ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ: ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

που εκπονήθηκε για τη χορήγηση
Διπλώματος Μεταπτυχιακών Σπουδών
από την

Λαμπροπούλου Γεωργία
(Α.Μ. 4282021020)

ΘΕΜΑ: «Διεπιστημονική προσέγγιση στην κατασκευή προβλήματος για τη διδασκαλία Μαθηματικών και Φυσικής στη Β' Γυμνασίου»

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Ανδρέας Μούτσιος- Ρέντζος	**Επίκουρος Καθηγητής**	**ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**	**Επιβλέπων**
Φραγκίσκος Καλαβάσης	**Καθηγητής**	**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ**	**Μέλος**
Γεώργιος Κρητικός	**Ε.ΔΙ.Π**	**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ**	**Μέλος**

ΡΟΔΟΣ, 2024

Η έγκριση της παρούσης Διπλωματικής Εργασίας στο πλαίσιο του Π.Μ.Σ. «Διδακτική Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση: Διεπιστημονική Προσέγγιση» του Τμήματος Επιστημών της Προσχολικής Αγωγής και του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού του Πανεπιστημίου Αιγαίου δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων της συγγραφέως.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η κατασκευή και η επίλυση προβλημάτων αποτελούν θεμελιώδεις διαδικασίες για την εκπαίδευση των Θετικών Επιστημών, αν και οι ποιοτικές διαφορές των δύο διαδικασιών είναι σημαντικές, με την κατασκευή προβλήματος να παρέχει μοναδικές ευκαιρίες δημιουργίας νέων μαθηματικών (και όχι μόνο της επίλυσης προϋπαρχόντων προβλημάτων) το οποίο συνδέεται με τις συνήθεις μαθηματικές πρακτικές ερευνητών και ερευνητριών μαθηματικών (Li et al., 2020· Singer et al., 2015). Στην παρούσα εργασία, δίνεται έμφαση στην διεπιστημονική κατασκευή προβλήματος (Μούτσιος-Ρέντζος κ.ά., 2018·Moutsios-Rentzos, 2023) με στόχο την καταγραφή διεπιστημονικών συνδέσεων ανάμεσα στα Μαθηματικά και τη Φυσική. Αρχικά, παρουσιάζονται τα οφέλη της δημιουργίας προβλημάτων, ως μέθοδος κατανόησης σε μαθησιακά περιεχόμενα των δύο μαθημάτων. Στη συνέχεια, θα κατασκευαστεί πρόβλημα από εκπαιδευτικούς δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης το οποίο θα ανταποκρίνεται στους σκοπούς των μαθημάτων που διδάσκουν και θα συνδέεται με τις εμπειρίες των μαθητών και των μαθητριών. Θα διερευνηθούν μονο-/δι-επιστημονικές όψεις γνωστικών και συναισθηματικών μεταβολών των μαθητών και των μαθητριών στα δύο μαθήματα.

Λέξεις-Κλειδιά: Κατασκευή προβλήματος, διεπιστημονική προσέγγιση, Μαθηματικά, Φυσική.

ABSTRACT

Problem construction and problem solving are fundamental processes for science education, although the qualitative differences between the two processes are significant, with problem construction providing unique opportunities for creating new mathematics (rather than just solving pre-existing problems) that is linked to the usual mathematical practices of mathematics researchers (Li et al, 2020; Singer et al., 2015). In this paper, we emphasize interdisciplinary problem construction (Moutsios-Rentzos et al., 2018-Moutsios-Rentzos, 2023) with the aim of capturing interdisciplinary connections between mathematics and physics. First, the benefits of problem posing, as a method of understanding in learning contents of the two subjects are presented. Then, a problem will be constructed by secondary school teachers that meets the aims of the subjects they teach and is linked to the students' experiences. Mono/bi-disciplinary aspects of students' cognitive and emotional changes in the two subjects will be explored.

Keywords: Problem construction, interdisciplinary approach, Mathematics, Physics.

Ευχαριστίες: Για αυτή τη διπλωματική εργασία, ευχαριστώ πολύ τον επιβλέπων καθηγητή μου, κύριο Ανδρέα Μούτσιο -Ρέντζο, για την πολύτιμη βοήθειά του, τη στήριξη και το χρόνο που μου αφιέρωσε.

Επίσης, ευχαριστώ θερμά τον κύριο Φραγκίσκο Καλαβάση, τον κύριο Γεώργιο Κρητικό, τον κύριο Μιχαήλ Σκουμιό, για την ενθάρρυνση, την άμεση ανταπόκριση και τις πολύτιμες γνώσεις τους στα μαθηματικά και τη φυσική και την κυρία Καφούση Σουλτάνα, διότι από τη διδασκαλία του μαθήματός της σε αυτό το μεταπτυχιακό, ξεκίνησε η ιδέα για το θέμα αυτής της διπλωματικής.

Ευχαριστώ θερμά δυο πολυαγαπημένους μου συναδέλφους για την αρωγή τους στο πρακτικό μέρος για την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής.

Τέλος ευγνωμονώ τις πολυαγαπημένες μου κόρες, για την ενθάρρυνση και στήριξή τους σε όλη τη διάρκεια αυτής της επίπονης προσπάθειάς μου! Παρακαλώ τον Ύψιστο, να μας έχει όλους υγιείς!

Περιεχόμενα

1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η συνεργασία πολλών επιστημονικών πεδίων είναι επιτακτική ανάγκη της εποχής μας. Η διεπιστημονικότητα ειδικότερα ανάμεσα στα μαθηματικά και τη φυσική, δημιουργεί μία γέφυρα για να επικοινωνήσουν οι δύο επιστήμες. Η κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος αποτελεί ένα πολύ ωραίο εργαλείο για να συνεργαστούν η μία επιστήμη με την άλλη και να τελεσφορήσει η εμβάθυνση σε περιεχόμενες έννοιες και μεγέθη αυτών.

Στην παρούσα έρευνα θα πραγματοποιηθεί μελέτη περίπτωσης ώστε να διερευνηθεί εάν η κατασκευή προβλήματος διεπιστημονικού περιεχομένου σύμφωνα με τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών, έχει θετικά αποτελέσματα τόσο ως μέθοδος διδασκαλίας όσο και ως μέσο εφαρμογής των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών σε μαθητές β’ γυμνασίου αναφορικά με τις έννοιες «εξίσωση α’ βαθμού» (στο εξής εξίσωση) στα Μαθηματικά και «μέση ταχύτητα» στη Φυσική. Θα γίνει αρχικά βιβλιογραφική ανασκόπηση στην οποία θα παρουσιαστεί τι έχουν καταγράψει έως τώρα άλλοι ερευνητές όσον αφορά στην κατασκευή προβλήματος, στις απόψεις εκπαιδευτικών για αυτήν, στις δυσκολίες των μαθητών β’ γυμνασίου για τις έννοιες που προαναφέρθηκαν, στην αξία της διεπιστημονικότητας στα Μαθηματικά και τη Φυσική. Με την συν-κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος στη συνέχεια από εκπαιδευτικούς Μαθηματικών και Φυσικής, θα αναδειχθούν οι παράμετροι που έλαβαν υπόψη τους, οι προκλήσεις που αντιμετώπισαν αλλά και οι πεποιθήσεις τους έπειτα από αυτήν την εμπειρία τους, για το εάν τελικά θα ακολουθήσουν τη μέθοδο αυτή στη διδασκαλία τους.

1.1.ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ

Δεδομένου ότι αναφερθήκαμε προηγουμένως σε διεπιστημονικού ενδιαφέροντος έννοιες, αξίζει να τονίσουμε την αξία της διεπιστημονικής σύνδεσης εννοιών στα Μαθηματικά και τη Φυσική, τόσο για τους εκπαιδευτικούς όπου θα πρέπει να αναπτύξουν μία πολυδιάστατη προσέγγιση για να δημιουργήσουν καινούριες ιδέες προσαρμοσμένες στα ενδιαφέροντα των μαθητών τους, όσο και των μαθητών των οποίων η κατανόηση για αυτές τις μαθηματικές και φυσικές έννοιες θα αυξηθεί μέσω αυτής της διαδικασίας. Με αφορμή τις σημειωτικές συν-εμφανίσεις στα Μαθηματικά και τη Φυσική του σχολείου, να γίνεται προσπάθεια προσομοίωσης των διεργασιών συλλογικού αναστοχασμού κατά την συν-κατασκευή προβλημάτων που θα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διδασκαλία και των δύο μαθημάτων, προτείνουν οι (Kalavasis, Kritikos & Moutsios-Rentzos, 2016).Η κατανόηση λοιπόν, των εννοιών εξίσωση και ταχύτητα, μπορεί να βοηθήσει στη διευκόλυνση επικοινωνίας και συνεργασίας μεταξύ διαφορετικών επιστημονικών πεδίων και είναι σημαντική για την ανάλυση φαινομένων στη Μαθηματική Ανάλυση, Φυσική, Ιατρική, Οικονομική Ανάλυση και Μηχανική(βλέπε ενότητα 1.3).

1.2. ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝ

Στην έρευνα των Kadir, Foong, Wong και Kuppan (2011), παρουσιάζονται οι δυσκολίες για την κατανόηση της μέσης ταχύτητας *στη Φυσική*, σε μαθητές στην Σιγκαπούρη, στους Turşucu et al.(2020),σε δυσκολίες στην εφαρμογή των Μαθηματικών στη Φυσική, κυρίως επειδή δεν έχουν επαρκή συμπεριφορά αίσθησης συμβόλων και βασικές αλγεβρικές δεξιότητες ,ενώ η χρήση εξισώσεων στη φυσική είναι ένα λεξιλόγιο στοιχείων(συμβολικές μορφές),που συνδέουν ένα απλό εννοιολογικό σχήμα με ένα μοτίβο συμβόλων σε μια εξίσωση(Sherin,2001).

Όσον αφορά στις εξισώσεις *στα Μαθηματικά*, έρευνες έχουν δείξει δυσκολίες μετάφρασης μαθητών μεταξύ μαθηματικών αναπαραστάσεων (Duval, 2006˙Gagatsis & Shiakalli, 2004˙MacGregor & Stacey, 1993) ή δυσκολίες επίλυσης εξισώσεων που οδηγούσαν σε ταυτότητα ή αδύνατη(Huntley et al.,2007).Ο Soneira (2021), προτείνει τα σχέδια και πίνακες, ως βοηθητικές αναπαραστάσεις στην κατασκευή και επίλυση λεκτικών αλγεβρικών προβλημάτων, ο (Silver, 1994) τεχνικές αναπαράστασης, οι (Martin,κ.α,2005) τη δημιουργία εικόνων ως διανοητικές αναπαραστάσεις, οπτικές ή εικονογραφικές, σχεδίαση διαγραμμάτων, επεξεργασία συγκεκριμένων παραδειγμάτων, ενώ οι Nathan et al. (2000) παρουσιάζουν 3 συνιστώσες ερμηνείας και μοντελοποίησης, κατά την επίλυση λεκτικών προβλημάτων άλγεβρας. «Η χρήση συμβολικής άλγεβρας για την αναπαράσταση και την επίλυση γραμμικών εξισώσεων είναι ένα από τα προσδοκώμενα στο πρότυπο περιεχομένου της Άλγεβρας του: National Council of Teachers of Mathematics(NCTM,2000)», στο «Capraro and Joffrion(2006)»(βλέπε ενότητες 2.9-2.13).

1.3.ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ

1.3.1.ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Η κατασκευή προβλήματος επεκτείνεται σε νέους τομείς της τεχνολογίας και της επιστήμης. Συγκεκριμένα :

Α. Στον τομέα της εκπαίδευσης, η κατασκευή προβλημάτων είναι σημαντική για την ανάπτυξη αποτελεσματικών εκπαιδευτικών προγραμμάτων. Ερευνητές μπορούν να μελετούν τον τρόπο με τον οποίον οι μαθητές κατανοούν και λύνουν προβλήματα, καθώς και τον ρόλο της κατασκευής προβλημάτων στην εκμάθηση.

Β. Στην Ψυχολογία η κατασκευή προβλημάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη της γνωστικής λειτουργίας και της επίλυσης προβλημάτων από τους ανθρώπους. Ερευνητές εξετάζουν την αντίδραση των ανθρώπων σε διάφορα είδη προβλημάτων και τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν.

Γ. Στις Κοινωνικές Επιστήμες, η κατασκευή προβλημάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη διερεύνηση κοινωνικών και πολιτικών προβλημάτων. Ερευνητές μπορούν να δημιουργούν σενάρια και προβλήματα για την ανάλυση κοινωνικών αλλαγών και συμπεριφορών.

Δ. Στον τομέα της επιχειρηματικότητας και της διαχείρισης, η κατασκευή προβλημάτων είναι σημαντική για την ανάπτυξη στρατηγικών και τη λήψη αποφάσεων. Ερευνητές μπορούν να δημιουργούν προβλήματα που αφορούν στη διαχείριση πόρων, την ανταγωνιστική ανάλυση, και άλλα.

1.3.2.ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΕΝΟΙΩΝ: « ΕΞΙΣΩΣΗ» ΚΑΙ «ΜΕΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ».

Σε αυτή την ενότητα θα αναφέρουμε σε ποιες επιστήμες συναντούμε τις έννοιες εξίσωση και μέση ταχύτητα και πόσο σημαντικό ρόλο παίζουν γι’ αυτές.

Α. Σύμφωνα με τους Andrews & Öhman,(2019),(σελ.117), «οι εξισώσεις, αποτελούν τους φύλακες μεταξύ των μαθηματικών του σχολείου και της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης και απασχόλησης(Knuth, Stephens, McNeil & Alibali, 2006˙Capraro & Joffrion,2006)».Οι εξισώσεις είναι το βασικό εργαλείο για τη μαθηματική μοντελοποίηση των πολύπλοκων συστημάτων, αντικείμενο μελέτης στην άλγεβρα, την ανάλυση και την αριθμητική. Στην κλινική ιατρική, οι εξισώσεις χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση της διάδρασης των φαρμάκων στο σώμα και την πρόβλεψη των αντιδράσεων.

Β.Η ταχύτητα περιγράφει την κίνηση των αντικειμένων στο χώρο και τον χρόνο, την πρόβλεψη θέσης των αντικειμένων και την εξήγηση της συμπεριφοράς των φυσικών συστημάτων. Στη φυσική, η ταχύτητα αναλύεται στο πλαίσιο της κλασικής μηχανικής και της Ειδικής και Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας του Einstein.Στην κβαντική μηχανική και την κλασική μηχανική, οι περιγραφές συμπεριφορών απαραίτητων για την εξήγηση και πρόβλεψη διεργασιών σε μοριακό ,ατομικό και υποατομικό επίπεδο, αρχίζουν με έναν προσεκτικό ορισμό μεγεθών όπως η απόσταση κίνησης, ο χρόνος, ή η μέση ταχύτητα. Τέλος, επιστημονικές ημερίδες και διασκέψεις συχνά φιλοξενούν συζητήσεις και παρουσιάσεις σχετικές με τις εν λόγω έννοιες. Επιτρέπουν στους ερευνητές να μοιραστούν τις ιδέες τους, να ανταλλάξουν γνώσεις και να αναζητήσουν συνεργασίες.(https://el.m.wikipedia.org › wiki).

1.4. ΘΕΣΜΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ

Σε αυτή την ενότητα θα παραθέσουμε διάφορα στοιχεία, έτσι όπως έχουν θεσμοθετηθεί από την πολιτεία για την καταγραφή των αναμενόμενων στόχων κατανόησης για τις έννοιες εξίσωση και μέση ταχύτητα καθώς και παρεμφερών εννοιών για τους μαθητές στα μαθηματικά και φυσική Β’ Γυμνασίου αντίστοιχα. Εφόσον η εκπαίδευση των μαθητών στην Ελλάδα, καθορίζεται κεντρικά από το Υπουργείο Παιδείας, άρα το πρόγραμμα σπουδών ως μια μορφή θεσμικού λόγου, αποτελεί έναν καθοριστικό παράγοντα για την εναρμόνιση των εκπαιδευτικών στην κατασκευή προβλήματος με αυτό.

1.4.1. ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΉ ΕΠΙΚΑΙΡΌΤΗΤΑ:

- *Στο πρόγραμμα σπουδών* Β’ *Γυμνασίου* παρουσιάζεται:

Α)Η μαθηματική έννοια της «εξίσωσης α’ βαθμού» ως ισότητα που περιέχει αριθμούς και συνήθως ένα γράμμα (άγνωστος ή μεταβλητή), το οποίο πρέπει να ευρεθεί, με διάφορες μαθηματικές λειτουργίες για την επίλυσή της. Επίσης από την Α’ Γυμνασίου γίνεται μετάφραση λεκτικών προτάσεων με τη βοήθεια αριθμών και γραμμάτων ή αντίστροφα.

Β)Στη Φυσική: «Η μέση ταχύτητα» υπολογίζεται διαιρώντας την απόσταση που διανύθηκε προς τον χρόνο που απαιτήθηκε(εικόνα 1).

ΕΙΚΟΝΑ 1,ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Β’ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

$$\text{μέση ταχύτητα} = \frac{\text{μήκος της διαδρομής}}{\text{χρονικό διάστημα}} \qquad u_\mu = \frac{s}{\Delta t}$$

Συνήθως παρουσιάζεται και η μονάδα μέτρησής της, που είναι η μέτρηση απόστασης ανά μονάδα χρόνου, όπως μέτρα ανά δευτερόλεπτο(m/s).

- *Στα Σχολικά Βιβλία :*
  Α)«Μαθηματικά Α' Γυμνασίου» των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου

«Μαθηματικά Β' Γυμνασίου των Παναγιώτη Βλάμου, Παναγιώτη Δρούτσα, Γεωργίου Πρέσβη, Κωνσταντίνου Ρεκούμη

Σύμφωνα με τις οδηγίες για τη διδασκαλία μαθηματικών σε μαθητές/-τριες Β' Γυμνασίου 2022-2023,του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής(ΙΕΠ),(https://edu.klimaka.gr/σελ.1,3-5) σχετικά με την έννοια της εξίσωσης, προτείνονται τα παρακάτω:

Κεφάλαιο 1^{o} (Να διατεθούν 13 ώρες)

Η έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρικές παραστάσεις

Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα σε ασκήσεις αλγεβρικής έκφρασης ποσοτήτων που είναι λεκτικά διατυπωμένες και αντιστρόφως. Στόχος είναι η εξοικείωση των μαθητών με διαδικασίες αλγεβρικής μοντελοποίησης οι οποίες δίνουν νόημα στην άλγεβρα αλλά μπορούν να υποστηρίζουν και την κατανόηση των διαδικασιών (όπως για παράδειγμα την επιμεριστική ιδιότητα). Επιπρόσθετα, οι μαθητές θα πρέπει να εμπλακούν σε δραστηριότητες που θα δίνουν νόημα στις αναγωγές ομοίων όρων και τις απλοποιήσεις αλγεβρικών παραστάσεων με χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.

Εξισώσεις α' βαθμού

Στις εξισώσεις συστήνεται ο χωρισμός γνωστών από άγνωστους να γίνεται με βάση τις ιδιότητες των πράξεων. Η ιδιότητα αυτή μπορεί να υποστηριχθεί με το μοντέλο της ζυγαριάς στην περίπτωση των θετικών αριθμών. Εξάλλου, οι σύγχρονες απόψεις για τη διδασκαλία της άλγεβρας, δίνουν έμφαση στο νόημα των αλγεβρικών εκφράσεων και στην δυνατότητα χειρισμού πολλαπλών αναπαραστάσεων, παράλληλα με την ανάπτυξη αλγοριθμικών δεξιοτήτων. Η διδασκαλία των εξισώσεων θα πρέπει να ξεκινάει από προβλήματα, τα οποία είναι δυσκολότερο να λυθούν με πρακτική αριθμητική και να επιλύονται εξισώσεις που είναι μοντέλα τέτοιων προβλημάτων.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Να γίνει υπενθύμιση των χειρισμών (στους οποίους μπορεί να αναχθεί η επίλυση εξισώσεων):

• Αν x+ α=β τότε x=β-α.

• Αν αx=β και α≠0 τότε x=β/α.

• Αν x-α=β τότε x=β + α.

• Αν x/α=β, οπότε, βέβαια, α≠0, και β≠0 τότε x=αβ.

- Επίσης να τονιστεί ότι αυτό που ονομάζεται μεταφορά αριθμού/μεταβλητής από ένα μέλος μιας εξίσωσης σε ένα άλλο έχει άμεση σχέση με την αντιστροφή των πράξεων
- Επιπλέον, καλό είναι να τονιστεί ότι όπως μπορούν να μεταφέρονται αριθμοί μπορούν να μεταφέρονται παραστάσεις

1.4.Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων

Όπως φαίνεται και από τα παραπάνω, τα προβλήματα είναι η σημαντικότερη αφετηρία δημιουργίας και επίλυσης εξισώσεων στο πλαίσιο της διδασκαλίας του Γυμνασίου. Η υποστήριξη των μαθητών ώστε να εμπλακούν επιτυχώς με αυτά είναι σημαντικός στόχος.

Αντί για την αυτόνομη διδασκαλία αυτής της ενότητας, ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του ώστε τα προβλήματα να είναι πάντα μέσα στη συζήτηση ολόκληρου του κεφαλαίου των εξισώσεων, αφιερώνοντας τις 8 ώρες στην ενιαία διαπραγμάτευση των παραγράφων 1.2 και 1.4.

Β)Από το βιβλίο φυσικής Β’ *Γυμνασίου των Ν. Αντωνίου, Π. Δημητριάδη κ.ά,2015,ΙΤΥΕ ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.*

Σύμφωνα με τις οδηγίες του ΙΕΠ, για το μάθημα της Φυσικής στα Γυμνάσια, προτείνονται τα παρακάτω:

2ο κεφάλαιο: Κινήσεις(6 διδακτικές ώρες)

Ύλη και κίνηση

1.1. περιγραφή της κίνησης(προτείνεται να υλοποιηθούν δραστηριότητες για κατανόηση των εννοιών θέση, μετατόπιση, χρονικό διάστημα, ταχύτητα μέση, ταχύτητα στιγμιαία, στην καθημερινή γλώσσα

1.2. Η έννοια της ταχύτητας(εκτός η διανυσματική περιγραφή της ταχύτητας). Να διδαχθεί μέση και στιγμιαία ταχύτητα στην καθημερινή ζωή. (Μονάδες στο S.I).

- *Στα νέα προγράμματα σπουδών(ΝΠΣ):*

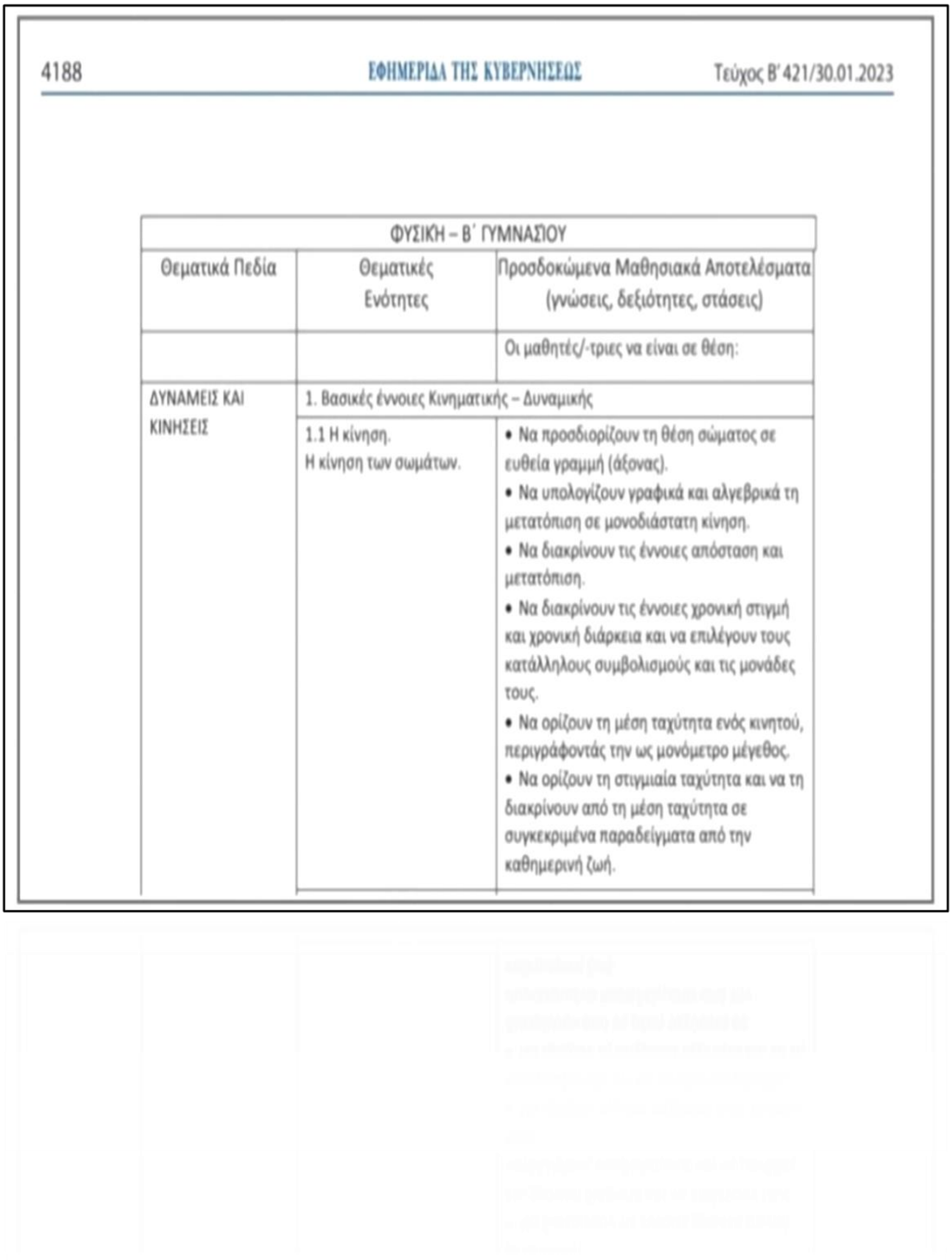
Α)Στα μαθηματικά:

Τεύχος Β’ 235/20.01.2023 ΕΦΗΜΕΡΙΔΑ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ 2739

	Αλγεβρικές παραστάσεις.	Αλ.Π.8.1. Να υπολογίζουν την αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης για δεδομένες τιμές των μεταβλητών.
		Αλ.Π.8.2. Να αναγνωρίζουν μια αλγεβρική παράσταση ως γινόμενο ή άθροισμα ή άθροισμα γινομένων.
		Αλ.Π.8.3. Να απλοποιούν απλές αλγεβρικές παραστάσεις με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας (απαλοιφή παρένθεσης και αναγωγή όμοιων όρων).
	Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.8.1. Να αναγνωρίζουν τους όρους: εξίσωση πρώτου βαθμού, πρώτο και δεύτερο μέλος, ισοδύναμες εξισώσεις, άγνωστος, λύση ή ρίζα.
		Αλ.Σχ.8.2. Να αναγνωρίζουν αν ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης ή/και του αντίστοιχου προβλήματος.
		Αλ.Σχ.8.3. Να επιλύουν εξισώσεις της μορφής αχ+β=γχ+δ με εφαρμογή των ιδιοτήτων διατήρησης της ισότητας και των πράξεων.
		Αλ.Σχ.8.4. Να αναγνωρίζουν ότι μια εξίσωση μπορεί να έχει άπειρες λύσεις ή καμία λύση.
		Αλ.Σχ.8.5. Να επιλύουν ρεαλιστικά προβλήματα με εξισώσεις της μορφής αχ+β=γχ+δ με άγνωστο και στα δύο μέλη.
		Αλ.Σχ.8.6. Να συνθέτουν ρεαλιστικά προβλήματα που επιλύονται με εξισώσεις της μορφής αχ+β=γχ+δ με άγνωστο και στα δύο μέλη.

ΕΙΚΟΝΑ 2(ΦΕΚ ,ΤΕΥΧΟΣ Β’235/20.01.2023,ΣΕΛ.2739)

Β)στη Φυσική:



4188 ΕΦΗΜΕΡΙΔΑ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ Τεύχος Β’ 421/30.01.2023

ΦΥΣΙΚΗ – Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ		
Θεματικά Πεδία	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (γνώσεις, δεξιότητες, στάσεις)
		Οι μαθητές/-τριες να είναι σε θέση:
ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΚΑΙ ΚΙΝΗΣΕΙΣ	1. Βασικές έννοιες Κινηματικής – Δυναμικής	
	1.1 Η κίνηση. Η κίνηση των σωμάτων.	• Να προσδιορίζουν τη θέση σώματος σε ευθεία γραμμή (άξονας). • Να υπολογίζουν γραφικά και αλγεβρικά τη μετατόπιση σε μονοδιάστατη κίνηση. • Να διακρίνουν τις έννοιες απόσταση και μετατόπιση. • Να διακρίνουν τις έννοιες χρονική στιγμή και χρονική διάρκεια και να επιλέγουν τους κατάλληλους συμβολισμούς και τις μονάδες τους. • Να ορίζουν τη μέση ταχύτητα ενός κινητού, περιγράφοντάς την ως μονόμετρο μέγεθος. • Να ορίζουν τη στιγμιαία ταχύτητα και να τη διακρίνουν από τη μέση ταχύτητα σε συγκεκριμένα παραδείγματα από την καθημερινή ζωή.

ΕΙΚΟΝΑ 3(ΦΕΚ ΤΕΥΧΟΣ Β’ 421/30.01.2023,ΣΕΛ.4188)

Όπως φαίνεται και από τα νέα προγράμματα σπουδών(ΝΠΣ) η «εξίσωση α’ βαθμού» και «μέση ταχύτητα» συνεχίζουν να αποτελούν βασικές έννοιες για μαθητές στη Β’ τάξη Γυμνασίου. Ειδικότερα, στα Μαθηματικά(εικόνα 2), κάποιοι από τους στόχους είναι: οι μαθητές να γνωρίζουν πώς να κάνουν απαλοιφή παρενθέσεων ή αναγωγή ομοίων όρων ώστε να απλοποιούν αλγεβρικές παραστάσεις με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας, να επιλύουν εξισώσεις της μορφής: αx+ β = γx + δ, με εκτέλεση κατάλληλων πράξεων, να αναγνωρίζουν πότε ένας αριθμός αποτελεί λύση της εξίσωσης κάνοντας επαλήθευση, ή ότι μία εξίσωση μπορεί να έχει άπειρες ή μία ή καμία λύση, να επιλύουν και να συνθέτουν προβλήματα με εξισώσεις της παραπάνω μορφής με άγνωστο και στα δύο μέλη.

Προσδοκάται επίσης στο ΝΠΣ για τα μαθηματικά Α Γυμνασίου, οι μαθητές ,να μπορούν να μεταφράζουν από λεκτικές σε απλές αλγεβρικές παραστάσεις και αντίστροφα, να επιλύουν εξισώσεις της μορφής α.x + β = γ, με εφαρμογή ιδιοτήτων διατήρησης ισότητας και πράξεων, να επιλύουν και να συνθέτουν προβλήματα που λύνονται με εξισώσεις από την καθημερινή τους ζωή, επομένως το πρόβλημα αποτελεί εξέχουσα θέση στα Μαθηματικά τόσο της Α’ όσο και της Β’ Γυμνασίου.

Στη Φυσική Β’ Γυμνασίου σύμφωνα με το ΝΠΣ(εικόνα 3),δίνεται έμφαση στην εμπέδωση της θεωρίας που αφορά στον προσδιορισμό θέσης σώματος (x), γραφικής και αλγεβρικής μετατόπισης(Δx=x2-x1),διάκριση ανάμεσα στην απόσταση και μετατόπιση καθώς και ανάμεσα στη χρονική στιγμή και χρονική διάρκεια. Στη συνέχεια, προσδώκιμο αποτελεί, να μπορούν να ορίζουν τη μέση ταχύτητα ενός κινητού και να τη διακρίνουν από τη στιγμιαία ταχύτητα σε συγκεκριμένα παραδείγματα από την καθημερινή ζωή.

Από το ΝΠΣ της Α’ Γυμνασίου επιπλέον, προτείνεται οι μαθητές να είναι σε θέση να δίνουν παραδείγματα υποκειμενικού και αντικειμενικού τρόπου προσδιορισμού μιας απόστασης, να ακολουθούν διαδικασίες για μέτρηση διαφόρων μηκών, να αναγνωρίζουν φαινόμενα στα οποία είναι σημαντική η ακρίβεια στη μέτρηση του χρόνου. Μαθαίνουν δηλαδή να δομούν τις έννοιες απόστασης και χρόνου που θα χρησιμοποιηθούν ως βασικές στη θεμελίωση της έννοιας της μέσης ταχύτητας στη Β’ Γυμνασίου. Επιπλέον τα παιδιά αυτής της ηλικίας, αφού αναμένεται να έχουν, στα Μαθηματικά επιδεξιότητα επίλυσης εξίσωσης της μορφής αx + β = γ, οπότε και της περίπτωσης αx=γ, αν θέσουμε β= 0 στον παραπάνω τύπο, άρα θα μπορούν να χειρίζονται και ίδιες σημειογραφίες στους τύπους στη Φυσική για τη μέση ταχύτητα, που προκύπτουν με παρόμοιες στρατηγικές επίλυσης (π.χ. στον τύπο $u_μ \bullet t=s$, να δύνανται να λύσουν ως προς το t όταν το έχουν άγνωστο μέγεθος και στον $t=s/u_μ$, ως προς το s).

Σε διαγωνισμούς: Οι διαγωνισμοί στις Θετικές Επιστήμες που διεξάγονται, αποτελούν ισχυρή συνισταμένη των όσων διδάσκονται οι μαθητές στο σχολείο τους και της τάσης που επικρατεί σε ευρωπαϊκά ή παγκόσμια πρότυπα. Ως εκ τούτου, η συμμετοχή και διάκριση μαθητών σε αυτούς, δίνει θετικό πρόσημο στην ανάπτυξη ικανοτήτων, αυτοεκτίμησης και ευχαρίστησης. Σύμφωνα με μελέτη σχετική με την ανάλυση διεθνούς προγράμματος Pisa στο (Ρετάλη, enephet,2013, σελ.701-707), «οι μαθητές στην Ελλάδα ,όταν έχουν υψηλή αυτοαντίληψη στις Φυσικές Επιστήμες, έχουν υψηλή επίδοση στους διαγωνισμούς και αντίστροφα». Άρα η ενίσχυση δεξιοτήτων τους με έννοιες διεπιστημονικού ενδιαφέροντος, αναμένεται να προσδώσουν θετική συσχέτιση της επίδοσης και της αυτοαντίληψης για τις αντίστοιχες ικανότητές τους. Επακόλουθο λοιπόν θεωρούμε ό,τι η εξοικείωσή τους και με τις προηγούμενες έννοιες θα τους βοηθήσουν να νιώσουν περισσότερη σιγουριά ώστε να συμμετάσχουν σε τέτοιου είδους διαγωνισμούς.

2.ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

2.1.ΠΩΣ ΕΠΙΛΕΧΤΗΚΑΝ ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε βιβλιογραφική ανασκόπηση η οποία καλύπτει έρευνες που έχουν δημοσιευτεί σε περιοδικά και πρακτικά συνεδρίων και στηρίχτηκε κυρίως σε πηγές του διαδικτύου (scholar google.gr), χρησιμοποιώντας λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα. Ειδικότερα χρησιμοποιήθηκαν οι λέξεις-κλειδιά: *γραμμικές εξισώσεις, μέση ταχύτητα, κατασκευή προβλημάτων, διεπιστημονικότητα.*

Τα αποτελέσματα της αναζήτησης, έφεραν κάποια ερευνών- μελετών-άρθρων τόσο στην Ελλάδα όσο και στο εξωτερικό. Οι έννοιες *εξίσωση* και *μέση ταχύτητα*, επιλέχθηκαν γιατί διδάσκονταν *στην ίδια τάξη* στο γυμνάσιο (Β' Γυμνασίου), στην *ίδια περίπου χρονική περίοδο* (α' τετράμηνο), είναι *συναφείς έννοιες* διότι εμπεριείχαν κοινά σημεία εφαρμογής στα Μαθηματικά και τη Φυσική (ειδικά η μορφή της εξίσωσης εμφανιζόμενη ως ισότητα λόγων που εμπεριέχει άγνωστο και η μέση ταχύτητα έχουν κοινή συμβολική γραφή),η επίλυση τύπου της μέσης ταχύτητας στη Φυσική ως προς ένα από τα δύο άλλα μεγέθη απόστασης και χρόνου, ανάγεται στην ικανότητα επίλυσης εξίσωσης κλασματικής με σταυρωτά γινόμενα (χιαστί) στα Μαθηματικά και προσφέρονταν επομένως από *διεπιστημονική άποψη* να δουλευτούν παράλληλα στις δυο επιστήμες.

Επιπλέον, ήταν δυνατόν να κατασκευαστεί και να τεθεί πρόβλημα από διδάσκοντες/-ουσες εκπαιδευτικούς, που να μπορεί να εφαρμοστεί στην τάξη και για τις δύο αυτές έννοιες. Η προσοχή εστιάστηκε κάνοντας αποδελτίωση των πηγών σε αυτές που προσέφεραν πλήρη πρόσβαση κι όχι αυτές που εμφανίζονταν μόνο οι περιλήψεις τους.

2.2.ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΑΝΑΦΟΡΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Η κατασκευή προβλήματος, συμβάλλει στην ανάπτυξη νέας επιστημονικής γνώσης(English 1997˙Silver και Cai 1996),την προώθηση της κατανόησης των μαθητών (Ellerton 1986˙Polya 1957),επιλύει πρακτικές και θεωρητικά προβλήματα στην Επιστήμη(Cai, & Leikin,2020), οδηγεί στην ανάπτυξη νέων μεθόδων και λύσεων(Singer, et al,2015), προάγει την καινοτομία, ανάπτυξη και πρόοδο(English 1998˙English 2003), ενθαρρύνει τον διάλογο και τη συνεργασία στην επιστημονική κοινότητα, τη συνεργασία ερευνητών στη διατύπωση και επίλυση προβλημάτων, ενισχύοντας την ανταλλαγή ιδεών και γνώσεων (Hasanah et al,2017)(βλέπε ενότητα 2.5) .

2.3.ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΑΡΘΡΩΝ

Στην ενότητα αυτή θα παραθέσουμε βιβλιογραφική ανασκόπηση όσον αφορά αρχικά στην κατασκευή προβλήματος και τη σημαντικότητά της στην εκπαιδευτική διαδικασία, στη συνέχεια στην αξία της διεπιστημονικής διασύνδεσης εννοιών από τα Μαθηματικά και Φυσική και ειδικότερα στην μαθηματική έννοια της εξίσωσης / μέσης ταχύτητας στη Φυσική και στις δυσκολίες που καταγράφονται σε αυτές τις έννοιες στη δευτέρα Γυμνασίου και τέλος στις πεποιθήσεις των ερευνητών/εκπαιδευτικών σχετικά με το εάν τελικά χρησιμοποιούν την κατασκευή προβλήματος στη διδακτική τους πρακτική για να αρθούν οι παραπάνω δυσκολίες.

2.4. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ(PROBLEM POSING)

Η φιλοσοφία της εκπαίδευσης με κατασκευή προβλήματος αποτελεί θεμέλιο στη σύγχρονη παιδαγωγική. Τα τελευταία χρόνια όλο και περισσότεροι ερευνητές υποστηρίζουν την μάθηση μέσω κατασκευής προβλημάτων ως έναν σημαντικό τρόπο για την προώθηση της κατανόησης των μαθητών (Ellerton 1986˙Polya 1957). Εκπαιδευτικοί και ερευνητές ενθαρρύνουν την ενσωμάτωση της δημιουργίας προβλημάτων (δημιουργία /τοποθέτηση /κατασκευή προβλήματος ή θέτοντας πρόβλημα, τις θεωρούμε ταυτόσημες έννοιες) σε διάφορα επίπεδα της τυπικής διδασκαλίας (Ellerton, 1986˙English, 1998˙Kilpatrick, 1987˙Silver, Kilpatrick,& Schlesinger, 1990˙Kontorovich, Koichu, Leikin, & Berman, 2012˙ Leikin & Lev, 2007˙Leung, 1997˙Mamona-Downs & Downs, 2005˙Silver, 1994, 1997˙Silver & Cai, 1996˙˙Silver, 1997˙Singer, 2008˙Singer & Moscovici, 2008˙Singer, 2009˙Yuan &

Sriraman, 2010˙Singer, Pelczer, & Voica, 2011˙Torrance ,1974˙Voica & Singer, 2012) (στο Singer, Ellerton & Cai ,2013).Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί όσο περισσότερο εξοικειώνονται με την κατασκευή προβλημάτων τόσο περισσότερο απολαμβάνουν αυτή τη διαδικασία, η οποία με τη σειρά της, τους δίνει πρόσθετη άνεση και προθυμία να την χρησιμοποιήσουν στη διδασκαλία τους .Επομένως όσο οι εκπαιδευτικοί αισθάνονται πιο εξοικειωμένοι με την κατασκευή προβλημάτων, δηλαδή πιο πρόθυμοι να την εφαρμόσουν στη διδασκαλία τους, τόσο οι μαθητές τους είναι πιο πιθανό να κατανοήσουν τη νέα γνώση. «Οι Hasanah et al.,(2017) αναφέρουν ότι:

> «αν και όχι τόσο δημοφιλής, η πρακτική του problem posing διαφέρει από τη συνήθη πρακτική της διδασκαλίας με την επίλυση προ-διατυπωμένων προβλημάτων (English 1997˙Silver and Cai 1996).[…] η συνειδητοποίηση της σημασίας της έχει οδηγήσει σε αυξανόμενη έρευνα διαφόρων πτυχών στις δραστηριότητες μάθησης με problem Posing (English 1998˙English 2003˙National Council of Teachers of Mathematics 2000)» (σελ.1)».

Με βάση αυτή την παραδοχή, στην παρούσα εργασία, δίνεται έμφαση στην κατασκευή προβλήματος με στόχο την καταγραφή κατάλληλων διεπιστημονικών συνδέσεων ανάμεσα στις έννοιες «*εξίσωση*» στα Μαθηματικά και *«μέση ταχύτητα»* στη Φυσική. Αρχικά, παρουσιάζονται τα οφέλη της κατασκευής προβλημάτων, ως μέθοδος διδασκαλίας σε μαθησιακά περιεχόμενα των δύο μαθημάτων.

Στη συνέχεια και δεδομένου ότι οι εκπαιδευτικοί παίζουν καθοριστικό ρόλο στην εφαρμογή της κατασκευής προβλήματος στο πρόγραμμα σπουδών (Silver & Cai, 1996), θα κατασκευαστεί πρόβλημα από δύο εκπαιδευτικούς δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης που διδάσκουν Μαθηματικά και Φυσική σε μαθητές της Β’ τάξης Γυμνασίου. Περιγράφονται οι προκλήσεις που αντιμετώπισαν οι συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί κατά την εμπλοκή τους σε τέτοιες διαδικασίες κατασκευής προβλήματος, η ανάδειξη της δικής τους εφευρετικότητας, η αξιοποίηση των δικών τους εμπειριών και ατομικών χαρακτηριστικών για τη διαμόρφωση πεποιθήσεων και στάσεων για τις δυο επιστήμες, καθώς αντλούν υλικό από την καθημερινή τους ζωή. Έτσι, καταγράφοντας τις συζητήσεις -προβληματισμούς ανάμεσα σε εκπαιδευτικούς Μαθηματικών-Φυσικής για την κατασκευή προβλήματος σε μαθητές Β’ Γυμνασίου σχετικά με τις δύο προαναφερθείσες έννοιες, θα διερευνηθούν, ποιες συμπληρωματικές έννοιες, ποια μεγέθη, ποιες σημειογραφίες και τι χαρακτηριστικά θεωρούν αναγκαία να συμπεριληφθούν στο πρόβλημα, ποιες είναι οι διδακτικές ανάγκες για την κατανόηση αυτών των εννοιών από τους μαθητές, ποια εμπόδια συναντούν στη σύνθεση και παραγωγή του προβλήματος, τι παραμέτρους λαβαίνουν υπόψη τους για τη μονοεπιστημονική και διεπιστημονική σύνδεση των δύο μαθημάτων, εάν το αφήγημά τους αυτό εμπεριέχει στοιχεία από προσωπική εμπειρία - βιώματα και πώς τέτοια στοιχεία του χαρακτήρα τους συμβάλλουν στο έργο τους.

Η ερευνήτρια έχει σχεδιάσει ερωτηματολόγιο και πρωτόκολλο συνέντευξης που θα τεθεί σε ζεύγος εκπαιδευτικών των δύο μαθημάτων και αναμένεται τα αποτελέσματα να ενισχύσουν την αξία και οφέλη της κατασκευής προβλημάτων.

2.5.ΟΦΕΛΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

Στα μαθηματικά, η κατασκευή προβλημάτων είναι συχνά συνδεδεμένη με τη δημιουργία ακριβών μαθηματικών διατυπώσεων, *αφηρημένων μαθηματικών εννοιών*, επικεντρώνοντας σε *μαθηματικά σύμβολα*, *εξισώσεις* και *αλγεβρικές διαδικασίες*, στην ανάλυση και εφαρμογή *μαθηματικών μεθόδων*.

Αντίθετα, στη φυσική, η κατασκευή προβλημάτων ενέχει συχνά τη σύνδεση με *φυσικά φαινόμενα*, *πειράματα* ή *πραγματικές καταστάσεις*. Η παρατήρηση, μέτρηση και εξήγηση φυσικών αλληλεπιδράσεων είναι κρίσιμες στη δημιουργία προβλημάτων σε αυτό το πεδίο. Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων συνήθως συνδυάζει μαθηματικές μοντελοποιήσεις με τη φυσική κατανόηση των διεργασιών που συμβαίνουν.

Εν κατακλείδι, στα μαθηματικά, η έμφαση είναι στην *ακρίβεια και στη λογική της μαθηματικής δομής*, ενώ στη φυσική, η κατανόηση περιλαμβάνει συχνά την *ερμηνεία των αποτελεσμάτων μέσω φυσικών αρχών και μοντέλων.*

Ωστόσο, η διαδικασία κατασκευής προβλημάτων τόσο στα Μαθηματικά όσο και στη Φυσική εκφράζει τις απαιτήσεις και προσεγγίσεις που χρειάζονται για την κατανόηση και εφαρμογή σε αυτά τα δύο πεδία. Καθώς η κατασκευή προβλήματος είναι πολύ σημαντική δραστηριότητα για τη μαθηματικών/φυσικής εκπαίδευση, στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε μερικές σχετικές έρευνες.

«Σύμφωνα με τους Singer, Ellerton & Cai (2013):«ο Σωκράτης (469 π.Χ. –399 π.Χ.) καθιέρωσε μια αποτελεσματική μέθοδο μάθησης με υποβολή και απάντηση ερωτήσεων»σελ.2». Ο Kilpatrick (1987) αναγνωρίζει ότι «στην πραγματική ζωή εκτός σχολείου […] πολλά προβλήματα, αν όχι τα περισσότερα, πρέπει να δημιουργηθούν ή να ανακαλυφθούν από τον/την λύτη/-τρια, ο/η οποίος/-α δίνει στο πρόβλημα μια αρχική διατύπωση. Η γνώση του εντοπισμού και της διατύπωσης μαθηματικών προβλημάτων μπορεί να συμβάλει στη λήψη καλών αποφάσεων όπως η αλλαγή εργασίας, αλλαγή κατοικίας κατά τη διάρκεια της ζωής (στο Singer, Ellerton & Cai ,2013)».

Ο Silver περιέγραψε την κατασκευή προβλημάτων σαν «κάτι που αναφέρεται τόσο στη δημιουργία νέων προβλημάτων όσο και στην επαναδιατύπωση δεδομένων προβλημάτων και μπορεί να συμβεί πριν, κατά τη διάρκεια ή μετά τη λύση ενός προβλήματος (Silver, 1994), (στο Silver, Mamona-Downs, Leung και Kenney,1996)». Επίσης, «παρουσιάστηκαν τρόποι για τη κατασκευή νέων προβλημάτων, όπως δύο τύπων *διαχείρισης περιορισμών*: των Αρχικών Συνθηκών (Initial Conditions - IC) ή των Έμμεσων Υποθέσεων (Implicit Assumptions - IA), δηλαδή την συστηματική διαχείριση των συνθηκών του προβλήματος ή των εμπλεκομένων υποθέσεων. Επίσης, περιλαμβάνεται η *διαχείριση των στόχων* (Goal problem - GL), όπου γίνεται χειρισμός του στόχου ενός προηγούμενου προβλήματος χωρίς να αλλάζουν οι υποθέσεις του προβλήματος, η *συμμετρία*, όπου οι στόχοι και οι συνθήκες του προβλήματος ανταλλάσσονται συμμετρικά, και ο *αλυσιδωτός χειρισμός*, όπου η απάντηση σε ένα πρόβλημα απαιτεί την απάντηση σε προηγούμενα προβλήματα. Τα άτομα διαχειρίζονταν τους περιορισμούς του προβλήματος ενώ δημιουργούσαν στόχους, χρησιμοποιώντας μια διαδικασία που ονομάζεται «αμφισβήτηση των δεδομένων»(Brown &Walter,1990). Τα προβλήματα αυτά επικεντρώνονταν είτε στην τροποποίηση των υποθέσεων των ατόμων είτε στην αλλαγή των δηλωμένων συνθηκών της εργασίας στο (Silver, Mamona-Downs, Leung και Kenney,1996)».

«Με την τροποποίηση των προβλημάτων μέσω της χρήσης διαφόρων αναπαραστάσεων και της προσθήκης ή του αποκλεισμού πράξεων, δεδομένων, περιορισμών, ερωτήσεων κ.λπ. του αρχικού προβλήματος, συνοδευόμενη από συγκρίσεις μεταξύ των προβλημάτων που προκύπτουν για να εκτιμηθούν οι ομοιότητες και οι διαφορές μεταξύ τους, μπορεί να αυξηθεί η ευαισθητοποίηση των μαθητών ως προς τη συνοχή και το νόημα των προβλημάτων (Singer, 2007, 2010)(στο Singer, Ellerton& Cai,2013)».

Συνοψίζοντας επομένως και «σύμφωνα με τους Singer, Ellerton,& Cai(2013), «η κατασκευή προβλημάτων:

- Ενισχύει τις δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων των μαθητών, τις ικανότητες προβληματισμού, την εμπιστοσύνη και τη διάθεση των μαθητών για τα μαθηματικά

(Cai & Cifarelli, 2005˙English, 1997, 1998˙Silver, 1994, 1997˙Singer & Moscovici, 2008).

- Χρησιμεύει ως μέσο ενίσχυσης της δημιουργικότητας (Silver, Kilpatrick,& Schlesinger, 1990).
- Στηρίζει τη φυσική προδιάθεση για εκκίνηση του ανθρώπινου μυαλού (Singer, 2009) και, ως εκ τούτου, μπορεί να συμβάλει στην ανάπτυξη ενός πλαισίου για αυθεντικές διεγερτικές δραστηριότητες στην τάξη, ενώ σύμφωνα με τον Kilpatrick(1987),συμβάλλει στην ανάπτυξη της μαθηματικής ικανότητας και της μαθησιακής αυτονομίας (Mamona-Downs & Downs, 2005˙Silver & Cai, 1996).
- Συμβάλλει στην ευρύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης (Cai & Cifarelli, 2005- English, 1998- Silver, 1994, 1997- Singer & Moscovici, 2008)
- Ενισχύει την ευφράδεια, την ευελιξία, την πρωτοτυπία (π.χ. Ervynck, 1991- Kontorovich, Koichu, Leikin, & Berman, 2012˙Leikin & Lev, 2007˙ Leung, 1997˙ Silver, 1997) και τη γνωστική ευελιξία (π.χ. Singer, 2008˙ Singer, Pelczer, & Voica, 2011˙ Voica & Singer, 2012)»(σελ.2)».
- «Προωθεί τη διατήρηση της γνώσης(Lavy και Bershadsky,2003),(στο Rosli et al ,2014)».
- Βελτιώνει τη στάση απέναντι στα μαθηματικά και την αυτοπεποίθηση. Οι πληροφορίες αυτές είναι ιδιαίτερα κρίσιμες καθώς η γνώση που βασίζεται στα μαθηματικά συνεχίζει να κυριαρχεί στην τεχνολογία και τις επιστήμες(Singer, Ellerton, Cai ,2015)
- Ενθαρρύνει τους μαθητές να γίνουν ενεργοί συμμετέχοντες στη διαδικασία μάθησης
- Επιτρέπει τη διάδραση τομέων στα μαθηματικά και διάφορες αναπαραστάσεις(Rosli, Capraro, & Capraro, 2014˙Singer, Ellerton, & Cai, 2013).
- Προωθεί την πρόβλεψη, την εικασία και τον έλεγχο των υποθέσεων.
- Επιτρέπει την ανάπτυξη εργασιών που ενσωματώνουν μια ποικιλία δραστηριοτήτων που απευθύνονται ειδικά στις κινητικές, οπτικές και λεκτικές δεξιότητες των μαθητών, καθώς και σε διάφορους τύπους μεταφοράς μεταξύ αυτών των τομέων, ώστε να επιτρέπουν μια ποικιλία αναπαραστάσεων και αναπαραστατικών αλλαγών (Singer, 2007, 2012) στους μαθητές.

Για να προκύψουν όμως τα παραπάνω οφέλη στους μαθητές θα πρέπει να διεξάγεται επιδέξια διδασκαλία από τους καθηγητές τους. Συχνά, οι εκπαιδευτικοί κατασκευάζουν προβλήματα που είναι κακοδιατυπωμένα ή δεν έχουν γνωστικές απαιτήσεις (π.χ. Harel, Koichu, & Manaster, 2006- Silver & Cai, 1996, 2005).Η επιτυχής χρήση αυθεντικών μαθηματικών δραστηριοτήτων στη διδασκαλία χρειάζεται εκπαιδευτικούς που έχουν οι ίδιοι εμπειρία με τέτοιες δραστηριότητες ως μαθητές των μαθηματικών (π.χ. Brown & Walter, 2005˙ Crespo & Sinclair, 2008˙ Ellerton & Clarkson, 1996).

Η κατασκευή εκπαιδευτικών προβλημάτων από τους εκπαιδευτικούς μπορεί να ωφελήσει και τους ίδιους, καθώς τους:

- Ενθαρρύνει να σκέφτονται καινοτόμα για τη διδασκαλία (National Council Of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989, 1991), ενισχύοντας τη δημιουργικότητά τους. Τα έτοιμα προβλήματα μπορούν να προσαρμοστούν στο εκπαιδευτικό περιβάλλον και το επίπεδο των μαθητών, προωθώντας έτσι μια πιο εξατομικευμένη εκπαίδευση. Επίσης μπορούν να δημιουργήσουν μια πλατφόρμα για έκφραση της δημιουργικότητας των εκπαιδευτικών που να αποτελέσει έμπνευση για άλλους συναδέλφους τους ή μαθητές.

- Επιτρέπει να προσαρμόζουν τη διδασκαλία τους σύμφωνα με τις ειδικές ανάγκες και τα ενδιαφέροντα των μαθητών, την καθημερινότητα τους, το οικείο περιβάλλον τους(όπως το σχολικό περιβάλλον, τα επαγγέλματα των γονέων τους,(δεδομένου ότι η οικογένεια των μαθητών, επηρεάζει καθοριστικά την αλληλεπίδρασή τους με τα σχολικά μαθηματικά μέσω της καθημερινής εργασίας των μαθητών στο σπίτι και των ευρύτερων πεποιθήσεων ,στάσεων ,συναισθημάτων και πρακτικών της οικογένειας σχετικά με τα μαθηματικά ,όπως αυτές βιώνονται στις καθημερινές τους δραστηριότητες(έμμεσα ή άμεσα)(Kafoussi, S., Chaviaris, P., & Moutsios-Rentzos, A.,2020)). Αυτή η εξατομικευμένη διδασκαλία μπορεί να ενισχύσει τη σύνδεση μεταξύ των μαθητών και των μαθημάτων, προάγοντας παράλληλα την απόκτηση γνώσεων και δεξιοτήτων.
- Ενισχύει την ικανότητα των εκπαιδευτικών να προάγουν την κριτική σκέψη και την επίλυση προβλημάτων μεταξύ των μαθητών(Kilpatrick, 1987). Επιτρέπει την ενσωμάτωση διαφορετικών προσεγγίσεων και διδακτικών μεθόδων, προσφέροντας μια πλούσια εκπαιδευτική εμπειρία.

- Επιτρέπει να προωθήσουν τη συνεργατική μάθηση, καθώς μπορούν να ενθαρρύνουν τους μαθητές να συνεργαστούν και να αλληλεπιδράσουν για την επίλυση των προβλημάτων που τους θέτουν.
- Επικουρεί τη διδακτική πρακτική, να αποτελέσει διαδικασία ανακάλυψης γνώσεων από τους μαθητές(ανακαλυπτική προσέγγιση),αφού με τη διερεύνηση, ερωτήσεις, συζήτηση, πείραμα, οι μαθητές θα εμπλακούν, θα αυτενεργήσουν, παρατηρήσουν, αλληλοεπιδράσουν με αντικείμενα και πρόσωπα.(Σκουμιός,2018)
- Βοηθά στη διαμόρφωση μιας ευέλικτης και δυναμικής διδακτικής προσέγγισης που προσαρμόζεται στις εκπαιδευτικές εξελίξεις και δημιουργεί περισσότερες ευκαιρίες να μάθουν και να βιώσουν διαδικασίες που θα επηρεάσουν μελλοντικές παιδαγωγικές στρατηγικές τους στην τάξη(Rosli, Capraro, & Capraro, 2014).
- Ως μέσο διδασκαλίας, αποσκοπεί στην εμπλοκή των μαθητών σε γνήσιες μαθησιακές δραστηριότητες που παράγουν βαθιά κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών και ως αντικείμενο διδασκαλίας, επικεντρώνεται στην ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να εντοπίζουν και να διατυπώνουν προβλήματα από μη δομημένες καταστάσεις με σημαντικούς στόχους σε καταστάσεις της πραγματικής ζωής(Singer, Ellerton & Cai (2013)).
- Ενισχύει τη σχέση εκπαιδευτικού-μαθητή, καθώς οι μαθητές συχνά αντιμετωπίζουν τα προβλήματα ως προκλήσεις που πρέπει να ξεπεραστούν. Αυτή η διαδικασία συμβάλλει στη δημιουργία θετικού εκπαιδευτικού περιβάλλοντος και ενθαρρύνει την ενεργή συμμετοχή των μαθητών στη διαδικασία μάθησης. «Καθώς οι εκπαιδευτικοί γίνονται πιο ικανοί στη δική τους κατασκευή προβλήματος, είναι λογικό να υποθέσουμε ότι θα γίνουν πιο πρόθυμοι να βάλουν τους μαθητές τους να συμμετάσχουν σε τέτοιες δραστηριότητες» υποστηρίζεται στο (Silver, Mamona-Downs, Leung και Kenney,1996)».
- Επιτρέπει στους εκπαιδευτικούς να προάγουν την ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων, η οποία βοηθά τους μαθητές να αναπτύξουν δεξιότητες προβληματισμού(Kilpatrick, 1987),επικοινωνία, διαπραγμάτευση, ηγεσία μεταξύ των μαθητών. Αυτό συμβάλλει στην ενίσχυση των κοινωνικών

δεξιοτήτων των μαθητών και τη δημιουργία ενός συνεργατικού εκπαιδευτικού περιβάλλοντος.

- Ενθαρρύνει τους εκπαιδευτικούς να προσαρμόζουν τη διδασκαλία σε επίκαιρα θέματα και να ενσωματώνουν τεχνολογικές καινοτομίες. Αυτή η δυναμική προσέγγιση συμβάλλει στην προετοιμασία των μαθητών για τις απαιτήσεις του μέλλοντος και την ανάπτυξη ψηφιακών δεξιοτήτων.
- Προάγει τη συνεχή επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών, καθώς απαιτεί την αναζήτηση νέων πληροφοριών και προσεγγίσεων. Αυτό τους ενθαρρύνει να παραμένουν ενημερωμένοι για τις εξελίξεις στον τομέα της εκπαίδευσης, άρα να προάγουν την εξέλιξη των διδακτικών δεξιοτήτων τους και να ενσωματώνουν καινοτόμες μεθόδους στη διδασκαλία τους(Silver et al,1996).
- Δημιουργώντας προβλήματα που αντανακλούν διάφορες πτυχές και αξίες διαφορετικών πολιτισμών, οι εκπαιδευτικοί ενισχύουν την κατανόηση και σεβασμό προς την πολιτιστική ποικιλομορφία.
- Δίνει τη δυνατότητα στους εκπαιδευτικούς να καλλιεργήσουν το ενδιαφέρον των μαθητών τους για τα μαθηματικά και τη φυσική, την εφαρμογή μαθηματικών και φυσικών προβλημάτων σε πραγματικές καταστάσεις κι εφαρμογές στη ζωή τους, καθιστώντας την μάθηση πιο ευχάριστη. Silver, Mamona-Downs, Leung και Kenney,1996)
- Αναπτύσσει δεξιότητες Επιστημονικής Έρευνας στους μαθητές τους αφού όπως πράττουν και οι ίδιοι,(οι εκπαιδευτικοί πάντα αποτελούν πρότυπο για τους μαθητές)τους μαθαίνουν να ερευνούν, να συλλέγουν δεδομένα και να αναλύουν αποτελέσματα, αναπτύσσοντας επιστημονικές δεξιότητες και προάγοντας την αναζήτηση εγκυρότητας στις πληροφορίες τους, .
- Προωθεί την αίσθηση της προσωπικής ιδιοκτησίας και ευθύνης για τις μαθηματικές έρευνες (Cunningham, 2004˙Grundmeier, 2003˙Within, 2006).

2.6.ΤΑ ΕΞΙ ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΠΟΥ ΘΕΤΕΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ:

- Η μάθηση πραγματοποιείται μέσω της επίλυσης προβλημάτων.
- Η μάθηση πρέπει να είναι πρακτική.
- Οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί είναι συνερευνητές.
- Ο δάσκαλος μαθαίνει από τους μαθητές.

- Η μάθηση είναι μια διαδικασία του γίγνεσθαι(Drew,C.,.2023)

2.7.ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΤΗΤΑ

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε τι σημαίνει ο όρος διεπιστημονικότητα και ποιες είναι οι πτυχές της , πώς αυτή συμβάλλει στην βελτίωση κατανόησης εννοιών στις επιστήμες που συνεργάζονται και γιατί ενισχύεται τα τελευταία χρόνια ως ιδέα εφαρμογής στους χώρους της εκπαίδευσης.

Στο «Παπαθανασίου(2016)»(σελ.8-9), αναγράφεται ότι σύμφωνα με την αναφορά του Γενικού Διευθυντή της Ουνέσκο: «Με επιστημολογικούς όρους, η έννοια της διεπιστημονικότητας μπορεί να θεωρηθεί *ως μια μορφή συνεργασίας μεταξύ ποικίλων επιστημονικών πεδίων, η οποία συνεισφέρει στην επίτευξη ενός κοινού σκοπού, και η οποία μέσω των σχέσεων που αναπτύσσει μεταξύ των πεδίων, επεκτείνει την ανάδυση νέας γνώσης*(D’ Hainaut, 1986)».«Η διεπιστημονικότητα έχει γίνει *μια εξέχουσα αντίληψη στην πολιτική της επιστήμης γιατί με την υπέρβαση των παραδοσιακών και αταβιστικών ορίων που δημιουργούνται από την οργάνωση της κάθε επιστήμης, η επιστημονική έρευνα μπορεί να συμβάλλει καλύτερα στις κοινωνικές προκλήσεις που αντιμετωπίζει η ανθρωπότητα* (Koenig & Gorman, 2016)αναφέρεται(στο Τζιούφας & Τσαρούχας,2019)».

Στη συνέχεια, για να εξηγήσουμε τις διάφορες μορφές της διεπιστημονικότητας, θα παρουσιάσουμε το μοντέλο του Nicolescu(2010), (στο Παπαθανασίου 2016):

«Πολυεπιστημονικότητα: Στην πολυεπιστημονικότητα ένα θέμα μελετάται ταυτόχρονα από διάφορα επιστημονικά πεδία. Έτσι, το κάθε επιστημονικό πεδίο συνεισφέρει στη μελέτη του θέματος, προσθέτοντας τη δικιά του προοπτική. Δεν υπάρχει, όμως, κάποια ουσιαστική αλληλεπίδραση μεταξύ των επιστημονικών πεδίων αφού ο στόχος για το κάθε επιστημονικό πεδίο παραμένει εντός των δικών του ορίων.

Διεπιστημονικότητα: Ο όρος διεπιστημονικότητα σημαίνει τη μεταφορά μεθόδων από ένα επιστημονικό πεδίο σε ένα άλλο. Στη διεπιστημονικότητα υπάρχει η δυνατότητα δημιουργίας νέων επιστημονικών πεδίων, όπως παραδείγματος χάρη, της Κβαντικής Κοσμολογίας ή της Θεωρίας του Χάους .

Δια – επιστημονικότητα: Ο όρος δια – επιστημονικότητα ξεπερνάει κατά πολύ τους δύο προηγούμενους όρους δηλώνοντας ένα καινούργιο πεδίο γνώσης, χωρίς σταθερά όρια μεταξύ των επιστημονικών πεδίων που συνεισφέρουν».

Οι Andresen, Lindenskov,(2009), θα υποστηρίξουν ότι:

> ο νέος όρος πολυθεματικότητα(multi- disciplinary)ορίστηκε σε αντιδιαστολή με τη διαθεματικότητα cross-disciplinarity ή τη διεπιστημονικότητα(inter-disciplinarity), όπου τα σύνορα μεταξύ των θεματικών πεδίων είναι περισσότερο ή λιγότερο ακυρωμένα, και σε αντίθεση με τη δια-επιστημονικότητα(trans-disciplinarity),η οποία δεν αναγνωρίζει την ίδια τη διαίρεση της γνώσης σε γνωστικά αντικείμενα. Η πολυθεματική διδασκαλία εξακολουθεί να θεωρεί ότι κάθε αντικείμενο είναι οριοθετημένο από τα άλλα, παρόλο που τα γνωστικά αντικείμενα συνεργάζονται[….],έχει ως στόχο να αφήσει τα επιμέρους μαθήματα να γονιμοποιηθούν αμοιβαία και παράλληλα(σελ.213).

Ακολούθως και καθώς: «Ο κατακερματισμός της γνώσης εντός και μεταξύ των επιστημών που προάγεται από τα σύγχρονα αναλυτικά προγράμματα εμποδίζει τη σχεσιακή κατανόηση μονο/διεπιστημονικών νοημάτων, οδηγώντας σε καταχρήσεις και συγχύσεις», όπως θα υποστηρίξουν οι Μούτσιος-Ρέντζος, Κρητικός & Καλαβάσης,(2017),(σελ.149), είναι εμφανές πώς η διεπιστημονικότητα, υπόσχεται να συμβάλλει στην βελτίωση κατανόησης εννοιών στις επιστήμες που συνεργάζονται. Τέλος, στο «Παπαθανασίου (2016)» αναφέρεται γιατί η διεπιστημονικότητα ενισχύεται τα τελευταία χρόνια ως ιδέα εφαρμογής στους χώρους της εκπαίδευσης:

> «η μετακίνηση των μεθόδων και των προσεγγίσεων ανάλυσης πέρα από τα όρια των παραδοσιακών επιστημονικών τομέων έχει γίνει σημαντικό χαρακτηριστικό της παραγωγής της γνώσης στις μέρες μας. Έτσι, «οι διεπιστημονικές σπουδές», όπως αναφέρει ο Edward, «όχι μόνο είναι ζωντανές αλλά εξελίσσονται και σε νέες συναρπαστικές κατευθύνσεις» (Klein, 1999)»(σελ.4).

2.8.ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

Η διεπιστημονική προσέγγιση με κατασκευή προβλημάτων συμβάλλει στην ανάπτυξη κατανόησης εννοιών στα μαθηματικά και τη φυσική καθώς βοηθά στην ολιστική κατανόηση. Η δημιουργία προβλημάτων που συνδυάζουν μαθηματικές έννοιες με φυσικές καταστάσεις επιτρέπει στους μαθητές να αντιληφθούν τις συνδέσεις μεταξύ αφαιρετικών μαθηματικών ιδεών και πραγματικών φυσικών φαινομένων. Επιπλέον συμβάλλει στην εφαρμογή εννοιών.Η κατασκευή προβλημάτων που απαιτούν την εφαρμογή μαθηματικών μεθόδων για την επίλυση φυσικών προβλημάτων ενισχύει την κατανόηση της χρησιμότητας των μαθηματικών στην πραγματική ζωή. Τέλος ενισχύει κατά τη γνώμη μου την κριτική σκέψη. Η ανάγκη να συνδυαστούν μαθηματικές δομές με φυσική κατανόηση ενθαρρύνει τους μαθητές να αναπτύξουν κριτική σκέψη καθώς εξετάζουν τις σχέσεις μεταξύ θεωρητικών μοντέλων και πειραματικών παρατηρήσεων. Η διεπιστημονική προσέγγιση ενισχύει την εκπαίδευση, παρέχοντας ολοκληρωμένη κατανόηση και εφαρμογή των εννοιών σε διαφορετικά πεδία.

Ο Michelin(2015) επισημαίνει ότι τα μαθηματικά παίζουν καθοριστικό ρόλο στη φυσική κι αυτός επιτυγχάνεται κυρίως μέσω κατασκευής, απασχόλησης και αξιολόγησης μαθηματικών μοντέλων. Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να αποτυπώσουν αυτή τη σχέση στην τάξη σε μια προσπάθεια να βελτιώσουν τις επιδόσεις και τη στάση των μαθητών τόσο στη φυσική όσο και στα μαθηματικά. Όμως, παρατηρείται εντυπωσιακή έλλειψη έκθεσης στο ζήτημα του τρόπου με τον οποίο οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί, οι οποίοι εκπαιδεύονται σε μεγάλο βαθμό με μονοθεματικό τρόπο, μπορούν να εξοπλιστούν καλύτερα ώστε να εισάγουν πραγματικά διεπιστημονικές δραστηριότητες διδασκαλίας στους μελλοντικούς μαθητές τους. Ο (Elvin, 1977), στο «Παπαθανασίου (2016)» υποστηρίζει:

> «όταν περπατάς στο δάσος, η φύση δεν σε φέρνει αντιμέτωπο για τρία τέταρτα της ώρας αποκλειστικά με λουλούδια και για τα επόμενα τρία τέταρτα αποκλειστικά με ζώα» (σελ. 29).Η διεπιστημονική προσέγγιση μαθηματικών και φυσικών επιστημών στα σχολεία έχει γίνει κεντρικό ζήτημα, για οργανισμούς όπως ο SSMA (School Science and Mathematics Association), ο NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), ο AAAS (American Association for the Advancement of Science) και ο NRC (National Research Council)».

Ο οργανισμός SSMA (School Science and Mathematics Association) για παράδειγμα, επιδιώκει να βελτιώσει και να προωθήσει τις σχολικές επιστήμες και τα μαθηματικά και οι τέσσερις στόχοι που καθορίζουν τις δραστηριότητες και τα προϊόντα της είναι:

- Δημιουργία και διατήρηση μιας κοινότητας εκπαιδευτικών, ερευνητών, επιστημόνων και Μαθηματικών,
- Προώθηση της γνώσης μέσω της έρευνας στην εκπαίδευση στις φυσικές επιστήμες και τα μαθηματικά και την συνεργασία τους,

- Πληροφόρηση της πρακτικής μέσω της διάδοσης επιστημονικών εργασιών στην επιστήμη και σε όλο το φάσμα της επιστήμης και των μαθηματικών,
- Επιρροή στην πολιτική της εκπαίδευσης στις επιστήμες και τα μαθηματικά σε τοπικό, πολιτειακό και εθνικό επίπεδο.

«Η English (2008) παρουσιάζει την ανάγκη για διεπιστημονική προσέγγιση των επιστημονικών τομέων στο σχολείο κι αναφέρει ότι: α) η ικανότητα για αποτελεσματική εργασία σε σύνθετα συστήματα, β)οι επικοινωνιακές ικανότητες και *η ικανότητα συνεργασίας μέσα σε ομάδες που αποτελούνται από διάφορους ειδήμονες*, γ)ο σχεδιασμός πρότζεκτ με πολλά στάδια, η επίβλεψη της προόδου τους και η τελική αξιολόγησή τους και δ) η ικανότητα συνεχούς εξέλιξης και προσαρμογής στις συνεχώς αναπτυσσόμενες τεχνολογίες είναι αναγκαίες σε ένα σύγχρονο περιβάλλον κι αποτελούν προκλήσεις για τους/τις εκπαιδευτικούς που ασχολούνται με τα μαθηματικά και τη φυσική», στο Παπαθανασίου(2016)»(σελ.15).

Επιπλέον, η σημασία της διεπιστημονικότητας τονίζεται σε εγκύκλιο σχετική με τα σχολικά προγράμματα, όπου ενδεικτικά αναφέρεται ότι ο/η εκπαιδευτικός επιλέγει πρόγραμμα, σε συνεργασία με τους/τις μαθητές/μαθήτριες, ώστε

•να εμπίπτει στα ενδιαφέροντα των μαθητών/τριών, προκειμένου να ενεργοποιούνται εσωτερικά κίνητρα και να διασφαλίζεται η συνοχή της μαθητικής ομάδας και η συνεργασία των μελών της

•να σχετίζεται άμεσα με τις προσωπικές/κοινωνικές εμπειρίες των μαθητών/τριών και να ανταποκρίνεται στις ανάγκες τους

•να είναι επίκαιρο

•να διέπεται από στοιχεία καινοτομίας ως προς τις διδακτικές/ερευνητικές προσεγγίσεις

•να μπορεί να εξεταστεί και να αναλυθεί πολύπλευρα στο πλαίσιο *της διαθεματικής/διεπιστημονικής προσέγγισης* και να υποστηρίζει τους διδακτικούς σκοπούς και στόχους του Προγράμματος Σπουδών

•Να ενθαρρύνει δημοκρατικές συμπεριφορές που διέπονται από τις αξίες της αλληλεγγύης και του σεβασμού της διαφορετικότητας

•Να δίνει τη δυνατότητα εμπλοκής όλων των μαθητών/τριών, αξιοποιώντας τις ξεχωριστές Ικανότητες, δεξιότητες και γνώσεις κάθε μαθητή/τριας.(Πηγή άρθρου: eTwinning: Τα σχολεία που πήραν τα πρώτα βραβεία fresh-education)

2.9.ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΚΑΙ ΜΑΘΗΤΡΙΩΝ ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΉ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

Στη φυσική πολλές φορές χρειάζεται να χρησιμοποιηθούν τα μαθηματικά. Ωστόσο αρκετές φορές οι μαθητές και οι μαθήτριες παρουσιάζουν δυσκολίες σε ορισμένες μαθηματικές έννοιες που θα εφαρμόσουν στη φυσική τους. Στο «Turşucu et al.(2020)»,εξετάστηκε η έννοια του συμβόλου και η συμπεριφορά έξι μαθητών φυσικής της 10ης τάξης, που έλυναν αλγεβρικά προβλήματα Φυσικής. Οι μαθητές όντως δυσκολεύονταν να εφαρμόσουν την άλγεβρα στη φυσική, επειδή δεν είχαν τόσο επαρκή συμπεριφορά αίσθησης συμβόλων όσο και βασικές αλγεβρικές δεξιότητες. Σε προβλήματα με περισσότερες μεταβλητές, οι μαθητές κολλούσαν. Στο «Sherin,2001» υποστηρίζεται, ότι οι μαθητές/-τριες Φυσικής μαθαίνουν να κατανοούν τις εξισώσεις Φυσικής με βάση ένα λεξιλόγιο στοιχείων που ονομάζονται συμβολικές μορφές. Κάθε συμβολική μορφή συνδέει ένα απλό εννοιολογικό σχήμα με ένα μοτίβο συμβόλων σε μια εξίσωση.

2.10.ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΚΑΙ ΜΑΘΗΤΡΙΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

Στην κινηματική, η έννοια της μέσης ταχύτητας δυσκολεύει τους μαθητές και τις μαθήτριες. Ως μέση ταχύτητα, ορίζεται το πηλίκο του μήκους διαδρομής που διένυσε ένα κινητό σε ορισμένο χρόνο(χρονικό διάστημα), προς το χρόνο αυτό. Μία παράμετρος όμως που αρκετές φορές μπερδεύει τους/τις μαθητές/-τριες είναι, ότι το μήκος διαδρομής είναι διαφορετικό από το μέτρο της μετατόπισης. Έτσι, όταν σε έναν αγώνα κολύμβησης 100m ,ο κολυμβητής διανύει δύο φορές το μήκος πισίνας 50m κι επιστρέφει στο σημείο εκκίνησης, τότε το μήκος διαδρομής που διένυσε είναι s=(50m)+(50m)=100m.(σχολικό βιβλίο Φυσικής Β’ Γυμνασίου).

2.11.ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

Οι παράγοντες που επηρεάζουν την κατανόηση της μέσης ταχύτητας είναι πολύπλοκοι και ποικίλοι, και προέρχονται από το πολιτισμό, το περιβάλλον, το εκπαιδευτικό σύστημα και τις εκπαιδευτικές πρακτικές που εφαρμόζονται σε κάθε χώρα. «Σύμφωνα με τον Σιαφάκα(2017), «οι παράγοντες επιρροής της κατανόησης της έννοιας της μέσης ταχύτητας είναι:

Α)*Κοινωνικοπολιτισμικοί(*π.χ. Στην έρευνα των Kadir, Foong, Wong και Kuppan (2011), παρουσιάζονται οι δυσκολίες για την κατανόηση της μέσης ταχύτητας στη φυσική σε μαθητές στην Σιγκαπούρη, στον υπολογισμό του χρόνου κίνησης, με αποτέλεσμα να βρουν λανθασμένα αποτελέσματα, όταν *μέσα στον χρόνο κίνησης συμπεριλαμβανόταν και χρόνος στον οποίο το σώμα ήταν ακίνητο*.

Β*) Παράγοντες του περιβάλλοντος στο οποίο ζουν οι μαθητές* (Driver et al., 1994), όπως:

α)*η γλώσσα*, σαν την περίπτωση μαθητών της Ταιβάν, που υπολογίζουν την διανυσματική έναντι της μέσης ταχύτητας, όπως και στην καθημερινότητά τους (Chiu, 2008).Στην έρευνα των Métioui & Baulu MacWillie (2013),με γαλλόφωνους μαθητές, Καναδά, Γαλλίας και Μαρόκου, αντί να συμπεριλάβουν τον χρόνο για να δικαιολογήσουν ποιο σώμα θα τερματίσει στην διαδρομή πρώτο, εστίασαν στο μήκος της διαδρομής, στο σημείο εκκίνησης και στα χαρακτηριστικά του σώματος. Στην ερώτηση επίσης τι είναι ταχύτητα, οι μαθητές απάντησαν πως αναφέρεται στο πόσο γρήγορα γίνεται κάτι, ενώ στην ερώτηση τι είναι χρόνος, όρισαν το χρόνο βάσει των μονάδων μέτρησής του, είτε ως χρονική διάρκεια ή ταχύτητα ενός συμβάντος, είτε με το κλίμα, είτε με τα εργαλεία μέτρησης του χρόνου.

β)*το εκπαιδευτικό σύστημα και το σύστημα αρχών* της κοινωνίας (Zhou et al., 2000).Οι Κινέζοι μαθητές/ εκπαιδευτικοί εμφάνισαν ταχύτερη ανάπτυξη στρατηγικών από τους Αμερικανούς μαθητές/εκπαιδευτικούς, αφού εκτίθενται στις έννοιες του χρόνου, της απόστασης και της ταχύτητας πιο πριν.

γ) ο τύπος σχολείου και η εκπαίδευση των εκπαιδευτικών μπορεί να αναιρεί ή να ενισχύει τις διαφορές στις κατανοήσεις των μαθητών ανά τις περιοχές. Σε έρευνα των Zhou, Peverly & Lin (2004)αναφορικά με τις κινήσεις σωμάτων, υποδεικνύει ότι η ποιότητα της διδασκαλίας και οι εκπαιδευτικές προσεγγίσεις μπορούν να επηρεάσουν την κατανόηση των μαθητών ανεξαρτήτως του κοινωνικοοικονομικού περιβάλλοντος..

δ)*Η οργάνωση του εκπαιδευτικού συστήματος* και ειδικότερα η *δομή της ύλης* παίζει καθοριστικό ρόλο στην κατανόηση. Έτσι, οι Κινέζοι/-ες μαθητές/-τριες εκτίθεται σε λεκτικά προβλήματα ταχύτητας, στα κεφάλαια των αλγεβρικών εξισώσεων ενώ στη Σιγκαπούρη στα κεφάλαια των κλασμάτων και των λόγων, αργότερα και σε λιγότερες τάξεις από αυτούς, για αυτό στους κινέζους μαθητές κυριάρχησαν οι αριθμητικές και αλγεβρικές λύσεις, ενώ στη Σιγκαπούρη χρησιμοποιούν περισσότερες και διαφορετικές στρατηγικές (Jiang, Hwang & Cai, 2014; Jiang & Chua, 2009),(σελ.38-42)».

2.12.ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΟΛΟΓΙΚΕΣ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

Στο Σιαφάκα(2017) αναφέρεται ότι οι Billings και Klanderman(2000) αναγνώρισαν ένα βασικό εμπόδιο που εμφανίζουν οι εκπαιδευτικοί πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στον τρόπο που κατανοούν την μέση ταχύτητα και είναι η *σύγχυση στιγμιαίας και μέσης ταχύτητας,* που σε μεγάλο βαθμό προέρχεται από την καθημερινότητα των ατόμων (το αμάξι ξεκινάει αργά και επιταχύνει πριν διατηρήσει σταθερή την ταχύτητά του, δημιουργώντας σύγχυση για το ποια είναι η μέση ταχύτητα και ποια η στιγμιαία).

Η μέση ταχύτητα διαφέρει από τη στιγμιαία ταχύτητα που θεωρείται ως η ταχύτητα ενός σώματος σε μια δεδομένη χρονική στιγμή. Ορίζεται ως το όριο της μέσης ταχύτητας του σώματος σε χρονικά διαστήματα ολοένα και πιο μικρά γύρω από τη δεδομένη χρονική στιγμή. Καθώς το χρονικό διάστημα τείνει στο μηδέν, η ταχύτητα τείνει σε μια τιμή που ορίζεται ως η στιγμιαία ταχύτητα κατά τη χρονική στιγμή t. (https://el.m.wikipedia.org › wiki).

2.13.ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ

Οι μαθητές/-τριες δυσκολεύονται πολύ να κατανοήσουν την έννοια της εξίσωσης. Αρκετά συχνά επικεντρώνονται στον υπολογιστικό τρόπο σκέψης παρά στον εννοιολογικό(Thompson, Phillip, Thompson,& Boyd, 1994),όπως αναφέρουν και Οι Capraro and Joffrion(2006).Η έννοια της *μεταβλητής συνήθως αντιλαμβάνεται ως κάτι που μπορεί να αλλάξει*, αλλά οι μαθητές και μαθήτριες αντιμετωπίζουν μεταβλητές *με περιορισμένο σύνολο λύσεων* σε απλές εξισώσεις όπως x + 7 = 9. Οι Capraro and Joffrion(2006)σημειώνουν, ότι ο Perso (1996) ανησυχεί για το ότι η έννοια των αντίστροφων πράξεων επισκιάζεται από τον απομνημονευμένο κανόνα «Αλλάξτε πλευρά, αλλάξτε πρόσημο». Μεταξύ των μεγαλύτερων δυσκολιών των μαθητών είναι *η μοντελοποίηση εξισώσεων από καταστάσεις προβλημάτων.* Πολλοί/-ές μαθητές/τριες αντιμετωπίζουν *δυσκολίες στη μετάφραση λεκτικών προβλημάτων σε μαθηματικές εξισώσεις*, προκαλώντας σύγχυση(Rosnick, 1981), στο Capraro and Joffrion(2006).Για παράδειγμα δυσκολεύονται να μεταφράσουν λεκτικά προβλήματα όπως το «5 περισσότερο από το 3πλάσιο ενός αριθμού», ή το «τρία λιγότερο από έναν αριθμό» που ερμηνεύεται από πολλούς μαθητές ως «3 – x», αφού βλέπουν μηχανικά τις λέξεις «λιγότερο από» να ακολουθούν το 3. Έρευνες, δίνουν πλήθος παραδειγμάτων μαθητών που χάνονται στη μετάφραση όταν προσπαθούν να μεταβούν από μια αναπαράσταση μιας μαθηματικής κατάστασης ή σχέσης σε μια άλλη (Duval, 2006- Gagatsis & Shiakalli, 2004) στο Capraro and Joffrion(2006). Ο (Duval, 2006, σ. 121) έχει προτείνει ότι αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι τα μεταφραστικά λάθη συνήθως «εκλαμβάνονται ως ένδειξη εννοιολογικής ακατανοησίας» και όχι ως ένδειξη λανθασμένης εφαρμογής των μεταφραστικών δεξιοτήτων.

Τέλος, παρατηρείται ότι πολλοί/-ές μαθητές/τριες μπορούν *να δημιουργήσουν γραφικές αναπαραστάσεις από σημεία ενός πίνακα ή από μια εξίσωση, αλλά μπορεί να μην αναγνωρίζουν τα κοινά χαρακτηριστικά μεταξύ της αρχικής και της επιθυμητής αναπαράστασης*. (Duval, 2006)». Το πρόβλημα επιδεινώνεται από την τάση ορισμένων μαθητών να επικεντρώνονται αποκλειστικά στον μηχανισμό επίλυσης ενός προβλήματος, αγνοώντας την κατανόηση της έννοιας που κρύβεται πίσω από αυτό. Κατά συνέπεια, *η ανάπτυξη εννοιολογικής κατανόησης και η ικανότητα μετάφρασης μεταξύ διαφορετικών μαθηματικών αναπαραστάσεων αποτελούν κρίσιμες δεξιότητες που πρέπει να αναπτύσσονται περαιτέρω στην εκπαίδευση.*

Οι Kwaku Adu-Gyamfi, Lee V. Stiff, Michael J. Bossé 2012, ανέπτυξαν το Μοντέλο Μετάφρασης-Επαλήθευσης , με σκοπό την εξήγηση συμπεριφοράς των μαθητών κατά τη μετάφραση πληροφοριών από μία μαθηματική αναπαράσταση σε μία άλλη(επαλήθευση ισοδυναμίας, εφαρμογής και χαρακτηριστικών).

Παρατήρησαν ότι συγκεκριμένα σφάλματα μετάφρασης τείνουν να εμφανίζονται σε διαφορετικά στάδια της μεταφραστικής διαδικασίας δηλαδή της διαδικασίας κατά την οποία οι καλά διαμορφωμένες δομές μιας μαθηματικής αναπαράστασης (αναπαράσταση πηγής),αντιστοιχίζονται σε εκείνες μιας άλλης(αναπαράσταση στόχου), όπως η λήψη μιας συνάρτησης που εκφράζεται σε μορφή πίνακα και η έκφρασή της σε συμβολική μορφή ως κανόνας ή σχέση εξάρτησης(πίνακας 1). Μία μετάφραση θα είναι επιτυχής εάν τα στοιχεία ή οι δομές που εκφράζονται στην αναπαράσταση πηγής αρθρώνονται επιτυχώς μέσω δομών πού είναι διαθέσιμες στην αναπαράσταση στόχου.

Μετάφραση ενεργειών και διαδικασιών			
Από Σε	Πίνακας(table)	Γράφημα(graph)	Συμβολική μορφή(symbolic)
Πίνακας (table)		Απεικόνιση σημείων(plotting points)	Προσαρμογή καμπύλης(curve fitting)
Γράφημα (graph)	Ανάγνωση διατεταγμένων ζευγών(Reading ordered pairs)		Προσαρμογή καμπύλης(curve fitting)
Συμβολική μορφή (symbolic)	Υπολογισμός διατεταγμένων ζευγών(computing ordered pairs)	Σκιαγράφηση αλγεβρικών πληροφοριών(sketching algebraic information)	

Πίνακας 1 (Kwaku Adu-Gyamfi,Lee V. Stiff, Michael J. Bossé, 2012,σελ.162)

Οι Adu-Gyamfi, Stiff, Bossé (2012), κατατάσσουν τα σφάλματα σε τρεις κατηγορίες: σφάλμα εφαρμογής, σφάλμα ερμηνείας και σφάλμα διατήρησης. Το *σφάλμα εφαρμογής* προκύπτει όταν ένα βήμα σε έναν αλγόριθμο εκτελείται εσφαλμένα, όπως ένα υπολογιστικό λάθος. Το *σφάλμα ερμηνείας* παρουσιάζεται όταν τα χαρακτηριστικά ή οι ιδιότητες των αναπαραστάσεων πηγής και στόχου δεν αποδίδονται σωστά. Τέλος, το *σφάλμα διατήρησης* συμβαίνει όταν τουλάχιστον ένα χαρακτηριστικό ή μια ιδιότητα της αναπαράστασης στόχου δεν αναγνωρίζεται σωστά. Αυτά τα σφάλματα επισημαίνουν τις πιθανές δυσκολίες στη μετάφραση μαθηματικών αντικειμένων από μια αναπαράσταση σε μια άλλη. Η κατανόηση αυτών των σφαλμάτων μπορεί να βοηθήσει στη βελτίωση της διαδικασίας μετάφρασης και στην αποτελεσματική μετάδοση της μαθηματικής γνώσης.».

Ο Star, (2002), παρουσιάζει τις μεθόδους επίλυσης δύο μαθητών. Ο πρώτος μαθητής, ακολουθεί τα τυπικά βήματα:

1. Χρησιμοποιήστε την επιμεριστική ιδιότητα για να «επεκτείνετε» τις παρενθέσεις (EXPAND).

1. Μετατρέψτε την εξίσωση σε τυπική μορφή (ax + b = cx + d) συνδυάζοντας όλους τους μεταβλητούς όρους (COMBINE VARS) και τους σταθερούς όρους (COMBINE CONST)σε κάθε πλευρά.
2. Πάρτε τους μεταβλητούς όρους στην αριστερή πλευρά (MOVE VARS) και τις σταθερές στην δεξιά πλευρά (MOVE CONST).
3. Διαιρέστε με τον συντελεστή του μεταβλητού όρου στην αριστερή πλευρά (DIVIDE).

Τύποι καινοτομιών στη λύση γραμμικών εξισώσεων

Καινοτομία (innovation)	Μετασχηματισμός (transformation)	Παράδειγμα προβλήματος (Example problem)	Λύση χρησιμοποιώντας τη συνήθη διαδικασία (Solution using standard solution procedure)	Καινοτόμος άτυπη λύση(Innovating atypical solution)
1. Αναγωγή ομοίων όρων (Change in variable)	Συνδιάζοντας μεταβλητές (Combine vars)	4(x+1) +2(x+1) =0	4(x+1) +2(x+1) =0 4x+4+2x+2=0 6x+6=0 6x=-6 X=-1	4(x+1) +2(x+1) =0 6(x+1) =0 X+1=0 X=-1
	Μετακινώντας μεταβλητές (Move vars)	7(x+2) =2(x+2)+5	7(x+2) =2(x+2)+5 7x+14=2x+4+5 7x+14=2x+9 5x=-5 X=-1	7(x+2) =2(x+2)+5 5(x+2) =5 X+2=1 X=-1
2. Διαγράφω έναν όρο (cancel a term)	Μετακινώντας μεταβλητές (Move vars)	6x+5x+2x=10+6x+2x	6x+5x+2x=10+6x+2x 13x=10+8x 5x=10 X=2	6x+5x+2x=10+6x+2x 5x=10 X=2
3. Πολλαπλασιάζω πρώτα (multiply first)	Διαιρώ (divide)	0,2x+0,7=1,3	0,2x+0,7=1,3 0,2x=0,6 X=3	0,2x+0,7=1,3 2x+7=13 2x=6 X=3

4.Διαιρώ πρώτα (divide first)	Διαιρώ(divide)	3(x+1)=12	3(x+1)=12 3x+3=12 3x=9 X=3	3(x+1)=12 X+1=4 X=3

Πίνακας 2(Star,2002,σελ.40)

Η δεύτερη μαθήτρια, μπορεί να λύσει σωστά τα προβλήματα,όμως, στο πρώτο της βήμα στο πρόβλημα 4(x+1)+2(x+1)=0, συνδυάζει 4(x + 1) και 2(x + 1) για να δώσει 6(x + 1), στο δεύτερο βήμα της, στο πρόβλημα 3(x+1)=12, ξεφεύγει από την τυπική διαδικασία επίλυσης, διαιρώντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 3 (Πίνακας 2). Με αυτά τα παραδείγματα , ο Star, (2002), προτείνει λοιπόν,δύο κεντρικά χαρακτηριστικά της «προσεκτικής» εκτέλεσης διαδικασιών που είναι (α) *η ευελιξία* η οποία αναφέρεται στην ικανότητα να χρησιμοποιηθούν διάφορες μαθηματικές διαδικασίες για να βρεθεί η καλύτερη λύση για ένα πρόβλημα (Beishuizen, van Putten, & van Mulken,1997- Feltovich, Spiro, & Coulson, 1997) και (β*) η καινοτομία*(Gick, 1986- Ryle, 1949- Simon &Reed, 1976),η οποία αφορά στη δημιουργική χρήση των βημάτων μιας διαδικασίας για να επιτευχθεί μια πιο αποτελεσματική λύση. Αυτό σημαίνει ότι οι ευέλικτοι/ες λύτες/τριες έχουν περισσότερα «εργαλεία» διαθέσιμα για να χρησιμοποιήσουν, ενώ η καινοτομία επιτρέπει τη χρήση αυτών των εργαλείων με δημιουργικούς τρόπους για μια αποτελεσματικότερη επίλυση προβλημάτων.

Οι Huntley et al(2007),διερεύνησαν την ευελιξία και την προσαρμοστικότητα των αλγεβρικών γνώσεων ζευγαριών μαθητών κατά την επίλυση τριών γραμμικών εξισώσεων της μορφής $ax \pm b = cx \pm d$, μία που οδηγεί σε μοναδική λύση, μία που οδηγεί σε *ταυτότητα* και μία που οδηγεί σε *αδύνατη* και στη συνέχεια τη γραφική σχέση μεταξύ των ευθειών που αντιστοιχούν στις εκφράσεις εκατέρωθεν κάθε εξίσωσης. Τα ευρήματά έδειξαν ότι οι περισσότεροι/ες μαθητές/ιες ήταν πιο επιτυχημένοι/ες στην επίλυση της εξίσωσης που είχε μοναδική λύση από ό,τι εκείνων που δεν είχαν. Επιπλέον, ενώ οι περισσότεροι/ες μαθητές/τριες κατανόησαν τη γραφική λύση μιας εξίσωσης ως την τετμημένη x του σημείου τομής των ευθειών που αντιστοιχούν στις εκφράσεις εκατέρωθεν του σημείου της ισότητας, αντιμετώπισαν δυσκολίες σε ευθείες που συνέπιπταν(αόριστη εξίσωση) ή ήταν παράλληλες(αδύνατη εξίσωση).

2.14. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

Από σχετική ερευνητική μελέτη ο Redish (2006) συμπεραίνει ότι «η χρήση των εξισώσεων στη Φυσική είναι μια πολύ πιο περίπλοκη γνωσιακή διαδικασία από ό, τι οι μαθητές αντιλαμβάνονται από τα Μαθηματικά τους. Στη Φυσική η έρευνα των White & Mitchelmore (1996) δείχνει ότι μια σημαντική πηγή δυσκολιών των μαθητών στην εφαρμογή των εξισώσεων είναι η μη αποσαφηνισμένη έννοια της μεταβλητής. Συγκεκριμένα, οι μαθητές συχνά αντιμετωπίζουν τις μεταβλητές ως σύμβολα που πρέπει να χειρίζονται, και όχι ως ποσότητες που πρέπει να συσχετιστούν». Η Sherin (2001) θέτει ζήτημα τι σημαίνει να καταλάβει κανείς μια εξίσωση Φυσικής και εξηγεί πως η χρήση επίσημων εκφράσεων στη Φυσική δεν είναι μόνο θέμα αυστηρής και τυπικής εφαρμογής των αρχών ακολουθούμενη από τον επίσημο χειρισμό των εκφράσεων. Από την έρευνά της συμπεραίνει πως πιθανόν, οι επιτυχημένοι μαθητές μαθαίνουν να κατανοούν τις εξισώσεις με μια αίσθηση έκφρασης και αυτό είναι που τους καθοδηγεί. Πιο συγκεκριμένα, οι μαθητές μαθαίνουν να κατανοούν τις εξισώσεις Φυσικής από την άποψη ενός λεξιλογίου στοιχείων που ονομάζει συμβολικές μορφές. Κάθε συμβολική μορφή συνδέει ένα απλό εννοιολογικό σχήμα με ένα πρότυπο συμβόλων σε μια εξίσωση Οι εννοιολογικές, επιστημολογικές και συναισθηματικές αντιδράσεις μπορούν να αλληλοεπιδρούν με σύνθετους τρόπους. Αυτές οι βασικές ιδέες είναι:

Η ενσωματωμένη γνώση: Τα φαινομενολογικά αρχέτυπα συνδέουν τη βασική λογική της Φυσικής με την ενσωματωμένη εμπειρία.

Η εγκυκλοπαιδική γνώση: Οι πολλαπλοί παραγωγικοί πόροι χρησιμοποιούνται δυναμικά.

Το περιεχόμενο: Η ενεργοποίηση εξαρτάται από εννοιολογικούς, επιστημολογικούς και συναισθηματικούς παράγοντες.

2.15.ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΕΞΙΣΩΣΗΣ(ΣΥΓΚΛΙΣΕΙΣ/ΑΠΟΚΛΙΣΕΙΣ).

Η έννοια της μέσης ταχύτητας στη Φυσική βοηθά στην κατανόηση της έννοιας εξίσωσης στα Μαθηματικά , καθώς επιτρέπει τη δημιουργία μαθηματικών μοντέλων για να περιγραφεί η κίνηση αντικειμένων. Κατανοώντας πώς η απόσταση σχετίζεται με τον χρόνο και την ταχύτητα, οι μαθητές/-τριες μπορούν να διαμορφώσουν μαθηματικές εξισώσεις που αντιπροσωπεύουν αυτήν τη σχέση.

Αντίστροφα, η κατανόηση της έννοιας εξίσωσης στα μαθηματικά δευτέρας γυμνασίου μπορεί να ενισχυθεί από τη σύνδεση με τη φυσική. Οι μαθητές/-τριες μπορούν να αντλήσουν πρακτικές εφαρμογές για τις μαθηματικές έννοιες, εφαρμόζοντας τις εξισώσεις που μαθαίνουν σε καταστάσεις κίνησης και μέσης ταχύτητας, προσφέροντας έτσι μια πιο πρακτική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

Ωστόσο, στα μαθηματικά ο όρος εξίσωση αποτελεί μία σχέση μεταξύ ενός αγνώστου x και δύο άλλων γνωστών ποσοτήτων (π.χ. αx=β), και το ζητούμενο είναι να υπολογιστεί ο άγνωστος χ, ενώ στη φυσική ο τύπος που ορίζει και περιγράφει την μέση ταχύτητα, αποτελεί μία σχέση συνάρτησης στην οποία απεικονίζονται τρία φυσικά μεγέθη(η μέση ταχύτητα που συμβολίζεται με υμ, το διάστημα που συμβολίζεται με s και ο χρόνος που συμβολίζεται με t). Στη συνάρτηση αυτή όμως ,αν έχουμε δεδομένες τιμές για τα δύο μεγέθη δηλαδή αν έχουμε γνωστά τα δύο από τα τρία φυσικά μεγέθη της συνάρτησης, προκύπτουν τρεις διαφορετικές εξισώσεις: s= υμ .t , υμ =s /t , t= s / υμ, με έναν άγνωστο σε κάθε μία από αυτές (s,υμ,t αντιστοίχως). Επομένως, ενώ στη φυσική ο τύπος της μέσης ταχύτητας είναι συνάρτηση, ωστόσο περιγράφεται ως εξίσωση όταν υπάρχουν δύο γνωστά μεγέθη και ένα άγνωστο. Προκύπτει λοιπόν, ότι παρόλο που έχουμε σύγκλιση στα μαθηματικά και τη φυσική αφού ο τύπος s= υμ .t και η εξίσωση β=α.x, έχουν την ίδια συμβολική μορφή(σημειογραφία), ωστόσο, αλλάζοντας τα δεδομένα προκύπτουν τρεις διαφορετικές εξισώσεις.

Για παράδειγμα παρουσιάζουμε το παρακάτω πρόβλημα:

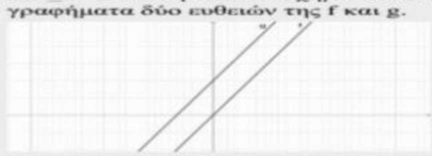
Ένα αυτοκίνητο κινείται με μέση ταχύτητα 60 km/h.α)Πόσο χρόνο χρειάζεται για να διανύσει 240 km;β)πόσο χρόνο χρειάζεται για να διανύσει 180 km;γ)πόσο διάστημα θα έχει διανύσει σε 6 ώρες;

Σε αυτό το παράδειγμα διαφαίνεται ότι ενώ το s(t)=60t είναι συνάρτηση, περιγράφεται και χρησιμοποιείται ως εξίσωση με ξεχωριστά ερωτήματα και συγκεκριμένα: το α) ερώτημα προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης: 240 = 60.t, ενώ το β)ερώτημα, από την επίλυση της εξίσωσης: 180 = 60t. Επίσης, ενώ η εξίσωση έχει μία λύση ή άπειρες ή καμία στα μαθηματικά, στη φυσική αλλάζοντας τα δεδομένα έχουμε πολλές λύσεις για κάθε εξίσωση που προκύπτει(ένας άγνωστος για πολλές εξισώσεις).

Συνεχίζοντας στις διεπιστημονικές προσεγγίσεις μεταξύ Μαθηματικών-Φυσικής, για τις συγκεκριμένες έννοιες, παραθέτουμε κάποιες επιπλέον μελέτες. Στο « Τζιούφας & Τσαρούχας(2019)», διερευνάται σε ποιο βαθμό συσχετίζονται οι πεποιθήσεις των μαθητών με τις γνωστικές τους πεποιθήσεις στην κοινή έννοια της γραμμικής συνάρτησης/εξίσωσης και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τα ευρήματα της βιβλιογραφικής ανασκόπησης και ερμηνεύονται και μέσα από την σύγκριση των σχετικών αναφορών στα προγράμματα σπουδών και τα σχολικά εγχειρίδια, στην ίδια ή στις διαφορετικές διδακτικές θεωρήσεις της Φυσικής και των Μαθηματικών. Στα Μαθηματικά για τις συναρτήσεις/εξισώσεις προσδιορίζονται, η σημαντικότητά τους ως έννοιες, η εννοιολογική τους κατανόηση, προβληματικές, η χρηστικότητά τους και οι διαφορετικές πτυχές που πρέπει να αναπτύξει ένας μαθητής για να κατανοήσει την πολλαπλή εφαρμοστικότητά τους (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Αντίστοιχα στη Φυσική αναφέρεται η εξέλιξη και η σημασία της χρήσης των Μαθηματικών στην περιγραφή και την ερμηνεία των φυσικών φαινομένων, ο τρόπος χρήσης και η εμφάνιση των εξισώσεων γενικότερα, οι τρόποι αναπαράστασης των εξισώσεων με έμφαση στην συμβολική και γραφική μορφή και τέλος, η χρήση των εξισώσεων και των γραφημάτων στην κινηματική. Από την μελέτη προκύπτει πως στην Φυσική υπάρχει δυσκολία κατανόησης της φυσικής σημασίας των μεταβλητών και των μονάδων μέτρησής τους, ιδιαίτερη δυσκολία κατανόησης της ταχύτητας και της επιτάχυνσης ως ρυθμοί μεταβολής, καθώς επίσης πως οι μαθητές, συχνά ερμηνεύουν τα γραφήματα εναλλακτικά, ως εικόνα της πραγματικής κατάστασης. Ένα παράδειγμα διεπιστημονικής διασύνδεσης δίνεται στην εικόνα 4:

Η τέταρτη ερώτηση είχε ως σκοπό την αναγνώριση της συνάφειας των παραμέτρω παράλληλων ευθειών στη γραμμική εξίσωση, στα Μαθηματικά και σε διάγραμμα χρόνου, στη Φυσική. Σε κάθε κλάδο είχε τέσσερις ερωτήσεις και ήταν η μοναδική ερ που είχε δύο σωστές απαντήσεις. Οι ερωτήσεις ήταν:

Πίνακας 9.8 Η τέταρτη ερώτηση γνωστικού

ΦΓ_4. Δύο δρομείς κινούνται στην ίδια ευθεία. Στο παρακάτω διάγραμμα παριστάνεται η θέση τους x σε σχέση με το χρόνο t.  **<u>Με ποιες</u>** από τις παρακάτω **προτάσεις συμφωνείς;**	ΜΓ_4. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τ γραφήματα δύο ευθειών της f και g.  **<u>Με ποιες</u>** από τις παρακάτω **προτάσει συμφωνείς;**
i. Η μεταξύ τους απόσταση κάθε χρονική στιγμή διατηρείται σταθερή	Οι δύο ευθείες έχουν την ίδια κλίση.
ii. Κάθε χρονική στιγμή βρίσκονται στην ίδια θέση	Η ευθεία που παριστάνει η g έχ μεγαλύτερη κλίση από την ευθεία πο παριστάνει η f.
iii. Οι δύο δρομείς κινούνται με την ίδια ταχύτητα	Η διαφορά των τεταγμένων των δύ ευθειών με την ίδια τετμημένη θα είνα σταθερή.
iv. Η ταχύτητα του Α είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του Β.	Η διαφορά των τεταγμένων των δύο ευθειώ με την ίδια τετμημένη θα είναι μηδενική.

Εικόνα 4,(Τζιούφας & Τσαρούχας,2019,σελ.59)

Στην παρούσα έρευνα, θα επικεντρωθούμε σε κατασκευή διεπιστημονικών προβλημάτων από εκπαιδευτικούς πού θα συμβάλλουν κυρίως στην άρση των παρακάτω :

1)δυσκολιών κατανόησης της εξίσωσης:

α)μετάφραση από λεκτικές σε συμβολικές εκφράσεις(«Rosnick, (1981) στο Capraro, M.,& Joffrion, H.(2006)»)

β)εκτέλεση βημάτων επίλυσης κλασματικών εξισώσεων (απαλοιφή παρονομαστών..) ή επίλυσης εξισώσεων τύπου ισότητας λόγων με σταυρωτά γινόμενα («χιαστί»)(Star,2002),

γ) αναγνώριση ότι μία εξίσωση μπορεί να έχει μία, καμία ή άπειρες λύσεις (Huntley et al.,2007)

2)δυσκολιών κατανόησης της μέσης ταχύτητας:

α)σύγχυση στιγμιαίας και μέσης ταχύτητας(Billings και Klanderman,2000,στο «Σιαφάκα,2017»)

β)λάθος υπολογισμού της όταν στο χρόνο κίνησης υπάρχει χρόνος με σώμα ακίνητο(Kadir, Foong, Wong και Kuppan,2011), στο Σιαφάκας,2017)

γ)παρερμηνεία των εννοιών [χρονική στιγμή, χρονικό διάστημα],[απόσταση, μετατόπιση](έρευνα των Métioui & Baulu MacWillie ,(2013),στο «Σιαφάκας,2017» και σχολικό βιβλίο Φυσικής Β' Γυμνασίου)

2.16.ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών(πεποιθήσεις, αντιλήψεις και απόψεις, τις θεωρούμε ταυτόσημες έννοιες)για την κατασκευή προβλήματος, επηρεάζουν την απόφαση τους να κατασκευάζουν ή όχι προβλήματα που θα χρησιμοποιήσουν στην τάξη τους. Ακόμα και ο τρόπος επιλογής των στοιχείων κατασκευής του προβλήματος(το περιεχόμενο του) παίζει σημαντικό ρόλο στη δομή του, για το γεγονός εάν είναι ελκυστικό ή όχι για τους μαθητές τους. Εάν για παράδειγμα περιέχει όσο το δυνατόν περισσότερα στοιχεία από αγαπημένες ασχολίες ή αγαπημένα πρόσωπα των μαθητών τους(χόμπι , σχολικό περιβάλλον, επαγγέλματα οικογένειας, νέες τεχνολογίες) είναι πιο πιθανό να κεντρίσουν το ενδιαφέρον τους. Κατά τη γνώμη μου σε αυτό παίζει μεγάλο ρόλο και ο χαρακτήρας αλλά και οι εμπειρίες των εκπαιδευτικών. Εάν δηλαδή είναι ενεργητικοί , δοτικοί, κοινωνικοί, αγαπούν τα παιδιά, τους αρέσει η πρόοδος, η ανάπτυξη και, μεθοδικότητα, εάν είναι υποστηρικτικοί και θέλουν να βλέπουν τη χαρά της δημιουργίας στα μάτια τους, αυτά είναι στοιχεία του χαρακτήρα τους που θα μεταφερθούν στο υπό κατασκευή πρόβλημα και θα επηρεάσουν την ποιότητα του περιεχομένου του. Είναι πιο πιθανό επίσης οι εμπειρίες τους να μεταφερθούν στο πρόβλημα που θα κατασκευάσουν.

2.17.ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Εφόσον η κατασκευή προβλήματος είναι μία πάρα πολύ σημαντική διαδικασία για τη μαθηματική πρακτική και οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών παίζουν σπουδαίο ρόλο στη δημιουργία προβλήματος, θεωρούμε σκόπιμο να παραθέσουμε σχετικές έρευνες από τη βιβλιογραφία.

Στο Ζιάκας, (2022),η Hošpesová και η Tichá(2015), αναφέρουν ότι «οι αντιλήψεις των συνολικά 56 συμμετεχόντων (32 προπτυχιακοί φοιτητές και 24 εν ενεργεία εκπαιδευτικοί μαθηματικών) σχετικά με την κατασκευή προβλήματος ήταν οι εξής:

Η κατασκευή προβλήματος είναι σημαντική.

Ωστόσο κανένας από τους συμμετέχοντες δεν προσπάθησε να διατυπώσει ποιες είναι οι προϋποθέσεις, οι γνώσεις, οι δεξιότητες και οι απαραίτητες εμπειρίες για την επιτυχή κατασκευή προβλήματος.

Η κατασκευή προβλήματος ως διαδικασία είναι εκπληκτικά δύσκολη.

Επί αυτού, ορισμένα από τα σχόλιά των συμμετεχόντων έδειξαν ότι τους έκαναν να σκεφτούν την επάρκεια της βάσης των γνώσεων τους για τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Είναι πιο εύκολο να λύνεις προβλήματα που έχεις κατασκευάσει.

Δεν είναι καθήκον του εκπαιδευτικού να κατασκευάζει προβλήματα.

Άξιο αναφοράς είναι το γεγονός ότι μερικοί συμμετέχοντες εξέφρασαν το άγχος τους και αρνήθηκαν να κατασκευάσουν προβλήματα. Συμπληρωματικά δήλωσαν ότι δεν τους άρεσε να κατασκευάζουν προβλήματα επειδή η όλη διαδικασία είναι χρονοβόρα και ότι προτιμούν να εφοδιάζονται με έτοιμα προς λύση προβλήματα.

Τα προβλήματα που κατασκευάζει ένας εκπαιδευτικός είναι πιο ελκυστικά και σχετικά για τα παιδιά.

Σε αυτό το σημείο συνδεόταν η κατασκευή προβλήματος με τη δημιουργικότητα.

Τα προβλήματα που κατασκευάζει ένας εκπαιδευτικός βοηθούν στην κατανόηση των παιδιών.

Μερικές από αυτές τις αντιλήψεις σχετικά με την κατασκευή προβλήματος λαμβάνουν την οπτική γωνία του εκπαιδευτικού, ενώ άλλες λαμβάνουν την οπτική γωνία των μαθητών και μερικές εστιάζουν στο συναίσθημα»σελ.54-55.

Σύμφωνα με τον Ζιάκα (2022), παρουσιάζεται ότι οι X. Li, N. Song, S. Hwang και J. Cai σε εργασία τους(2020), αναφέρουν ότι «οι συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί (πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης) της έρευνας, αν και εντόπισαν πιθανά πλεονεκτήματα στη διδασκαλία μέσω της κατασκευής προβλήματος(για τη γνώση των μαθητών, για τα συναισθήματα των μαθητών και παιδαγωγικά πλεονεκτήματα, (ότι δηλαδή θα μπορούσε να διευκολύνει τη μαθηματική σκέψη των μαθητών, να προκαλέσει ένα θετικό κλίμα, την περιέργεια των μαθητών και συνεπώς την ενεργή συμμετοχή τους στην τάξη)),ήταν ωστόσο επιφυλακτικοί για πιθανές προκλήσεις. Το 50% των εκπαιδευτικών μαθηματικών αντιμετωπίζει ως πρόκληση την οργάνωση της τάξης για τη διδασκαλία διαμέσου της κατασκευής προβλήματος. Η έλλειψη χρόνου, η έλλειψη ενασχόλησης των εκπαιδευτικών με την κατασκευή προβλήματος ή γενικότερα η μη-επαφή αυτών με τη διαδικασία αυτή, είχε ως αποτέλεσμα το 46% να θεωρεί τη σχεδίαση εργασιών σχετικών με την κατασκευή προβλήματος ως εξίσου μία πρόκληση. Οι συμμετέχοντες της έρευνας δεν ήταν βέβαιοι πώς να επιλέξουν προβληματικές εργασίες και να δημιουργήσουν ένα μάθημα με τέτοιες εργασίες. Δεν ήταν επίσης σίγουροι για το τι είδους γνώσεις χρειάζονταν για τη χρήση αυτής της μεθόδου διδασκαλίας. Τα συμπεράσματα της εργασίας των Klein και Leikin (2020), για τις δεξιότητες και αντιλήψεις 44 εκπαιδευτικών μαθηματικών (4 της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης και 40 της δευτεροβάθμιας)σχετικά με την τοποθέτηση ανοιχτών εργασιών, είναι τα εξής:

- Οι μισοί από τους εκπαιδευτικούς ανέφεραν ότι είναι εξοικειωμένοι με την κατασκευή ανοιχτών προβλημάτων.

- Επίσης οι μισοί από αυτούς ανέφεραν ότι η κατασκευή ανοιχτών προβλημάτων είναι δύσκολη. Ο αριθμός μάλιστα των ετών εμπειρίας είχε σημαντική επίδραση στις αντιλήψεις τους.
- Τα χρόνια εμπειρίας είχαν σημαντική επίδραση στην αυτοπεποίθηση των εκπαιδευτικών στη χρήση των ανοιχτών προβλημάτων.
- Η εξοικείωση με την κατασκευή ανοιχτών προβλημάτων είχε μια σημαντική θετική συσχέτιση με την απόλαυση αυτής, την εξοικείωση με τη χρήση της στη διδασκαλία και την προθυμία για την εφαρμογή της»,σελ.51-52.

Τέλος, «οι εμπειρίες των υποψηφίων με προηγούμενη διδακτική εμπειρία, διαπιστώθηκε ότι διευκόλυνε την επιτυχή μετάβαση των εκπαιδευτικών στον νέο ρόλο τους. Η προηγούμενη διδακτική εμπειρία έχει θετικό αντίκτυπο στην ποιότητα της διδασκαλίας που παρείχαν στους μαθητές, οι καθηγητές Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών(Scribner & Akiba,2009)»,όπως αναφέρεται στο Κοκολάκη(2021).σελ.81.

2.18.ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ.

Όπως και στα μαθηματικά, το ίδιο και στη φυσική, οι εκπαιδευτικοί μεταφέρουν στη διδασκαλία τους, τις γνώσεις, εμπειρίες και αντιλήψεις τους σχετικά με το θέμα που διαπραγματεύονται, επομένως και στα προβλήματα που προτίθενται ή όχι να δημιουργήσουν. Στο «Κοκολάκη,(2021),αναφέρεται ότι οι εκπαιδευτικοί μπορεί να έχουν τις δικές τους άτυπες ιδέες για τις έννοιες και τις αρχές της Φυσικής, οι οποίες μπορεί να επηρεάσουν αρνητικά την παιδαγωγική τους πρακτική. Τέτοια περίπτωση είναι οι απόψεις Φυσικών ότι η Φυσική είναι εγγενώς πειραματική επιστήμη και επιστήμη που γίνεται στο εργαστήριο και όχι στο χαρτί. (Gerace, 2001; Mulhall & Gunstone, 2012; Stocklmayer et al., 2012), δημιουργώντας μια απόσταση από τα Μαθηματικά,σελ.79».

2.19.ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΚΗ

Παρατηρείται λοιπόν, μέσα από εκτεταμένες έρευνες και μελέτες που έχουν γίνει πάνω στην έννοια της «εξίσωσης» στα Μαθηματικά και «μέσης ταχύτητας» στη Φυσική, ότι οι μαθητές διαρκώς δυσκολεύονται να κατανοήσουν αυτές τις αφηρημένες έννοιες, κατά την διάρκεια όλων των βαθμίδων εκπαίδευσης.

Μάλιστα είναι λίγες οι πρόσφατες συγκριτικές μελέτες μεταξύ των τρόπων μάθησης/διδασκαλίας .Επιπροσθέτως αν και έχουμε εντοπίσει έρευνες άλλων χωρών(Σουηδία-Τέξας-Καναδά- Γαλλίας -Μαρόκου- Αμερικής– Κίνας), δεν έχουν καταγραφεί πολλές μελέτες που να αφορούν τη Β’ Γυμνασίου στη χώρα μας.

Επιπλέον εξετάζεται, εάν και με ποιο τρόπο η διεπιστημονική σύνδεση μεταξύ των δύο προαναφερθεισών εννοιών μέσω της δημιουργίας προβλημάτων, βοηθά στην προσαρμογή του τρόπου διδασκαλίας στις διδακτικές ανάγκες των μαθητών. Τέλος, ερευνούμε εάν η κατασκευή προβλήματος από τους εκπαιδευτικούς, μπορεί να επηρεάστηκε όχι μόνο από τις μαθηματικές/φυσικές γνώσεις τους αλλά και από άλλες εμπειρίες σε συναφή περιβάλλοντα εργασίας ή από ατομικά χαρακτηριστικά(προσωπικές εμπειρίες, αγαπημένες ασχολίες).Το κενό αυτό έρχεται να καλύψει η παρούσα εργασία.

2.20.ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Η παρούσα έρευνα έχει ως βασικό στόχο να διερευνήσει, εάν οι εκπαιδευτικοί κατασκευάζουν προβλήματα ως μέθοδο διδασκαλίας τους στην επιστήμη τους ή σε συνεργασία με άλλης ειδικότητας συνάδελφους τους, ποιες είναι οι συζητήσεις και αλληλεπιδράσεις τους κατά τη δημιουργία τέτοιου προβλήματος στοχευμένου σε θέματα σχετικά με τις δύο έννοιες ,καθώς και εάν και κατά πόσο η χρήση διεπιστημονικότητας μέσω κατασκευής προβλήματος για αυτές τις έννοιες στα σχολεία από εκπαιδευτικούς, επηρεάζει τις πεποιθήσεις κινήτρων στο μάθημα των Μαθηματικών/Φυσικής στη Β’ Γυμνασίου, όταν αυτό διδάσκεται με αυτόν τον τρόπο.

2.21.ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

Με βάση όσων παρουσιάστηκαν έως τώρα, αυτή η εργασία, ως μελέτη περίπτωσης, εστιάζει στη διερεύνηση των αντιλήψεων των δύο εκπαιδευτικών Μαθηματικών και Φυσικής ,σε τρία στάδια: *πριν*, *κατά* και *μετά* την συνεργασία τους στην κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος .Περιγράφονται επομένως οι απόψεις τους αρχικά, σχετικά με τη σημαντικότητα ,ωφελιμότητα και το βαθμό υιοθέτησης της κατασκευής προβλήματος ,ως διδακτική τους μέθοδο σε εφαρμογή με μονοεπιστημονική και διεπιστημονική διάσταση στις τάξεις τους. Ενδιαφέρον έχουν στη συνέχεια, οι συζητήσεις που έκαναν κατά τη διάρκεια δημιουργίας προβλήματος σε περιεχόμενο αυτών των μαθημάτων στη Β’ Γυμνασίου σχετικά με τις παραμέτρους που έλαβαν υπόψη τους, τα μεγέθη, τις σημειογραφίες και τα χαρακτηριστικά που θεωρούν αναγκαία, τις εμπειρίες που ενσωμάτωσαν και προκλήσεις που αντιμετώπισαν στη σύνθεση και παραγωγή του προβλήματος και τέλος πώς διαμορφώθηκαν οι απόψεις τους μετά την εμπειρία τους αυτή για τα ίδια θέματα.

Συγκεκριμένα, στην παρούσα διπλωματική επικεντρωνόμαστε στα ακόλουθα ερευνητικά ερωτήματα:

- *Πριν την εμπλοκή τους* σε διαδικασίες συν-κατασκευής προβλήματος για την ανάδειξη διεπιστημονικών συνδέσεων μεταξύ των εννοιών «εξίσωση» και «μέση ταχύτητα»
    - Ποιες είναι οι απόψεις εκπαιδευτικών μαθηματικών και φυσικής Β’ Γυμνασίου για την ωφελιμότητα και τη σημαντικότητα κατασκευής προβλήματος;(Ζιάκας,2022)
    - Κατασκευάζουν προβλήματα οι μαθηματικοί συνεργαζόμενοι με συναδέλφους τους φυσικούς;
- *Κατά την εμπλοκή τους*
    - Ποιες παραμέτρους έλαβαν υπόψη τους(π.χ. δυσκολίες μαθητών, προγράμματα σπουδών, διδακτικές ανάγκες….)
    - Ποιες εμπειρίες αξιοποίησαν;
    - Ποιες προκλήσεις αντιμετώπισαν;
- *Μετά την εμπλοκή τους,*
    - Ποιες είναι οι απόψεις εκπαιδευτικών μαθηματικών και φυσικής για την ωφελιμότητα κατασκευής προβλήματος;
    - Προτίθενται να κατασκευάζουν προβλήματα συνεργαζόμενοι με εκπαιδευτικούς μιας/της άλλης ειδικότητας (ποιας); Για ποιους λόγους;

3. ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ-ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

3.1.ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΔΙΕΞΕΓΩΓΗΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Για το σκοπό της παρούσας έρευνας διενεργήθηκε μελέτη περίπτωσης, με συμμετέχοντες δύο εκπαιδευτικούς άντρες, εργαζόμενους σε ένα επαρχιακό Γυμνάσιο της Ρόδου, με ειδικότητα 1μαθηματικού(Μ) και 1 φυσικού(Φ) και ηλικίες 38 και 49 χρονών αντίστοιχα. Έχουν σπουδάσει σε Ελληνικά Πανεπιστήμια. Συγκεκριμένα οι τίτλοι σπουδών τους είναι Πτυχίο Μαθηματικών του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών(ΕΚΠΑ) και Πτυχίο Φυσικού του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης (Α.Π.Θ.).Επίσης είναι κάτοχοι μεταπτυχιακών τίτλων σπουδών, ο μεν πρώτος στα μαθηματικά του Ελληνικού Ανοιχτού Πανεπιστημίου (ΕΑΠ) καθώς και 2ο μεταπτυχιακό στην Βιοπληροφορική,(ΕΑΠ) κι έχει πραγματοποιήσει ανάλυση δεδομένων βιολογικού περιεχομένου με χρήση στατιστικών προγραμμάτων, ενώ ο δεύτερος κατέχει διδακτορικό στο Εθνικό Κέντρο Έρευνας Φυσικών Επιστημών «ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ»(Ε.ΚΕ.ΦΕ Δημόκριτος),στον τομέα Φυσική Στερεάς Κατάστασης για εφαρμογές αεροναυπηγικής. Η εκπαιδευτική προϋπηρεσία του Μαθηματικού είναι 1 χρόνος σε σχολικές μονάδες και 7 χρόνια σε φροντιστήρια, διδάσκοντας αυτά τα χρόνια το μάθημα των μαθηματικών, ενώ ο φυσικός διδάσκει το μάθημα της φυσικής 12 χρόνια σε δημόσια σχολεία.

Αρχικά δόθηκε ερωτηματολόγιο αφού προηγουμένως η ερευνήτρια τους εξήγησε τους σκοπούς της έρευνας και τους εγγυήθηκε την εμπιστευτικότητα και ανωνυμία των απαντήσεών τους, ώστε να νιώσουν άνεση, ελευθερία έκφρασης, ασφάλεια κι εμπιστοσύνη.

Στη συνέχεια οργανώθηκε συνέντευξη μέσω διαδικτυακής πλατφόρμας “webex”,με βάση πρωτόκολλο συνέντευξης. Τα δύο αυτά υλικά αποτέλεσαν τα δύο εργαλεία συλλογής δεδομένων. Η συνέντευξη έγινε ύστερα από τηλεφωνική υπενθύμιση, και πραγματοποιήθηκε μαγνητοφώνηση των συνεντεύξεων από την ερευνήτρια. Στην αρχή της διαδικτυακής συνάντησής τους, η ερευνήτρια εξήγησε το σκοπό της εμπλοκής τους ως μαθηματικός και φυσικός για την κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος. Στη συνέχεια, οι εκπαιδευτικοί συζήτησαν τις ιδέες τους κι αποφάσισαν να παράξουν ένα εκπαιδευτικό σενάριο σχετικό με το θέμα. Ακολούθως δημιούργησαν ένα πιο συγκεκριμένο σχέδιο με αριθμούς για το πρόβλημα, το οποίο σημείωνε ο μαθηματικός σε ψηφιακό πίνακα(White Board), εφόσον διέθετε ψηφιακή γραφίδα. Το αρχείο αυτό με το καταγεγραμμένο πρόβλημα έστειλε στο τέλος της διαδικασίας στην ερευνήτρια και φαίνεται στο παράρτημα. Έτσι, παρατηρήθηκε η αλληλεπίδραση των εκπαιδευτικών κατά τη διάρκεια κατασκευής του διεπιστημονικού προβλήματος. Τη διαδικασία ακολούθησαν άλλα δύο ερωτηματολόγια, τα οποία στάλθηκαν στα ηλεκτρονικά ταχυδρομεία (email) των εκπαιδευτικών, συμπληρώθηκαν από τους ίδιους και επιστράφηκαν με τον ίδιο τρόπο στην ερευνήτρια.Συμπερασματικά,όλη η διαδικασία χωρίστηκε σε τρεις φάσεις:

- Στην *πρώτη φάση* δόθηκε ερωτηματολόγιο *πριν την εμπλοκή* των εκπαιδευτικών σε συν-κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος και διατυπώθηκαν 9 ερωτήσεις σε κάθε εκπαιδευτικό που αφορούσαν κάποιες γενικές πληροφορίες για τα ακαδημαϊκά τους κριτήρια, την προηγούμενη εμπειρία τους, τις απόψεις τους για την κατασκευή προβλήματος και την ύπαρξη ή μη διεπιστημονικής συνεργασίας με εκπαιδευτικό άλλης ειδικότητας. Οι ερωτήσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν ατομικά για κάθε εκπαιδευτικό και φαίνονται παρακάτω:

1. Ποιος ο τίτλος σπουδών σας(Σχολή, Τόπος απόκτησης πτυχίου);

2. Είστε κάτοχος μεταπτυχιακού, δεύτερο πτυχίο κ.λπ.; Αν ναι σε ποιο αντικείμενο και που τους αποκτήσατε;

3. Πόσα χρόνια εκπαιδευτικής προϋπηρεσίας έχετε σε σχολικές μονάδες και πόσα σε φροντιστήρια;

4. Στα χρόνια διδακτικής προϋπηρεσίας που έχετε αποκτήσει, έχετε διδάξει μάθημα Μαθηματικών/ Φυσικής και πόσα χρόνια;

5. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία Διδακτικής Θετικών Επιστημών, «η κατασκευή προβλημάτων» είναι κάτι που αναφέρεται τόσο στη δημιουργία νέων προβλημάτων όσο και στην επαναδιατύπωση δεδομένων προβλημάτων (Silver, 1994).Θεωρείτε τη διαδικασία κατασκευής προβλήματος σημαντική για έναν εκπαιδευτικό; Για ποιο λόγο;

6. Μπορείτε να δώσετε ένα παράδειγμα μιας κατάστασης όπου μπορεί να βρείτε ωφέλιμο να κατασκευάσετε προβλήματα;

7. Στη διδασκαλία σας κατασκευάζετε προβλήματα ή χρησιμοποιείτε αποκλειστικά αυτούσια προβλήματα σχολικού βιβλίου ή βοηθημάτων /διαδίκτυο κ.τ.λ.;

8. Έχετε στο παρελθόν, συνεργαστεί με συνάδελφό σας μαθηματικό/φυσικό για να κατασκευάσετε πρόβλημα;

- *Η δεύτερη φάση* αφορούσε τη διαδικασία *κατά τη διάρκεια* κατασκευής διεπιστημονικού προβλήματος και αποτελούνταν από δύο μέρη.

  ✓ Στο *πρώτο μέρος*, που αφορούσε στην εμπλοκή τους στην κατασκευή προβλήματος, παρατηρήθηκε η αλληλεπίδραση των εκπαιδευτικών, με μαγνητοσκόπηση όλης της διαδικασίας, από την ερευνήτρια. Δόθηκαν στους εκπαιδευτικούς τρεις ενδεικτικές δυσκολίες που εμφανίζουν οι μαθητές/-τριες δευτέρας γυμνασίου για τα μαθηματικά και τρεις δυσκολίες για τη φυσική, όσον αφορά στις δύο έννοιες :«εξίσωσης α' βαθμού» και της «μέσης ταχύτητας», όπως σταχυολογήθηκαν από την ερευνητική βιβλιογραφία, ως εφόρμηση για την δημιουργία διεπιστημονικού προβλήματος. Τους ζητήθηκε στο πρόβλημα που θα κατασκεύαζαν να συμπεριλάβουν όσο περισσότερες από τις καταγεγραμμένες στη βιβλιογραφία δυσκολίες , όσον αφορά για τα μαθηματικά και τη φυσική αντίστοιχα, στις δύο προαναφερθείσες έννοιες ,για να βοηθήσουν μαθητές/-τριες δευτέρας γυμνασίου να τις ξεπεράσουν. Επίσης τονίστηκε από την ερευνήτρια ότι δεν αξιολογούνταν κάπως ή από κάποιον για αυτό, αλλά στόχος της είναι να σημειωθεί η ανάδειξη της δικής τους εφευρετικότητας και δημιουργικότητας, η αξιοποίηση των δικών τους εμπειριών για τη διαμόρφωση πεποιθήσεων και στάσεων για τις δυο επιστήμες, καθώς αντλούν υλικό από την καθημερινή τους ζωή. Η ερευνήτρια επιπλέον εξήγησε ότι παρατηρώντας και καταγράφοντας τις συζητήσεις - προβληματισμούς ανάμεσα τους, θα μπορούσε να βοηθηθεί ώστε να διερευνηθούν, ποιες συμπληρωματικές έννοιες, ποια μεγέθη, ποια σύμβολα και τι χαρακτηριστικά θεωρούσαν αναγκαία να συμπεριληφθούν στο πρόβλημα, ποιες είναι οι διδακτικές ανάγκες για την κατανόησή αυτών των εννοιών από τους μαθητές, τι παραμέτρους λάβαιναν υπόψη τους για τη μονοεπιστημονική και διεπιστημονική σύνδεση των δύο μαθημάτων. Στις οδηγίες επισημάνθηκε ότι θα έφτιαχναν από κοινού το πρόβλημα με σκοπό να μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ίδιο ακριβώς για τη διδασκαλία του κεφαλαίου των εξισώσεων στα Μαθηματικά και του κεφαλαίου της κίνησης στη Φυσική σε μαθητές/μαθήτριες Β’ Γυμνασίου και το οποίο να μπορεί να τους βοηθήσει να ξεπεράσουν κάποιες από τις παραπάνω δυσκολίες για το κάθε μάθημα. Συγκεκριμένα στους εκπαιδευτικούς δόθηκε η παρακάτω ερώτηση:

- Διαπιστώνουμε ότι στη Δευτέρα Γυμνασίου στα Μαθηματικά, διδάσκεται η έννοια της εξίσωσης α’ βαθμού(π.χ.: 3=χ/9, 4= $\frac{20}{x}$) και στο μάθημα της Φυσικής η έννοια της μέσης ταχύτητας στην οποία χρησιμοποιείται ο όρος επίσης εξίσωση με σημειογραφία $u_\mu = \frac{s}{t}$.
- Στη βιβλιογραφία της διδακτικής μαθηματικών έχει παρατηρηθεί ότι τρεις σημαντικές δυσκολίες κατανόησης της έννοιας της εξίσωσης στα Μαθηματικά είναι:

A. μετάφραση από λεκτικές σε συμβολικές εκφράσεις(Rosnick, 1981).

B. εκτέλεση βημάτων επίλυσης κλασματικών εξισώσεων (απαλοιφή παρονομαστών..) ή επίλυσης εξισώσεων τύπου ισότητας λόγων με «χιαστί»(Star,2002)

C. αναγνώριση ότι μία εξίσωση μπορεί να έχει μία, καμία ή άπειρες λύσεις.(Huntley et al.,2007)

- Στην κατανόηση της μέσης ταχύτητας στη Φυσική έχουν παρατηρηθεί δυσκολίες στα παρακάτω σημεία :

A. σύγχυση στιγμιαίας και μέσης ταχύτητας (Billings και Klanderman,2000)

B. λάθος υπολογισμός της όταν στο χρόνο κίνησης υπάρχει χρόνος με σώμα ακίνητο(Kadir, Foong, Wong και Kuppan,2011)

C. παρερμηνεία των εννοιών:[χρονική στιγμή, χρονικό διάστημα], [απόσταση, μετατόπιση](Métioui & Baulu MacWillie ,2013)

- Μπορείτε να συνεργαστείτε για να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα, με σκοπό να μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ίδιο ακριβώς για τη διδασκαλία του κεφαλαίου των εξισώσεων στα Μαθηματικά και του κεφαλαίου της κίνησης στη Φυσική σε μαθητές/μαθήτριες Β’ Γυμνασίου και το οποίο να μπορεί να τους βοηθήσει να ξεπεράσουν κάποιες από τις παραπάνω δυσκολίες για το κάθε μάθημα;

- ✓ Στην συνέχεια και αφού ολοκληρώθηκε ο σχεδιασμός του προβλήματος, η ερευνήτρια τους πληροφόρησε ότι για *το δεύτερο μέρος της δεύτερης φάσης,* θα τους έστελνε στα μέιλ τους ένα ερωτηματολόγιο με 6 ερωτήσεις οι οποίες θα είχαν σκοπό να αναδείξουν τις δυσκολίες που αντιμετώπισαν με την συνεργασία των δύο διαφορετικών ειδικοτήτων, το πόσο ικανοποιημένοι έμειναν με το αποτέλεσμα, εάν το πρόβλημα που κατασκεύασαν μπορούσε να επιλύσει τις δυσκολίες που παρουσιάζονται ότι έχουν στα συγκεκριμένα κεφάλαια οι μαθητές στη βιβλιογραφία, καθώς και για το εάν στο πρόβλημα εμπεριέχονταν δικές τους εμπειρίες. Παρακάτω δίνονται οι σχετικές ερωτήσεις:

1. Πιστεύετε ότι το πρόβλημα που φτιάξατε είναι καλό;
2. Είναι καλύτερο από τα άλλα που υπάρχουν στα συγκεκριμένα κεφάλαια;
3. Αντιμετωπίζει κάποιες από τις δυσκολίες που αναφέρθηκαν στη βιβλιογραφία; Τι άλλες παραμέτρους λάβατε υπόψη σας στην κατασκευή του;(ευθυγράμμιση περιεχομένου προβλήματος με πρόγραμμα σπουδών/με χαρακτήρες/γνωστικό επίπεδο/αγαπημένες ασχολίες/επαγγέλματα κηδεμόνων μαθητών..)
4. Υπάρχουν εμπειρίες δικές σας, που αξιοποιήσατε κατά την κατασκευή του προβλήματος;
5. Αντιμετώπισες δυσκολίες με την συνεργασία που είχες με τον καθηγητή άλλης ειδικότητας κατά την κατασκευή προβλήματος; Σε ποια σημεία και πώς τα αντιμετωπίσατε;
6. Ποιες άλλες προκλήσεις αντιμετωπίσατε;(π.χ. δυσκολίες εναρμόνισης ύλης των δύο μαθημάτων, χρονοβόρα διαδικασία ..);

Με την αποστολή αυτών των απαντήσεων, τους ενημέρωσε ότι θα τελείωνε η δεύτερη φάση της διαδικασίας. Η διαδικασία θα έκλεινε ευχαριστώντας τους θερμά για τη βοήθεια και την εγκάρδια συμμετοχή τους στη διαδικασία.

- Ακολούθως, διεξάχθηκε *η τρίτη φάση* της διαδικασίας, η οποία αφορούσε στην *μετά την εμπλοκή* τους στην κατασκευή προβλήματος, όπου η ερευνήτρια τους έστειλε μετά από λίγες ημέρες ηλεκτρονικά άλλο ερωτηματολόγιο με 4 ερωτήσεις αναστοχασμού χωριστά στον κάθε εκπαιδευτικό για να τις απαντήσουν, σχετικά με το αν θα μπορούσαν να την εντάξουν στην καθημερινή τους πρακτική και γιατί πιστεύουν ότι αυτό γίνεται ή δεν γίνεται στην πραγματικότητα. Οι ερωτήσεις παρατίθενται παρακάτω:

Έπειτα από την εμπειρία σου στη διαδικασία κατασκευής προβλήματος, ακολουθούν 4 ερωτήσεις αναστοχασμού σχετικά τη διαδικασία αυτή:

1. Πιστεύεις ότι είναι ωφέλιμη η κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος για να το επιλύσουν τα παιδιά στην τάξη; Γιατί;
2. Θα μπορούσες να εντάξεις αυτή την διαδικασία συνεργασίας των δύο επιστημών στην καθημερινή σου πρακτική; Αν ναι που; Αν όχι γιατί;
3. Συμβαίνει στην πραγματικότητα; Γιατί πιστεύεις ότι συμβαίνει/δεν συμβαίνει;
4. Πιστεύεις κάτι τέτοιο επιτρέπεται θεσμικά;

Αναλυτικότερα το πρωτόκολλο συνέντευξης ,τα ερωτηματολόγια καθώς και οι απαντήσεις τους φαίνονται στο Παράρτημα.

Τα δεδομένα που προέκυψαν με τη μέθοδο της συνέντευξης, συλλέχθηκαν από την ερευνήτρια πραγματοποιώντας απομαγνητοφώνηση και καταγραφή των συνεντεύξεων. Ακολούθησαν για την ανάλυση των δεδομένων, πολλαπλές αναγνώσεις τους, συστηματική μελέτη και αποστασιοποίηση από τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για να προκύψει η εμβάθυνση και μεταφορά των βασικών ιδεών των εκπαιδευτικών στην έρευνα αυτή, η σύνδεσή τους με τα ερευνητικά ερωτήματα, η αιτιολόγηση του σχεδιασμού κάθε παρέμβασης, η εναρμόνιση με τις προηγούμενες έρευνες και τελικά η κριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων.

3.2.ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Σε αυτή την έρευνα πραγματοποιήθηκε μελέτη περίπτωσης με δείγμα δύο εκπαιδευτικών. Αυτό το γεγονός επομένως, σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να αποτελέσει γενίκευση των αποτελεσμάτων μας σε μεγαλύτερο πληθυσμό καθηγητών μαθηματικών ή φυσικής.

Ένας άλλος περιορισμός αυτής της μελέτης είναι ότι η ηχογράφηση της διαδικασίας δημιουργίας ενός προβλήματος καθώς και η υπόδειξη συγκεκριμένων δυσκολιών των μαθητών/-τριών στη φυσική και τα μαθηματικά από τη βιβλιογραφία, δεν επηρέασε σημαντικά το περιεχόμενο και την μέθοδο σχηματισμού προβλήματος των εκπαιδευτικών.

Τέλος, ένας σημαντικός περιορισμός είναι ότι δεν κατέστη εφικτό να υπάρξει χρονικά ένα στάδιο, στο οποίο θα αξιοποιούσαν οι δύο εκπαιδευτικοί το πρόβλημα που κατασκεύασαν στην τάξη τόσο στη φυσική όσο και στα μαθηματικά, για να εξακριβώσουν την ωφελιμότητα και αποτελεσματικότητά του στους μαθητές τους και τα συμπεράσματά τους αυτά να καταγράψουμε στην εργασία αυτή.

4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

4.1.ΠΕΠΟΙΘΗΣΕΙΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ

Εφόσον οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών αποτελούν βασικό στοιχείο της παρούσας ερευνητικής εργασίας, παρακάτω θα τις παρουσιάσουμε αναλυτικά στη δική μας μελέτη περίπτωσης.

- *Πριν εμπλακούν στη διαδικασία,* παραθέτουμε τις απαντήσεις τους:

Σχετικά με το αν θεωρούν οι ίδιοι σημαντική την κατασκευή προβλήματος και για ποιο λόγο, απάντησαν και οι δύο ότι τη θεωρούν όντως σημαντική, ο μεν φυσικός γιατί πιστεύει ότι έτσι θα μπορεί να προσαρμοστεί στις ανάγκες των μαθητών του, ο δε μαθηματικός γιατί με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται εξατομίκευση της διδασκαλίας καθώς πιστεύει ότι μπορεί να προσαρμόσει το πρόβλημα στις ανάγκες, τα ενδιαφέροντα και τις δυνατότητες του μαθητή. Επίσης ισχυρίζεται ότι τα σχολικά βιβλία είναι παρωχημένα και δεν ανταποκρίνονται στην εποχή. Έτσι, μέσα από αυτή τη διαδικασία, ο καθηγητής θεωρεί ότι μπαίνει σε μια δημιουργική διαδικασία όπου μπορεί να ανακαλύψει πτυχές της διδακτικής ενότητας καθώς και σύνδεση αυτής με άλλες ενότητες, που δεν είχε σκεφτεί.

Στη συνέχεια όταν τους ζητήθηκε να δώσουν ένα παράδειγμα μιας κατάστασης όπου μπορεί να βρουν ωφέλιμο να κατασκευάσουν προβλήματα, ο μαθηματικός απάντησε ότι σε μια τάξη όπου οι μαθητές δεν δείχνουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά, κατασκευάζει ένα πρόβλημα που αναφέρεται στις επιδόσεις μια αθλητικής ομάδας, για να τραβήξει το ενδιαφέρον των μαθητών, ενώ ο φυσικός δίνει ένα παράδειγμα για να τονώσει το ενδιαφέρον των μαθητών εάν αδιαφορούν, στο οποίο εάν σε κάποιους μαθητές αρέσουν οι αγώνες ταχύτητας, τότε θα ήταν πολύ ωφέλιμο γι' αυτούς η κατασκευή ενός προβλήματος που να υπολογίζουν την τριβή όταν το έδαφος είναι στεγνό ή όταν είναι βρεγμένο καθώς επίσης και το διανυόμενο διάστημα μέχρι να σταματήσει το όχημά τους ανάλογα με την ταχύτητα που θα έχει την στιγμή που θα πατήσουν το φρένο, ώστε να καταλάβουν την επικινδυνότητα του να οδηγούν με μεγάλες ταχύτητες.

Αναφορικά για το αν οι εκπαιδευτικοί επιλέγουν να χρησιμοποιούν αποκλειστικά αυτούσια προβλήματα σχολικού βιβλίου ή βοηθημάτων /διαδίκτυο αντί να κατασκευάζουν προβλήματα ο μαθηματικός απάντησε ότι ανάμεσα στα άλλα χρησιμοποιεί και προβλήματα που έχει κατασκευάσει ο ίδιος, ενώ ο φυσικός χρησιμοποιεί προβλήματα του βιβλίου ή εξωσχολικά.

Στην ερώτηση που τους έγινε για το εάν έχουν στο παρελθόν, συνεργαστεί με συνάδελφό τους μαθηματικό/ φυσικό για να κατασκευάσουν πρόβλημα και οι δύο απάντησαν αρνητικά.

- *Κατά τη διάρκεια συνεργασίας τους,*

συνεχίζοντας ερωτώμενοι, ο φυσικός απάντησε ότι το πρόβλημα που κατασκεύασαν ήταν πολύ καλό και μάλιστα καλύτερο από τα άλλα που υπάρχουν στα συγκεκριμένα κεφάλαια, κι ο μαθηματικός επίσης το βρήκε καλό, με ερωτήματα κλιμακούμενης δυσκολίας καλύτερο από τα προβλήματα που υπήρχαν στο σχολικό βιβλίο των μαθηματικών, τα οποία εστίαζαν κυρίως στην μετατροπή από λεκτικό σε συμβολικό λόγο, ενώ βρήκε την ύπαρξη κάποιων προβλημάτων εκεί εκτός ύλης, που θα έπρεπε να διδάσκονται στην Γ γυμνασίου στο κεφάλαιο με τα συστήματα γραμμικών εξισώσεων.

Στην ερώτηση σχετικά με το εάν το πρόβλημα που κατασκεύασαν αντιμετωπίζει κάποιες από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στο κεφάλαιο των εξισώσεων όπως κατεγράφησαν από τη βιβλιογραφία και τι άλλες παραμέτρους έλαβαν υπόψη τους για την κατασκευή του ,ο μαθηματικός απάντησε ότι στο πρόβλημα, από μαθηματικής άποψης, έγινε προσπάθεια να αντιμετωπιστούν οι δυσκολίες μετατροπής λεκτικού σε συμβολικό λόγο και της επίλυσης κλασματικών εξισώσεων κι έλαβαν υπόψη τους για τη κατασκευή του, την καθημερινότητα των παιδιών , ενώ έβαλαν κι έναν πρωταγωνιστή που παίρνει πρωτοβουλία να κάνει μια εργασία και ο καθηγητής τον επιβραβεύει. Στην ίδια ερώτηση ,ο φυσικός απάντησε ότι αντιμετωπίζει όλες τις δυσκολίες της φυσικής που αναφέρθηκαν στην βιβλιογραφία κι έλαβαν υπόψιν την ευθυγράμμιση περιεχομένου προβλήματος με το πρόγραμμα σπουδών και με το γνωστικό επίπεδο των μαθητών.

Στην ερώτηση σχετικά με το εάν υπάρχουν εμπειρίες δικές τους, που αξιοποίησαν κατά την κατασκευή του προβλήματος, ο φυσικός παρουσίασε ένα πείραμα που έκανε στην τάξη για την διαφοροποίηση μετατόπισης – διαστήματος, ενώ ο μαθηματικός απάντησε ότι είναι οι ίδιες των προβλημάτων που έχει συναντήσει στα διάφορα βιβλία στα οποία έχει εργαστεί.

Στη συνέχεια και όσον αφορά τις δυσκολίες με την συνεργασία που είχαν με τον καθηγητή άλλης ειδικότητας κατά την κατασκευή προβλήματος, σε ποια σημεία και πώς τα αντιμετώπισαν, ο φυσικός σημείωσε ότι έγιναν όλα πολύ συνεργατικά ενώ ο μαθηματικός απάντησε ότι δεν αντιμετώπισε κανένα πρόβλημα με το συνάδελφο, δεν μπόρεσαν όμως να ενσωματώσουν όλες τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές καθώς λόγω της φύσης του προβλήματος δεν ήταν δυνατόν να δημιουργηθεί αδύνατη ή αόριστη εξίσωση.

Αναφερόμενοι σε άλλες προκλήσεις που αντιμετώπισαν, ο μαθηματικός απάντησε ότι για κάποιες έννοιες της φυσικής δεν ήταν σίγουρος αλλά τον διαφώτισε ο συνάδελφός του φυσικός, ο οποίος στην ίδια ερώτηση απάντησε ότι η διαδικασία ήταν λίγο χρονοβόρα κι έπρεπε να βρουν κοινό χρόνο.

- *Έπειτα από την αλληλεπίδρασή τους* στη διαδικασία κατασκευής προβλήματος,

στην ερώτηση εάν πιστεύουν ότι είναι ωφέλιμη η κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος για να το επιλύσουν τα παιδιά στην τάξη, ο μαθηματικός πιστεύει πως είναι πολύ ωφέλιμη, καθώς αφενός τα παιδιά καλούνται να συνδυάσουν γνώσεις που δεν έχουν σκεφτεί πως συνδέονται και αφετέρου θα αναπτύξουν την κριτική τους σκέψη, αυξάνουν το ενδιαφέρον και το κίνητρό τους για μάθηση καθώς τους δείχνει τις εφαρμογές των μαθηματικών στην καθημερινή ζωή και οι καθηγητές προσεγγίζουν το θέμα από διαφορετική οπτική κάτι που ίσως αναγκάσει τα παιδιά να γίνουν πιο δημιουργικά και ενδεχομένως να μπουν σε μια διαδικασία συνεργασίας. Ο φυσικός επίσης θεωρεί ωφέλιμη την κατασκευή προβλήματος διότι κεντρίζει το ενδιαφέρον των μαθητών προσαρμόζεται στις ανάγκες και στα ιδιαίτερα ενδιαφέροντα τους και συνδέει τα μαθήματα με την καθημερινότητά τους.

Σχετικά με το εάν θα μπορούσαν να εντάξουν αυτή την διαδικασία συνεργασίας των δύο επιστημών στην καθημερινή τους πρακτική; Αν ναι πού; Αν όχι γιατί; ο μαθηματικός θεωρεί πως δεν θα μπορούσε καθώς είναι κάτι που απαιτεί χρόνο και είναι έτσι δομημένο το πρόγραμμα σπουδών που δεν αφήνει πολλά περιθώρια για αυτοσχεδιασμούς αλλά ιδανικά, θα ήθελε να έχει αυτή τη δυνατότητα για διεπιστημονικές συνεργασίες, όχι μόνο με φυσικούς αλλά και με άλλες ειδικότητες διότι έτσι θα μπορούσε να δελεάσει παιδιά που τους αρέσουν άλλα μαθήματα αλλά όχι τα μαθηματικά, να δουν το μάθημα υπό άλλο πρίσμα, ενώ ο φυσικός απάντησε αρνητικά στο Λύκειο, όπου οι απαιτήσεις εκεί για να βγει η ύλη είναι καθοριστικές, ολοκληρωμένα προβλήματα είναι διαθέσιμα τόσο στο βιβλίο όσο και στην τράπεζα θεμάτων, οπότε δεν το θεωρεί τόσο κρίσιμο να κατασκευάσει και δικά του σε μια ύλη στα μαθηματικά και φυσική που αποκλίνει καθοριστικά. Ωστόσο συνεχίζοντας την απάντησή του, θεωρεί ότι στο γυμνάσιο υπάρχει μεγαλύτερη ευελιξία και ανάγκη για κατασκευή προβλημάτων, αλλά και στο γυμνάσιο στην καθημερινή πρακτική είναι αρκετά δύσκολο διότι για την διδασκαλία της φυσικής προτάσσεται κυρίως η θεωρία και όχι οι τύποι, οπότε η κατασκευή προβλήματος που να μπορεί να αξιοποιηθεί και από τα μαθηματικά κρίνεται πρακτικά πολύ δύσκολη. Έφερε ως παράδειγμα ότι σε επιμέρους ενότητες όπως στο κεφάλαιο της πίεσης για τον ορισμό της ή για την υδροστατική πίεση θα μπορούσε να γίνει ένας συνδυασμός φυσικής και μαθηματικών για την κατασκευή προβλήματος.

Συνεχίζοντας ερωτώμενοι εάν συμβαίνει ή όχι στην πραγματικότητα και γιατί, οι δύο εκπαιδευτικοί απάντησαν αρνητικά, ο μαθηματικός διότι εκτός από τους λόγους που εξέθεσε στα παραπάνω ερωτήματα, πολλοί καθηγητές δεν είναι συνεργάσιμοι ή και δεν ενδιαφέρονται να βελτιώσουν την ποιότητα του μαθήματος και τους τρόπους διδασκαλίας, το εκπαιδευτικό σύστημα δεν βοηθάει προς αυτή την κατεύθυνση και ακόμα κι αν κάποιος νέος καθηγητής έχει τέτοιες βλέψεις, σύντομα θα αλλάξει γνώμη, ενώ ο φυσικός διότι δεν υπάρχει στην νοοτροπία τους το κομμάτι της συνεργασίας, δεν προβλέπεται κάτι τέτοιο από τα προγράμματα σπουδών, δεν έχουν εκπαιδευτεί για κάτι τέτοιο και δύσκολα μπορεί να βρεθεί και κοινός χρόνος για κάτι τέτοιο.

Τέλος, αναφορικά με το εάν πιστεύουν ότι κάτι τέτοιο επιτρέπεται θεσμικά, ο μαθηματικός πιστεύει πως ναι μεν επιτρέπεται αλλά η καθημερινότητα του σχολείου και το πρόγραμμα σπουδών δεν αφήνει πολλά περιθώρια να υλοποιηθεί, ενώ ο φυσικός θεωρεί ότι μπορεί να γίνει μόνο άτυπα, γιατί η νομοθεσία από όσο γνωρίζει δεν επιτρέπει κάτι τέτοιο.

4.2.ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Η κατασκευή προβλήματος, όπως προαναφέρθηκε, έγινε στην δεύτερη φάση της διαδικασίας κατά τη διάρκεια διαδικτυακής συνάντησης. Μετά την παρουσίαση τον αναγκών της έρευνας από την ερευνήτρια, οι δύο συνάδελφοι ο μαθηματικός (Μ) και ο φυσικός(Φ)άρχισαν να δημιουργούν σενάριο για το πρόβλημα που θα κατασκεύαζαν. Έπειτα πέρασαν στην κατασκευή του προβλήματος. Ο μαθηματικός που διέθετε ψηφιακή γραφίδα, κατέγραψε το πρόβλημα και το έστειλε ως αρχείο στην ερευνήτρια. Πιο κάτω φαίνεται ο διάλογος τους:

4.2.1.ΑΠΟΜΑΓΝΗΤΟΦΩΝΙΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ

Φ: Έχεις γραφίδα σωστά;

Μ: Ναι. Ωραία! Ξεκινάμε. Μπορείς λίγο να μου θυμίσεις τη διαφορά μέσης και στιγμιαίας ταχύτητας;

Φ: Φυσικά. Μέση ταχύτητα είναι η ταχύτητα που διανύει ένα σώμα σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα προς το χρονικό διάστημα. Η τιμή της μέσης ταχύτητας είναι ανεξάρτητη από τις τιμές της ταχύτητας τις διάφορες χρονικές στιγμές, δηλαδή μετρούμε την απόσταση που διανύει ένα σώμα με όποια ταχύτητα και αν κινείται ακόμα και να αλλάζει αυτή η ταχύτητα δηλαδή, μετρούμε και το χρόνο που έκανε για να διανύσει αυτή την απόσταση, και η μέση ταχύτητα είναι το πηλίκο του διαστήματος προς το χρόνο, ενώ στιγμιαία ταχύτητα είναι η ταχύτητα που δείχνει το κοντέρ του αυτοκινήτου σε μία χρονική στιγμή.

Μ: Σαν τύπο πώς θα τη δίναμε την στιγμιαία ταχύτητα;

Φ: Δεν υπάρχει τύπος για τη στιγμιαία.

Μ: Α ,δεν υπάρχει. Οκ! Ωραία!

Φ: Ή μπορεί να έχει παραγώγους μέσα! Δεν νομίζω ότι προσφέρεται!!

Μ: Σχετίζεται με την επιτάχυνση;

Φ: Όχι ,επιτάχυνση είναι πόσο γρήγορα αλλάζει η ταχύτητα!

Μ: Δεν είναι ας πούμε η επιτάχυνση ανά δευτερόλεπτο; Κάπως έτσι το είχα στο νου μου.

Φ: Όχι, όχι, επιτάχυνση είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας για να σου μιλήσω λίγο στα μαθηματικά.

Μ:Α ωραία!!Οπότε πώς ξεκινάμε;

Φ: Για να σκεφτούμε τι είδους πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπίζει κάποιος μαθητής ή μάλλον να εστιάσουμε λίγο στα προβλήματα που οι μαθητές μπορεί να αντιμετωπίζουν, όπως για παράδειγμα να δυσκολεύονται να ξεχωρίσουν την στιγμιαία από τη μέση ταχύτητα και να σκεφτούμε κάποιο πρόβλημα το οποίο να τους βοηθήσει να εντοπίσουν τις διαφορές αυτές.

Φ: Λοιπόν ωραία οπότε να σκεφτούμε ένα πρόβλημα που μπορεί να αφορά την καθημερινή ζωή των μαθητών; Έχεις από εμπειρίες σου στο μυαλό σου κάποια προβλήματα που σχετίζονται με την ταχύτητα με την αδυναμία εντοπισμού της διαφοράς της μέσης με τη στιγμιαία ταχύτητα των μαθητών;

Μ: Όχι δεν έχω υπόψη μου! Το μόνο που σκέφτομαι, ότι θα μπορούσαμε να κάνουμε είναι κάτι με ένα λεωφορείο που πηγαίνει στο σχολείο, γιατί όλα τα παιδιά έρχονται στο σχολείο με λεωφορείο και ίσως εκεί θα μπορούσαμε κάπως να το συνδέσουμε.

Φ. Να πούμε λοιπόν ότι κάποιος μαθητής είναι φίλος με τον οδηγό του λεωφορείου , με τον μπαμπά του ,τέλος πάντων οπότε έχει μία αμεσότητα στην επικοινωνία μαζί του και μπορεί να τον ρωτήσει κάποια πραγματάκια;

Μ: Βέβαια! Οι μαθητές μας παίρνουν το λεωφορείο της γραμμής που περνάει από διάφορα χωριά.

Φ: Ναι άρα αφού κάνει και στάσεις και σταματάει κιόλας, οπότε εκεί μπορεί να λάβουμε υπόψιν και το κομμάτι του ότι το κινητό σταματάει, που και αυτό είναι μία αδυναμία που μπορεί να έχουν οι μαθητές και να μην το καταλαβαίνουν ή να μην το λαμβάνουν υπόψη.

Μ:Ναι

Φ:Οκ, μπορεί να πάρουμε λοιπόν το λεωφορείο της γραμμής από τη Ρόδο στη Σορωνή. Μια μέρα στην οποία το λεωφορείο ήταν ασφυκτικά γεμάτο και δεν είχε πού να βάλει ο οδηγός τους μαθητές, έναν μαθητή τον φωνάζει και τον βάζει δίπλα στην θέση του συνοδηγού και για καλή του τύχη την προηγούμενη μέρα είχε κάνει το μάθημα για τη μέση και τη στιγμιαία ταχύτητα, οπότε ο μαθητής γεμάτος περιέργεια κι επειδή ήθελε να βεβαιωθεί ότι έχει καταλάβει τι είναι μέση και στιγμιαία ταχύτητα κτλ., οπότε ας πούμε ότι σε πρώτη φάση ρωτάει τον οδηγό: «με τι ταχύτητα κινείται το λεωφορείο;». Και ο οδηγός του λέει, αλλά αυτός αρχίζει και προβληματίζεται: «τώρα αυτό τι είναι μέση ή στιγμιαία ταχύτητα;». Ο μαθητής καταλαβαίνει ότι αυτό είναι στιγμιαία ταχύτητα και σκέφτεται δεν κάνω και μία εργασία να υπολογίσω τη μέση ταχύτητα του λεωφορείου για να εντυπωσιάσω τον καθηγητή μου, που το γουστάρω πολύ και με έχει και λίγο στο μάτι … Οπότε παίρνει ένα τετράδιο και με τη βοήθεια του κινητού του μετράει το χρόνο που κάνει το λεωφορείο για να κινηθεί από την αφετηρία μέχρι να φτάσει Σορωνή ..ρωτάει και τον οδηγό ή χρησιμοποιεί το κινητό του μέσω του google maps για να υπολογίσει και την χιλιομετρική απόσταση ανάμεσα στην Ρόδο και στην Σορωνή, στη συνέχεια κάνει και τη διαίρεση απόστασης με το χρόνο και υπολογίζει και τη μέση ταχύτητα. Το πηγαίνει και στον καθηγητή του, παίρνει και ένα 20 από αυτόν σαν πρωτότυπη εργασία. Αυτό είναι μια ιδέα!! Τώρα αν μπορούσαμε να την εμπλουτίσουμε και να την κάνουμε λίγο καλύτερη;

Μ: Θα μπορούσαμε να το σπάσουμε σε κομμάτια από χωριό σε χωριό.

Φ: Σωστά.

Μ: Λόγω διαδρομής έχει διαφορετικές ταχύτητες το λεωφορείο άρα βγαίνει διαφορετική η μέση ταχύτητα από χωριό σε χωριό.

Φ:Α!οπότε να υπολογίσει λοιπόν τη μέση ταχύτητα για κάθε διαδρομή ξεχωριστά!

Μ:Ναι.Και μετά σαν ερώτημα αφού βρει μια μέση ταχύτητα από το Α στο Β και από το Β στο Γ, να βρει τη μέση ταχύτητα από το Α στο Γ, που πιστεύω πολλοί θα έκαναν το λάθος να πάνε καθαρά στην ταχύτητα δηλαδή αν η μέση ταχύτητα από το Α στο Β ήτανε 40 km/h και από το Β στο Γ ήταν 60 km/h, νομίζω πως πολλοί και όχι μόνο δευτέρας γυμνασίου μαθητές θα έλεγαν πως η συνολική μέση ταχύτητα θα ήταν 50 km/h. Είναι σωστό αυτό;

Φ: Σωστά γιατί μεσολαβεί και η ακινησία του λεωφορείου που και ο χρόνος αυτός συμμετέχει στη μέση ταχύτητα, οπότε λύνουμε και το δεύτερο πρόβλημα που τα παιδιά παραβλέπουν αυτό το κομμάτι, του ότι δηλαδή ένα σώμα μπορεί να σταματήσει και πρέπει να υπολογίσουν και αυτό το χρόνο που περνάει από την αρχική μέχρι την τελική θέση.

Μ:Συν του ότι αν δεν κάνω λάθος παίζει ρόλο και πόση ώρα έκανε για το καθένα, δηλαδή αν από το Α στο Β είναι 2 λεπτά και από το Β στο Γ είναι μισή ώρα ,η μέση ταχύτητα θα ναι πιο κοντά στο 60 ..σωστά;

Φ: Σωστά σωστά!!Λέω να εμπλουτίσουμε λίγο ακόμα αυτό το πρόβλημα και μετά να το κατασκευάσουμε. Για τη χρονική στιγμή και για το χρονικό διάστημα εντάξει αυτό τώρα είναι εύκολο, ούτε νομίζω ότι μπερδεύονται οι μαθητές με αυτό η αλήθεια είναι, αλλά τέλος πάντων. Αν υπάρχει κάποια σύγχυση για αυτό, απλώς δεν ξέρω στο πρόβλημα πώς μπορούμε να το εντάξουμε.. γιατί κάπως πρέπει να φαίνεται ..

Μ: Το χρονικό διάστημα δεν είναι η διαφορά των δύο χρονικών στιγμών;

Φ: Ναι βέβαια! Ίσως τώρα μου ήρθε κάτι.. εδώ θα μπορούσε να συμμετέχει ένας συμμαθητής ή ο οδηγός και να ρωτήσει κάποιος από τους δύο, αυτόν το μαθητή που κάνει αυτήν την εργασία ,να του ζητήσει να καταγράψει την χρονική στιγμή που ξεκίνησε το λεωφορείο ή και ο οδηγός όταν φτάνει στην πρώτη στάση για παράδειγμα να του ζητήσει να καταγράψει επίσης τη χρονική στιγμή που έφτασε το λεωφορείο στη συγκεκριμένη θέση και να του ζητήσει στην συνέχεια να υπολογίσει το χρονικό διάστημα, γιατί αλλιώς δεν γίνεται να βρεις μέση ταχύτητα αν δεν υπολογίσεις χρονικό διάστημα.. Έτσι! Οπότε τώρα αυτό ,εάν θα είναι σε συνεργασία με συμμαθητή ή σε συνεργασία με τον οδηγό, εντάξει δεν παίζει ρόλο. Και όσον αφορά στην μετατόπιση και την απόσταση επίσης …την απόσταση την έχουμε ήδη αναφέρει στον υπολογισμό ούτως ή άλλως της μέσης ταχύτητας.. Για τη μετατόπιση απλώς μπορούμε να πούμε ότι το λεωφορείο επιστρέφει άδειο στην θέση από όπου ξεκίνησε και να ζητήσουμε, (επειδή το πρόβλημα το φτιάχνουμε εμείς ούτως ή άλλως) να υπολογιστεί η μετατόπιση δεδομένου ότι ο μαθητής θα έχει κατέβει από το λεωφορείο και νομίζω ότι εδώ δεν μπορεί να γίνει κάτι άλλο.. είναι ένας πάρα πολύ καλός τρόπος να ξεχωρίσουν μετατόπιση από απόσταση γιατί η απόσταση μπορεί να είναι ας πούμε 10 km που έχει διανύσει ο μαθητής ενώ η μετατόπιση θα είναι μηδέν ,οπότε θα είναι ξεκάθαρη η διαφορά ανάμεσα στη μετατόπιση και την απόσταση αν το λεωφορείο πούμε ότι θα έχει επιστρέψει στην αφετηρία, και άρα θα δουν μια απόσταση 10km ,μια μετατόπιση μηδέν, οπότε καταλαβαίνουν κατευθείαν τη διαφορά, άρα αυτό θα το ζητήσουμε να το υπολογίσουν σαν τελευταίο κομμάτι στο πρόβλημά μας. Κάπως έτσι, λίγο πολύ καλύπτονται τα θέματα της φυσικής. Τώρα εγώ νιώθω έτοιμος να ξεκινήσουμε για την κατασκευή προβλήματος!

Μ: Ε,ας ξεκινήσουμε γιατί κι εγώ θα πω περισσότερα μέσα στο πρόβλημα και στη λύση..

Φ: Ωραία!

Μ: Ένα λεωφορείο ξεκινάει στις 7:00 το πρωί από την αφετηρία λεωφορείων στη Ρόδο και είναι γεμάτο μαθητές. Ένας μαθητής …

Φ:Τώρα μπορεί να το λέμε όπως θα το λέμε, αλλά μπορεί να κάνουμε και κάποιες μικροαλλαγές μετά ,γιατί στη διατύπωση μπορεί να μη μας βγει και σούπερ. Να φτιάξουμε ένα σχέδιο δηλαδή του προβλήματος. Κάπως έτσι…Ένας μαθητής λοιπόν..

Μ: Κάθεται κοντά στον οδηγό και αρχίζει τις ερωτήσεις;

Φ:Ναι, βασικά να πούμε πρώτα ένας μαθητής που είχε διδαχθεί στο προηγούμενο μάθημα ή στα προηγούμενα μαθήματα τις έννοιες: [στιγμιαία ταχύτητας, μέση ταχύτητας],[χρονικής στιγμής και χρονικού διαστήματος],[απόστασης και μετατόπισης]..Α μου ήρθε εμένα και μια έμπνευση: ο μαθητής παίρνει την πρωτοβουλία να καθίσει στη θέση του συνοδηγού στο λεωφορείο, προετοιμάζοντας μία εργασία για να εντυπωσιάσει τον καθηγητή του. Έτσι σε κάθε στάση καταγράφει την ώρα που έφτασε και με τη βοήθεια google maps καταγράφει και την απόσταση που έκανε το λεωφορείο, επίσης καταγράφει την ταχύτητα του λεωφορείου σε διάφορες χρονικές στιγμές και όταν αυτό είναι σταματημένο από το κοντέρ του λεωφορείου. Γιώργο τώρα βάλε εσύ ότι τιμές θέλεις. Και να πούμε ότι οι τιμές αυτές φαίνονται στο παρακάτω πίνακα.

Μ:Φτιάχνω τον πίνακα :

Διαδρομή	Ώρα	Απόσταση
Ρόδος	7:00	-
Ρόδος -Κρεμαστή	7:30	15km
Κρεμαστή-Παραδείσι	7:40	5km
Παραδείσι-Σορωνή	8:00	10km

Φ: Όταν είσαι έτοιμος πες μου Ε;

Μ: Εντάξει.

Φ:Μη βάλεις παραπάνω από τρία χωριά Ε δεν νομίζω ότι χρειάζεται

Μ: Πρέπει να βάλουμε τις αποστάσεις καλά ,να τις σκεφτούμε ώστε να μην βγουν πολύ μικρές ή τεράστιες.

Φ: Κοίταξε η αλήθεια είναι ότι οι μέσες ταχύτητες μπορεί να βγουν ότι θέλουν, γιατί στην κάθε στάση μπορεί να κάθεται κανένα πεντάλεπτο ,οπότε η ταχύτητα να βγει πολύ μειωμένη άρα μην αγχώνεσαι για αυτό! Βέβαια μπορούμε να τη σκεφτούμε να είναι πραγματικές τιμές να μην είναι τελείως εκτός. Για ένα χιλιόμετρο δηλαδή πόσο μπορεί να κάνει μπορεί να κάνει πέντε λεπτά για παράδειγμα,3 λεπτά αν έχει και κίνηση;

Μ: Να βάλω ώρα ή τη διάρκεια εδώ;

Φ: Ώρα να βάλεις για να υπολογίσουν αυτοί!

Μ: Νομίζω κάπου τόσο είναι οι αποστάσεις τώρα με τις ώρες; πάει αργά λεωφορείο είναι…νομίζω θα βγουν κάπως ρεαλιστικά.

Φ: Ωραία

Μ: Οπότε μετά;

Φ: Οπότε πάμε στα ερωτήματα. Ένα ερώτημα θα μπορούσε να είναι σε ποια χρονική στιγμή το λεωφορείο έφτασε στη στάση τάδε; Το επόμενο ερώτημα πόσο χρονικό διάστημα έκανε μέχρι να φτάσει στη στάση τάδε. Ένα επόμενο ερώτημα θα μπορούσε να είναι πόση είναι η στιγμιαία ταχύτητα του λεωφορείου, τη χρονική στιγμή που πέρασε από το τάδε χωριό.

Φ: Προηγουμένως να γράψουμε, ό,τι κατέγραφε στιγμιαίες ταχύτητες σε κάποιες χρονικές στιγμές;

Μ: Ναι

Φ: Άρα τώρα μπορούμε να γράψουμε πόσο είναι η στιγμιαία ταχύτητα τη χρονική στιγμή τάδε που κατέγραφε ο μαθητής;

Μ: Αυτό δεν το έχουμε δώσει όμως, πρέπει να το δώσουμε;

Φ: Ναι να το βάλουμε και αυτό για να δείξουμε τη διαφορά ανάμεσα στις στιγμιαία και μέση ταχύτητα.

Μ: Πρέπει να βάλουμε μία στήλη ακόμα δηλαδή. Στη στήλη όμως δεν έχουμε γράψει ποτέ φτάνει. Αν φτάνει, υποχρεωτικά σταματάει.

Φ: Και στις στάσεις γενικά σταματάει απλώς για τις στιγμιαίες ταχύτητες χρειαζόμαστε και χρονικές στιγμές που κινείται το λεωφορείο να μην είναι μόνο σταματημένο.

Μ: Άρα θα κάνω άλλο πίνακα με ώρα, ταχύτητα..

Ώρα	Ταχύτητα
7:21	20km/h
7:32	35km/h
7:45	42km/h

Φ: Οπότε πόσο είναι η στιγμιαία ταχύτητα τις τάδε χρονικές στιγμές και πόση είναι η μέση ταχύτητα από το ένα χωριό στο άλλο; Και αυτό που είπες πόση είναι η μέση ταχύτητα από την αρχή μέχρι το τέλος. Α ξέχασα και ένα ερώτημα πριν τη μέση ταχύτητα να υπολογίσει ξεχωριστά το διάστημα γιατί το χρειαζόμαστε για τη διαφορά ανάμεσα στο διάστημα και τη μετατόπιση. Να υπολογίσει το συνολικό διάστημα πριν τον υπολογισμό της συνολικής μέσης ταχύτητας.

Μ: Να υπολογίσει το διάστημα από χωριό σε χωριό!

Φ: Και το συνολικό διάστημα! Για τη μέση ταχύτητα το έγραψες ανά διαστήματα;

Μ: Ναι

Φ: Σκέφτηκα και ένα τελευταίο ότι ο καθηγητής του βλέπει εντυπωσιασμένος τα αποτελέσματα της εργασίας του μαθητή του και του λέει αν μου υπολογίσεις και τη συνολική μετατόπιση του λεωφορείου από τη στιγμή που ξεκίνησε μέχρι να επιστρέψει στην αφετηρία, θα σου βάλω 20 στο τετράμηνο και ο μαθητής πήρε 20 στο τετράμηνο. Υπολογίστε : «τι μετατόπιση έγραψε;».

Μ: Τώρα θα ήθελα εγώ ένα ερώτημα γιατί χρειάζεται να κάνουμε μετάφραση από λεκτικές σε συμβολικές.

Φ:Οκ

Μ: Άρα θα μπορούσαμε να βάλουμε από Κρεμαστή για Παραδείσι ας πούμε ήταν διπλάσια και μειωμένη κατά πέντε, πόσο χρόνο θα έκανε;

Φ: Ωραία! Πάντως αυτό το πρόβλημα είναι δύο ωρών πρόβλημα.

Μ: Α είναι εργασία για το σπίτι! Ίσως θα μπορούσαμε ένα ακόμα ερώτημα. Θα μπορούσαμε να μιλήσουμε για τις δυσκολίες στην αδύνατη εξίσωση και αόριστη; Αόριστη δεν μπορούμε να βρούμε νομίζω. Μπορούμε να βρούμε κάτι εδώ, μία εξίσωση δηλαδή με άπειρες λύσεις;

Φ: Όχι δεν μπορούμε.

Μ: Αδύνατη όμως θα μπορούσαμε.

Φ: Αδύνατη δηλαδή ο χρόνος να είναι μηδέν ας πούμε;

Μ: Ναι ή να βγει αρνητικός ο χρόνος κάτι τέτοιο.

Φ: Αρνητικός χρόνος πώς θα μπορούσε να βγει;

Μ: Όχι;

Φ: Κοίταξε αδύνατη μόνο αν κάνει κάποιο λάθος ο μαθητής! Δεν ξέρω πώς θα μπορούσε διαφορετικά να βγει αδύνατο. Τώρα σκέφτηκα ότι θα μπορούσε να κάνει κάπως λάθος ο μαθητής. Μπορεί να έγραψε κατά λάθος ο μαθητής ότι ξεκίνησε στις 8:00 το λεωφορείο και έφτασε στις 7:00. Είναι δυνατόν η απάντηση που βρήκε να είναι σωστή; Δεν ξέρω πώς θα το διατυπώσετε στα μαθηματικά; Δεν ξέρω αν ταιριάζει με αυτό που σκέφτεσαι στα μαθηματικά;

Μ: Αν γράφαμε ότι η μέση ταχύτητα για το πρώτο μισό ήταν τόσο, πόσο θα έπρεπε να είναι στο δεύτερο μισό, ώστε να βγάλει συνολική μέση ταχύτητα τόσο; Και κάπως εκεί να βγει η αδύνατη εξίσωση αλλά δεν ξέρω αν θα έβγαινε αδύνατο ή θα έβγαινε πολύ μεγάλη ταχύτητα. Είναι δυνατό στα μαθηματικά αλλά όχι στη φυσική.

Φ: Μάλλον δυνατό θα βγει έτσι όπως το σκέφτομαι. Δηλαδή για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα μπορεί να βγει όση μέση ταχύτητα θέλουμε.

Μ: Εντάξει ας το αφήνουμε αυτό με το αδύνατο. Μετά είναι στην επίλυση με τη χιαστί που το βάλαμε και λεκτικές συμβολικές βάλαμε…άρα είμαστε εντάξει.. Στις χρονικές στιγμές στον πίνακα επίσης μπορούμε αντί για ταχύτητα να βάλουμε ταχύτητα στο κοντέρ.

Ώρα	Ταχύτητα στο κοντέρ
7:21	20km/h
7:32	35km/h
7:45	42km/h

4.3. ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

Σε αυτή την ενότητα παραθέτουμε τις απαντήσεις στα ερευνητικά ερωτήματα. Αρχικά, οι απαντήσεις όσων αφορούν

- την *πριν την εμπλοκή* των εκπαιδευτικών σε διαδικασίες συν-κατασκευής προβλήματος για την ανάδειξη διεπιστημονικών συνδέσεων μεταξύ των εννοιών «εξίσωση» και «μέση ταχύτητα» έχουμε απαντήσεις για δύο ερευνητικά ερωτήματα:

Το 1ο ερώτημα σχετικά με το ποιες είναι οι απόψεις εκπαιδευτικών μαθηματικών και φυσικής Β’ Γυμνασίου για την ωφελιμότητα και σημαντικότητα κατασκευής προβλήματος, συνδέεται με την ερώτηση 5 και 6 που τους έγινε στην πρώτη φάση κι απάντησαν και οι δύο ότι τη θεωρούν όντως σημαντική, ο μεν φυσικός γιατί πιστεύει ότι έτσι θα μπορεί να προσαρμοστεί στις ανάγκες των μαθητών του, ο δε μαθηματικός γιατί με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται η εξατομίκευση της διδασκαλίας καθώς πιστεύει ότι μπορεί να προσαρμόσει το πρόβλημα στις ανάγκες, τα ενδιαφέροντα και τις δυνατότητες του μαθητή και θεωρώντας τα σχολικά βιβλία παρωχημένα που δεν ανταποκρίνονται στην εποχή, βρίσκει τη διαδικασία, δημιουργική για τον καθηγητή, όπου μπορεί να ανακαλύψει πτυχές της διδακτικής ενότητας καθώς και σύνδεση αυτής με άλλες ενότητες, που δεν είχε σκεφτεί. Επιπλέον και οι δύο εκπαιδευτικοί τη θεωρούν ωφέλιμη και μάλιστα ως παράδειγμα ο μαθηματικός έφερε ότι σε μια τάξη όπου οι μαθητές δεν δείχνουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά, κατασκευάζει ένα πρόβλημα που αναφέρεται στις επιδόσεις μια αθλητικής ομάδας, για να τραβήξει το ενδιαφέρον των μαθητών, ενώ ο φυσικός δίνει ένα παράδειγμα για να τονώσει το ενδιαφέρον των μαθητών εάν αδιαφορούν, στο οποίο εάν σε κάποιους μαθητές τους αρέσουν οι αγώνες ταχύτητας, τότε θα ήταν πολύ ωφέλιμο γι’ αυτούς η κατασκευή ενός προβλήματος που να υπολογίζουν την τριβή όταν το έδαφος είναι στεγνό ή όταν είναι βρεγμένο καθώς επίσης και το διανυόμενο διάστημα μέχρι να σταματήσει το όχημά τους ανάλογα με την ταχύτητα που θα έχει την στιγμή που θα πατήσουν το φρένο, ώστε να καταλάβουν την επικινδυνότητα του να οδηγούν με μεγάλες ταχύτητες.

Το δεύτερο ερώτημα εάν κατασκευάζουν προβλήματα οι μαθηματικοί συνεργαζόμενοι με συναδέλφους τους φυσικούς; σχετίζεται με την ερώτηση 8 που τους τέθηκε όπου και οι δύο απάντησαν αρνητικά.

Στη συνέχεια και όσον αφορά στην

- κατά την εμπλοκή των εκπαιδευτικών στην συν-κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος έχουμε απαντήσεις σε τρία ερευνητικά ερωτήματα.

Για το 1ο ερώτημα το οποίο αναφέρεται σε ποιες παραμέτρους έλαβαν υπόψη τους, απάντησαν μέσω της ερώτησης 3 που τους τέθηκε κατά τη διάρκεια συνεργασίας τους και συγκεκριμένα ο μαθηματικός είπε ότι στο πρόβλημα, από μαθηματικής άποψης, αναφέρθηκαν στις δυσκολίες μετατροπής λεκτικού σε συμβολικό λόγο και της επίλυσης κλασματικών εξισώσεων κι έγινε προσπάθεια να αντιμετωπιστούν οι δυσκολίες που παρουσιάζουν τα παιδιά για την επίλυση αδύνατης και αόριστης εξίσωσης θέτοντας μηδενικό ή αρνητικό χρόνο αλλά αυτό ήταν ανέφικτο στη φυσική, ενώ ο φυσικός απάντησε ότι για την κατασκευή προβλήματος έλαβε υπόψη του όλες τις δυσκολίες της φυσικής που αναφέρθηκαν στην βιβλιογραφία ,την ευθυγράμμιση περιεχομένου προβλήματος με το πρόγραμμα σπουδών και με το γνωστικό επίπεδο των μαθητών. Η καθημερινότητα των παιδιών,(ο πρωταγωνιστής που παίρνει πρωτοβουλία να κάνει μια εργασία και ο καθηγητής τον επιβραβεύει ως αναφορά του μαθηματικού) και η επιβράβευση στην προσπάθεια και την πρωτοτυπία(τετραμηνιαίος βαθμός 20 ως αναφορά του φυσικού) αποτελούν άλλες παραμέτρους που έλαβαν υπόψη τους.

Το 2ο ερευνητικό ερώτημα το οποίο ήταν ποιες εμπειρίες αξιοποίησαν, αντιστοιχεί στην ερώτηση 4 , όπου ο φυσικός παρέθεσε ως εμπειρία ένα πείραμα που έκανε στην τάξη για την διαφοροποίηση μετατόπισης/διαστήματος, ενώ ο μαθηματικός απάντησε ότι οι εμπειρίες του είναι οι ίδιες των προβλημάτων που έχει συναντήσει στα διάφορα βιβλία στα οποία έχει εργαστεί.

Το 3ο ερευνητικό ερώτημα το οποίο αναφερόταν στις προκλήσεις που αντιμετώπισαν, συνδέεται με την ερώτηση 6 στην οποία ο μαθηματικός απάντησε ότι για κάποιες έννοιες της φυσικής δεν ήταν σίγουρος αλλά τον διαφώτισε ο συνάδελφος του φυσικός , ο οποίος στην ίδια ερώτηση απάντησε ότι η διαδικασία ήταν λίγο χρονοβόρα κι έπρεπε να βρουν κοινό χρόνο.

Τέλος, αναφορικά στην

- μετά την εμπλοκή τους, στη συν-κατασκευή προβλήματος

και συγκεκριμένα για το 1ο ερευνητικό ερώτημα: «Ποιες είναι οι απόψεις εκπαιδευτικών μαθηματικών και φυσικής για την ωφελιμότητα κατασκευής προβλήματος;», οι εκπαιδευτικοί απάντησαν μέσω της ερώτησης 1 που τους τέθηκε, εάν πιστεύουν ότι είναι ωφέλιμη η κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος για να το επιλύσουν τα παιδιά στην τάξη. Ο μαθηματικός πιστεύει πως είναι πολύ ωφέλιμη, καθώς τα παιδιά καλούνται να συνδυάσουν γνώσεις που δεν έχουν σκεφτεί πώς συνδέονται, αναπτύσσουν την κριτική τους σκέψη, αυξάνουν το ενδιαφέρον και το κίνητρο για μάθηση καθώς τους δείχνει εφαρμογές των μαθηματικών στην καθημερινή ζωή και οι καθηγητές προσεγγίζουν το θέμα από διαφορετική οπτική κάτι που ίσως αναγκάσει τα παιδιά να γίνουν πιο δημιουργικά και ενδεχομένως να μπουν σε μια διαδικασία συνεργασίας. Ο φυσικός επίσης θεωρεί ωφέλιμη την κατασκευή προβλήματος διότι κεντρίζει το ενδιαφέρον των μαθητών προσαρμόζεται στις ανάγκες και στα ιδιαίτερα ενδιαφέροντα τους και συνδέει τα μαθήματα με την καθημερινότητά τους.

Σχετικά με το $2^{ο}$ ερευνητικό ερώτημα, εάν προτίθενται να κατασκευάζουν προβλήματα συνεργαζόμενοι με εκπαιδευτικούς μιας/της άλλης ειδικότητας (ποιας) και για ποιους λόγους, ο μαθηματικός θεωρεί πως δεν θα μπορούσε καθώς είναι κάτι που απαιτεί χρόνο και είναι έτσι δομημένο το πρόγραμμα σπουδών που δεν αφήνει πολλά περιθώρια για αυτοσχεδιασμούς αλλά ιδανικά, θα ήθελε να έχει αυτή τη δυνατότητα για διεπιστημονικές συνεργασίες, όχι μόνο με φυσικούς αλλά και με άλλες ειδικότητες διότι έτσι θα μπορούσε να δελεάσει παιδιά που τους αρέσουν άλλα μαθήματα αλλά όχι τα μαθηματικά, να δουν το μάθημα υπό άλλο πρίσμα, ενώ ο φυσικός απάντησε αρνητικά στο Λύκειο, όπου οι απαιτήσεις εκεί για να βγει η ύλη είναι καθοριστικές, ολοκληρωμένα προβλήματα είναι διαθέσιμα τόσο στο βιβλίο όσο και στην τράπεζα θεμάτων, οπότε δεν το θεωρεί τόσο κρίσιμο να κατασκευάσει και δικά του σε μια ύλη στα μαθηματικά και φυσική που αποκλίνει καθοριστικά. Ωστόσο συνεχίζοντας την απάντησή του, θεωρεί ότι στο γυμνάσιο υπάρχει μεγαλύτερη ευελιξία και ανάγκη για κατασκευή προβλημάτων, αλλά και στο γυμνάσιο στην καθημερινή πρακτική είναι αρκετά δύσκολο διότι για την διδασκαλία της φυσικής προτάσσεται κυρίως η θεωρία και όχι οι τύποι, οπότε η κατασκευή προβλήματος που να μπορεί να αξιοποιηθεί και από τα μαθηματικά κρίνεται πρακτικά πολύ δύσκολη. Έφερε ως παράδειγμα ότι σε επιμέρους ενότητες όπως στο κεφάλαιο της πίεσης για τον ορισμό της ή για την υδροστατική πίεση θα μπορούσε να γίνει ένας συνδυασμός φυσικής και μαθηματικών για την κατασκευή προβλήματος.

5.ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Σκοπός της έρευνας ήταν να εξεταστούν οι απόψεις που έχουν οι εκπαιδευτικοί σχετικά με την κατασκευή προβλήματος από τους ίδιους. Παράλληλα, σκοπός της έρευνας ήταν να διερευνηθεί, κατά πόσο είναι εφικτή η συνεργασία δύο διαφορετικών ειδικοτήτων, συγκεκριμένα Φυσικής και Μαθηματικών, για την κατασκευή ενός διεπιστημονικού προβλήματος και τις δυσκολίες που αντιμετώπισαν για την επίτευξη της κατασκευής αυτής.

5.1 ΕΝΑΡΜΟΝΙΣΗ ΜΕ ΤΙΣ ΥΠΑΡΧΟΥΣΕΣ ΘΕΩΡΙΕΣ

Οι απαντήσεις στα ερευνητικά ερωτήματα της έρευνας μας, έρχονται κυρίως σε σύγκλιση με προηγούμενες έρευνες στη βιβλιογραφία. Ειδικότερα,

- *Πριν την εμπλοκή τους* σε διαδικασίες συν-κατασκευής προβλήματος για την ανάδειξη διεπιστημονικών συνδέσεων μεταξύ των εννοιών «εξίσωση» και «μέση ταχύτητα» και για το ερευνητικό ερώτημα:

  ✧ ποιες είναι οι απόψεις εκπαιδευτικών μαθηματικών και φυσικής Β’ Γυμνασίου για την *ωφελιμότητα και τη σημαντικότητα* κατασκευής προβλήματος, παρατηρείται ότι η όντως θεώρηση αυτής ως σημαντική κι από τους δύο εκπαιδευτικούς,(αφού πιστεύουν ότι έτσι επιτυγχάνεται η *εξατομίκευση της διδασκαλίας* , μπορούν να προσαρμόσουν το πρόβλημα στις *ανάγκες, τα ενδιαφέροντα και τις δυνατότητες του μαθητή* και βρίσκουν τη διαδικασία, *δημιουργική για τον καθηγητή*, όπου μπορεί να ανακαλύψει πτυχές της διδακτικής ενότητας καθώς και *σύνδεση αυτής με άλλες ενότητες*, που δεν είχε σκεφτεί), συγκλίνει με τις αντιλήψεις των 56 συμμετεχόντων των Hošpesová και Tichá(2015), στο Ζιάκας, (2022),που αναφέρουν ότι «η *κατασκευή προβλήματος είναι σημαντική* (ωστόσο κανένας από τους συμμετέχοντες δεν προσπάθησε να διατυπώσει ποιες είναι οι προϋποθέσεις, οι γνώσεις, οι δεξιότητες και οι απαραίτητες εμπειρίες για την επιτυχή κατασκευή προβλήματος)», όπως και στη δική μας μελέτη, « *τα προβλήματα που κατασκευάζει ένας εκπαιδευτικός είναι πιο ελκυστικά και σχετικά για τα παιδιά*», «*βοηθούν στην κατανόηση των παιδιών*» και «*η κατασκευή προβλήματος συνδεόταν με τη δημιουργικότητα*». Επιπλέον, εφόσον για την ωφελιμότητα της κατασκευής προβλήματος, έδωσαν προβλήματα αναφερόμενα για παράδειγμα,σε αθλητικές ομάδες ώστε *να κεντρίζεται το ενδιαφέρον* των μαθητών τους ή αναφερόμενα σε αγώνες ταχύτητας, υπολογίζοντας την τριβή όταν το έδαφος είναι στεγνό ή όταν είναι βρεγμένο καθώς και το διανυόμενο διάστημα μέχρι να σταματήσει το όχημά τους ανάλογα με την ταχύτητα που θα έχει την στιγμή που θα πατήσουν το φρένο, ώστε να ενισχύεται *η κατανόηση επικινδυνότητας* οδήγησης με μεγάλες ταχύτητες, επομένως φαίνεται να συμφωνούν με τις αναφορές των συμμετεχόντων εκπαιδευτικών της έρευνας των X. Li, N. Song, S. Hwang και J. Cai σε εργασία τους(2020),σύμφωνα με τον Ζιάκα (2022) για τα πλεονεκτήματα στη διδασκαλία μέσω της κατασκευής προβλήματος(*για τη γνώση των μαθητών, για τα συναισθήματα των μαθητών και παιδαγωγικά πλεονεκτήματα, (ότι δηλαδή θα μπορούσε να διευκολύνει τη μαθηματική σκέψη των μαθητών, να προκαλέσει ένα θετικό κλίμα, την περιέργεια των μαθητών και συνεπώς την ενεργή συμμετοχή τους στην τάξη*)).

✧ Για το δεύτερο ερώτημα εάν κατασκευάζουν προβλήματα οι μαθηματικοί συνεργαζόμενοι με συναδέλφους τους φυσικούς και οι δύο απάντησαν αρνητικά, γεγονός που συμφωνεί με τις απόψεις εκπαιδευτικών στο Ζιάκας (2022), όπου αναφέρεται ότι μερικοί συμμετέχοντες εξέφρασαν το άγχος τους και αρνήθηκαν να κατασκευάσουν προβλήματα.

Στη συνέχεια και όσον αφορά στην

- *Κατά την εμπλοκή* των εκπαιδευτικών στην συν-κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος

✧ για το 1^{ο} ερευνητικό ερώτημα το οποίο αναφέρεται σε *ποιες παραμέτρους* έλαβαν υπόψη τους, η απάντηση του μαθηματικού ότι στο πρόβλημα, από μαθηματικής άποψης, αναφέρθηκαν στις δυσκολίες μετατροπής λεκτικού σε συμβολικό λόγο, και της επίλυσης κλασματικών εξισώσεων κι έγινε προσπάθεια να αντιμετωπιστούν οι δυσκολίες που παρουσιάζουν τα παιδιά για την επίλυση αδύνατης και αόριστης εξίσωσης θέτοντας μηδενικό ή αρνητικό χρόνο αλλά αυτό ήταν ανέφικτο στη φυσική ,συνάδει με τις έρευνες Rosnick, (1981) στο Capraro, M.,& Joffrion, H.(2006),(Star,2002) και (Huntley et al.,2007) αντίστοιχα, και του φυσικού στην έρευνά μας για τις δυσκολίες στη φυσική, με την έρευνα Billings και Klanderman,2000,στο «Σιαφάκα,2017», Kadir, Foong, Wong και Kuppan,(2011), στο Σιαφάκας,(2017) και έρευνα των Métioui & Baulu MacWillie ,(2013),στο «Σιαφάκας,2017» αντίστοιχα, από τη βιβλιογραφία . Επίσης η αναφορά του στην ευθυγράμμιση περιεχομένου προβλήματος με το πρόγραμμα σπουδών συμφωνεί με τις κατευθυντήριες γραμμές που παίρνουν οι εκπαιδευτικοί από τα προγράμματα σπουδών, τις οδηγίες και τα νέα προγράμματα σπουδών. Η *καθημερινότητα* των παιδιών,(ο πρωταγωνιστής που παίρνει *πρωτοβουλία* να κάνει μια εργασία και ο καθηγητής τον επιβραβεύει ως αναφορά του μαθηματικού) και η επιβράβευση στην προσπάθεια και την *πρωτοτυπία*(τετραμηνιαίος βαθμός 20 ως αναφορά του φυσικού) ως άλλες παραμέτρους που έλαβαν υπόψη τους, συγκλίνει με τις αναφορές για *πρωτοτυπία* των ερευνών Ervynck, 1991- Kontorovich, Koichu, Leikin, & Berman, 2012˙Leikin & Lev, 2007˙ Leung, 1997˙ Silver, 1997) σύμφωνα με τους Singer, Ellerton,& Cai(2013), αλλά και του Star, (2002), ο οποίος όπως προαναφέρθηκε στη βιβλιογραφία,προτείνει δύο κεντρικά χαρακτηριστικά της «προσεκτικής» εκτέλεσης διαδικασιών (α) την ευελιξία η οποία αναφέρεται στην ικανότητα να χρησιμοποιηθούν διάφορες μαθηματικές διαδικασίες για να βρεθεί η καλύτερη λύση για ένα πρόβλημα (Beishuizen, van Putten, & van Mulken,1997- Feltovich, Spiro, & Coulson, 1997) και (β) την *καινοτομία*(Gick, 1986- Ryle, 1949- Simon &Reed, 1976),η οποία αφορά στη δημιουργική χρήση των βημάτων μιας διαδικασίας για να επιτευχθεί μια πιο αποτελεσματική λύση. Φαίνεται επομένως ,ότι οι εκπαιδευτικοί στην έρευνα αυτή, προσπάθησαν να φτιάξουν ένα πρωτότυπο, ευέλικτο και καινοτόμο προβλημα,καθιστώντας ομοίως ικανούς τους μαθητές τους, να χρησιμοποιήσουν στοχευμένα γνώσεις στα μαθηματικά και τη φυσική(ευελιξία), με δημιουργικό τρόπο ώστε να οδηγηθούν στην αποτελεσματικότερη επίλυση του προβλήματος(καινοτομία).

- ✧ Το 2ο ερευνητικό ερώτημα το οποίο ήταν *ποιες εμπειρίες* αξιοποίησαν , όπου ο φυσικός παρέθεσε ως εμπειρία ένα πείραμα που έκανε στην τάξη για την διαφοροποίηση μετατόπισης – διαστήματος, ενώ ο μαθηματικός απάντησε ότι οι εμπειρίες του είναι οι ίδιες των προβλημάτων που έχει συναντήσει στα διάφορα βιβλία στα οποία έχει εργαστεί, επισφραγίζει την άποψη, ότι «οι εμπειρίες των υποψηφίων με προηγούμενη διδακτική εμπειρία, διαπιστώθηκε ότι διευκόλυνε την επιτυχή μετάβαση των εκπαιδευτικών στον νέο ρόλο τους. Η προηγούμενη διδακτική εμπειρία έχει θετικό αντίκτυπο στην ποιότητα της διδασκαλίας που παρείχαν στους μαθητές, οι καθηγητές Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών(Scribner & Akiba,2009)»,όπως αναφέρεται στο Κοκολάκη(2021),σελ.81.

- ✧ Το 3ο ερευνητικό ερώτημα το οποίο αναφερόταν στις προκλήσεις που αντιμετώπισαν, στην οποία ο μαθηματικός απάντησε ότι για κάποιες έννοιες της φυσικής δεν ήταν σίγουρος αλλά τον διαφώτισε ο συνάδελφός του φυσικός , ο οποίος στην ίδια ερώτηση απάντησε ότι η διαδικασία ήταν λίγο χρονοβόρα κι έπρεπε να βρουν κοινό χρόνο, συνάδει «στο Ζιάκας, (2022),με τις Hošpesová και Tichá(2015), που αναφέρουν ότι « ορισμένα από τα σχόλια των συμμετεχόντων έδειξαν ότι τους έκαναν να σκεφτούν την επάρκεια της βάσης των γνώσεων τους για τη διδασκαλία των μαθηματικών (…..). Συμπληρωματικά δήλωσαν ότι (…)η όλη διαδικασία είναι χρονοβόρα και ότι προτιμούν να εφοδιάζονται με έτοιμα προς λύση προβλήματα»σελ.54-55,όπως και σύμφωνα με τον Ζιάκα (2022),οι X. Li, N. Song, S. Hwang και J. Cai σε εργασία τους(2020), αναφέρουν ότι « οι συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί (πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης) της έρευνας, ήταν επιφυλακτικοί για πιθανές προκλήσεις… Η έλλειψη χρόνου, η έλλειψη ενασχόλησης των εκπαιδευτικών με την κατασκευή προβλήματος ή γενικότερα η μη-επαφή αυτών με τη διαδικασία αυτή, είχε ως αποτέλεσμα το 46% να θεωρεί τη σχεδίαση εργασιών σχετικών με την κατασκευή προβλήματος ως εξίσου μία πρόκληση. Οι συμμετέχοντες της έρευνας δεν ήταν βέβαιοι πώς να επιλέξουν προβληματικές εργασίες και να δημιουργήσουν ένα μάθημα με τέτοιες εργασίες. Δεν ήταν επίσης σίγουροι για το τι είδους γνώσεις χρειάζονταν για τη χρήση αυτής της μεθόδου διδασκαλίας»σελ.51-52.

Τέλος, αναφορικά στην

- *Μετά την εμπλοκή τους*, στη συν-κατασκευή προβλήματος και συγκεκριμένα για

  ✧ το 1ο ερευνητικό ερώτημα: «Ποιες είναι οι απόψεις εκπαιδευτικών μαθηματικών και φυσικής για την ωφελιμότητα κατασκευής προβλήματος;», η θετική αιτιολόγηση του μαθηματικού, καθώς τα παιδιά καλούνται να *συνδυάσουν γνώσεις που δεν έχουν σκεφτεί* πώς συνδέονται, αναπτύσσουν την *κριτική τους σκέψη*, αυξάνουν το ενδιαφέρον και το *κίνητρο για μάθηση* καθώς τους *δείχνει εφαρμογές των μαθηματικών στην καθημερινή ζωή* και οι καθηγητές *προσεγγίζουν το θέμα από διαφορετική οπτική κάτι που ίσως αναγκάσει τα παιδιά να γίνουν πιο δημιουργικά* και ενδεχομένως να μπουν σε μια διαδικασία συνεργασίας, συγκλίνει με την άποψη ότι χρησιμεύει ως μέσο *ενίσχυσης της δημιουργικότητας* (Silver, Kilpatrick,& Schlesinger, 1990) ή ότι συμβάλλει στην ανάπτυξη νέας επιστημονικής γνώσης(English 1997˙Silver και Cai 1996),την προώθηση της κατανόησης των μαθητών (Ellerton 1986˙Polya 1957),επιλύει πρακτικές και θεωρητικά προβλήματα στην Επιστήμη(Cai, & Leikin,2020), οδηγεί στην ανάπτυξη νέων μεθόδων και λύσεων(Singer, et al,2015), προάγει την καινοτομία, ανάπτυξη και πρόοδο(English 1998˙English 2003), ενθαρρύνει τον διάλογο και τη συνεργασία στην επιστημονική κοινότητα, τη συνεργασία ερευνητών στη διατύπωση και επίλυση προβλημάτων, ενισχύοντας την ανταλλαγή ιδεών και γνώσεων (Hasanah et al,2017)ή ότι τα διεπιστημονικά μαθηματικά προετοιμάζουν τους/τις μαθητές/τριες σε *κριτικά σκεπτόμενους*/ες ενήλικες, που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά ως *εργαλείο κατανόησης και ερμηνείας της κοινωνικής πραγματικότητας*, τους προσφέρουν μια *εξαιρετική μαθησιακή ευκαιρία* για την απόκτηση γενικότερων μαθησιακών προσόντων (Staats & Batten, 2009),τους διασφαλίζουν περισσότερες ευκαιρίες για *εμπειρίες περισσότερο ουσιαστικές κι ενδιαφέρουσες* για συσχετισμό αλληλοκαλυπτόμενων εννοιών και αρχών(Furner και Kumar ,2007) στο Παπαθανασίου(2016). Σε αυτά συνηγορεί και η άποψη του φυσικού που θεωρεί ωφέλιμη την κατασκευή προβλήματος διότι *κεντρίζει το ενδιαφέρον* των μαθητών προσαρμόζεται στις ανάγκες και στα ιδιαίτερα ενδιαφέροντα τους και συνδέει τα μαθήματα με την καθημερινότητά τους(X. Li, N. Song, S. Hwang και J. Cai), στο «Ζιάκα (2022)».Οι απόψεις αυτές συμφωνούν με τους Silver, Mamona-Downs, Leung και Kenney,1996) για την κατασκευή προβλήματος ότι δηλαδή δίνει τη δυνατότητα στους εκπαιδευτικούς να *καλλιεργήσουν το ενδιαφέρον* των μαθητών τους για τα μαθηματικά και τη φυσική, την εφαρμογή μαθηματικών και φυσικών προβλημάτων σε πραγματικές καταστάσεις κι εφαρμογές στη ζωή τους, καθιστώντας την *μάθηση πιο ευχάριστη* και με τους Ellerton 1986˙Polya 1957) ότι είναι ένας σημαντικός τρόπος για την *προώθηση της κατανόησης των μαθητών.*

✧ Σχετικά με το 2ο ερευνητικό ερώτημα, εάν προτίθενται να κατασκευάζουν προβλήματα συνεργαζόμενοι με εκπαιδευτικούς μιας/της άλλης ειδικότητας (ποιας) και για ποιους λόγους, εξηγώντας ο μαθηματικός πως δεν θα μπορούσε καθώς είναι κάτι που απαιτεί χρόνο και είναι έτσι δομημένο το πρόγραμμα σπουδών που δεν αφήνει πολλά περιθώρια για αυτοσχεδιασμούς αλλά ιδανικά, θα ήθελε να έχει αυτή τη δυνατότητα για διεπιστημονικές συνεργασίες, με φυσικούς αλλά και με άλλες ειδικότητες διότι έτσι θα μπορούσε να δελεάσει παιδιά που τους αρέσουν άλλα μαθήματα αλλά όχι τα μαθηματικά, να δουν το μάθημα υπό άλλο πρίσμα, εναρμονίζεται «στο Ζιάκας, (2022)»,όπου η Hošpesová και η Tichá(2015), αναφέρουν ότι «μερικοί συμμετέχοντες εξέφρασαν το άγχος τους και αρνήθηκαν να κατασκευάσουν προβλήματα.

Συμπληρωματικά δήλωσαν ότι δεν τους άρεσε να κατασκευάζουν προβλήματα επειδή η όλη διαδικασία είναι χρονοβόρα και ότι προτιμούν να εφοδιάζονται με έτοιμα προς λύση προβλήματα» και ότι« το εκπαιδευτικό σύστημα και το σύστημα αρχών της κοινωνίας παίζει καθοριστικό ρόλο»(Zhou et al., 2000). Επίσης η αρνητική απάντηση του φυσικού για την πρόθεση του στην κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος στο Λύκειο, με καθοριστικές τις απαιτήσεις για την κάλυψη της ύλης, και συνεχίζοντας την απάντησή του, η θεώρησή του ότι στο γυμνάσιο υπάρχει μεγαλύτερη ευελιξία και ανάγκη για κατασκευή προβλημάτων, αλλά και στο γυμνάσιο στην καθημερινή πρακτική είναι αρκετά δύσκολο διότι για την διδασκαλία της φυσικής προτάσσεται κυρίως η θεωρία και όχι οι τύποι, οπότε η κατασκευή προβλήματος που να μπορεί να αξιοποιηθεί και από τα μαθηματικά κρίνεται πρακτικά πολύ δύσκολη, ενισχύουν την άποψη ότι η οργάνωση του εκπαιδευτικού συστήματος και ειδικότερα η δομή της ύλης παίζει καθοριστικό ρόλο (Jiang, Hwang & Cai, 2014; Jiang & Chua, 2009) και σίγουρα παρατηρείται εντυπωσιακή έλλειψη έκθεσης στο ζήτημα του τρόπου με τον οποίο οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί, οι οποίοι εκπαιδεύονται σε μεγάλο βαθμό με μονοθεματικό τρόπο, μπορούν να εξοπλιστούν καλύτερα ώστε να εισάγουν πραγματικά διεπιστημονικές δραστηριότητες διδασκαλίας στους μελλοντικούς μαθητές τους(Michelin,2015).Τέλος, ο φυσικός δεν αναφέρθηκε στο γεγονός εάν πιστεύει ότι «η φυσική είναι εγγενώς πειραματική επιστήμη που γίνεται στο εργαστήριο και όχι στο χαρτί (Gerace, 2001; Mulhall & Gunstone, 2012; Stocklmayer et al., 2012), δημιουργώντας μια απόσταση από τα Μαθηματικά,σελ.79» στο «Κοκολάκη,(2021),αλλά υποστήριξε ότι βρίσκει αποκλίνουσα την κατασκευή επιπλέον προβλημάτων στα μαθηματικά και τη φυσική δεδομένου των πολλών ολοκληρωμένων προβλημάτων στο βιβλίο και στην τράπεζα θεμάτων.

6.*ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ*

- Παρατηρούμε επομένως ότι οι εκπαιδευτικοί σε αυτή τη μελέτη περίπτωσης *πριν δημιουργήσουν πρόβλημα,*
  - είχαν την αντίληψη ότι μία τέτοια κατασκευή είναι και σημαντική και ωφέλιμη, αφού δημιουργεί τις προϋποθέσεις ώστε πιο εύκολα να προσαρμοστεί στις ανάγκες, τις δυνατότητες του μαθητή(ο μαθηματικός μίλησε για εξατομίκευση της διδασκαλίας)και τα ενδιαφέροντα μαθητών (αγώνες ταχύτητας ,αθλητικές ομάδες).
  - Επιπλέον και οι δύο εκπαιδευτικοί τη θεωρούν ωφέλιμη και μάλιστα ο μαθηματικός ισχυρίστηκε ότι κατασκευάζει ένα πρόβλημα με κάτι που θεωρούν ενδιαφέρον για να ερμηνεύσουν καλύτερα την κοινωνική τους πραγματικότητα, ή να αποκτήσουν καλύτερης ποιότητας μαθησιακές ευκαιρίες και εμπειρίες περισσότερο ουσιαστικές κι ενδιαφέρουσες , ενώ ο φυσικός ότι μπορούν να συνειδητοποιήσουν καλύτερα την επικινδυνότητα κάποιων βλαβερών δραστηριοτήτων ώστε να τις αποφύγουν.
- Για τις ανάγκες αυτής της έρευνας, οι εκπαιδευτικοί *προσπάθησαν να φτιάξουν ένα πρόβλημα*
  - το οποίο πίστευαν ότι θα είναι πιο ελκυστικό εάν αναφερόταν στην καθημερινή ζωή των παιδιών. Η ενσωμάτωση της καθημερινής τους μετακίνησης με το λεωφορείο στο πρόβλημα, αποδεικνύει την αντίληψή τους ότι με αυτόν τον τρόπο θα μπορούσαν να τους κεντρίσουν το ενδιαφέρον, να τους εξάψουν την περιέργεια ωθώντας τους να γίνουν πιο ενεργητικοί ,δημιουργικοί, χαρούμενοι με την πρωτότυπη εργασία τους (όπως χαρακτηριστικά ανέφερε ο φυσικός) με αποτέλεσμα να κατανοήσουν καλύτερα έννοιες στα μαθηματικά και τη φυσική(π.χ. να ξεχωρίσουν μετατόπιση/απόσταση ή να μετατρέπουν λεκτικές σε συμβολικές εκφράσεις με μοντελοποίηση). Θεωρούν λοιπόν, ότι η ενασχόληση των μαθητών τους σε καταστάσεις τις οποίες γνωρίζουν καλά, μπορεί να αποτελέσει κίνητρο για εμβάθυνση και η θεωρία να βρει ποιοτική εφαρμογή και πρακτική εξάσκηση.

- Άλλος σημαντικός παράγοντας που λαμβάνουν υπόψη κατά την κατασκευή προβλήματος είναι τα προγράμματα σπουδών/ οδηγίες που τους δίδονται από το υπουργείο Παιδείας(π.χ. ο φυσικός ανέφερε ότι στο γυμνάσιο τα βιβλία δίνουν έμφαση στη θεωρία και όχι τόσο στους τύπους) καθώς και τι είδους δυσκολίες παρουσιάζουν οι μαθητές τους σύμφωνα με τη διδακτική τους εμπειρία(για παράδειγμα στη συνέντευξη ο φυσικός ανέφερε ότι δεν θεωρεί ότι οι μαθητές συγχέουν τη χρονική στιγμή με το χρονικό διάστημα σύμφωνα με την εμπειρία του και ο μαθηματικός ότι θα ήθελε να ενσωματώσουν στο πρόβλημα εξίσωση αδύνατη ή αόριστη αν αυτό ήταν εφικτό και στη φυσική, με αρνητικό ή μηδενικό χρόνο για παράδειγμα) . Σε αυτό το σημείο αξίζει να παρατηρήσουμε, ότι ανάμεσα στα μαθηματικά και τη φυσική υπάρχουν συγκεκριμένα όρια και αποκλίσεις που είναι πολύ δύσκολη η γεφύρωσή τους! Κάτι που για τον/την μαθηματικό μπορεί να υφίσταται ως σύμβολο (π.χ. η μεταβλητή ως λύση μιας εξίσωσης μπορεί να έχει αρνητικό πρόσημο ή να είναι μηδενική), για το/την φυσικό δεν μπορεί να στηριχθεί εφόσον οι μεταβλητές στη φυσική είναι μεγέθη(π.χ. $t=-5$ δεν υπάρχει αρνητικός χρόνος).
- Ένα άλλο χαρακτηριστικό των αντιλήψεων των δύο εκπαιδευτικών στην κατασκευή προβλήματος είναι η χρήση προηγούμενων εμπειριών τους σε παρόμοιες ασκήσεις/προβλήματα/πειράματα όπως οι ίδιοι σημείωσαν. Τέλος, είναι εμφανές ότι η κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος δίνει τη δυνατότητα στους εκπαιδευτικούς που συνεργάζονται ,να μάθουν έννοιες από άλλα όμορα μαθήματα, να εμπλουτίσουν δηλαδή και οι ίδιοι τις γνώσεις τους (όπως ανέφερε ο μαθηματικός ρωτώντας το συνάδελφό του φυσικό για τη στιγμιαία ταχύτητα), βρίσκοντας έτσι διέξοδο διαφυγής από τον εγκλωβισμό των αυστηρών ορίων της διδασκαλίας μονοθεματικών ενοτήτων και τη διάθεση για εξερεύνηση διεπιστημονικών προσεγγίσεων σε πιο αχαρτογράφητα νερά, αλλά και πνευματική ανέλιξη και ευελιξία.
- Εδώ βέβαια παρουσιάζονται οι προκλήσεις που αντιμετωπίζουν οι εκπαιδευτικοί. Ο περιορισμός του ενδιαφέροντος μόνο σε διδακτέα ύλη της κάθε ειδικότητας και η άγνοια σε μαθησιακό υλικό άλλης

ειδικότητας, πολλές φορές κρύβει ανασφάλεια και φόβο για συνεργασία. Βέβαια όταν υπάρχει διάθεση για διαφώτιση και αλληλοβοήθεια η πρόκληση αυτή μπορεί να ξεπεραστεί.

- Κάποια στιγμή όταν ο φυσικός είπε ότι το πρόβλημα αυτό είναι δύο ωρών υπονόησε ότι ο χρόνος μιας διδακτικής ώρας είναι πολύ μικρός άρα όχι αρκετός για να διδαχτεί ένα τέτοιο πρόβλημα στην τάξη. Επίσης ανέφερε τη διαδικασία χρονοβόρα και την εύρεση κοινού χρόνου ως σημαντικές προκλήσεις. Φαίνεται καθαρά επομένως, ότι ο χρόνος δεν είναι σύμμαχος σε τέτοιου είδους διεπιστημονικές δημιουργίες!

- *Έπειτα από την αλληλεπίδραση τους* στην κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος
  - και οι δύο εκπαιδευτικοί συνέχισαν να πιστεύουν ότι η διαδικασία αυτή είναι σημαντική και ωφέλιμη για τους μαθητές ,γιατί τους δίνει ευκαιρίες να συνδέσουν το πρόβλημα με την καθημερινή τους ζωή και τα ενδιαφέροντα, να συνδυάσουν γνώσεις, οξύνοντας την κριτική τους αντίληψη και ικανότητα, κεντρίζοντας το ενδιαφέρον τους και προσαρμόζοντας το στις ανάγκες τους,
  - δε θα μπορούσαν να την εντάξουν όμως στη διδασκαλία τους ,γιατί είναι πολύ δύσκολη, απαιτεί χρόνο και το πρόγραμμα σπουδών δεν αφήνει πολλά περιθώρια για αυτοσχεδιασμούς. Επιπλέον, πιστεύουν ότι δε συμβαίνει στην πραγματικότητα γιατί επαφίεται στην προσωπικότητα και τη νοοτροπία των καθηγητών εάν δηλαδή είναι συνεργάσιμοι ή όχι ή εάν ενδιαφέρονται οι ίδιοι να βελτιώσουν την ποιότητα του μαθήματος και τους τρόπους διδασκαλίας τους(Μ).Επιπροσθέτως, πολλές φορές δεν γνωρίζουν οι εκπαιδευτικοί τον τρόπο να κατασκευάσουν προβλήματα ακόμα και στο μάθημά τους, πόσο μάλλον σε συνεργασία με άλλης ειδικότητας άτομο(ο Μ μίλησε για αυτοσχεδιασμούς και ο Φ δεν έχουν εκπαιδευτεί για κάτι τέτοιο), ενώ δεν προβλέπεται από τα προγράμματα σπουδών και δύσκολα μπορεί να βρεθεί και κοινός διαθέσιμος χρόνος ανάμεσά τους(Φ). Φαίνεται επομένως ,ότι η καθημερινότητα του σχολείου, και το πρόγραμμα σπουδών δεν αφήνει πολλά περιθώρια να υλοποιηθεί. Ο φυσικός επίσης που εργάζεται και σε Λύκειο, βρίσκει αποκλίνουσα την κατασκευή

επιπλέον προβλημάτων στα μαθηματικά και τη φυσική δεδομένου του όγκου ολοκληρωμένων προβλημάτων στο βιβλίο και στην τράπεζα θεμάτων και της πιεστικής διεκπεραίωσης της διδακτέας ύλης.

Συμπερασματικά κι εφόσον η εκπαίδευση των μαθητών στην Ελλάδα, καθορίζεται κεντρικά από το Υπουργείο Παιδείας, και το πρόγραμμα σπουδών, επομένως το Υπουργείο Παιδείας θα μπορούσε με κάποιο τρόπο να ενισχύσει την εφαρμογή της κατασκευής προβλήματος στην τάξη, καθώς αποδεικνύεται από τις αντιλήψεις εκπαιδευτικών και τη βιβλιογραφία τόσο σημαντική, λαμβάνοντας σοβαρά υπόψη τις προκλήσεις που αντιμετωπίζουν για κάποιες φιλότιμες προσπάθειες τους ή να θεμελιώσει ένα προαιρετικό ξεχωριστό διεπιστημονικό τομέα/μάθημα για τους/τις μαθητές/τριές μας, με καθορισμένες κατευθυντήριες γραμμές στους εκπαιδευτικούς μας για την αξιοποίηση της μονοθεματικής/διεπιστημονικής κατασκευής προβλήματος και την εξοικείωση των εκπαιδευτικών με αυτήν την ωφέλιμη διαδικασία, ώστε να την εντάξουν στην διδακτική τους πρακτική !!

7.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ

7.1. ΞΕΝΟΓΛΩΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Adu-Gyamfi, K., Stiff,L.& Bossé,M.(2012).Lost in Translation: Examining Translation Errors Associated With Mathematical Representations, *School Science and Mathematics 112*(3),159-170. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00129.x

American Association for the Advancement of Science(AAAS)

Andresen,M.,& Lindenskov,l.(2009).New roles for mathematics in multi-disciplinary, upper secondary school projects.*Zdm Mathematics Education, 41*,213-222 .DOI 10.1007/s11858-008-0122-z

Andrews, P.,& Öhman,S.,(2019). Swedish upper secondary students' understanding of linear equations: An enigma,*Acta Didactica Napocensia,12*(1), 2065-1430.DOI:10.24193/adn.12.1.8

Cai, J.,& Leikin, R.(2020).Affect in mathematical problem posing: conceptualization, advances, and future directions for research. *Educ Stud Math 105*, 287–301. https://doi.org/10.1007/s10649-020-10008-x

Capraro, M.,& Joffrion, H.(2006).Algebraic Equations: Can Middle-School Students Meaningfully Translate from Words to Mathematical Symbols?*Reading Psychology 27*(2),147-164 DOI:10.1080/02702710600642467

Capraro,R.,M.(2015).The effects of problem posing on student mathematical learning: A meta-analysis.*International Education Studies 11*(1),63-76.doi:10.5539/ies.v7n13p227

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics, 52*, 243-270.

Cunningham, R. F. (2004). Problem posing: An opportunity for increasing student responsibility. *Mathematics and Computer Education, 38*(1), 83-39.

Duval, R.,(2006).A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educ Stud Math 61*, 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Ellerton, N. F. (1986). Children’s made up mathematics problems: a New perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics, 17*, 261–271.

Ellerton, N. F. (2015). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 87-101.

English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children’s problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics, 34*(3), 183–217.

English, L. D. (1998). Children’s problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 83–106.

English, L. D. (2003). Problem posing in elementary curriculum. In F. Lester & R. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.*

eTwinning: Τα σχολεία που πήραν τα πρώτα βραβεία | fresh-education

Gagatsis, A.,& Shiakalli,M. (2004) Ability to Translate from One Representation of the Concept of Function to Another and Mathematical Problem Solving, *Educational Psychology, 24*(5), 645-657, https://doi.org/10.1080/0144341042000262953

Grundmeier, T. A. (2003). The effects of providing mathematical problem posing experiences for K-8 preservice teachers: Investigating teachers’ beliefs and characteristics of posed problems (Unpublished doctoral Dissertation). University of New Hampshire, Durham, NH.

Hasanah,N.,Hayashi,Y., Hirashima,T.(2017). An analysis of learner outputs in problem posing as sentence- integration in arithmetic Word problems.*Research and practice in technology enhanced learning 12*(9),1-16. Doi: 10.1186/s41039-017-0049-5u

Huntley, M., Marcus, R., Kahan, J. & Miller,J.(2007).Investigating high-school students’ reasoning strategies when they solve linear equations,*Journal of Mathematical Behavior* 26, 115–139 doi:10.1016/j.jmathb.2007.05.005

Kadir, M. S., Foong, S. K., Wong, D. J. S., & Kuppan, L. (2011). PbI1@ School: On Secondary one students’ understanding of speed.Paper presented at the *4th Redesigning Pedagogy International Conference*, Singapore.

Kafoussi, S., Chaviaris, P., & Moutsios-Rentzos, A. (2020). Investigating Parental Influences on Sixth Graders’ Mathematical Identity in Greece: A Case Study. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 15*(2), em0572. https://doi.org/10.29333/iejme/6279

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld(Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123–147). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates

Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Bermana, A. (2012). An exploratory framework for handling the complexity of mathematical problem posing in small groups. *Journal of Mathematical Behavior, 31*(1), 149-161.

Li, X., Song, N., Hwang, S., & Cai, J. (2020). Learning to teach mathematics through problem posing: teachers’ beliefs and performance on problem posing. *Educational Studies in Mathematics, 105*(3), 325-347.

MacGregor, M., & Stacey, K. (1993). Cognitive Models Underlying Students’ Formulation of Simple Linear Equations. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(3), 217–232. https://doi.org/10.2307/749345

Martin,C.,L.,LaCroix,L.,& Fownes,L.(2005).fractions in the workplace: folding back and the growth of mathematical understanding. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*(Vol. 3, pp. 305-312). Melbourne: PME.

Michelsen,C.(2015).Mathematical modeling is also Physics interdisciplinary Teaching between mathematics and physics in Danish upper Secondary education. *Phisics education 50*(4), 489-494,http:doi:10.1088/0031- 9120/50/4/489

Nathan, M. J., & Koedinger, K. R. (2000). Teachers’ and researchers’ beliefs about The development of algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*, 168–190.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston: (NCTM).

Polya, G. (1957). How to solve it: A new aspect of mathematical method. New Jersey: *Princeton University Press*.

Redish, E. F., & Kuo, E. (2014). Language of physics, language of math: Disciplinary culture and dynamic Epistemology. *Science & Education*, *24*(5–6), 561–590.

Rosli, R., Capraro, M. M., & Capraro, R. M. (2014). The effects of problem Posing on student mathematical learning: A meta-analysis. *International Education Studies*, *7*(13), 227–241.URL: http://dx.doi.org/10.5539/ies.v7n13p227

School Science and Mathematics Association(1901)

Sherin, B. (2001). How students understand physics equations. *Cognition and Instruction*, *19*, 479–541.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. For the Learning of Mathematics, 14(1), 19–28.

Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal of Research in Mathematics Education*, *27*(5), 521–539.

Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S., & Kenney, P. A. (1996). Posing mathematical problems: an Exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(3), 293–309.

Singer, F. M. (2007). Beyond conceptual change: Using representations to integrate domain-specific structural Models in learning mathematics. *Mind, Brain, and Education*, *1*(2), 84–97.

Singer, F. M. (2012). Boosting the young learners' creativity: Representational change as a tool to promote Individual talents (plenary lecture). In The *7th International Group for Mathematical Creativity and Giftedness (MCG) International Conference Proceedings* (pp. 3–26). Busan, South Korea: MCG.

Singer,F.M., Ellerton,N.F.,& Cai,J. (2013).Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*,*82*(3).DOI 10.1007/s10649-013-9478-2

Singer, F. M., Ellerton, N. F., & Cai, J. (Eds.). (2015). Mathematical problem posing: from research to effective practice. New York: *Springer*.

Soneira, C., (2021). The Use of Representations when Solving Algebra Word Problems and the Sources of Solution Errors, *International Journal of Science and Mathematics Education.*DOI:10.1007/s10763-021-10181-2

Star, J., R. & Seifert, C. (2002). Re-Conceptualizing Procedural Knowledge: Flexibility and Innovation in equation solving, *American Educational Research Association (AERA)*, New Orleans, LA.

Turşucu, S., Spandaw, J. & de Vries, M.J. (2020). Search for Symbol Sense Behavior: Students in Upper Secondary Education Solving Algebraic Physics Problems. *Research in Science Education*, *50*(5),2131_2157. https://doi.org/10.1007/s11165-018-9766-z

https://el.m.wikipedia.org › wiki

Within, D. J. (2006). Problem posing in the elementary classroom. *Teaching Children Mathematics*, *13*(1), 14-18

7.2.*ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ*

Ζιάκας, Χ.,(2022)Επίλυση Προβλήματος και Κατασκευή Προβλήματος:Αντιλήψεις και Διδακτικές Πρακτικές Εκπαιδευτικών Μαθηματικών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, διπλωματική εργασία.Ελληνικό Ανοιχτό Πανεπιστήμιο.

Κοκολάκη, Κ.(2021).Κατασκευή προβλημάτων Μαθηματικών και Φυσικής: Διεπιστημονική Προσέγγιση,*hellanicus.lib.aegean.gr*, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Μούτσιος-Ρέντζος, Α., Τάτσης, Κ., Κρητικός, Γ., & Καλαβάσης, Φ. (2018). Διεπιστημονική προσέγγιση στην κατασκευή προβλήματος στα μαθηματικά και τη φυσική του σχολείου: ένα αναστοχαστικό εργαστήριο. Στο Χ. Σκουμπουρδή, & Μ. Σκουμιός (Επιμ.), Πρακτικά *3ου Πανελληνίου Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή για το Εκπαιδευτικό Υλικό στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες* (σελ. 148-155). Πανεπιστήμιο Αιγαίου.

Παπαθανασίου, Α.,(2016) Σχεδιασμός Συνθετικών Μαθησιακών Δραστηριοτήτων για τα Μαθηματικά και τη Φυσική: Λόγος και Ταχύτητα, διπλωματική εργασία. Πανεπιστήμιο Αιγαίου.

Ρετάλη, Κ.(2013). Φυσικές Επιστήμες και αυτοαντίληψη μαθητών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση: Αναλύοντας το διεθνές πρόγραμμα

PISA.Στο Βαβουγυιός,Δ, Δ.,& Παρασκευόπουλος, Σ., (επ.). πρακτικά *8ου πανελλήνιου συνεδρίου διδακτικής φυσικών επιστημών*(τόμος 8, σελ.701-707).Βόλος,ΕΝΕΦΕΤ.

Σιαφάκας, Β.(2017).Ανάπτυξη της έννοιας της ταχύτητας σε μαθητές της ΣΤ’ τάξης του δημοτικού σχολείου. Πτυχιακή εργασία http://hdl.handle.net/11610/17443

Σκουμιός, Μ. (2018). Διδακτική των Φυσικών Επιστημών, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Σημειώσεις

Τζιούφας Ζ. Ν., Τσαρούχας Α. Δ.(2019).«Συγκριτική και πειραματική διερεύνηση της διεπιστημονικής εισαγωγής των πολυωνυμικών συναρτήσεων στα Μαθηματικά και στη Φυσική της Β’ Λυκείου από τη σκοπιά της διδασκαλίας των Μαθηματικών και από τη σκοπιά της διδασκαλίας της Φυσικής» ,Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Αιγαίου.

8.ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

8.1. ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Μετάφραση ενεργειών και διαδικασιών			
Από Σε	Πίνακας(table)	Γράφημα(graph)	Συμβολική μορφή(symbolic)
Πίνακας (table)		Απεικόνιση σημείων(plotting points)	Προσαρμογή καμπύλης(curve fitting)
Γράφημα (graph)	Ανάγνωση διατεταγμένων ζευγών(Reading ordered pairs)		Προσαρμογή καμπύλης(curve fitting)
Συμβολική μορφή (symbolic)	Υπολογισμός διατεταγμένων ζευγών(computing ordered pairs)	Σκιαγράφηση αλγεβρικών πληροφοριών(sketching algebraic information)	

Πίνακας 1 (Kwaku Adu-Gyamfi,Lee V. Stiff, Michael J. Bossé, 2012,σελ.162)

Τύποι καινοτομιών στη λύση γραμμικών εξισώσεων

Καινοτομία (innovation)	Μετασχηματισμός (transformation)	Παράδειγμα προβλήματος (Example problem)	Λύση χρησιμοποιώντας τη συνήθη διαδικασία (Solution using standard solution procedure)	Καινοτόμος άτυπη λύση(Innovating atypical solution)
4. Αναγωγή ομοίων όρων (change in variable)	Συνδιάζοντας μεταβλητές (Combine vars)	4(x+1)+2(x+1)=0	4(x+1)+2(x+1)=0 4x+4+2x+2=0 6x+6=0 6x=-6 X=-1	4(x+1)+2(x+1)=0 6(x+1)=0 X+1=0 X=-1

	Μετακινώντας μεταβλητές (Move vars)	7(x+2)=2(x+2)+5	7(x+2)=2(x+2)+5 7x+14=2x+4+5 7x+14=2x+9 5x=-5 X=-1	7(x+2)=2(x+2)+5 5(x+2)=5 X+2=1 X=-1
5. Διαγράφω έναν όρο (cancel a term)	Μετακινώντας μεταβλητές (Move vars)	6x+5x+2x=10+6x+2x	6x+5x+2x=10+6x+2x 13x=10+8x 5x=10 X=2	6x+5x+2x=10+6x+2x 5x=10 X=2
6. Πολλαπλασιάζω πρώτα (multiply first)	Διαιρώ(divide)	0,2x+0,7=1,3	0,2x+0,7=1,3 0,2x=0,6 X=3	0,2x+0,7=1,3 2x+7=13 2x=6 X=3
4.Διαιρώ πρώτα (divide first)	Διαιρώ(divide)	3(x+1)=12	3(x+1)=12 3x+3=12 3x=9 X=3	3(x+1)=12 X+1=4 X=3

Πίνακας 2(Star,2002,σελ.40)

8.2.ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ

$$\text{μέση ταχύτητα} = \frac{\text{μήκος της διαδρομής}}{\text{χρονικό διάστημα}} \qquad u_\mu = \frac{s}{\Delta t}$$

ΕΙΚΟΝΑ 1,ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Β’ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Τεύχος Β' 235/20.01.2023 ΕΦΗΜΕΡΙΔΑ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ 2739

	Αλγεβρικές παραστάσεις.	Αλ.Π.8.1. Να υπολογίζουν την αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης για δεδομένες τιμές των μεταβλητών.
		Αλ.Π.8.2. Να αναγνωρίζουν μια αλγεβρική παράσταση ως γινόμενο ή άθροισμα ή άθροισμα γινομένων.
		Αλ.Π.8.3. Να απλοποιούν απλές αλγεβρικές παραστάσεις με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας (απαλοιφή παρένθεσης και αναγωγή όμοιων όρων).
	Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.8.1. Να αναγνωρίζουν τους όρους: εξίσωση πρώτου βαθμού, πρώτο και δεύτερο μέλος, ισοδύναμες εξισώσεις, άγνωστος, λύση ή ρίζα.
		Αλ.Σχ.8.2. Να αναγνωρίζουν αν ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης ή/και του αντίστοιχου προβλήματος.
		Αλ.Σχ.8.3. Να επιλύουν εξισώσεις της μορφής αx+β=γx+δ με εφαρμογή των ιδιοτήτων διατήρησης της ισότητας και των πράξεων.
		Αλ.Σχ.8.4. Να αναγνωρίζουν ότι μια εξίσωση μπορεί να έχει άπειρες λύσεις ή καμία λύση.
		Αλ.Σχ.8.5. Να επιλύουν ρεαλιστικά προβλήματα με εξισώσεις της μορφής αx+β=γx+δ με άγνωστο και στα δύο μέλη.
		Αλ.Σχ.8.6. Να συνθέτουν ρεαλιστικά προβλήματα που επιλύονται με εξισώσεις της μορφής αx+β=γx+δ με άγνωστο και στα δύο μέλη.

ΕΙΚΟΝΑ 2(ΦΕΚ ,ΤΕΥΧΟΣ Β’235/20.01.2023,ΣΕΛ.2739)

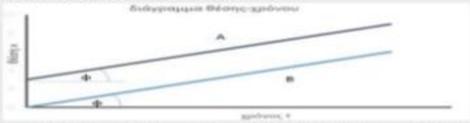
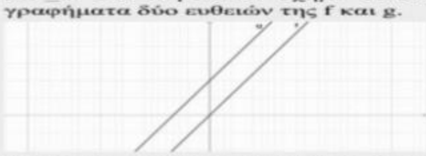
4188 ΕΦΗΜΕΡΙΔΑ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ Τεύχος Β’ 421/30.01.2023

ΦΥΣΙΚΗ – Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ		
Θεματικά Πεδία	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (γνώσεις, δεξιότητες, στάσεις)
		Οι μαθητές/-τριες να είναι σε θέση:
ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΚΑΙ ΚΙΝΗΣΕΙΣ	1. Βασικές έννοιες Κινηματικής – Δυναμικής	
	1.1 Η κίνηση. Η κίνηση των σωμάτων.	• Να προσδιορίζουν τη θέση σώματος σε ευθεία γραμμή (άξονας). • Να υπολογίζουν γραφικά και αλγεβρικά τη μετατόπιση σε μονοδιάστατη κίνηση. • Να διακρίνουν τις έννοιες απόσταση και μετατόπιση. • Να διακρίνουν τις έννοιες χρονική στιγμή και χρονική διάρκεια και να επιλέγουν τους κατάλληλους συμβολισμούς και τις μονάδες τους. • Να ορίζουν τη μέση ταχύτητα ενός κινητού, περιγράφοντάς την ως μονόμετρο μέγεθος. • Να ορίζουν τη στιγμιαία ταχύτητα και να τη διακρίνουν από τη μέση ταχύτητα σε συγκεκριμένα παραδείγματα από την καθημερινή ζωή.

ΕΙΚΟΝΑ 3(ΦΕΚ ΤΕΥΧΟΣ Β’ 421/30.01.2023,ΣΕΛ.4188)

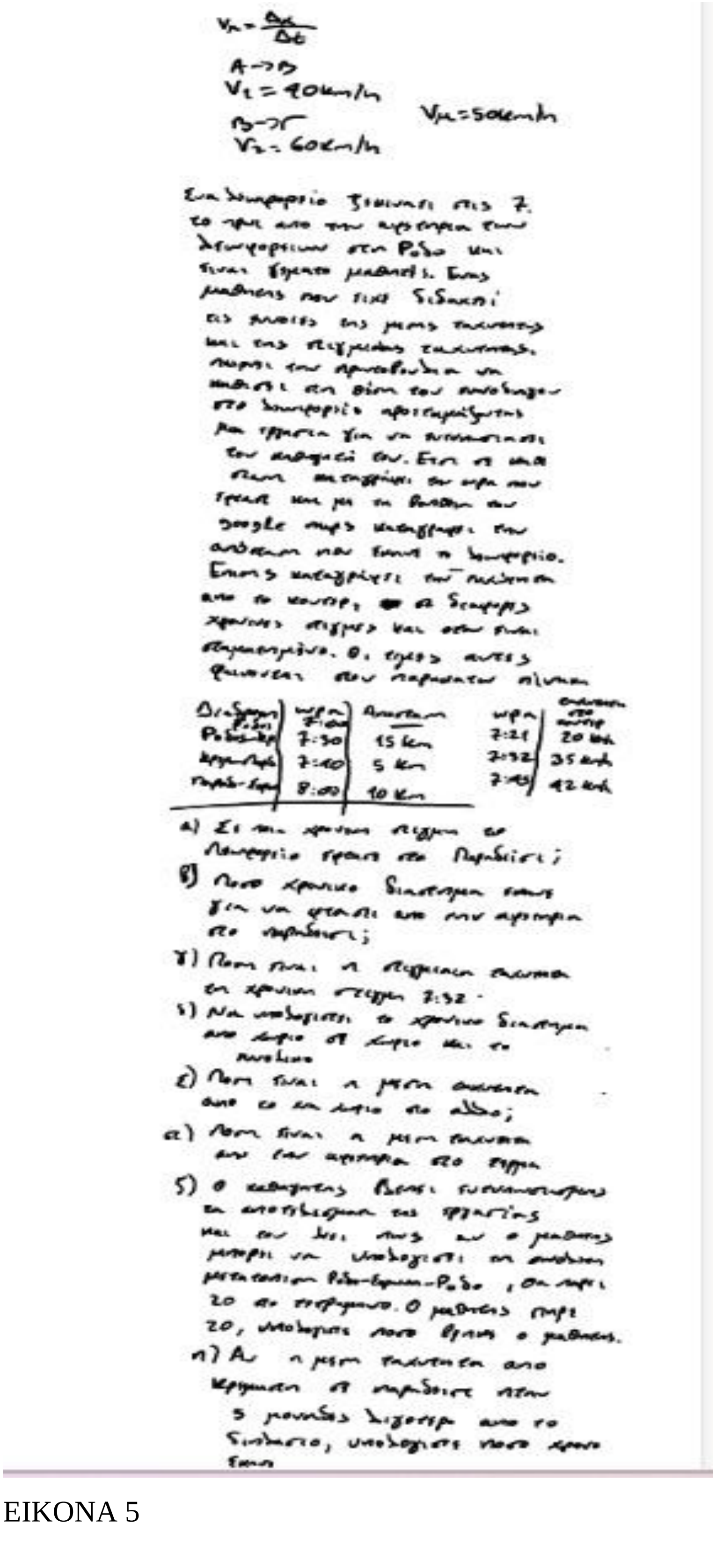
Η τέταρτη ερώτηση είχε ως σκοπό την αναγνώριση της συνάφειας των παραμέτρων δύο παράλληλων ευθειών στη γραμμική εξίσωση, στα Μαθηματικά και σε διάγραμμα θέσης χρόνου, στη Φυσική. Σε κάθε κλάδο είχε τέσσερις ερωτήσεις και ήταν η μοναδική ερώτηση που είχε δύο σωστές απαντήσεις. Οι ερωτήσεις ήταν:

Πίνακας 9.8 Η τέταρτη ερώτηση γνωστικού

ΦΓ_4. Δύο δρομείς κινούνται στην ίδια ευθεία. Στο παρακάτω διάγραμμα παριστάνεται η θέση τους x σε σχέση με το χρόνο t.  **<u>Με ποιες</u>** από τις παρακάτω **προτάσεις συμφωνείς;**	ΜΓ_4. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τα γραφήματα δύο ευθειών της f και g.  **<u>Με ποιες</u>** από τις παρακάτω **προτάσεις συμφωνείς;**
i. Η μεταξύ τους απόσταση κάθε χρονική στιγμή διατηρείται σταθερή	Οι δύο ευθείες έχουν την ίδια κλίση.
ii. Κάθε χρονική στιγμή βρίσκονται στην ίδια θέση	Η ευθεία που παριστάνει η g έχει μεγαλύτερη κλίση από την ευθεία που παριστάνει η f.
iii. Οι δύο δρομείς κινούνται με την ίδια ταχύτητα	Η διαφορά των τεταγμένων των δύο ευθειών με την ίδια τετμημένη θα είναι σταθερή.
iv. Η ταχύτητα του Α είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του Β.	Η διαφορά των τεταγμένων των δύο ευθειών με την ίδια τετμημένη θα είναι μηδενική.

Εικόνα 4,(Τζιούφας & Τσαρούχας,2019,σελ.59)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΠΟΥ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΑΝ ΟΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΙ ΩΣ ΕΙΚΟΝΑ(WHITE BOARD)



$v_\mu = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

A→B

$v_1 = 40$ km/h

B→Γ

$v_2 = 60$ km/h

$v_\mu = 50$ km/h

Διαδρομή	ώρα	Απόσταση	ώρα	απόσταση
[illegible]	7:30	15 km	7:21	20 km
[illegible]	7:40	5 km	7:32	35 km
[illegible]	8:00	10 km	7:45	42 km

ΕΙΚΟΝΑ 5

8.3. ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΑΡΧΕΙΩΝ

8.3.1.ΚΕΝΑ ΑΡΧΕΙΑ ΠΟΥ ΔΟΘΗΚΑΝ ΣΤΟΥΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥΣ

ΑΡΧΕΙΟ 1(ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ 1) ΓΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥΣ

Αρχικά, σας ευχαριστούμε για τη θετική διάθεση συνεργασίας σας, με το Π.Μ.Σ. «Διδακτική Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση: Διεπιστημονική προσέγγιση». Για τις ανάγκες εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας με θέμα: «Διεπιστημονική προσέγγιση στην κατασκευή προβλήματος για τη διδασκαλία Μαθηματικών και Φυσικής στη Β΄ Γυμνασίου», δίνεται έμφαση στην κατασκευή προβλήματος με στόχο την καταγραφή κατάλληλων διεπιστημονικών συνδέσεων ανάμεσα στις έννοιες «εξίσωση» στα Μαθηματικά και «μέση ταχύτητα» στη Φυσική. Θα μας βοηθούσε λοιπόν, εάν απαντήσετε 4 ερωτήσεις που αφορούν στα ακαδημαϊκά σας κριτήρια αρχικά.

Στη συνέχεια και δεδομένου ότι οι εκπαιδευτικοί παίζουν καθοριστικό ρόλο στην εφαρμογή της κατασκευής προβλήματος στο πρόγραμμα σπουδών (Silver & Cai, 1996),θα μας ενδιέφεραν οι απόψεις σας σχετικά με την κατασκευή προβλημάτων, ως μέθοδος διδασκαλίας σε μαθησιακά περιεχόμενα των δύο μαθημάτων. Οι απαντήσεις σας θα συμβάλλουν στη μελέτη των αντιλήψεων εκπαιδευτικών στο σχετικό θέμα. Οι ερωτήσεις συνολικά φαίνονται παρακάτω:

1. **Ποιος ο τίτλος σπουδών σας(Σχολή, Τόπος απόκτησης πτυχίου);**

2. **Είστε κάτοχος μεταπτυχιακού, δεύτερο πτυχίο κ.λπ.; Αν ναι σε ποιο αντικείμενο και που τους αποκτήσατε;**

3. **Πόσα χρόνια εκπαιδευτικής προϋπηρεσίας έχετε σε σχολικές μονάδες και πόσα σε φροντιστήρια;**

4. **Στα χρόνια διδακτικής προϋπηρεσίας που έχετε αποκτήσει, έχετε διδάξει μάθημα Μαθηματικών/ Φυσικής και πόσα χρόνια;**

5. **Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία Διδακτικής Θετικών Επιστημών, «η κατασκευή προβλημάτων» είναι κάτι που αναφέρεται τόσο στη**

δημιουργία νέων προβλημάτων όσο και στην επαναδιατύπωση δεδομένων προβλημάτων (Silver, 1994). Θεωρείτε τη διαδικασία κατασκευής προβλήματος σημαντική για έναν εκπαιδευτικό;
Για ποιο λόγο;

6. **Μπορείτε να δώσετε ένα παράδειγμα μιας κατάστασης όπου μπορεί να βρείτε ωφέλιμο να κατασκευάσετε προβλήματα;**

7. **Στη διδασκαλία σας κατασκευάζετε προβλήματα ή χρησιμοποιείτε αποκλειστικά αυτούσια προβλήματα σχολικού βιβλίου ή βοηθημάτων /διαδίκτυο κ.τ.λ.;**

8. **Έχετε στο παρελθόν, συνεργαστεί με συνάδελφό σας μαθηματικό/φυσικό για να κατασκευάσετε πρόβλημα;**

ΑΡΧΕΙΟ 2(ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΟ ΣΥΝΕΝΤΕΥΞΗΣ-ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ 2)

ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΟ ΣΥΝΕΝΤΕΥΞΗΣ

Η δεύτερη φάση της διαδικασίας αποτελείται από δύο μέρη.

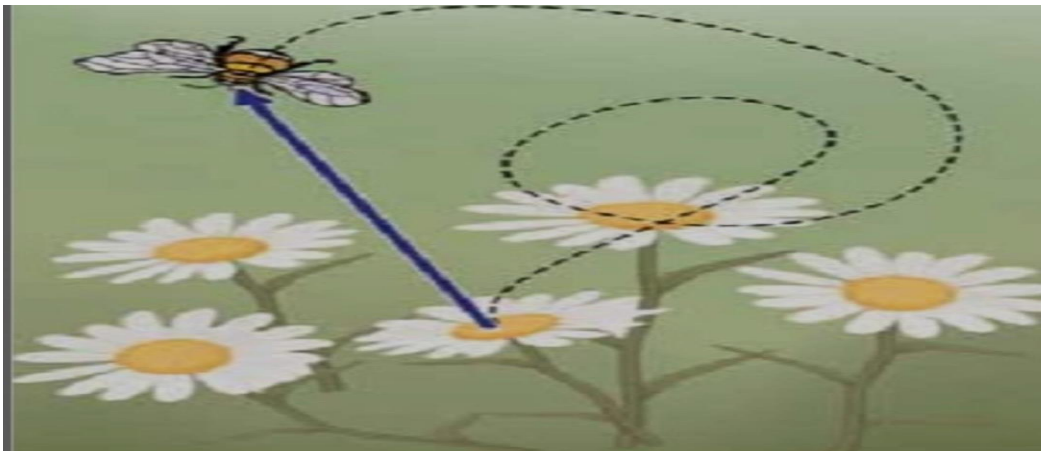
Το πρώτο μέρος, αφορά στην εμπλοκή σας στην κατασκευή προβλήματος. Σας δίδονται τρεις ενδεικτικές δυσκολίες που εμφανίζουν οι μαθητές/-τριες δευτέρας γυμνασίου για τα μαθηματικά και τρεις δυσκολίες για τη φυσική, όπως σταχυολογήθηκαν από την ερευνητική βιβλιογραφία της Διδακτικής των Θετικών Επιστημών. Συγκεκριμένα:

- **Διαπιστώνουμε ότι στη Δευτέρα Γυμνασίου στα Μαθηματικά, διδάσκεται η έννοια της εξίσωσης α' βαθμού(π.χ.: 3= x/6, 4= 20/x) και στο μάθημα**

της Φυσικής η έννοια της μέσης ταχύτητας στην οποία χρησιμοποιείται ο όρος επίσης εξίσωση με σημειογραφία $υμ=s/t$.

- **Στη βιβλιογραφία της διδακτικής μαθηματικών έχει παρατηρηθεί ότι τρεις σημαντικές δυσκολίες κατανόησης της έννοιας της εξίσωσης στα Μαθηματικά είναι:**
  - **A. Μετάφραση από λεκτικές σε συμβολικές εκφράσεις (Rosnick, 1981)**
  - **B. Εκτέλεση βημάτων επίλυσης κλασματικών εξισώσεων (απαλοιφή παρονομαστών..) ή επίλυσης εξισώσεων τύπου ισότητας λόγων με «χιαστί» (Star, 2002)**
  - **C. Αναγνώριση ότι μία εξίσωση μπορεί να έχει μία, καμία ή άπειρες λύσεις (Huntley et al., 2007)**
- **Στην κατανόηση της μέσης ταχύτητας στη Φυσική έχουν παρατηρηθεί δυσκολίες στα παρακάτω σημεία :**
  - **A. Σύγχυση στιγμιαίας και μέσης ταχύτητας (Billings & Klanderman, 2000)**
  - **B. Λάθος υπολογισμός της όταν στο χρόνο κίνησης υπάρχει χρόνος με σώμα ακίνητο (Kadir, Foong, Wong & Kuppan, 2011)**
  - **C. Παρερμηνεία των εννοιών:[χρονική στιγμή, χρονικό διάστημα], [απόσταση, μετατόπιση] (Métioui & Baulu MacWillie, 2013)**

Μπορείτε να συνεργαστείτε για να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα, <u>με σκοπό να μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ίδιο ακριβώς για τη διδασκαλία του κεφαλαίου των εξισώσεων στα Μαθηματικά και του κεφαλαίου της κίνησης στη Φυσική</u> σε μαθητές/μαθήτριες Β' Γυμνασίου και το οποίο να μπορεί να τους βοηθήσει να ξεπεράσουν κάποιες από τις παραπάνω δυσκολίες για το κάθε μάθημα;



ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ 2

«Αφού ολοκληρώσατε το σχεδιασμό του προβλήματος, θα περάσουμε στο **δεύτερο μέρος** της δεύτερης φάσης. Σας δίνονται 6 ερωτήσεις τις οποίες θα σας στείλω και στο μέιλ σας, με σκοπό να αναδειχθούν οι δυσκολίες που αντιμετωπίσατε με την συνεργασία των δύο διαφορετικών ειδικοτήτων, το πόσο ικανοποιημένοι μείνατε με το αποτέλεσμα, εάν το πρόβλημα που κατασκεύασατε,πιστεύετε ότι επιλύει τις δυσκολίες που παρουσιάζονται ότι έχουν στα συγκεκριμένα κεφάλαια οι μαθητές στη βιβλιογραφία, καθώς και για το εάν στο πρόβλημα εμπεριέχονται δικές σας εμπειρίες. Παρακάτω δίνονται οι σχετικές ερωτήσεις:

1. **Πιστεύετε ότι το πρόβλημα που φτιάξατε είναι καλό;**

2. **Είναι καλύτερο από τα άλλα που υπάρχουν στα συγκεκριμένα κεφάλαια;**

3. **Αντιμετωπίζει κάποιες από τις δυσκολίες που αναφέρθηκαν στη βιβλιογραφία;**
   Τι άλλες παραμέτρους λάβατε υπόψη σας στην κατασκευή του;(ευθυγράμμιση περιεχομένου προβλήματος με πρόγραμμα σπουδών/με χαρακτήρες/γνωστικό επίπεδο/αγαπημένες ασχολίες/επαγγέλματα κηδεμόνων μαθητών..)

4. **Υπάρχουν εμπειρίες δικές σας, που αξιοποιήσατε κατά την κατασκευή του προβλήματος;**

5. **Αντιμετώπισες δυσκολίες με την συνεργασία που είχες με τον καθηγητή άλλης ειδικότητας κατά την κατασκευή προβλήματος; Σε ποια σημεία και πώς τα αντιμετωπίσατε;**

6. **Ποιες άλλες προκλήσεις αντιμετωπίσατε;(π.χ. δυσκολίες εναρμόνισης ύλης των δύο μαθημάτων, χρονοβόρα διαδικασία ..);**

Σας ευχαριστώ θερμά για τη βοήθεια και την εγκάρδια συμμετοχή σας στη διαδικασία! Θα σας είμαι ευγνώμων εάν μου στέλνατε μέσα στη μέρα τις απαντήσεις σας!

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ 3

Έπειτα από την εμπειρία σου στη διαδικασία κατασκευής προβλήματος, ακολουθούν 4 ερωτήσεις αναστοχασμού σχετικά τη διαδικασία αυτή:

1. **Πιστεύεις ότι είναι ωφέλιμη η κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος για να το επιλύσουν τα παιδιά στην τάξη; Γιατί;**

2. **Θα μπορούσες να εντάξεις αυτή την διαδικασία συνεργασίας των δύο επιστημών στην καθημερινή σου πρακτική; Αν ναι που; Αν όχι γιατί;**

3. **Συμβαίνει στην πραγματικότητα; Γιατί πιστεύεις ότι συμβαίνει/δεν συμβαίνει;**

4. **Πιστεύεις κάτι τέτοιο επιτρέπεται θεσμικά;**

8.3.2.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΕΝΑ ΑΡΧΕΙΑ/ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΑ

ΑΡΧΕΙΟ 1(ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ 1) ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ

Αρχικά, σας ευχαριστούμε για τη θετική διάθεση συνεργασίας σας, με το Π.Μ.Σ. «Διδακτική Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση: Διεπιστημονική προσέγγιση». Για τις ανάγκες εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας με θέμα: «Διεπιστημονική προσέγγιση στην κατασκευή προβλήματος για τη διδασκαλία Μαθηματικών και Φυσικής στη Β΄ Γυμνασίου», δίνεται έμφαση στην κατασκευή προβλήματος με στόχο την καταγραφή κατάλληλων διεπιστημονικών συνδέσεων ανάμεσα στις έννοιες «εξίσωση» στα Μαθηματικά και «μέση ταχύτητα» στη Φυσική. Θα μας βοηθούσε λοιπόν, εάν απαντήσετε 4 ερωτήσεις που αφορούν στα ακαδημαϊκά σας κριτήρια αρχικά.

Στη συνέχεια και δεδομένου ότι οι εκπαιδευτικοί παίζουν καθοριστικό ρόλο στην εφαρμογή της κατασκευής προβλήματος στο πρόγραμμα σπουδών (Silver & Cai, 1996),θα μας ενδιέφεραν οι απόψεις σας σχετικά με την κατασκευή προβλημάτων, ως μέθοδος διδασκαλίας σε μαθησιακά περιεχόμενα των δύο μαθημάτων. Οι απαντήσεις σας θα συμβάλλουν στη μελέτη των αντιλήψεων εκπαιδευτικών στο σχετικό θέμα. Οι ερωτήσεις συνολικά φαίνονται παρακάτω:

«Διεπιστημονική προσέγγιση στην κατασκευή προβλήματος για τη διδασκαλία Μαθηματικών και Φυσικής στη Β' Γυμνασίου»

1. **Ποιος ο τίτλος σπουδών σας(Σχολή, Τόπος απόκτησης πτυχίου);**
   Πτυχίο μαθηματικών, ΕΚΠΑ
2. **Είστε κάτοχος μεταπτυχιακού, δεύτερο πτυχίο κ.λπ.; Αν ναι σε ποιο αντικείμενο και που τους αποκτήσατε;**
   Μεταπτυχιακές σπουδές στα μαθηματικά, ΕΑΠ
   Μεταπτυχιακό στην Βιοπληροφορική, ΕΑΠ
3. **Πόσα χρόνια εκπαιδευτικής προϋπηρεσίας έχετε σε σχολικές μονάδες και πόσα σε φροντιστήρια;**
   1 χρόνο σε σχολικές μονάδες, 7 χρόνια σε φροντιστήρια
4. **Στα χρόνια διδακτικής προϋπηρεσίας που έχετε αποκτήσει, έχετε διδάξει μάθημα Μαθηματικών/ Φυσικής και πόσα χρόνια;**

   Έχω διδάξει 8 χρόνια, το μάθημα των Μαθηματικών
5. **Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία Διδακτικής Θετικών Επιστημών, «η κατασκευή προβλημάτων» είναι κάτι που αναφέρεται τόσο στη δημιουργία νέων προβλημάτων όσο και στην επαναδιατύπωση δεδομένων προβλημάτων (Silver, 1994). Θεωρείτε τη διαδικασία κατασκευής προβλήματος σημαντική για έναν εκπαιδευτικό;**

   Για ποιο λόγο;

Τη θεωρώ σημαντική γιατί με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται εξατομίκευση της διδασκαλίας καθώς μπορούμε να προσαρμόσουμε το πρόβλημα στις ανάγκες, τα ενδιαφέροντα και τις δυνατότητες του μαθητή. Επίσης, τα σχολικά βιβλία είναι παρωχημένα και δεν ανταποκρίνονται στην εποχή. Τέλος, μέσα από αυτή τη διαδικασία, ο καθηγητής μπαίνει σε μια δημιουργική διαδικασία οπού μπορεί να ανακαλύψει πτυχές της διδακτικής ενότητας καθώς και σύνδεση αυτής με άλλες ενότητες, που δεν είχε σκεφτεί.

6. **Μπορείτε να δώσετε ένα παράδειγμα μιας κατάστασης όπου μπορεί να βρείτε ωφέλιμο να κατασκευάσετε προβλήματα;**

Σε μια τάξη οι μαθητές δεν δείχνουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά, έτσι κατασκευάζουμε ένα πρόβλημα που αναφέρεται στις επιδόσεις μια αθλητικής ομάδας, για να τραβήξουμε το ενδιαφέρον των μαθητών.

7. **Στη διδασκαλία σας κατασκευάζετε προβλήματα ή χρησιμοποιείτε αποκλειστικά αυτούσια προβλήματα σχολικού βιβλίου ή βοηθημάτων /διαδίκτυο κ.τ.λ.;**

Αναμεσά στα άλλα, χρησιμοποιώ και προβλήματα που έχω κατασκευάσει ο ίδιος.

8. **Έχετε στο παρελθόν, συνεργαστεί με συνάδελφό σας μαθηματικό/φυσικό για να κατασκευάσετε πρόβλημα;**
   Όχι.

ΑΡΧΕΙΟ 1(ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ 1)ΦΥΣΙΚΟΥ

Αρχικά, σας ευχαριστούμε για τη θετική διάθεση συνεργασίας σας, με το Π.Μ.Σ. «Διδακτική Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση: Διεπιστημονική προσέγγιση». Για τις ανάγκες εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας με θέμα: «Διεπιστημονική προσέγγιση στην κατασκευή προβλήματος για τη διδασκαλία Μαθηματικών και Φυσικής στη Β΄ Γυμνασίου», δίνεται έμφαση στην κατασκευή προβλήματος με στόχο την καταγραφή κατάλληλων διεπιστημονικών συνδέσεων ανάμεσα στις έννοιες «εξίσωση» στα Μαθηματικά και «μέση ταχύτητα» στη Φυσική. Θα μας βοηθούσε λοιπόν, εάν απαντήσετε 4 ερωτήσεις που αφορούν στα ακαδημαϊκά σας κριτήρια αρχικά.

Στη συνέχεια και δεδομένου ότι οι εκπαιδευτικοί παίζουν καθοριστικό ρόλο στην εφαρμογή της κατασκευής προβλήματος στο πρόγραμμα σπουδών (Silver & Cai, 1996),θα μας ενδιέφεραν οι απόψεις σας σχετικά με την κατασκευή προβλημάτων, ως μέθοδος διδασκαλίας σε μαθησιακά περιεχόμενα των δύο μαθημάτων. Οι απαντήσεις σας θα συμβάλλουν στη μελέτη των αντιλήψεων εκπαιδευτικών στο σχετικό θέμα. Οι ερωτήσεις συνολικά φαίνονται παρακάτω:

1. **Ποιος ο τίτλος σπουδών σας(Σχολή, Τόπος απόκτησης πτυχίου);**
   Φυσικός (Α.Π.Θ. Θεσσαλονίκη)
2. **Είστε κάτοχος μεταπτυχιακού, δεύτερο πτυχίο κ.λπ.; Αν ναι σε ποιο αντικείμενο και που τους αποκτήσατε;**
   Διδακτορικού στον Ε.ΚΕ.ΦΕ Δημόκριτο (Φυσική Στερεάς Κατάστασης)
3. **Πόσα χρόνια εκπαιδευτικής προϋπηρεσίας έχετε σε σχολικές μονάδες και πόσα σε φροντιστήρια;**

12 χρόνια σε σχολεία

4. **Στα χρόνια διδακτικής προϋπηρεσίας που έχετε αποκτήσει, έχετε διδάξει μάθημα Μαθηματικών/ Φυσικής και πόσα χρόνια;**

Φυσική συνέχεια

5. **Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία Διδακτικής Θετικών Επιστημών, «η κατασκευή προβλημάτων» είναι κάτι που αναφέρεται τόσο στη**

δημιουργία νέων προβλημάτων όσο και στην επαναδιατύπωση δεδομένων προβλημάτων (Silver, 1994). Θεωρείτε τη διαδικασία κατασκευής προβλήματος σημαντική για έναν εκπαιδευτικό;
Για ποιο λόγο;

Για να προσαρμοστούμε στις ανάγκες των μαθητών.

6. **Μπορείτε να δώσετε ένα παράδειγμα μιας κατάστασης όπου μπορεί να βρείτε ωφέλιμο να κατασκευάσετε προβλήματα;**

Για να τονώσουμε το ενδιαφέρον των μαθητών εάν αδιαφορούν

7. **Στη διδασκαλία σας κατασκευάζετε προβλήματα ή χρησιμοποιείτε αποκλειστικά αυτούσια προβλήματα σχολικού βιβλίου ή βοηθημάτων /διαδίκτυο κ.τ.λ.;**

Του βιβλίου ή εξωσχολικά.

8. **Έχετε στο παρελθόν, συνεργαστεί με συνάδελφό σας μαθηματικό/φυσικό για να κατασκευάσετε πρόβλημα;**

Όχι

ΑΡΧΕΙΟ 2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ

Η δεύτερη φάση της διαδικασίας αποτελείται από δύο μέρη.

Το πρώτο μέρος, αφορά στην εμπλοκή σας στην κατασκευή προβλήματος. Σας δίδονται τρεις ενδεικτικές δυσκολίες που εμφανίζουν οι μαθητές/-τριες δευτέρας γυμνασίου για τα μαθηματικά και τρεις δυσκολίες για τη φυσική, όπως σταχυολογήθηκαν από την ερευνητική βιβλιογραφία της Διδακτικής των Θετικών Επιστημών. Συγκεκριμένα:

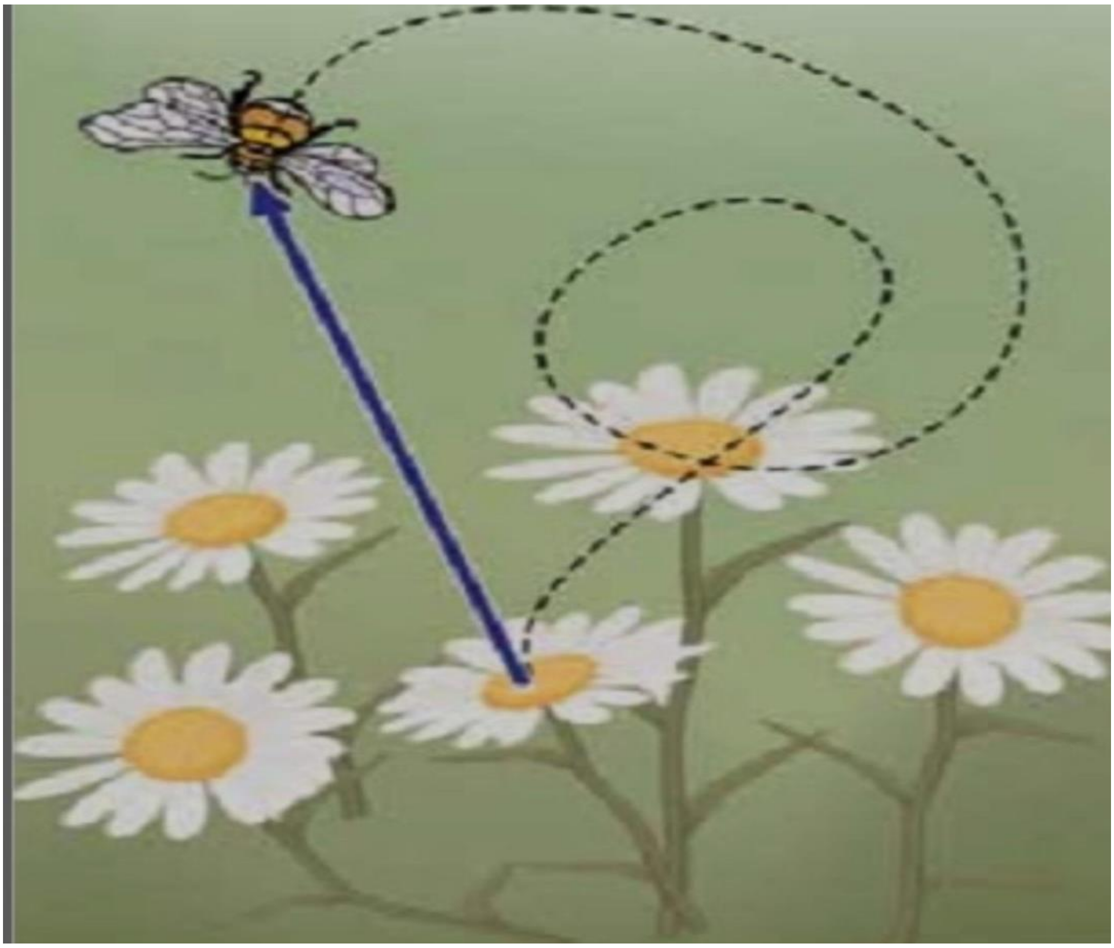
- **Διαπιστώνουμε ότι στη Δευτέρα Γυμνασίου στα Μαθηματικά, διδάσκεται η έννοια της εξίσωσης α’ βαθμού(π.χ.: 3= x/6, 4= 20/x) και στο μάθημα της Φυσικής η έννοια της μέσης ταχύτητας στην οποία χρησιμοποιείται ο όρος επίσης εξίσωση με σημειογραφία υμ=s/t.**
- **Στη βιβλιογραφία της διδακτικής μαθηματικών έχει παρατηρηθεί ότι τρεις σημαντικές δυσκολίες κατανόησης της έννοιας της εξίσωσης στα Μαθηματικά είναι:**

D. **Μετάφραση από λεκτικές σε συμβολικές εκφράσεις (Rosnick, 1981)**
E. **Εκτέλεση βημάτων επίλυσης κλασματικών εξισώσεων (απαλοιφή παρονομαστών..) ή επίλυσης εξισώσεων τύπου ισότητας λόγων με «χιαστί» (Star, 2002)**
F. **Αναγνώριση ότι μία εξίσωση μπορεί να έχει μία, καμία ή άπειρες λύσεις (Huntley et al., 2007)**

- **Στην κατανόηση της μέσης ταχύτητας στη Φυσική έχουν παρατηρηθεί δυσκολίες στα παρακάτω σημεία :**

D. **Σύγχυση στιγμιαίας και μέσης ταχύτητας (Billings & Klanderman, 2000)**
E. **Λάθος υπολογισμός της όταν στο χρόνο κίνησης υπάρχει χρόνος με σώμα ακίνητο (Kadir, Foong, Wong & Kuppan, 2011)**
F. **Παρερμηνεία των εννοιών:[χρονική στιγμή, χρονικό διάστημα], [απόσταση, μετατόπιση] (Métioui & Baulu MacWillie, 2013)**

Μπορείτε να συνεργαστείτε για να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα, <u>με σκοπό να μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ίδιο ακριβώς για τη διδασκαλία του κεφαλαίου των εξισώσεων στα Μαθηματικά και του κεφαλαίου της κίνησης στη Φυσική</u> σε μαθητές/μαθήτριες Β' Γυμνασίου και το οποίο να μπορεί να τους βοηθήσει να ξεπεράσουν κάποιες από τις παραπάνω δυσκολίες για το κάθε μάθημα;



«Αφού ολοκληρώσατε το σχεδιασμό του προβλήματος, θα περάσουμε στο **δεύτερο μέρος** της δεύτερης φάσης. Σας δίνονται 6 ερωτήσεις τις οποίες θα σας στείλω και στο μέιλ σας, με σκοπό να αναδειχθούν οι δυσκολίες που αντιμετωπίσατε με την συνεργασία των δύο διαφορετικών ειδικοτήτων, το πόσο ικανοποιημένοι μείνατε με το αποτέλεσμα, εάν το πρόβλημα που κατασκευάσατε,πιστεύετε ότι επιλύει τις δυσκολίες που παρουσιάζονται ότι έχουν στα συγκεκριμένα κεφάλαια οι μαθητές στη βιβλιογραφία, καθώς και για το εάν στο πρόβλημα εμπεριέχονται δικές σας εμπειρίες. Παρακάτω δίνονται οι σχετικές ερωτήσεις:

7. **Πιστεύετε ότι το πρόβλημα που φτιάξατε είναι καλό;**

Πιστεύω πως είναι ένα πρόβλημα καλό, με ερωτήματα κλιμακούμενης δυσκολίας.

8. **Είναι καλύτερο από τα άλλα που υπάρχουν στα συγκεκριμένα κεφάλαια;**
   Ναι. Τα προβλήματα που υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο των μαθηματικών, εστιάζουν κυρίως στην μετατροπή από λεκτικό σε συμβολικό λόγο, ενώ υπάρχουν και προβλήματα εκτός ύλης, που θα έπρεπε να διδάσκονται στην γ γυμνασίου στο κεφάλαιο με τα συστήματα γραμμικών εξισώσεων.

9. **Αντιμετωπίζει κάποιες από τις δυσκολίες που αναφέρθηκαν στη βιβλιογραφία;**

Τι άλλες παραμέτρους λάβατε υπόψη σας στην κατασκευή του;(ευθυγράμμιση περιεχομένου προβλήματος με πρόγραμμα σπουδών/με χαρακτήρες/γνωστικό επίπεδο/αγαπημένες ασχολίες/επαγγέλματα κηδεμόνων μαθητών..)
Στο πρόβλημα, από μαθηματικής άποψης, γίνεται προσπάθεια να αντιμετωπιστούν οι δυσκολίες μετατροπής λεκτικού σε συμβολικό λόγο και της επίλυσης πλασματικών εξισώσεων. Για την κατασκευή, λάβαμε υπόψη την καθημερινότητα των παιδιών , ενώ βάλαμε κι έναν πρωταγωνιστή που παίρνει πρωτοβουλία να κάνει μια εργασία και ο καθηγητής τον επιβραβεύει.

10. **Υπάρχουν εμπειρίες δικές σας, που αξιοποιήσατε κατά την κατασκευή του προβλήματος;**
    Όχι άλλες πέρα των προβλημάτων που έχω συναντήσει στα διάφορα βιβλία που με τα οποία έχω εργαστεί.

11. **Αντιμετώπισες δυσκολίες με την συνεργασία που είχες με τον καθηγητή άλλης ειδικότητας κατά την κατασκευή προβλήματος; Σε ποια σημεία και πώς τα αντιμετωπίσατε;**
    Δεν αντιμετώπισα κανένα πρόβλημα με το συνάδελφο. Δεν μπορέσαμε να ενσωματώσουμε όλες τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές καθώς λόγω της φύσης του προβλήματος δεν ήταν δυνατό να δημιουργηθεί αδύνατη ή αόριστη εξίσωση.

12. **Ποιες άλλες προκλήσεις αντιμετωπίσατε;(π.χ. δυσκολίες εναρμόνισης ύλης των δύο μαθημάτων, χρονοβόρα διαδικασία ..);**
    Κάποιες έννοιες της φυσικής για τις οποίες δεν ήμουν σίγουρος, αλλά με διαφωτίσει ο συνάδελφος.

Σας ευχαριστώ θερμά για τη βοήθεια και την εγκάρδια συμμετοχή σας στη διαδικασία! Θα σας είμαι ευγνώμων εάν μου στέλνατε μέσα στη μέρα τις απαντήσεις σας!

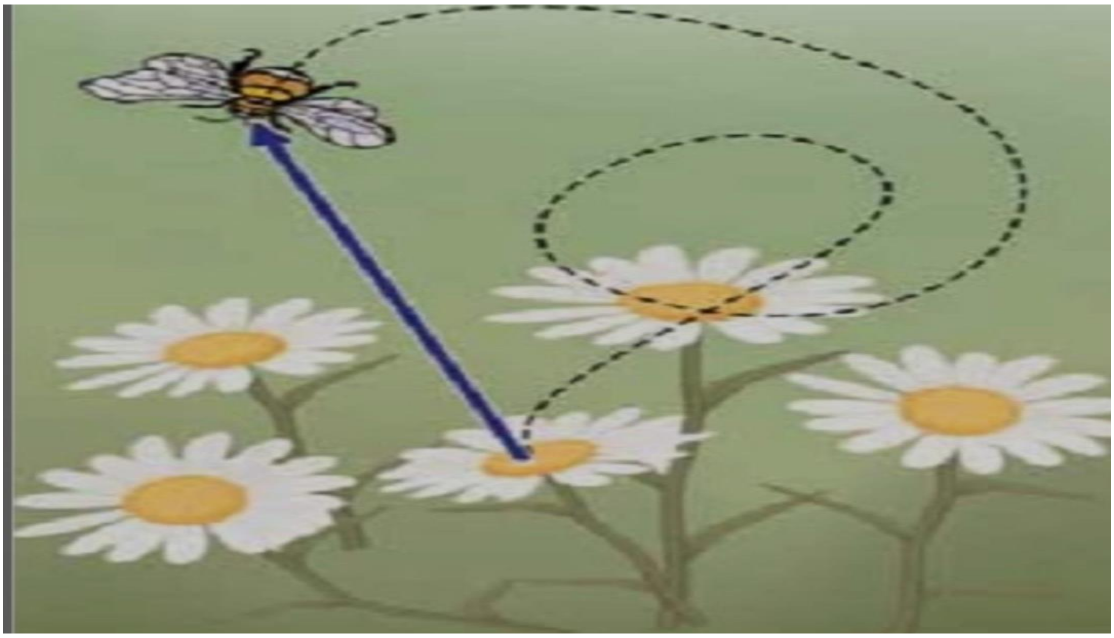
<u>ΑΡΧΕΙΟ 2 ΦΥΣΙΚΟΥ</u>

Η δεύτερη φάση της διαδικασίας αποτελείται από δύο μέρη.

Το πρώτο μέρος, αφορά στην εμπλοκή σας στην κατασκευή προβλήματος. Σας δίδονται τρεις ενδεικτικές δυσκολίες που εμφανίζουν οι μαθητές/-τριες δευτέρας γυμνασίου για τα μαθηματικά και τρεις δυσκολίες για τη φυσική, όπως σταχυολογήθηκαν από την ερευνητική βιβλιογραφία της Διδακτικής των Θετικών Επιστημών. Συγκεκριμένα:

- **Διαπιστώνουμε ότι στη Δευτέρα Γυμνασίου στα Μαθηματικά, διδάσκεται η έννοια της εξίσωσης α’ βαθμού(π.χ.: 3= x/6, 4= 20/x) και στο μάθημα της Φυσικής η έννοια της μέσης ταχύτητας στην οποία χρησιμοποιείται ο όρος επίσης εξίσωση με σημειογραφία υμ=s/t.**
- **Στη βιβλιογραφία της διδακτικής μαθηματικών έχει παρατηρηθεί ότι τρεις σημαντικές δυσκολίες κατανόησης της έννοιας της εξίσωσης στα Μαθηματικά είναι:**
  - **G. Μετάφραση από λεκτικές σε συμβολικές εκφράσεις (Rosnick, 1981)**
  - **H. Εκτέλεση βημάτων επίλυσης κλασματικών εξισώσεων (απαλοιφή παρονομαστών..) ή επίλυσης εξισώσεων τύπου ισότητας λόγων με «χιαστί» (Star, 2002)**
  - **I. Αναγνώριση ότι μία εξίσωση μπορεί να έχει μία, καμία ή άπειρες λύσεις (Huntley et al., 2007)**
- **Στην κατανόηση της μέσης ταχύτητας στη Φυσική έχουν παρατηρηθεί δυσκολίες στα παρακάτω σημεία :**
  - **G. Σύγχυση στιγμιαίας και μέσης ταχύτητας (Billings & Klanderman, 2000)**
  - **H. Λάθος υπολογισμός της όταν στο χρόνο κίνησης υπάρχει χρόνος με σώμα ακίνητο (Kadir, Foong, Wong & Kuppan, 2011)**
  - **I. Παρερμηνεία των εννοιών:[χρονική στιγμή, χρονικό διάστημα], [απόσταση, μετατόπιση] (Métioui & Baulu MacWillie, 2013)**

Μπορείτε να συνεργαστείτε για να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα, <u>με σκοπό να μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ίδιο ακριβώς για τη διδασκαλία του κεφαλαίου των εξισώσεων στα Μαθηματικά και του κεφαλαίου της κίνησης στη Φυσική</u> σε μαθητές/μαθήτριες Β’ Γυμνασίου και το οποίο να μπορεί να τους βοηθήσει να ξεπεράσουν κάποιες από τις παραπάνω δυσκολίες για το κάθε μάθημα;



«Αφού ολοκληρώσατε το σχεδιασμό του προβλήματος, θα περάσουμε στο δεύτερο μέρος της δεύτερης φάσης. Σας δίνονται 6 ερωτήσεις τις οποίες θα σας στείλω και στο μέιλ σας, με σκοπό να αναδειχθούν οι δυσκολίες που αντιμετωπίσατε με την συνεργασία των δύο διαφορετικών ειδικοτήτων, το πόσο ικανοποιημένοι μείνατε με το αποτέλεσμα, εάν το πρόβλημα που κατασκευάσατε,πιστεύετε ότι επιλύει τις δυσκολίες που παρουσιάζονται ότι έχουν στα συγκεκριμένα κεφάλαια οι μαθητές στη βιβλιογραφία, καθώς και για το εάν στο πρόβλημα εμπεριέχονται δικές σας εμπειρίες. Παρακάτω δίνονται οι σχετικές ερωτήσεις:

13. **Πιστεύετε ότι το πρόβλημα που φτιάξατε είναι καλό;**

Πολύ καλό

14. **Είναι καλύτερο από τα άλλα που υπάρχουν στα συγκεκριμένα κεφάλαια;**
    Καλύτερο
15. **Αντιμετωπίζει κάποιες από τις δυσκολίες που αναφέρθηκαν στη βιβλιογραφία;**
    Τι άλλες παραμέτρους λάβατε 75 επίπεδο/αγαπημένες ασχολίες/επαγγέλματα κηδεμόνων μαθητών..)
    Αντιμετωπίζει όλες τις δυσκολίες της φυσικής που αναφέρθηκαν στην βιβλιογραφία
    Λάβαμε υπόψιν την ευθυγράμμιση περιεχομένου προβλήματος με το πρόγραμμα σπουδών και με το γνωστικό επίπεδο των μαθητών.
16. **Υπάρχουν εμπειρίες δικές σας, που αξιοποιήσατε κατά την κατασκευή του προβλήματος;**
    Ένα πείραμα που έκανα στην τάξη για την διαφοροποίηση μετατόπισης - διαστήματος
17. **Αντιμετώπισες δυσκολίες με την συνεργασία που είχες με τον καθηγητή άλλης ειδικότητας κατά την κατασκευή προβλήματος; Σε ποια σημεία και πώς τα αντιμετωπίσατε;**

Όχι έγιναν όλα πολύ συνεργατικά

18. **Ποιες άλλες προκλήσεις αντιμετωπίσατε;(π.χ. δυσκολίες εναρμόνισης ύλης των δύο μαθημάτων, χρονοβόρα διαδικασία ..);**
    Η διαδικασία ήταν λίγο χρονοβόρα, έπρεπε να βρούμε κοινό χρόνο.

Σας ευχαριστώ θερμά για τη βοήθεια και την εγκάρδια συμμετοχή σας στη διαδικασία! Θα σας είμαι ευγνώμων εάν μου στέλνατε μέσα στη μέρα τις απαντήσεις σας!

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ 3 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ

Έπειτα από την εμπειρία σου στη διαδικασία κατασκευής προβλήματος, ακολουθούν 4 ερωτήσεις αναστοχασμού σχετικά τη διαδικασία αυτή:

1.Πιστεύεις ότι είναι ωφέλιμη η κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος για να το επιλύσουν τα παιδιά στην τάξη; Γιατί;

Πιστεύω πως είναι πολύ ωφέλιμη η κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος για τα παιδιά, καθώς αφενός τα παιδιά καλούνται να συνδυάσουν γνώσεις που δεν έχουν σκεφτεί πως συνδέονται και αφετέρου θα αναπτύξουν την κριτική τους σκέψη. Επίσης ,αυξάνουν το ενδιαφέρον και το κίνητρο των μαθητών για μάθηση καθώς του δείχνει τις εφαρμογές των μαθηματικών στην καθημερινή ζωή. Οι καθηγητές προσεγγίζουν το θέμα από διαφορετική οπτική κάτι που ίσως αναγκάσει τα παιδιά να γίνουν πιο δημιουργικά και ενδεχομένως να μπουν σε μια διαδικασία συνεργασίας.

2.Θα μπορούσες να εντάξεις αυτή την διαδικασία συνεργασίας των δύο επιστημών στην καθημερινή σου πρακτική; Αν ναι που; Αν όχι γιατί;

Θεωρώ πως δεν θα μπορούσα να το εντάξω στην καθημερινή μου πρακτική καθώς είναι κάτι που απαιτεί χρόνο. Επιπλέον, είναι έτσι δομημένο το πρόγραμμα σπουδών που δεν αφήνει πολλά περιθώρια για αυτοσχεδιασμούς. Ιδανικά, θα ήθελα να έχω αυτή τη δυνατότητα για διεπιστημονικές συνεργασίες, όχι μόνο με φυσικούς αλλά και με άλλες ειδικότητες. Με αυτό τον τρόπο θα μπορούσα να δελεάσω παιδιά που τους αρέσουν άλλα μαθήματα αλλά όχι τα μαθηματικά, να δουν το μάθημα υπό άλλο πρίσμα.

3.Συμβαίνει στην πραγματικότητα; Γιατί πιστεύεις ότι συμβαίνει/δεν συμβαίνει;

Δεν συμβαίνει καθώς εκτός από τους παραπάνω λόγους, πολλοί καθηγητές δεν είναι συνεργάσιμοι ή και δεν ενδιαφέρονται να βελτιώσουν την ποιότητα του μαθήματος και τους τρόπους διδασκαλίας. Επίσης το εκπαιδευτικό σύστημα δεν βοηθάει προς αυτή την κατεύθυνση. Ακόμα κι αν κάποιος νέος καθηγητής έχει τέτοιες βλέψεις, σύντομα θα αλλάξει γνώμη.

4.Πιστεύεις κάτι τέτοιο επιτρέπεται θεσμικά;

Πιστεύω πως ναι μεν επιτρέπεται αλλά η καθημερινότητα του σχολείου και το πρόγραμμα σπουδών δεν αφήνει πολλά περιθώρια να υλοποιηθεί.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ 3 ΦΥΣΙΚΟΥ

Έπειτα από την εμπειρία σου στη διαδικασία κατασκευής προβλήματος, ακολουθούν 4 ερωτήσεις αναστοχασμού σχετικά τη διαδικασία αυτή:

1.Πιστεύεις ότι είναι ωφέλιμη η κατασκευή διεπιστημονικού προβλήματος για να το επιλύσουν τα παιδιά στην τάξη; Γιατί;

Είναι ωφέλιμη γιατί κεντρίζει το ενδιαφέρον των μαθητών προσαρμόζεται στις ανάγκες και στα ιδιαίτερα ενδιαφέροντα τους και συνδέει τα μαθήματα με την καθημερινότητά τους

2.Θα μπορούσες να εντάξεις αυτή την διαδικασία συνεργασίας των δύο επιστημών στην καθημερινή σου πρακτική; Αν ναι που; Αν όχι γιατί;

Όχι στο Λύκειο, όπου οι απαιτήσεις εκεί για να βγει η ύλη είναι καθοριστικές. Ολοκληρωμένα προβλήματα είναι διαθέσιμα τόσο στο βιβλίο όσο και στην τράπεζα θεμάτων, οπότε δεν το θεωρώ τόσο κρίσιμο να κατασκευάσω και δικά μου σε μια ύλη στα μαθηματικά και φυσική που αποκλίνει καθοριστικά. Ωστόσο στο γυμνάσιο υπάρχει μεγαλύτερη ευελιξία και ανάγκη για κατασκευή προβλημάτων. Αλλά και στο γυμνάσιο στην καθημερινή πρακτική είναι αρκετά δύσκολο διότι για την διδασκαλία της φυσική προτάσσεται κυρίως η θεωρία και όχι οι τύποι. Οπότε η κατασκευή προβλήματος που να μπορεί να αξιοποιηθεί και από τα μαθηματικά κρίνεται πρακτικά πολύ δύσκολη. Σε επιμέρους ενότητες όπως στο κεφάλαιο της πίεσης για τον ορισμό της ή για την υδροστατική πίεση θα μπορούσε να γίνει ένας συνδυασμός φυσικής και μαθηματικών για την κατασκευή προβλήματος.

3.Συμβαίνει στην πραγματικότητα; Γιατί πιστεύεις ότι συμβαίνει/δεν συμβαίνει;

Η κατασκευή προβλημάτων είναι κάτι που δεν συμβαίνει στην καθημερινή πρακτική όπως επίσης και οι συνέργειες μαθηματικών και φυσικών. Γιατί δεν υπάρχει στην νοοτροπία μας το κομμάτι της συνεργασίας, δεν προβλέπεται κάτι τέτοιο από τα προγράμματα σπουδών, δεν έχουμε εκπαιδευτεί για κάτι τέτοιο και δύσκολα μπορεί να βρεθεί και κοινός χρόνος για κάτι τέτοιο.

4.Πιστεύεις κάτι τέτοιο επιτρέπεται θεσμικά;

΄Θεωρώ ότι μπορεί να γίνει μόνο άτυπα. Η νομοθεσία από όσο γνωρίζω δεν επιτρέπει κάτι τέτοιο.

8.3.3.ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΠΟΥ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΑΝ ΟΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΙ

Ένα λεωφορείο ξεκινάει στις 7:00 το πρωί από την αφετηρία των λεωφορείων στη Ρόδο και είναι γεμάτο μαθητές. Ένας μαθητής που είχε διδαχτεί τις έννοιες της μέσης ταχύτητας και της στιγμιαίας ταχύτητας, πήρε την πρωτοβουλία να καθίσει στη θέση του συνοδηγού προετοιμάζοντας μία εργασία για να εντυπωσιάσει τον καθηγητή του. Έτσι ,σε κάθε στάση καταγράφει την ώρα που έφτασε και με τη βοήθεια του google maps καταγράφει την απόσταση που έκανε το λεωφορείο. Επίσης καταγράφει την ταχύτητα του κοντέρ σε διάφορες χρονικές στιγμές και όταν είναι σταματημένο. Οι τιμές αυτές φαίνονται στους παραπάνω πίνακες:

Διαδρομή	Ώρα	Απόσταση
Ρόδος	7:00	-
Ρόδος -Κρεμαστή	7:30	15km
Κρεμαστή-Παραδείσι	7:40	5km
Παραδείσι-Σορωνή	8:00	10km

Ώρα	Ταχύτητα στο κοντέρ
7:21	20km/h
7:32	35km/h
7:45	42km/h

Α)Σε ποια χρονική στιγμή έφτασε στο Παραδείσι;

Β) Πόσο χρονικό διάστημα έκανε για να φτάσει από την αφετηρία στο Παραδείσι;

Γ) Πόση είναι η στιγμιαία ταχύτητα τη χρονική στιγμή 7:32;

Δ) να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα από χωριό σε χωριό και το συνολικό

Ε) πόση είναι η μέση απόσταση από το ένα χωριό στο άλλο;

Στ) πόση είναι η μέση ταχύτητα από την αφετηρία στο τέρμα;

Ζ) Ο καθηγητής βλέπει εντυπωσιασμένος το αποτέλεσμα της εργασίας του μαθητή και του λέει πώς αν υπολογίσει τη συνολική μετατόπιση Ρόδο -Σορωνή-Ρόδο, θα πάρει 20 στο τετράμηνο. Ο μαθητής πήρε 20 στο τετράμηνο. Υπολόγισε πόσο βρήκε ο μαθητής;

Η)Αν η μέση ταχύτητα από Κρεμαστή στο Παραδείσι , ήταν πέντε μονάδες λιγότερο από το διπλάσιο, υπολόγισε πόσο χρόνο έκανε;