδίδονται και προορίζονται για χρήση στη διδασκαλία διακριτών γνωστικών αντικειμένων, όπως καθορίζονται από τα Π.Σ. σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης.

Παρόλο που δεν συμπίπτουν οι σημασίες όλων των παραπάνω όρων, στην παρούσα εργασία, θα χρησιμοποιείται ο όρος «σχολικό εγχειρίδιο» και θα αναφέρεται στο βασικό σχολικό εγχειρίδιο που είναι το βιβλίο του μαθητή.

Το σχολικό εγχειρίδιο διαδραματίζει κεντρικό ρόλο στη διαδικασία της διδασκαλίας και είναι αναπόσπαστο κομμάτι της παιδαγωγικής πρακτικής στην τάξη. Έχει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά που το διαφοροποιούν από τα άλλα βιβλία όπως α) τον τίτλο, που συνήθως περιλαμβάνει το όνομα της επιστήμης που μελετά, β) τα ονόματα της συγγραφικής ομάδας, συνήθως τους ειδικούς της επιστήμης, εικονογράφους, παιδαγωγούς κ.ά., γ) την τάξη, που προσδιορίζει τη βαθμίδα στην οποία απευθύνεται δ) το αναγνωστικό κοινό, μαθητές ή καθηγητές/δάσκαλοι και ε) το όνομα του εκδοτικού οίκου.

Η δομή των σχολικών εγχειριδίων έχει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Τα κυριότερα από αυτά σύμφωνα με τους Καψάλη και Χαραλάμπους (2008) είναι:

1. Η παρουσίαση της ύλης

Το εκτενέστερο και πιο σημαντικό στοιχείο ενός σχολικού εγχειριδίου είναι η παρουσίαση της ύλης. Αποτελεί τη βάση της μάθησης κατά τη χρήση του τόσο στο σχολείο όσο και στο σπίτι. Ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζεται η ύλη μπορεί να γίνει με διάφορα μέσα όπως α) το κείμενο, β) η εικονογράφηση, γ) τα στοιχεία συνοπτικής παρουσίασης, δ) οι πηγές, ε) οι περιγραφές πειραμάτων και στ) τα επιστημονικά σύμβολα και οι τύποι.

2. Τα Στοιχεία ή μέλη εντύπωσης

Είναι τα σημαντικότερα τμήματα της ύλης τα οποία πρέπει να εντυπωθούν από τους μαθητές/τριες. Συνήθως, διακρίνονται από τη ξεχωριστή θέση που

βρίσκονται στη σελίδα των σχολικών εγχειριδίων και εμπεριέχουν με συντομία και μεγάλη γενικότητα έννοιες, ορισμούς, νόμους κ.ά.

3. Εργασίες και ασκήσεις

Συνήθως, δίνονται με τη μορφή προβλημάτων, διερευνητικών δραστηριοτήτων, ερωτήσεων κ.ά. Συντελούν στην εμπέδωση της διδακτέας ύλης και κατευθύνουν τη διδασκαλία προς συγκεκριμένους διδακτικούς στόχους.

4. Οδηγίες για τον τρόπο εργασίας

Οι οδηγίες αυτές καθοδηγούν τους μαθητές/τριες για την εκτέλεση σύνθετων εργασιών. Μπορεί να περιλαμβάνουν οδηγίες πειραμάτων, μεθοδολογίες επίλυσης ασκήσεων, οδηγίες κατασκευών κλπ. Συνήθως αποτελούνται από α) τη διατύπωση του στόχου της δραστηριότητας, β) τον καθορισμό των μέσων εργασίας γ) τον καθορισμό των σταδίων και των βημάτων και δ) τον καθορισμό των κριτηρίων αξιολόγησης του αποτελέσματος.

5. Χρηστικές διευκολύνσεις

Είναι τα στοιχεία της δομής του σχολικού εγχειριδίου που βοηθούν το μαθητή να εντοπίζει τις πληροφορίες που θέλει. Τέτοια στοιχεία είναι οι επικεφαλίδες, τα σύμβολα, οι παραπομπές, οι κατάλογοι ονομάτων, αλλά το σημαντικότερο είναι ο πίνακας περιεχομένων.

2.2 Η σημασία και ο ρόλος των σχολικών εγχειριδίων των μαθηματικών

Το σχολικό εγχειρίδιο κατέχει δεσπόζουσα θέση στις ελληνικές σχολικές αίθουσες, καθώς είναι το βασικό εκπαιδευτικό υλικό που χρησιμοποιείται στην εκπαιδευτική διαδικασία στη χώρα μας (Ξωχέλλης, 2005). Σε διεθνές επίπεδο, ιδιαίτερα για τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών οι Fan κ.ά. (2013) υποστηρίζουν ότι αποτελούν τη βάση της διδασκαλίας εντονότερα από οποιοδήποτε άλλο γνωστικό αντικείμενο. Το σχολικό εγχειρίδιο θεωρείται ο ενδιάμεσος κρίκος ανάμεσα στο αναλυτικό πρόγραμμα και την παιδαγωγική πρακτική στην τάξη (Καφούση κ.ά., 2009) και αποτελεί την έντυπη παρουσίαση της διδακτέας ύλης ενός μαθήματος για μια συγκεκριμένη σχολική βαθμίδα (Ξωχέλλης, 2005). Επιτελεί έναν πολυδιάστατο ρόλο, όπως έχει τονιστεί από την Κολέζα (2009) αφού συνοπτικά:

- Καθοδηγεί τη διδασκαλία προσδιορίζοντας το περιεχόμενο που θα διδαχθεί

- Υποδεικνύει την οργάνωση του μαθηματικού περιεχομένου. Η σειρά με την οποία διδάσκονται οι ενότητες συνήθως ταυτίζεται με τη διάρθρωση των ενοτήτων του εγχειριδίου
- Δομεί το τι θεωρείται «Μαθηματικά» και τι «γνωρίζω μαθηματικά»
- Χρησιμεύει ως πηγή ιδεών σχετικά με το τρόπο διδασκαλίας του περιεχομένου
- Καθορίζει τη «σημαντική γνώση» σε μια ενότητα
- Επιλέγει τι θα αξιολογηθεί άμεσα ή έμμεσα
- Μεταφέρει πληροφορίες στους γονείς των μαθητών για το τι συμβαίνει στην τάξη
- Καθορίζει σε μεγάλο ποσοστό τις ευκαιρίες μάθησης των μαθητών/τριών (Wijaya κ.ά, 2015)
- Αποτελεί ιστορική καταγραφή του περιεχομένου της μαθηματικής εκπαίδευσης

Καθοριστικός είναι ο ρόλος των σχολικών εγχειριδίων των μαθηματικών και ως προς τα μαθησιακά αποτελέσματα σύμφωνα με τις έρευνες των Van den Ham & Heinze (2018) και Sievert κ.ά. (2021). Στις μελέτες τους, εξέτασαν την επίδραση της χρήσης διαφορετικών σχολικών εγχειριδίων στις επιδόσεις των μαθητών. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι υπήρξαν σημαντικές διαφορές στις επιδόσεις των μαθητών. Συνεπώς, όπως αναφέρουν, τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών μπορεί να είναι ένα εργαλείο που διευκολύνει ή να δυσχεραίνει τη μάθηση.

Οι Καψάλης & Χαραλάμπους (2008), ορίζουν τις λειτουργίες των σχολικών εγχειριδίων ως προγραμματισμένες μορφές αξιοποίησης των δυνατοτήτων που προσφέρονται από τα σχολικά εγχειρίδια κατά τη διδασκαλία. Οι λειτουργίες αυτές δεν είναι σταθερές, αλλά μεταβάλλονται ανάλογα με τις εκπαιδευτικές συνθήκες, το σκοπό της εκπαίδευσης, τη μέθοδο διδασκαλίας κ.ά. Συστηματικές επισκοπήσεις των λειτουργιών των σχολικών εγχειριδίων έχουν πραγματοποιηθεί στο παρελθόν (Καψάλης & Χαραλάμπους, 1995· Mikk, 2000· Μπονίδης, 2004). Οι κυριότερες λειτουργίες σύμφωνα με τους παραπάνω είναι:

1. Να παρουσιάζουν την πραγματικότητα στους μαθητές/τριες. Τα σχολικά εγχειρίδια παρουσιάζουν πληροφορίες και γνώσεις αποσκοπώντας στη μάθηση. Η παρουσίαση των πληροφοριών επιτυγχάνεται με τρεις τρόπους α) την πρακτική παρουσίαση, μέσω ενεργειών, πράξεων και δραστηριοτήτων, β) την εικονική παρουσίαση, μέσω σχεδιαγραμμάτων,

εικόνων και γραφικών παραστάσεων και γ) τη συμβολική παρουσίαση, μέσω συμβολικών και λογικών προτάσεων

2. Να συστηματοποιεί τις πληροφορίες και να πραγματοποιεί συνδέσεις μεταξύ διαφορετικών γνωστικών αντικειμένων.
3. Να καθοδηγεί τη διαδικασία της διδασκαλίας. Για τους εκπαιδευτικούς, εκτός από την εξοικονόμηση χρόνου για την προετοιμασία της διδασκαλίας, παρέχεται σημαντική βοήθεια ως προς τη μεθοδολογία και τις στρατηγικές μάθησης. Για του μαθητές, μέσα από τις μαθησιακές δραστηριότητες δίνεται η ευκαιρία κατάκτησης της γνώσης αλλά και της αυτοαξιολόγησης.
4. Να δραστηριοποιεί τα κίνητρα μάθησης. Ένα καλό σχολικό εγχειρίδιο θα πρέπει να ενεργοποιεί τα κίνητρα προσέγγισης, τα οποία ενθαρρύνουν την περιέργεια και την φυσική τάση των μαθητών για εξερεύνηση. Από την άλλη, η απουσία κινήτρων οδηγεί σε χαμηλά εκπαιδευτικά επιτεύγματα.
Μικκ2000
5. Να διαφοροποιεί τη σχολική εργασία. Η διαφοροποίηση των δραστηριοτήτων που προσφέρονται από τα σχολικά εγχειρίδια μπορεί να ωθήσει τους εκπαιδευτικούς σε ποικίλες μορφές διδασκαλίας. Επιπροσθέτως, καλύπτοντας μεγάλο εύρος δυσκολιών, το σχολικό εγχειρίδιο ανταποκρίνεται στις δυνατότητες όλων των μαθητών/τριών.
6. Να προσφέρει ασκήσεις επανάληψης, εμπέδωσης και αξιολόγησης με σκοπό τον έλεγχο του βαθμού κατάκτησης της γνώσης.
7. Να συμβάλλει στην κοινωνικοποίηση των μαθητών. Ως κοινωνικά προϊόντα και φορείς ιδεολογίας, τα σχολικά εγχειρίδια επιδρούν στις στάσεις, στις αντιλήψεις, στις αξίες και τις νόρμες των μαθητών (Καψάλης & Χαραλάμπους, 1995).

Οι λειτουργίες των σχολικών εγχειριδίων συνδράμουν στις προσπάθειες των διδασκόντων για τη μεθόδευση της διδασκαλίας με σκοπό την αποτελεσματικότερη μάθηση.

2.3 Διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια

Η ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας τις τελευταίες δεκαετίες έχει επιφέρει επαναστατικές αλλαγές στη σύγχρονη καθημερινότητα, επηρεάζοντας όλο το φάσμα των ανθρώπινων δραστηριοτήτων. Η εύκολη πρόσβαση και η συνεχώς αυξανόμενη

χρήση του διαδικτύου και των Τ.Π.Ε. έχουν επιφέρει μεταβολές και στον τομέα της εκπαίδευσης. Η ψηφιακή τεχνολογία, με έμφαση στην παιδαγωγική διάσταση, έχει συμβάλει στον εκσυγχρονισμό των σχολικών εγχειριδίων, προσφέροντας τους νέες δυνατότητες (Ιωακειμίδου & Παπαδημητρίου, 2018)

Το ψηφιακό βιβλίο ή ηλεκτρονικό βιβλίο (e-book) είναι βιβλίο σε ψηφιακή μορφή το οποίο διαβάζεται από ηλεκτρονικές συσκευές, όπως τον ηλεκτρονικό υπολογιστή, το κινητό τηλέφωνο (smartphone) κ.ά. Δεν είναι απαραίτητο να υπάρχει και σε έντυπη μορφή, αν και μπορεί να διατίθεται και σε έντυπη ή να αποτελεί ψηφιοποιημένη έκδοση ενός έντυπου βιβλίου (Ιωακειμίδου & Παπαδημητρίου, 2018). Σύμφωνα με το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο «δεν έχει απλώς την έννοια της ψηφιακής έκδοσης ενός συμβατικού βιβλίου αλλά νοείται ως το δυναμικό διαδραστικό μέσο μάθησης που λειτουργεί ως πολυμεσικό εργαλείο γνώσης». Στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα τα πρώτα ηλεκτρονικά βιβλία εκδόθηκαν το 2006 και ήταν απλώς πιστά αντίγραφα των έντυπων σχολικών εγχειριδίων. Το 2010 στα πλαίσια του «Νέου Σχολείου» και με εφιαλτήριο τα νέα προγράμματα σπουδών, ξεκίνησε ο εμπλουτισμός των ήδη ψηφιοποιημένων σχολικών εγχειριδίων με περεταίρω υλικό και έτσι εξελίχθηκαν σε διαδραστικό υλικό.

Τα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, είναι τα ψηφιακά σχολικά εγχειρίδια εμπλουτισμένα με διαδραστικά αντικείμενα, που επιτρέπουν την αμφίδρομη επικοινωνία του χρήστη με το εγχειρίδιο. Η συσχέτιση αυτών των μαθησιακών αντικειμένων με τους στόχους των Π.Σ. και η διασύνδεσή τους στις αντίστοιχες ενότητες της ψηφιακής μορφής των σχολικών εγχειριδίων, είχε ευρεία αποδοχή από τη μαθητική και εκπαιδευτική κοινότητα (Μεγάλου & Κακλαμάνης, 2018).

Μόλις μια δεκαετία έχει περάσει από την εμφάνιση των διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων. Τα τελευταία χρόνια έχουν ήδη διενεργηθεί αρκετές έρευνες σχετικά με τη χρήση τους σε εκπαιδευτικό πλαίσιο. Οι Hwang και Lai (2017), διαπίστωσαν ότι οι μαθητές του δημοτικού, βρίσκουν ελκυστικότερο και πιο εύχρηστο το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο από το παραδοσιακό βιβλίο. Μια άλλη έρευνα των Jang, Yi, & Shin, (2016), ανέφερε ότι τα διαδραστικά εγχειρίδια των μαθηματικών, των φυσικών επιστημών, της λογοτεχνίας αλλά και των κοινωνικών σπουδών, έχουν σημαντική επίδραση στα μαθησιακά κίνητρα των μαθητών. Ως προς την επίδραση των διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων στα μαθησιακά αποτελέσματα των

μαθητών/τριών οι Wijaya κ.ά. (2022) σε μια μετα-ανάλυση που πραγματοποίησαν διαπίστωσαν ότι υπάρχει θετική επίδραση και μάλιστα η επίδραση αυξάνεται ανάλογα με το πόσο πρόσφατη είναι η έκδοση των εγχειριδίων.

Ανεξάρτητα από τη μορφή τους, τα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών πρέπει να εξυπηρετούν τους μαθησιακούς στόχους που θέτουν τα Α.Π.Σ. Το περιεχόμενό τους πρέπει να ευνοεί τις νοητικές διεργασίες που εμπλέκονται στην ανάπτυξη της γνώσης και της κατανόησης. Για το σκοπό αυτό στο νέο πρόγραμμα σπουδών του 2021 αναπτύσσονται οι μαθηματικές πρακτικές που θα αναλυθούν στη συνέχεια.

2.4 Μαθηματικές πρακτικές υπό το πρίσμα της Στατιστικής

Οι μαθηματικές πρακτικές είναι πρότυπα δράσης που επικεντρώνονται στην ανάπτυξη του συλλογισμού και της οικοδόμησης της μαθηματικής επικοινωνίας. Το 2010 το CCSSM (Common Core State Standards for Mathematics) αναπτύχθηκε για να παρέχει ένα κοινό πλαίσιο για τη μαθηματική εκπαίδευση στις Ηνωμένες Πολιτείες, διατυπώνοντας οχτώ μαθηματικές πρακτικές. Οι μαθηματικές πρακτικές που διατυπώθηκαν είχαν ως στόχο την προαγωγή της βαθύτερης κατανόησης των μαθηματικών εννοιών, την κριτική σκέψη, την εφαρμογή μαθηματικών συλλογισμών και την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων του πραγματικού κόσμου. Το νέο πρόγραμμα σπουδών του 2021 ευθυγραμμίζεται με τα πρότυπα δράσης του CCSSM ενσωματώνοντας τις παρακάτω μαθηματικές πρακτικές:

1) Κατανόηση προβλήματος και επιμονή στην επίλυσή τους.

Αναφέρεται στην κατανόηση της λογικής του προβλήματος και την επίλυσή του. Οι μαθητές επινοούν διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης, αξιολογούν την πρόοδό τους, αναλύουν τα λάθη τους και ελέγχουν τις απαντήσεις τους. Η εμπλοκή των μαθητών σε αυτή τη διαδικασία τους βοηθά να κατασκευάσουν προοδευτικά τη μαθηματική γνώση εμβαθύνοντας εννοιολογικά σε αυτή και συνειδητοποιώντας τη λειτουργική της αξία. Επιπλέον, η διατύπωση ή η κατασκευή προβλημάτων που διαμορφώνουν οι ίδιοι οι μαθητές ενισχύει το επίπεδο δημιουργικότητας και ενεργής συμμετοχής στη διδασκαλία των μαθηματικών.

2) Ποσοτική και αφηρημένη συλλογιστική.

Σχετίζεται με την ικανότητα των μαθητών να διαχειρίζονται μαθηματικά σύμβολα, να κατανοούν το πλαίσιο του προβλήματος και να πραγματοποιούν ποσοτικούς συλλογισμούς.

Η ποσοτική και αφηρημένη συλλογιστική ουσιαστικά σημαίνει μετακίνηση από το πλαίσιο του προβλήματος προς τα μαθηματικά ή και αντίστροφα.

3) Ανάπτυξη ορθών επιχειρημάτων και κριτική στους συλλογισμούς άλλων.

Σχετίζεται με την ικανότητα των μαθητών να χρησιμοποιούν ορισμούς, προηγούμενα αποτελέσματα και παραδοχές για να κτίσουν επιχειρήματα. Επικοινωνούν τα επιχειρήματά τους με συνοχή και σαφήνεια και αξιολογούν τα επιχειρήματα άλλων ως προς την εγκυρότητά τους. Η από κοινού δημιουργία νοήματος επιτρέπει τη συνεργασία, τη βαθύτερη κατανόηση εννοιών και διαδικασιών, καθώς και την αποσαφήνιση ιδεών και επιχειρημάτων.

4) Μοντελοποίηση προβλημάτων

Στην μοντελοποίηση εφαρμόζονται τα μαθηματικά για την ανάλυση και αναπαράσταση καταστάσεων του πραγματικού κόσμου. Η μοντελοποίηση περιλαμβάνει και τη βελτίωση δραστηριοτήτων που έχουν δημιουργήσει οι ίδιοι οι μαθητές. Κατά τη δημιουργία μαθηματικών μοντέλων μπορούν να χρησιμοποιούνται ψηφιακά εργαλεία για δημιουργία υποθέσεων, διερεύνηση συνεπειών και έλεγχο προβλέψεων με βάση τα δεδομένα. Η μαθηματική μοντελοποίηση βοηθάει στη γεφύρωση του χάσματος μεταξύ Μαθηματικών και πραγματικής ζωής και δημιουργεί κίνητρα για την ενασχόληση με τα Μαθηματικά καθώς τους προσδίδει το ρόλο περιγραφής και κατανόησης πραγματικών καταστάσεων.

5) Στρατηγική χρήση κατάλληλων εργαλείων.

Αναφέρεται στην επιλογή και χρήση κατάλληλων χειραπτικών ή ψηφιακών εργαλείων για την επίλυση προβλημάτων. Η χρήση τεχνουργημάτων προσφέρει ευκαιρίες αποτελεσματικής διατύπωσης και διερεύνησης προβλημάτων, κατάλληλης αναπαράστασης μαθηματικών ιδεών ή και μοντελοποίησης. Μέσω της μετάβασης από ένα σύστημα αναπαράστασης σε ένα άλλο και αντίστροφα, οι μαθητές αναγνωρίζουν τις σχέσεις και πραγματοποιούν συνδέσεις μεταξύ συστημάτων που βοηθούν στην κατάκτηση της γνώσης.

6) Έμφαση στην ακρίβεια

Δίνεται έμφαση στην ορθή διατύπωση της μαθηματικής ορολογίας και απαιτεί σαφήνεια στις διατυπώσεις κατά τη μαθηματική επικοινωνία.

7) Αναζήτηση και χρήση της δομής των Μαθηματικών.

Αναφέρεται στον εντοπισμό μοτίβων, σχέσεων και δομών των μαθηματικών, που χρησιμοποιούνται από τους μαθητές για την επίλυση προβλημάτων. Επίσης χρησιμοποιούνται για να κάνουν συνδέσεις μεταξύ διαφορετικών τομέων των μαθηματικών.

8) Αναζήτηση και έκφραση της κανονικότητας σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό.

Σχετίζεται με την ικανότητα της παρατήρησης επαναλαμβανόμενων μαθηματικών διαδικασιών και τη γενίκευσή τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση της Στατιστικής με τα Μαθηματικά αλλά ταυτόχρονα αναγνωρίζοντας τις διαφορές μεταξύ τους, η Αμερικανική Στατιστική Ένωση στην ετήσια έκθεση του 2015, παρουσίασε τις μαθηματικές πρακτικές υπό το πρίσμα της Στατιστικής (Franklin, et al., 2015).

1) Κατανόηση προβλήματος και επιμονή στην επίλυσή τους.

Οι μαθητές με στατιστική επάρκεια κατανοούν πως να υλοποιούν τις τέσσερις φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος: διατύπωση ερευνητικών ερωτημάτων, συλλογή δεδομένων, ανάλυση δεδομένων και ερμηνεία αποτελεσμάτων. Στην πράξη αυτές οι φάσεις είναι αλληλένδετες, επομένως πρέπει οι μαθητές να αναρωτιούνται συνεχώς για τον τρόπο συσχέτισής τους. Πρέπει να ρωτούν για παράδειγμα

- Μπορούν να απαντηθούν τα ερευνητικά ερωτήματα με τα δεδομένα;
- Το σχέδιο συλλογής δεδομένων, θα συγκεντρώσει κατάλληλα δεδομένα ώστε να μετρηθούν οι μεταβλητές για την αντιμετώπιση του στατιστικού ερωτήματος;
- Το σχέδιο συλλογής δεδομένων παρέχει δεδομένα που επιτρέπουν τη γενίκευση των αποτελεσμάτων σε έναν πληθυσμό ή την εξαγωγή συμπερασμάτων αιτίου και αποτελέσματος;
- Ποιος είναι ο κατάλληλος τρόπος ανάλυσης δεδομένων για τα δεδομένα;
- Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων δίνει σαφείς απαντήσεις στα ερευνητικά ερωτήματα;

Οι μαθητές πρέπει να προσαρμόζουν και να ρυθμίζουν κάθε φάση όσο χρειαστεί κατά τη διάρκεια επίλυσης ενός προβλήματος για να φτάσουν σε μια επαρκή ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Επιπροσθέτως, πρέπει να ασκούν κριτική και να αξιολογούν διαφορετικές προσεγγίσεις (συλλογή δεδομένων, ανάλυση δεδομένων) και να αναγνωρίζουν την ορθότητα των συμπερασμάτων λαμβάνοντας υπόψιν το σχεδιασμό της έρευνας.

2) Ποσοτική και αφηρημένη συλλογιστική.

Οι μαθητές με στατιστική επάρκεια κατανοούν τη διαφορά μεταξύ μαθηματικής και στατιστικής σκέψης. Οι μαθητές που εμπλέκονται με τη μαθηματική σκέψη ρωτούν «πού είναι η απόδειξη;» και χρησιμοποιούν πράξεις, γενικεύσεις και μαθηματικούς συλλογισμούς για να αποδείξουν αληθείς ή ψευδείς ισχυρισμούς που δε στηρίζονται σε κάποιο πλαίσιο. Οι μαθητές που εμπλέκονται με τη στατιστική σκέψη ρωτούν «που είναι τα δεδομένα;». Χρησιμοποιούν της στατιστική συλλογιστική και επιχειρηματολογούν παρουσία της μεταβλητότητας. Προβλέπουν, αναγνωρίζουν υπολογίζουν και επιτρέπουν τη μεταβλητότητα στα δεδομένα καθώς αυτά σχετίζονται με ένα συγκεκριμένο πλαίσιο.

3) Ανάπτυξη ορθών επιχειρημάτων και κριτική στους συλλογισμούς άλλων.

Οι μαθητές με στατιστική επάρκεια χρησιμοποιούν κατάλληλα δεδομένα και στατιστικές μεθόδους για την εξαγωγή συμπερασμάτων για ένα στατιστικό ερευνητικό ερώτημα. Διατυπώνουν επιχειρήματα που λαμβάνουν υπόψη το πλαίσιο από όπου προέκυψαν τα δεδομένα. Αιτιολογούν και επικοινωνούν τα συμπεράσματά τους γραπτά ή προφορικά και ασκούν κριτική σε συμπεράσματα άλλων.

Είναι επίσης σε θέση να συγκρίνουν την αξιοπιστία εναλλακτικών συμπερασμάτων και διακρίνουν τη σωστή από την εσφαλμένη στατιστική συλλογιστική. Αυτή είναι μια σημαντική δεξιότητα δεδομένου του τεράστιου όγκου των στατιστικών πληροφοριών στο διαδίκτυο και τα μέσα ενημέρωσης. Διακρίνουν τα κατάλληλα από τα παραπλανητικά γραφήματα και κρίνουν τα συμπεράσματα μιας έρευνας με βάση την ανάλυση και τη συλλογή των δεδομένων.

4) Μοντελοποίηση προβλημάτων

Οι μαθητές με στατιστική επάρκεια μπορούν να εφαρμόσουν τα μαθηματικά για να βοηθήσουν στην απάντηση στατιστικών ερωτημάτων που προκύπτουν στην καθημερινή ζωή. Τα μαθηματικά μοντέλα χρησιμοποιούν γενικά εξισώσεις ή γεωμετρικές αναπαραστάσεις για να περιγράψουν τη δομή. Τα στατιστικά μοντέλα προσθέτουν σε αυτή τη δομή περιγραφές της μεταβλητότητας που περιέχονται στα δεδομένα. Οι μαθητές του γυμνασίου μπορεί να χρησιμοποιήσουν το μέσο όρο για την αναπαράσταση του κέντρου μιας μονομεταβλητής κατανομής και την τυπική απόκλιση για τη μοντελοποίηση της μεταβλητότητας. Οι μαθητές του λυκείου μπορεί να χρησιμοποιήσουν την κανονική κατανομή για τη μοντελοποίηση ποσοτικών δεδομένων.

5) Στρατηγική χρήση κατάλληλων εργαλείων.

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν κατάλληλα εργαλεία για την επίλυση στατιστικών προβλημάτων. Τα εργαλεία μπορεί να είναι, μια αριθμομηχανή, μια εφαρμογή, ένα στατιστικό πακέτο ή άλλα εργαλεία όπως πίνακες διπλής εισαγωγής και γραφικές παραστάσεις για την παρουσίαση δεδομένων. Η χρήση τους κάνει πιο αποτελεσματική και σύντομη την ανάλυση δεδομένων και τη γραφική τους αναπαράσταση εξοικονομώντας χρόνο που μπορεί να αφιερωθεί στην κατανόηση και την επικοινωνία τους στατιστικού προβλήματος. Οι μαθητές γυμνασίου για παράδειγμα μπορούν να χρησιμοποιήσουν την τεχνολογία για τη δημιουργία θηκογραμμάτων προκειμένου να αναλύσουν και να συγκρίνουν κατανομές ποσοτικών μεταβλητών. Οι μαθητές γνωρίζουν ότι η τεχνολογία μπορεί να τους βοηθήσει να οπτικοποιήσουν αποτελέσματα, να εξερευνήσουν μοτίβα και να πραγματοποιήσουν προβλέψεις με τα δεδομένα.

6) Έμφαση στην ακρίβεια

Οι μαθητές με στατιστική επάρκεια αντιλαμβάνονται τη διαφορά μεταξύ υπολογιστικής ακρίβειας και στατιστικής ακρίβειας. Ακρίβεια απαιτείται σε κάθε φάση της επίλυσης στατιστικών προβλημάτων. Οι μαθητές κατανοούν ότι τα στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα πρέπει να διατυπωθούν με ακρίβεια και ταυτόχρονα να προβλέπουν τη μεταβλητότητα των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν για να τα απαντήσουν. Ακρίβεια απαιτείται και στη δεύτερη φάση, κατά την οποία σχεδιάζεται το πλάνο συλλογής δεδομένων που λαμβάνει

υπόψη του τη μεταβλητότητα. Στην Τρίτη φάση πρέπει να γίνει σωστή επιλογή στη μέθοδο ανάλυσης δεδομένων και να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στα γραφήματα ώστε να μην είναι παραπλανητικά. Τέλος στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων, πρέπει να υπάρχει σαφήνεια στην ορολογία.

7) Αναζήτηση και χρήση της δομής των Μαθηματικών.

Οι μαθητές με στατιστική επάρκεια ανακαλύπτουν δομές και μοτίβα στα δεδομένα στην προσπάθειά τους να απαντήσουν τα στατιστικά ερωτήματα. Για μονομεταβλητά δεδομένα ο μέσος όρος ή η διάμεσος περιγράφει το κέντρο μια κατανομής – μια υποκείμενη δομή γύρω από την οποία μεταβάλλονται τα δεδομένα. Ομοίως η εξίσωση μιας ευθείας γραμμής περιγράφει τη σχέση μεταξύ δυο ποσοτικών μεταβλητών – μια γραμμική δομή γύρω από την οποία μεταβάλλονται τα δεδομένα. Οι μαθητές χρησιμοποιούν τη δομή για να διαχωρίσουν το “σήμα” από το “θόρυβο”. Το “σήμα” είναι η δομή, ενώ ο “θόρυβος” είναι η μεταβλητότητα. Αναζητούν μοτίβα στη μεταβλητότητα γύρω από τη δομή και αναγνωρίζουν ότι αυτά τα μοτίβα μπορούν συχνά να ποσοτικοποιηθούν. Για παράδειγμα, αν υπάρχει μια θετική, γραμμική τάση σε ένα δείγμα διμεταβλητών ποσοτικών δεδομένων, τότε οι μαθητές μπορούν να ποσοτικοποιήσουν αυτό το μοτίβο με το συντελεστή συσχέτισης. Στη συνέχεια μπορούν να χρησιμοποιήσουν τη γραμμή συσχέτισης για να προβλέψουν την τιμή μιας απαντητικής μεταβλητής από την τιμή της επεξηγητικής μεταβλητής.

8) Αναζήτηση και έκφραση της κανονικότητας σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό.

Οι στατιστικά επαρκείς μαθητές διατηρούν την εποπτεία της διαδικασίας, δίνουν σημασία στις λεπτομέρειες και αξιολογούν συνεχώς την ορθότητα των αποτελεσμάτων του στατιστικού προβλήματος. Οι μαθητές αναγνωρίζουν ότι οι πιθανότητες παρέχουν τη βάση για τον εντοπισμό μοτίβων της μεταβλητότητας σε βάθος χρόνου, επιτρέποντάς τους την ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας. Η τυχαιοποίηση παράγει πιθανολογική δομή και μοτίβα τα οποία μπορούν να επαναληφθούν και να ποσοτικοποιηθούν μακροπρόθεσμα.

Για παράδειγμα, στη δειγματοληψία από έναν καθορισμένο πληθυσμό, η επιλογή ενός τυχαίου δείγματος είναι μια επαναλαμβανόμενη διαδικασία και οι

πιθανότητες υποστηρίζουν την κατασκευή μιας δειγματοληπτικής κατανομής ενός στατιστικού στοιχείου.

Οι μαθηματικές πρακτικές εντάσσονται στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα του νέου προγράμματος σπουδών που υποδεικνύουν τί και πόσο καλά πρέπει να γνωρίζουν και να κατανοούν οι μαθητές. Σημαντικοί παράγοντες, μεταξύ άλλων, που συντελούν στην επίτευξη των μαθησιακών στόχων, είναι το κατάλληλα διαμορφωμένο παιδαγωγικό κλίμα που καλλιεργείται στις σχολικές αίθουσες και τα σχολικά εγχειρίδια. Εστιάζοντας στα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών, παρουσιάζονται στη συνέχεια ενδεικτικές έρευνες ανάλυσης σχολικών εγχειριδίων.

2.4 Ενδεικτικές έρευνες ανάλυσης των σχολικών εγχειριδίων των Μαθηματικών

Μια εκτενή βιβλιογραφική ανασκόπηση ερευνών, που επικεντρώνεται στην ανάλυση σχολικών εγχειριδίων των μαθηματικών, πραγματοποίησαν οι Fan κ.ά. (2013). Η βιβλιογραφία που μελετήθηκε περιείχε κυρίως άρθρα δημοσιευμένα σε περιοδικά και πρακτικά συνεδρίων αλλά και διδακτορικές διατριβές.

Η βιβλιογραφία ταξινομήθηκε σε τέσσερις άξονες:

1. Έρευνες σχετικές με το ρόλο των σχολικών εγχειριδίων στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών
2. Έρευνες που εστιάζουν στην ανάλυση χαρακτηριστικών των σχολικών εγχειριδίων αλλά και μελέτες σύγκρισης μεταξύ σχολικών εγχειριδίων.
3. Έρευνες που αφορούν στη χρήση των σχολικών εγχειριδίων από μαθητές ή/και διδάσκοντες.
4. Στον τελευταίο άξονα περιλαμβάνονται όλες οι άλλες έρευνες που δεν εμπίπτουν στους προηγούμενους άξονες.

Στη συνέχεια οι συγγραφείς ανέλυσαν τα σχολικά εγχειρίδια με βάση τις εξής παραμέτρους: α) μαθηματικό περιεχόμενο και θέματα μαθηματικών, β) γνώση και παιδαγωγική. γ) φύλο, εθνικότητα, ισότητα κουλτούρα, αξία δ) σύγκριση διαφορετικών σχολικών εγχειριδίων και ε) εννοιολογικά και μεθοδολογικά θέματα.

Στα ευρήματα της έρευνας αποτυπώνεται η σημαντική πρόοδος των τελευταίων δεκαετιών στη μελέτη των μαθηματικών εγχειριδίων. Οι συγγραφείς θεωρούν ότι παύει να είναι διάσπαρτη, ασήμαντη και ασαφής η έρευνα για τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών. Διαπίστωσαν ότι η έρευνα είναι προσανατολισμένη περισσότερο

στον δεύτερο άξονα, δηλαδή στην ανάλυση χαρακτηριστικών των εγχειριδίων και τη σύγκριση μεταξύ εγχειριδίων.

Οι Perin και Haggarty (2001), επισημαίνουν ότι ένα σχολικό εγχειρίδιο μπορεί να αναλυθεί ως προς το περιεχόμενο και τη δομή του ή/και ως προς τη χρήση του από τους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές. Οι ερευνήτριες πρότειναν τέσσερις άξονες ανάλυσης:

1. Μαθηματικές προθέσεις: οι οποίες αναφέρονται στο περιεχόμενο και τον τρόπο παρουσίασης της μαθηματικής γνώσης, στις πεποιθήσεις για τη φύση των μαθηματικών και την παρουσίαση της μαθηματικής γνώσης.
2. Παιδαγωγικές προθέσεις: που αναφέρονται στους τρόπους με τους οποίους το περιεχόμενο, η μεθοδολογία και τα λεκτικά χαρακτηριστικά του εγχειριδίου βοηθούν το μαθητή στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.
3. Κοινωνιολογικά χαρακτηριστικά: τα οποία επηρεάζουν τους συγγραφείς αλλά και τους αναγνώστες των εγχειριδίων.
4. Πολιτισμικές παραδόσεις: που αφορούν στα ιδιαίτερα πολιτισμικά χαρακτηριστικά, τις προσδοκίες και τα στερεότυπα μιας χώρας που αποτυπώνονται στα σχολικά εγχειρίδια.

Οι Καφούση, κ.ά. (2009), συμφωνούν με τις Perin και Haggarty, στο ότι τα σχολικά εγχειρίδια εμπεριέχουν πολιτισμικά σημαντική γνώση και εστίασαν την έρευνά τους στη γλωσσική ανάλυση του μαθηματικού κειμένου στο εγχειρίδιο μαθηματικών της Α΄ Δημοτικού. Σκοπός της έρευνας ήταν να αναδείξει την αντίληψη για τα Μαθηματικά που προκύπτει από το κείμενο, την αντίληψη για την εμπλοκή του μαθητή σε μαθηματικές δραστηριότητες, τη σχέση αναγνώστη-συγγραφέα, την ύπαρξη και την ποιότητα των εξηγήσεων και τέλος τη θεματολογία των δραστηριοτήτων. Μελέτησαν χαρακτηριστικά του κειμένου σε σχέση με τη φύση της μαθηματικής δραστηριότητας και την εμπλοκή του μαθητή σε αυτή. Επίσης μελέτησαν τη σχέση αναγνώστη-συγγραφέα καθώς και την ύπαρξη, την ποιότητα και τη θεματολογία των δραστηριοτήτων. Πιο αναλυτικά, εστίασαν στη μελέτη τριών λειτουργιών του μαθηματικού κειμένου:

Α. Την εμπειρική λειτουργία, η οποία σχετίζεται με το τι υποδεικνύει το κείμενο για τη φύση της δραστηριότητας και ποιος είναι ο ρόλος του παιδιού σε αυτή. Η εμπειρική λειτουργία μελετήθηκε ως προς τη φύση της μαθηματικής δραστηριότητας και ως προς την εμπλοκή του μαθητή σε αυτή. Η φύση των δραστηριοτήτων ταξινομήθηκε περαιτέρω σε

- i. πρακτικές (π.χ γράφω, παίζω),
- ii. νοητικές (π.χ. μαθαίνω, παρατηρώ),
- iii. συσχετιστικές (π.χ. μοιράζω, αναλύω) και
- iv. λεκτικές.

Η εμπλοκή του μαθητή ταξινομήθηκε ανάλογα με τον απαιτούμενο τύπο απάντησης της δραστηριότητας σε

- i. γραπτή αριθμητική απάντηση,
- ii. γραπτή αριθμητική έκφραση (π.χ. $2+1$),
- iii. εικονική απάντηση (σχεδίαση γραμμής, σχήματος κ.λπ.)
- iv. προφορική απάντηση
- v. άλλη γραπτή απάντηση

B. Τη διαπροσωπική λειτουργία, που αφορά στη σχέση συγγραφέα-αναγνώστη αλλά και τη σχέση μαθητή-μαθηματικής κοινότητας όπως διαμορφώνεται από το κείμενο.

Γ. Κειμενική λειτουργία, η οποία μελετήθηκε ως προς τις εξηγήσεις και ως προς τη θεματολογία των προβλημάτων.

Οι περισσότερες έρευνες στην ανάλυση σχολικών εγχειριδίων εστιάζουν σε συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες. Οι Charalambous κ.ά. (2010), πραγματοποίησαν μια συγκριτική μελέτη για τον τρόπο που αντιμετωπίζονται η πρόσθεση και η αφαίρεση κλασμάτων στα σχολικά εγχειρίδια της Κύπρου, της Ιρλανδίας και της Ταϊβάν. Με σκοπό τη διερεύνηση των ευκαιριών μάθησης που παρέχονται από τα σχολικά εγχειρίδια προς τους μαθητές, ανέπτυξαν ένα εργαλείο ανάλυσης με δυο κεντρικούς άξονες. Ο πρώτος (οριζόντια ανάλυση), εστιάζει στα γενικά χαρακτηριστικά των σχολικών εγχειριδίων ενώ ο δεύτερος (κάθετη ανάλυση), αναλύει τον τρόπο με τον οποίο αναλύεται μια μαθηματική έννοια στα σχολικά εγχειρίδια (Πίνακας 5).

Πίνακας 5: Το πλαίσιο που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση των μαθηματικών εγχειριδίων, Charalampous κ.ά (2010)

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟΥ		
<p>Γενικές πληροφορίες</p> <ul style="list-style-type: none"> • Τίτλος • Αριθμός βιβλίων • Σελίδες (Αριθμός και πυκνότητα) • Προφίλ συγγραφέων και συμβουλευτικής επιτροπής • Εκδότης και έτος έκδοσης • Συνοδευτικά υλικά (π.χ. οδηγοί εκπαιδευτικών, πόροι) 	<p>Συνολική δομή</p> <ul style="list-style-type: none"> • Αριθμός ενοτήτων/μαθημάτων και μέσος αριθμός σελίδων ανά ενότητα/μάθημα • Δομή ενοτήτων/μαθημάτων • Θέματα που καλύπτονται • Αλληλουχία θεμάτων 	
ΚΑΘΕΤΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟΥ		
Μετάδοση γνώσεων στους μαθητές	Απαιτήσεις από τους μαθητές	Συνδέσεις
<p><i>Μαθηματικό περιεχόμενο</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Κατασκευή συγκεκριμένου θέματος, δομή κ.λπ.(π.χ. μέρος-όλο, λόγος, τελεστής, ηλίκιο, μέτρηση κατασκευών κλάσματος • Ορισμοί, κανόνες, συμβάσεις • Εικονογραφήσεις-αναπαραστάσεις (άσχετες, σχετικές με το πλαίσιο αλλά όχι με τα μαθηματικά, μαθηματική υποστήριξη) 	<ul style="list-style-type: none"> • Ενδεχόμενες γνωστικές απαιτήσεις(απομνημόνευση, διαδικασίες με συνδέσεις, κάνει μαθηματικά) • Τύπος απάντησης (μόνο απάντηση, απάντηση και μαθηματική πρόταση, εξήγηση, αιτιολόγηση) 	<ul style="list-style-type: none"> • Συνδέσεις μεταξύ θεματικών ενοτήτων • Συνδέσεις του βιβλίου και της διδασκαλίας στην τάξη • Συνδέσεις με καταστάσεις εκτός σχολείου
<p><i>Μαθηματικές πρακτικές</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Λυμένα παραδείγματα • Μοντελοποίηση σκέψης 		
<p><i>Στάσεις</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Ισότητα των μαθηματικών • Άποψη των μαθηματικών 		

(Διάσταση:Κεφαλαία, Κατηγορίες: Έντονα,Υποκατηγορίες: Πλάγια,Κριτήρια: Κουκίδες)

Μια άλλη έρευνα που εστιάζει στο μαθηματικό περιεχόμενο των σχολικών εγχειριδίων εκπονήθηκε από τους Wijaya κ.ά. (2015). Σκοπός της μελέτης ήταν να διαπιστώσει αν τα Ινδονησιακά μαθηματικά εγχειρίδια προσφέρουν ευκαιρίες μάθησης στους ινδονήσιους μαθητές για την ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης εργασιών βασισμένων σε πλαίσιο. Οι ερευνητές, ανέπτυξαν ένα πλαίσιο ανάλυσης για τη διερεύνηση των χαρακτηριστικών των μαθηματικών έργων αναλύοντας τον τύπο του πλαισίου, το σκοπό των έργων που είναι βασισμένα σε πλαίσιο, τον τύπο των πληροφοριών που παρέχονται στις εκφωνήσεις των έργων και τέλος τον τύπο της γνωστικής απαίτησης (Πίνακας 6). Η ανάλυση, στηρίχθηκε στη μελέτη των Charalambous κ.ά. (2010). και είχε δυο διαστάσεις. Την οριζόντια ανάλυση που μελετά τα γενικά χαρακτηριστικά των εγχειριδίων (μέγεθος της σελίδας, των αριθμό των σελίδων, το πλήθος των εργασιών και άλλων χαρακτηριστικών) και την κάθετη ανάλυση περιεχομένου που εστιάζει στις διδακτικές πτυχές των μαθηματικών έργων.

Πίνακας 6: Πλαίσιο ανάλυσης σχολικών εγχειριδίων (Wijaya κ.ά, 2015)

Χαρακτηριστικό εργασίας	Υποκατηγορία	Επεξήγηση
Τύπος πλαισίου	Δεν υπάρχει πλαίσιο	<ul style="list-style-type: none"> Αναφορά μόνο σε μαθηματικά αντικείμενα, σύμβολα ή δομές
	Πλαίσιο καμουφλάζ	<ul style="list-style-type: none"> Χωρίς εμπειρίες από την καθημερινή ζωή ή συλλογισμούς κοινής λογικής Προφανείς οι μαθηματικές πράξεις που απαιτούνται Η λύση μπορεί να βρεθεί συνδυάζοντας όλους τους αριθμούς που δίνονται στο κείμενο.
	Σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο	<ul style="list-style-type: none"> Απαιτείται κοινή λογική εντός του πλαισίου για κατανόηση-επίλυση του προβλήματος Η μαθηματική πράξη δεν δίνεται ρητά. Απαιτείται μαθηματική μοντελοποίηση.
Σκοπός της εργασίας με βάση το πλαίσιο	Εφαρμογή μοντέλου	<ul style="list-style-type: none"> Η εργασία δίνεται μετά την επεξηγηματική ενότητα Η εργασία δίνεται πριν την επεξηγηματική ενότητα
Τύπος πληροφοριών	Αντιστοιχίση	<ul style="list-style-type: none"> Οι εργασίες περιέχουν ακριβώς τις πληροφορίες που απαιτούνται για την επίλυση.
	Απουσία	<ul style="list-style-type: none"> Ελλιπείς πληροφορίες, οπότε οι μαθητές πρέπει να αντλήσουν πρόσθετα δεδομένα.
	Υπερβολικά	<ul style="list-style-type: none"> Πλεόνασμα πληροφοριών, οπότε οι μαθητές πρέπει να επιλέγουν πληροφορίες.

Τύπος απαίτησης	γνωστικής	Αναπαραγωγή	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Αναπαραγωγή αναπαραστάσεων, ορισμών ή γεγονότων ▪ Ερμηνεία απλών και οικείων αναπαραστάσεων ▪ Απομνημόνευση ή εκτέλεση ρητών υπολογισμών/ διαδικασιών ρουτίνας
		Σύνδεση	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Επίλυση μη συνηθισμένων προβλημάτων ▪ Ερμηνεία προβληματικών καταστάσεων και μαθηματικών δηλώσεων ▪ Συμμετοχή σε απλούς μαθηματικούς συλλογισμούς ▪ Ενσωμάτωση και σύνδεση μεταξύ περιεχομένου, καταστάσεων ή παραστάσεις
		Αναστοχασμός	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Αναστοχασμός και κατανόηση των μαθηματικών ▪ Κατασκευή πρωτότυπων μαθηματικών προσεγγίσεων ▪ Επικοινωνία σύνθετων επιχειρημάτων και σύνθετων συλλογισμών ▪ Κάνοντας γενικεύσεις

Από τη μελέτη των Wijaya κ.ά. (2015), προέκυψε ότι η μεγάλη πλειοψηφία των μαθηματικών έργων δεν έχει σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο, δεν έχει εργασίες που απαιτούν μαθηματικοποίηση και μοντελοποίηση ενώ είναι μικρό το ποσοστό των εργασιών με υψηλές γνωστικές απαιτήσεις. Συνεπώς, τα τρία σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών που μελετήθηκαν, δεν παρέχουν ευκαιρίες μάθησης στους ινδονήσιους μαθητές.

Οι Fan κ.ά. (2018), εστιάζοντας σε πολιτιστικές πτυχές, πραγματοποίησαν μια συγκριτική μελέτη μεταξύ δυο σειρών μαθηματικών εγχειριδίων για να διαπιστώσουν τον τρόπο με τον οποίο ο πολιτισμός ασκεί επιρροή στη διαμόρφωση τους. Για την έρευνά τους ανέπτυξαν ένα εννοιολογικό πλαίσιο ταξινομώντας τον πολιτισμό σε έξι τύπους: α) γεωγραφία, β) αντικείμενα, χλωρίδα και πανίδα, γ) οργανώσεις, δ) έθιμα και τρόπους συμπεριφοράς, ε) ιστορία και στ) ταυτότητες. Κάθε τύπος αναλύεται περαιτέρω σε υποκατηγορίες όπως φαίνεται στον Πίνακα 7. Από τα αποτελέσματα της έρευνας διαπιστώθηκαν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στην κινέζικη και τη μεταφρασμένη αγγλική σειρά που μελετήθηκε. Αυτό καταδεικνύει το σημαντικό ρόλο που διαδραματίζει ο πολιτισμός στην ανάπτυξη και διαμόρφωση των μαθηματικών σχολικών εγχειριδίων.

Πίνακας 7: Εννοιολογικό πλαίσιο ταξινόμησης των τύπων πολιτισμού στα εγχειρίδια των μαθηματικών (Fan κ.ά. 2018)

Τύπος πολιτισμού/κουλτούρας	Υπο-τύπος (σημασία)
Γεωγραφία	Πόλεις ή περιφέρειες, τοπία, αρχιτεκτονικές
Αντικείμενα, χλωρίδα και πανίδα	Καθημερινός εξοπλισμός και συσκευές επικοινωνίας: χαρτικά, βιβλία και παιχνίδια, νομίσματα, έργα τέχνης, φαγητό, χλωρίδα, πανίδα
Οργανώσεις Έθιμα και τρόποι συμπεριφοράς	Ιδρύματα, ομάδες, επιχειρήσεις Αθλητισμός, οργανωμένες εκδηλώσεις, έθιμα της γλώσσας και έκφρασης, έθιμα που απευθύνονται στους ανθρώπους, γιορτές, αργίες
Ιστορία	Εκδηλώσεις, ιστορικά στοιχεία
Ταυτότητες	Λέξεις και χαρακτήρες, γλώσσα, χώρες

Με τη θεματολογία των έργων ασχολήθηκε και ο Weiland (2019) εστιάζοντας στα έργα Στατιστικής που περιέχονται σε δημοφιλή εγχειρίδια των μαθηματικών της Αμερικής. Το πλαίσιο που ανέπτυξε παρατίθεται στον Πίνακα 8.

Πίνακας 8: Πλαίσιο ανάλυσης θεματολογίας των έργων Στατιστικής, Weiland 2019.

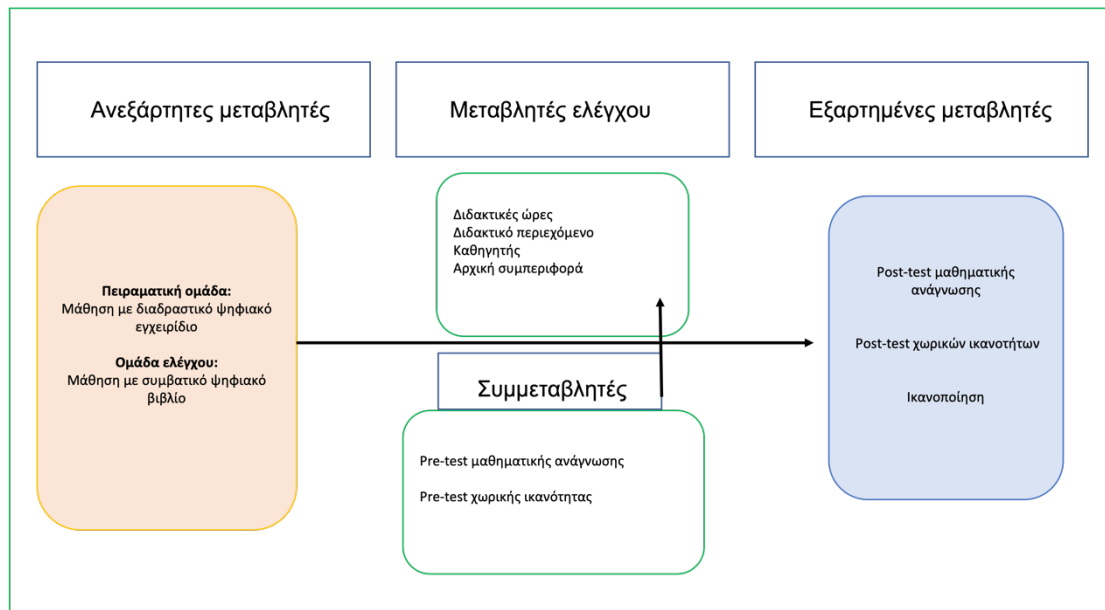
Μορφή πλαισίου (Contextual formation)	Τυπικές μεταβλητές
Αθλητικά / Διασκέδαση / Άσκηση	Αθλητικές προτιμήσεις, συμμετοχή σε άθλημα, αποτελέσματα αγώνων, τύπος άσκησης, πλήθος θεατών, χρόνος αγώνων
Σχολείο / Τεστ	Βαθμολογία τεστ, πλήθος μαθητών, ώρες διαβάσματος, πλήθος σωστών απαντήσεων
Επιστήμες / Καιρός	Θερμοκρασία, εποχές, ύψος φυτών, χρόνος, πίεση, βάρος αντικειμένων, υψόμετρο, ταχύτητα, βροχόπτωση, πληθυσμός ζώων, μέτρηση χαρακτηριστικών ζώων
Προσωπικά χαρακτηριστικά	Φύλο, ηλικία, σχολική τάξη, βάρος, ύψος, ημερομηνία γέννησης, αριστερόχειρες - δεξιόχειρες
Ψηφοφορία / Προτιμήσεις	Προτίμηση χρώματος, φαγητού, μουσικής, εκλογές, πλήθος ψήφων
Μέσα μεταφοράς / Ταξίδια	Απόσταση ταξιδιού, μέσο μεταφοράς, αξία αυτοκινήτου, χρόνος ταξιδιού, χαρακτηριστικά αυτοκινήτου, κυβισμός

Επιχειρήσεις / Πωλήσεις	Πωλήσεις καθημερινά – εβδομαδιαία - το χρόνο, πλήθος υπαλλήλων, τιμές προϊόντων, κόστος, εισόδημα, ικανοποίηση πελατών
Κατασκευές / Ποιότητα προϊόντος	Κατασκευές προϊόντων, μετρήσεις, χρόνος ζωής προϊόντων, κόστος κατασκευής, πλήθος ελαττωματικών προϊόντων, πλήθος παραγόμενων προϊόντων
Φαγητό	Προτιμήσεις φαγητού, σοδειά, χρήση λιπασμάτων
Κατοικίδια	Είδος κατοικίδιου, πλήθος, κατοικίδιων
Τυχαία κλήρωση / Νόμισμα / Ζάρι	# κορώνα, # γράμματα, ένδειξη ζαριού, φύλλο από τράπουλα, ένδειξη τροχού
Δίκαιοι διαχωρισμοί / Αποτελέσματα	Επιλογή νικητή, επιλογή ατόμου
Υγεία / Ιατρικά θέματα	Χρήση φαρμάκου, δοσολογία, ιατρικά τεστ, χοληστερίνη, πίεση, παθήσεις
Απογραφές / Πληθυσμιακά στοιχεία	Μέγεθος πληθυσμού, χρόνος, προσδόκιμο ζωής
Εργασία / Μισθοί / Αποταμίευση	Ώρες εργασίας, μισθός

Ο Weiland διαπίστωσε ότι παρά τη μεγάλη ποικιλία στη θεματολογία των στατιστικών έργων, δε γίνεται χρήση πραγματικών δεδομένων. Η μεγάλη πλειοψηφία των έργων έχει πλαίσιο «φαντασίας» και αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μη δίνεται η ευκαιρία για την εμβάθυνση των θεμάτων του πλαισίου.

Η επόμενη έρευνα δεν ανήκει στην κατηγορία της ανάλυσης σχολικών εγχειριδίων, όμως παρουσιάζει ενδιαφέρον καθώς μελετάει την επίδραση της χρήσης των διαδραστικών ψηφιακών βιβλίων στη χωρική ικανότητα και στην ανάγνωση των μαθηματικών.

Οι Yohanes κ.ά. (2023), πραγματοποίησαν μια ημι-πειραματική μελέτη, με ομάδα ελέγχου, εξετάζοντας τα αποτελέσματα των αξιολογήσεων πριν και μετά τη διδακτική παρέμβαση (pre-test και post-test). Οι ανεξάρτητες μεταβλητές ήταν: η μαθησιακή προσέγγιση, το διαδραστικό ψηφιακό βιβλίο και το συμβατικό ψηφιακό βιβλίο. Οι εξαρτημένες μεταβλητές ήταν: τα αποτελέσματα από την ικανότητα ανάγνωσης, της χωρικής ικανότητας και της ικανοποίησης (Σχήμα 3). Οι μεταβλητές ελέγχου που χρησιμοποιήθηκαν ήταν οι διδακτικές ώρες, το περιεχόμενο της διδασκαλίας, ο καθηγητής και η αρχική συμπεριφορά.



Σχήμα 3: Μεταβλητές της έρευνας των Johannes et al. (2023)

Τα αποτελέσματα της έρευνάς τους έδειξαν ότι δεν υπήρξε ιδιαίτερη διαφοροποίηση στην ανάγνωση κειμένου. Ωστόσο, σημειώθηκαν σημαντικές διαφορές στην ανάγνωση μαθηματικών κειμένων, τη χωρική ικανότητα και την ικανοποίηση για το εκπαιδευτικό υλικό. Η ομάδα που χρησιμοποίησε το ψηφιακό διαδραστικό εγχειρίδιο είχε καλύτερα αποτελέσματα στα τεστ.

Η Brändström (2005), μελέτησε τη διαφοροποίηση των μαθηματικών έργων που είχαν τη μορφή ασκήσεων, προβλημάτων, ή λεκτικών προβλημάτων. Το δείγμα που αναλύθηκε ήταν τρία σχολικά εγχειρίδια μαθηματικών της έβδομης τάξης στη Σουηδία. Οι στόχοι της μελέτης ήταν α) η περιγραφή της δομής των κεφαλαίων, β) η ανάπτυξη ενός εργαλείου ανάλυσης των δύσκολων έργων και η εφαρμογή του στα έργα των μαθηματικών, γ) η σύγκριση και η ανάλυση των έργων ανάλογα με το επίπεδο δυσκολίας, στηριζόμενο στις πτυχές του εργαλείου.

Το εργαλείο ανάλυσης εστίασε σε τέσσερις άξονες: τη χρήση εικόνων, τις απαιτούμενες πράξεις, τις γνωστικές διαδικασίες και τέλος το επίπεδο των γνωστικών απαιτήσεων.

Οι εικόνες ανάλογα με τους σκοπού χρήσης του αναλύονται σε τρεις υποκατηγορίες: έργα χωρίς εικόνα, έργα με διακοσμητικές εικόνες και έργα με λειτουργικές εικόνες. Οι απαιτούμενες πράξεις ταξινομήθηκαν σε δυο υποκατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν τα έργα που απαιτούν έως και μία πράξη ενώ στη δεύτερη κατηγορία τα έργα που απαιτούν δύο ή περισσότερες πράξεις.

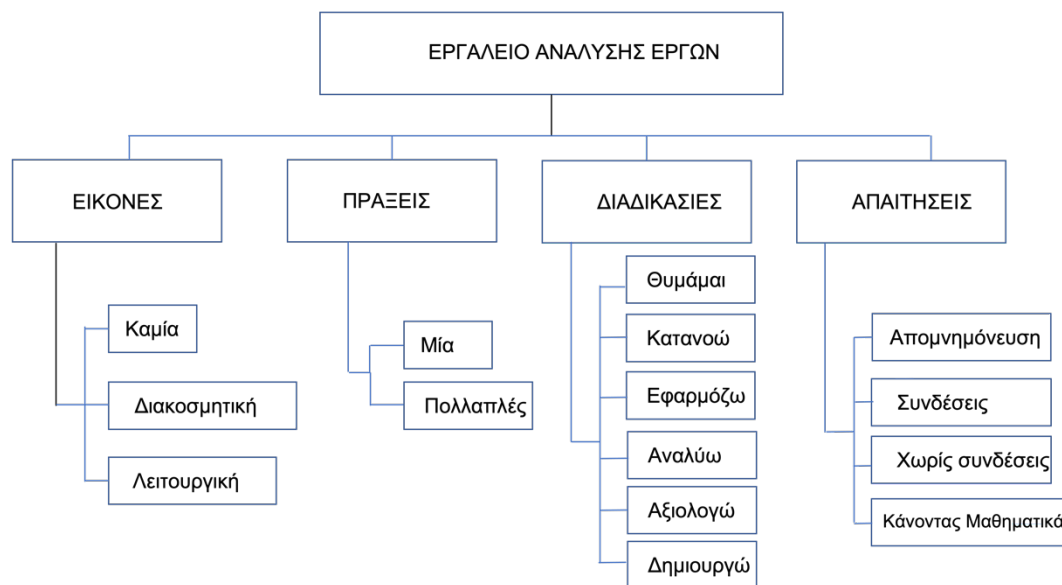
Για τις γνωστικές διαδικασίες χρησιμοποιήθηκε μια αναθεωρημένη ταξινόμηση του Bloom, όπως φαίνεται στον Πίνακα 9.

Πίνακας 9. Γνωστικές διαδικασίες του πλαισίου, Brändström (2005)

Διαδικασίες	Περιγραφή
Θυμάμαι	Ανάκτηση της γνώσης από τη μακροπρόθεσμη μνήμη
Κατανοώ	Κατασκευή νοήματος από διδακτικά μηνύματα
Εφαρμόζω	Χρήση μιας διαδικασίας σε μια δεδομένη κατάσταση
Αναλύω	Διαχωρισμός σε τμήματα και καθορισμός του τρόπου που τα τμήματα ανήκουν μαζί
Αξιολογώ	Κρίση βάσει κριτηρίων και προτύπων
Δημιουργώ	Συνένωση (ή αναδιοργάνωση) κομματιών σε ένα σύνολο

Οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν το πλαίσιο του Stein, για να μελετήσουν τη διαδικασία της σκέψης των μαθητών κατά την επίλυση ενός μαθηματικού έργου. Έτσι, για την ανάλυση του επιπέδου των γνωστικών απαιτήσεων χρησιμοποιήθηκαν τέσσερα επίπεδα:

- (1) Απομνημόνευση. Δεν απαιτείται η χρήση αλγορίθμου για να δοθεί η σωστή απάντηση.
- (2) Διαδικασίες χωρίς συνδέσεις. Απαιτείται η χρήση αλγορίθμου αλλά δε συνδέεται με έννοιες που διδάσκονται
- (3) Διαδικασίες με συνδέσεις σε έννοιες. Δίνουν ένα βαθύτερο νόημα στα μαθηματικά έργα και συχνά επιστρατεύονται εικόνες και γραφικές παραστάσεις για να βοηθήσουν το μαθητή
- (4) Κάνοντας μαθηματικά. Είναι το πιο απαιτητικό επίπεδο και συχνά απαιτείται κάτι περισσότερο από την εφαρμογή μιας μεθοδολογίας

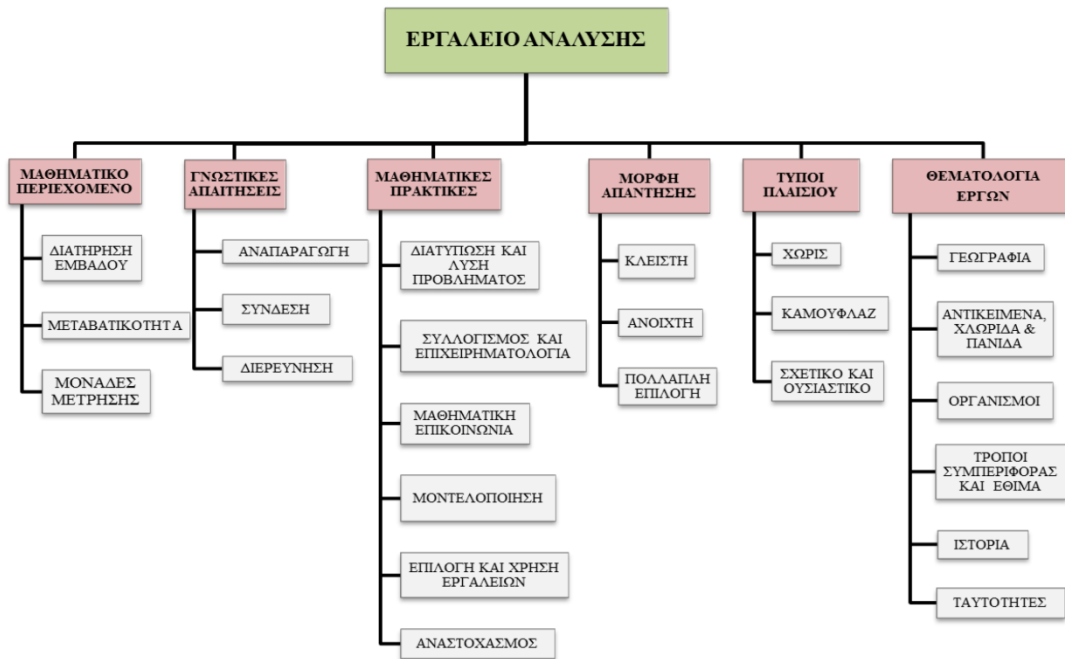


Σχήμα 4: Πλαίσιο ανάλυσης Brändström (2005)

Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι υπάρχει διαφοροποίηση στα μαθηματικά έργα των τριών σχολικών εγχειριδίων που μελετήθηκαν, ωστόσο αυτό συμβαίνει σε έργα χαμηλών γνωστικών απαιτήσεων. Εκτός από αυτό, η έρευνα έδειξε ότι η χρήση των εικόνων δεν είχε σημαντική επίδραση στη διαφοροποίηση των μαθηματικών έργων.

Η Βράντση (2022), χρησιμοποίησε τη μέθοδο της ανάλυσης περιεχομένου για να αναλύσει τα μαθηματικά έργα που σχετίζονται με την έννοια του εμβαδού επίπεδων επιφανειών. Εξέτασε τα μαθηματικά έργα των διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων του Γυμνασίου ως προς: (1) το μαθηματικό τους περιεχόμενο, (2) τις γνωστικές απαιτήσεις, (3) τις μαθηματικές πρακτικές, (4) τις μορφές απάντησης, (5) τον τύπο πλαισίου και (6) τη θεματολογία των έργων.

Στηρίχθηκε στη μελέτη των Charalambous κ.ά. (2010) διενεργώντας μια οριζόντια ανάλυση για την καταγραφή των φυσικών χαρακτηριστικών και την οργάνωση περιεχομένου των σχολικών εγχειριδίων. Στη συνέχεια πραγματοποίησε την κάθετη ανάλυση για να διαπιστωθεί ο τρόπος με τον οποίο τα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών παρουσιάζουν και αντιμετωπίζουν τα υπό μελέτη μαθηματικά έργα. Το εργαλείο ανάλυσης φαίνεται στο Σχήμα 5.



Σχήμα 5: Εργαλείο ανάλυσης, Βραντση (2022).

Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι τα περισσότερα έργα ήταν χαμηλών και μεσαίων γνωστικών απαιτήσεων και συγχρόνως δεν περιείχαν κάποιο πλαίσιο. Από τις μαθηματικές πρακτικές, ξεχωρίζει η κατηγορία «διατύπωση και λύση προβλήματος». Η συχνότερη μορφή απάντησης είναι η κλειστή, ενώ η πλειονότητα των έργων ως προς τη θεματολογία αναφέρονται σε αντικείμενα, χλωρίδα και πανίδα. Ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα χαρακτηριστικά των ψηφιακών έργων διότι συσχετίζονται αναλογικά με έργα υψηλού επιπέδου, περιέχουν ανοιχτές απαντήσεις και ουσιαστικό πλαίσιο.

Τέλος, μια έρευνα που εστιάζει στο περιεχόμενο της Στατιστικής των σχολικών εγχειριδίων, διενεργήθηκε από τους Jones και Jacobbe (2014). Οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν το πλαίσιο ανάλυσης από την έκθεση GAISE (Franklin & Garfield, The Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) project: Developing statistics education guidelines for pre K-12 and college courses, 2007), σύμφωνα με το οποίο υπάρχουν τρία αναπτυξιακά επίπεδα Level A, Level B, Level C, (βλ. θεωρητικό πλαίσιο παράγραφο 1.5) και τέσσερις φάσεις στις οποίες εμπλέκονται οι μαθητές κατά την επίλυση στατιστικών έργων: (1) διατύπωση ερωτήσεων, (2) συλλογή δεδομένων, (3) ανάλυση δεδομένων και (4) ερμηνεία αποτελεσμάτων. Προκειμένου να ληφθεί υπόψη η φύση των εργασιών της τρίτης

φάσης που είναι η ανάλυση δεδομένων, τα στατιστικά έργα κωδικοποιήθηκαν περαιτέρω ως εξής:

- Κατασκευή ή ανάγνωση αναπαράστασης.
- Εκτέλεση μαθηματικού υπολογισμού.
- Χρήση στατιστικού συλλογισμού πέρα από μαθηματικούς υπολογισμούς.

Τα αποτελέσματα της έρευνάς τους έδειξαν ότι τα περισσότερα έργα ήταν επιπέδου Β σε 5 από τα 6 εγχειρίδια που ανέλυσαν. Σχετικά με τις φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος, βρέθηκε ότι η συντριπτική πλειοψηφία των έργων στατιστικής αφορά στην ανάλυση δεδομένων σε ποσοστό τουλάχιστον 70% του συνόλου των έργων.

Αναφορικά με τη φύση των έργων, υπάρχει διαφοροποίηση ανάλογα με το εγχειρίδιο. Σε 3 από τα 6 εγχειρίδια η πλειοψηφία των έργων (64%) απαιτεί χρήση στατιστικού συλλογισμού πέρα από μαθηματικούς υπολογισμούς. Σε 2 εγχειρίδια η πλειοψηφία των έργων αφορά στην κατασκευή ή την άντληση πληροφοριών από ένα γράφημα, ενώ σε ένα εγχειρίδιο η πλειοψηφία των έργων απαιτεί μαθηματικούς υπολογισμούς

Συζήτηση

Σε αυτό το κεφάλαιο, έγινε αναφορά στις σημαντικότερες λειτουργίες των σχολικών εγχειριδίων και στον πολλαπλό ρόλο που διαδραματίζουν στην εκπαιδευτική διαδικασία. Τα σχολικά εγχειρίδια, γεφυρώνουν τα αναλυτικά προγράμματα σπουδών με τη διδακτική πρακτική στην τάξη και καθοδηγούν τη διδασκαλία παρέχοντας ένα επιστημονικά δομημένο πλαίσιο για την παρουσίαση της διδακτέας ύλης. Επιπλέον, αποτελούν βασικό εργαλείο για τη μετάδοση γνώσεων, την ανάπτυξη δεξιοτήτων και τη διαμόρφωση αντιλήψεων, επιδρώντας σημαντικά στη διαδικασία της μάθησης.

Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάστηκε επίσης, η βιβλιογραφική ανασκόπηση των ερευνών, που εστιάζουν στην ανάλυση περιεχομένου των σχολικών εγχειριδίων των Μαθηματικών. Γίνεται αναφορά στα εργαλεία ανάλυσης και τα αποτελέσματα αυτών ερευνών, οι οποίες καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα της μαθηματικής εκπαίδευσης. Ορισμένες έρευνες αναλύουν το περιεχόμενο ως προς τη δομή ή/και τη χρήση του από τους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές. Άλλες, εστιάζουν στην ανάλυση των μαθηματικών έργων, για να διερευνήσουν το ρόλο των σχολικών εγχειριδίων στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών. Χρησιμοποιούν πολυδιάστατα εργαλεία ανάλυσης για να μελετήσουν διάφορες πτυχές των μαθηματικών έργων

όπως για παράδειγμα, τις γνωστικές απαιτήσεις, τον τύπο πλαισίου ή τις μαθηματικές πρακτικές που παρουσιάστηκαν σε αυτό το κεφάλαιο υπό το πρίσμα της Στατιστικής.

Η ανάλυση των σχολικών εγχειριδίων με επίκεντρο τη Στατιστική, αναδεικνύεται ως ουσιώδης για πολλούς λόγους. Καταρχάς, τα σχολικά εγχειρίδια διαμορφώνουν την εκπαιδευτική εμπειρία, επηρεάζοντας την κατανόηση των μαθητών για τη Στατιστική. Η αξιολόγηση του περιεχομένου τους, αποκαλύπτει εάν πληρούν τις απαιτήσεις των εκπαιδευτικών στόχων και προτύπων, που θέτουν τα Α.Π.Σ. Επιπλέον η ανάλυση των εγχειριδίων, επιτρέπει την εκτίμηση της αποτελεσματικότητας της διδασκαλίας και των ευκαιριών μάθησης της Στατιστικής. Τέλος, συμβάλλει στην αναγνώριση ενδεχόμενων ελλείψεων και στην προώθηση βελτιώσεων, με σκοπό την ανάπτυξη των στατιστικών δεξιοτήτων των μαθητών.

Κεφάλαιο 3: Σχεδιασμός της έρευνας

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά ο σχεδιασμός της έρευνας. Αρχικά, αναπτύσσεται η προβληματική της έρευνας, η οποία αναφέρεται στους λόγους διεξαγωγής της. Στη δεύτερη ενότητα, δηλώνεται ο σκοπός της έρευνας και διατυπώνονται τα ερευνητικά ερωτήματα τα οποία προσπαθεί να απαντήσει η μελέτη. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το δείγμα, η μεθοδολογία της έρευνας και ορίζεται η μονάδα ανάλυσης των έργων Στατιστικής. Τέλος, στην έκτη ενότητα παρατίθεται ο τρόπος ανάλυσης δεδομένων, που περιλαμβάνει την αναλυτική περιγραφή των διαστάσεων που συνθέτουν το εργαλείο ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη των στατιστικών έργων του δείγματος.

3.1 Προβληματική της έρευνας

Τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών αποτελούν κεντρικό σημείο ενδιαφέροντος στη σύγχρονη έρευνα της διδακτικής των μαθηματικών. Αντικατοπτρίζουν τους επιδιωκόμενους στόχους του εκάστοτε προγράμματος σπουδών, αφού παρέχουν μια ολοκληρωμένη επιστημονική πρόταση για την ιεράρχηση, την οργάνωση και την παρουσίαση του μαθηματικού περιεχομένου. Είναι το βασικό εκπαιδευτικό υλικό της διδακτικής πράξης καθώς η χρήση του καταλαμβάνει το μεγαλύτερο μέρος του διδακτικού χρόνου στο μάθημα των Μαθηματικών αλλά και των φυσικών επιστημών (Σκουμιός & Σκουμπουρδή, 2015). Ο ουσιώδης ρόλος του ως μέσο μετάδοσης γνώσης και η πεποίθηση ότι επιδρά, μέσω των λειτουργιών που ασκεί, σε γνωστικό και συναισθηματικό επίπεδο, καθιστούν αναγκαία την αξιολόγησή του.

Τα στοχαστικά μαθηματικά στα τελευταία προγράμματα σπουδών του 2011 «Νέο Σχολείο (Σχολείο 21^{ου} αιώνα)» και του 2021, αναβαθμίστηκαν και πλέον αποτελούν ισότιμο θεματικό πεδίο μαζί με τα «Αριθμός, Άλγεβρα και Ανάλυση» και «Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία», όπως αναφέρονται στο Π.Σ. του 2021. Τον κρίσιμο ρόλο του διαμεσολαβητή μεταξύ των προθέσεων των προγραμμάτων σπουδών για την αναβάθμιση της Στατιστικής και της αποτελεσματικής εφαρμογής τους, διαδραματίζουν τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών της πρωτοβάθμιας και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Το ερώτημα

που γεννάται είναι αν τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών προσφέρουν τις ευκαιρίες μάθησης του αντικειμένου της Στατιστικής, ώστε να συνδράμουν στην αναβάθμισή της ως ισότιμου πεδίου. Βασικό συστατικό στοιχείο σε όλα τα εγχειρίδια των μαθηματικών είναι τα μαθηματικά «έργα» που περιέχονται σε αυτά. Όπως αναφέρεται στο Σαπουντζή & Σκουμιός (2015), οι ερωτήσεις στα σχολικά εγχειρίδια διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην εκπαιδευτική διαδικασία. Κατευθύνουν την επικέντρωση της προσοχής των μαθητών (Kahveci, 2010) και συμβάλλουν στην οικοδόμηση νέας γνώσης και στην ανάπτυξη δεξιοτήτων.

Οι Henningsen και Stein (1997), ορίζουν τα μαθηματικά έργα ως δραστηριότητες που υλοποιούνται στην τάξη και στοχεύουν στην εστίαση της προσοχής των μαθητών σε μια συγκεκριμένη μαθηματική έννοια ή διαδικασία. Η έννοια του μαθηματικού «έργου» καλύπτει όλες τις καταστάσεις του εγχειριδίου που απαιτούν απάντηση, ανεξάρτητα αν δίνεται ή όχι η απάντηση (Mason & Johnston-Wilder, 2004). Σε αυτήν την έρευνα αυτές οι καταστάσεις είναι οι εφαρμογές, τα παραδείγματα, οι ασκήσεις, οι ερωτήσεις κατανόησης και όλα τα μικροπειράματα των διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων.

Η Στατιστική έχει αναβαθμισμένο ρόλο στα νέα προγράμματα σπουδών, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ωστόσο η θέση της στο τωρινό εκπαιδευτικό σύστημα είναι μετέωρη. Άλλωστε τα ισχύοντα προγράμματα σπουδών είναι τα Δ.Ε.Π.Π.Σ.-Α.Π.Σ. του 2003. Οι έννοιες της Στατιστικής αναφέρονται στα σχολικά εγχειρίδια και των δύο βαθμίδων αλλά η διδασκαλία τους γίνεται αποσπασματικά. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι η Στατιστική δε διδάσκεται στην Α΄ και τη Γ΄ γυμνασίου, όπως επίσης και στις Α΄ και Β΄ λυκείου.

Λαμβάνοντας υπόψη τη βιβλιογραφική ανασκόπηση και τους παραπάνω προβληματισμούς, αναδεικνύεται η ανάγκη για μια εμπειρισταωμένη έρευνα των χαρακτηριστικών αλλά και τη γενικότερη ποιότητα των στατιστικών έργων στα σχολικά εγχειρίδια. Η παρούσα μελέτη εντάσσεται στο ευρύτερο πεδίο της ανάλυσης περιεχομένου. Πιο συγκεκριμένα, πραγματοποιείται μια ανάλυση των έργων Στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών της πρωτοβάθμιας και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

3.2 Σκοπός και ερευνητικά ερωτήματα

Στον ελληνικό χώρο δεν υπάρχουν συστηματικές μελέτες που να αφορούν στην ανάλυση των έργων Στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των

μαθηματικών. Αυτό το ερευνητικό κενό φιλοδοξεί να καλύψει η παρούσα εργασία αναλύοντας τα στατιστικά έργα ως προς το περιεχόμενο, το επίπεδο στατιστικής ανάπτυξης, τις μαθηματικές πρακτικές, τη μορφή των απαντήσεων και τη θεματολογία τους..

Τα ερευνητικά ερωτήματα, με βάση την ανάλυση που πραγματοποιείται είναι:

Ερωτήματα για την οριζόντια ανάλυση:

1. Ποιος είναι ο αριθμός των ενοτήτων και των σελίδων στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών και των τετραδίων εργασιών της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης για τη Στατιστική;
2. Ποια θέματα καλύπτονται στις σχετικές ενότητες;

Ερωτήματα για την κάθετη ανάλυση:

3. Ποιες φάσεις κατά τη διεργασία επίλυσης στατιστικού προβλήματος περιλαμβάνονται στα έργα Στατιστικής με βάση το πλαίσιο GAISE II;
4. Ποια επίπεδα ανάπτυξης περιλαμβάνονται στα έργα στατιστικής των σχολικών εγχειριδίων με βάση το πλαίσιο GAISE II;
5. Ποιες μαθηματικές πρακτικές αναπτύσσονται;
6. Ποιες μορφές απάντησης περιλαμβάνονται στα έργα Στατιστικής;
7. Σε ποιους τύπους πλαισίων αναπτύσσονται τα έργα Στατιστικής;
8. Ποια είναι η θεματολογία των έργων Στατιστικής;

3.3 Δείγμα της έρευνας

Το δείγμα της έρευνας αποτελείται από τα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια (βιβλία μαθητή) των μαθηματικών όλων των τάξεων του δημοτικού, του γυμνασίου, των Α΄, Β΄ λυκείου, καθώς επίσης και από τα έντυπα τετράδια εργασιών της Δ΄, Ε΄ ΣΤ΄ Δημοτικού και το έντυπο σχολικό εγχειρίδιο «Μαθηματικά – Στοιχεία Πιθανοτήτων

και Στατιστικής Γ' Γενικού Λυκείου» (βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ). Σε αυτά τα εγχειρίδια αναλύθηκαν όλα τα μαθηματικά έργα που σχετίζονται με τη Στατιστική.

3.4 Μέθοδος της έρευνας

Για την παρούσα έρευνα χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της ανάλυσης περιεχομένου. Είναι μια δοκιμασμένη μέθοδος που εφαρμόζεται για περισσότερο από μισό αιώνα σε διάφορες επιστήμες, όπως στην κοινωνιολογία, τη δημοσιογραφία κ.ά. Τις τελευταίες δεκαετίες αποτελεί βασική μέθοδο ανάλυσης σχολικών εγχειριδίων. Σύμφωνα με τον Bryman (2017), «η ανάλυση περιεχομένου αποτελεί προσέγγιση της ανάλυσης τεκμηρίων και κειμένων (σε έντυπη ή άλλη οπτική μορφή), η οποία προσπαθεί να ποσοτικοποιήσει το εκάστοτε περιεχόμενο κατά τρόπο συστηματικό και επαναλήψιμο βάσει εκ των προτέρων διαμορφωμένων κατηγοριών». Μερικά από τα πλεονεκτήματα της ανάλυσης περιεχομένου είναι: (1) η διαφάνεια, διότι οι δειγματοληπτικές διαδικασίες διατυπώνονται με σαφήνεια και τα δεδομένα βρίσκονται σε μια σταθερή μορφή. Συνεπώς, υπάρχει η δυνατότητα εκπόνησης επαναληπτικών ή συμπληρωματικών μελετών. Λόγω αυτής της ιδιότητας, χαρακτηρίζεται ως αντικειμενική μέθοδος ανάλυσης. (2) Η διαχρονικότητα, και (3) η ευελιξία, διότι μπορεί να εφαρμοστεί σε πληθώρα διαφορετικών ειδών δεδομένων, κείμενα, εικόνες κ.ά.

Η ανάλυση περιεχομένου σύμφωνα με τη Σαραφίδου, (όπως αναφέρεται στο Ματσίγκος, 2003) είναι μια μικτή μέθοδος, καθώς αρχικά το περιεχόμενο αξιολογείται ποιοτικά, προκειμένου να κατηγοριοποιηθεί η υπό μελέτη έννοια και στη συνέχεια ποσοτικοποιείται καταγράφοντας τις συχνότητες εμφάνισης συγκεκριμένων χαρακτηριστικών της.

3.5 Συλλογή δεδομένων – Μονάδα ανάλυσης

Για τη συλλογή δεδομένων εξετάστηκαν όλα τα έντυπα και τα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών του παραρτήματος ΙΙ. Πραγματοποιήθηκε καταγραφή όλων των κεφαλαίων, των ενοτήτων και των σελίδων που σχετίζονται με τη Στατιστική και όλων των μαθηματικών έργων που περιέχουν οποιαδήποτε έννοια της Στατιστικής. Στην καταμέτρηση των σελίδων των σχολικών εγχειριδίων δεν προσμετρήθηκαν τα περιεχόμενα, οι καρτέλες που βρίσκονται στο τέλος των βιβλίων και περιέχουν υλικό του βιβλίου, οι πίνακες μεγεθών και τα ευρετήρια.

Μονάδα ανάλυσης

Το εργαλείο ανάλυσης αποτελείται από έξι διαφορετικές διαστάσεις: **(1)** το στατιστικό περιεχόμενο, **(2)** τα επίπεδα ανάπτυξης με βάση την έκθεση GAISE II, **(3)** τις μαθηματικές(στατιστικές) πρακτικές, **(4)** τη μορφή απάντησης, **(5)** τον τύπο πλαισίου και **(6)** τη θεματολογία των έργων. Για την καλύτερη απόδοση των διαστάσεων του εργαλείου ανάλυσης και την πληρέστερη ανάλυση των ερευνητικών ερωτημάτων, χρησιμοποιήθηκαν δύο μονάδες ανάλυσης.

Η πρώτη μονάδα ανάλυσης είναι το «έργο». Ως «έργα», θεωρήθηκαν όλα τα παραδείγματα, οι δραστηριότητες, οι λυμένες εφαρμογές, το πρόσθετο υλικό, οι ερωτήσεις αναστοχασμού, οι ερωτήσεις κατανόησης, οι ασκήσεις για λύση και τα μικροπειράματα των έντυπων ή/και των ψηφιακών διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων. Με αυτή τη μονάδα ανάλυσης αναλύθηκαν οι διαστάσεις (5) και (6), δηλαδή οι «τύποι πλαισίου» και «θεματολογία» των έργων, διότι η φύση αυτών των διαστάσεων συνήθως είναι μοναδική σε κάθε έργο.

Ως δεύτερη μονάδα ανάλυσης ορίστηκε το «υποέργο», δηλαδή το διακριτό ερώτημα ενός έργου ανεξάρτητα από το αν δίνεται απάντηση ή όχι. Το υποέργο μπορεί να έχει τη μορφή ενός αριθμημένου υποερωτήματος ενός έργου, (π.χ. 1. 2. 3. κ.ο.κ. ή α.

β. γ. κ.ο.κ) ή να διακρίνεται με ένα σύμβολο (π.χ. •, ★ κ.λπ.). Μπορεί επίσης να διατυπωθεί σε μορφή ερώτησης, για παράδειγμα «Ποιος είναι ο μέσος όρος;» ή σε μορφή προτροπής, όπως για παράδειγμα «Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα».

Το υποέργο χρησιμοποιήθηκε ως μονάδα ανάλυσης στις διαστάσεις (1), (2) (3) και (4), καθώς επίσης και υποδιάσταση της «ανάλυσης δεδομένων».

Για να αποσαφηνιστεί ο τρόπος καταμέτρησης των έργων και των υποέργων Στατιστικής, παρατίθενται ορισμένα παραδείγματα:

Παράδειγμα 1^ο:

Εικόνα 1: Εφαρμογή από το σχολικό εγχειρίδιο Μαθηματικών της Β' Γυμνασίου σ.85 ενότητα 4.1

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Για να εκτιμήσουμε το αποτέλεσμα των ερχομένων βουλευτικών εκλογών, ρωτήσαμε 3.000 φοιτητές για το κόμμα που θα ψηφίσουν.

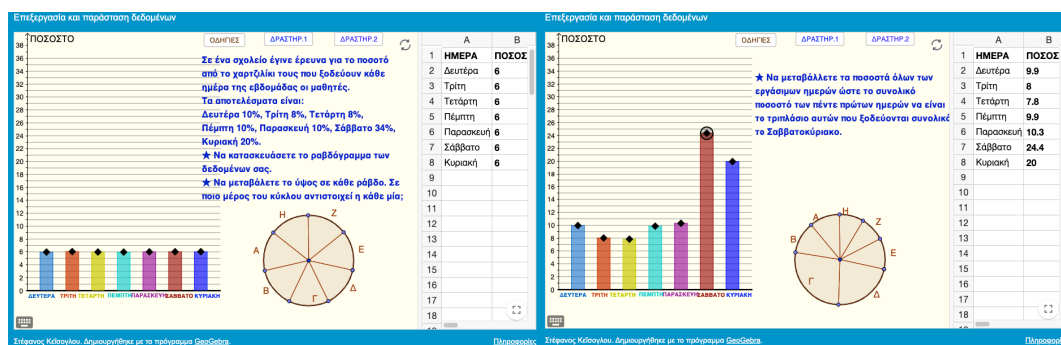
- Ποιος είναι ο πληθυσμός και ποιο είναι το δείγμα; Είναι το δείγμα αντιπροσωπευτικό;
- Αν οι φοιτητές προτίμησαν τα κόμματα Α, Β, Γ με ποσοστά 40%, 35% και 25% αντίστοιχα, να βρείτε πόσοι από αυτούς προτίμησαν το Α κόμμα, πόσοι το Β και πόσοι το Γ;

Στο 1^ο παράδειγμα (Εικόνα 1) υπάρχουν ερωτήματα για τον πληθυσμό, το δείγμα, την αντιπροσωπευτικότητα του δείγματος, ενώ απαιτούνται και βασικοί υπολογισμοί για τα ποσοστά προτίμησης. Η συγκεκριμένη εφαρμογή είναι ένα έργο και αποτελείται από δύο υποέργα, διότι περιέχει δύο αριθμημένα (με αλφαβητική επισήμανση) ερωτήματα.

Παράδειγμα 2^ο:

Στο μικροπείραμα της εικόνας 2, φαίνεται ένα έργο το οποίο περιέχει δυο δραστηριότητες. Τα ερωτήματα στην πρώτη δραστηριότητα είναι δύο ενώ στη δεύτερη είναι ένα. Τα διαφορετικά ερωτήματα δηλώνονται με το αστέρι ★, και όχι με κάποια αρίθμηση ως συνήθως. Το σύνολο των υποέργων Στατιστικής είναι τρία.

Εικόνα 2: Μικροπείραμα δύο δραστηριοτήτων από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο των Μαθηματικών ΣΤ' Δημοτικού, ενότητα 4.47: Άλλοι τύποι γραφημάτων.



Στον Πίνακα 10 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της καταμέτρησης του πλήθους των έργων/υποέργων διαδραστικών και μη, που συλλέχθηκαν από το δείγμα.

Πίνακας 10: Πλήθος έργων και υποέργων που αφορούν τη Στατιστική στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών και των τετραδίων εργασιών της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Τάξη	Έργα	Ψηφιακά διαδραστικά έργα	Σύνολο έργων	Τάξη	Υποέργα	Ψηφιακά διαδραστικά υποέργα	Σύνολο υποέργων
Α΄ Δημοτικού	0	0	0	Α΄ Δημοτικού	0	0	0
Β΄ Δημοτικού	0	0	0	Β΄ Δημοτικού	0	0	0
Γ΄ Δημοτικού	0	0	0	Γ΄ Δημοτικού	0	0	0
Δ΄ Δημοτικού	26	2	28	Δ΄ Δημοτικού	61	9	70
Ε΄ Δημοτικού	32	3	35	Ε΄ Δημοτικού	87	12	99
ΣΤ΄ Δημοτικού	45	1	46	ΣΤ΄ Δημοτικού	92	3	95
Α΄ Γυμνασίου	2	0	2	Α΄ Γυμνασίου	2	0	2
Β΄ Γυμνασίου	57	13	70	Β΄ Γυμνασίου	126	45	171
Γ΄ Γυμνασίου	0	0	0	Γ΄ Γυμνασίου	0	0	0
Α΄ Λυκείου	0	0	0	Α΄ Λυκείου	0	0	0
Β΄ Λυκείου	0	0	0	Β΄ Λυκείου	0	0	0
Γ΄ Λυκείου	95	0	95	Γ΄ Λυκείου	251	0	251
Σύνολο έργων	256	19	275	Σύνολο υποέργων	617	69	686

3.6 Ανάλυση δεδομένων

Τα δεδομένα αναλύθηκαν σε δύο άξονες, με βάση το πλαίσιο των Charalambous κ.ά. (2010). Για τον πρώτο, πραγματοποιήθηκε μια οριζόντια ανάλυση, κατά την οποία καταγράφηκαν οι γενικές πληροφορίες των εγχειριδίων και η συνολική δομή τους. Για το δεύτερο άξονα εφαρμόστηκε η κάθετη ανάλυση η οποία επικεντρώνεται στην ανάλυση των έργων που αφορούν στη Στατιστική. Οι πληροφορίες σχετικά με την ποιότητα και τις διδακτικές πτυχές του περιεχομένου των σχολικών εγχειριδίων

αποκαλύπτεται μέσα από την κάθετη ανάλυση των έργων, σύμφωνα με τους Charalambous κ.ά. (2010).

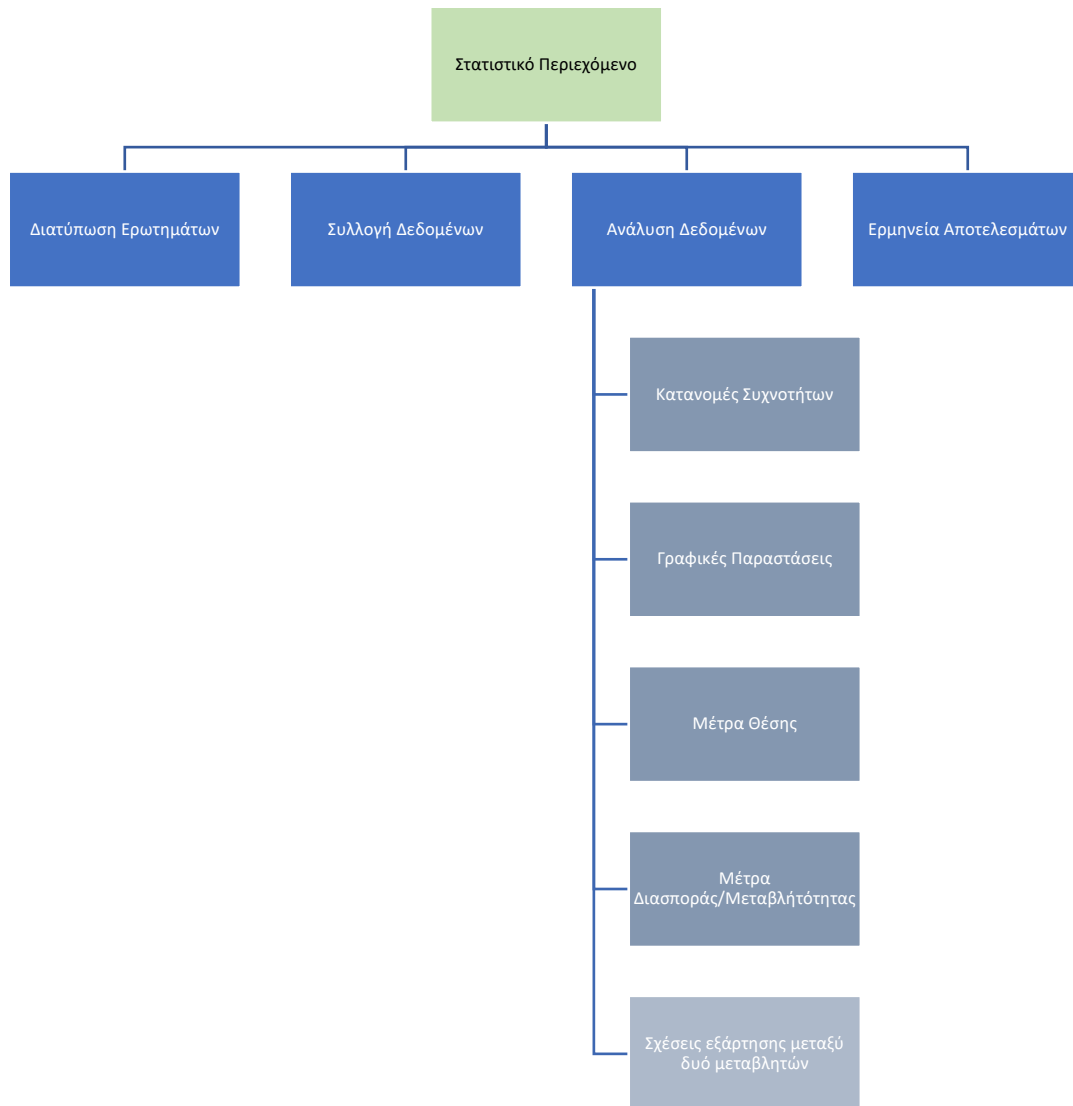
Η κάθετη ανάλυση αποτελείται από πέντε υποδιαστάσεις: στατιστικό περιεχόμενο, επίπεδο GAISE, μαθηματικές πρακτικές, μορφή απάντησης, τύπος πλαισίου, θεματολογία των έργων

3.6.1 Στατιστικό περιεχόμενο

Οι Jones και Jacobbe (2014), ανέλυσαν το περιεχόμενο των στατιστικών έργων με βάση τις τέσσερις φάσεις της διαδικασίας επίλυσης στατιστικού προβλήματος της έκθεσης GAISE I (βλ. παράγραφο 2.4). Το ίδιο πλαίσιο εφαρμόστηκε και σε αυτήν την εργασία και περιλαμβάνει τέσσερις υποδιαστάσεις για την ανάλυση περιεχομένου των στατιστικών έργων: (1) διατύπωση ερωτημάτων, (2) συλλογή/εξέταση δεδομένων, (3) ανάλυση δεδομένων και (4) ερμηνεία αποτελεσμάτων.

Η επιλογή αυτή για την ανάλυση περιεχομένου στηρίχθηκε σε δύο λόγους. Πρώτον, το πλαίσιο έχει δοκιμαστεί στο παρελθόν τόσο στην πρωτοβάθμια όσο και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση στο εξωτερικό (Jones & Jacobbe, 2014· Jones & Basyal, 2019· Jones κ.ά., 2015), επομένως καλύπτει ένα ευρύ φάσμα στατιστικών εννοιών του δημοτικού, του γυμνασίου και του λυκείου. Δεύτερον, τόσο στην έκθεση GAISE I όσο και στην έκθεση GAISE II, παρέχεται πληθώρα παραδειγμάτων για κάθε τύπο έργου τα οποία διευκολύνουν την κωδικοποίηση των έργων.

Λόγω του μεγάλου πλήθους δεδομένων της υποδιάστασης «ανάλυση δεδομένων», αλλά και για την πληρέστερη μελέτη των έργων του δημοτικού και του γυμνασίου, η «ανάλυση δεδομένων» αναλύθηκε περαιτέρω σε τέσσερις κατηγορίες: α) κατανομές συχνοτήτων, β) γραφικές παραστάσεις, γ) μέτρα θέσης, δ) μέτρα μεταβλητότητας/διασποράς. Για τη μελέτη των στατιστικών έργων του λυκείου προστέθηκε μια πέμπτη κατηγορία ε) «σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών».



Σχήμα 6: Διάσταση εργαλείου: Στατιστικό περιεχόμενο

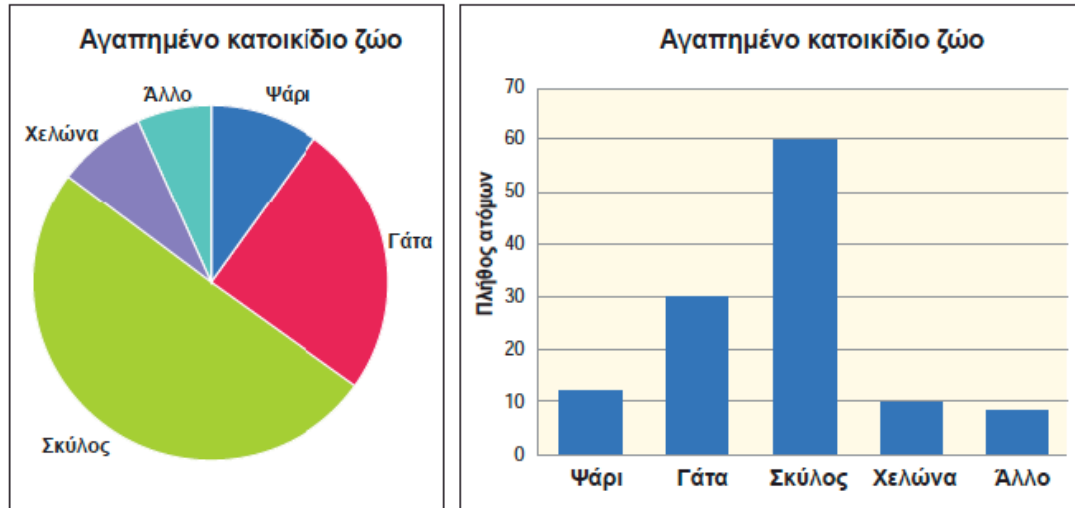
Ακολουθούν παραδείγματα των εγχειριδίων για κάθε διάσταση του στατιστικού περιεχομένου.

Παράδειγμα 1^ο: Διατύπωση ερωτημάτων

Στην εφαρμογή της εικόνας 3, διακρίνονται δυο υποέργα τα οποία ανήκουν στην κατηγορία «διατύπωση ερωτημάτων».

Εφαρμογή 4

Ρωτήθηκαν 120 άτομα για το αγαπημένο τους κατοικίδιο ζώο και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται με ένα κυκλικό διάγραμμα και ένα ραβδόγραμμα.



- 1) Να κάνετε μια ερώτηση που μπορεί να απαντηθεί πιο εύκολα από το ραβδόγραμμα.
- 2) Να κάνετε μια ερώτηση που μπορεί να απαντηθεί πιο εύκολα από το κυκλικό διάγραμμα.

Εικόνα 3: Εφαρμογή 4 από το εγχειρίδιο της Γ' Λυκείου σελ. 61

Παράδειγμα 2^ο : Συλλογή δεδομένων

Διερεύνηση

Τα παιδιά της Ε' τάξης ενός δημοτικού σχολείου στην Αθήνα έκαναν μια έρευνα, στην οποία κατέγραψαν τις ώρες παιχνιδιού και ξεκούρασης που έχουν συνολικά τις καθημερινές της εβδομάδας.

Κάνουμε στην τάξη μας μια αντίστοιχη έρευνα και καταγράφουμε τα αποτελέσματα.

Ε' τάξη σχολείου της Αθήνας							
Ώρες ξεκούρασης και παιχνιδιού τις καθημερινές ημέρες της εβδομάδας							
4	5	10	10	5	15	5	10
5	10	6	15	5	5	5	5
5	5	9	7	14	5	6	11

1. Συμπληρώνουμε τον πίνακα.



Κάθε αριθμός αντιπροσωπεύει την απάντηση ενός συμμαθητή μας ή μιας συμμαθήτριάς μας.

ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΩΡΑ

Η τάξη μας

Ώρες ξεκούρασης και παιχνιδιού τις καθημερινές ημέρες της εβδομάδας							

Εικόνα 4: Παράδειγμα από το εγχειρίδιο της Ε' Δημοτικού, ενότητα 22

Παράδειγμα 3^ο: Ανάλυση δεδομένων

A) Παράδειγμα υποδιάστασης «κατανομές συχνοτήτων»

1. Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες:

Αριθμός παιδιών των οικογενειών ενός χωριού

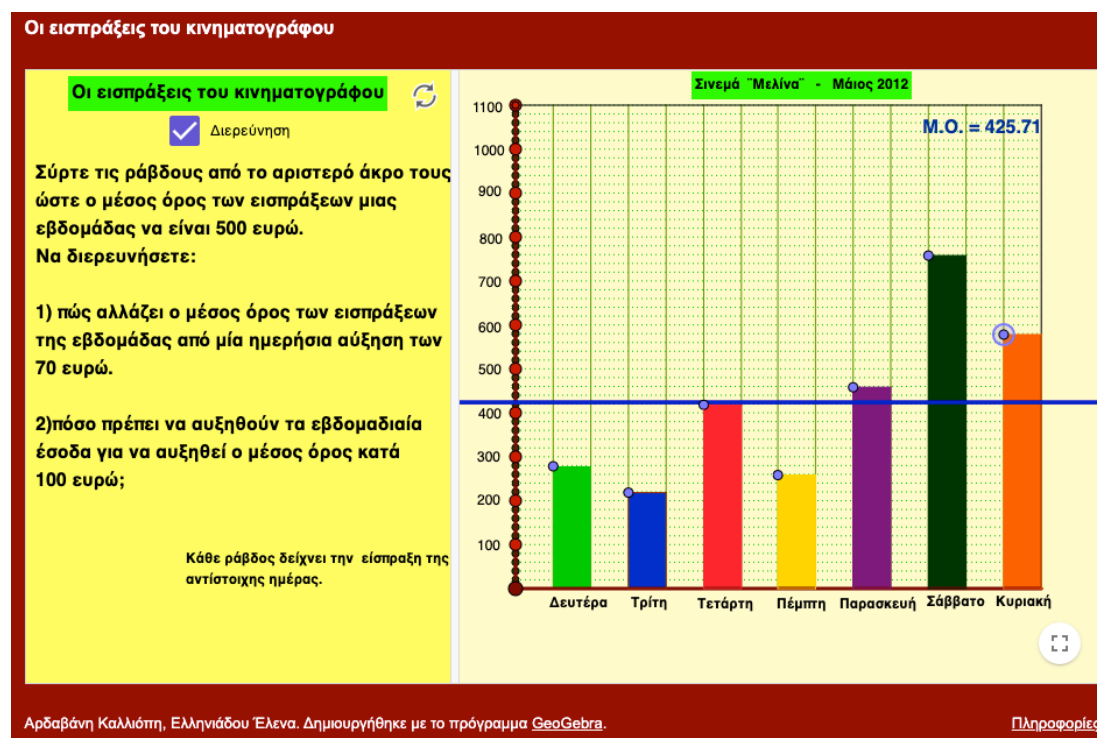
Αριθμός παιδιών	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα %
0	4	
1	10	
2	14	
3	8	
4	4	
Σύνολο		

Αριθμός απουσιών των μαθητών μιας τάξης κατά το Νοέμβριο

Αριθμός απουσιών	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα %
0	3	
1	8	
2	12	
3	6	
4	6	
5		
6	1	
Σύνολο	40	

Εικόνα 5: Άσκηση 1 Β' Γυμνασίου, ενότητα 4.3

B) Παράδειγμα ανάλυσης δεδομένων: Υποδιάσταση «γραφικές παραστάσεις»



Εικόνα 6: Μικροπείραμα Ε' Δημοτικού, ενότητα 4.23

Γ) Παράδειγμα υποδιάστασης «μέτρα θέσης»

4. Το ύψος των 12 πακτών της ομάδας μπάσκετ της ΑΕΚ είναι σε cm: 192, 197, 197, 198, 198, 200, 200, 201, 201, 204, 205, 206.

α) Να βρείτε το μέσο ύψος της ομάδας.

β) Να βρείτε τη διάμεσο των υψών της ομάδας.

γ) Αν ο παίκτης με ύψος 192 cm αντικατασταθεί από άλλον ύψους 200 cm, ποιο είναι το νέο μέσο ύψος της ομάδας;

Εικόνα 7: Άσκηση 4 Β' Γυμνασίου ενότητα 4.5

Δ) Παράδειγμα ανάλυσης δεδομένων: Υποδιάσταση «μέτρα διασποράς»

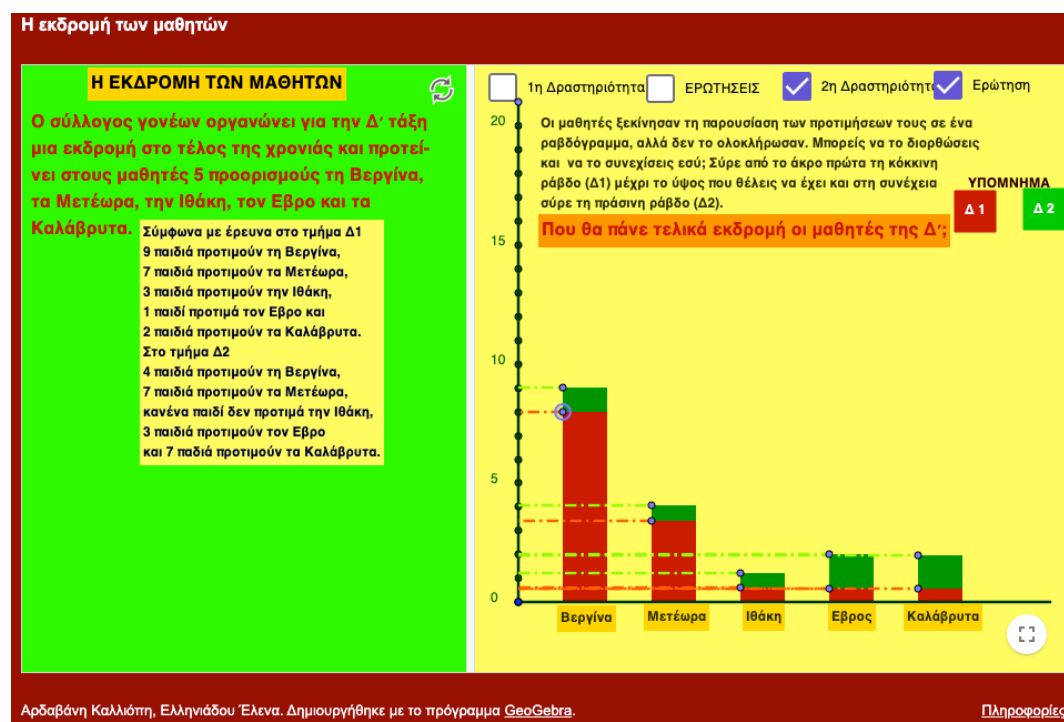
5) Να υπολογίσετε τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση για καθεμιά από τις παρακάτω λίστες δεδομένων. Συγκρίνοντας τα δεδομένα και τα αποτελέσματα, τι συμπέρασμα βγάζετε;

α) 1, 3, 4, 5, 7 β) 3, 9, 12, 15, 21 γ) 6, 8, 9, 10, 12 δ) -1, -3, -4, -5, -7

Εικόνα 8: Άσκηση 5 εγχειρίδιο Γ' Λυκείου, ενότητα 2.3, σελ. 77

Παράδειγμα 4^ο: Ερμηνεία αποτελεσμάτων

Στην ερώτηση της δεύτερης δραστηριότητας του μικροπειράματος της Δ' Δημοτικού που ακολουθεί, αρχικά οι μαθητές μετατρέπουν τα αριθμητικά δεδομένα σε ραβδόγραμμα. Τους ζητείται στη συνέχεια να ερμηνεύσουν τα δεδομένα του ραβδογράμματος.



Εικόνα 9: Μικροπείραμα από το εγχειρίδιο Δ' Δημοτικού, ενότητα 6

Παράδειγμα 5^ο: Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δυο μεταβλητών.

9) Το πλήθος x των οχημάτων σε εκατομμύρια και ο αριθμός y των ατυχημάτων σε εκατοντάδες, σε 15 διαφορετικές χώρες, δίνονται από τον επόμενο πίνακα:

Χώρα	A	B	Γ	Δ	E	Z	H	Θ	I	K	Λ	M	N	Ξ	O
x	8,6	13,4	12,8	9,3	1,3	9,4	13,1	4,9	13,5	9,6	7,5	9,8	23,3	21	19,4
y	33	51	30	48	12	23	46	18	36	50	34	35	95	99	69

α) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς μεταξύ των μεταβλητών του πλήθους των οχημάτων και του αριθμού των οχημάτων για τις 15 χώρες.

β) Να υπολογίσετε και να ερμηνεύσετε τον συντελεστή γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των μεταβλητών του πλήθους των οχημάτων και του αριθμού των οχημάτων για τις 15 χώρες.

Εικόνα 10: Παράδειγμα "Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δυο μεταβλητών" από το βιβλίο της Γ' Λυκείου, ενότητα 2.7, σελ. 131.

3.6.2 Επίπεδα ανάπτυξης με βάση την έκθεση GAISE

Οι Jones & Jacobbe (2014), αξιοποίησαν τα επίπεδα ανάπτυξης στατιστικού γραμματισμού και εννοιολογικής κατανόησης της έκθεσης GAISE, για να αξιολογήσουν έργα Στατιστικής σε σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών. Αποκωδικοποιώντας το πλαίσιο GAISE, ανέπτυξαν τη ρουμπρίκα που παρατίθεται στο παράρτημα I. Στην παρούσα εργασία κάθε έργο ή υποέργο αρχικά κατηγοριοποιήθηκε ανάλογα με τη φάση επίλυσης προβλήματος και στη συνέχεια ταξινομήθηκε είτε με βάση τη ρουμπρίκα των Jones & Jacobbe (2014) ή με βάση την αναλυτική περιγραφή των επιπέδων ανάπτυξης GAISE II του Πίνακα 3 της παραγράφου 1.6.

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε φαίνεται στα παρακάτω παραδείγματα:

Παράδειγμα 1^ο:

Η εφαρμογή της ΣΤ' Δημοτικού της εικόνας 11, κατατάσσεται στην υποδιάσταση «ανάλυση δεδομένων» και σύμφωνα με τη ρουμπρίκα του παραρτήματος I, αντιστοιχεί στο επίπεδο A και συγκεκριμένα στο A4: **Οι μαθητές παρατηρούν τα**

πλεονεκτήματα και/ή συγκρίνουν διαφορετικούς τύπους γραφημάτων.

Εφαρμογή Επιλογή του κατάλληλου γραφήματος

Τα παιδιά έκαναν μια έρευνα ανάμεσα στους συμμαθητές τους καταγράφοντας το πώς ξοδεύουν το χαρτζιλίκι τους κατά τη διάρκεια της εβδομάδας. Συγκέντρωσαν τα στοιχεία και αφού τα επεξεργάστηκαν κατέληξαν στον παρακάτω πίνακα.

Ημέρα	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο	Κυριακή
Ποσοστό % που ξόδεψαν	10 %	8 %	8 %	10 %	10 %	34 %	20 %

Ποιος είναι ο καλύτερος τύπος γραφήματος για να παρουσιάσουν τα αποτελέσματα της έρευνάς τους;

Εικόνα 11: Εφαρμογή από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της ΣΤ' Δημοτικού, ενότητα 4.47

Παράδειγμα

2°:

Στην άσκηση της εικόνας 12, απεικονίζεται ένα κυκλικό διάγραμμα. Το υποέργο α) της άσκησης ζητάει να εντοπιστεί η γωνία ω του κυκλικού διαγράμματος επομένως αντιστοιχεί στο επίπεδο Β και συγκεκριμένα στο Β2: Οι μαθητές διαβάζουν τα δεδομένα από ένα γράφημα/απεικόνιση που αναφέρεται στο Β1 (κυκλικό διάγραμμα).

Το υποέργο β) ζητάει τη μετατροπή σε εικονόγραμμα. Τόσο το κυκλικό διάγραμμα όσο και το εικονόγραμμα είναι επιπέδου Β1: Οι μαθητές κατασκευάζουν ένα γράφημα/μια απεικόνιση, όπως θηκόγραμμα, κυκλικό διάγραμμα (γράφημα πίτας), ομαδοποιημένο πίνακα συχνοτήτων, πίνακα σχετικών συχνοτήτων, ιστόγραμμα, εικονόγραμμα ή ένα χρονοδιάγραμμα.

5. Δίνεται το διπλανό κυκλικό διάγραμμα:

α) Να βρείτε τη γωνία ω .

β) Να το μετατρέψετε σε εικονόγραμμα



Εικόνα 12: Άσκηση 5 από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β' Γυμνασίου, ενότητα 4.2: Γραφικές παραστάσεις.

3.6.3 Τύπος πλαισίου

Τα έργα με βάση το πλαίσιο (context-based tasks), ορίζονται σύμφωνα με το PISA ως “προβλήματα που παρουσιάζονται μέσα σε μια «κατάσταση», η οποία μπορεί να αναφέρεται σε ένα πραγματικό ή φανταστικό περιβάλλον, την οποία μπορεί να φανταστεί ο μαθητής. Μπορεί να περιλαμβάνει προσωπικές, επαγγελματικές, επιστημονικές, και δημόσιες πληροφορίες” (όπως αναφέρεται στο Wijaya κ.ά., 2015). Για τον προσδιορισμό του τύπου πλαισίου των στατιστικών έργων χρησιμοποιήθηκε τμήμα του εργαλείου ανάλυσης των Wijaya κ.ά. (2015). Οι τύποι πλαισίου χωρίζονται σε τρεις υποδιαστάσεις: α) χωρίς πλαίσιο, β) πλαίσιο καμουφλάζ και γ) σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο. Σύμφωνα με το PISA τα έργα με ουσιαστικό πλαίσιο είναι σχεδιασμένα για να παρέχουν ευκαιρίες μάθησης στους μαθητές με αυθεντικό τρόπο.

Πίνακας 11: Τύποι πλαισίου των στατιστικών έργων

Χαρακτηριστικό έργου	Υποκατηγορία	Επεξήγηση
Τύπος πλαισίου	Δεν υπάρχει πλαίσιο	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Αναφορά μόνο σε μαθηματικά αντικείμενα, σύμβολα ή δομές
	Πλαίσιο καμουφλάζ	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Χωρίς εμπειρίες από την καθημερινή ζωή ή συλλογισμούς κοινής λογικής ▪ Προφανείς οι μαθηματικές πράξεις που απαιτούνται ▪ Η λύση μπορεί να βρεθεί συνδυάζοντας όλους τους αριθμούς που δίνονται στο κείμενο.
	Σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Απαιτείται κοινή λογική εντός του πλαισίου για κατανόηση-επίλυση του προβλήματος ▪ Η μαθηματική πράξη δεν δίνεται ρητά. ▪ Απαιτείται μαθηματική μοντελοποίηση.

Παράδειγμα 1^ο: Έργο χωρίς πλαίσιο.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Δίνονται τα ομαδοποιημένα δεδομένα του παρακάτω πίνακα.

Κλάσεις	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20
Συχνότητες	3	5	8	4


Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

		A	B	Γ	Δ
1.	Το πλάτος της κάθε κλάσης είναι:	4	5	2	20
2.	Το κέντρο της κλάσης 5 – 10 είναι:	5	15	7,5	10
3.	Η συχνότητα της κλάσης 5 – 10 είναι:	$\frac{8}{5}$	8	$\frac{8}{20}$	5

Εικόνα 13: Ερώτηση κατανόησης χωρίς πλαίσιο, Β' Γυμνασίου, ενότητα 4.4

Παράδειγμα 2^ο: Έργο με πλαίσιο «καμουφλάζ».

Στην εικόνα 14, η άσκηση χρησιμοποιεί στοιχεία από την καθημερινότητα των μαθητών, όπως το σχολείο, το λεωφορείο, το ποδήλατο κ.λπ. Αυτά τα στοιχεία δε χρησιμοποιούνται για την επίλυση της άσκησης, ή αλλιώς, αν αγνοηθούν η άσκηση μπορεί να λυθεί.

2. Με τη βοήθεια του παρακάτω εικονογράμματος ( = 12 μαθητές):
- Να βρείτε πόσους μαθητές έχει συνολικά το Γυμνάσιο αυτό.
 - Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που προτιμούν το λεωφορείο.
 - Να παραστήσετε τα δεδομένα με ραβδόγραμμα.



Εικόνα 14: Πλαίσιο καμουφλάζ, άσκηση 2, Β' Γυμνασίου, ενότητα 4.2

Παράδειγμα 3^ο: Έργο διερεύνησης. Στην άσκηση της εικόνας 15, περιγράφεται το πλαίσιο στο οποίο οι μαθητές ουσιαστικά πρέπει να διεξαγάγουν μια ερευνητική έκθεση και να επικοινωνήσουν τα αποτελέσματά της.

- 3) Αποφασίζετε με τους φίλους σου να κάνετε μια έρευνα για ένα θέμα που σας απασχολεί ή συζητήσατε σε κάποιο άλλο μάθημα και θέλετε να δείτε τι γνώμη έχουν οι συμμαθητές σας. Συντάξτε ένα ερωτηματολόγιο με ερωτήσεις που αφορούν τα βασικά στοιχεία των συμμαθητών σας (φύλο, τάξη, ομάδα προσανατολισμού) και ερωτήσεις που αφορούν το θέμα που επιλέξατε. Φροντίστε οι ερωτήσεις να είναι σαφώς διατυπωμένες και οι πιθανές απαντήσεις να μην επικαλύπτονται. Χρησιμοποιώντας αυτά που μάθατε στη συγκεκριμένη παράγραφο, γράψτε μια σύντομη ερευνητική έκθεση παρουσιάζοντας τα αποτελέσματά σας. Για παράδειγμα, ο εθισμός στο διαδίκτυο είναι μια νέα μορφή εξάρτησης και αναφέρεται στην καταναγκαστική και υπερβολική χρήση του διαδικτύου και τον εκνευρισμό που προκαλείται από τη στέρηση της.

Αναζητήστε συσχετίσεις ανάμεσα στον χρόνο χρήσης του διαδικτύου (καθόλου, μέχρι μία ώρα την ημέρα, από 1 έως και 3 ώρες την ημέρα, πάνω από 3 ώρες την ημέρα) με διάφορους παράγοντες που πιστεύετε ότι επηρεάζουν την ενασχόληση με το διαδίκτυο.

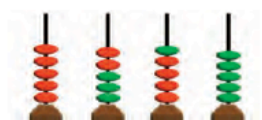
Εικόνα 15: Έργο διερεύνησης, Γ' Λυκείου, ενότητα 2.5, σελ. 105

Παράδειγμα 4^ο: Σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο.

Στην εικόνα 16, η άσκηση του τετραδίου εργασιών της ΣΤ' Δημοτικού έχει σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο. Οι στύλοι και οι κρίκοι αποτελούν στοιχείο της καθημερινότητας της σχολικής τάξης στο δημοτικό. Για την επίλυση της άσκησης είναι απαραίτητη η χρήση της εικόνας που προσομοιάζει το μέσο όρο ως ίση κατανομή των κρίκων.

Άσκηση 2η

Στο σχήμα 1 φαίνονται 20 κρίκοι μοιρασμένοι εξίσου σε τέσσερις στύλους. Στο σχήμα 2 φαίνονται οι στύλοι πριν κάνουμε τη μοιρασιά. Μπορείς να βρεις πόσοι κρίκοι υπήρχαν από κάθε χρώμα στον τελευταίο στύλο πριν οι κρίκοι μοιραστούν εξίσου σε όλους;



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Λύση

Απάντηση:.....

Εικόνα 16: Άσκηση από το τετράδιο εργασιών της ΣΤ' Δημοτικού, κεφ. 48: Βρίσκω το μέσο όρο, σελ. 29.

3.6.4 Μαθηματικές πρακτικές

Για την ανάλυση των έργων ως προς τις μαθηματικές πρακτικές, χρησιμοποιήθηκαν οι έξι από τις οχτώ πρακτικές υπό το πρίσμα της Στατιστικής, όπως διαμορφώθηκαν από τους Franklin et al. (2015) και περιγράφονται στο κεφάλαιο 2.4.

Πίνακας 12: Μαθηματικές πρακτικές έργων

Μαθηματικές Πρακτικές	
Διατύπωση και λύση προβλήματος	<ul style="list-style-type: none">• Περιλαμβάνει έργα τα οποία δεν αποτελούν απλή εφαρμογή από προηγούμενη γνώση των μαθητών με βάση το σχολικό εγχειρίδιο• Διατύπωση προφορικής ή συμβολικής πρότασης ή ερώτησης που προσδιορίζει ένα μαθηματικό στόχο ή την επεξήγηση ενός ζητούμενου• Σχεδιασμός στατιστικού πειράματος για την επίλυση προβλήματος ή για τον προσδιορισμό χρήσιμων δεδομένων• Ανάλυση λαθών και έλεγχος αποτελέσματος• Διερεύνηση καταλληλότητας των δεδομένων για την απάντηση των ερευνητικών ερωτημάτων• Διερεύνηση της ορθότητας κατά τη συλλογή δεδομένων
Συλλογισμός και Επιχειρηματολογία	<ul style="list-style-type: none">• Επιλογή κατάλληλου γραφήματος για την παρουσίαση των δεδομένων• Αιτιολόγηση βημάτων επίλυσης προβλήματος• Διατύπωση λογικών επιχειρημάτων με βάση τα δεδομένα• Αξιολόγηση γραπτών ή προφορικών μεθόδων, επιχειρημάτων ή ιδεών• Ερμηνεία γραφημάτων και εξαγωγή συμπερασμάτων με βάση τα δεδομένα
Μαθηματική Επικοινωνία	<ul style="list-style-type: none">• Προφορική επικοινωνία ιδεών• Γραπτή ή συμβολική γλώσσα της Στατιστικής• Μη λεκτικές μορφές επικοινωνίας
Μοντελοποίηση	<ul style="list-style-type: none">• Διατύπωση προφορικών ή γραπτών προτάσεων για την αποτύπωση μια κατάστασης του πραγματικού κόσμου• Χρήση της μέσης τιμής για την αποτύπωση της μεταβλητότητας μονομεταβλητών δεδομένων• Χρήση της κανονικής κατανομής για την περιγραφή ποσοτικών δεδομένων• Σχεδίαση γραμμής για τη μοντελοποίηση της σχέσης μεταξύ δύο ποσοτικών μεταβλητών• Μετάφραση ενός προβλήματος στη γλώσσα των Μαθηματικών/Στατιστικής
Επιλογή και χρήση εργαλείων	<ul style="list-style-type: none">• Χρήση χειραπτικών και ψηφιακών εργαλείων
Αναστοχασμός	<ul style="list-style-type: none">• Προτροπή για διαφορετική προσέγγιση ενός προβλήματος• Επίδραση μιας αλλαγής σε μια κατάσταση (πχ. επίδραση της αλλαγής μια ακραίας τιμής στη διάμεσο)• Συνεχής αξιολόγηση των αποτελεσμάτων μεταξύ των φάσεων επίλυσης στατιστικού προβλήματος• Γενίκευση ή συντόμευση της λύσης ή της διαδικασίας επίλυσης ενός προβλήματος

Ενδεικτικά παραδείγματα για τον καθορισμό των μαθηματικών πρακτικών δίνονται παρακάτω:

Παράδειγμα 1^ο:

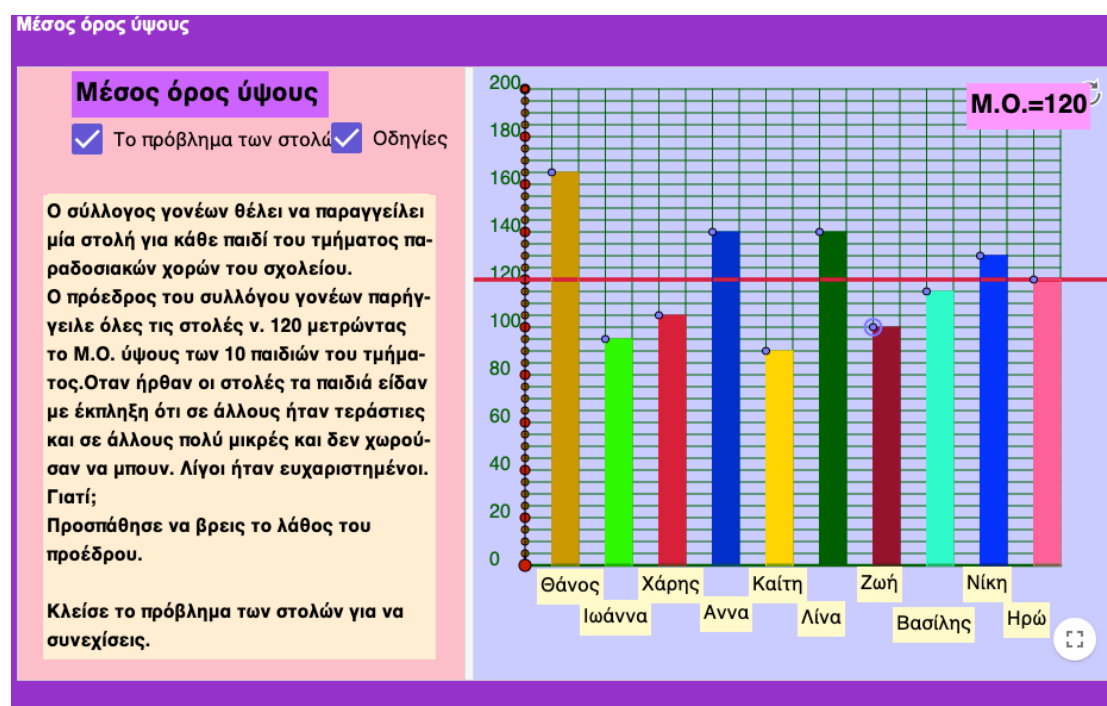
Στην άσκηση της εικόνας 17, ζητείται η διατύπωση μιας πρότασης που προσδιορίζει ένα μαθηματικό στόχο, επομένως ανήκει στην κατηγορία «διατύπωση και λύση προβλήματος».

9. Η Κατερίνα για να βρεί το δημοφιλέστερο τραγούδι την περίοδο αυτή, σκοπεύει να ρωτήσει τους μαθητές ενός σχολείου. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί το αποτέλεσμα της έρευνας δε θα είναι αντικειμενικό; Τι πρέπει να κάνει η Κατερίνα για να καταλήξει σ'ένα αξιόπιστο συμπέρασμα;

Εικόνα 17: Παράδειγμα διατύπωσης και λύσης προβλήματος, άσκηση 9 Β' Γυμνασίου, ενότητα 4.1

Παράδειγμα 2^ο:

Στο μικροπείραμα της εικόνας 18, ζητείται η διατύπωση αιτιολογημένων επιχειρημάτων, επομένως ανήκει στην κατηγορία «συλλογισμός και επιχειρηματολογία». Επιπροσθέτων ζητείται η διερεύνηση της λανθασμένης εκτίμησης του προέδρου, οπότε ανήκει και στην κατηγορία «διατύπωση και λύση προβλήματος». Ένα έργο μπορεί να ανήκει σε περισσότερες από μια διαστάσεις των μαθηματικών πρακτικών.




Εικόνα 18: Μικροπείραμα Ε' Δημοτικού, ενότητα 4.23

Παράδειγμα 3^ο:

Το παράδειγμα της εικόνας 19 προτρέπει τους μαθητές να συζητήσουν τις απόψεις τους, επομένως ανήκει στην κατηγορία «Μαθηματική Επικοινωνία».

Εργασία

- 1)  Από το αρχείο του σχολείου μας συγκεντρώνουμε στοιχεία για τις εγγραφές μαθητών και μαθητριών όλων των τάξεων κατά τα τελευταία 4 έτη.
- Καταγράφουμε τα δεδομένα σε πίνακα και τ' απεικονίζουμε γραφικά.
 - Συμβαίνει στο σχολείο μας ό,τι και στο σχολείο του ακριτικού νησιού του Αιγαίου; Συζητούμε τις απόψεις μας.

Εικόνα 19: Εργασία από το εγχειρίδιο της Ε' Δημοτικού, ενότητα 56

Παράδειγμα 4^ο:

Στο διερευνητικό έργο της εικόνας 20, ζητείται από τους μαθητές να πραγματοποιήσουν μια στατιστική έρευνα και να παρουσιάσουν τα αποτελέσματά της. Είναι απαραίτητη η μετάφραση του ζητούμενου σε μαθηματική-στατιστική γλώσσα επομένως ανήκει στην κατηγορία «μοντελοποίηση»

- 3) Στα πλαίσια μιας συνθετικής εργασίας συλλέξετε δεδομένα που αφορούν πληροφορίες για τους συμμαθητές σας. Συντάξτε ένα ερωτηματολόγιο με ερωτήσεις που αφορούν τα βασικά στοιχεία των συμμαθητών σας (φύλο, τάξη, ομάδα προσανατολισμού) και ερωτήσεις (ύψος, βάρος, ώρες διαβάσματος, ώρες στο διαδίκτυο, βαθμοί σε διάφορα μαθήματα). Φροντίστε οι ερωτήσεις να είναι σαφώς διατυπωμένες και οι πιθανές απαντήσεις να μην επικαλύπτονται. Χρησιμοποιώντας αυτά που μάθατε στη συγκεκριμένη παράγραφο, γράψτε μια σύντομη ερευνητική έκθεση παρουσιάζοντας τα αποτελέσματά σας.



Εικόνα 20: Άσκηση από το βιβλίο της Γ' Λυκείου, ενότητα 2.6, σελ. 119

Παράδειγμα 5^ο: Επιλογή και χρήση εργαλείων

Στην εικόνα 21 φαίνεται ένα ψηφιακό έργο από το διαδραστικό εγχειρίδιο της Β' Γυμνασίου, το οποίο απαιτεί τη χρήση ψηφιακών εργαλείων. Οι μαθητές καλούνται να αλλάξουν τα εμβαδά των τομέων «σέρνοντας» τις πράσινες κουκίδες. Στη συνέχεια με τη χρήση του ψηφιακού μοιρογνωμονίου μπορούν να υπολογίσουν τις κεντρικές γωνίες κάθε τομέα.

Κυκλικό διάγραμμα - Εικονόγραμμα

ΠΠοιοι μήνες έχουν 30 ημέρες και ποιοι 31;
 Πόσες ημέρες έχει ο Φεβρουάριος;
 Τελικά, πόσοι μήνες ενός έτους έχουν 30 ημέρες, πόσοι 31 και πόσοι 28 ή 29;
 Να συμπληρώσετε τον πίνακα του λογιστικού φύλλου για τους μήνες ενός **δισεκτου** έτους και στη συνέχεια να διορθώσετε το κυκλικό διάγραμμα αλλάζετε τους τομείς από τα πράσινα σημεία) και να κατασκευάσετε το εικονόγραμμα.

Υπόμνημα:	29	30	31
Μήνες 29 ημερών			
Μήνες 30 ημερών			
Μήνες 31 ημερών			
	29	30	31
	Αριθμός ημερών		

	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Μήνες	Γωνίες κυκλικού διαγράμματος						
2	?		?					
3	?		?					
4	?		?					
5	?		?					

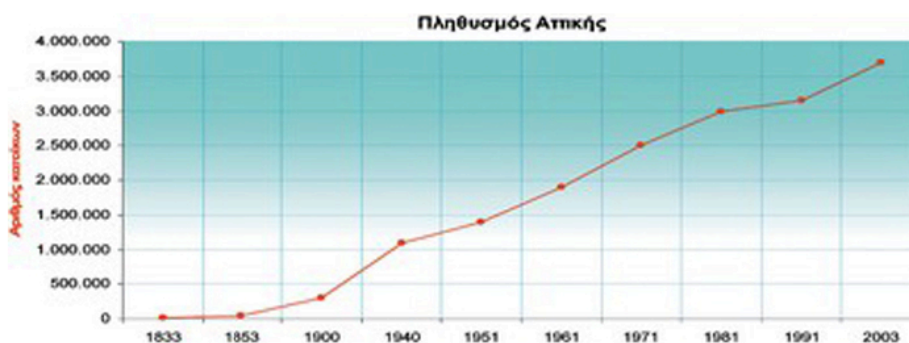
Βαλμάς Σωτήρης - Πετρίδης Παντελής. Δημιουργήθηκε με το πρόγραμμα [GeoGebra](#) [Πληροφορίες](#)
 Εικόνα 21: Ψηφιακό έργο από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β' Γυμνασίου, κεφάλαιο 4.2, (άσκηση 5).

Παράδειγμα 6^ο: Αναστοχασμός.

Το παράδειγμα της εικόνας 22 αναπτύσσει πολλαπλές πρακτικές. Τη «διατύπωση και λύση προβλήματος», την «μαθηματική επικοινωνία» και τον «αναστοχασμό». Ο αναστοχασμός διακρίνεται στα δυο τελευταία ερωτήματα.

Δραστηριότητα 1η

Το παρακάτω γράφημα παρουσιάζει την αύξηση του πληθυσμού στην Αττική από τότε που η Αθήνα έγινε πρωτεύουσα του ελληνικού κράτους μέχρι το 2003.



- Τι διαπιστώνουμε για τον πληθυσμό της πρωτεύουσας με μια ματιά από το γράφημα;
- Γιατί προτιμήσαμε να παρουσιάσουμε τα δεδομένα με αυτόν τον τύπο γραφήματος κι όχι με ραβδόγραμμα;
- Θυμήσου το γράφημα που έφτιαξες με δύο ανάλογα ποσά και σύγκρινέ το μ' αυτό.

Εικόνα 22; Δραστηριότητα από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της ΣΤ' Δημοτικού, ενότητα 4.47

3.6.5 Μορφή απάντησης

Οι μορφές απάντησης των έργων κατηγοριοποιήθηκαν σύμφωνα με τη Glasnovic (2018) σε «κλειστή», «ανοιχτή» και «πολλαπλής επιλογής». Κάθε κλειστή απάντηση μπορεί να κριθεί ως σωστή ή λάθος. Οι κλειστές απαντήσεις έχουν μία μόνο απάντηση ανεξάρτητα από το πόσες διαφορετικές προσεγγίσεις χρησιμοποιούνται από τους μαθητές. Οι απαντήσεις πολλαπλής επιλογής προσφέρουν καθορισμένο αριθμό επιλογών ως πιθανές απαντήσεις. Οι ανοιχτού τύπου απαντήσεις δέχονται πάνω από μία σωστές απαντήσεις. Στις «ανοιχτές» απαντήσεις μπορεί να ζητείται προφορική ή γραπτή ανάπτυξη ιδεών και συνήθως σχετίζονται με τη διαδικασία και τον τρόπο επίλυσης έργων.

Πίνακας 13: Μορφή απάντησης

Μορφή Απάντησης

Κλειστή	Μία σωστή απάντηση
Ανοιχτή	Περισσότερες από μία σωστές απαντήσεις.
Πολλαπλής επιλογής	Επιλογή από προκαθορισμένες απαντήσεις


Παράδειγμα 1^ο: Κλειστή απάντηση

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

Ο διπλανός πίνακας δείχνει τον αριθμό των τερμάτων που πέτυχε μια ομάδα ποδοσφαίρου στους 15 πρώτους αγώνες πρωταθλήματος.

α) Πόσα τέρματα έχει πετύχει συνολικά η ομάδα αυτή και στους 15 αγώνες;
β) Ποιος είναι ο μέσος αριθμός τερμάτων που πετυχαίνει η ομάδα αυτή σε κάθε αγώνα;

Τέρματα	Αγώνες
0	1
1	4
2	3
3	5
4	2
ΣΥΝΟΛΟ	15



Εικόνα 23: Παράδειγμα έργου με "κλειστή" απάντηση, εφαρμογή 2 από το διαδραστικό εγχειρίδιο της Β' Γυμνασίου, ενότητα 4.5

Παράδειγμα 2^ο: Ανοιχτή απάντηση

Στο παράδειγμα της εικόνας 24, ζητείται ο καλύτερος τύπος γραφήματος χωρίς να προσδιορίζεται το στατιστικό ερώτημα για το οποίο συλλέχθηκαν τα δεδομένα. Επομένως, ανάλογα το ζητούμενο μπορεί να χρησιμοποιηθεί διαφορετικό γράφημα. Για παράδειγμα αν το στατιστικό ερώτημα εστιάζει στη σχέση της καθημερινής κατανάλωσης ως προς το σύνολο μπορεί να χρησιμοποιηθεί το κυκλικό διάγραμμα. Αν εστιάζει στο ποσοστό κάθε

ημέρας μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ραβδόγραμμα.

Εφαρμογή Επιλογή του κατάλληλου γραφήματος

Τα παιδιά έκαναν μια έρευνα ανάμεσα στους συμμαθητές τους καταγράφοντας το πώς ξοδεύουν το χαρτζιλίκι τους κατά τη διάρκεια της εβδομάδας. Συγκέντρωσαν τα στοιχεία και αφού τα επεξεργάστηκαν κατέληξαν στον παρακάτω πίνακα.

Ημέρα	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο	Κυριακή
Ποσοστό % που ξόδεψαν	10 %	8 %	8 %	10 %	10 %	34 %	20 %

Ποιος είναι ο καλύτερος τύπος γραφήματος για να παρουσιάσουν τα αποτελέσματα της έρευνάς τους;

Εικόνα 24: Εφαρμογή "ανοιχτής" απάντησης από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της ΣΤ' Δημοτικού, ενότητα 4.47

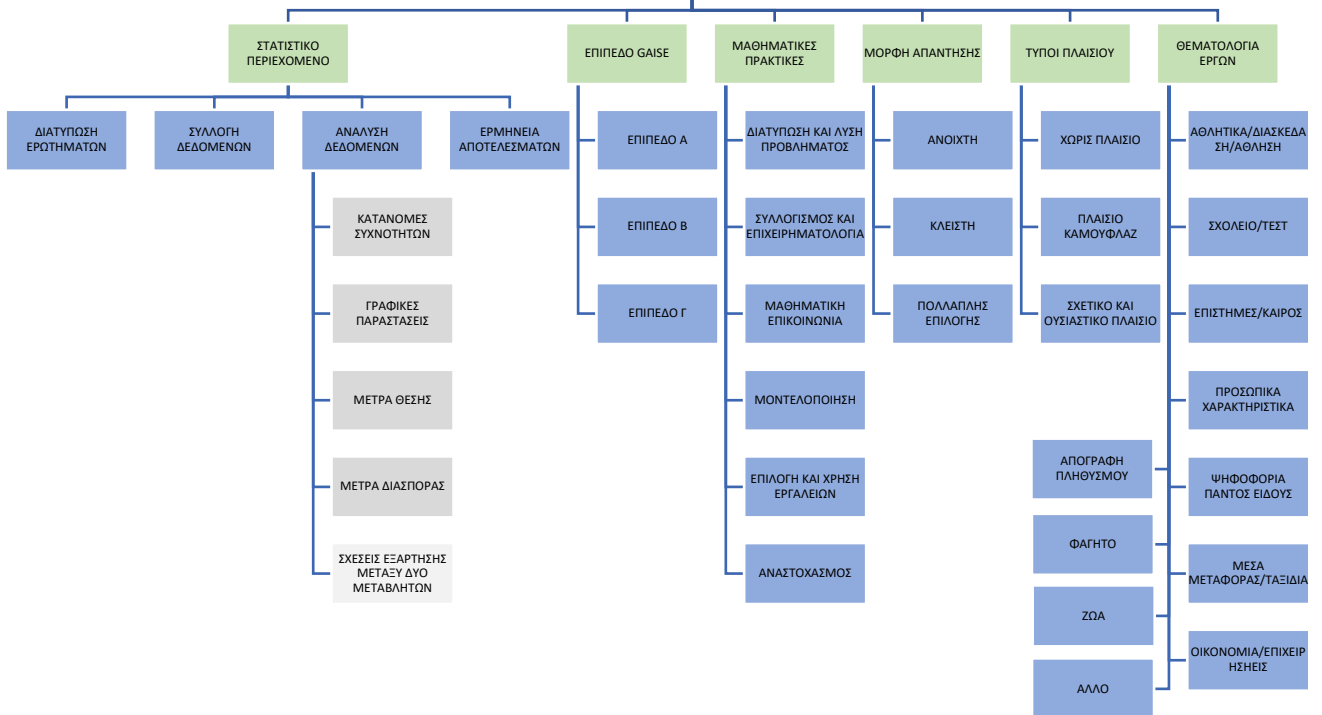
Παράδειγμα απάντησης «πολλαπλής επιλογής» δίνεται στην εικόνα 13.

3.6.6 Θεματολογία των έργων

Η Στατιστική από τη φύση της έχει διαθεματικό και διεπιστημονικό χαρακτήρα. Από το συνδυασμό της Στατιστικής με άλλα επιστημονικά πεδία, όπως η κοινωνιολογία, η γεωγραφία, η ιστορία κ.ά. ενδυναμώνεται η ανάπτυξη της στατιστικής σκέψης, ο στατιστικός συλλογισμός και γενικότερα η κατανόηση της Στατιστικής. Γίνεται αντιληπτή η σημασία της, καθώς οι μαθητές την εφαρμόζουν σε καταστάσεις της καθημερινότητας αναλύοντας πραγματικά δεδομένα. Για να διαπιστωθεί το εύρος της θεματολογίας των στατιστικών έργων χρησιμοποιήθηκε το πλαίσιο ανάλυσης του Weiland (2019).

Συνοπτικά το εργαλείο ανάλυσης παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.

ΕΡΓΑΛΕΙΟ ΑΝΑΛΥΣΗΣ



Σχήμα 7: Εργαλείο ανάλυσης των έργων Στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια και τετράδια εργασιών της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων θα γίνει με εργαλεία της περιγραφικής στατιστικής (πίνακες συχνοτήτων και διαγράμματα).

Κεφάλαιο 4: Αποτελέσματα

Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση των σχολικών εγχειριδίων του δείγματος και των έργων Στατιστικής που περιέχονται σε αυτά. Το κεφάλαιο χωρίζεται σε δυο μέρη. Το πρώτο μέρος αναφέρεται στην οριζόντια ανάλυση των σχολικών εγχειριδίων, που περιλαμβάνει την καταμέτρηση του πλήθους των κεφαλαίων και των σελίδων με περιεχόμενο Στατιστικής, καθώς και την καταγραφή των θεμάτων που καλύπτονται στις σχετικές ενότητες. Το δεύτερο μέρος αφορά στην κάθετη ανάλυση και χωρίζεται σε έξι υποκεφάλαια. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται ανά τάξη για κάθε διάσταση του εργαλείου ανάλυσης.

4.1 Οριζόντια ανάλυση των έντυπων και διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων

Στις τρεις πρώτες τάξεις του δημοτικού στη Γ΄ γυμνασίου και στις Α΄ και Β΄ λυκείου δεν καταγράφηκαν ενότητες, κεφάλαια και σελίδες με στατιστικό περιεχόμενο.

Αναλυτικότερα, τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη των έντυπων και διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων κάθε τάξης παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Τάξη Δ΄: Μελετήθηκε το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο και τα τέσσερα τετράδια εργασιών. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 15.

Πίνακας 14: Πλήθος κεφαλαίων και αριθμός σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο στη Δ΄ δημοτικού.

Τάξη Δ΄	Κεφάλαια Στατιστικής	Σύνολο Κεφαλαίων	Ποσοστό Κεφαλαίων f (%)	Σελίδες Στατιστικής	Σύνολο Σελίδων	Ποσοστό Σελίδων f (%)
Βιβλίο Μαθητή	2	56	3,6	16	127	12,6
Τετράδιο Εργασιών 1	1	14	7,1	5	32	15,6
Τετράδιο Εργασιών 2	0	10	0	1	30	3,3
Τετράδιο Εργασιών 3	0	14	0	1	32	3,1
Τετράδιο Εργασιών 4	1	16	6,25	3	38	7,9
Σύνολο	4	110	3,6	26	259	10

Το συνολικό πλήθος των κεφαλαίων του βιβλίου μαθητή της Δ΄ δημοτικού είναι 56. Από αυτά μόνο τα δύο αφιερώνονται στη Στατιστική και αποτελούν το 3.6% του συνόλου των κεφαλαίων. Περιεχόμενο σχετικό με τη Στατιστική καταγράφηκε σε 26 από τις 259 σελίδες του βιβλίου μαθητή σε ποσοστό 10% επί του συνόλου των σελίδων. Στα τέσσερα τετράδια εργασιών περιέχονται συνολικά 54 κεφάλαια από τα οποία τα δύο αναφέρονται στη Στατιστική. Από τις 132 σελίδες των τετραδίων εργασιών οι 10 έχουν περιεχόμενο Στατιστικής.

Στο κεφάλαιο 6, οι μαθητές/τριες διδάσκονται πως να οργανώνουν τα δεδομένα μέσα από τη συλλογή πληροφοριών, να κατασκευάζουν πίνακες συχνοτήτων, να παρουσιάζουν τα αποτελέσματά τους με γραφήματα και να διατυπώνουν συμπεράσματα. Πιο συγκεκριμένα, τα γραφήματα που διδάσκονται είναι το σημειόγραμμα, το απλό εικονόγραμμα και το ραβδόγραμμα. Στην αντίστοιχη ενότητα 6 του πρώτου τετραδίου εργασιών, οι μαθητές καλούνται να σχεδιάσουν αυτά τα γραφήματα, χωρίς ωστόσο να δίνονται σαφείς οδηγίες για την κατασκευή τους.

Στο κεφάλαιο 56 του βιβλίου μαθητή και το αντίστοιχο κεφάλαιο 56 στο τέταρτο τεύχος του τετραδίου εργασιών, επεκτείνεται η διδασκαλία των γραφημάτων με τη προσθήκη του χρονογράμματος. Επίσης, μέσα από τις δραστηριότητες αυτών των κεφαλαίων οι μαθητές/τριες ερμηνεύουν τα αποτελέσματα ερευνών και κάνουν προβλέψεις για το μέλλον.

Πίνακας 15: Διδακτικοί στόχοι του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου «Βιβλίο Μαθητή» και των τετραδίων εργασιών της Δ΄ δημοτικού.

Τίτλος Κεφαλαίου	Διδακτικοί στόχοι
<p>Κεφάλαιο 6: Οργάνωση και παρουσίαση πληροφοριών</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Να αποκωδικοποιούν πληροφορίες που δίνονται μέσω πίνακα, εικονογράμματος, σημειογράμματος και ιστογράμματος. • Να γνωρίσουν τον τρόπο συλλογής δεδομένων με ερωτηματολόγιο και να καταγράψουν τις πληροφορίες που προκύπτουν. • Να αντιληφθούν τη χρησιμότητα της οργάνωσης πληροφοριών για την καλύτερη επεξεργασία τους.

<p>Κεφάλαιο 56: Διαχειρίζομαι πληροφορίες</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Να συλλέγουν και να καταγράφουν δεδομένα. • Να αξιοποιούν πληροφορίες και να αντλούν στοιχεία από πίνακα (συχνοτήτων) και γραφήματα (εικονογράμμα, ραβδόγραμμα, σημειόγραμμα). • Να περνούν από το ένα είδος παράστασης σε ένα άλλο (πχ. από σημειόγραμμα σε ραβδόγραμμα). • Να οργανώνουν δεδομένα σε πίνακα και σε διαγράμματα και να τα παρουσιάζουν. • Να ερμηνεύουν δεδομένα και να βγάζουν συμπεράσματα.
--	--

Τάξη Ε΄: Μελετήθηκαν τα δυο τεύχη του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και τα δυο τετράδια εργασιών της Ε΄ τάξης. Στο βιβλίο μαθητή υπάρχει μία ενότητα για τα Στοχαστικά Μαθηματικά, η οποία περιέχει δύο κεφάλαια Στατιστικής σε σύνολο 52 κεφαλαίων του εγχειριδίου (πίνακας 17). Περιεχόμενο της Στατιστικής διατυπώνεται σε 8 σελίδες στα βιβλία μαθητή και σε 11 σελίδες στα δύο τετράδια εργασιών.

Πίνακας 16: Πλήθος κεφαλαίων και αριθμός σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο στην Ε΄ δημοτικού

Τάξη Ε΄	Κεφάλαια Στατιστικής	Σύνολο Κεφαλαίων	Ποσοστό Κεφαλαίων f (%)	Σελίδες Στατιστικής	Σύνολο Σελίδων	Ποσοστό Σελίδων f (%)
Βιβλίο Μαθητή Τεύχη Α και Β	2	52	3,8	8	128	6,3
Τετράδιο Εργασιών 1	2	24	8,3	9	60	15
Τετράδιο Εργασιών 2	0	20	0	2	68	3

Τα θέματα που καλύπτει το κεφάλαιο 22 του πρώτου τεύχους του εγχειριδίου «Βιβλίο Μαθητή» και το αντίστοιχο κεφάλαιο 22 του τετραδίου εργασιών, είναι η συλλογή, η οργάνωση και η αναπαράσταση δεδομένων. Γίνεται επανάληψη των βασικών εννοιών και διεργασιών που διδάχθηκαν στην προηγούμενη τάξη, όπως το σημειόγραμμα, τον πίνακα συχνοτήτων, το ραβδόγραμμα, το διάγραμμα γραμμής και τη συλλογή δεδομένων. Δίνεται έμφαση στην ερμηνεία του ραβδογράμματος, ενώ παράλληλα εισάγονται τα γραφήματα εικονόγραμμα (pictograph) και διπλό ραβδόγραμμα.

Το κεφάλαιο 23 του ίδιο εγχειριδίου, όπως και το αντίστοιχο κεφάλαιο 23 του τετραδίου εργασιών, επικεντρώνεται στη διδασκαλία του μέσου όρου ή αλλιώς της μέσης τιμής.

Πίνακας 17: Διδακτικοί στόχοι του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου «Βιβλίο Μαθητή» και των τετραδίων εργασιών της Ε' δημοτικού στις ενότητες Στατιστικής

Τίτλος Κεφαλαίου	Διδακτικοί στόχοι
Κεφάλαιο 22: Συλλογή οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων	<ul style="list-style-type: none"> • Να διατυπώνουν ερωτήματα που μπορεί να απαντηθούν με δεδομένα. • Να συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρών ερευνών, μετρήσεων και πειραμάτων και να τα οργανώνουν σε πίνακες απόλυτων συχνοτήτων αλλά και με απλές ομαδοποιήσεις. • Να αναπαριστάνουν τα δεδομένα σε διαγράμματα, εικονογράμματα, ραβδογράμματα και διπλά ραβδογράμματα. • Να κάνουν μετατροπές από μια μορφή αναπαράστασης σε άλλη. • Να επιχειρηματολογούν βασιζόμενοι στα δεδομένα

Κεφάλαιο 23: Χαρακτηριστικές τιμές δεδομένων – Μέση τιμή	<ul style="list-style-type: none"> • Να προσδιορίζουν χαρακτηριστικές τιμές των δεδομένων (επικρατούσα τιμή, διάμεσο) και να διερευνούν τα χαρακτηριστικά τους. • Να κατανοούν την αναγκαιότητα της εύρεσης και χρήσης του μέσου όρου.
---	--

Τάξη ΣΤ΄: Στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο και στα τέσσερα τετράδια εργασιών της ΣΤ΄ δημοτικού καταγράφηκαν τα δεδομένα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 19.

Περιέχονται τέσσερα κεφάλαια στο βιβλίο μαθητή και άλλα τέσσερα στο τεύχος γ΄ του τετραδίου εργασιών. Οι σελίδες με στατιστικό περιεχόμενο είναι 8 σε σύνολο 160 σελίδων στο βιβλίο μαθητή, ενώ αθροιστικά στα τετράδια εργασιών υπάρχουν 10 σελίδες στις 140.

Πίνακας 18: Πλήθος κεφαλαίων και αριθμός σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο στη ΣΤ΄ δημοτικού.

Τάξη ΣΤ΄	Κεφάλαια Στατιστικής	Σύνολο Κεφαλαίων	Ποσοστό Κεφαλαίων (%)	Σελίδες Στατιστικής	Σύνολο Σελίδων	Ποσοστό Σελίδων (%)
Βιβλίο Μαθητή	4	71	5,6	8	160	5
Τετράδιο Εργασιών 1	0	18	7,1	2	35	15,6
Τετράδιο Εργασιών 2	0	18	0	0	35	3,3
Τετράδιο Εργασιών 3	4	18	22,2	10	36	27,8
Τετράδιο Εργασιών 4	0	17	0	0	34	0
Σύνολο	8	142	5,6	20	300	6,7

Τα θέματα που καλύπτονται στην ενότητα της Στατιστικής είναι η συλλογή και η επεξεργασία δεδομένων. Στα τέσσερα κεφάλαια αυτής της ενότητας μελετώνται τα γραφήματα που έχουν διδαχθεί στις δυο προηγούμενες τάξεις με την προσθήκη του

κυκλικού διαγράμματος. Οι μαθητές/τριες έρχονται σε επαφή με την έρευνα, τη συλλογή δεδομένων και την εξαγωγή συμπερασμάτων που προκύπτουν από την επεξεργασία των δεδομένων και επεκτείνουν τις γνώσεις τους για το μέσο όρο και την κατανομή συχνοτήτων.

Πιο συγκεκριμένα, στο κεφάλαιο 45 διδάσκονται οι έννοιες «γραφική παράσταση», «ραβδόγραμμα» και «εικονόγραμμα» και δίνονται αναλυτικές οδηγίες για την κατασκευή του ραβδογράμματος.

Στο κεφάλαιο 46, διδάσκονται οι έννοιες «δεδομένα», «συλλογή δεδομένων» και «ταξινόμηση δεδομένων». Στη συνέχεια δίνεται έμφαση στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων με βάση τα δεδομένα που έχουν τοποθετηθεί σε πίνακα συχνοτήτων. Στο κεφάλαιο 47 του βιβλίου μαθητή και του τετραδίου εργασιών, οι μαθητές/τριες διδάσκονται πως να αντλούν πληροφορίες από το γράφημα γραμμής που έχουν διδαχθεί σε προηγούμενη τάξη, αλλά και από το «κυκλικό διάγραμμα» που διδάσκεται για πρώτη φορά. Επιπλέον, σε αυτό το κεφάλαιο, τονίζεται η ανάγκη επιλογής κατάλληλου γραφήματος για την αναπαράσταση των δεδομένων.

Το κεφάλαιο 48 αφιερώνεται στην κατανόηση της έννοιας του «μέσου όρου». Δίνεται έμφαση στη διαδικασία υπολογισμού του μέσου όρου τόσο στο βιβλίο μαθητή όσο και στο αντίστοιχο κεφάλαιο 48 του τετραδίου εργασιών.

Πίνακας 19: Διδακτικοί στόχοι του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου «Βιβλίο Μαθητή» και των τετραδίων εργασιών της ΣΤ' δημοτικού.

Τίτλος Κεφαλαίου	Διδακτικοί στόχοι
Κεφάλαιο 45: Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα	<ul style="list-style-type: none"> • Να ανακαλύπτουν τη χρησιμότητα των γραφικών παραστάσεων • Να αντλούν πληροφορίες από το ραβδόγραμμα και το εικονόγραμμα • Να κατασκευάζουν ένα ραβδόγραμμα
Κεφάλαιο 46: Ταξινομώ δεδομένα – εξάγω συμπεράσματα	<ul style="list-style-type: none"> • Να συλλέγουν, να καταγράφουν και να ταξινομούν δεδομένα • Να παρουσιάζουν την κατανομή συχνοτήτων των δεδομένων • Να ερμηνεύουν και να χρησιμοποιούν τα αποτελέσματα της επεξεργασίας δεδομένων
Κεφάλαιο 47: Άλλοι τύποι	<ul style="list-style-type: none"> • Να αντλούν πληροφορίες από ένα

γραφημάτων	<p>γράφημα γραμμής</p> <ul style="list-style-type: none"> • Να μελετούν ένα κυκλικό διάγραμμα • Να επιλέγουν κατάλληλο τύπο γραφήματος
Κεφάλαιο 48: Βρίσκω το μέσο όρο	<ul style="list-style-type: none"> • Να κατανοούν την έννοια του μέσου όρου • Να κατανοούν την ανάγκη χρήσης του μέσου όρου • Να υπολογίζουν και να χρησιμοποιούν το μέσο όρο

Τάξη Α΄ Γυμνασίου: Δεν υπάρχουν ενότητες και κεφάλαια Στατιστικής. Ωστόσο υπάρχουν δύο υποερωτήματα ασκήσεων (σελ. 81 και 126) με στατιστικό περιεχόμενο

Τάξη Β΄ Γυμνασίου: Στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου αφιερώνεται ένα από τα οχτώ κεφάλαια στη Στατιστική. Το κεφάλαιο αυτό επιμερίζεται σε 5 υποκεφάλαια και καταλαμβάνει 25 από τις 226 σελίδες του εγχειριδίου, σε ποσοστό 11,1 % . Οι θεματικές ενότητες και οι διδακτικοί στόχοι κάθε υποκεφαλαίου παρουσιάζονται στον Πίνακα 22.

Πίνακας 20: : Πλήθος κεφαλαίων και αριθμός σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο στη Β΄ Γυμνασίου.

Τάξη Β΄ Γυμνασίου	Κεφάλαια Στατιστικής	Σύνολο Κεφαλαίων	Ποσοστό Κεφαλαίων f (%)	Υποκεφάλαια Στατιστικής	Σύνολο Υποκεφαλαίων	Ποσοστό Υποκεφαλαίων v f (%)	Σελίδες Στατιστικής	Σύνολο Σελίδων	Ποσοστό Σελίδων f (%)
Βιβλίο Μαθητή	1	8	12,5	5	42	11,9	25	226	11,1

Το κεφάλαιο 4 του σχολικού εγχειριδίου «Βιβλίο Μαθητή» της Β΄ Γυμνασίου, είναι το μοναδικό κεφάλαιο με θέμα τη Στατιστική σε όλο το γυμνάσιο και εστιάζει στην Περιγραφική Στατιστική.

Στο υποκεφάλαιο 4.1 παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες της Περιγραφικής Στατιστικής όπως: ο πληθυσμός, το δείγμα, η μεταβλητή, η δειγματοληψία, το μέγεθος και η αντιπροσωπευτικότητα ενός δείγματος. Στα στατιστικά έργα αυτού του υποκεφαλαίου δίνεται έμφαση στη διάκριση του πληθυσμού από το δείγμα και στην αξιοπιστία/αντιπροσωπευτικότητα ενός δείγματος.

Στο υποκεφάλαιο 4.2 παρουσιάζονται τα γραφήματα: εικονόγραμμα, ραβδόγραμμα, χρονόγραμμα και κυκλικό διάγραμμα. Παράλληλα δίνονται αναλυτικές οδηγίες και παραδείγματα για την κατασκευή τους.

Στο υποκεφάλαιο 4.3 διδάσκονται οι έννοιες: συχνότητα, σχετική συχνότητα και κατανομή συχνοτήτων. Οι μαθητές/τριες μαθαίνουν να κατασκευάζουν πίνακες συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων και να παρουσιάζουν τα αποτελέσματα τους με κατάλληλα γραφήματα.

Στο υποκεφάλαιο 4.4 διδάσκονται οι ομαδοποιημένες κατανομές και οι σχετικές έννοιες όπως οι κλάσεις, το πλάτος των κλάσεων, τα άκρα και το κέντρο των κλάσεων, το πλήθος των κλάσεων και ο ομαδοποιημένος πίνακας συχνοτήτων. Διδάσκεται ακόμα ένα νέο γράφημα, το ιστόγραμμα που χρησιμοποιείται για τη γραφική αναπαράσταση ομαδοποιημένων κατανομών.

Στο υποκεφάλαιο 4.5 διδάσκονται δύο μέτρα θέσης, η διάμεσος και η μέση τιμή. Παραλείπεται ωστόσο η έννοια της επικρατούσας ή δεσπόζουσας τιμής. Οι μαθητές/τριες μαθαίνουν τη διαδικασία υπολογισμού της διαμέσου ενός περιττού ή άρτιου πλήθους παρατηρήσεων σε μη ομαδοποιημένες κατανομές και τη διαδικασία υπολογισμού της μέσης τιμής σε ομαδοποιημένες και μη ομαδοποιημένες κατανομές.

Πίνακας 21: Θεματικές ενότητες και προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου της Β' Γυμνασίου.

Θεματική ενότητα	Διδακτικοί στόχοι
4.1 - Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός – Δείγμα	<ul style="list-style-type: none"> • Να κατανοούν τις έννοιες: πληθυσμός, δείγμα • Να κατανοούν τη σπουδαιότητα του αντιπροσωπευτικού δείγματος
4.2 - Γραφικές Παραστάσεις	<ul style="list-style-type: none"> • Να κατανοήσουν τη χρησιμότητα των γραφικών παραστάσεων. • Να αντλούν πληροφορίες από τις γραφικές παραστάσεις. • Να κατασκευάζουν μια συγκεκριμένη γραφική παράσταση από τα δεδομένα ενός πίνακα. • Να παρουσιάζουν τα συμπεράσματα μιας έρευνας
4.3 - Κατανομή συχνοτήτων	<ul style="list-style-type: none"> • Να συντάσσουν πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

και σχετικών συχνοτήτων	<ul style="list-style-type: none"> • Να κατασκευάζουν την κατάλληλη γραφική παράσταση μιας κατανομής συχνοτήτων.
4.4 - Ομαδοποίηση παρατηρήσεων	<ul style="list-style-type: none"> • Να ομαδοποιούν στατιστικά δεδομένα και να παριστάνουν ομαδοποιημένες κατανομές με διαγράμματα. • Να παριστάνουν μια ομαδοποιημένη κατανομή με ιστόγραμμα.
4.5 - Μέση τιμή - Διάμεσος	<ul style="list-style-type: none"> • Να βρίσκουν τη μέση τιμή και τη διάμεσο μιας κατανομής. • Να βρίσκουν τη μέση τιμή μιας ομαδοποιημένης κατανομής. • Να βρίσκουν τις αθροιστικές συχνότητες μιας κατανομής και να σχεδιάζουν το πολύγωνο των αθροιστικών συχνοτήτων. • Να βρίσκουν τη διάμεσο μιας ομαδοποιημένης κατανομής με τη βοήθεια του πολυγώνου των αθροιστικών συχνοτήτων.

Τάξη Γ΄ Λυκείου:

Το σχολικό εγχειρίδιο «Στοιχεία Πιθανοτήτων και Στατιστικής» έχει αποκλειστικό αντικείμενο τα Στοχαστικά Μαθηματικά. Αποτελείται από δύο κεφάλαια, ένα για τις πιθανότητες και ένα για τη Στατιστική. Το κεφάλαιο της Στατιστικής επιμερίζεται σε 7 υποκεφάλαια και καταλαμβάνει το 69% των σελίδων του εγχειριδίου (πίνακας 24).

Πίνακας 22: Πλήθος κεφαλαίων, υποκεφαλαίων, σελίδων και αντίστοιχα ποσοστά του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου της Γ΄ Λυκείου.

Γ΄ Λυκείου	Κεφάλαια Στατιστικής	Σύνολο Κεφαλαίων	Ποσοστό Κεφαλαίων f (%)	Υποκεφάλαια Στατιστικής	Σύνολο Παραγράφων	Ποσοστό Υποκεφαλαίων f (%)	Σελίδες Στατιστικής	Σύνολο Σελίδων	Ποσοστό Σελίδων f (%)
Βιβλίο Μαθητή	1	2	50	7	11	63,7	87	126	69

Η ύλη της Στατιστικής αναπτύσσεται σε τρεις θεματικούς άξονες: (α) διαχείριση δεδομένων, (β) μέτρα θέσης – μεταβλητότητα και (γ) σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δυο

μεταβλητών. Οι ενότητες του εγχειριδίου και τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα είναι:

Ενότητα 2.1 : Πληθυσμός - Δείγμα – Μεταβλητές

Οι μαθητές/τριες:

- Διακρίνουν το δείγμα από τον πληθυσμό μιας έρευνας και αναγνωρίζουν την αναγκαιότητα χρήσης τυχαίου και αντιπροσωπευτικού δείγματος από το οποίο μπορούν να προκύψουν αξιόπιστες πληροφορίες που αφορούν τον πληθυσμό.
- Εντοπίζουν τις μεταβλητές μιας έρευνας και προσδιορίζουν του είδος τους.

Ενότητα 2.2 : Παρουσίαση στατιστικών δεδομένων

Οι μαθητές/τριες:

- Οργανώνουν και αναπαριστούν συνοπτικά τα δεδομένα με πίνακες και με γραφικές μεθόδους.
- Κατατάσσουν παρατηρήσεις συνεχών μεταβλητών σε κλάσεις ίσου πλάτους και τις αναπαριστούν συνοπτικά.
- Αξιοποιούν πληροφορίες από τη συνοπτική παρουσίαση δεδομένων σε κατάλληλους πίνακες ή σε γραφικές παραστάσεις και εντοπίζουν σχέσεις και μοτίβα.

Ενότητα 2.3: Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας, θηκόγραμμα, συντελεστής μεταβλητότητας

Οι μαθητές/τριες:

- Περιγράφουν με αριθμητικές μεθόδους στατιστικά δεδομένα υπολογίζοντας τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας ποσοτικών μεταβλητών, αναγνωρίζοντας την αξία και τα όρια των μέτρων αυτών και αναπτύσσουν ισχυρισμούς.
- Αναπαριστούν ποσοτικά δεδομένα με θηκόγραμμα αλλά και ερμηνεύουν ένα δεδομένο θηκόγραμμα αξιοποιώντας πληροφορίες από αυτό.
- Εξετάζουν ένα δείγμα ως προς το βαθμό ομοιογένειας υπολογίζοντας το συντελεστή μεταβλητότητας.

Ενότητα 2.4 : Κανονική κατανομή και εφαρμογές

Οι μαθητές/τριες:

- Αναγνωρίζουν ότι πολλές διαδικασίες της καθημερινότητας περιγράφονται από την κανονική κατανομή

- Εφαρμόζουν τις ιδιότητες της κανονικής κατανομής για την επίλυση προβλημάτων του πραγματικού κόσμου.

Ενότητα 2.5: Πίνακες Συνάφειας και Ραβδογράμματα

Οι μαθητές/τριες:

- Διερευνούν τη σύνδεση δύο ποιοτικών χαρακτηριστικών (φυσικών, κοινωνικών).
- Εξετάζουν τη συμπεριφορά των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής σε σχέση με τις τιμές μιας άλλης ποιοτικής μεταβλητής, οργανώνοντας και παρουσιάζοντας συνοπτικά τα δεδομένα σε πίνακες συνάφειας και ομαδοποιημένα ή στοιβαγμένα ραβδογράμματα.
- Αντλούν πληροφορίες, ανακαλύπτουν σχέσεις και αναπτύσσουν ισχυρισμούς ,από δεδομένους πίνακες συνάφειας και ομαδοποιημένα ή στοιβαγμένα ραβδογράμματα

Ενότητα 2.6 : Σύγκριση ποσοτικών χαρακτηριστικών στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού

Οι μαθητές/τριες:

- Υπολογίζουν μέτρα θέσης (επικρατούσα τιμή, μέση τιμή, διάμεσο, τεταρτημόρια) ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού.
- Υπολογίζουν μέτρα μεταβλητότητας (εύρος, τυπική απόκλιση, διασπορά, ενδοτεταρτημοριακό εύρος και συντελεστή μεταβλητότητας) ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού.
- Συγκρίνουν ομάδες δεδομένων και εξάγουν χρήσιμες πληροφορίες με βάση τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας.
- Συγκρίνουν ομάδες δεδομένων, αντλώντας πληροφορίες από τα πολλαπλά θηκογράμματα των ποσοτικών χαρακτηριστικών ανά κατηγορία ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού.

Ενότητα 2.7: Γραμμική συσχέτιση ποσοτικών μεταβλητών και διαγράμματα διασποράς

Οι μαθητές/τριες:

- Εξηγούν και ερμηνεύουν την έννοια της γραμμικής συσχέτισης δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών για να μετρήσουν και να περιγράψουν τη σχέση μεταξύ αυτών.
- Κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς και αποφαίνονται εποπτικά αν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των δύο αυτών μεταβλητών.

- Διακρίνουν τη θετική από την αρνητική γραμμική συσχέτιση.
- Εξοικειώνονται με τη γραμμική συσχέτιση των μεταβλητών (ύπαρξη σχέσης) και ανακαλύπτουν ότι οι μεταβλητές δεν διέπονται απαραίτητα από μια σχέση αιτίας - αιτιατού.
- Υπολογίζουν και ερμηνεύουν τον συντελεστή γραμμικής συσχέτισης του Pearson.
- Επιχειρούν να σχεδιάσουν μια ευθεία (μοντέλο, χωρίς αναφορά στον όρο παλινδρόμηση) είτε εμπειρικά (με το μάτι) είτε με ψηφιακά εργαλεία, αξιοποιώντας το διάγραμμα διασποράς και την τιμή του συντελεστή του Pearson.

Στο Σχήμα 8, παρουσιάζεται συνοπτικά η ποσόστωση της ύλης της Στατιστικής των έντυπων και διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων και τετραδίων εργασιών. Επισημαίνεται ότι στις υπόλοιπες τάξεις δεν καλύπτεται περιεχόμενο της Στατιστικής. Κάθε στήλη αντιστοιχεί στην ποσοστιαία αναλογία της ποσότητας κεφαλαίων ή σελίδων Στατιστικής ως προς το σύνολο των κεφαλαίων ή σελίδων των σχολικών εγχειριδίων και τετραδίων εργασιών κάθε τάξης.



Σχήμα 8: : Ποσόστωση ύλης Στατιστικής στα σχολικά εγχειρίδια και τα τετράδια εργασιών που έχουν στατιστικό περιεχόμενο

Εκτός από τα αναμενόμενα υψηλά ποσοστά του σχολικού εγχειριδίου της Γ' Λυκείου αφού εστιάζει μόνο στα Στοχαστικά Μαθηματικά, σημειώθηκαν ιδιαίτερα χαμηλά ποσοστά στις τάξεις Δ, Ε και ΣΤ' Δημοτικού (<10%) καθώς επίσης και στη

Στον πίνακα 25 παρουσιάζονται συνοπτικά το πλήθος των κεφαλαίων με γνωστικό αντικείμενο τη Στατιστική και το πλήθος των σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο.

Πίνακας 23: Συνοπτική παρουσίαση αριθμού κεφαλαίων της Στατιστικής και σελίδων με στατιστικό περιεχόμενο.

Τάξη	Τύπος Εγχειριδίου	Κεφάλαια Στατιστικής	Σύνολο Κεφαλαίων	Ποσοστό Κεφαλαίων (%)	Σελίδες Στατιστικής	Σύνολο Σελίδων	Ποσοστό Σελίδων (%)
Δ' Δημοτικού	Βιβλίο Μαθητή	2	56	3,6	16	127	12,6
	Τετράδια εργασιών	2	54	3,7	10	132	7,6
Ε' Δημοτικού	Βιβλία Μαθητή	2	52	3,8	8	128	6,3
	Τετράδια εργασιών	2	44	4,5	11	128	8,6
ΣΤ' Δημοτικού	Βιβλίο Μαθητή	4	71	5,6	8	160	5
	Τετράδια εργασιών	4	71	5,6	12	140	8,6
Β' Γυμνασίου	Βιβλίο Μαθητή	1	8	12,5	25	226	11,1
Γ' Λυκείου	Βιβλίο Μαθητή	1	2	50	87	126	69

4.2 Κάθετη ανάλυση των έντυπων και διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων

Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων της κάθετης ανάλυσης γίνεται με πίνακες συχνοτήτων ή/και σχετικών συχνοτήτων και με κατάλληλα γραφήματα. Κάθε διάσταση της ανάλυσης παρουσιάζεται σε διαφορετική ενότητα στην οποία συγκεντρώνονται τα αποτελέσματα κάθε τάξης. Στο τέλος κάθε ενότητας, υπάρχει συνοπτικός πίνακας ή γράφημα που αποτυπώνει τα αποτελέσματα όλων των τάξεων ανά διάσταση/υποδιάσταση ανάλυσης.

4.2.1 Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος

Ως μονάδα ανάλυσης για τη μελέτη του στατιστικού περιεχομένου των σχολικών εγχειριδίων και των τετραδίων εργασιών ορίστηκε το υποέργο. Με βάση αυτή τη

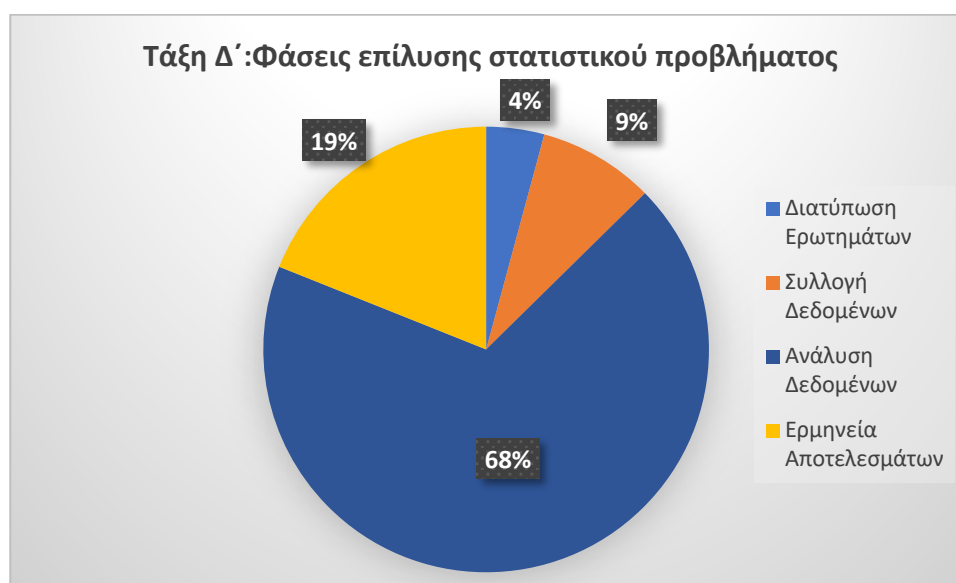
μονάδα, τα έργα κατηγοριοποιήθηκαν ανάλογα με τις φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος της έκθεσης GAISE II. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν σε κάθε τάξη είναι τα εξής:

Τάξη Δ΄ Δημοτικού:

Πίνακας 24: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος Δ΄ Δημοτικού.

Δ΄ Τάξη	Διατύπωση Ερωτημάτων	Συλλογή Δεδομένων	Ανάλυση Δεδομένων	Ερμηνεία Αποτελεσμάτων
Βιβλίο Δ΄	0	2	24	6
Τετράδιο Δ1	4	3	10	3
Τετράδιο Δ2	0	0	1	0
Τετράδιο Δ3	0	0	1	0
Τετράδιο Δ4	0	1	8	2
Ψηφιακά υποέργα	0	1	5	3
Σύνολο	4	7	49	14

Τα σχολικά εγχειρίδια και τετράδια εργασιών της Δ΄ Δημοτικού επικεντρώνονται στη φάση της «ανάλυσης δεδομένων» καταλαμβάνοντας το 69% των στατιστικών υποέργων. Το 19% αφορούσε στην «ερμηνεία αποτελεσμάτων» ενώ δε φαίνεται να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στις φάσεις της «συλλογής δεδομένων» και της «διατύπωσης ερωτημάτων» που σημείωσαν ποσοστά 9% και 4% αντίστοιχα.



Σχήμα 9: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και των τετραδίων εργασιών της Δ΄ Δημοτικού.

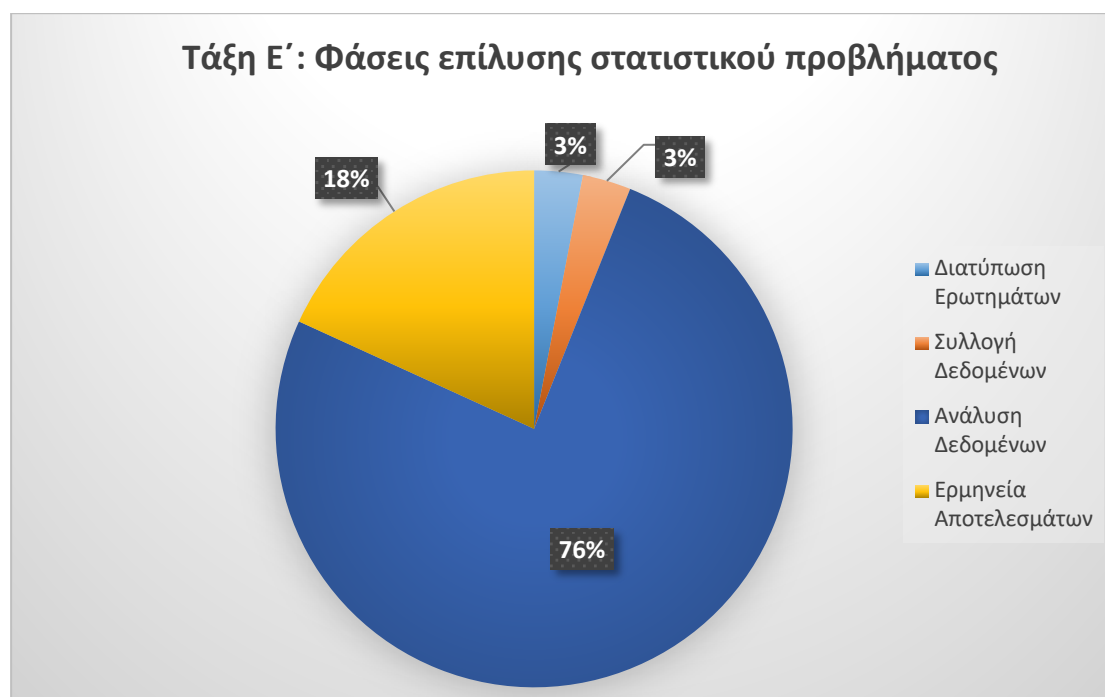
Τάξη Ε΄ Δημοτικού:

Παρόμοια δεδομένα με την Δ΄ Δημοτικού έδειξε η καταγραφή για την Ε΄ τάξη.

Πίνακας 25: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος Ε΄ Δημοτικού.

Ε΄ Τάξη	Διατύπωση Ερωτημάτων	Συλλογή Δεδομένων	Ανάλυση Δεδομένων	Ερμηνεία Αποτελεσμάτων
Βιβλίο Ε1	1	3	26	2
Βιβλίο Ε2	0	0	2	0
Τετράδιο Ε1	2	0	37	11
Τετράδιο Ε2	0	0	2	1
Ψηφιακά υποέργα	0	0	8	4
Σύνολο	3	3	75	18

Παρατηρείται ακόμα μεγαλύτερη έμφαση στη φάση της «ανάλυσης δεδομένων» που ανέρχεται στο 76% του συνόλου των υποέργων. Αντιθέτως, η φάση της «συλλογής δεδομένων» μειώθηκε σε σχέση με τη Δ΄ τάξη στο 3%.



Σχήμα 10: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και των τετραδίων εργασιών της Ε΄ Δημοτικού.

Τάξη ΣΤ' Δημοτικού:

Πίνακας 26: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος ΣΤ' Δημοτικού.

Τάξη ΣΤ'	Διατύπωση Ερωτημάτων	Συλλογή Δεδομένων	Ανάλυση Δεδομένων	Ερμηνεία Αποτελεσμάτων
Βιβλίο ΣΤ'	1	3	29	9
Τετράδιο ΣΤ1	0	0	5	2
Τετράδιο ΣΤ2	0	0	0	0
Τετράδιο ΣΤ3	3	11	25	5
Τετράδιο ΣΤ4	0	0	0	0
Ψηφιακά υποέργα	0	0	3	0
Σύνολο	4	14	62	16

Σταθερά σε πολύ χαμηλά ποσοστά κυμαίνεται η φάση «διατύπωση ερωτημάτων» και στην τελευταία τάξη του δημοτικού. Το 17% των υποέργων αφορά στην «ερμηνεία αποτελεσμάτων» που δε σημείωσε ιδιαίτερη διακύμανση στις τρεις τάξεις της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης που διδάσκεται η Στατιστική. Επίσης σταθερά υψηλά ποσοστά καταγράφηκαν στην «ανάλυση δεδομένων» αν και παρατηρείται μια μείωση της τάξεως του 12% από την αμέσως προηγούμενη τάξη.



Σχήμα 11: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και των τετραδίων εργασιών της ΣΤ' Δημοτικού.

Τάξη Β΄ Γυμνασίου:

Πίνακας 27: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος Β΄ Γυμνασίου.

Β΄ Γυμνασίου	Διατύπωση Ερωτημάτων	Συλλογή Δεδομένων	Ανάλυση Δεδομένων	Ερμηνεία Αποτελεσμάτων
Σχολικό εγχειρίδιο	4	1	114	7
Ψηφιακά υποέργα	1	3	37	4
Σύνολο	5	4	151	11

Χαρακτηριστική είναι η κατανομή των υποέργων στη Β΄ Γυμνασίου όπως φαίνεται στο Σχήμα 12. Η φάση της «ανάλυσης δεδομένων» συγκεντρώνει το 88% του συνόλου των υποέργων αφήνοντας ελάχιστα περιθώρια στις άλλες φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος. Η φάση «συλλογή δεδομένων» κατέγραψε μόλις το 2% και η «διατύπωση ερωτημάτων» το 3%. Στο 7% κυμαίνεται η φάση της «ερμηνείας αποτελεσμάτων», περίπου στο μισό του μέσου όρου των υποέργων της αντίστοιχης φάσης του δημοτικού.



Σχήμα 12: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και των τετραδίων εργασιών της Β΄ Γυμνασίου.

Τάξη Γ΄ Λυκείου:

Πίνακας 28: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος Γ΄ Λυκείου.

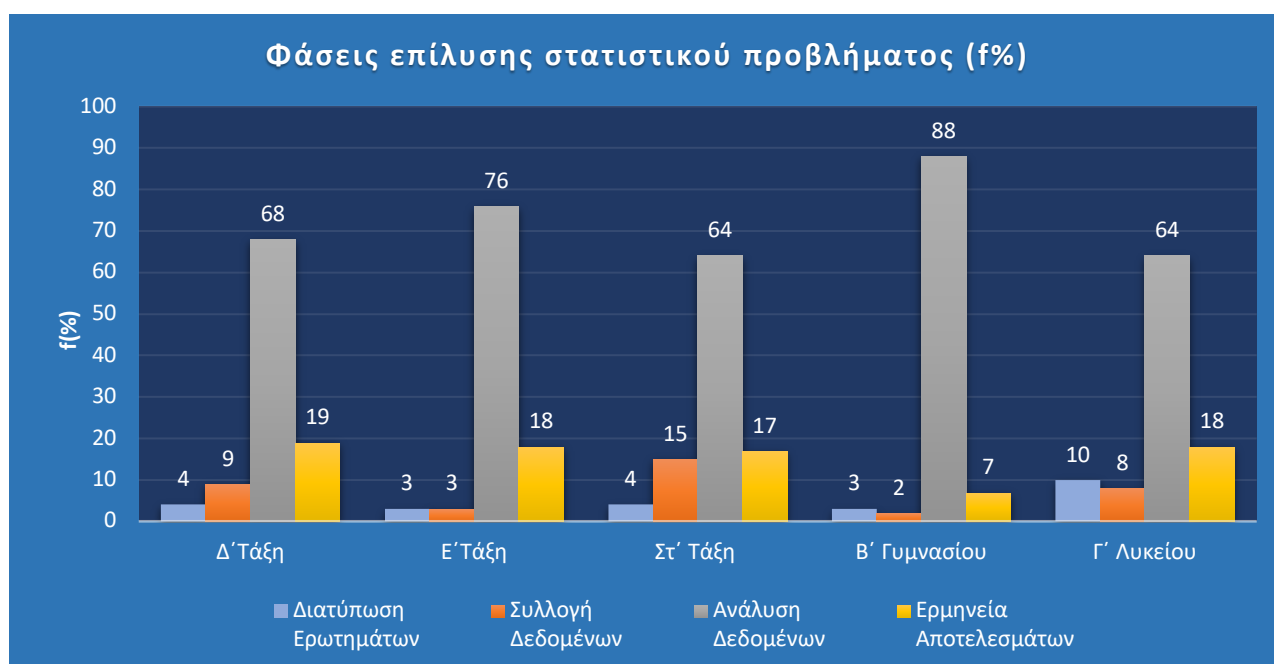
Γ΄ Λυκείου	Διατύπωση Ερωτημάτων	Συλλογή Δεδομένων	Ανάλυση Δεδομένων	Ερμηνεία Αποτελεσμάτων
Σχολικό εγχειρίδιο	25	20	161	47

Η κατανομή των φάσεων στα υποέργα Στατιστικής στο βιβλίο της Γ' Λυκείου είναι όμοια με τις κατανομές που καταγράφηκαν στα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια του δημοτικού. Το πλήθος και τα ποσοστά κάθε φάσης παρουσιάζονται στον Πίνακα 28 και στο Σχήμα 13.



Σχήμα 13: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου και των τετραδίων εργασιών της Γ' Λυκείου.

Η συνοπτική παρουσίαση των ποσοστών επί τοις εκατό κάθε φάσης επίλυσης στατιστικού προβλήματος ανά τάξη αποτυπώνεται στο Σχήμα 14.



Σχήμα 14: Φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Σε όλα τα εγχειρίδια εκτός της Β΄ Γυμνασίου η φάση της «ερμηνείας αποτελεσμάτων» καταλαμβάνει ποσοστό από 17% έως 19%.

Η φάση της «ανάλυσης δεδομένων» αναλύθηκε περαιτέρω σε: κατανομές συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων, γραφικές παραστάσεις, μέτρα θέσεως, μέτρα διασποράς. Για το σχολικό εγχειρίδιο της Γ΄ Λυκείου προστέθηκε η υποκατηγορία «σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δυο μεταβλητών». Τα περισσότερα υποέργα σε αυτήν την υποκατηγορία ανήκουν ταυτόχρονα και στις άλλες υποκατηγορίες.

Πίνακας 29: Αριθμός υποέργων στις υποκατηγορίες της φάσης "ανάλυση δεδομένων" στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια.

Υποκατηγορίες Ανάλυσης δεδομένων Τάξη	Κατανομές	Μέτρα Θέσης	Γραφικές Παραστάσεις	Μέτρα Διασποράς	Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δυο μεταβλητών
Δ΄ Δημοτικού	29	0	26	0	0
Ε΄ Δημοτικού	13	31	29	0	0
ΣΤ΄ Δημοτικού	12	17	33	0	0
Β΄ Γυμνασίου	51	46	55	0	0
Γ΄ Λυκείου	32	32	49	41	112

4.2.2. Επίπεδο GAISE

Για την καταγραφή του επιπέδου GAISE των έργων Στατιστικής, ως μονάδα ανάλυσης ορίστηκε και εδώ το υποέργο. Κάθε έργο αντιστοιχήθηκε σε ένα επίπεδο χρησιμοποιώντας τη ρουμπρίκα του παραρτήματος II και το πλαίσιο GAISE II (κεφάλαιο 1.5).

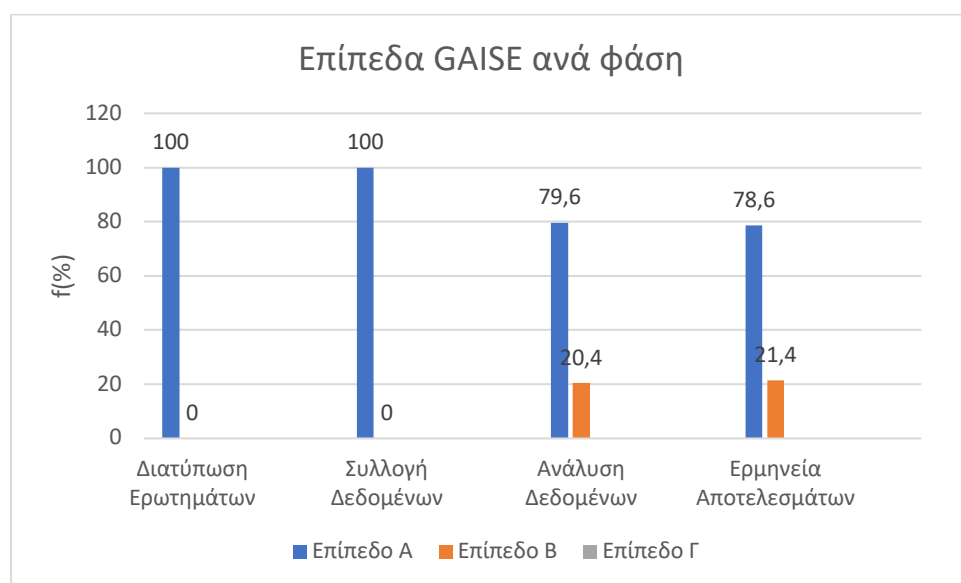
Δ΄ Τάξη:

Το πλήθος των υποέργων Στατιστικής του σχολικού εγχειριδίου, των τετραδίων εργασιών και των ψηφιακών διαδραστικών μικροπειραμάτων παρουσιάζεται στον Πίνακα 32.

Πίνακας 30: Πλήθος υποέργων ανά επίπεδο GAISE στο σχολικό εγχειρίδιο, τα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά διαδραστικά έργα της Δ' Δημοτικού.

Επίπεδο GAISE	Δ' Τάξη		Βιβλίο Μαθητή		Τετράδια Εργασιών		Ψηφιακά Υποέργα	
	n	f %	n	f %	n	f %	n	f %
Επίπεδο Α	27	84,4	17	58,6	7	77,8		
Επίπεδο Β	5	15,6	12	41,4	2	22,2		
Επίπεδο Γ	0	0	0	0	0	0		
Σύνολο	32	100	29	100	9	0		

Στο βιβλίο μαθητή της Δ' τάξης, τα περισσότερα υποέργα είναι επιπέδου Α σε ποσοστό 84,4%. Υψηλά ποσοστά για το επίπεδο Α παρατηρήθηκαν επίσης και στα ψηφιακά υποέργα του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου (77,8%). Στα τετράδια εργασιών παρατηρήθηκε σημαντική αύξηση του επιπέδου Β των στατιστικών υποέργων στο 41,4%, ωστόσο και σε αυτήν την κατηγορία το επίπεδο Α σημείωσε υψηλότερο ποσοστό υποέργων (58,6%).



Σχήμα 15: Ποσοστά των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος στη Δ' Δημοτικού.

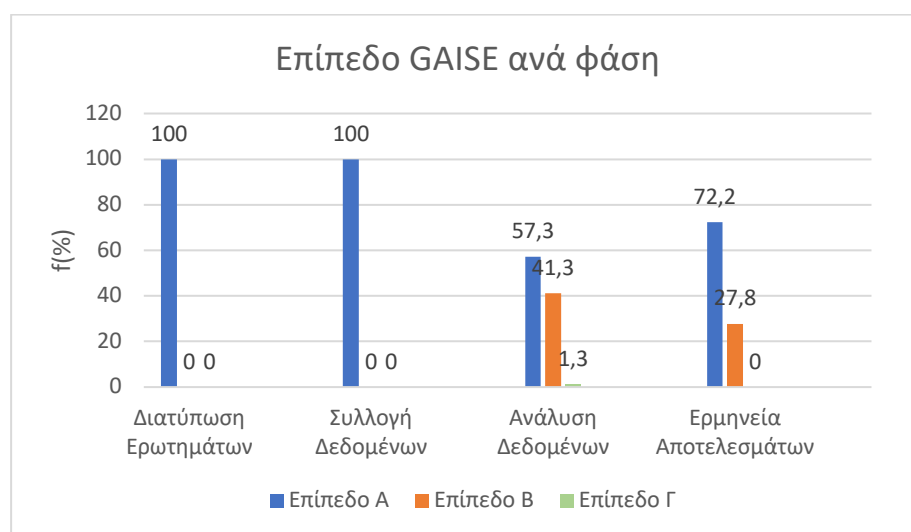
Στο Σχήμα 15, παρουσιάζεται το ποσοστό κάθε επιπέδου ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος. Δεν παρατηρήθηκαν υποέργα επιπέδου Γ, στη Δ' Δημοτικού, η οποία είναι η πρώτη τάξη στην οποία διδάσκεται η Στατιστική. Στις φάσεις «διατύπωση ερωτημάτων» και «συλλογή δεδομένων» υπάρχουν μόνο υποέργα επιπέδου Α. Το 20,4% και το 21,4% των υποέργων είναι επιπέδου Β στην ανάλυση δεδομένων και την ερμηνεία αποτελεσμάτων αντίστοιχα.

Τάξη Ε' Δημοτικού:

Πίνακας 31: Πλήθος υποέργων ανά επίπεδο GAISE στο σχολικό εγχειρίδιο, τα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά διαδραστικά έργα της Ε' Δημοτικού.

Επίπεδο GAISE \ Ε' Τάξη	Βιβλία Μαθητή		Τετράδια Εργασιών		Ψηφιακά Υποέργα	
	n	f %	n	f %	n	f %
Επίπεδο Α	22	68,8	27	50,1	6	50
Επίπεδο Β	10	31,2	25	47,2	6	50
Επίπεδο Γ	0	0	1	1,9	0	0
Σύνολο	32	100	53	100	12	100

Το 68% των υποέργων Στατιστικής στα δύο βιβλία μαθητή της Ε' τάξης, είναι επιπέδου Α. Το ποσοστό αυτό μειώνεται στο 50,1% στα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά υποέργα. Το άλλο 50% περίπου είναι επιπέδου Β, εκτός από ένα υποέργο που κατηγοριοποιήθηκε ως επιπέδου Γ (1,9 %).



Σχήμα 16: Ποσοστά των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος στην Ε' Δημοτικού.

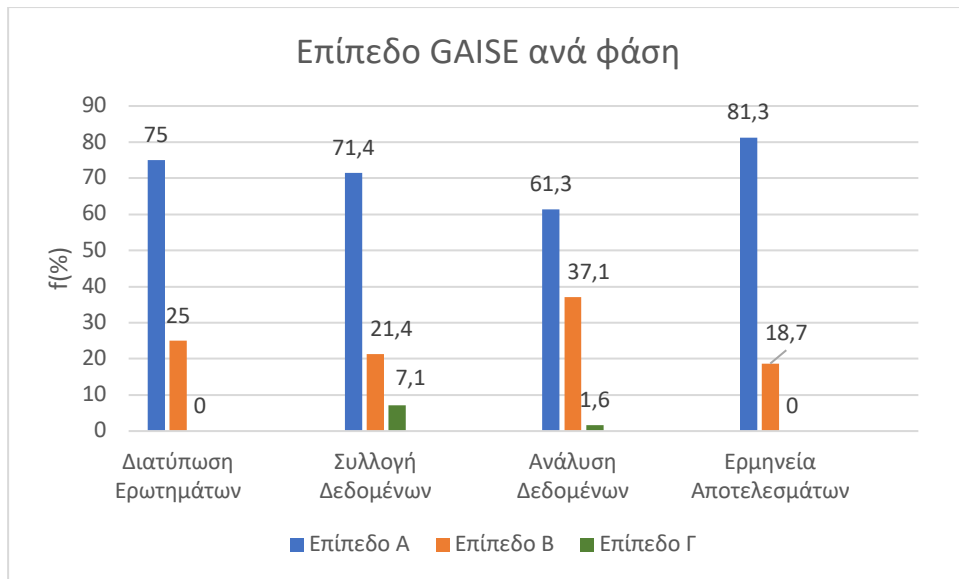
Από το Σχήμα 16 φαίνεται ότι στις φάσεις «διατύπωση ερωτημάτων» και «συλλογή δεδομένων» υπάρχουν μόνο υποέργα επιπέδου Α. Διπλασιάζονται τα ποσοστά του επιπέδου Β για τη φάση της «ανάλυσης δεδομένων» και αύξηση στα ποσοστά του επιπέδου Β στην «ερμηνεία αποτελεσμάτων» σε σχέση με την προηγούμενη τάξη. Οι πρώτες καταγραφές επιπέδου Γ στο δημοτικό καταγράφηκαν στην «ανάλυση δεδομένων» σε ποσοστό 1,3%.

Τάξη ΣΤ' Δημοτικού:

Πίνακας 32: Πλήθος υποέργων ανά επίπεδο GAISE στο σχολικό εγχειρίδιο, τα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά διαδραστικά έργα της ΣΤ' Δημοτικού.

ΣΤ' Τάξη Επίπεδο GAISE	Βιβλίο Μαθητή		Τετράδια Εργασιών		Ψηφιακά Υποέργα	
	n	f %	n	f %	n	f %
Επίπεδο Α	29	69	27	55,1	1	33,3
Επίπεδο Β	12	28,6	21	42,9	2	66,6
Επίπεδο Γ	1	2,4	1	2	0	0
Σύνολο	42	100	49	100	3	100

Όπως στις τάξεις Δ' και Ε' Δημοτικού, τα υψηλότερα ποσοστά υποέργων επιπέδου Α καταγράφονται στα βιβλία μαθητή (69%) και μειώνονται στα τετράδια εργασιών (55,1%). Τα υποέργα επιπέδου Β στα τετράδια εργασιών είναι στο 42,9 % και αυξάνεται στο 66,6% στα ψηφιακά υποέργα που όμως ήταν μόλις 3 στη ΣΤ' Δημοτικού.



Σχήμα 17: Ποσοστά των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος στην ΣΤ' Δημοτικού.

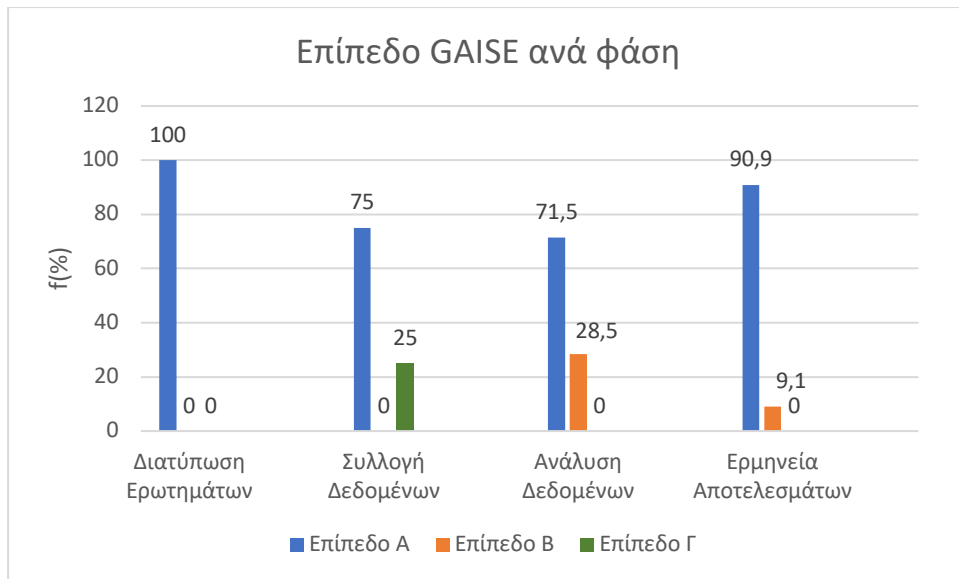
Όπως φαίνεται από το Σχήμα 17, στη ΣΤ' Δημοτικού καταγράφονται υποέργα επιπέδου Β σε όλες τις φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος. Συγκριτικά με την Ε' Δημοτικού τα έργα επιπέδου Α είναι περισσότερα στην τελευταία τάξη του δημοτικού.

Τάξη Β' Γυμνασίου:

Πίνακας 33: Πλήθος υποέργων ανά επίπεδο GAISE στο σχολικό εγχειρίδιο, τα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά διαδραστικά έργα της Β' Γυμνασίου.

Επίπεδο GAISE \ Β' Γυμν.	Βιβλίο Μαθητή		Ψηφιακά Υποέργα	
	n	f %	n	f %
Επίπεδο Α	75	60	17	37,8
Επίπεδο Β	50	40	27	60
Επίπεδο Γ	0	0	1	2,2
Σύνολο	125	100	45	100

Στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β' Γυμνασίου, το 60% των υποέργων Στατιστικής είναι επιπέδου Α και το υπόλοιπο 40% είναι επιπέδου Β. Τα περισσότερα ψηφιακά υποέργα είναι επιπέδου Β (60%). Μόλις το 2,2 % είναι επιπέδου Γ.



Σχήμα 18: Ποσοστά των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος στη Β' Γυμνασίου.

Η έλλειψη υποέργων επιπέδου Β και Γ στις φάσεις «διατύπωση ερωτημάτων» και «συλλογή δεδομένων» είναι εμφανής στο Σχήμα 18. Το 25% του επιπέδου Γ που καταγράφεται στη συλλογή δεδομένων προκύπτει από το μικρό αριθμό υποέργων αυτής της κατηγορίας αφού καταμετρήθηκε μόλις 1 στα τέσσερα υποέργα στη «συλλογή δεδομένων».

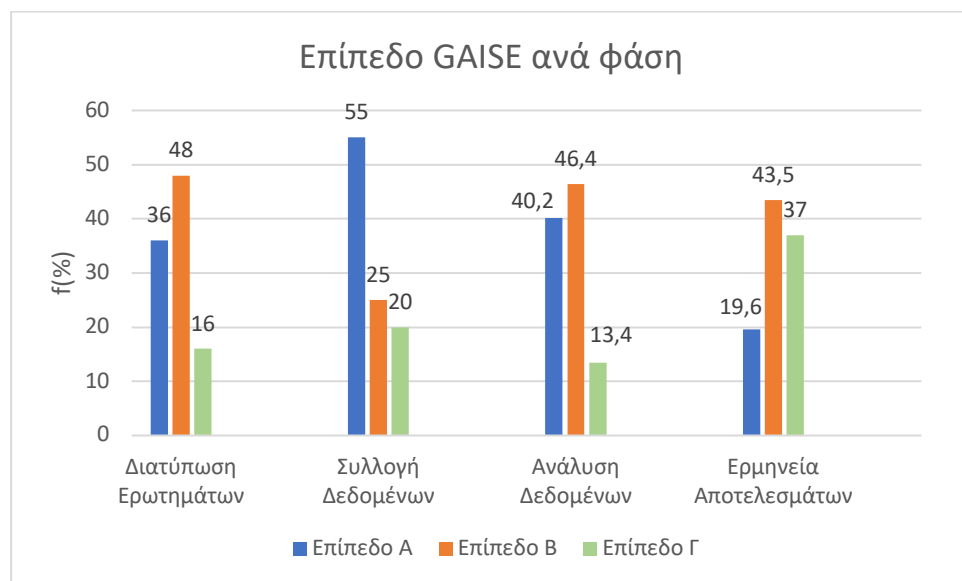
Τάξη Γ' Λυκείου:

Πίνακας 34: Πλήθος υποέργων ανά επίπεδο GAISE στο σχολικό εγχειρίδιο, τα τετράδια εργασιών και τα ψηφιακά διαδραστικά έργα της Γ' Λυκείου.

Επίπεδο GAISE	Γ' Λυκείου	
	n	f %
Επίπεδο A	94	37,5
Επίπεδο B	116	46,2
Επίπεδο Γ	41	16,3
Σύνολο	241	100

Στο σχολικό εγχειρίδιο της Γ' Λυκείου, η πλειοψηφία των υποέργων στατιστικής είναι επιπέδου Β (46,2%), ενώ τα υποέργα επιπέδου Α καταλαμβάνουν το 37,5% του

συνόλου των υποέργων. Αυξημένο είναι το ποσοστό των υποέργων επιπέδου Γ, που αποτελούν το 16,3%.



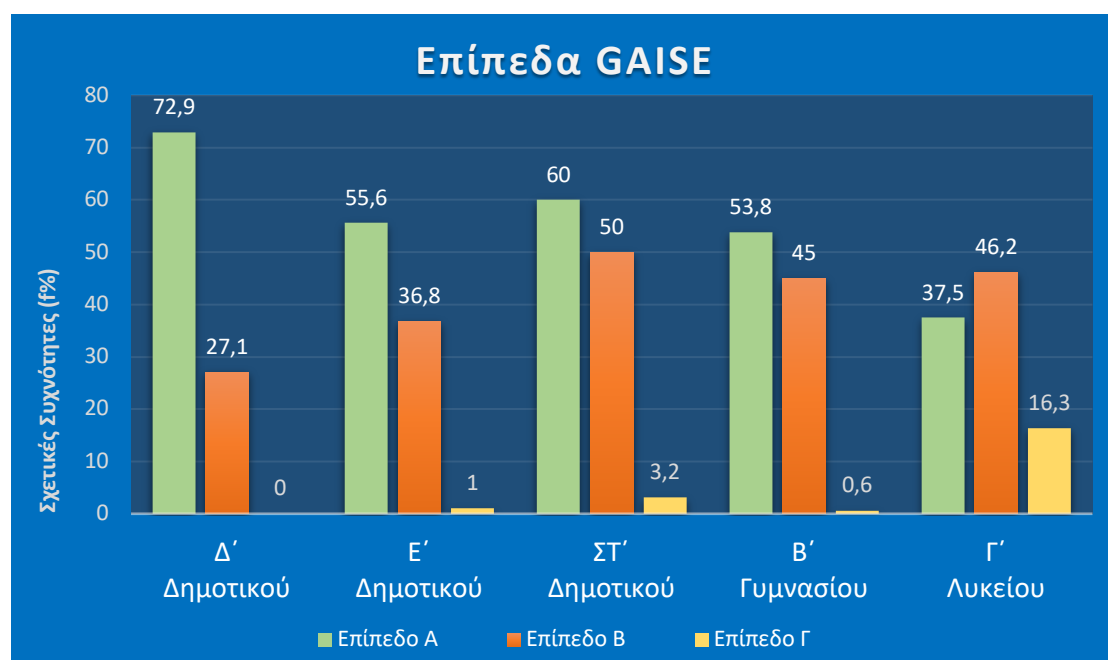
Σχήμα 19: Ποσοστά των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος στη Γ' Λυκείου.

Τα αποτελέσματα από την καταγραφή των επιπέδων GAISE ανά φάση στη Γ' Λυκείου, διαφέρουν σημαντικά από τα αποτελέσματα όλων των προηγούμενων τάξεων. Κυριαρχεί το επίπεδο Β σε όλες τις φάσεις εκτός από τη «συλλογή δεδομένων». Χαμηλότερα είναι τα ποσοστά των υποέργων επιπέδου Α, ενώ σημαντική αύξηση παρουσιάζουν τα υποέργα επιπέδου Γ.

Ακολουθεί, στον Πίνακα 37, η αναλυτική παρουσίαση της καταγραφής των υποέργων αναφορικά με το επίπεδο και τη φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος. Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν την απουσία υποέργων επιπέδου Β και Γ στη φάση της «διατύπωσης ερωτημάτων» στο δημοτικό και στο γυμνάσιο, αφού έχει καταγραφεί μόνο ένα υποέργο επιπέδου Β στη ΣΤ' Δημοτικού. Ελάχιστα είναι επίσης, τα έργα επιπέδου Β και Γ στη φάση της «συλλογής δεδομένων» σε όλες τις τάξεις.

Πίνακας 35: Συνοπτική παρουσίαση των επιπέδων GAISE ανά φάση επίλυσης στατιστικού προβλήματος για όλες τις τάξεις με περιεχόμενο Στατιστικής.

	Επίπεδο GAISE	Διατύπωση Ερωτημάτων	Συλλογή Δεδομένων	Ανάλυση Δεδομένων	Ερμηνεία Αποτελεσμάτων
Δ' Τάξη	A	4	7	39	11
	B	0	0	10	3
	Γ	0	0	0	0
Ε' Τάξη	A	3	3	43	13
	B	0	0	31	5
	Γ	0	0	1	0
ΣΤ' Τάξη	A	3	10	38	13
	B	1	3	23	3
	Γ	0	1	1	0
Β' Γυμνασίου	A	5	3	108	10
	B	0	0	43	1
	Γ	0	1	0	0
Γ' Λυκείου	A	9	11	72	9
	B	12	5	83	20
	Γ	4	4	24	17



Σχήμα 20: Συνοπτική ποσοστιαία παρουσίαση του επιπέδου GAISE των υποέργων Στατιστικής ανά τάξη.

Στο Σχήμα 20 φαίνεται ότι σε όλες τις τάξεις εκτός από τη Γ΄ λυκείου, η πλειοψηφία των έργων Στατιστικής είναι επιπέδου Α. Διαπιστώνεται ακόμα ότι η διαφορά μεταξύ των έργων επιπέδου Α και επιπέδου Β μειώνεται από τη Δ΄ δημοτικού προς τη Γ΄ λυκείου. Τέλος, φαίνεται ότι τα έργα επιπέδου Γ αυξάνονται από τις μικρότερες προς τις μεγαλύτερες τάξεις, με το εγχειρίδιο της Β΄ γυμνασίου να διακόπτει αυτήν την ανοδική πορεία, αφού περιέχει σε ποσοστό μόνο 0.6% έργα αυτού του επιπέδου.

4.2.3 Μαθηματικές Πρακτικές

Κάθε υποέργο μπορεί να αναπτύσσει περισσότερες από μία μαθηματικές πρακτικές ή και καμία. Επομένως, σε αντίθεση με τις φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος και τα επίπεδα GAISE, οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες δεν αθροίζουν στο 100%. Η καταγραφή των μαθηματικών πρακτικών έδειξε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Τάξη Δ΄:

Πίνακας 36: Μαθηματικές Πρακτικές υποέργων Στατιστικής της Δ΄ Δημοτικού.

Δ΄ Δημοτικού Μαθηματικές Πρακτικές	Βιβλίο Μαθητή	Τετράδια Εργασιών	Ψηφιακά Υποέργα	Σύνολο
Διατύπωση / Λύση προβλήματος	15	14	2	40
Συλλογισμός / Επιχειρηματολογία	10	6	2	26
Επικοινωνία	6	6	1	17
Μοντελοποίηση	3	2	0	7
Επιλογή / Χρήση εργαλείων	0	0	2	2
Αναστοχασμός	2	3	0	6



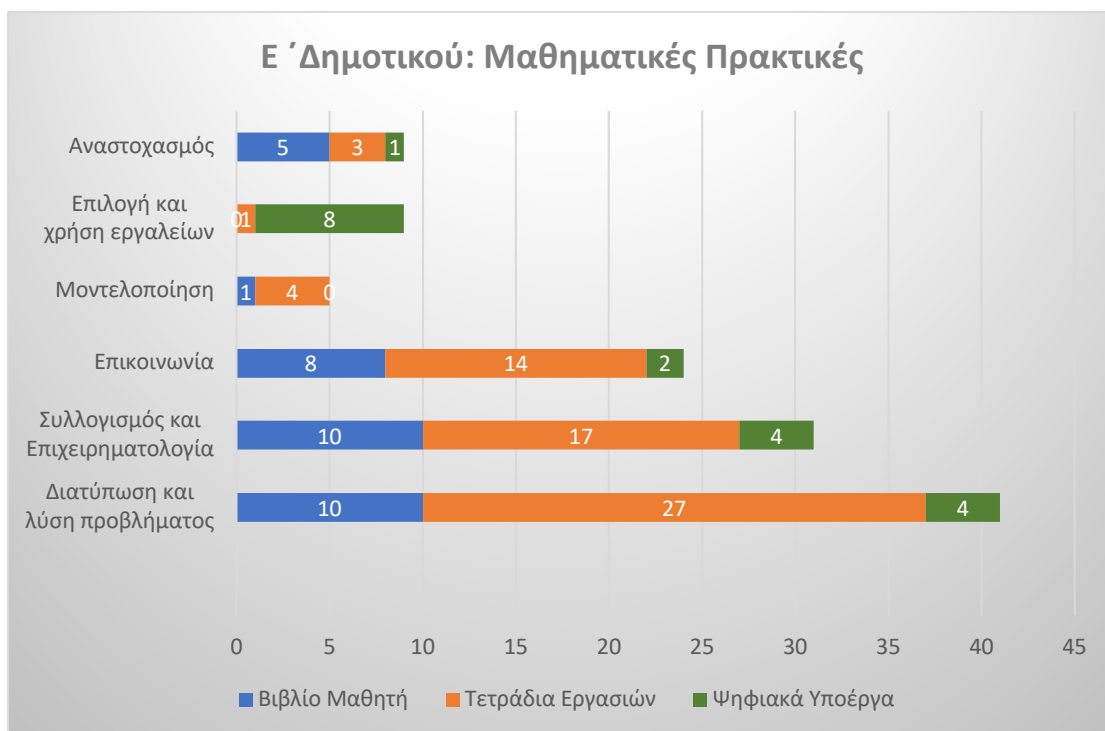
Σχήμα 21: Πλήθος Μαθηματικών Πρακτικών των υποέργων Στατιστικής της Δ' Δημοτικού.

Δεσπόζει η κατηγορία «διατύπωση και λύση προβλήματος» με 31 υποέργα. Από αυτά, 15 περιέχονται στο βιβλίο μαθητή, 14 στα τετράδια εργασιών και 2 στις διαδραστικές ψηφιακές δραστηριότητες. Ακολουθεί η κατηγορία «συλλογισμός και επιχειρηματικότητα» με 18 υποέργα και η κατηγορία «επικοινωνία με 13.

Τάξη Ε' Δημοτικού:

Πίνακας 37: Μαθηματικές Πρακτικές υποέργων Στατιστικής της Ε' Δημοτικού.

Ε' Δημοτικού Μαθηματικές Πρακτικές	Βιβλίο Μαθητή	Τετράδια Εργασιών	Ψηφιακά Υποέργα	Σύνολο
Διατύπωση / Λύση προβλήματος	10	27	4	41
Συλλογισμός / Επιχειρηματολογία	10	17	4	31
Επικοινωνία	8	14	2	24
Μοντελοποίηση	1	4	0	5
Επιλογή / Χρήση εργαλείων	0	1	8	9
Αναστοχασμός	5	3	1	9



Σχήμα 22: Πλήθος Μαθηματικών Πρακτικών των υποέργων Στατιστικής της Ε΄ Δημοτικού.

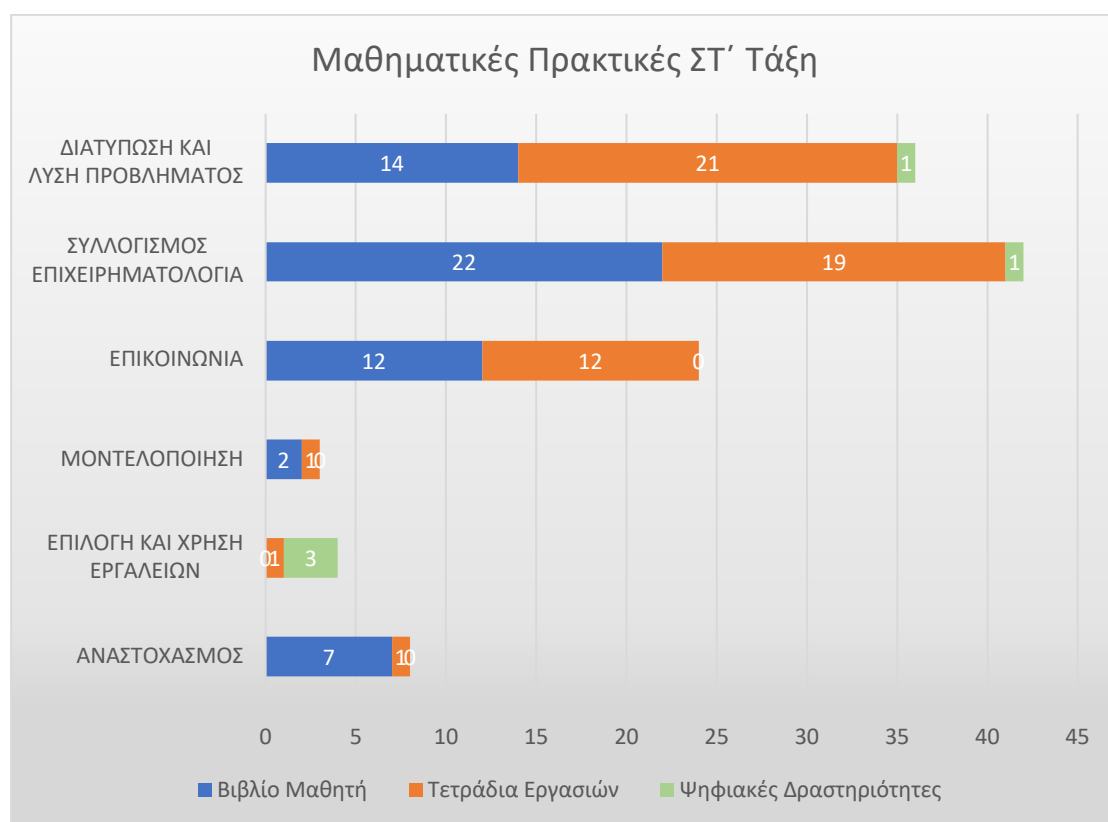
Όπως και στη Δ΄ τάξη, οι τρεις κατηγορίες μαθηματικών πρακτικών που αναπτύσσονται περισσότερο στα υποέργα Στατιστικής είναι η «διατύπωση και λύση προβλήματος», η «συλλογισμός και επιχειρηματολογία» και η «επικοινωνία» με 41, 31 και 24 υποέργα αντίστοιχα. Αξίζει να σημειωθεί ότι 8 στα 9 υποέργα στην κατηγορία «επιλογή και χρήση εργαλείων» εντοπίστηκαν στα ψηφιακά διαδραστικά υποέργα.

Τάξη ΣΤ΄ Δημοτικού:

Στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο και τα τετράδια εργασιών της ΣΤ΄ Δημοτικού καταγράφηκαν συνολικά 95 υποέργα. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 23 και στον Πίνακα 40, το πλήθος των μαθηματικών πρακτικών «μοντελοποίηση», «επιλογή και χρήση εργαλείων» και «αναστοχασμός» είναι πολύ μικρό με 3, 4 και 8 υποέργα αντίστοιχα.

Πίνακας 38: Μαθηματικές Πρακτικές υποέργων Στατιστικής της ΣΤ' Δημοτικού.

ΣΤ' Δημοτικού Μαθηματικές Πρακτικές	Βιβλίο Μαθητή	Τετράδια Εργασιών	Ψηφιακά Υποέργα	Σύνολο
Διατύπωση και λύση προβλήματος	14	21	1	36
Συλλογισμός και Επιχειρηματολογία	22	19	1	42
Επικοινωνία	12	12	0	24
Μοντελοποίηση	2	1	0	3
Επιλογή και χρήση εργαλείων	0	1	3	4
Αναστοχασμός	7	1	0	8



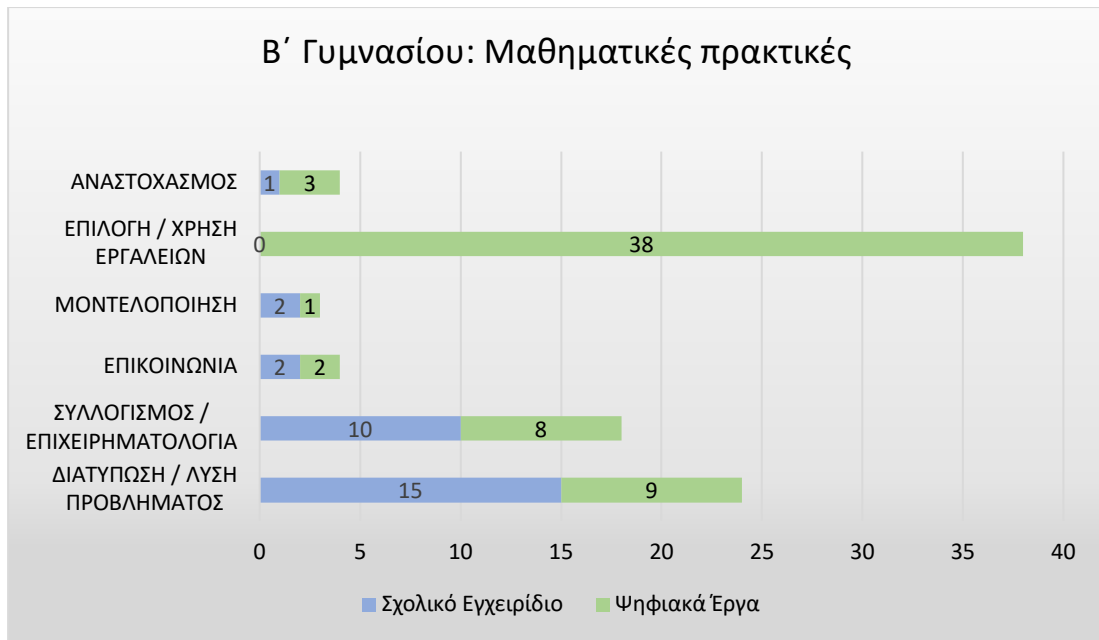
Σχήμα 23: Πλήθος Μαθηματικών Πρακτικών των υποέργων Στατιστικής της ΣΤ' Δημοτικού.

Τάξη Β΄ Γυμνασίου:

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η συλλογή δεδομένων στη Β΄ Γυμνασίου. Από τα 171 υποέργα που καταμετρήθηκαν, μόνο τα 24 αφορούσαν στη «διατύπωση και λύση προβλήματος». Σε αυτή τη κατηγορία είχαν σημειωθεί περισσότερες καταγραφές σε λιγότερα υποέργα Στατιστικής. Ομοίως για την κατηγορία «συλλογισμός και επιχειρηματικότητα» καταγράφηκαν μόλις 18 υποέργα ενώ για την «επικοινωνία» μόνο 4. Ελάχιστα υποέργα Στατιστικής ανήκουν στις κατηγορίες «μοντελοποίηση» και «αναστοχασμός» με ποσοστά μικρότερα από 3% η καθεμία. Η μόνη κατηγορία που ξεχώρισε είναι η «επιλογή και χρήση εργαλείων» με 38 καταγραφές οι οποίες στο σύνολό τους περιέχονται στα ψηφιακά διαδραστικά υποέργα.

Πίνακας 39: Μαθηματικές Πρακτικές υποέργων Στατιστικής της Β΄ Γυμνασίου.

Μαθηματικές Πρακτικές Β΄ Γυμνασίου	ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΟΛΟΓΙΑ	ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑ	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ	ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΑΙ ΧΡΗΣΗ ΕΡΓΑΛΕΙΩΝ	ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ
Βιβλίο Μαθητή	15	10	2	2	0	1
Ψηφιακά υποέργα	9	8	2	1	38	3
Σύνολο	24	18	4	3	38	4



Σχήμα 24: Πλήθος Μαθηματικών Πρακτικών των υποέργων Στατιστικής της Β' Γυμνασίου.

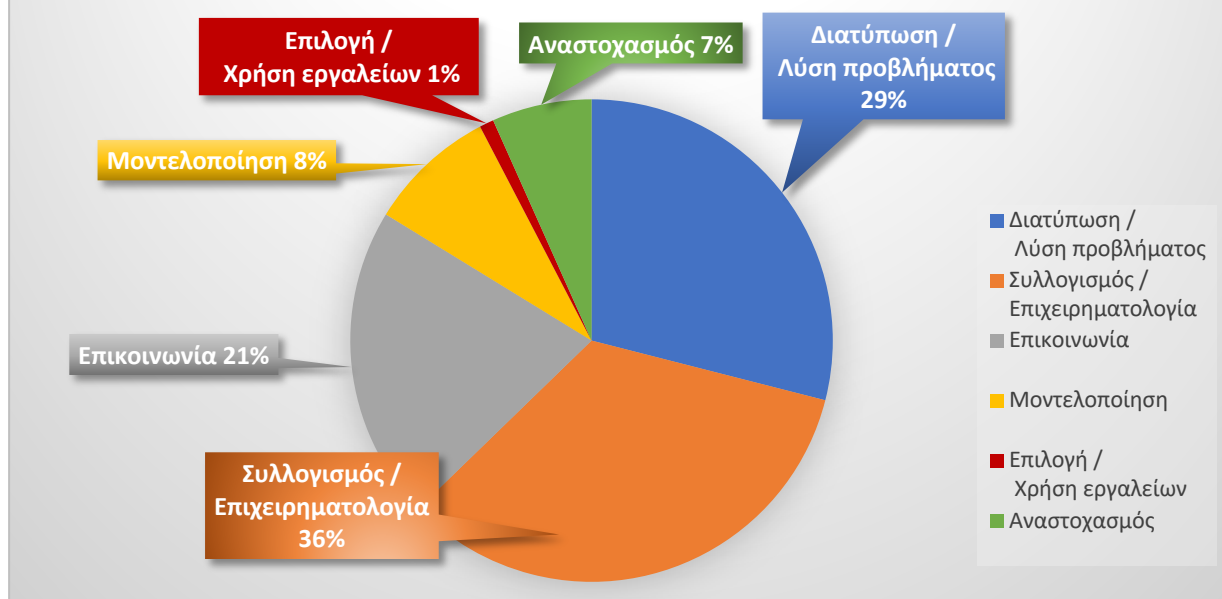
Τάξη Γ' Λυκείου:

Πίνακας 40: Μαθηματικές Πρακτικές υποέργων Στατιστικής της Γ' Λυκείου.

Μαθηματικές Πρακτικές Γ' Λυκείου	Διατύπωση / λύση προβλήματος	Συλλογισμός / Επιχειρηματολογία	Επικοινωνία	Μοντελοποίηση	Επιλογή / χρήση εργαλείων	Αναστοχασμός
Βιβλίο Μαθητή	91	106	66	27	3	21

Το σχολικό εγχειρίδιο της Γ' Λυκείου περιέχει 251 υποέργα Στατιστικής. Σε αυτά έχουν καταγραφεί 297 μαθηματικές πρακτικές. Το 36% των υποέργων αναπτύσσουν τη μαθηματική πρακτική «συλλογισμός και επιχειρηματολογία», το 28% τη «διατύπωση και λύση προβλήματος», το 21% την «επικοινωνία», ενώ οι υπόλοιπες πρακτικές λιγότερο από 10% όπως φαίνεται στο Σχήμα 25.

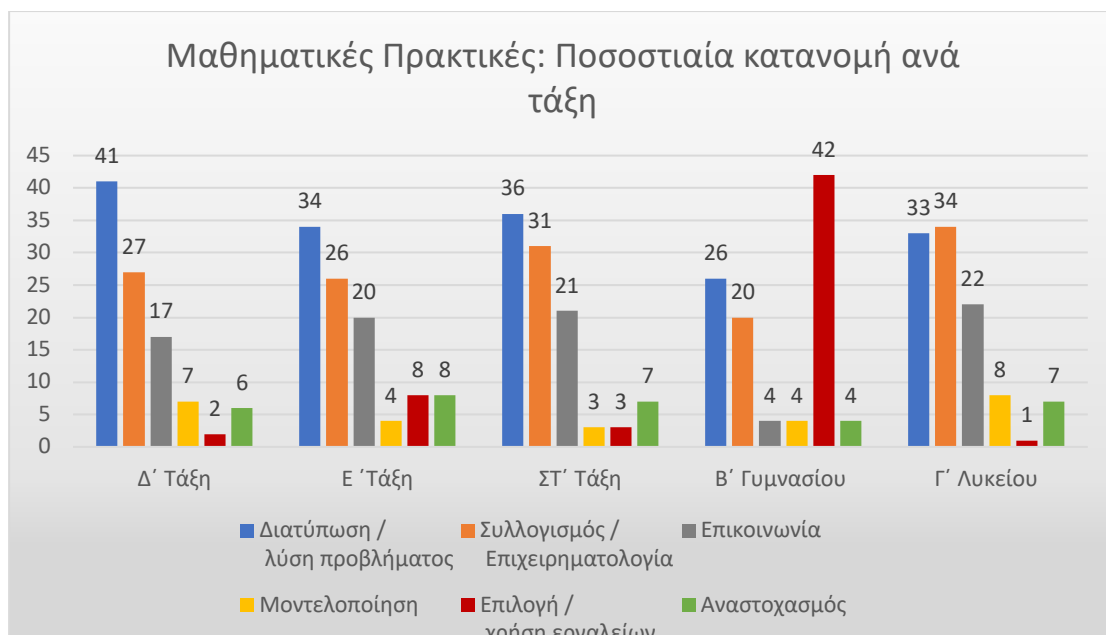
Γ' Λυκείου: Μαθηματικές Πρακτικές



Σχήμα 25: Ποσοστιαία παρουσίαση των Μαθηματικών Πρακτικών της Γ' Λυκείου ως ποσοστό επί των καταγεγραμμένων πρακτικών.

Στη συνοπτική παρουσίαση του Σχήματος 26, φαίνεται ότι οι πρακτικές που αναπτύσσονται περισσότερο, μέσα από τα έργα Στατιστικής, είναι οι: διατύπωση και λύση προβλήματος, ο συλλογισμός και επιχειρηματολογία, και η επικοινωνία. Μόνο στη Β' Γυμνασίου διαπιστώθηκε μεγάλη αύξηση στην κατηγορία «επιλογή και χρήση εργαλείων» η οποία οφείλεται στη χρήση των εργαλείων των ψηφιακών έργων. Τονίζεται ότι το σύνολο των εργαλείων είναι ψηφιακά και ότι καμία καταγραφή δεν υπήρξε στο έντυπο υλικό της Β' Γυμνασίου.

Όλες οι άλλες πρακτικές σημείωσαν ιδιαίτερα χαμηλά ποσοστά.



Σχήμα 26: Συνοπτική ποσοστιαία κατανομή των Μαθηματικών Πρακτικών της Γ' Λυκείου

4.2.4. Μορφές απάντησης

Τάξη Δ' Δημοτικού:

Πίνακας 41: Μορφές απάντησης στη Δ' Δημοτικού

Μορφή απάντησης Δ' Δημοτικού	Ανοιχτή	Κλειστή	Επιλογής
Βιβλίο Μαθητή	5	28	0
Τετράδια Εργασιών	6	21	1
Ψηφιακά Υποέργα	3	6	0
Σύνολο	14	55	1

Στη Δ' Δημοτικού, από τα 70 υποέργα που περιέχονται στα έντυπα και διαδραστικά εγχειρίδια, τα 55 είναι κλειστής απάντησης, τα 13 ανοιχτής και μόνο 1 επιλογής.

Τάξη Ε' Δημοτικού:

Πίνακας 42: Μορφές απάντησης στην Ε' Δημοτικού

Μορφή απάντησης Ε' Δημοτικού	Ανοιχτή	Κλειστή	Επιλογής
Βιβλία Μαθητή	7	27	0

Τετράδια Εργασιών	13	40	0
Ψηφιακά Υποέργα	8	4	0
Σύνολο	28	71	0

Στα δυο τεύχη του σχολικού εγχειριδίου «βιβλίο μαθητή» μετρήθηκαν 7 υποέργα «ανοιχτής» απάντησης και 27 κλειστής. Στα αντίστοιχα τεύχη των τετραδίων εργασιών μετρήθηκαν 13 «ανοιχτής» απάντησης και 40 κλειστής. Στα 12 υποέργα των ψηφιακών διαδραστικών έργων μετρήθηκαν 8 «ανοιχτής» και 4 «κλειστής» απάντησης, ενώ δεν καταγράφηκαν υποέργα με απαντήσεις «επιλογής».

Τάξη ΣΤ' Δημοτικού:

Πίνακας 43: Μορφές απάντησης στη ΣΤ' Δημοτικού.

Μορφή απάντησης ΣΤ' Δημοτικού	Ανοιχτή	Κλειστή	Επιλογής
Βιβλίο Μαθητή	19	14	9
Τετράδια Εργασιών	16	33	0
Ψηφιακά Υποέργα	0	3	0
Σύνολο	35	50	9

Στο βιβλίο μαθητή της ΣΤ' Δημοτικού περισσότερα είναι τα υποέργα «ανοιχτών» απαντήσεων μετρώντας 19 έναντι 14 και 9 των «κλειστών» και «επιλογής» αντίστοιχα. Στα τετράδια εργασιών τα υποέργα «κλειστής» απάντησης είναι σχεδόν τα διπλάσια από της «ανοιχτής» ενώ δεν υπάρχουν απαντήσεις «επιλογής». Στο μοναδικό ψηφιακό διαδραστικό έργο Στατιστικής, υπάρχουν 3 «κλειστές» απαντήσεις.

Τάξη Β' Γυμνασίου:

Πίνακας 44: Μορφές απάντησης στη Β' Γυμνασίου.

Μορφή απάντησης Β' Γυμνασίου	Ανοιχτή	Κλειστή	Επιλογής
Βιβλίο Μαθητή	3	99	23
Ψηφιακά Υποέργα	7	39	0
Σύνολο	10	138	23

Από τα 126 υποέργα του σχολικού εγχειριδίου και τα 45 ψηφιακά υποέργα Στατιστικής η συντριπτική πλειοψηφία είναι «κλειστής» απάντησης.

Καταμετρήθηκαν 138 «κλειστής» 23 «επιλογής» και 10 «ανοιχτής» απάντησης. Όλα τα υποέργα «επιλογής» βρίσκονται στο σχολικό εγχειρίδιο, ενώ από τα 10 υποέργα «ανοιχτής» απάντησης τα 7 είναι στο ψηφιακό διαδραστικό υλικό.

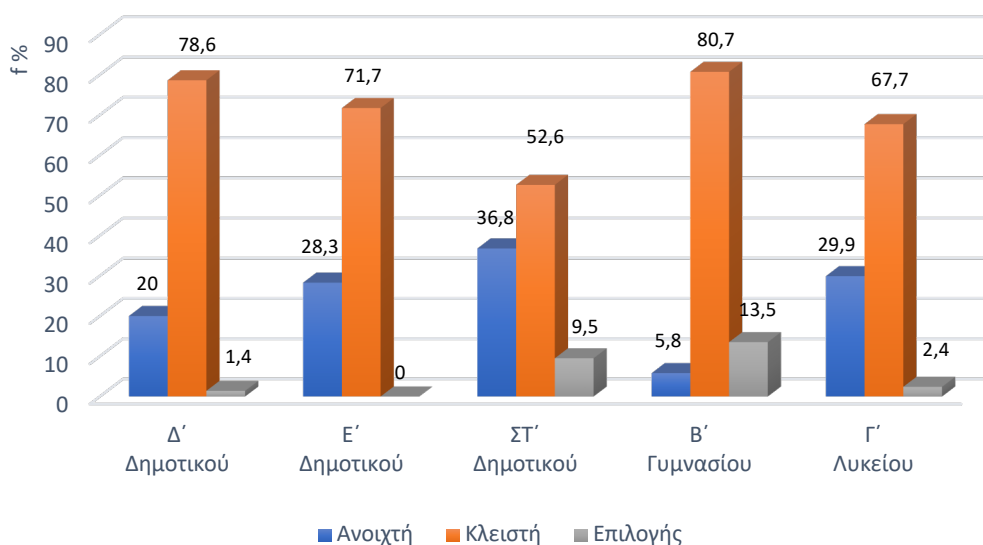
Τάξη Γ΄ Λυκείου:

Πίνακας 45: Μορφές απάντησης στη Γ΄ Λυκείου.

Μορφή απάντησης Γ΄ Λυκείου	Ανοιχτή	Κλειστή	Επιλογής
Σχολικό Εγχειρίδιο	75	170	6

Στο σχολικό εγχειρίδιο «Στοιχεία Πιθανοτήτων και Στατιστικής» της Γ΄ Λυκείου υπάρχουν 170 υποέργα «κλειστής» απάντησης, 75 υποέργα «ανοιχτής» και μόλις 6 «επιλογής» σε σύνολο 251 υποέργων.

Μορφές απάντησης



Σχήμα 27: Μορφές απάντησης. Συνοπτική παρουσίαση σχετικών συχνοτήτων (%) ανά τάξη

Από τη συνοπτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων του Σχήματος 27, διαπιστώνεται ότι η μεγάλη πλειοψηφία των υποέργων Στατιστικής περιέχει «κλειστή μορφή» απάντησης. Οι περισσότερες απαντήσεις «ανοιχτής μορφής» εντοπίστηκαν στη ΣΤ' Δημοτικού, σε ποσοστό 36,8%. Οι λιγότερες απαντήσεις «ανοιχτής μορφής», με

μεγάλη διαφορά από τις άλλες τάξεις, καταγράφηκαν στη Β΄ Γυμνασίου, ενώ στην ίδια τάξη περιέχονται οι περισσότερες απαντήσεις «επιλογής».

4.2.5 Τύπος Πλαισίου:

Τάξη Δ΄ Δημοτικού:

Στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια της Δ΄ Δημοτικού και τα τετράδια εργασιών, καταμετρήθηκαν 28 έργα Στατιστικής. Από το σύνολο των έργων τα 19 ήταν ενταγμένα σε πλαίσιο «καμουφλάζ», τα 9 σε «σχετικό και ουσιαστικό» πλαίσιο ενώ δεν υπάρχουν έργα χωρίς πλαίσιο.

Πίνακας 46: Τύποι πλαισίου των έργων στο διαδραστικά σχολικό εγχειρίδιο και τα τετράδια εργασιών της Δ΄ Δημοτικού.

Τύπος Πλαισίου Δ΄ Δημοτικού	Χωρίς	Καμουφλάζ	Σχετικό και ουσιαστικό
Βιβλίο Μαθητή	0	11	3
Τετράδια Εργασιών	0	7	5
Ψηφιακά Έργα	0	1	1
Σύνολο	0	19	9

Τάξη Ε΄ Δημοτικού

Στα δυο τεύχη του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου της Ε΄ Δημοτικού και τα τετράδια εργασιών καταμετρήθηκαν 34 έργα Στατιστικής. Από το σύνολο των έργων τα 6 είναι χωρίς πλαίσιο, τα 19 σε πλαίσιο καμουφλάζ και τα 9 σε σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο (Πίνακας 49).

Πίνακας 47: Τύποι πλαισίου των έργων στα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια και τα τετράδια εργασιών της Ε΄ Δημοτικού.

Τύπος Πλαισίου Ε΄ Δημοτικού	Χωρίς	Καμουφλάζ	Σχετικό και ουσιαστικό
Βιβλία Μαθητή	4	7	3
Τετράδια Εργασιών	2	10	5

Ψηφιακά Έργα	0	2	1
Σύνολο	6	19	9

Τάξη ΣΤ΄ Δημοτικού

Στα σχολικά εγχειρίδια της ΣΤ΄ Δημοτικού καταμετρήθηκαν 46 έργα. Από αυτά, τα 12 ήταν χωρίς πλαίσιο, τα 21 σε πλαίσιο καμουφλάζ και τα 13 σε σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο (Πίνακας 50).

Πίνακας 48: Τύποι πλαισίου των έργων στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο και τα τετράδια εργασιών της ΣΤ΄ Δημοτικού.

Τύπος Πλαισίου ΣΤ΄ Δημοτικού	Χωρίς	Καμουφλάζ	Σχετικό και ουσιαστικό
Βιβλίο Μαθητή	9	7	5
Τετράδια Εργασιών	3	13	8
Ψηφιακά Έργα	0	1	0
Σύνολο	12	21	13

Τάξη Β΄ Γυμνασίου:

Στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου καταμετρήθηκαν 57 έντυπα έργα και 13 ψηφιακά. Από το σύνολο των έργων τα 11 ήταν χωρίς πλαίσιο, τα 53 ενταγμένα σε πλαίσιο καμουφλάζ και μόλις τα 6 σε σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο (Πίνακας 51).

Πίνακας 49: Τύποι πλαισίου των έργων στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου.

Τύπος Πλαισίου Β΄ Γυμνασίου	Χωρίς	Καμουφλάζ	Σχετικό και ουσιαστικό
Βιβλία Μαθητή	10	44	3
Ψηφιακά Έργα	1	9	3
Σύνολο	11	53	6

Τάξη Γ΄ Λυκείου:

Στο σχολικό εγχειρίδιο της Γ΄ Λυκείου υπάρχουν μόνο έντυπα έργα. Καταμετρήθηκαν 95 έργα Στατιστικής. Τα 19 ήταν χωρίς πλαίσιο, τα 60 με πλαίσιο καμουφλάζ και τα 16 σε σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο.

Πίνακας 50: : Τύποι πλαισίου των έργων στο σχολικό εγχειρίδιο της Γ΄ Λυκείου.

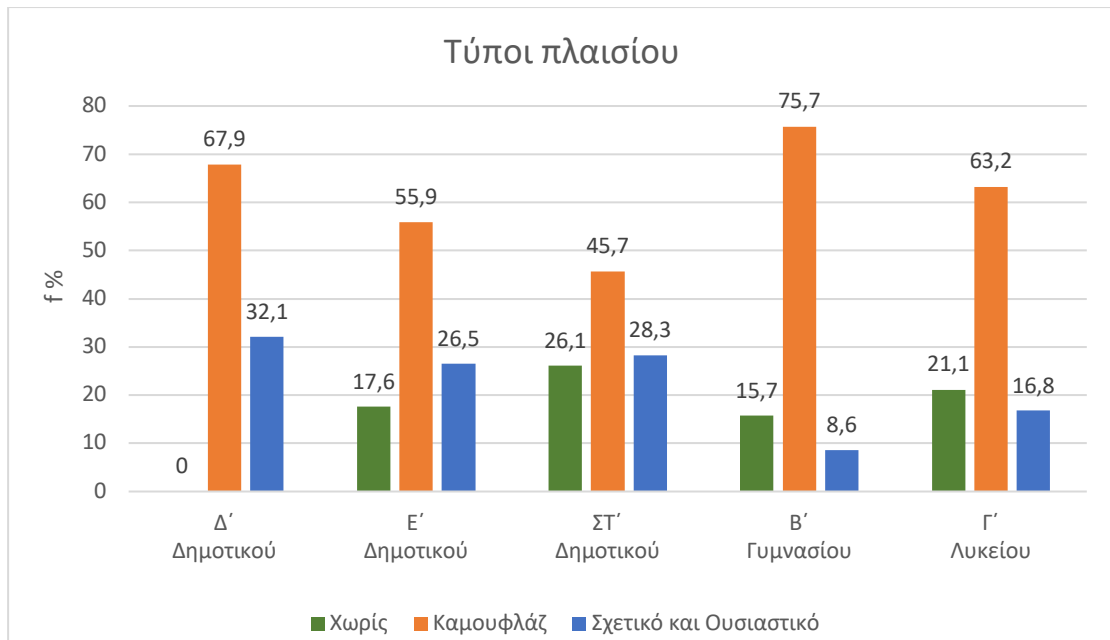
Τύπος Πλαισίου Γ΄ Λυκείου	Χωρίς	Καμουφλάζ	Σχετικό και ουσιαστικό
Σχολικό Εγχειρίδιο	19	60	16

Στον Πίνακα 53 και το Σχήμα 28 παρουσιάζονται οι συχνότητες και οι σχετικές συχνότητες (%) των τύπων πλαισίου κάθε τάξης στα έντυπα και σχολικά διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών.

Πίνακας 51: Πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (%) των τύπων πλαισίου ανά τάξη στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών.

Τύπος Πλαισίου Τάξη	Χωρίς		Καμουφλάζ		Σχετικό και ουσιαστικό	
	v	f%	v	f%	v	f%
Δ΄ Δημοτικού	0	0	19	6,9	9	3,3
Ε΄ Δημοτικού	6	2,2	19	6,9	9	3,3
ΣΤ΄ Δημοτικού	12	4,4	21	7,6	13	4,7
Β΄ Γυμνασίου	11	4	53	19,3	6	2,2
Γ΄ Λυκείου	19	6,9	60	21,8	16	5,8
Σύνολο	48	17,5	172	62,5	53	19,3

Το 17,5% των έργων Στατιστικής είναι χωρίς πλαίσιο ενώ το 19,3% έχουν σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο. Το μεγαλύτερο ποσοστό των έργων εντάχθηκαν σε πλαίσιο καμουφλάζ με ποσοστό 62,5%. Σε όλες τις άλλες τάξεις, όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως, δεν καταμετρήθηκαν στατιστικά έργα, εκτός από την Α΄ Γυμνασίου όπου καταμετρήθηκαν δύο, και αναλύονται στο Παράρτημα ΙΙΙ.



Σχήμα 28: Τύποι πλαισίου των στατιστικών έργων των τάξεων Δ', Ε', ΣΤ' Δημοτικού, της Β' Γυμνασίου και της Γ' Λυκείου (f%).

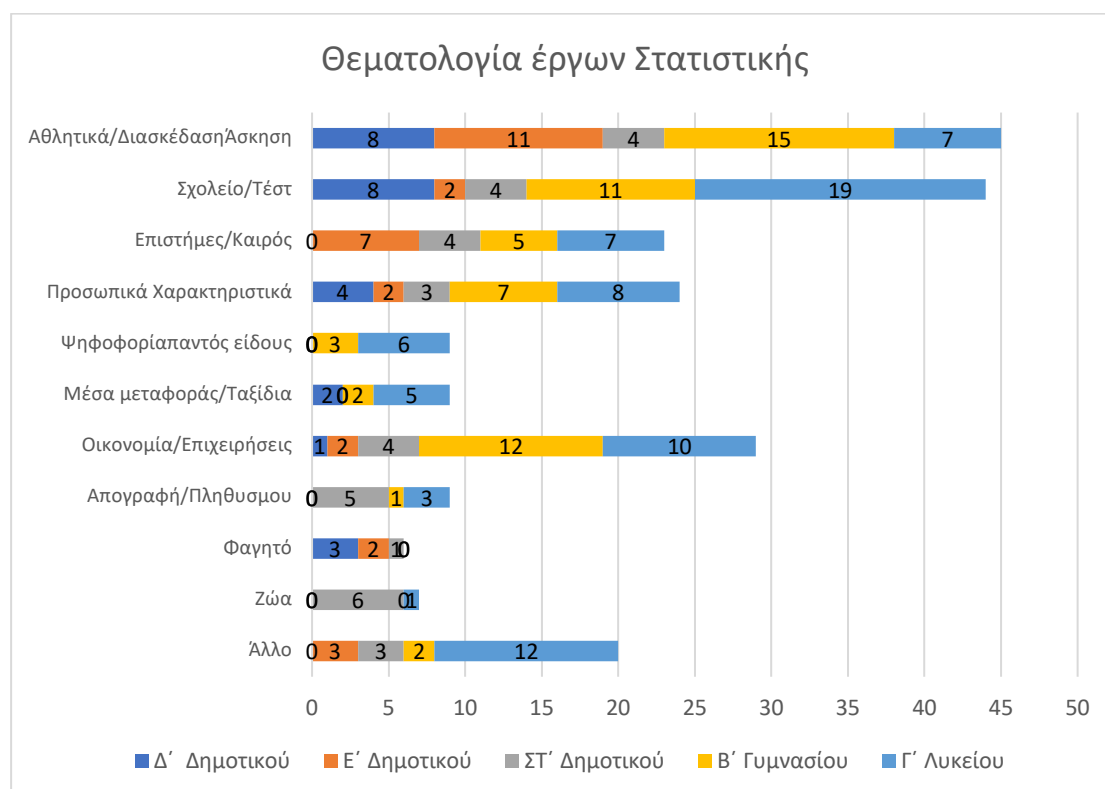
4.2.6 Θεματολογία των έργων

Για τη θεματολογία των έργων συλλέχθηκαν τα δεδομένα του Πίνακα 54.

Πίνακας 52: Θεματολογία των έργων Στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Θεματολογία των έργων Τάξη	Αθλητικά/ Διοσκέδαση/ Άσκηση	Σχολείο/ Τεστ	Επιστήμες/ Καιρός	Προσωπικά Χαρακτηριστικά	Ψηφοφορία παντός είδους	Μέσα μεταφοράς/ Ταξίδια	Οικονομία/ Επιχειρήσεις	Απογραφή/ Πληθυσμού	Φαγητό	Ζώα	Άλλο
Δ' Δημοτικού	8	8	0	4	0	2	1	0	3	0	0
Ε' Δημοτικού	11	2	7	3	0	0	2	0	2	0	3
ΣΤ' Δημοτικού	4	4	4	2	0	0	4	5	1	6	3
Β' Γυμνασίου	15	11	5	7	3	2	12	1	0	0	2
Γ' Λυκείου	7	19	7	8	6	5	10	3	0	1	12
Σύνολο	45	44	23	24	9	9	29	9	6	7	20

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 29, δείχνουν ότι από τα 206 έργα που περιέχουν κάποια θεματολογία, τα περισσότερα βρίσκονται στις κατηγορίες «Αθλητικά / Διασκέδαση / Άσκηση» και «Σχολείο / Τεστ» με 45 και 44 έργα αντίστοιχα. Καταμετρήθηκαν 23 έργα στην κατηγορία «οικονομία / Επιχειρήσεις» και 24 έργα στην κατηγορία «Προσωπικά χαρακτηριστικά». Λιγότερα από δέκα συγκεντρώνονται στις υπόλοιπες κατηγορίες. Στην κατηγορία «Άλλο» καταμετρήθηκαν 20 έργα, με την πλειοψηφία τους να βρίσκεται στο σχολικό εγχειρίδιο της Γ΄ Λυκείου που έχει ως αντικείμενο τα Στοχαστικά Μαθηματικά.



Σχήμα 29: : Θεματολογία των έργων Στατιστικής στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Κεφάλαιο 5 Συμπεράσματα

Εισαγωγή

Τα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών κατέχουν εξέχουσα θέση στη μαθηματική εκπαίδευση. Αποτελούν τη βάση της διδασκαλίας των Μαθηματικών, εντονότερα από οποιοδήποτε άλλο γνωστικό αντικείμενο και θεωρούνται ο ενδιάμεσος κρίκος ανάμεσα στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών και την παιδαγωγική πρακτική στην τάξη..

Η εκτεταμένη χρήση τους στην εκπαιδευτική διαδικασία καθιστά απαραίτητη την ανάλυση τους ώστε να τεκμηριωθούν οι τρόποι με τους οποίους δημιουργούνται ευκαιρίες μάθησης για τους μαθητές (Charalambous κ.ά., 2010). Τα μαθηματικά έργα αποτελούν το θεμέλιο λίθο των σχολικών εγχειριδίων των μαθηματικών καθώς μέσα από αυτά επικοινωνείται η μαθηματική γνώση στους μαθητές.

Σε αυτήν την εργασία μελετήθηκαν τα έργα Στατιστικής των έντυπων και διαδραστικών σχολικών εγχειριδίων της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Ως βάση για την ανάλυση περιεχομένου χρησιμοποιήθηκε το πλαίσιο των Charalambous κ.ά. (2010).

Η οριζόντια ανάλυση φιλοδοξεί να δώσει απαντήσεις στα δύο πρώτα ερευνητικά ερωτήματα:

1. Ποιος είναι ο αριθμός των ενοτήτων και των σελίδων στα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών και των τετραδίων εργασιών της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης για τη Στατιστική;
2. Ποια θέματα καλύπτονται στις σχετικές ενότητες;

Η κάθετη ανάλυση περιεχομένου επιδιώκει να απαντήσει στα επόμενα ερευνητικά ερωτήματα:

3. Ποιες φάσεις κατά τη διεργασία επίλυσης στατιστικού προβλήματος περιλαμβάνονται στα έργα Στατιστικής με βάση το πλαίσιο GAISE II;
4. Ποια επίπεδα ανάπτυξης περιλαμβάνονται στα έργα στατιστικής των σχολικών εγχειριδίων με βάση το πλαίσιο GAISE II;
5. Ποιες μαθηματικές πρακτικές αναπτύσσονται;
6. Ποιες μορφές απάντησης περιλαμβάνονται στα έργα Στατιστικής;
7. Σε ποιους τύπους πλαισίων αναπτύσσονται τα έργα Στατιστικής;
8. Ποια είναι η θεματολογία των έργων Στατιστικής;

5.1 Συμπεράσματα ανά ερευνητικό ερώτημα

Ερευνητικό ερώτημα 1: Ποιος είναι ο αριθμός των ενοτήτων και των σελίδων στα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών και των τετράδιων εργασιών της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης για τη Στατιστική;

Αναφορικά με τον αριθμό των ενοτήτων και των σελίδων Στατιστικής στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, διαπιστώθηκε ότι στη Δ΄ Δημοτικού υπάρχουν μόνο 2 δισέλιδα κεφάλαια στο Βιβλίο Μαθητή που εστιάζουν στη Στατιστική και 2 ακόμα δισέλιδα κεφάλαια στα τέσσερα τετράδια εργασιών. Οι σελίδες που περιέχουν οποιοδήποτε στοιχείο Στατιστικής είναι 16 στο Βιβλίο Μαθητή και 10 στα τετράδια εργασιών. Επιπροσθέτως, καταγράφηκαν 2 ψηφιακά διαδραστικά έργα στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο.

Στην Ε΄ Δημοτικού, παρατηρείται παρόμοια κατανομή του περιεχομένου της Στατιστικής με 2 δισέλιδα κεφάλαια στα Βιβλία Μαθητή και άλλα 2 στα τετράδια εργασιών. Οι σελίδες με περιεχόμενο Στατιστικής είναι 8 στο Βιβλίο Μαθητή και 11 στα τετράδια εργασιών. Στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο καταμετρήθηκαν 3 έργα.

Στο βιβλίο μαθητή της ΣΤ΄ Δημοτικού περιέχονται 4 δισέλιδα κεφάλαια, όπως και στα τετράδια εργασιών, ενώ έχει καταγραφεί μόνο ένα ψηφιακό έργο. Οι σελίδες με περιεχόμενο Στατιστικής είναι 8 στο βιβλίο μαθητή και 12 στα τετράδια εργασιών.

Στη Β΄ Γυμνασίου υπάρχει μία ενότητα Στατιστικής η οποία περιλαμβάνει 5 υποενότητες, οι οποίες καταλαμβάνουν κα τις 25 σελίδες με περιεχόμενο Στατιστικής. Στο διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο καταμετρήθηκαν 13 έργα.

Στη Γ΄ Λυκείου υπάρχει ένα κεφάλαιο Στατιστικής με 7 υποενότητες, οι οποίες καταλαμβάνουν 87 σελίδες.

Το σχολικό εγχειρίδιο «Στοιχεία Πιθανοτήτων και Στατιστικής» της Γ΄ Λυκείου, περιλαμβάνει τις περισσότερες ενότητες και σελίδες Στατιστικής, καθότι αποκλειστικό αντικείμενο του είναι τα Στοχαστικά Μαθηματικά.

Επομένως, στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, το γνωστικό αντικείμενο της Στατιστικής καταλαμβάνει πολύ χαμηλά ποσοστά, τόσο σε αριθμό ενοτήτων όσο και σελίδων. Επομένως, αν και αποτελούν έναν από τους άξονες γνωστικού περιεχομένου σύμφωνα με το ισχύον Δ.Ε.Π.Π.Σ – Α.Π.Σ. των μαθηματικών, αυτό δεν αποτυπώνεται στα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια και τετράδια εργασιών. Από τις τρεις τάξεις του γυμνασίου, μόνο στη Β΄, διδάσκεται η Στατιστική. Μεσολαβεί

δηλαδή ένα διδακτικό έτος δίχως οι μαθητές να έρθουν σε επαφή με έννοιες της Στατιστικής, οπότε ουσιαστικά καταργείται οποιαδήποτε έννοια τροχιάς μάθησης και διασύνδεσης μεταξύ των τάξεων. Στις τάξεις Α΄ και Β΄ λυκείου δε διδάσκεται η Στατιστική, οπότε και εδώ παρατηρείται το ίδιο φαινόμενο, με τους μαθητές να απέχουν από Στατιστικές έννοιες για τρία διδακτικά έτη.

Συμπερασματικά, με βάση τον όγκο που καταλαμβάνει η Στατιστική στην πρωτοβάθμια και τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, διαπιστώνεται ότι η διδασκαλία της έχει περιθωριακό χαρακτήρα.

Ερευνητικό ερώτημα 2: Ποια θέματα καλύπτονται στις σχετικές ενότητες;

Στη Δ΄ Δημοτικού, διδάσκεται η οργάνωση, η διαχείριση και η παρουσίαση πληροφοριών. Οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τους πίνακες συχνοτήτων και τα γραφήματα: σημειόγραμμα, απλό εικονόγραμμα, χρονόγραμμα, και ραβδόγραμμα.

Στην Ε΄ Δημοτικού, εκτός από τη συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων, διδάσκονται τα μέτρα θέσης μέση τιμή και διάμεσος. Επιπλέον, καλύπτονται θέματα Στατιστικής που αφορούν στη διατύπωση ερωτημάτων και τη διατύπωση επιχειρημάτων με βάση τα δεδομένα.

Στη ΣΤ΄ Δημοτικού, καλύπτονται τα θέματα των προηγούμενων τάξεων με την προσθήκη του γραφήματος γραμμής και του κυκλικού διαγράμματος.

Στη Β΄ Γυμνασίου καλύπτονται αρκετές έννοιες της Στατιστικής, όπως

- ο πληθυσμός και το δείγμα,
- οι γραφικές παραστάσεις(ραβδόγραμμα, εικονόγραμμα, χρονόγραμμα, ιστόγραμμα, σημειόγραμμα, κυκλικό διάγραμμα),
- η κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων,
- η ομαδοποίηση των δεδομένων,
- η μέση τιμή και η διάμεσος.
- αθροιστικές συχνότητες και αθροιστικές σχετικές συχνότητες
- πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων

Στη Γ΄ Λυκείου, όπου καλύπτονται τα περισσότερα θέματα Στατιστικής, επαναλαμβάνονται όλα τα θέματα των ενότητων των προηγούμενων τάξεων, ενώ το περιεχόμενο της Στατιστικής εμβαθύνεται σημαντικά. Πιο συγκεκριμένα, καλύπτονται τα μέτρα διασποράς, ο συντελεστής μεταβλητότητας, το θηκόγραμμα και η κανονική κατανομή. Στη συνέχεια, διδάσκεται η συσχέτιση μεταβλητών με

πίνακες συνάφειας, σύγκριση ποσοτικών χαρακτηριστικών στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού και τέλος η γραμμική συσχέτιση ποσοτικών μεταβλητών με το συντελεστή Pearson και το διάγραμμα διασποράς.

Από τη μελέτη των θεμάτων Στατιστικής, των σχολικών εγχειριδίων των Μαθηματικών, προκύπτει το συμπέρασμα ότι δεν καλύπτεται ένα ευρύ φάσμα της Στατιστικής. Οι εισαγωγικές έννοιες της Στατιστικής που διδάσκονται στις τρεις τελευταίες τάξεις του δημοτικού, διδάσκονται ξανά από την αρχή σε ένα κεφάλαιο της Β΄ Γυμνασίου, που είναι και το μοναδικό που εστιάζει στη Στατιστική σε όλο το γυμνάσιο. Στη Β΄ Γυμνασίου, διδάσκονται επιπλέον μόνο έννοιες που αφορούν στα ομαδοποιημένα δεδομένα. Ουσιαστικά, από το δημοτικό έως και τη Β΄ Λυκείου, οι μαθητές διδάσκονται τις θεμελιώδεις έννοιες της περιγραφικής Στατιστικής και τα βασικά γραφήματα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη συσσώρευση της διδακτέας ύλης στη Γ΄ Λυκείου, γεγονός που καταδεικνύει τον αποσπασματικό χαρακτήρα της διδασκαλίας της Στατιστικής στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα.

Ερευνητικό ερώτημα 3: Ποιες φάσεις κατά τη διεργασία επίλυσης στατιστικού προβλήματος περιλαμβάνονται στα έργα Στατιστικής με βάση το πλαίσιο GAISE II;

Αναφορικά με τις φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος, η μεγάλη πλειοψηφία και στις δυο βαθμίδες εκπαίδευσης εντοπίζεται στη φάση της «ανάλυσης δεδομένων». Το υψηλότερο ποσοστό στην ανάλυση δεδομένων κατέγραψε η Β΄ Γυμνασίου, αλλά και το χαμηλότερο σε όλες τις άλλες φάσεις, δηλαδή τη διατύπωση ερωτημάτων, τη συλλογή δεδομένων και την ερμηνεία αποτελεσμάτων. Παρόμοια κατανομή των φάσεων επίλυσης στατιστικού προβλήματος διαπιστώθηκε στο σύνολο των τάξεων.

Σε όλες τις τάξεις, η «ερμηνεία δεδομένων» είναι η δεύτερη συχνότερη φάση στα έργα Στατιστικής με ποσοστά που κυμαίνονται από 17-19%. Πολύ σπάνια είναι ζητούμενο η «διατύπωση ερωτημάτων» και η «συλλογή δεδομένων» καθώς στα περισσότερα έργα οι ερωτήσεις ήταν ήδη διατυπωμένες και τα δεδομένα όχι μόνο παρέχονταν, αλλά ήταν ήδη οργανωμένα σε πίνακες ή διαγράμματα.

Τα ευρήματα αυτής της εργασίας συμφωνούν με τα ευρήματα των Jones & Jacobbe (2014), Setiawan et al. (2023), Weiland (2023) και Jones et al. (2015), όπου διαπιστώθηκε ότι η φάση της ανάλυσης δεδομένων κυμαίνεται από 70-90% σε όλα τα σχολικά εγχειρίδια που μελέτησαν, ενώ οι υπόλοιπες φάσεις λιγότερο από 15%.

Οι φάσεις επίλυσης είναι αλληλένδετες μεταξύ τους και καθοδηγούν τους μαθητές σε ολόκληρη τη διαδικασία επίλυσης ενός στατιστικού προβλήματος. Με έμφαση στον καθορισμό του προβλήματος, τη συλλογή δεδομένων, την ανάλυση δεδομένων και την ερμηνεία αποτελεσμάτων, οι μαθητές αναπτύσσουν μια ολιστική κατανόηση του τρόπου που εφαρμόζεται η Στατιστική σε πραγματικά προβλήματα. Η μεγάλη εστίαση των στατιστικών έργων στην ανάλυση δεδομένων δεν αφήνει χώρο για την ανάπτυξη των άλλων φάσεων επίλυσης στατιστικού προβλήματος, υπονομεύοντας την ανάπτυξη του στατιστικού συλλογισμού και της στατιστικής σκέψης.

Ερευνητικό ερώτημα 4: Ποια επίπεδα ανάπτυξης περιλαμβάνονται στα έργα στατιστικής των σχολικών εγχειριδίων με βάση το πλαίσιο GAISE II;

Στις τάξεις του δημοτικού και του γυμνασίου περιλαμβάνονται, σχεδόν αποκλειστικά, έργα επιπέδου Α και Β, με τα έργα επιπέδου Α να είναι περισσότερα. Η διαφορά ωστόσο μεταξύ των δύο επιπέδων μειώνεται σταδιακά στις μεγαλύτερες τάξεις του δημοτικού και στη Β΄ Γυμνασίου ενώ στη Γ΄ Λυκείου τα έργα επιπέδου Β΄ ξεπερνούν σε αριθμό τα έργα επιπέδου Α.

Τα έργα επιπέδου Γ είναι ελάχιστα σε όλες τις τάξεις του δημοτικού αλλά και στη Β΄ Γυμνασίου, ωστόσο ξεπερνούν το 16% στη Γ΄ Λυκείου. Αυτό οφείλεται στην εξειδίκευση του σχολικού εγχειριδίου της τρίτης λυκείου στα Στοχαστικά Μαθηματικά, όπου η διάρθρωση της ύλης και ο χρόνος που αφιερώνεται στη Στατιστική επιτρέπουν την εμβάθυνση σε θέματα της Στατιστικής.

Στη Β΄ Γυμνασίου, θα περίμενε κανείς να υπάρχουν περισσότερα έργα επιπέδου Β από Α και ενδεχομένως περισσότερα έργα επιπέδου Γ, διότι ήδη έχουν διδαχθεί οι εισαγωγικές έννοιες της Στατιστικής, στο χαμηλότερο επίπεδο, στις τάξεις του δημοτικού. Ωστόσο, το ποσοστό για τα έργα επιπέδου Γ, είναι μόλις 0,6 %. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι μαθητές διδάσκονται ξανά από την αρχή τις βασικές έννοιες της Στατιστικής με αποτέλεσμα αφενός να μην αφιερώνεται αρκετός χρόνος για εμβάθυνση στο περιεχόμενο της Στατιστικής και αφετέρου τα έργα να είναι χαμηλού επιπέδου αποσκοπώντας στην εμπέδωση των βασικών εννοιών.

Τα ευρήματα της μελέτης δε συμφωνούν με τα αποτελέσματα των Tran & Tarr (2018), οι οποίοι μελέτησαν σχολικά εγχειρίδια μαθηματικών του λυκείου στις Η.Π.Α. Στην έρευνά τους βρήκαν υψηλότερα ποσοστά επιπέδου Β και Γ σε όλες τις φάσεις, ενώ τα έργα επιπέδου Α αποτελούσαν τη μειοψηφία των στατιστικών έργων.

Ερευνητικό ερώτημα 5: Ποιες μαθηματικές πρακτικές αναπτύσσονται;

Στις περισσότερες τάξεις, πιο συχνά αναπτύσσεται η πρακτική «διατύπωση και λύση προβλήματος» ενώ η δεύτερη συχνότερη πρακτική είναι ο «συλλογισμός και επιχειρηματολογία». Εξαιρεση αποτελεί το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου, στο οποίο η συχνότερη πρακτική είναι η «επιλογή και χρήση εργαλείων». Όλα τα εργαλεία που παρέχονται στη Β΄ Γυμνασίου είναι ψηφιακά και προέρχονται από τις ψηφιακές δραστηριότητες του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου. Παρά τον ικανοποιητικό αριθμό των ψηφιακών εργαλείων, το σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου αναπτύσσει τον μικρότερο αριθμό σε όλες τις υπόλοιπες πρακτικές σε σύγκριση με τις άλλες τάξεις.

Ελάχιστα έργα δίνουν την ευκαιρία για την ανάπτυξη των πρακτικών της «μοντελοποίησης» και του «αναστοχασμού», οι οποίες συμβάλλουν στην εφαρμογή της Στατιστικής σε πραγματικά προβλήματα της καθημερινότητας, αναπτύσσουν την κριτική σκέψη και συμβάλλουν στην ανάπτυξη της στατιστικής συλλογιστικής.

Δεν εντοπίστηκαν παρόμοιες μελέτες με επίκεντρο τα έργα Στατιστικής. Ωστόσο τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας συμφωνούν με τα αποτελέσματα της Βράντση (2022), η οποία μελετώντας την έννοια την εμβαδού στα σχολικά εγχειρίδια του γυμνασίου διαπίστωσε ότι στην πλειοψηφία των έργων αναπτύσσονται οι πρακτικές «διατύπωση και λύση προβλήματος» και «συλλογισμός και επιχειρηματολογία».

Ερευνητικό ερώτημα 6: Ποιες μορφές απάντησης περιλαμβάνονται στα έργα Στατιστικής;

Σε όλες τις τάξεις τα περισσότερα υποέργα είναι «κλειστής» απάντησης ενώ ακολουθούν τα υποέργα «ανοιχτής» απάντησης και «πολλαπλής επιλογής» κατά σειρά. Η μεγαλύτερη διαφορά παρατηρείται στη Β΄ Γυμνασίου, όπου οι «κλειστές» απαντήσεις συγκέντρωσαν το 80,7% των απαντήσεων.

Η καταγραφή περισσότερων υποέργων με «κλειστή» απάντηση ήταν αναμενόμενη, κρίνοντας από αντίστοιχες μελέτες που εστιάζουν στην ανάλυση σχολικών εγχειριδίων των μαθηματικών. Ωστόσο παρατηρείται σημαντική διαφορά ως προς τα ποσοστά που συγκέντρωσαν οι τρεις κατηγορίες. Οι Gracin & Vukovic (2010), στην έρευνά τους για τα έργα Στατιστικής σε τρία Κροατικά εγχειρίδια των Μαθηματικών, διαπίστωσαν ότι κυριαρχεί η «κλειστή μορφή» απάντησης. Στα δύο

εγχειρίδια δεν κατέγραψαν «ανοιχτές απαντήσεις» ενώ στο τρίτο κατέγραψαν μόλις 5%. Σε ανάλογη έρευνα της, η Gracin (2018) κατέγραψε ποσοστά για τις «κλειστές» απαντήσεις, για τα έργα Στατιστικής, 99% και 100% στα δύο σχολικά εγχειρίδια που ανέλυσε.

Ερευνητικό ερώτημα 7: Σε ποιους τύπους πλαισίων αναπτύσσονται τα έργα Στατιστικής;

Από την ανάλυση προέκυψε ότι η πλειοψηφία των στατιστικών έργων περιέχει πλαίσιο «καμουφλάζ» σε ποσοστό 62,5%. Ακολουθεί η κατηγορία «σχετικό και ουσιαστικό» με 19,2% με τελευταία την κατηγορία «χωρίς πλαίσιο» με 17,2%. Αξίζει να σημειωθεί ότι μόνο τα 24 από τα 273 έργα βασίζονται σε πραγματικά δεδομένα από έγκυρες πηγές (ΕΜΥ, ΕΛΣΤΑΤ κ.ά.).

Η Gracin (2018), αναφέρει ότι σε αντίθεση με τα έργα της άλγεβρας και της γεωμετρίας, τα περισσότερα έργα Στατιστικής περιέχουν ρεαλιστικό πλαίσιο. Ωστόσο δε διευκρινίζει το ποσοστό των έργων τα οποία κατατάσσει σε τρεις κατηγορίες: ενδο-μαθηματικό (intra-mathematical), ρεαλιστικό και αυθεντικό. Οι Gracin & Vukovic (2010), κατηγοριοποίησαν τους τύπους πλαισίου σε ρεαλιστικό και αυθεντικό. Βρήκαν ότι τα έργα Στατιστικής, σε ένα από τα τρία σχολικά εγχειρίδια, περιέχουν μόνο ρεαλιστικό πλαίσιο. Στο δεύτερο βιβλίο, το 99% περιέχει ρεαλιστικό πλαίσιο ενώ στο τρίτο το 82%. Ωστόσο, δεν κατέγραψαν το πλήθος των έργων χωρίς πλαίσιο.

Συγκρίνοντας την πρωτοβάθμια με την πρωτοβάθμια εκπαίδευση διαπιστώνεται ότι τα μεγαλύτερα ποσοστά των έργων με «σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο» περιέχονται στα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια του δημοτικού(23% έως 33%).

Στο σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου υπάρχουν μόλις 6 στα 70 έργα με σχετικό και ουσιαστικό πλαίσιο, από τα οποία τα 3 βρίσκονται στα ψηφιακά έργα.

Προκύπτει το συμπέρασμα ότι η έννοια της ουσιαστικής πλαισίωσης των έργων και σύνδεσής τους με την καθημερινότητα των μαθητών, δε λαμβάνεται ιδιαίτερα υπόψη στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

Ερευνητικό ερώτημα 8: Ποια είναι η θεματολογία των έργων Στατιστικής;

Τα ευρήματα που προέκυψαν ως προς τη θεματολογία των έργων Στατιστικής έδειξαν ότι τα περισσότερα ανήκουν εξίσου στις κατηγορίες

«Αθλητικά/διασκέδαση/άθληση» και «Σχολείο/Τεστ» και διδάσκονται και στις δυο βαθμίδες.

Τα θέματα που αφορούν την οικονομία, τις επιχειρήσεις και τη ψηφοφορία διδάσκονται στις δυο μεγαλύτερες τάξεις, ενώ αντίθετα θέματα σχετικά με τη διατροφή και τα ζώα στις τάξεις του δημοτικού. Τέλος, η κατηγορία «άλλο» καταγράφεται περισσότερο στη Γ΄ Λυκείου και περιλαμβάνει θέματα όπως την πίστη, την ποιότητα κατασκευής ποδηλατικού κράνους, γάμοι κλπ. τα οποία δεν εντάσσονται σε κάποια από τις άλλες κατηγορίες.

Ευρύτερος στόχος αυτής της μελέτης ήταν να προσδιορίσει τη φύση και την έκταση του περιεχομένου της Στατιστικής στην πρωτοβάθμια και τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Αναφορικά με την έκταση της Στατιστικής, καταμετρήθηκε μικρός αριθμός κεφαλαίων και σελίδων σε όλα τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών, εκτός από το εγχειρίδιο της Γ΄ Λυκείου, το οποίο εστιάζει στα Στοχαστικά Μαθηματικά. Η Στατιστική διδάσκεται σε πέντε από τις δώδεκα τάξεις των δύο εκπαιδευτικών βαθμίδων, χωρίς να υπάρχει συνέχεια στη διδασκαλία της αφού απουσιάζει από τις τάξεις Α΄ και Γ΄ Γυμνασίου όπως επίσης από τις Α΄ και Β΄ Λυκείου.

Η ανάλυση του περιεχομένου των έργων Στατιστικής, έδειξε ότι πρακτικά απουσιάζουν οι φάσεις της διατύπωσης ερωτημάτων και της συλλογής δεδομένων. Η συντριπτική πλειοψηφία των έργων εστιάζει στην ανάλυση δεδομένων ενώ δεύτερη έρχεται η ερμηνεία αποτελεσμάτων. Φαίνεται ότι τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών, δεν προωθούν μια ολιστική προσέγγιση του στατιστικού προβλήματος, αλλά εστιάζουν σε αριθμητικούς υπολογισμούς και ανάγνωση γραφημάτων.

Σε αυτήν τη μελέτη χρησιμοποιήθηκαν τα επίπεδα ανάπτυξης GAISE, για να αναδείξουν το επίπεδο του στατιστικού γραμματισμού που αναπτύσσεται μέσα από τα έργα Στατιστικής. Τα ευρήματα έδειξαν ότι η πλειοψηφία των έργων είναι επιπέδου Α σε όλες τις τάξεις εκτός από τη Γ΄ Λυκείου. Καταγράφηκε ικανοποιητικός αριθμός έργων επιπέδου Β στη φάση της ανάλυσης δεδομένων, αλλά υπάρχουν ελάχιστα έργα επιπέδου Β στις υπόλοιπες φάσεις. Επιπλέον, πρακτικά απουσιάζουν έργα επιπέδου Γ σε όλες τις τάξεις εκτός της Γ΄ Λυκείου.

Οι στατιστικές πρακτικές που αναπτύσσονται είναι κυρίως η «διατύπωση και λύση προβλήματος» και ο «συλλογισμός και επιχειρηματολογία». Ελάχιστα υποέργα περιέχουν τις πρακτικές «μοντελοποίηση» και του «αναστοχασμού». Επίσης

απουσιάζει η πρακτική «επιλογή και χρήση εργαλείων» από όλες τις τάξεις εκτός από τη Β΄ Γυμνασίου, όπου όλα τα εργαλεία είναι ψηφιακά. Η πλειοψηφία των έργων έχουν πλαίσιο τύπου «καμουφλάζ» και περιέχουν κλειστή μορφή απάντησης. Συνοψίζοντας, η μελέτη των έργων Στατιστικής, δείχνει ότι υπάρχει σημαντική απόκλιση από τις οδηγίες της έκθεσης GAISE, αφού δεν καλύπτονται όλες οι φάσεις επίλυσης στατιστικού προβλήματος και δεν περιέχονται αρκετά έργα επιπέδου Β και Γ σε όλες τις φάσεις. Συνεπώς, δεν αναπτύσσεται με βέλτιστο τρόπο η στατιστική συλλογιστική, η στατιστική σκέψη και ο στατιστικός γραμματισμός που αποτελεί απώτερο στόχο των προγραμμάτων σπουδών για τη στατιστική εκπαίδευση.

5.2 Περιορισμοί και προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Η παρούσα εργασία έχει ως σκοπό την ανάλυση των έργων που αναφέρονται στη στατιστική στα έντυπα και διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών στην πρωτοβάθμια και τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Ωστόσο, δε μελετήθηκαν τα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών του επαγγελματικού λυκείου. Βασικός περιορισμός της έρευνας, αλλά και γενικότερα της μεθόδου της ανάλυσης περιεχομένου των σχολικών εγχειριδίων, είναι ότι δε λαμβάνεται υπόψη ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η χρήση των εγχειριδίων κατά την εκπαιδευτική διαδικασία από τους διδάσκοντες. Προς αυτή την κατεύθυνση, κρίνεται σκόπιμο να μελετηθούν τα βιβλία του δασκάλου και των καθηγητών, όλων των τάξεων καθώς περιέχουν οδηγίες διδασκαλίας και πρόσθετο διδακτικό υλικό, όπως παραδείγματα, ασκήσεις και δραστηριότητες, το οποίο ενδεχομένως διδάσκεται στις τάξεις.

Ενόψει των νέων Α.Π.Σ. που εκδόθηκαν το 2021, αναμένεται η συγγραφή νέων σχολικών εγχειριδίων. Θα είχε ενδιαφέρον να πραγματοποιηθεί η ίδια έρευνα μελλοντικά για τα νέα σχολικά εγχειρίδια και μια συγκριτική μελέτη μεταξύ των νέων και των παλιών σχολικών εγχειριδίων.

Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία

- Βράντση, Β. Π. (2022). *Ανάλυση έργων για το εμβαδόν επίπεδων επιφανειών στα διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο*. [Διπλωματική, Πανεπιστήμιο Αιγαίου].
- Ιωακειμίδου, Β. Σ., & Παπαδημητρίου, Σ. (2018). Έντυπο και Ψηφιακό Βιβλίο (e-book) στην Ψηφιακή Εποχή. *Open Education: The Journal for Open & Distance Education & Educational Technology*, 14(1).
- Καφούση, Σ., Σκουμπουρδή, Χ., & Τάτσης, Κ. (2009). Αναλύοντας ένα σχολικό εγχειρίδιο των μαθηματικών: η περίπτωση της Α' Δημοτικού. *Ευκλείδης γ'*, 42-62.
- Καψάλης, Γ. Α., & Χαραλάμπους, Φ. Δ. (1995). *Σχολικά εγχειρίδια. Θεσμική Εξέλιξη και Προβληματική*. Αθήνα: Έκφραση.
- Καψάλης, Γ. Α., & Χαραλάμπους, Φ. Δ. (2008). *Σχολικά Εγχειρίδια: Θεσμική εξέλιξη και σύγχρονη προβληματική*. Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των Μαθηματικών*. Αθήνα: Τόπος.
- Ματσαγγούρας, Η. (2006). Διδακτικά εγχειρίδια: Κριτική αξιολόγηση γνωσιακής, διδακτικής και μαθησιακής λειτουργίας. *Συγκριτική και διεθνής εκπαιδευτική επιθεώρηση*(7), σσ. 60-92.
- Ματσίγκος, Α. (2023). *Μελέτη της εμφάνισης της ημιτονοειδούς συνάρτησης στα εγχειρίδια και τη διδασκαλία των μαθηματικών και της φυσικής στο λύκειο*. [Διπλωματική, Πανεπιστήμιο Αιγαίου].
- Μεγάλου, Ε., & Κακλαμάνης, Χ. (2018). Ψηφιακό Σχολείο II: Επέκταση και αξιοποίηση της ψηφιακής εκπαιδευτικής πλατφόρμας «e-me», των διαδραστικών σχολικών βιβλίων, των ψηφιακών αποθετηρίων και του εθνικού συσσωρευτή εκπαιδευτικού περιεχομένου «Φωτόδεντρο». *11ο Πανελλήνιο και Διεθνές Συνέδριο «Οι ΤΠΕ στην εκπαίδευση»* (σσ. 15-24). Θεσσαλονίκη: ΙΤΥΕ.
- Μπονίδης, Κ. Θ. (2004). *Το περιεχόμενο του σχολικού βιβλίου ως αντικείμενο έρευνας*. Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Ξωχέλλης, Π. (2005). Τα κριτήρια εγκυρότητας, αξιοπιστίας και παιδαγωγικής καταλληλότητας των σχολικών βιβλίων. Στο Χ. Βέικου (Επιμ.), *Διδακτικό*

- βιβλίο και εκπαιδευτικό υλικό στο σχολείο: Προβληματισμοί-δυνατότητες-προοπτικές* (σσ. 32-38). Αθήνα: Ζήτη.
- Ξωχέλλης, Π. (2009). Το σχολικό βιβλίο ως μέσο διδασκαλίας και αντικείμενο εκπαιδευτικής έρευνας. *Τα Διδακτικά Εγχειρίδια* (σσ. 27-34). Λευκωσία: Εκπαιδευτικός Όμιλος Κύπρου.
- Παπαριστοδημου, Ε., & Μελετιου-Μαυροθερη, Μ. (2015). Η ανάπτυξη της ατυπής στατιστικής σκεψής σε μαθητές μικρής ηλικίας. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*(8), 87-106.
- Σαπουντζή, Α., & Σκουμιάς, Μ. (2015). Ανάλυση ερωτήσεων σχολικών εγχειριδίων Φυσικής Β΄ Γυμνασίου ως προς τις μαθησιακές δραστηριότητες που ενεργοποιούν στους μαθητές. *1 ο Πανελλήνιο Συνέδριο με Διεθνή Συμμετοχή για το Εκπαιδευτικό Υλικό στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες*, (σσ. 579-596). Ρόδος.
- Σκουμιάς, Μ., & Σκουμπουρδή, Χ. (2015). Ανάπτυξη εκπαιδευτικού υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες. Στο Χ. Σκουμπουρδή, & Μ. Σκουμιάς (Επιμ.), *1 ο Πανελλήνιο Συνέδριο με Διεθνή Συμμετοχή «Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες»*, (σσ. 14-37). Ρόδος.

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

- Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L., & Spangler, D. (2020). *Pre-K–12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) report II*. American Statistical Association and National Council of Teachers of Mathematics.
- Ben-Zvi, D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical thinking and learning*, 2(1-2), 127-155.
- Ben-Zvi, D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical thinking and learning*, 2(1-2), 127-155.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges. Στο D. Ben-Zvi, & J. Garfield, *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bibby, J. (1986). *Notes towards a history of teaching statistics*. Edinburgh: Bibby.
- Biehler, R. (1997). Software for learning and for doing statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 167-189.
- Brändström, A. (2005). Differentiated tasks in mathematics textbooks: An analysis of the levels of difficulty. [Doctoral dissertation, Luleå tekniska universitet].
- Chance, B. L. (2002). Components of Statistical Thinking and Implications for Instruction and Assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3), <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910677>.
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). The Role of Technology in Improving Student Learning of Statistics. *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1).
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical thinking and learning*, 12(2), 117-151.
- Cobb, G. (1992). Teaching Statistics. *Heeding the call for change: Suggestions for curricular action* (σσ. 3-43). Washington: Mathematical Association of America.
- Cobb, G. W., & Moore, D. S. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *The American Mathematical Monthly*, 104(9), 801-823.

- Cockroft, W. (1982). *Mathematics counts: Report of the Committee of Inquiry into the teaching of mathematics in schools.* HMSO.
- Creswell, J. (2015). *Educational Research. Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research.* Pearson Education.
- delMas, R. C. (2002). Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: A Commentary. *Journal of Statistics Education, 10(2)*, <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910674>.
- delMas, R. C. (2004). del Mas, R. C. (2004). A comparison of mathematical and statistical reasoning. Στο D. Ben-Zvi, & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, (σσ. 79-95). Dordrecht: Springer.
- Duval, R. (2006). Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics, 61(1-2)*, 103-131.
- Fan, L. Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM Mathematics Education, 633-646*.
- Fan, L., Xiong, B., Zhao, D., & Niu, W. (2018). How is cultural influence manifested in the formation of mathematics textbooks? A comparative case study of resource book series between Shanghai and England. *ZDM Mathematics Education(50)*, 173-183.
- Fitzallen, N. (2007). Evaluating data analysis software: The case of TinkerPlots. *Australian Primary Mathematics Classroom, 12(1)*, 23-28.
- Franklin, C., & Garfield, J. (2007). The Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) project: Developing statistics education guidelines for pre K-12 and college courses. Στο G. F. Burrill, *Thinking and Reasoning about Data and Chance: Sixty-Eighth NCTM Yearbook*. Reston, VA: NCTM.
- Franklin, C., Bargagliotti, A. E., Case, C. A., Kader, G., Scheaffer, R., & Spangler, D. (2015). *The statistical education of teachers (SET)*. American Statistical Association.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International StatisticalReview, 70(1)*, 1-25.

- Gal, I., & Garfield, J. (1997). *Curricular Goals and Assessment Challenges in Statistics Education*. In I. Gal & J. Garfield (Eds), *The assessment challenge in statistics education*.
- Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3), <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910676>.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2004). Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges. Στο D. Ben-Zvi, & J. Garfield, *The Challenge of Developing Statistical Reasoning and Thinking* (σσ. 3-15). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). Introducing the emerging discipline of Statistics Education. *School Science and Mathematics*, 108(8), 355-361.
- Garfield, J., & Gal, I. (1999). Teaching and assessing statistical reasoning. Στο L. Stiff (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (σσ. 207-219). Reston, VA: National Council Teachers of Mathematics.
- Gracin, D. G. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International journal of mathematical education in science and technology*, 49(7), 1003-1024
- Gracin, D. G., & Vukovic, P. (2010). Gracin, D. G., & Vukovic, P. (2010). The requirements in statistics education—comparison of PISA mathematical tasks and tasks from the mathematical textbooks in the field of statistics. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 8(2), 263-275.
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 524-549.
- Hwang, G. J., & Lai, C. L. (2017). Facilitating and bridging out-of-class and in-class learning: An interactive e-book-based flipped learning approach for math courses. *Journal of Educational Technology & Society*, 20(1), 184-197.
- Jacobbe, T., & Horton, R. M. (2010). Elementary school teachers' comprehension of data displays. *Statistics Education Research Journal*, 9(1), 27-45.
- Jang, D. H., Yi, P., & Shin, I. S. (2016). Examining the effectiveness of digital textbook use on students' learning outcomes in South Korea: A meta-analysis. *he Asia-Pacific Education Researcher*,(25), 57-68.

- Johnsen, E. B. (2001). *Textbooks in the Kaleidoscope*. Oslo, Sweden: Scandinavian University Press.
- Jones, D. L., & Basyal, D. (2019). An Analysis of the Statistics Content in Nepali School Textbooks. *Mathematics Education Forum Chitwan*, 4(4), 21-34.
- Jones, D. L., & Jacobbe, T. (2014). An Analysis of the Statistical Content in Textbooks for Prospective Elementary Teachers. *Journal of Statistics Education*, 22(3), <https://doi.org/10.1080/10691898.2014.11889713>.
- Jones, D. L., Brown, M., Dunkle, A., Hixon, L., Yoder, N., & Silbernick, Z. (2015). The statistical content of elementary school mathematics textbooks. *Journal of Statistics Education*, 23(3).
- Kahveci, A. (2010). Quantitative analysis of science and chemistry textbooks for indicators of reform: A complementary perspective. *International Journal of Science Education*, 32(11), 1495-1519.
- Leavy, A., Meletiou-Mavrotheris, M., & Papanastasiou, E. (2018). *Statistics in Early Childhood and Primary Education: Supporting Early Statistical and Probabilistic Thinking*. Springer.
- Mason, J., & Johnston-Wilder, S. (2004). *fundamental constructs in mathematics education*. London & New York: RoutledgeFalmer & The open university.
- Mikk, J. (2000). *Textbook: Research and writing*. Frankfurt: P. Lang.
- Moore, D. S. (1997). New Pedagogy and New Content: The Case of Statistics. *International Statistical Review*, 123-137.
- Moore, D. S. (1998). Statistics among the Liberal Arts. *Journal of the American Statistical Association*, 93(444), 1253-1259.
- Pepin, B., & Haggart, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*(33), 158-175.
- Pfannkuch, M. (2011). The Role of Context in Developing Informal Statistical Inferential Reasoning: A Classroom Study. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 27-46.
- Rossmann, A., Medina, E., & Chance, B. (2006). A Post-Calculus Introduction to Statistics for Future Secondary Teachers. Στο A. Rossmann, & B. Chance (Επιμ.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics (ICOTS7)*. The Netherlands: International Statistical Institute.

- Rumsey, D. J. (2002). Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistics Courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3), <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910678>.
- Science, A. A. (1993). *Benchmarks for science literacy*. Oxford University Press.
- Setiawan, E. P., Sukoco, H., & Agustyani, R. D. (2023). Setiawan, Ezra Putranda, Heru Sukoco, and Anggit Reviana Dewi Agustyani. "Developing Statistical Literacy Through Tasks: An Analysis of Secondary School Mathematics Textbooks. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 17(2), 247-264.
- Sievert, H., Van den Ham, A. K., & Heinze, A. (2021). Are first graders' arithmetic skills related to the quality of mathematics textbooks? A study on students' use of arithmetic principles. *Learning and Instruction*(71), 1-14.
- Snee, R. D. (1999). Discussion: Development and Use of Statistical Thinking: A New Era. *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, 67(3), 255-258.
- Van den Ham, A. K., & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school student's achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*(59), 133-140.
- Wallman, K. (1993). Enhancing Statistical Literacy: Enriching Our Society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 1-8.
- Weiland, T. (2019). The contextualized situations constructed for the use of statistics by school mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, 18(2), 18-38.
- Weiland, T. (2023). High School Mathematics Texts Construction of Statistics Practices. *Frontiers in Education*, 8, <https://doi.org/10.3389/educ.2023.1186522>.
- Weiland, T., & Sundrani, A. (2022). Opportunities for K-8 students to learn statistics created by states' standards in the United States. *Journal of Statistics and Data Science Education*, 30(2), 165-178.
- Wijaya, T. T., Cao, Y., Weinhandl, R., & Tamur, M. (2022). A meta-analysis of the effects of E-books on students' mathematics achievement. *Heliyon*, 8(6), 1-12.
- Wijaya, T. T., Cao, Y., Weinhandl, R., & Tamur, M. (2022). A meta-analysis of the effects of E-books on students' mathematics achievement. *Heliyon*, 8(6), e09432. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2022.e09432>.
- Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Doorman, M. (2015). Opportunity-to-learn context-based tasks provided by mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*(89), 41-65.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Inquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248.

Yohannes, A., Chen, H. L., & Chang, C. (2023). Effect of an interactive e-book on middle school students' mathematics reading and spatial ability. *Educational technology research and development*, DOI <https://doi.org/10.1007/s11423-023-10225-0>.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

Ρουμπρίκα για την ανάλυση στατιστικού περιεχομένου ανά επίπεδο και φάση διεργασίας επίλυσης στατιστικού προβλήματος σύμφωνα με το πλαίσιο GAISE

Διατύπωση Ερωτημάτων

A1: Οι εκπαιδευτικοί βοηθούν στην υποβολή ερωτημάτων (ερωτήσεις σε πλαίσια ενδιαφέροντος των μαθητών).

A2: Οι μαθητές διακρίνουν μεταξύ στατιστικής λύσης και σταθερής απάντησης.

B1: Οι μαθητές αρχίζουν να θέτουν δικά τους ερωτήματα.

B2: Οι μαθητές αντιμετωπίζουν ερωτήσεις που αφορούν μια ομάδα μεγαλύτερη από την ομάδα ενδιαφέροντός τους και αρχίζουν να αναγνωρίζουν τη διάκριση μεταξύ των τύπων των μεταβλητών, καθώς και των εννοιών του πληθυσμού, της απογραφής και του δείγματος.

C1: Οι μαθητές διατυπώνουν ερωτήσεις και καθορίζουν πως μπορούν να συλλέξουν και να αναλύσουν δεδομένα για να δώσουν μια απάντηση.

Συλλογή Δεδομένων

A1: Οι μαθητές διενεργούν μια απογραφή της ομάδας που τους ενδιαφέρει.

A2: Οι μαθητές κατανοούν τη φυσική μεταβλητότητα από άτομο σε άτομο.

A3: Οι μαθητές διεξάγουν απλά πειράματα με μη τυχαιοποιημένη ανάθεση μονάδων του δείγματος (π.χ. τυχαία μεταφορά μιας μονάδας του δείγματος σε μια ομάδα ελέγχου)

A4: Οι μαθητές κατανοούν την επικείμενη μεταβλητότητα που αποδίδεται σε μια πειραματική κατάσταση.

A5: Οι μαθητές διεξάγουν μια μελέτη παρατήρησης.

A6: Οι μαθητές συλλέγουν δεδομένα καταγράφοντας τα αποτελέσματα μια τυχαίας διαδικασίας (π.χ. ρίψη ζαριού)

B1: Οι μαθητές διεξάγουν απογραφές δύο ή περισσότερων ομάδων ενδιαφέροντος.

B2: Οι μαθητές σχεδιάζουν και διεξάγουν μη τυχαίες δειγματοληπτικές έρευνες και αρχίζουν να χρησιμοποιούν τυχαία επιλογή.

B3: Οι μαθητές σχεδιάζουν και διεξάγουν πειράματα σύγκρισης και αρχίζουν να χρησιμοποιούν την τυχαία ανάθεση.

B4: Οι μαθητές κατανοούν το ρόλο και τη φύση της τυχειότητας.

C1: Οι μαθητές κατανοούν τι συνιστά ορθή πρακτική στη διεξαγωγή ενός πειράματος, μιας δειγματοληπτικής έρευνας και μιας μελέτης παρατήρησης.

C2: Οι μαθητές σχεδιάζουν και εφαρμόζουν ένα σχέδιο συλλογής δεδομένων για στατιστικές μελέτες, συμπεριλαμβανομένων των μελετών παρατήρησης, των δειγματοληπτικών ερευνών και των απλών συγκριτικών πειραμάτων.

Ανάλυση Δεδομένων

A1: Οι μαθητές κατασκευάζουν ένα γράφημα, όπως ραβδόγραμμα, σημειόγραμμα, διάγραμμα γραμμής, φυλλόγραμμα ή πίνακα.

A2: Οι μαθητές διαβάζουν τα δεδομένα από γράφημα που αναφέρεται στο A1.

A3: Οι μαθητές προσδιορίζουν την καταλληλότητα ενός γραφήματος που αναφέρεται στο A1.

A4: Οι μαθητές παρατηρούν τα πλεονεκτήματα και/ή συγκρίνουν διαφορετικούς τύπους γραφημάτων.

A5: Οι μαθητές καθορίζουν μέτρα κεντρικής τάσης (π.χ. μέση τιμή, διάμεσος, επικρατούσα τιμή/επικρατούσα κατηγορία) ή ερμηνεύουν τη σημασία των μέτρων (π.χ. τη μέση τιμή ως «δίκαιο μερίδιο» ή συγκρίνουν διαφορετικά μέτρα κεντρικής τάσης για μια ομάδα ενδιαφέροντος.

A6: Οι μαθητές ποσοτικοποιούν τη μεταβλητότητα εντός μιας ομάδας.

A7: Οι μαθητές συγκρίνουν άτομο με άτομο.

A8: Οι μαθητές συγκρίνουν άτομο με ομάδα.

A9: Οι μαθητές συνειδητοποιούν τη σύγκριση μεταξύ ομάδων.

A10: Οι μαθητές περιγράφουν μια κατανομή χρησιμοποιώντας το κέντρο ή μια «τυπική τιμή» ή περιγράφοντας μη τυπικές τιμές (ακραίες τιμές).

A11: Οι μαθητές παρατηρούν συσχέτιση μεταξύ δυο μεταβλητών.

B1: Οι μαθητές κατασκευάζουν ένα γράφημα/μια απεικόνιση , όπως θηκόγραμμα, κυκλικό διάγραμμα (γράφημα πίτας), ομαδοποιημένο πίνακα συχνοτήτων, πίνακα σχετικών συχνοτήτων, ιστόγραμμα, εικονόγραμμα ή ένα χρονοδιάγραμμα.

B2: Οι μαθητές διαβάζουν τα δεδομένα από ένα γράφημα/απεικόνιση που αναφέρεται στο B1.

B3: Οι μαθητές προσδιορίζουν την καταλληλότητα ενός γραφήματος/μιας απεικόνισης δεδομένων που αναγράφεται στο B1.

B4: Οι μαθητές παρατηρούν πλεονεκτήματα και/ή πραγματοποιούν συγκρίσεις γραφημάτων/απεικονίσεων διαφορετικού τύπου.

B5: Οι μαθητές ερμηνεύουν τη σημασία και τις ιδιότητες των μέτρων κεντρικής τάσης (π.χ. μέσος όρος ως «σημείο ισορροπίας», κατανοούν τις επιδράσεις του μετασχηματισμού των δεδομένων στα μέτρα κεντρικής τάσης), ή προσδιορίζουν ένα σταθμικό μέσο.

B6: Οι μαθητές ποσοτικοποιούν τη μεταβλητότητα εντός μιας ομάδας (χρησιμοποιώντας για παράδειγμα το ενδοτεταρτημοριακό εύρος, τη μέση απόλυτη απόκλιση, τη σύνοψη των πέντε αριθμών [Min,Q1,Q2,Q3,Max], ή προσδιορίζοντας τις ακραίες τιμές ενός δείγματος).

B7: Οι μαθητές συγκρίνουν δυο ή περισσότερες κατανομές χρησιμοποιώντας γραφικές απεικονίσεις και αριθμητικές περιλήψεις.

B8: Οι μαθητές αναγνωρίζουν το δειγματοληπτικό σφάλμα.

B9: Οι μαθητές ποσοτικοποιούν τη δύναμη της συσχέτισης μεταξύ δυο μεταβλητών, αναπτύσσουν απλά μοντέλα για τη συσχέτιση μεταξύ δυο αριθμητικών μεταβλητών και χρησιμοποιούν διευρυμένα εργαλεία για τη διερεύνηση της συσχέτισης συμπεριλαμβανομένων των πινάκων συνάφειας δυο κατηγορικών μεταβλητών, το λόγο καταμέτρησης τεταρτημορίων (QCR) ως μέτρο ισχύος συσχέτισης, ή απλών γραμμών για τη μοντελοποίηση της συσχέτισης ανάμεσα σε δύο ποσοτικές μεταβλητές.

B10: Οι μαθητές δημιουργούν ένα σύνολο δεδομένων που πληροί ορισμένες προϋποθέσεις (π.χ. μέση τιμή = διάμεσο < επικρατούσα τιμή).

C1: Οι μαθητές εντοπίζουν τους κατάλληλους τρόπους να συνοψίζουν αριθμητικά ή κατηγορικά δεδομένα χρησιμοποιώντας πίνακες, γραφικές αναπαραστάσεις και αριθμητικές στατιστικές περιλήψεις.

C2: Οι μαθητές κατανοούν την κανονική κατανομή και τον εμπειρικό κανόνα (διαστήματα εμπιστοσύνης).

C3: Οι μαθητές ποσοτικοποιούν τη μεταβλητότητα εντός μιας ομάδας (χρησιμοποιώντας την τυπική απόκλιση).

C4: Οι μαθητές κατανοούν το νόημα και τις ιδιότητες της τυπικής απόκλισης.

C5: Οι μαθητές υπολογίζουν τη βαθμολογία z (z-score)

C6: Οι μαθητές κατανοούν πως χρησιμοποιούνται οι δειγματικές κατανομές (αναπτύσσονται μέσω προσομοίωσης) για να περιγράψουν τη μεταβλητότητα των στατιστικών δεδομένων από δείγμα σε δείγμα.

C7: Οι μαθητές αναγνωρίζουν τη συσχέτιση μεταξύ δυο κατηγορικών μεταβλητών.

C8: Οι μαθητές αναγνωρίζουν πότε η σχέση μεταξύ δυο ποσοτικών μεταβλητών θεωρείται γραμμική, γνωρίζουν ότι ο συντελεστής συσχέτισης Pearson είναι ένα μέτρο ισχύος της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ δυο ποσοτικών μεταβλητών, και κατανοούν το κριτήριο των ελαχίστων τετραγώνων της προσαρμοσμένης ευθείας.

Ερμηνεία Αποτελεσμάτων

A1: Οι μαθητές εξάγουν συμπεράσματα για την ομάδα ενδιαφέροντος.

A2: Οι μαθητές αναγνωρίζουν ότι τα αποτελέσματα μπορεί να είναι διαφορετικά για μια άλλη ομάδα.

A3: Οι μαθητές αναγνωρίζουν τον περιορισμό του εύρους των συμπερασμάτων στην ομάδα ενδιαφέροντος.

A4: Οι μαθητές προβλέπουν και/ή εξηγούν ακατάλληλες ερμηνείες που απορρέουν από εσφαλμένη χρήση της στατιστικής.

B1: Οι μαθητές περιγράφουν τις διαφορές μεταξύ δύο ή περισσότερων ομάδων σε σχέση με το κέντρο, τη διασπορά και το σχήμα.

B2: Οι μαθητές αναγνωρίζουν ότι ένα δείγμα μπορεί να μην είναι αντιπροσωπευτικό ενός μεγαλύτερου πληθυσμού.

B3: Οι μαθητές κατανοούν τις βασικές ερμηνείες των μέτρων συσχέτισης.

B4: Οι μαθητές αρχίζουν να διακρίνουν μεταξύ μιας μελέτης παρατήρησης και ενός σχεδιασμένου πειράματος.

B5: Οι μαθητές αρχίζουν να διακρίνουν μεταξύ της «συσχέτισης» και «αιτίας και αποτελέσματος».

B6: Οι μαθητές αναγνωρίζουν τη δειγματοληπτική μεταβλητότητα σε συνοπτικές στατιστικές, όπως ο δειγματικός μέσος και η δειγματική αναλογία.

C1: Οι μαθητές καταλαβαίνουν το νόημα της στατιστικής σημαντικότητας και τη διαφορά μεταξύ της στατιστικής σημαντικότητας και της πρακτικής σημαντικότητας.

C2: Οι μαθητές κατανοούν το ρόλο των p-values (τιμή σημαντικότητας) για τον καθορισμό της στατιστικής σημαντικότητας.

C3: Οι μαθητές ερμηνεύουν το περιθώριο σφάλματος που σχετίζεται με μια εκτίμηση ενός χαρακτηριστικού του πληθυσμού.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ

1. Μαθηματικά Α΄ Δημοτικού, (Λεμονίδης, κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2156/Mathimatika_A-Dimotikou_html-empl/
2. Μαθηματικά Β΄ Δημοτικού, (Καργιωτάκης, κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2164/Mathimatika_B-Dimotikou_html-empl/
3. Μαθηματικά Γ΄ Δημοτικού, (Λεμονίδης κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2170/Mathimatika_G-Dimotikou_html-empl/
4. Μαθηματικά Δ΄ Δημοτικού, (Βαμβακούση κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2176/Mathimatika_D-Dimotikou_html-empl/
5. [Μαθηματικά Τετράδιο Εργασιών Δ΄ Δημοτικού Τεύχος α΄](http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/590/10-0094-02_Mathimatika_D-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T1/) (Βαμβακούση κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/590/10-0094-02_Mathimatika_D-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T1/
6. [Μαθηματικά Τετράδιο Εργασιών Δ΄ Δημοτικού Τεύχος β΄](http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/591/10-0095-02_Mathimatika_D-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T2/) (Βαμβακούση κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/591/10-0095-02_Mathimatika_D-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T2/
7. [Μαθηματικά Τετράδιο Εργασιών Δ΄ Δημοτικού Τεύχος γ΄](http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/592/10-0096-02_Mathimatika_D-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T3/) (Βαμβακούση κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/592/10-0096-02_Mathimatika_D-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T3/
8. [Μαθηματικά Τετράδιο Εργασιών Δ΄ Δημοτικού Τεύχος δ΄](http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/593/10-0097-02_Mathimatika_D-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T4/) (Βαμβακούση κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/593/10-0097-02_Mathimatika_D-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T4/

9. Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, (Βρυώνης κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2282/Mathimatika_E-Dimotikou_html-empl/
10. Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού Τετράδιο Εργασιών Τεύχος α΄ (Βρυώνης κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/725/10-0240-01_Mathimatika-E-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T1/
11. Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού Τετράδιο Εργασιών Τεύχος β΄ (Βρυώνης κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/727/10-0212-01_Mathimatika_E-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T2/
12. Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού, (Κασσώτη κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2186/Mathimatika_ST-Dimotikou_html-empl/
13. Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών Τεύχος α΄ (Κασσώτη κ.ά. 2022)
[Τετράδιο εργασιών τεύχος Α](#)
14. Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών Τεύχος β΄ (Κασσώτη κ.ά. 2022)
[Τετράδιο εργασιών ΣΤ Τεύχος Β](#)
15. Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών Τεύχος γ΄ (Κασσώτη κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/671/10-0172-02_Mathimatika_ST-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T3/
16. Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών Τεύχος δ΄ (Κασσώτη κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/pdf/8547/672/10-0173-02_Mathimatika_ST-Dimotikou_Tetradio-Ergasion-T4/

17. Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου, (Βανδουλάκης κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2748/Mathimatika_A-Gymnasiou_html-empl/
18. Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου, (Βλάμος κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2196/Mathimatika_B-Gymnasiou_html-empl/
19. Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου, (Αργυράκης κ.ά. 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2212/Mathimatika_G-Gymnasiou_html-empl/
20. Άλγεβρα και στοιχεία πιθανοτήτων Α΄ Λυκείου, (Ανδρεαδάκης 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2656/Algebra_A-Lykeiou_html-empl/
21. Άλγεβρα Β΄ Λυκείου, (Ανδρεαδάκης 2022)
http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2658/Algebra_B-Lykeiou_html-empl/
22. Μαθηματικά – Στοιχεία Πιθανοτήτων και Στατιστικής Γ΄ Γενικού Λυκείου, (Συλλογικό έργο, 2022)
<http://ebooks.edu.gr/ebooks/handle/8547/5309>

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ

Παραδείγματα ανάλυσης έργων

Παράδειγμα 1^ο: Εφαρμογή ΣΤ' Δημοτικού, κεφάλαιο 46 σελ. 112.

Εφαρμογή

Τα παιδιά ρώτησαν τον δάσκαλο τι χρειάζονται τα κριτήρια αξιολόγησης στα μαθηματικά. Εκείνος τους εξήγησε πως έπειτα από κάθε κριτήριο αξιολόγησης καταγράφει τις επιδόσεις τους και επεξεργάζεται τα δεδομένα, ώστε να αποφασίσει αν τα περισσότερα παιδιά κατάλαβαν το κεφάλαιο ή αν χρειάζεται να επαναλάβει κάτι.

«Για παράδειγμα, ας ελέγξουμε αν καταλάβατε το κεφάλαιο *Εξισώσεις* ή αν χρειάζεται κάποια επανάληψη του κεφαλαίου. Οι βαθμοί σας ήταν: 9, 8, 8, 9, 10, 7, 8, 9, 7, 10, 10, 7, 6, 9, 10, 8, 9, 9, 8, 10. Τι συμπέρασμα μπορούμε να βγάλουμε;»

Λύση:

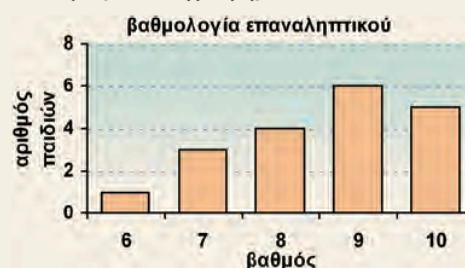
1. – 2. Αφού συλλέξαμε τα δεδομένα θα τα βάλουμε κατά αύξουσα σειρά:

6	7	7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

3. Θα φτιάξουμε έναν πίνακα συχνότητας με όλους τους βαθμούς.

ΒΑΘΜΟΣ	ΚΑΤΑΜΕΤΡΗΣΗ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
6	I	1
7	III	3
8	IIII	4
9	### I	6
10	###	5

4. Με τα δεδομένα του πίνακα θα φτιάξουμε ένα γράφημα.



Απάντηση: Διαπίστωση: Τα περισσότερα παιδιά κατάλαβαν το κεφάλαιο. Απόφαση: Δεν θα γίνει επανάληψη σε όλη την τάξη, απλώς μόνο ορισμένα παιδιά θα χρειαστεί να βοηθηθούν από τον δάσκαλο.

Εικόνα 25: Εφαρμογή σχολικού εγχειριδίου ΣΤ' Δημοτικού, ενότητα 46 σελ. 112.

Φάσεις επίλυσης: Ερμηνεία αποτελεσμάτων.

Επίπεδο GAISE: Επίπεδο Β. Στο πλαίσιο GAISE II, αναφέρεται «Να αναγνωρίσουν ότι είναι εφικτό να βλέπουν πέρα από τα δεδομένα» και «Να χρησιμοποιούν στατιστικά στοιχεία από αναλύσεις για να απαντούν σε στατιστικά ερευνητικά ερωτήματα και να επικοινωνούν τα αποτελέσματά τους δίνοντας ολοκληρωμένες απαντήσεις με μερική καθοδήγηση του καθηγητή – δασκάλου»

Μαθηματικές πρακτικές: Διατύπωση και λύση προβλήματος, συλλογισμός και επιχειρηματολογία, μοντελοποίηση (μετάφραση ενός προβλήματος σε γλώσσα μαθηματικών/στατιστικής).

Μορφή απάντησης: Ανοιχτή

Πλαίσιο: Σχετικό και ουσιαστικό

Θεματολογία: Σχολείο/Τεστ.

Παράδειγμα 2^ο: Δραστηριότητα 2^η, ΣΤ΄ τάξη

Δραστηριότητα 2η

Το γράφημα είναι ένας τρόπος για να μελετήσεις ή να παρουσιάσεις δεδομένα. Παρακάτω παρουσιάζονται στοιχεία για κάποια πουλιά με δύο διαφορετικούς τρόπους.

Άνοιγμα φτερών αρπακτικών πτηνών	
Πτηνά	Άνοιγμα φτερών σε εκ.
Γυπαιετός	270
Γύπας	260
Μαυροπετρίτης	94
Πετρίτης	103
Σπιζαιετός	155
Χρυσαιετός	203

- Ποιο πουλί έχει το μεγαλύτερο άνοιγμα φτερών; Χρησιμοποίησες τον πίνακα ή το γράφημα για να το βρεις;
- Πόσο ακριβώς είναι το άνοιγμα των φτερών του γυπαιετού; Αυτήν την πληροφορία ποια από τις δύο παρουσιάσεις σου την προσφέρει ευκολότερα;

Εικόνα 26: : Εφαρμογή του διαδραστικού σχολικού εγχειριδίου της ΣΤ΄ Δημοτικού, κεφάλαιο 45, σελ. 109

Φάσεις επίλυσης: Η φάση επίλυσης είναι η «ανάλυση δεδομένων» και συγκεκριμένα κατανομή συχνοτήτων και γραφικές παραστάσεις.

Επίπεδο GAISE: Τα δυο υποέργα είναι επιπέδου Α, καθώς ζητείται ανάγνωση δεδομένων από πίνακα συχνοτήτων και ραβδόγραμμα. Κωδικός **A2** από τη ρουμπρίκα.

Μαθηματικές πρακτικές: Και στα δύο υποέργα το ζητούμενο αποτελεί απλή εφαρμογή από προηγούμενη γνώση των μαθητών με βάση το σχολικό εγχειρίδιο, επομένως δεν καταμετρήθηκε ως «διατύπωση προβλήματος». Ωστόσο, στο δεύτερο σκέλος του υποέργου 2, η ερώτηση «Αυτήν την πληροφορία ποια από τις δυο παρουσιάσεις σου την προσφέρει ευκολότερα» καταγράφηκε ως «αναστοχασμός»

Μορφή απάντησης: Κλειστή

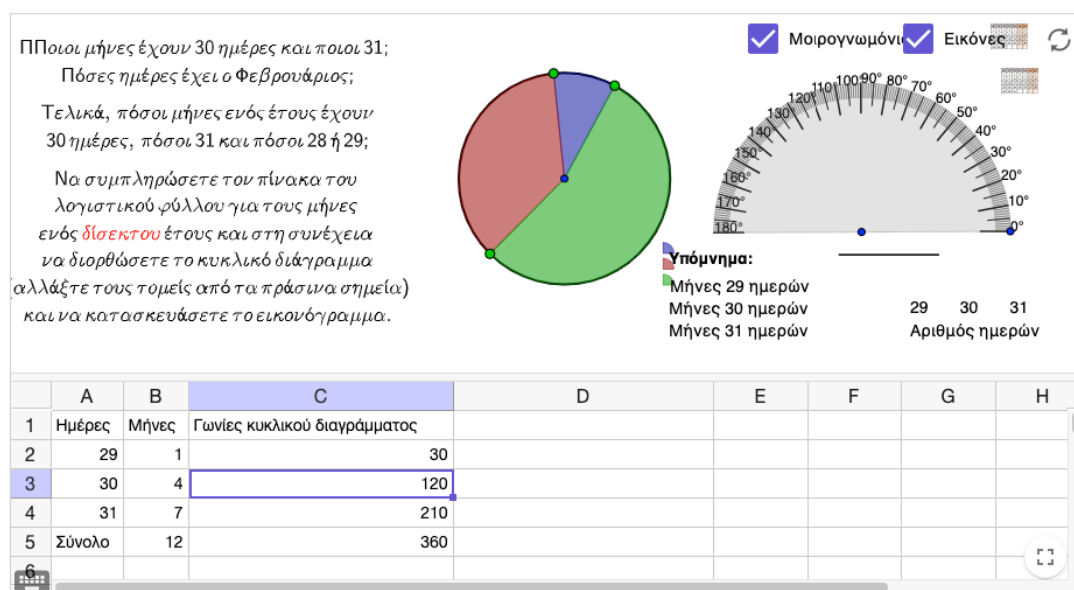
Πλαίσιο: Καμουφλάζ

Θεματολογία: Ζώα

Παράδειγμα 3^ο: Μικροπείραμα από το διαδραστικό εγχειρίδια της Β΄ Γυμνασίου, παράγραφος, 4.2 (άσκηση 5).

Κυκλικό διάγραμμα - Εικονόγραμμα

Ποιοι μήνες έχουν 30 ημέρες και ποιοι 31;
 Πόσες ημέρες έχει ο Φεβρουάριος;
 Τελικά, πόσοι μήνες ενός έτους έχουν 30 ημέρες, πόσοι 31 και πόσοι 28 ή 29;
 Να συμπληρώσετε τον πίνακα του λογιστικού φύλλου για τους μήνες ενός **δίσεκτου** έτους και στη συνέχεια να διορθώσετε το κυκλικό διάγραμμα αλλάζοντας τους τομείς από τα πράσινα σημεία και να κατασκευάσετε το εικονόγραμμα.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Ημέρες	Μήνες	Γωνίες κυκλικού διαγράμματος					
2	29	1	30					
3	30	4	120					
4	31	7	210					
5	Σύνολο	12	360					

Μοιρογνωμόνι Εικόνες

Υπόμνημα:
 Μήνες 29 ημερών
 Μήνες 30 ημερών
 Μήνες 31 ημερών

29 30 31
 Αριθμός ημερών

Βαλμάς Σωτήρης - Πετρίδης Παντελής. Δημιουργήθηκε με το πρόγραμμα [GeoGebra](#)

[Πληροφορίες](#)

Εικόνα 27: Μικροπείραμα από το σχολικό εγχειρίδιο της Β' Γυμνασίου, κεφάλαιο 4.2 (άσκηση 5).

Περιέχονται 2 υποέργα

Φάσεις επίλυσης: Ανάλυση δεδομένων (πίνακας συχνοτήτων και γραφικές παραστάσεις)

Επίπεδο GAISE:

1ο υποέργο: «Να συμπληρώσετε τον πίνακα», επίπεδο A, κωδικός **A1**.

2ο υποέργο: «Να διορθώσετε το κυκλικό διάγραμμα και να κατασκευάσετε το εικονόγραμμα», επίπεδο B, κωδικός **B1**.

Μαθηματικές πρακτικές:

1ο υποέργο: Διατύπωση προβλήματος, συλλογισμός και επιχειρηματικότητα, επιλογή και χρήση εργαλείων (λογιστικό φύλλο)

2ο υποέργο: Διατύπωση προβλήματος, συλλογισμός και επιχειρηματικότητα, επιλογή και χρήση εργαλείων (ψηφιακό μοιρογνωμόνιο, ψηφιακό κυκλικό διάγραμμα)

Μορφή απάντησης: Κλειστή

Πλαίσιο: Σχετικό και ουσιαστικό

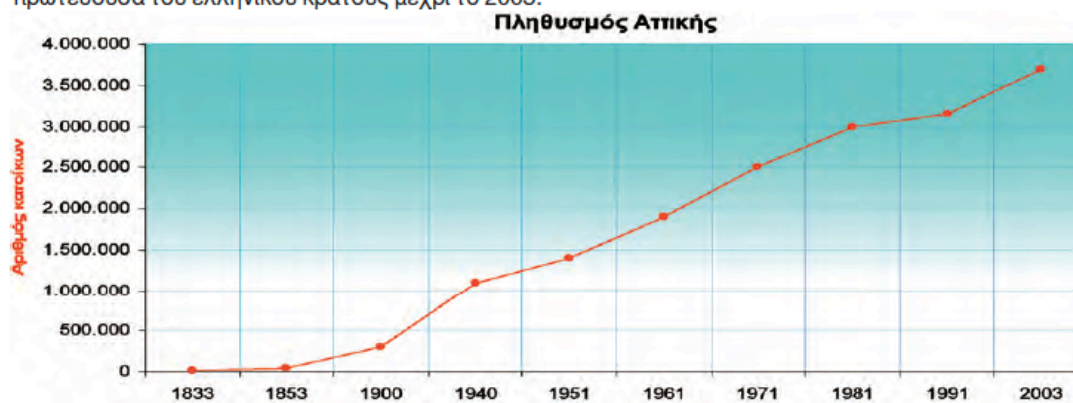
Θεματολογία: Άλλο

Παράδειγμα 4^ο:

Δραστηριότητα από το σχολικό εγχειρίδιο της ΣΤ΄ Δημοτικού με την οποία οι μαθητές εισάγονται στην έννοια του γραφήματος γραμμής. Το γράφημα όμως δεν είναι ένα απλό γράφημα γραμμής, αλλά χρονόγραμμα, διότι χρησιμοποιείται για την απεικόνιση της διαχρονικής εξέλιξης του δημογραφικού μεγέθους. Λόγω της διαφορετικής ταξινόμησης του επιπέδου GAISE, μεταξύ των δυο γραφημάτων, τόσο στην έκθεση GAISE όσο και στη ρουμπρίκα των Jones & Jacobbe, θεωρήθηκε ως χρονόγραμμα.

Δραστηριότητα 1η

Το παρακάτω γράφημα παρουσιάζει την αύξηση του πληθυσμού στην Αττική από τότε που η Αθήνα έγινε πρωτεύουσα του ελληνικού κράτους μέχρι το 2003.



- Τι διαπιστώνουμε για τον πληθυσμό της πρωτεύουσας με μια ματιά από το γράφημα;
- Γιατί προτιμήσαμε να παρουσιάσουμε τα δεδομένα με αυτόν τον τύπο γραφήματος κι όχι με ραβδόγραμμα;
- Θυμήσου το γράφημα που έφτιαξες με δύο ανάλογα ποσά και σύγκρινέ το μ' αυτό.

Εικόνα 28: Δραστηριότητα της ΣΤ΄ Δημοτικού, κεφάλαιο 47, σελ. 113

Ένα έργο στατιστικής με τρία υποέργα.

Φάση επίλυσης:

1^ο υποέργο: Ερμηνεία αποτελεσμάτων

2^ο υποέργο: Ανάλυση δεδομένων (γραφικές παραστάσεις)

3^ο υποέργο: Ανάλυση δεδομένων (γραφικές παραστάσεις)

Επίπεδο GAISE:

1^ο υποέργο: Επίπεδο Α, κωδικός Α1

2^ο υποέργο: Επίπεδο Β, κωδικός Β4

3^ο υποέργο: Επίπεδο Β, κωδικός Β4

Μαθηματικές πρακτικές:

1^ο υποέργο: Διατύπωση και λύση προβλήματος

2^ο υποέργο: Συλλογισμός και επιχειρηματικότητα

3^ο υποέργο: Αναστοχασμός

Μορφή απάντησης:

1^ο υποέργο: κλειστή

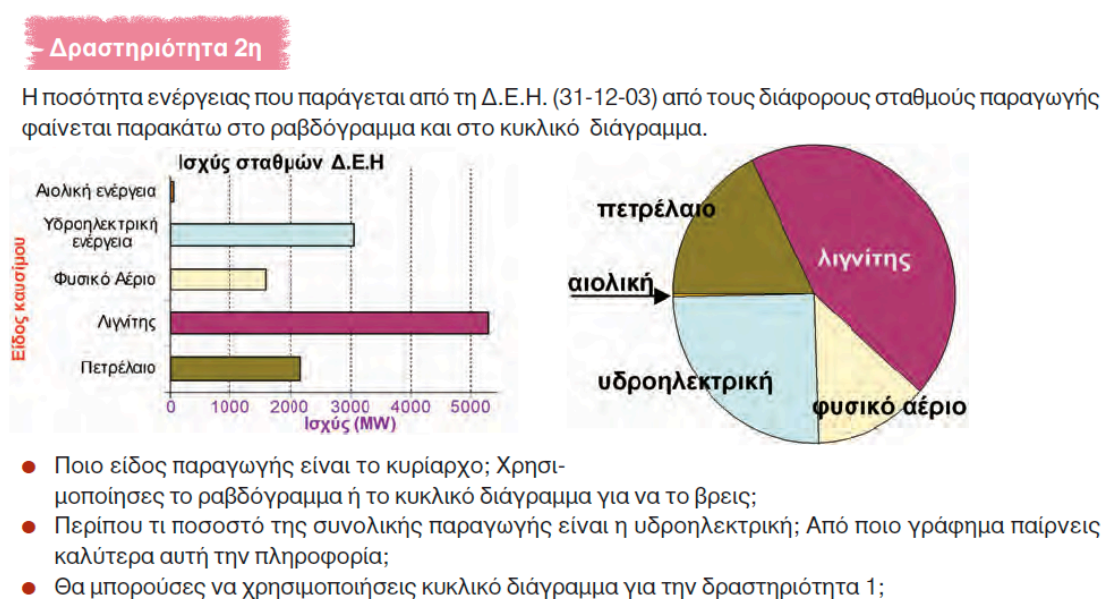
2^ο υποέργο: ανοιχτή

3^ο υποέργο: ανοιχτή

Πλαίσιο: Καμουφλάζ

Θεματολογία: πληθυσμός

Παράδειγμα 5^ο: Δραστηριότητα από το σχολικό εγχειρίδιο της ΣΤ΄ Δημοτικού, κεφάλαιο 47, σελίδα 113.



Εικόνα 29: Δραστηριότητα της ΣΤ΄ Δημοτικού, κεφάλαιο 47, σελ. 113

Ένα έργο που περιέχει 3 υποέργα, με την ιδιαιτερότητα ότι το 3^ο υποέργο αναφέρεται στη δραστηριότητα του παραδείγματος 4. Οι μαθητές έρχονται σε επαφή με το κυκλικό διάγραμμα πρώτη φορά στη ΣΤ΄ τάξη. Ζητείται από τους μαθητές να αντλήσουν δεδομένα από το ραβδόγραμμα, το οποίο γνωρίζουν από προηγούμενη τάξη, αλλά και το κυκλικό διάγραμμα. Προτείνεται έμμεσα μια σύγκριση μεταξύ των δυο γραφημάτων και διερευνώνται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα του κυκλικού διαγράμματος.

Φάσεις επίλυσης:

1^ο υποέργο: Ερμηνεία αποτελεσμάτων

2^ο υποέργο: Ανάλυση δεδομένων

3^ο υποέργο: Ανάλυση δεδομένων

Επίπεδο GAISE:

1^ο υποέργο: Επίπεδο Α, κωδικός Α1

2^ο υποέργο: Επίπεδο Β, κωδικός Β2

3^ο υποέργο: Επίπεδο Β, κωδικός Β3

Μαθηματικές πρακτικές: Και στα τρία υποέργα αναπτύσσονται οι «διατύπωση και λύση προβλήματος» και ο «συλλογισμός και επιχειρηματικότητα». Στο 2^ο και το 3^ο υποέργο αναπτύσσεται επιπλέον η πρακτική του «αναστοχασμού».

Μορφή απάντησης: Και τα τρία υποέργα είναι κλειστής απάντησης

Πλαίσιο: Καμουφλάζ

Θεματολογία: Επιστήμες (ενέργεια)

Παράδειγμα 6^ο: Εφαρμογή του σχολικού εγχειριδίου της Γ' Λυκείου.

Εφαρμογή 2



Στον Πίνακα 2 δίνονται τα προσδόκιμα ζωής γυναικών (Π.Ζ.Γ.) και ανδρών (Π.Ζ.Α.) του έτους 2005 για 30 τυχαία επιλεγμένες χώρες.

Χώρα	Π.Ζ.Γ.	Π.Ζ.Α.	Χώρα	Π.Ζ.Γ.	Π.Ζ.Α.
Αίγυπτος	63	60	Λευκορωσία	76	66
Αυστρία	79	73	Λιθουανία	77	68
Αφγανιστάν	44	45	Μαλαισία	72	66
Βέλγιο	79	73	Μποτσουάνα	66	60
Βολιβία	64	59	Νησιά Μπαρμπάντος	78	73
Δομινικανή Δημοκρατία	70	66	Νιγηρία	57	54
Ελ Σαλβαδόρ	69	64	Νικαράγουα	67	61
Ελλάδα	80	75	Ολλανδία	81	75
Ζάμπια	45	44	Περου	67	63
Ινδία	59	58	Ρωσία	74	64
Ισημερινός	73	67	Σενεγάλη	58	55
Καμερούν	58	55	Σομαλία	55	54
Καναδάς	81	74	Τανζανία	45	41
Κίνα	69	67	Τσεχία	77	69
Κουβέιτ	78	73	Χιλή	78	71

Πίνακας 2: Προσδόκιμα ζωής των γυναικών (Π.Ζ.Γ.) και ανδρών (Π.Ζ.Α.) για 30 χώρες

- Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς μεταξύ των προσδόκιμων ζωής γυναικών και ανδρών και να περιγράψετε το είδος της σχέσης που φαίνεται να έχουν οι δύο μεταβλητές.
- Να υπολογίσετε και να ερμηνεύσετε τον συντελεστή γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των προσδόκιμων ζωής γυναικών και ανδρών.
- Να σχεδιάσετε «με το μάτι» την ευθεία που φαίνεται να προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα.
- Αν για την Αλβανία, το προσδόκιμο ζωής των γυναικών είναι τα 75 έτη, μπορείτε να εκτιμήσετε το προσδόκιμο ζωής των ανδρών;

Εικόνα 30: Εφαρμογή του σχολικού εγχειριδίου της Γ' Λυκείου, κεφάλαιο 2.7, σελ. 126-127

Ένα έργο με 4 υποέργα.

Φάσεις επίλυσης:

1^ο υποέργο: Ανάλυση δεδομένων (γραφικές παραστάσεις – σχέσεις εξαρτησης μεταξύ δυο μεταβλητών)

2^ο υποέργο: Ερμηνεία αποτελεσμάτων

3^ο υποέργο: Ανάλυση δεδομένων

4^ο υποέργο: Ανάλυση δεδομένων

Επίπεδο GAISE:

1^ο υποέργο: Επίπεδο Β, κωδικός Β9

2^ο υποέργο: Επίπεδο Β, κωδικός Β3

3^ο υποέργο: Επίπεδο Γ, από GAISE II, “Να περιγράφουν τη σχέση μεταξύ δυο ποσοτικών μεταβλητών, ερμηνεύοντας το συντελεστή συσχέτισης Pearson”

4^ο υποέργο: Επίπεδο Γ, κωδικός Γ8

Μαθηματικές πρακτικές:

1^ο υποέργο: Διατύπωση και λύση προβλήματος, συλλογισμός και επιχειρηματικότητα

2^ο υποέργο: Διατύπωση και λύση προβλήματος, συλλογισμός και επιχειρηματικότητα

3^ο υποέργο: Διατύπωση και λύση προβλήματος, συλλογισμός και επιχειρηματικότητα

4^ο υποέργο: Διατύπωση και λύση προβλήματος, συλλογισμός και επιχειρηματικότητα

Μορφή απάντησης:

1^ο υποέργο: κλειστή

2^ο υποέργο: ανοιχτή

3^ο υποέργο: ανοιχτή

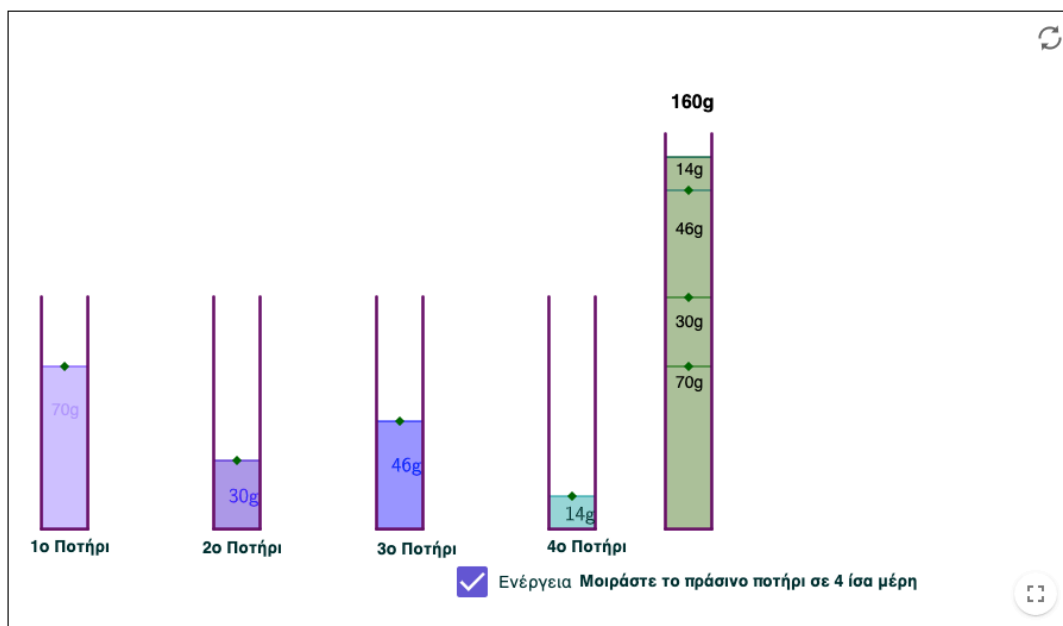
4^ο υποέργο: κλειστή

Πλαίσιο: Καμουφλάζ

Θεματολογία: Άλλο

Παράδειγμα 7^ο: Ψηφιακό μικροπείραμα από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου

Μέση τιμή - Διάμεσος - Εφαρμογή



Βαλμάς Σωτήρης - Πετρίδης Παντελής. Δημιουργήθηκε με το πρόγραμμα [GeoGebra](#)

[Πληροφορίες](#)

Εικόνα 31: Ψηφιακό έργο, από το διαδραστικό σχολικό εγχειρίδιο της Β΄ Γυμνασίου, ενότητα 4.5.

Φάσεις επίλυσης: Ανάλυση δεδομένων (μέτρα θέσης)

Επίπεδο GAISE: Επίπεδο Β, κωδικός Β5

Μαθηματικές πρακτικές: Επιλογή και χρήση εργαλείων

Μορφή απάντησης: ανοιχτή

Πλαίσιο: Σχετικό και ουσιαστικό

Θεματολογία: Άλλο