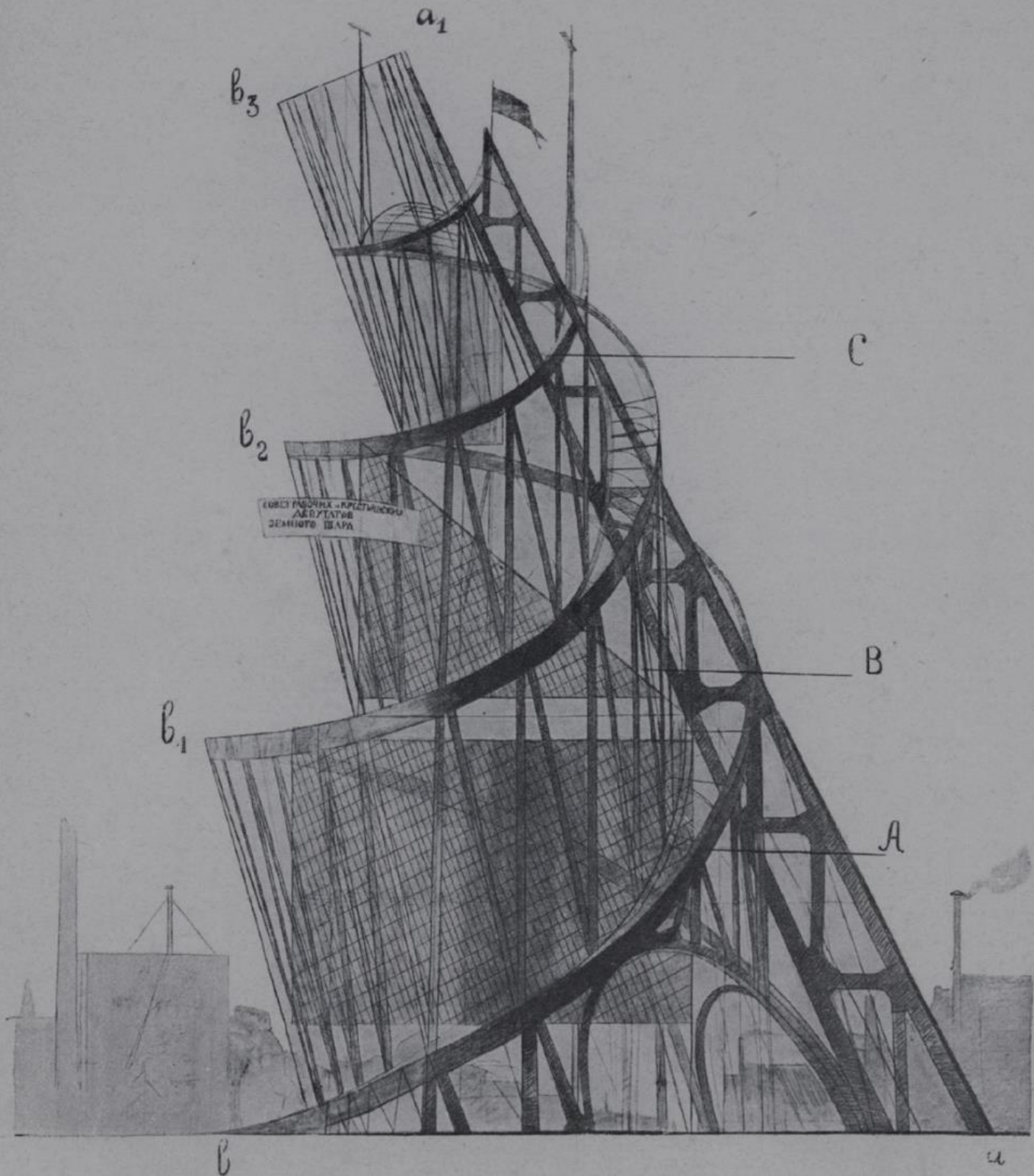


ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΜΕΤΑΞΥ
ΤΗΣ ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΚΑΙ
ΤΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

ΜΠΑΛΙΟΥ ΜΑΡΙΑ



Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων & Συστημάτων
Πολυτεχνική Σχολή Πανεπιστημίου Αιγαίου, Σύρος



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΙΓΑΙΟΥ**

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ
ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Διπλωματική εργασία με τίτλο:

**ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΗΣ ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ**

ΜΠΑΛΙΟΥ ΜΑΡΙΑ

511/2012062

Επιβλέπων καθηγητής: **ΕΥΔΙΑΣ Η.**

1ο Μέλος: **ΖΑΧΑΡΟΠΟΥΛΟΣ Ν.**

2ο Μέλος: **ΣΚΟΥΡΜΠΟΥΤΗΣ Ε.**

Ευχαριστίες

Θα ήθελα πριν από όλους να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την αμέριστη υπομονή, υποστήριξη και αγάπη τους

Την καθηγήτρια Μαρία-Ελένη Πούλου για τις γνώσεις της, την βοήθεια της και το χρόνο που μου αφιέρωσε στα πρώτα βήματα της συγγραφής της παρούσας εργασίας

Τον Παύλο,
την Ελένη,
την Έφη και τον Νικόλα
και τη Ναυσικά

...και το "βράχο" για τις αναμνήσεις

Τα Μαθηματικά κινούνται στο χώρο της φαντασίας.
Μαθηματική σκέψη είναι η ικανότητα της συνδυαστικής.
Πολλοί μαθηματικοί εργάζονται σαν τους καλλιτέχνες,
όπως οι καλλιτέχνες, ξεκινούν με μια σύλληψη
που προσπαθούν εκ των υστέρων να την αποδείξουν.
Συλλαμβάνουν κάτι και μετά το επαληθεύουν.

Τόσο στα Μαθηματικά όσο και στην Τέχνη,
ο δρόμος είναι το απόλυτο σκοτάδι.
Τα Μαθηματικά υπάρχουν, για να επιβεβαιώνουν την
αναγκαιότητα ενός φανταστικού κόσμου.
Χωρίς Μαθηματικά, τα όνειρα και η φαντασία θα ήταν στο κενό.

Στέφανος Μπαλής
Μαθηματικά και ποίηση από τον Αρχιμήδη στον Ελύτη
2001

Δηλώνω υπεύθυνα ότι η διπλωματική εργασία είναι εξ' ολοκλήρου δικό μου έργο και κανένα μέρος της δεν είναι αντιγραμμένο από έντυπες ή ηλεκτρονικές πηγές, μετάφραση από ξενόγλωσσες πηγές και αναπαραγωγή από εργασίες άλλων ερευνητών ή φοιτητών. Όπου έχω βασιστεί σε ιδέες ή κείμενα άλλων, έχω προσπαθήσει με όλες μου τις δυνάμεις να το προσδιορίσω σαφώς μέσα από την καλή χρήση αναφορών ακολουθώντας την ακαδημαϊκή δεοντολογία.

Πίνακας Περιεχομένων

Εισαγωγή	1
Αντικείμενο και Στόχοι.....	2
Δομή Διπλωματικής Εργασίας.....	2
1. Σχεδίαση.....	4
1.1. Ορισμός	4
1.2. Η Σχεδίαση ως Επιστημονικός Κλάδος	4
1.3. Σχεδιαστική διαδικασία	6
1.4. Εργαλεία έρευνας και σχεδιασμού	13
1.5. Επιτυχημένη Σχεδίαση	17
2. Μαθηματικά.....	21
2.1. Ορισμός	21
2.2. Ιστορία των Μαθηματικών	21
2.3. Φιλοσοφία των Μαθηματικών	22
2.4. Μαθηματικό πρόβλημα	23
3. Ενεργός Μάθηση.....	33
3.1. Εκμάθηση βασισμένη στην επίλυση προβλημάτων	33
3.2. Συνεργατική διδασκαλία	35
3.3. Project Based Learning στη διδασκαλία της Σχεδίασης ...	36
3.4. Problem Based Learning στη διδασκαλία των Μαθηματικών .	37
4. Συσχετίσεις Σχεδίασης και Μαθηματικών.....	40
4.1. Μελέτη Περίπτωσης 1: Παραγωγή λύσης ενός σχεδιαστικού προβλήματος	41
4.3. Μελέτη Περίπτωσης 2: Προσέγγιση και λύση Μαθηματικών προβλημάτων	55
6. Συμπεράσματα.....	73
Βιβλιογραφία.....	80

Εισαγωγή

Όλοι οι άνθρωποι στην καθημερινότητα μας καλούμαστε να λύσουμε πληθώρα προβλημάτων, να απαντήσουμε σε διλήμματα, να πάρουμε αποφάσεις. Απλά ή σύνθετα, μικρά ή μεγάλα, τα προβλήματα ή τα διλήμματα αυτά και οι λύσεις ή οι αποφάσεις στις οποίες καταλήγουμε, καθορίζουν τη ζωή μας. Είναι απαραίτητο λοιπόν να αναπτύξουμε μηχανισμούς που θα μας επιτρέπουν να προσεγγίζουμε το εκάστοτε πρόβλημα με τέτοιο τρόπο ώστε να καταλήγουμε κάθε φορά στη βέλτιστη λύση.

Στην Ψυχολογία συναντάμε τρεις βασικές μεθόδους επίλυσης προβλημάτων. Τη "Δοκιμή και Σφάλμα" (Trial and Error), που μέσα από επαναλαμβανόμενες αντανάκλαστικές αντιδράσεις αναδύεται και αξιοποιείται η καλύτερη λύση, την "Εμπνευση", όπου συνδυάζονται αναπάντεχα τα διαθέσιμα στοιχεία και μας δίνουν μια ξαφνική λύση, και το "Συστηματικό συλλογισμό", όπου γίνεται μια διάκριση των διαθέσιμων στοιχείων σε δεδομένα και ζητούμενα και μια προσπάθεια σύνδεσης τους ώστε να οδηγηθούμε στις πιθανές εναλλακτικές λύσεις.

Στα πλαίσια της εργασίας αυτής όμως θα διερευνήσουμε τις μεθόδους προσέγγισης και επίλυσης σχεδιαστικών και μαθηματικών προβλημάτων, ώστε να απαντήσουμε στο ερώτημα *"Πώς μας χρησιμεύουν τα μαθηματικά στην καθημερινή ζωή; Ειδικότερα, τι αποκομίζει ο εκπαιδευόμενος σχεδιαστής μέσα από την επίλυση μαθηματικών (και μη) προβλημάτων;"*

Αντικείμενο και Στόχοι

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η εύρεση κοινών σημείων, στρατηγικών προσέγγισης και επίλυσης σχεδιαστικών και μαθηματικών προβλημάτων, με σκοπό να αναδείξουμε τη χρησιμότητα των μαθηματικών ως ένα μέσο που καλλιεργεί την ικανότητα δημιουργικής σκέψης προς το βέλτιστο σχεδιαστικό αποτέλεσμα, αλλά και την αναγκαιότητα της διδασκαλίας της σχεδίασης μέσω της επίλυσης προβλημάτων (Problem-based learning).

Για τη στοιχειοθέτηση των εργαλείων και των μεθόδων προσέγγισης και επίλυσης χρησιμοποιούνται ως μελέτες περίπτωσης η σχεδίαση φωτιστικού σώματος στα πλαίσια του μαθήματος Studio V (ακ.έτος 2016-17) και τρία παραδείγματα από το βιβλίο μαθητή και εκπαιδευτικού του μαθήματος Μαθηματικών ΣΤ' Δημοτικού.

Καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση της δομής της εργασίας έπαιξαν τα παρακάτω συλλογιστικά ερωτήματα:

- Τι εννοούμε με τον όρο πρόβλημα; Πώς λύνουμε το εκάστοτε πρόβλημα;
- Τι εννοούμε με τον όρο σχεδίαση; Τι ορίζουμε ως σχεδιαστικό πρόβλημα;
- Πώς σχεδιάζουμε; διαισθητικά; λογικά;
- Πώς προσεγγίζουμε ένα μαθηματικό πρόβλημα;

Δομή Διπλωματικής Εργασίας

Στο πρώτο κεφάλαιο αναλύεται η έννοια της Σχεδίασης, του σχεδιαστικού προβλήματος και της διαδικασίας επίλυσης του, καθώς και των παραμέτρων που καθιστούν επιτυχημένο το αποτέλεσμα της.

Στο δεύτερο κεφάλαιο πραγματοποιείται παρουσίαση των Μαθηματικών και ανάλυση του μαθηματικού προβλήματος, των βημάτων και των εργαλείων που οδηγούν στη λύση καθώς και των παραγόντων που επηρεάζουν την επίλυση.

Στο τρίτο κεφάλαιο επιδιώκεται η αποσαφήνιση της εκπαιδευτικής μεθοδολογίας που βασίζεται στην επίλυση προβλημάτων (Problem based learning), τόσο από τη σκοπιά της Σχεδίασης όσο και των Μαθηματικών, αλλά και η ανάδειξη των πλεονεκτημάτων της.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται ένα παράδειγμα επίλυσης σχεδιαστικού προβλήματος/project στα πλαίσια του μαθήματος Studio V. Η επιλογή αυτή έγινε καθώς σπάνια είναι διαθέσιμα και

ευδιάκριτα τα βήματα και οι νοητικές διεργασίες επίλυσης ενός μαθηματικού προβλήματος, σε αντίθεση με τη σχεδίαση.

Μετά ακολουθούν τρία παραδείγματα προβλημάτων από το σχολικό βιβλίο Μαθηματικών της ΣΤ' τάξης Δημοτικού και οι λύσεις τους με βάση την κατεύθυνση του ίδιου του βιβλίου, αλλά και του βιβλίου εκπαιδευτικού.

Στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται και αναλύονται τα συγκλίνοντα και αποκλίνοντα σημεία των δύο "κόσμων", καθώς και τα συμπεράσματα της διερεύνησης.

1. Σχεδίαση

1.1.Ορισμός

Σχεδίαση < σχεδιάζω < σχέδιος < σχεδόν, σημασιολογικό αντιδάνειο της ιταλικής λέξης schizzo (σκίτσο).

Design < (λατινικά) designare < de = από(δείχνει προέλευση) + signare = σημάδι/σύμβολο

Από την ίδια της την ετυμολογία καταλαβαίνουμε ότι η σχεδίαση χρησιμοποιεί σύμβολα και γραφικές αναπαραστάσεις για να επικοινωνήσει το περιεχόμενό της¹. Είναι μια ενσυνείδητη νοητική διεργασία όπου περιλαμβάνει την περιγραφή και την ερμηνεία της υπάρχουσας κατάστασης, αλλά σαν απώτερο στόχο έχει την μεθοδολογική και ολοκληρωμένη παραγωγή προτάσεων ή λύσεων για την αλλαγή της. Η νέα κατάσταση οφείλει να είναι ικανοποιητικότερη της πρώτης, ενώ οι προτάσεις/λύσεις μπορεί να είναι υλικά αντικείμενα ή διαδικασίες, υπηρεσίες κ.

Σχεδιαστικό πρόβλημα λοιπόν, ορίζουμε το έναυσμα για σχεδίαση, την αρχική κατάσταση, που παρουσιάζει κάποια δυσλειτουργία ή κενό. Το σχεδιαστικό πρόβλημα οφείλει να καταγράφεται σύντομα και με ξεκάθαρο ύφος, ώστε να δίνει μία αρχική κατεύθυνση και να μην προδιαγράφει τη λύση(βλέπε παρακάτω design brief).

1.2.Η Σχεδίαση ως Επιστημονικός Κλάδος

Ως Επιστημονικό Σχεδιασμό (Design Science) μπορούμε να ορίσουμε το πεδίο που μελετά τη διαδικασία δημιουργικής παρέμβασης στον «κύκλο ζωής» ενός προϊόντος, συστήματος ή υπηρεσίας, ξεκινώντας από την αναγκαιότητα ύπαρξής του, τη μορφή του, την κατασκευή πρωτοτύπων, μέχρι και τη σχεδίαση της παραγωγής του².

Αξίζει να μελετήσουμε πώς επέδρασε η Βιομηχανική Επανάσταση στο οικονομικό και κοινωνικό γίγνεσθαι της Ευρώπης για να κατανοήσουμε την αναγωγή του Σχεδιασμού σε Επιστημονικό Κλάδο. Εκείνη την περίοδο πραγματοποιείται ουσιαστικά το πέρασμα από τη χειρωνακτική

¹ Form geometry structure : from nature to design, Bertol D., 2011

² Design engineering competencies: future requirements and predicted changes in the forthcoming decade, Robinson M., Sparrow P., Clegg C., Birdi K., Design Studies, Volume 26, Issue 2, 2005

παραγωγή και το δημιουργό-τεχνίτη (craftsman) στη μαζική παραγωγή και την κατάτμηση της (εξειδίκευση).

Ο χειρωνακτικός παραγωγός ήταν ως τότε υπεύθυνος για τη σύλληψη και την εκτέλεση της ιδέας, τη διανομή και τη "διαφήμιση" των έργων του. Από τα τέλη του Μεσαίωνα παρατηρείται μια πρώιμη καπιταλιστική οργάνωση των βιοτεχνών και τη δημιουργία μεγάλων εργαστηρίων σε πόλεις όπως η Φλωρεντία, το Μπριζ ή η Βενετία. Τα εργαστήρια αυτά διακρίνονταν από υψηλή δεξιοτεχνία και αισθητική και απευθύνονταν κυρίως σε ανώτερα, πιο οικονομικά εύρωστα, στρώματα όπως η Εκκλησία, το Παλάτι κι οι ευγενείς και οι μεγαλέμποροι. Σε αντίθεση, τα παραγόμενα προϊόντα καθημερινής χρήσης του ίδιου τύπου (έπιπλα, μικροαντικείμενα) κατασκευάζονταν πιο εύκολα, πιο γρήγορα και με χαμηλότερη αισθητική αξία.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα της εξέλιξης της παραγωγής στις αρχές του δέκατου όγδοου αιώνα αποτελεί η Μεγάλη Βρετανία. Με την υποστήριξη της Βουλής των Λόρδων το κέρδος έγινε η πρωταρχική πηγή έμπνευσης και δημιουργίας³ και συχνά πρωταγωνιστικό ρόλο είχαν οι έμποροι και κατασκευαστές παρά οι ίδιοι οι σχεδιαστές-καλλιτέχνες. Αυτό προφανώς είχε αντίκτυπο στο φορμαλιστικό όσο και στο αισθητικό μέρος των προϊόντων. Αναδύεται η ανάγκη ένα προϊόν να είναι ανταγωνιστικό σε σχέση με παρόμοια που κυκλοφορούν στην αγορά, είτε αυτό μεταφράζεται σε κόστος παραγωγής και τελικής τιμής είτε αισθητικής κα. Προκύπτει έτσι ένα κατατμημένο μοντέλο παραγωγής και ο ανάλογος καταμερισμός εργασιών που χωρίζεται στα εξής στάδια: σχεδιασμός, παραγωγή, προώθηση, κατανάλωση. Ο σχεδιασμός κρίνεται ως απαραίτητη εναρκτήρια δραστηριότητα στην παραγωγή όχι μόνο για την καλύτερη εξυπηρέτηση αισθητικών αναγκών, αλλά και παραγωγικών δυνατοτήτων ώστε να κατασκευάζονται προϊόντα καλής ποιότητας και μεγάλης ποσότητας, με αυξητική τάση πώλησης - αύξηση της μονάδας κέρδους⁴.

Κατά τα μέσα του δέκατου όγδοου αιώνα χώρες όπως η Γαλλία και η Γερμανία, εφαρμόζοντας μια πιο ισχυρή κρατική επιρροή στη βιομηχανική παραγωγή, ιδρύουν σχολές με σκοπό την ανάδειξη καλλιτεχνών που θα εξυπηρετήσουν το εμπορικό όφελος της χώρας τους. Οι Ακαδημίες των Καλών Τεχνών του Διαφωτισμού έγιναν τα φυτώρια για τη δημιουργία τεχνικών σχολών που θα επιδρούσαν τόσο σε αισθητικό αλλά και σε λειτουργικό επίπεδο στην πρώιμη βιομηχανική παραγωγή της κάθε χώρας. Στη Γαλλία συναντάμε την ίδρυση της Επαγγελματικής Σχολής των Παρισίων (Ecole Professionnelle) ενώ στη Γερμανία την Ακαδημία Καλών Τεχνών και Μηχανικών Επιστημών του

³ Η Ιστορία των Διακοσμητικών Τεχνών και της Αρχιτεκτονικής στην Ευρώπη και την Αμερική (1760-1914), Τσούμας Ι., Εκδόσεις "ΙΩΝ" Στέλλα Παρίκου και ΣΙΑ ΟΕ, 2005

⁴ Storia del design, Fusco R., Roma, 1985

Βερολίνου (Akademie der bildenden Kunst und Mechanischen Wissenschaften).

Με τις παραπάνω χώρες ως αντίπαλο δέος, η Μεγάλη Βρετανία, που ως τότε είχε υιοθετήσει πλήρως τον εμπορικό φιλελευθερισμό, προχωρά με κρατική πρόνοια στη σύσταση της Εξελεγκτικής Επιτροπής των Τεχνών και των Βιοτεχνημάτων (Select Committee of Arts and Manufactures). Στόχος της ήταν η ίδρυση μιας σχολής design για την επιμόρφωση των εργαζόμενων κατασκευαστών, την εκλαΐκευση των τεχνών και του βιομηχανικού σχεδιασμού. Οι προσπάθειες αυτές παρόλες τις δυσλειτουργίες και τα κακώς κείμενα προοικονομούσαν τις μετέπειτα διάσημες σχολές βιομηχανικού σχεδιασμού και τα αντίστοιχα κινήματα τους (De Stijl, Bauhaus κα).

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι το Design Science ήρθε ως απόρροια του καταμερισμού της εργασίας που έφερε η Βιομηχανική Επανάσταση και τις παραγωγικές και οικονομικές δυνατότητες που αναδύθηκαν. Δημιουργήθηκε η ανάγκη οργάνωσης της γνώσης ώστε να παράγονται μαζικά αντικείμενα με το βέλτιστο δυνατό τρόπο και το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος.

1.3. Σχεδιαστική διαδικασία

Όπως θα δούμε παρακάτω, κατά τη σχεδίαση *παίζουν ρόλο αφηρημένοι παράγοντες όπως η διαίσθηση και η εμπειρία, αλλά και επιστημονικοί όπως η έρευνα και η ανάλυση.*⁵ Πρόκειται για μια φαινομενικά γραμμική διαδικασία που ωστόσο στην πράξη δύναται να προκύψει επαναληψιμότητα.

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας θα αναλυθεί η διαδικασία σχεδίασης προϊόντων, την οποία μπορούμε να χωρίσουμε στα εξής στάδια:



1. Έρευνα και Ανάλυση
 - 1.1. Σκιαγράφηση του προβλήματος (σύντομο brief)
 - 1.2. Καθορισμός και περιγραφή του προβληματικού χώρου
 - 1.3. Σύνταξη και ιεράρχηση προδιαγραφών σχεδίασης και σύνταξη λεπτομερούς περιγραφής έργου (design brief)

⁵ Σκουρμπούτης Ε. Studio V - Product Design I (Σημειώσεις ακ.έτους 2013-2014, Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων και Συστημάτων, Πανεπιστήμιο Αιγαίου).

2. Προκαταρκτική Σχεδίαση
 - 2.1. Ιδεασμός (καταιγιτισμός ιδεών-επιμέρους λύσεων)
 - 2.2. Αξιολόγηση
 - 2.3. Σύνθεση προσχεδίων
 - 2.4. Ανάπτυξη προκαταρκτικών σχεδίων (concepts)
 - 2.5. Αξιολόγηση και επιλογή τελικού concept
3. Ανάπτυξη
 - 3.1. Εξέλιξη και λεπτομερειακός σχεδιασμός
 - 3.2. Παραγωγή πρωτοτύπου
 - 3.3. Αξιολόγηση και ενδεχόμενος επανασχεδιασμός
4. Παραγωγή
5. Αξιολόγηση

Βασικό στάδιο της σχεδιαστικής διαδικασίας είναι η διατύπωση της περιγραφής του σχεδιαζόμενου έργου ή προβλήματος (design brief). Πρόκειται για ένα σύνολο πληροφοριών που συνήθως δίνεται στο σχεδιαστή από τον πελάτη και περιλαμβάνει τη σκιαγράφηση του προϊόντος:

- χαρακτηριστικά χρηστών και
- το πλαίσιο μέσα στο οποίο δρουν,
- τεχνολογία ή τεχνογνωσία που θα αξιοποιηθεί για την κατασκευή του προϊόντος,
- περιορισμούς στη χρήση των πρώτων υλών ή
- σχετικές νομοθεσίες που πρέπει να ληφθούν υπόψη,
- επιθυμητό εύρος κόστους παραγωγής κα.

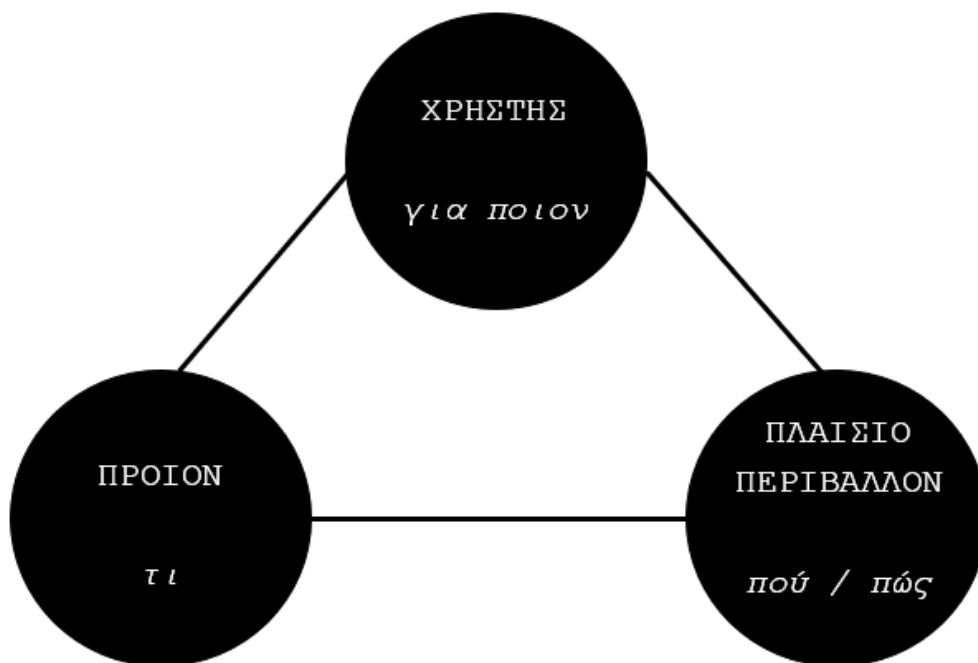
Υπό συνθήκες ο σχεδιαστής καλείται να συνδιαμορφώσει το brief μαζί με τον πελάτη κατά την προκαταρκτική έρευνα ωςότου απευθυνόμενο κοινό και πλαίσιο οριστούν ικανοποιητικά. Ενώ σε κάποιες άλλες ο σχεδιαστής αναλαμβάνει την πρωτοβουλία του σχεδιασμού και την ανεύρεση του κατασκευαστή αργότερα. Σε αυτή την περίπτωση ο σχεδιαστής διαμορφώνει εξ ολοκλήρου την περιγραφή του έργου.⁶

Το αρχικό brief μπορεί να είναι σύντομο (μια πρόταση ή τίτλος) ή εκτεταμένο. Όπως περιγράφηκε και παραπάνω, μπορεί να δοθούν και τα δύο έτοιμα στο σχεδιαστή ή να χρειαστεί να τα ορίσει ο ίδιος. Σε κάθε περίπτωση είναι σημαντικό να αποσαφηνιστούν περαιτέρω οι παράμετροι και τα στοιχεία τα οποία σχετίζονται με το σχεδιαστικό πρόβλημα, για να δημιουργήσει ο σχεδιαστής ένα μοντέλο αναπαράστασης (γλωσσικό ή/και οπτικό) της υπάρχουσας κατάστασης και των στόχων.

⁶ Σκουρμπούτης Ε. Studio V - Product Design I (Σημειώσεις ακ.έτους 2013-2014, Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων και Συστημάτων, Πανεπιστήμιο Αιγαίου).

Για τη διατύπωση του εκτεταμένου brief χαρτογραφούμε τον προβληματικό χώρο, που μπορεί να οριστεί από το τρίπτυχο Χρήστης-Πλαίσιο-Προϊόν. Είναι στην ουσία όλες οι παράμετροι και αλληλεπιδράσεις που θα επηρεάσουν τις σχεδιαστικές αποφάσεις. Χρειάζεται μεγάλη προσοχή στη διατύπωση, δεν πρέπει να οριστούν δεσμευτικά αλλά περισσότερο να δώσουν κατεύθυνση.

Η διερεύνηση του προβληματικού χώρου μπορεί να γίνει με διάφορα εργαλεία και ακολουθεί μια ελικοειδή πορεία από το γενικό στο ειδικό, καταλήγοντας μέσω διεργασιών στο εκτεταμένο brief και τις προδιαγραφές σχεδίασης.



- Χρήστης

Είναι σημαντικό να ξέρουμε για **ποιον** σχεδιάζουμε. Η απάντηση σε αυτή την ερώτηση δεν είναι ο πελάτης, αλλά ο τελικός χρήστης, αυτός στον οποίο απευθύνεται το σχεδιαζόμενο προϊόν (target group). Εάν το προϊόν απευθύνεται σε διαφορετικές ομάδες του πληθυσμού ή θέλουμε να έχει καθολική χρήση, οφείλουμε να αναλύσουμε μεγαλύτερο εύρος.

Η ανάλυση αυτή δεν αφορά μόνο δημογραφικά στοιχεία όπως η ηλικία, το φύλο, η οικογενειακή κατάσταση, το μορφωτικό επίπεδο, το επάγγελμα ή το εισόδημα. Χρειάζεται να κατανοήσουμε σε βάθος την κουλτούρα, τον τρόπο ζωής και το σύστημα αξιών των ανθρώπων αυτών.

- Πλαίσιο

Οι ερωτήσεις που τίθενται για αυτή την οντότητα είναι το **πού** καλείται να ενταχθεί η σχεδιαστική λύση που θα προτείνουμε και **πώς** θα αλληλεπιδράσει με αυτή ο χρήστης. Σκιαγραφείται το περιβάλλον (φυσικό, ψηφιακό, εννοιολογικό κα) που εντάσσονται χρήστης και προϊόν και επηρεάζει την μεταξύ τους σχέση.

Σε αυτό το πεδίο αναλύονται περαιτέρω οι πολιτισμικοί, πολιτικοί, οικονομικοί και κοινωνικοί παράγοντες. Η κουλτούρα ή υποκουλτούρα στην οποία άπτεται το προϊόν, η εννοιολογική του ερμηνεία και σημειολογία, το ψυχολογικό αντίκτυπο της αγοράς ή της χρήσης του προϊόντος, το νομικό πλαίσιο ή τα ανταγωνιστικά προϊόντα κα.

- Προϊόν

Μια σύντομη απάντηση στο **τι** σχεδιάζουμε. Πρόκειται για μια συνοπτική και ανοιχτή περιγραφή του αντικειμένου προς σχεδίαση και περιέχει πληροφορίες που καθορίζουν τη γενική του ταυτότητα. Χρειάζεται προσοχή στη διατύπωση ώστε να μην προκαταβάλει το σχεδιαστή για το τελικό αποτέλεσμα και να εστιάζει κυρίως στις ανάγκες και τις δράσεις που ιδανικά θα εκπληρώσει και θα επιτελέσει ο χρήστης.

Σε αυτό το στάδιο μπορούμε να διερευνήσουμε πρώτες ύλες, μεθόδους και κόστη παραγωγής αλλά και την αισθητική αξία του προϊόντος.

Παρατηρούμε ότι είναι δύσκολο να γίνει ανάλυση της μιας οντότητας χωρίς να αναφερθούμε στην άλλη. Είναι σύνηθες όσο προχωρά η έρευνα και αναδύονται στοιχεία ο σχεδιαστής να παίρνει αποφάσεις που αλλάζουν κάποιες από τις οντότητες, πχ μετά τη μελέτη του πλαισίου να οριστεί ένα υποσύνολο του αρχικού απευθυνόμενου κοινού ως τελικοί δυνητικοί χρήστες. Οι αποφάσεις αυτές ωστόσο θα πρέπει να στηρίζονται στα ερευνητικά δεδομένα και να μην είναι αυθαίρετες.

Εξίσου σημαντική είναι η απόφαση για τον τερματισμό της έρευνας. Όπως αναφέρει ο Lawson, είναι σύνηθες για τους φοιτητές του να αναλώνονται σε μια εκτεταμένη έρευνα, παραθέτοντας στεγνά στοιχεία χωρίς να καταλήγουν εν τέλει στις απαραίτητες συνεπαγωγές και συνδέσεις⁷.

Για να είναι επιτυχημένη η μετατροπή των δεδομένων σε συμπεράσματα χρειάζεται το κατάλληλο εύρος και βάθος πληροφορίας. Είναι προφανές ότι άπτεται κατά πολύ στην ευχέρεια ή τις γνώσεις και εμπειρίες του εκάστοτε σχεδιαστή το πώς θα εξάγει αυτά τα συμπεράσματα και πώς θα καταλήξει στην επιλογή και ιεράρχηση των παραμέτρων που θα επηρεάσουν τη σχεδίαση του προϊόντος. Πρόκειται

⁷ Design Expertise (1st ed.), Lawson B., Dorst K., Routledge, London, 2009

για ένα σύνολο από απαιτήσεις όπως τι ανάγκες πρέπει να εκπληρώνει το προϊόν, τι λειτουργίες πρέπει να επιτελεί, τι πρέπει να περιλαμβάνει, τι κενό της αγοράς θα έρθει να καλύψει κ.α. Οι παραπάνω παράμετροι, είναι σημαντικές για όλη τη διαδικασία σχεδίασης αφού συνοψίζουν όλα τα δεδομένα της έρευνας, αποτελούν έναυσμα για την αναζήτηση καινοτόμων ιδεών και επιμέρους λύσεων κατά την προκαταρκτική σχεδίαση και καθορίζουν τα κριτήρια αξιολόγησης των concept αλλά και της τελικής πρότασης.

Αυτές οι παράμετροι είναι οι Προδιαγραφές Σχεδίασης (ΠΣ). Είναι ένα σύνολο προτάσεων που όπως αναφέρθηκε και παραπάνω περιγράφουν πτυχές του σχεδίου. Κάθε προδιαγραφή σχεδίασης ξεκινά από τα ερευνητικά ευρήματα και συνακόλουθες αποφάσεις και αποτελεί συγκεκριμένο σχεδιαστικό στόχο, αντιστοιχεί στη μικρότερη δομική μονάδα λειτουργικότητας ή χαρακτηριστικού⁸ και χρειάζεται να συντάσσεται με ακρίβεια και λεπτομέρεια.

Σημαντικό βήμα μετά τη διατύπωση είναι η ιεράρχηση των ΠΣ, καθώς συμβάλλει στην εξισορρόπηση αντικρουόμενων στόχων (πχ ποιότητα – κόστος κατασκευής). Ο σχεδιαστής καλείται σε πρώτη φάση να τις ομαδοποιήσει και μέσω σύγκρισης να καταλήξει στις λεγόμενες κυρίαρχες προδιαγραφές (συνήθως τρεις με πέντε) που διαμορφώνουν την ταυτότητα και το χαρακτήρα του νέου προϊόντος, η ικανοποίηση των οποίων είναι αδιαπραγμάτευτη. Καταλαβαίνουμε ότι όσο πιο χαμηλά βρίσκεται στην ιεραρχία μια προδιαγραφή (ή ομάδα προδιαγραφών), τόσο περισσότερο ανεκτικοί είμαστε σε παραχωρήσεις και συμβιβασμούς για να ικανοποιηθούν οι πιο σημαντικές.

Από το σύντομο brief έχουμε φτάσει σε μια δομημένη και λεπτομερή περιγραφή του έργου (λειτουργίες, χαρακτηριστικά, περιορισμοί) και είμαστε έτοιμοι για την έναρξη της σχεδίασης. Κατά την έναρξη παράγονται, με σχέδια ή μακέτες, δημιουργικές λύσεις με βάσει τις ΠΣ.

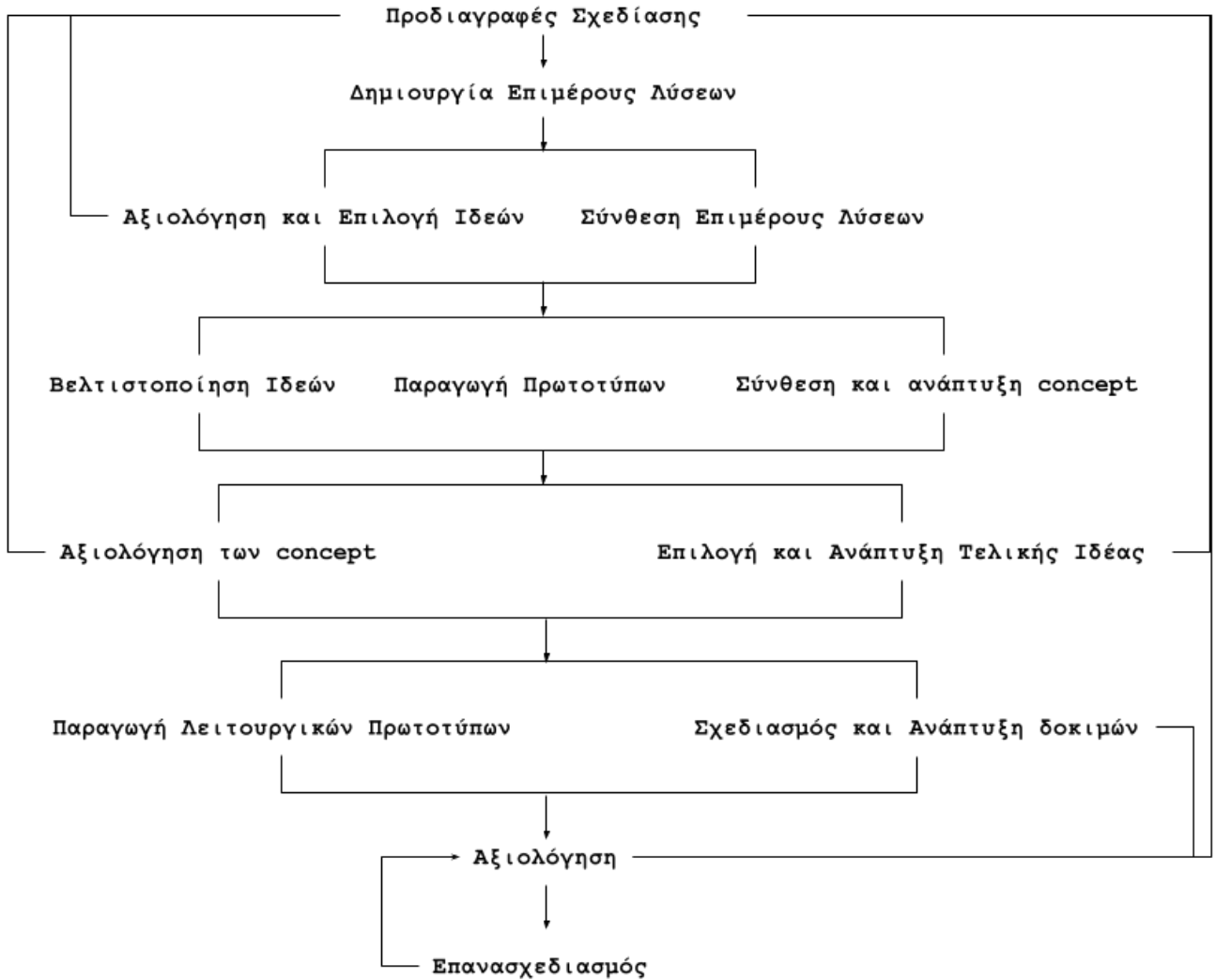
Σκοπός αυτής της δημιουργικής φάσης, όπου ο σχεδιαστής καταγράφει πρόχειρα πολλές διαφορετικές ιδέες (καταιγισμός ιδεών = brainstorming), είναι η δημιουργία μιας δεξαμενής ιδεών (idea pool) που θα αξιολογηθούν και θα χρησιμοποιηθούν σε παρακάτω στάδια. Αυτές οι ιδέες αποτελούν τις *Επί Μέρους Λύσεις (ΕΜΛ)* αφού δεν επιλύουν το σχεδιαστικό πρόβλημα στην ολότητα του και μπορεί να ικανοποιούν μία (απλές ΕΜΛ) ή και παραπάνω προδιαγραφές (σύνθετες ΕΜΛ).

⁸ Σκουρμπούτης Ε. Studio V – Product Design I (Σημειώσεις ακ.έτους 2013–2014, Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων και Συστημάτων, Πανεπιστήμιο Αιγαίου).

Στη φάση αυτή όπως αναφέραμε υπάρχει μεγαλύτερη ελευθερία, αφού επικρατεί η φαντασία και η δημιουργικότητα ενώ απουσιάζει η κριτική. *Ακόμα και ΕΜΛ οι οποίες φαινομενικά είναι υπερβολικές ή μη εφαρμόσιμες προάγουν την δημιουργικότητα της διαδικασίας κι ενδέχεται να φανούν εν τέλει χρήσιμες.*

Με βάση τις ΠΣ αξιολογούμε τα σκίτσα και προχωράμε στη σύνθεση ολοκληρωμένων προτάσεων συνδυάζοντας δημιουργικά τις καλύτερες ΕΜΛ. Οι προτάσεις αυτές καλούνται προσχέδια και δυνητικά θα πρέπει να μπορούν να εξελιχθούν στη φάση του λεπτομερειακού σχεδιασμού σε τελικό προϊόν. Είθισται ο σχεδιαστής ή η σχεδιαστική ομάδα να καταλήγει σε τρία προσχέδια (concepts). Για να θεωρηθεί η σύνθεση επιτυχημένη θα πρέπει το κάθε προσχέδιο να ικανοποιεί σε μεγάλο βαθμό το σύνολο των ΠΣ και να συνάδει με τα ευρήματα της Έρευνας και Ανάλυσης. Να παρουσιάζει ένα ικανοποιητικό φάσμα πειραματισμού για τις κυρίαρχες προδιαγραφές και να υιοθετεί τις πιο καινοτόμες ΕΜΛ ώστε να καθιστά την τελική λύση συνολικά καινοτόμα συγκριτικά με τις ήδη υπάρχουσες.

Αφού επιλεγεί το τελικό concept, είτε από τον πελάτη είτε από τον ίδιο το σχεδιαστή ανάλογα τη συνθήκη, περνάμε στη φάση του λεπτομερειακού σχεδιασμού, της περαιτέρω δηλαδή εξέλιξης του προϊόντος επιλύοντας ζητήματα που εντοπίστηκαν κατά την αξιολόγηση του. Κατά τον προκαταρκτικό σχεδιασμό πολλές σχεδιαστικές αποφάσεις, ελλείψει χρόνου ή πόρων, παραμένουν εκκρεμότητα (πχ λεπτομέρειες σε υποσυστήματα συνδέσεων και εξαρτημάτων, διαστάσεις και αναλογίες), έτσι κατά το λεπτομερειακό σχεδιασμό επιβάλλεται λειτουργική, αισθητική, τεχνολογική και κατασκευαστική βελτιστοποίηση.



Η παραγωγή πρωτοτύπων μπορεί βοηθήσει στην παραπάνω διαδικασία βελτιστοποίησης. Δε χρειάζεται να είναι πλήρως λειτουργικά τα πρωτότυπα, ανάλογα τι μας ενδιαφέρει να εξετάσουμε.

Ο λεπτομερειακός σχεδιασμός ολοκληρώνεται με την παραγωγή τεχνικών σχεδίων και την κατάρτιση του πλάνου παραγωγής του προϊόντος. Ορισμένες φορές, σε αυτό το στάδιο ο σχεδιαστής ασχολείται και με τη συσκευασία ή το στήσιμο του προϊόντος στα καταστήματα, ενώ μετά την παραγωγή ενδέχεται να γίνει κάποια βελτίωση του προϊόντος, εάν αυτό απαιτείται, ή αργότερα επανασχεδιασμός και παραγωγή νέας έκδοσης που ενσωματώνει κάποια νέα τεχνολογία ή χαρακτηριστικό.

Η αξιολόγηση του προϊόντος μπορεί να φαίνεται ως μία διακριτή φάση στη διαδικασία σχεδίασης, αλλά στην πραγματικότητα (και από την παραπάνω περιγραφή) προκύπτει ότι εφαρμόζεται σε όλη τη διάρκεια της διαδικασίας σχεδίασης και ανατροφοδοτεί με τα αποτελέσματά (παρατηρήσεις, διορθώσεις και βελτιώσεις) τη σχεδίαση.

1.4.Εργαλεία έρευνας και σχεδιασμού

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε και θα εξετάσουμε τόσο μεμονωμένα εργαλεία όσο και πιο ολοκληρωμένες προσεγγίσεις⁹ τόσο κατά τη φάση της έρευνας (Ερευνητικά Εργαλεία) όσο και στη φάση της σχεδίασης.

- Ερωτηματολόγια – Συνεντεύξεις – Δημοσκοπήσεις

Τα ερωτηματολόγια, ψηφιακά ή εκτυπωμένα, επιτρέπουν τον ευρύ διαμοιρασμό (πολλοί και διαφορετικοί συμμετέχοντες) και τη συλλογή πληροφορίας από μια σειρά ομαδοποιημένων ερωτήσεων και προκαθορισμένων απαντήσεων (κλειστού τύπου).

Οι συνεντεύξεις από την άλλη εμπλέκουν περισσότερο τον ερευνητή με το συμμετέχοντα και συνήθως διεξάγονται one-one-one. Ενώ και εδώ έχουμε μια προκαθορισμένη σειρά ερωτήσεων, οι απαντήσεις είναι ελεύθερες και δυναμικά οδηγούν σε νέα ερωτήματα. Ελλοχεύει ο κίνδυνος αλλοίωσης των αποτελεσμάτων, καθώς άπτεται στην καθοδήγηση του ερευνητή ο αντικειμενισμός, η έκβαση της κουβέντας και η δημιουργία κλίματος ασφάλειας ώστε να απαντήσει ειλικρινά ο ερωτηθέντας.

Οι δημοσκοπήσεις προσομοιάζουν στα ερωτηματολόγια, με την έννοια ότι συνήθως έχουν προκαθορισμένες απαντήσεις που απαντά ο συμμετέχοντας, ωστόσο δίνουν το περιθώριο λόγω της αλληλεπίδρασης να αντιλήσουμε επιπλέον ποιοτικά στοιχεία (στην περίπτωση που μιλάμε για τηλεφωνική ή δια ζώσης).

- ο Ομάδες εστίασης (Focus groups)

Ομαδικές συνεντεύξεις συμμετεχόντων με κοινά χαρακτηριστικά. Χρησιμοποιούνται συνήθως στην έρευνα αγοράς και μπορεί να είναι με τη μορφή καθοδηγούμενης συζήτησης μέσω ερωτήσεων ή ανοιχτής δομής. Κύριος στόχος είναι η καταγραφή συναισθημάτων και πεποιθήσεων, αλλά και αυθόρμητων αντιδράσεων.

- Συμμετοχική Σχεδίαση

Προσέγγιση που εμπλέκει ενεργά όλους τους συμμετέχοντες στη σχεδιαστική διαδικασία (σχεδιαστή, τελικό χρήστη, τεχνίτες κα), με τη διάκριση ανάμεσα στη Συ-σχεδίαση (Co-design), όπου οι εμπλεκόμενοι διδάσκονται (ή ξέρουν ήδη) κάποια εργαλεία και συνδιαμορφώνουν σε σημαντικό βαθμό το τελικό αποτέλεσμα, και στη Συμμετοχική Σχεδίαση (Participatory Design) όπου οι εμπλεκόμενοι έχουν έναν πιο επικουρικό, συμβουλευτικό χαρακτήρα.

⁹ Σημείωση: Στα ευρέως διαδεδομένα εργαλεία θα γίνει πιο συνοπτική παρουσίαση.

- Ημερολόγια (User diaries)

Καταγραφή της επιθυμητής δραστηριότητας που θα έρθει να πλαισιώσει το σχεδιαζόμενο έργο και ανατίθεται στους δυνητικούς χρήστες. Είναι χρήσιμα για την περιγραφή της δεδομένης κατάστασης, ενώ αναδύονται συναισθήματα ή μοτίβα συμπεριφοράς του απευθυνόμενου κοινού.

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στη φάση της αξιολόγησης του σχεδιαζόμενου έργου.

- Personas - Υποθετικά σενάρια χρήσης/πλάνα χρήσης

Πρόκειται για μοντελοποίηση του απευθυνόμενου κοινού και ανάλυση ενός τυπικού χαρακτήρα. Η ανάλυση αυτή περιλαμβάνει δημογραφικά και άλλα στοιχεία, όπως πεποιθήσεις και κουλτούρα. Η περιγραφή αυτή συνοδεύεται συνήθως από σενάρια δράσης (αφήγηση ή story boards) του χρήστη για την υπό μελέτη δραστηριότητα.

Τα σενάρια δράσης αφορούν είτε την παρούσα κατάσταση, μέσω παρατήρησης, είτε πρόκειται για περιγραφή της μελλοντικής ιδανικής κατάστασης, μέσω υποθέσεων, και των λύσεων που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν αυτούσιες ή τροποποιημένες προς αυτή την κατεύθυνση.

Το συγκεκριμένο εργαλείο βοηθά στην παρουσίαση του προβληματικού χώρου και στην υποστήριξη της αναγκαιότητας του σχεδιαζόμενου έργου, καθώς και στην ανάδειξη σημαντικών ΠΣ.

- Παρατήρηση σε δημόσιους χώρους (Public-space observation)

Αναλόγως τη φύση του σχεδιαστικού έργου ο σχεδιαστής ή η ερευνητική ομάδα μπορεί να προβεί σε παρατήρηση ή καταγραφή ενός χώρου (πεδίου), των ανθρώπων και των εργασιών που συντελούνται, συνήθως με την πρόθεση να παραμείνουν άορατοι, καθώς η παρουσία παρατηρητή τείνει να επηρεάζει τη συμπεριφορά των συμμετεχόντων.

Η καταγραφή αυτή μπορεί να περιλαμβάνει γραπτές σημειώσεις και σκίτσα, φωτογράφιση, ηχογράφιση ή κινηματογράφιση, καθώς και εκτεταμένες αναστοχαστικές αναφορές (μετά την ολοκλήρωση της παρατήρησης).

- ο Mystery Shopper

Εργαλείο που χρησιμοποιείται κυρίως από ομάδες marketing όπου "κοινοί πελάτες" έχοντας στο μυαλό τους ένα σύνολο κριτηρίων, αξιολογούν μια προσφερόμενη υπηρεσία ή ένα ανταγωνιστικό προϊόν. Αυτό το εργαλείο μπορεί να φανεί ιδιαίτερα χρήσιμο κατά τη σχεδίαση υπηρεσιών (αξιολόγηση μιας εμπειρίας, touch points κλπ) αλλά και τη σχεδίαση προϊόντων (σημεία διανομής/προβολής κλπ).

- Card sorting

Χρησιμοποιείται ευρέως στη σχεδίαση Εμπειρίας του Χρήστη (User Experience/UX Design) και βοηθά στην κατηγοριοποίηση και στην κατασκευή της αρχιτεκτονικής ενός site ή μιας πλατφόρμας (Information Architecture). Πρόκειται για συμμετοχική διαδικασία, όπου δυνητικοί χρήστες καλούνται να ομαδοποιήσουν κάρτες ή να δημιουργήσουν ροές εργασιών. Από τη διαδικασία προκύπτουν τα επικρατέστερα μοτίβα επιλογών.

- Tree testing

Πρόκειται για παρόμοια διαδικασία, με τη διαφορά ότι εδώ ο ερευνητής έχει κατασκευάσει ένα μοντέλο με κάρτες και δίνει διάφορες εργασίες (tasks) στους ερωτηθέντες. Χρησιμοποιείται περισσότερο στη φάση της αξιολόγησης, ή αν χρησιμοποιηθεί κατά τα πρώτα στάδια, για να επιβεβαιώσει ή να απορρίψει έναν ισχυρισμό/υπόθεση.

- Moodboards

Πρόκειται για ένα κολλάζ οπτικών στοιχείων και περιλαμβάνει επί τω πλείιστων εικόνες αλλά και κείμενο (τα σημερινά μέσα επιτρέπουν ακόμα και την ενσωμάτωση βίντεο). Η σχεδιαστική ομάδα δημιουργεί συσχετίσεις εννοιών (ή προδιαγραφών) με εικόνες μέσα από μεταφορές, αναλογίες και συμβολισμούς. Σαν διαδικασία λειτουργεί ως ανακίνηση της φαντασίας και της δημιουργικότητας ενώ στοχεύει στην οπτικοποίηση μιας γενικής ιδέας και μπορεί να χρησιμεύσει ως παραπομπή (reference) για το συνολικό ύφος (look and feel) ενός προϊόντος και το πλαίσιο (context) που αυτό εντάσσεται.

- Μακέτες - Πρωτότυπα

Αφορά την αποτύπωση της ιδέας σε 3 διαστάσεις. Δύναται να είναι ημι-λειτουργικά μοντέλα ενός αντικειμένου, σε φυσικό μέγεθος ή σε σμίκρυνση, ανάλογα με το τι θέλουμε να εξετάσουμε ή να επικοινωνήσουμε και χρησιμοποιούνται σε διαφορετικά στάδια της σχεδίασης (ανάπτυξη ή αξιολόγηση).

- CAD - CAE - CAM

- Computer Aided Design (CAD)

Αφορά τη σχεδίαση σε δύο ή τρεις διαστάσεις με τη βοήθεια Η/Υ. Συνήθως πρόκειται για σχεδίαση ενός 3d παραμετρικού μοντέλου, όπου με τις κατάλληλες εντολές και προβολές δημιουργούνται όψεις, τομές κλπ. (δισδιάστατες απεικονίσεις). Είναι επίσης δυνατό να αναπαρασταθούν υφές και χρώματα του αντικειμένου (φωτορεαλιστική απεικόνιση) ακόμη και βίντεο εικονικής τους παρουσίασης. Τα τρισδιάστατα αυτά μοντέλα χρησιμοποιούνται και στο 3d printing

όπου παράγονται μακέτες, λειτουργικά ή ημι-λειτουργικά μοντέλα του αντικειμένου.

- ο Computer Aided Engineering (CAE)

Πρόκειται για εικονικές δοκιμές πάνω στο τρισδιάστατα σχεδιασμένο μοντέλο, εισάγοντας διαφορετικές παραμέτρους για τις εκάστοτε διαφορετικές συνθήκες και καταπονήσεις στοχεύοντας στη βελτιστοποίηση του. Η βελτιστοποίηση αυτή αφορά είτε δομικές ιδιότητες (μήκος, πάχος κλπ.) είτε επιλογής υλικού.

- ο Computer Aided Manufacturing (CAM)

Σε συνέργεια με κάποιο πρόγραμμα CAD, ένα λογισμικό τέτοιου είδους επιτρέπει τη "μετάφραση" του τρισδιάστατου μοντέλου σε οδηγίες-εντολές για μηχανές παραγωγής (πχ Computer Numerical Control (CNC) machines).

- Έρευνα

- ο ανταγωνιστικών προϊόντων
- ο τεχνολογικών δυνατοτήτων/εξελίξεων
- ο τάσεων (design trends)

- Brainstorming

Το brainstorming όπως αναφέραμε και σε προηγούμενη ενότητα είναι μια διαδικασία κατά την οποία επικρατεί περισσότερη ελευθερία. Όπως αναλύει και ο Alex F. Osborn¹⁰ δύο είναι τα αξιώματα που το διέπουν:

- ο Defer judgment

Κατά τη διαδικασία αυτή απαγορεύεται η κριτική. Στόχος είναι η παραγωγή ασυνήθιστων προτάσεων. Οι συμμετέχοντες θα πρέπει να ενθαρρύνονται να δουν το θέμα από διαφορετικές οπτικές, ακόμη κι είναι φαινομενικά άσχετες.

- ο Quantity breeds quality

Όσο περισσότερες οι προτάσεις τόσο περισσότεροι και οι συνδυασμοί τους. Όπως αναφέρει χαρακτηριστικά και ο Osborn $1+1=3$. Μπορεί στην προηγούμενη ενότητα ο καταγιγισμός ιδεών να φαίνεται ως ξεχωριστή φάση κατά τη σχεδίαση ενός προϊόντος, στην ουσία όμως συμβαίνει κάθε φορά που η σχεδιαστική ομάδα λαμβάνει μια απόφαση.

Σίγουρα όσο προχωράμε προς τα τελευταία στάδια και πηγαίνουμε από το γενικό στο όλο και πιο συγκεκριμένο, υπάρχουν λίγα περιθώρια για τόσο ανοιχτή αναζήτηση, αλλά μπορεί να είναι χρήσιμο για την επίλυση υπό-προβλημάτων (πχ μελέτη κατασκευασιμότητας).

¹⁰ Applied Imagination: Principles and Procedures of Creative Problem Solving, Alex Faickney Osborn, New York, Charles Scribner's Sons, 1953

1.5.Επιτυχημένη Σχεδίαση

Παραπάνω παρουσιάστηκαν τα στάδια της διαδικασίας σχεδίασης προϊόντων, καθώς και οι παράμετροι που επηρεάζουν το τελικό αποτέλεσμα (Προδιαγραφές Σχεδίασης). Αναφέρθηκε ότι επιτυχημένο καλούμε το προϊόν που ικανοποιεί το μεγαλύτερο μέρος των Προδιαγραφών, κατά το δυνατόν καλύτερο τρόπο.

Παρακάτω θα γίνει μια προσπάθεια ομαδοποίησης των Προδιαγραφών σε κατηγορίες καθώς και ανάλυσης του ενδεχόμενου αντίκτυπου τους στο τελικό αντικείμενο.

1. Περιορισμοί

Οι περιορισμοί εκφράζουν τα όρια (ανώτερα ή κατώτερα) ανοχής σε διάφορες ιδιότητες του υπό σχεδίαση έργου.

i. Δομικοί

Αφορά συνήθως χαρακτηριστικά που ο πελάτης-κατασκευαστής θέλει να έχει το προϊόν, πχ χρωματική παλέτα, τοποθέτηση λογότυπου κα. Τα χαρακτηριστικά αυτά δύναται να υπαγορεύονται επίσης και από κανόνες εργονομίας και ευχρηστίας, πχ οι διαστάσεις ή το βάρος του αντικειμένου.

ii. Κατασκευασιμότητας

Αρχικά ένα υπό σχεδίαση προϊόν θα πρέπει να μπορεί να κατασκευάζεται με τα διαθέσιμα υπάρχοντα τεχνολογικά εργαλεία, μηχανήματα ή τεχνογνωσία. Ο ίδιος ο σχεδιαστής, σε συνεργασία με το τεχνικό τμήμα ή κάποιον μηχανικό, θα πρέπει να μελετήσει και τον τρόπο κατασκευής ενός προϊόντος, για να υπερβεί τυχόν εμπόδια που θέτει η υπάρχουσα τεχνογνωσία/τεχνολογία ή αντίστοιχα να προσαρμόσει χαρακτηριστικά του σχεδιαζόμενου προϊόντος βάσει αυτών, κατά το λεπτομερειακό σχεδιασμό.

iii. Οικονομικοί-Κοινωνικοπολιτικοί

Στο οικονομικό σύστημα που ζούμε η παραγωγή συνολικότερα άπτεται του δίπολου κόστος-όφελος. Εάν για παράδειγμα κοστίζει πολύ η διαδικασία παραγωγής ενός προϊόντος (ακριβή πρώτη ύλη, χρονοβόρα κατασκευή κα) ή προβλέπεται μικρό περιθώριο κέρδους από την παραγωγή του, τότε παραμένει στο στάδιο του ιδεασμού, ακόμα κι αν ικανοποιεί υπαρκτές και ζωτικές ανάγκες της κοινωνίας.

Όπως εμπόδιο στην παραγωγή ενός προϊόντος μπαίνει η λογική του κέρδους, αντίστοιχα και στην κατανάλωση του παίζει ρόλο η ταξική προέλευση του καταναλωτή, που καθορίζει, ή τις περισσότερες φορές μάλλον περιορίζει, τις επιλογές και τις δυνατότητες του.

iv. Περιβαλλοντικοί

Η όξυνση της περιβαλλοντικής κρίσης έχει αναγκάσει την παγκόσμια κοινότητα στη θέσπιση του λεγόμενου Περιβαλλοντικού Δικαίου, αλλά και έχει ευαισθητοποιήσει ένα μεγάλο μέρος των καταναλωτών ως

προς την υιοθέτηση νέων, πιο φιλικών για το περιβάλλον, συνηθειών.

Πέρα από τους κανονισμούς στην παραγωγή για μείωση της εκπομπής ρύπων, τη μείωση του πλαστικού σε συσκευασίες κα, παρατηρούμε μία γενικότερη στροφή σε πιο αειφόρες πρακτικές ήδη από το στάδιο της σχεδίασης των προϊόντων.

v. Πολιτισμικοί

Είναι προφανές πως η διεθνοποίηση και της παραγωγής αλλά και της αγοράς έφερε αντιμέτωπους τους σχεδιαστές με την καθολικότητα (universality) ενός προϊόντος.

Η κουλτούρα είναι πολύ σημαντικός παράγοντας διαμόρφωσης της συμπεριφοράς και των αναγκών ενός καταναλωτή, καθώς διαμορφώνει ουσιαστικά το σύστημα αξιών και τον τρόπο σκέψης του. Επομένως θα πρέπει κατά τη σχεδίαση να λαμβάνεται υπόψη το απευθυνόμενο κοινό ή οι εκάστοτε πολιτισμικές επιταγές, ώστε ένα προϊόν να είναι αποδεκτό και αρεστό σε διαφορετικά πολιτισμικά πλαίσια.

2. Λειτουργία

Η βασική απαίτηση που έχουμε από ένα προϊόν είναι να λειτουργεί, να επιτελεί το σκοπό για τον οποίο σχεδιάστηκε ("τι κάνει;" το εν λόγω αντικείμενο).

Όπως αναφέρουν οι Parsons και Carlson, ενδεχομένως αυτός ο σκοπός να μην είναι προφανής και να υπάρχει μια απροσδιοριστία. Σε αυτή την περίπτωση πρόκειται μάλλον για όχι και τόσο πετυχημένη σχεδίαση, αφού το προϊόν δεν "αυτο-εξηγείται" (*non self-explanatory product*)¹¹. Μπορεί ένα προϊόν να έχει παραπάνω από μία λειτουργίες και να είναι θεμιτό να προσδιορίσουμε τη σωστή (*proper function*) σε σχέση με τις υπόλοιπες προθετικές (*intentional function*), οι οποίες είναι εξίσου αποδεκτές.

Είναι προφανές ότι παίζει ρόλο ο ανθρώπινος παράγοντας, τόσο από την πλευρά του σχεδιαστή όσο και του τελικού χρήστη, ακόμη και το τι θεωρείται αποδεκτό μπορεί να διαφέρει ανάλογα την κουλτούρα και το πλαίσιο (κοινωνικό, πολιτισμικό κλπ.) όπως προαναφέρθηκε.

Ο σχεδιαστής αποφασίζει ποιο είναι το πρόβλημα που έρχεται να λύσει (πρωταρχική λειτουργία) ωστόσο είναι ο τελικός χρήστης που δύναται να το νοηματοδοτήσει ως κάτι άλλο. Για παράδειγμα, η καρέκλα είναι ένα τεχνούργημα που λειτουργεί ως κάθισμα (πρωταρχική λειτουργία) αλλά δύναται να χρησιμοποιηθεί και ως καλόγερος, για να αποθέσει ο χρήστης τα ρούχα του ή άλλα προσωπικά αντικείμενα (αποδεκτή προθετική λειτουργία).

¹¹ Functional Beauty, Parsons Glenn & Carlson Allen, Published to Oxford Scholarship Online: January 2009

Ευχρηστία

Οι Shackel & Richardson καθορίζουν την ευχρηστία ενός συστήματος ως την ικανότητα που έχει ένα σύστημα, να χρησιμοποιείται εύκολα και αποτελεσματικά από ένα προκαθορισμένο φάσμα χρηστών, λαμβάνοντας υπόψη την προκαθορισμένη κατάρτιση και υποστήριξη των χρηστών, για να εκπληρώσει μία προκαθορισμένη σειρά στοιχειωδών εργασιών, ακολουθώντας μία προκαθορισμένη ακολουθία σεναρίων¹².

Σε συνέχεια του παραπάνω, ένα σχεδιαζόμενο προϊόν οφείλει να εξυπηρετεί τις εξής παραμέτρους:

- ευκολία εκμάθησης,
- υψηλή απόδοση εκτέλεσης του επιθυμητού στόχου,
- χαμηλή συχνότητα σφαλμάτων (από την πλευρά του χρήστη),
- ευκολία στη συγκράτηση της γνώσης χρήσης του,
- υποκειμενική ικανοποίηση του χρήστη.

Τα παραπάνω συνδέονται τόσο με τα λειτουργικά όσο και τα δομικά χαρακτηριστικά του αντικειμένου.

3. Αισθητική

Πέρα από τις λειτουργικές απαιτήσεις ένα σχεδιαστικό έργο καλείται να εκπληρώσει, μέσω της ίδιας του της όψης ή του νοήματος που παράγει, και αισθητικές απαιτήσεις. Η αντίληψη της αισθητικής, ενώ γίνεται με κοινά αισθητήρια όργανα (μάτια, αυτιά, μύτη κ), η ερμηνεία της διαμορφώνεται μέσα από κοινωνικού και πολιτισμικούς παράγοντες.

Γούστο

Σημαντικός παράγοντας διαμόρφωσης της αισθητικής κρίσης είναι οι προσωπικές προτιμήσεις ενός ανθρώπου, που διαμορφώνεται από τις εμπειρίες, τις αξίες, τις προσλαμβάνουσες και τα πρότυπα του και οι οποίες δύναται να αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου.

Ιστορικά αν παρατηρήσουμε, οι αξίες, τα πρότυπα, οι προτιμήσεις κλπ. ενός ανθρώπου διαμορφώνονται κοινωνικά και επηρεάζονται σε μεγάλο βαθμό από την ταξική καταγωγή του και την πολιτισμική του κοινωνικοποίηση.

4. Ψυχολογική ανταπόκριση

Οι δράσεις και οι επιλογές μας ωθούνται από κίνητρα με σκοπό την ικανοποίηση συγκεκριμένων αναγκών. Η εκπλήρωση των πνευματικών, ψυχικών ή σωματικών αναγκών του τελικού χρήστη, η αίσθηση της απόλαυσης ή της πληρότητας μέσω από την απόκτηση ή/και χρήση ενός σχεδιαζόμενου αντικειμένου, είναι σοβαρός παράγοντας που πρέπει να

¹² Human factors for Informatics usability, Shackel B. & Richardson S., Cambridge University Press, UK, 1991

συμπεριλαμβάνεται στη σχεδίαση. Γενικότερα το αίσθημα της ικανοποίησης του χρήστη, αποτελεί το συναισθηματικό και ψυχολογικό κομμάτι της εμπειρίας του χρήστη και επηρεάζουν επιμέρους στοιχεία του προϊόντος, όπως η φόρμα και η λειτουργία.

5. Ιεράρχηση-Εστίαση

Στις προηγούμενες ενότητες του κεφαλαίου αναλύσαμε παραμέτρους που επηρεάζουν τη σχεδίαση. Ποιον ορίζουμε όμως το πιο σημαντικό; πώς μας βοηθά να αξιολογήσουμε ένα έργο;

Η κατευθυντήριος για τα παραπάνω δίνεται στο σχεδιαστή είτε από την πελάτη-κατασκευαστή και την ομάδα marketing μέσω του brief, είτε προσδιορίζεται από τις εκάστοτε δυνατότητες παραγωγής, τις κοινωνικές ανάγκες κα. Η διατύπωση και η ιεράρχηση οφείλει να προκύπτει μέσα από την έρευνα και την αποσαφήνιση του προβληματικού χώρου και να μην είναι απλώς μια προσωπική, αυθαίρετη επιλογή του σχεδιαστή ή της σχεδιαστικής ομάδας.

Οι προδιαγραφές σχεδίασης από μόνες του θα μπορούσε να πει κανείς ότι αποτελούν από μόνες τους ένα μικρό σχεδιαστικό έργο, με την έννοια ότι είναι γενικές και αφηρημένες και αποτελούν "κατασκευή" του σχεδιαστή. Είναι αδιαπραγμάτευτες από τη στιγμή που αποφασίσει ο σχεδιαστής να προχωρήσει στο στάδιο της σχεδίασης και έκτοτε αποτελούν αναφορά και κριτήριο αξιολόγησης.

Είναι προφανές ότι μεγάλο ρόλο στις αποφάσεις αυτές παίζει ο άνθρωπος, ή καλύτερα ο υποκειμενικός παράγοντας. Αυτό αποτελεί ταυτόχρονα τροχοπέδη αλλά και περιθώριο για την επιθυμητή πρωτοτυπία και καινοτομία.

2. Μαθηματικά

2.1. Ορισμός

Μαθηματικά < (αρχαία ελληνική) πληθυντικός του ουδέτερου του επιθέτου μαθηματικός < μάθημα < μανθάνω, μαθαίνω, αποκτώ (με μελέτη) γνώσεις, γνώση, παιδεία, εμπειρία

Σύμφωνα με τον ορισμό του Ziegler, τα μαθηματικά είναι η επιστήμη που μελετά θέματα που αφορούν την ποσότητα, τη δομή, το χώρο, τη μεταβολή και τις σχέσεις όλων των μετρήσιμων αντικειμένων της πραγματικότητας και της φαντασίας μας.¹³

2.2. Ιστορία των Μαθηματικών

Η απαρχή της μαθηματικής σκέψης βασίζεται στις έννοιες της ποσότητας, του μεγέθους και του σχήματος. Αυτές οι έννοιες αποδεικνύεται ότι απασχόλησαν τις πρώιμες κοινωνίες κυνηγών και τροφοσυλλεκτών μέσα από τα πιο γνωστά μαθηματικά αντικείμενα που βρέθηκαν σε Αφρική και Γαλλία (οστά Lebombo)¹⁴.

Καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη των Μαθηματικών έπαιξαν οι λαοί της Μεσοποταμίας, με τη Βαβυλώνα και την Αίγυπτο ως κυρίαρχα πολιτιστικά και εμπορικά κέντρα (Σουμέριοι, 3000 π.Χ.).

Τα Ελληνικά Μαθηματικά τοποθετούνται από την εποχή του Θαλή του Μιλήσιου μέχρι το τέλος της Ακαδημίας των Αθηνών (600 π.Χ. – 529 μ.Χ.). Σε σχέση με τα προγενέστερα ευρήματα, στα ελληνικά μαθηματικά συναντάμε μεγαλύτερη πολυπλοκότητα και το πέρασμα από την επαγωγική λογική (επαναλαμβανόμενες παρατηρήσεις που οδηγούν σε συμπέρασμα) στον παραγωγικό συλλογισμό (θεωρήματα, ορισμοί και αξιώματα που επιβεβαιώνονται μέσω αποδείξεων).

Οι Κινέζοι ανέπτυξαν και αυτοί από πολύ νωρίς ένα σύστημα αποτύπωσης αριθμών (1200 π.Χ.) και όπως και οι Έλληνες ασχολήθηκαν με τα μαθηματικά σε φιλοσοφικό επίπεδο (θεωρήματα, φυσικές επιστήμες). Οι αλληλεπιδράσεις όμως με τους υπόλοιπους λαούς ήταν τόσο λίγες, όπου ακόμα και μετά την άνθιση των μαθηματικών στην Ευρώπη, ευρωπαϊκά και κινεζικά μαθηματικά διατηρούσαν ξεχωριστές παραδόσεις.

Οι αριθμοί όπως του ξέρουμε σήμερα προέρχονται από την Ινδία. Οι κανόνες για τη παράσταση με των αριθμών στο δεκαδικό σύστημα

¹³ An Invitation to Mathematics: From Competitions to Research, Ziegler Günter M., Springer, 2011

¹⁴ Οστά Lebombo (οροσειρά Lebombo, Σουαζιλάνδη, 35000 π.Χ.), περόνη μπαμπούνου με 29 εμφανείς εγκοπές, ενώ άλλα προϊστορικά αντικείμενα (35000–20000 π.Χ.) υποδηλώνουν τις πρώτες απόπειρες να προσδιοριστεί ποσοτικά ο χρόνος.

εξελίχθηκαν κατά την πρώτη χιλιετία μ.Χ. στην Ινδία και μεταδόθηκαν στη Δύση μέσω Αράβων εμπόρων.

Ελληνικά και αραβικά μαθηματικά κείμενα μεταφράστηκαν στα Λατινικά και διασώθηκαν από την καταστροφή της Αλεξάνδρειας, κάτι που οδήγησε σε περαιτέρω εξέλιξη των μαθηματικών στα τέλη του Μεσαίωνα στην Ευρώπη, όπου δειλά δειλά άρχισε εκ νέου η εξερεύνηση και εκλογίκευση της Φύσης και των Νόμων που τη διέπουν.

Η άνθηση της Αναγέννησης, σε όλους τους τομείς, δημιούργησε την ανάγκη της λογιστικής. Ειδικότερα στη Γερμανία συναντάμε πολλά βιβλία διδασκαλίας άλγεβρας και πολύπλοκης αριθμητικής (υπολογισμός επιτοκίων) ενώ δημιουργούνται και σχετικές σχολές (Reckoning και Abacus schools, σε Φλάνδρα και Ιταλία αντίστοιχα).

Κατά τον 17ο αιώνα παρατηρούμε ισχυρή ανάπτυξη των μαθηματικών και των επιστημονικών ιδεών, με εμβληματικές φιγούρες το I. Newton και το G.W. Leibniz. Τους επόμενους αιώνες τα Μαθηματικά γίνονται πιο αφηρημένα (K.F. Gauss και Θεωρητικά Μαθηματικά) ενώ δημιουργούνται και διάφορες 'Μαθηματικές Εταιρείες' που προάγουν τη μαθηματική επιστήμη.

Στο σύγχρονο κόσμο αναδύθηκαν νέοι τομείς, όπως η Μαθηματική Λογική και η Θεωρία των παιγνίων, που ανέδειξαν νέα ερωτήματα που θα μπορούσαν να απαντηθούν με μαθηματικές μεθόδους.

Η ανάπτυξη και τη συνεχή βελτίωση των υπολογιστών, αρχικά με τις μηχανικές αναλογικές μηχανές και στη συνέχεια με τις ψηφιακές ηλεκτρονικές συσκευές, επέβαλε τη δημιουργία νέων τομέων των μαθηματικών (Θεωρία υπολογισσιμότητας του A. Turing και η χρήση της ENIAC, η Θεωρία της πληροφορίας του C. Shannon κα).

2.3. Φιλοσοφία των Μαθηματικών

Η φιλοσοφία των Μαθηματικών είναι ο κλάδος της φιλοσοφίας που μελετά το ρόλο τους στην ανθρώπινη κοινωνία και νόηση, και προσπαθεί να απαντήσει στο θεμελιώδες ερώτημα "Οι άνθρωποι ανακαλύπτουν ή κατασκευάζουν τα μαθηματικά;".

Το ερώτημα αυτό αναδύεται για όλες τις θετικές επιστήμες. Οι μεν θετικοί επιστήμονες υποστηρίζουν ότι η εκάστοτε επιστήμη μελετά και πλησιάζει ολοένα και περισσότερο μια αντικειμενική και ακριβή περιγραφή του κόσμου γύρω μας, ενώ οι εκπρόσωποι των ανθρωπιστικών επιστημών υποστηρίζουν μια πιο σχετικιστική άποψη, ότι η γνώση και η περιγραφή του κόσμου είναι πολιτισμικά, ιστορικά και κοινωνικά κατασκευασμένα.

Σύμφωνα με το μαθηματικό ρεαλισμό, ο οποίος στηρίζεται στις θεωρίες του Πλάτωνα (πλατωνισμός), οι μαθηματικές οντότητες και κανόνες

υπάρχουν ανεξάρτητα από την ανθρώπινη νόηση, δεν έχουν χωροχρονικές ιδιότητες, αποτελούν μέρος της φύσης και δεν μεταβάλλονται. Μπορούμε να κατανοήσουμε πώς διαμορφώθηκε αυτή η αντίληψη αν αναλογιστούμε ότι τα αρχαία ελληνικά μαθηματικά βασίζονται στη γεωμετρική ανάλυση και την Αριθμητική. Από αυτή τη σκοπιά, υπάρχει όντως ένα είδος μαθηματικών που ανακαλύπτεται και είναι "αντικειμενικό" (Επίπεδη και Στερεά Γεωμετρία).

Στον αντίποδα βρίσκονται οι θεωρίες των κονστρουκτιβιστών, που θεωρούν ότι τα μαθηματικά είναι κατασκευάσιμα, διορθώσιμα, αναθεωρήσιμα, παρά ότι ανακαλύπτονται. Θέτουν ως αξίωμα έναν μηχανισμό που προέρχεται από τη θεωρία της εξέλιξης: *όπως οι φυσικοί οργανισμοί προσαρμόζονται στο περιβάλλον τους, έτσι και η γνώση αναπτύσσεται διαμέσου της προσαρμογής*¹⁵. Σύμφωνα με την Κολέζα, οι κυρίαρχες τάσεις του κονστρουκτιβισμού βασίζονται στη διάκριση των μηχανισμών σε υποκειμενικών και κοινωνικών, με τους οποίους μαθαίνουμε ή κατασκευάζουμε τη γνώση. Στη μεν πρώτη κατηγορία είναι οι υποστηρικτές του Piaget και της υποκειμενικής κατασκευής με βάση την εμπειρία του ατόμου, ενώ στην δεύτερη συναντάμε τους υποστηρικτές του Vygotsky και του κοινωνικού κονστρουκτιβισμού, που θεωρούν την γνώση αποτέλεσμα κοινωνικής διαπραγματεύσεως και αλληλεπίδρασης.

2.4. Μαθηματικό πρόβλημα

1. Ορισμός

Πρόβλημα < (αρχαία ελληνική) προβάλλω < πρό + βάλλω (βάζω κάτι μπροστά)

Από την ετυμολογία προκύπτει ότι ως πρόβλημα καλούμε οτιδήποτε προβάλλεται ως προεξοχή, εμπόδιο. Μια κατάσταση η οποία χρήζει αντιμετώπισης, απαιτεί λύση, η δε λύση της δεν είναι γνωστή, ούτε προφανής.

Ο Polya αναφέρει ότι ένα συνηθισμένο πρόβλημα είναι η εύρεση του δρόμου που οδηγεί σε ένα προκαθορισμένο σημείο κάποιας όχι και τόσο γνωστής περιοχής, τα προβλήματα δηλαδή μας φαίνονται ως προβλήματα εύρεσης ενός δρόμου: εκείνου που θα μας βγάλει από μια δυσκολία ή εκείνου που παρακάμπτει ένα εμπόδιο.¹⁶

¹⁵ Μαθηματικά και Σχολικά Μαθηματικά, Επιστημολογική και κοινωνιολογική προσέγγιση της Μαθηματικής Εκπαίδευσης, Κολέζα Ε., Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα, 2006

¹⁶ How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method, G.Polya, Princeton University Press, April, 2004

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας είναι σημαντικό να διακρίνουμε το Πρόβλημα από την Άσκηση. Μία άσκηση έχει συγκεκριμένο τρόπο προσέγγισης και επίλυση και επιτελεί συγκεκριμένο ρόλο (συνήθως στα πλαίσια εκμάθησης). Αντίθετα ένα πρόβλημα έχει πιο σύνθετη φύση και απαιτεί και τη διερεύνηση της προσέγγισης με βάση τα δεδομένα και τον επιθυμητό στόχο.

2. Κατηγορίες μαθηματικών προβλημάτων

Ένα πρόβλημα διατυπώνεται συνήθως λεκτικά (γραπτά ή προφορικά) ή και διαγραμματικά. Η σωστή διατύπωση και η εμπειρία βοηθούν το λύτη να διακρίνει τα συστατικά στοιχεία του προβλήματος με οποιαδήποτε από τις πέντε αισθήσεις του και να εξάγει συμπεράσματα μέσα από την επεξεργασία τους (πληροφορία, δεδομένα και ζητούμενα).

Ο Polya έκανε τον εξής διαχωρισμό:

- Προβλήματα εύρεσης

Στόχος είναι η παραγωγή μιας λύσης που θα ικανοποιεί τις συνθήκες του προβλήματος.

- Προβλήματα απόδειξης

Στόχος είναι η επιβεβαίωση ή η απόρριψη της υπόθεσης/ισχυρισμού που διατυπώνεται.

Για μια πληρέστερη κατηγοριοποίηση των προβλημάτων μπορούμε να εξετάσουμε τα ακόλουθα τρία βασικά κριτήρια:

- Επιλυσιμότητα
 - ο Επιλύσιμα

Τα προβλήματα που η λύση τους έχει διατυπωθεί και είναι γνωστή.

- ο Ανοικτά

Τα προβλήματα εκείνα που δεν έχουν απαντηθεί ακόμη, αλλά δεν έχει αποδειχθεί ότι δεν είναι επιλύσιμα.

- ο Άλυτα

Είναι εκείνα για τα οποία έχουμε φτάσει στη παραδοχή ότι δεν επιδέχονται επίλυση.

- Δόμηση

Τα επιλύσιμα προβλήματα μπορούν να διακριθούν σε τρεις κατηγορίες, ανάλογα με τη διαδικασία επίλυσης που προκύπτει από τα συστατικά του μέρη (δεδομένα και ζητούμενα):

- ο Δομημένα

Εκείνα τα προβλήματα των οποίων η επίλυση είναι αποτέλεσμα μιας δοκιμασμένης και αυτοματοποιημένης διαδικασίας που δεν αφήνει εναλλακτικές επιλογές (πχ επίλυση εξίσωσης δευτέρου βαθμού).

- ο Ημιδομημένα

Τα προβλήματα των οποίων η επίλυση επιδιώκεται στα πλαίσια ενός εύρους πιθανών λύσεων, αφήνοντας στον ανθρώπινο παράγοντα περιθώρια επιλογής (πχ μεταφορά από ένα μέρος σε κάποιο άλλο, όπου η λύση θα αναζητηθεί σε ένα σαφώς προκαθορισμένο σύνολο που συμπεριλαμβάνει όλα τα διαθέσιμα μεταφορικά μέσα).

- ο Αδόμητα

Τα προβλήματα που οι λύσεις τους δεν μπορούν να δομηθούν ή δεν έχει διερευνηθεί σε βάθος η δυνατότητα δόμησής τους. Πρωτεύοντα ρόλο στην επίλυση αυτού του τύπου προβλημάτων κατέχει ο άνθρωπος που το εξετάζει

(πχ η επιλογή των διακοπών, όπου δεν υπάρχει κανένας προδιατυπωμένος τρόπος οργάνωσης και όλοι οι παράγοντες που θα το διαμορφώσουν επαφίενται στην ανθρώπινη διαίσθηση και προτίμηση των διοργανωτών του).

- Είδος επίλυσης

Ανάλογα με το είδος επίλυσης που επιζητούν τα προβλήματα διακρίνονται σε:

- ο Απόφασης

Αυτό που θέλουμε να διαπιστώσουμε σε ένα πρόβλημα απόφασης είναι αν υπάρχει απάντηση που ικανοποιεί τα δεδομένα που θέτονται από το πρόβλημα. Η επίλυση του προβλήματος επιτυγχάνεται με την απάντηση ερωτήσεων ή αποφάσεων που απάντηση είναι ένα "Ναι" ή ένα "Όχι" (πχ δίνεται ο ακέραιος αριθμός x και το ερώτημα που τίθεται είναι αν ο x είναι θετικός αριθμός).

- ο Υπολογιστικά

Υπολογιστικό καλείται ένα πρόβλημα όταν το ζητούμενο είναι μια τιμή, ή ένα σύνολο τιμών, που ικανοποιεί τη συνθήκη που διατυπώνεται στο πρόβλημα και η επίλυση επιτυγχάνεται μέσω υπολογισμών (πχ το πλήθος των αριθμών που διαιρούν ακριβώς τον αριθμό x).

- ο Βελτιστοποίησης

Βελτιστοποίησης καλούμε το πρόβλημα που επιζητά αυτή την τιμή ή το αποτέλεσμα από ένα εύρος αποδεκτών λύσεων, που θα ικανοποιεί καλύτερα την αρχική συνθήκη (πχ ο οικονομικότερος τρόπος μετακίνησης από την Αθήνα σε Θεσσαλονίκη).

3. Διαδικασία επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων

Σύμφωνα με τον Pólya η επίλυση ενός οποιουδήποτε μαθηματικού προβλήματος χωρίζεται σε τέσσερις βασικές φάσεις:

1. Κατανόηση του προβλήματος
2. Επινόηση ενός σχεδίου
3. Εκτέλεση του σχεδίου
4. Ανασκόπηση

Κατά την πρώτη φάση ο λύτης έρχεται σε επαφή με το πρόβλημα και πραγματοποιεί γραμματική και εννοιολογική ανάλυση για να ξεχωρίσει δεδομένα και ζητούμενα και ανασυνθέτει τη συνθήκη εξετάζοντας αν ικανοποιείται από τα δεδομένα, εάν βοηθά στην επίλυση του προβλήματος ή είναι πλεοναστική.

Με τις πληροφορίες αυτές συνθέτει μια ολοκληρωμένη αναπαράσταση (φραστική ή/και διαγραμματική) για τη δεδομένη κατάσταση και τους στόχους που εν δυνάμει θα οδηγήσουν στην επιλογή της κατάλληλης στρατηγικής και στην επίλυση.

Στη φάση αυτή λοιπόν ανατρέχει, συνειδητά ή ασυνείδητα, σε μία σειρά από ερωτήματα όπως:

*"Έχω συναντήσει το ίδιο πρόβλημα με άλλη μορφή;
Κάποιο σχετικό πρόβλημα ή θεώρημα που θα μπορούσε να είναι χρήσιμο;
Ξέρω κάποιο πρόβλημα με παρόμοιο ζητούμενο;
Πώς θα με βοηθήσει με το παρόν πρόβλημα;
Θα μπορούσα να χρησιμοποιήσω τη μέθοδο του ή του;
Μήπως χρειάζεται η εισαγωγή κάποιου στοιχείου για την κατανόηση του;"*

Αναζητώντας την απάντηση στα παραπάνω ερωτήματα ο λύτης, ανάλογα με τις γνώσεις και την εμπειρία του δοκιμάζει στρατηγικές επίλυσης και πραγματοποιεί μια μίνι ανασκόπηση πριν περάσει στην εκτέλεση:

*"Θα μπορούσα να εξάγω κάτι ακόμη χρήσιμο από τα δεδομένα;
Χρησιμοποίησα όλα τα δεδομένα; Ολόκληρη τη συνθήκη;"*

Ανάλογα την απάντηση στα παραπάνω ερωτήματα, επαναλαμβάνει τα αρχικά στάδια της διαδικασίας ή εκτελεί το πλάνο που επέλεξε, ελέγχοντας κάθε βήμα και καταλήγει στη λύση του προβλήματος.

Συχνά, θεωρούμε ότι η επίλυση τελειώνει στο παραπάνω στάδιο. Η συστηματική όμως ενασχόληση και επίλυση προβλημάτων επιβάλλει να πραγματοποιούμε μια ανασκόπηση:

"Μπορώ να ελέγξω το αποτέλεσμα;

Μπορώ να το βρω με άλλο τρόπο;

Μπορώ να χρησιμοποιήσω το αποτέλεσμα ή τη μέθοδο σε κάποιο άλλο πρόβλημα;

Τι έχω μάθει λύνοντας το πρόβλημα;"

Κατά τον Schoenfeld η επίλυση επιτυγχάνεται με τα εξής κύρια στάδια:

1. Ανάλυση
2. Σχεδιασμός
3. Εξερεύνηση
4. Εφαρμογή
5. Επαλήθευση

Το πρώτο στάδιο και εδώ είναι η κατανόηση μέσω της ανάλυσης. Ο Schoenfeld¹⁷ διατυπώνει:

"Ξεκινάτε με μια ανάλυση του τι πραγματικά ζητά το πρόβλημα. Αποκτάτε μια αίσθηση για αυτό που δίνεται, για το τι ζητείται (τους στόχους), γιατί υπάρχουν τα 'δεδομένα' και εάν οι στόχοι φαίνονται εύλογοι, ποιες αρχές ή μηχανισμοί φαίνονται σχετικοί ή κατάλληλοι να σας βοηθήσουν να λύσετε, σε ποιο μαθηματικό πλαίσιο ταιριάζει το πρόβλημα ταιριάζει και ούτω καθεξής. Φυσικά, διαβάζετε το πρόβλημα προσεκτικά!"

Επί της ουσίας προτείνει μια αναγνώριση και ταξινόμηση των λέξεων ή των εκφράσεων (cues) που θα τον βοηθήσουν στην επίλυση.

Το στάδιο του σχεδιασμού αποτελεί τη γενική σκιαγράφηση της επίλυσης και των διαδοχικών βημάτων, όπου σε αντίθεση με τον Polya, ο Schoenfeld θεωρεί ότι θα πρέπει να περιγράφεται πρόχειρα και να επεξεργάζεται καθώς προχωρά η επίλυση.

Η εξερεύνηση αποτελεί το δημιουργικό στάδιο της επίλυσης, όπου ο λύτης ανατρέχει στις γνωστές ευρετικές του και αποφασίζει πώς θα αντιμετωπίσει τα επιμέρους στάδια που κατέγραψε κατά το σχεδιασμό.

Για την εφαρμογή ο Schoenfeld αναφέρει χαρακτηριστικά "ότι χρειάζεται λίγα σχόλια, και ότι αποτελεί συνήθως το τελευταίο βήμα στην πραγματική λύση του προβλήματος". Υπονοεί ότι εάν δεν είναι το τελευταίο βήμα, δύναται να χρειαστεί επανάληψη της διαδικασίας,

¹⁷ Teaching Problem-Solving skills, Schoenfeld A., Amer. Math. Monthly 87, 1980

εύρεση καταλληλότερης στρατηγικής, εισάγοντας και στην έννοια της επαλήθευσης.

Τονίζει ότι η επαλήθευση δεν αφορά μόνο τη διόρθωση τυχόν μικρών υπολογιστικών λαθών, λόγω βιασύνης ή απροσεξίας, αλλά θα πρέπει κυρίως να ενθαρρύνεται για την προσπάθεια εύρεσης εναλλακτικών τρόπων επίλυσης (πχ πιο σύντομων).

4. Εργαλεία επίλυσης

Κάθε επίδοξος λύτης, όπως σημειώθηκε και παραπάνω, διαθέτει ένα "οπλοστάσιο" εργαλείων για την προσέγγιση και επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων. Ο Polya ονόμασε αυτά τα πρακτικά εργαλεία *Ευρετικές (Heuristics)* και τις χώρισε σε Γενικές και οι Ειδικές (αναφέρονται σε συγκεκριμένο τύπο προβλημάτων):

- **Μοτίβο-Επαναληψιμότητα-Νομοτέλεια**

Εκκινά με την παρατήρηση και τον πειραματισμό με ειδικές περιπτώσεις/τιμές για την ανάδειξη ενός μοτίβου που θα οδηγήσει στην ανάπτυξη μια εικασίας (γενίκευση του μοτίβου) και την απόδειξη της.

- **Γράφημα**

Πολλές φορές η γεωμετρική αποτύπωση ενός προβλήματος μας βοηθά να εμβαθύνουμε γρηγορότερα σε αυτό και να βρούμε μία λύση είτε το σχεδιάζουμε στο χαρτί είτε το κατασκευάζουμε νοητά.

- **Αναλογία**

Δημιουργούμε συσχετίσεις με ήδη γνωστά προβλήματα, λύσεις και θεωρήματα για να βρούμε μια στρατηγική επίλυσης του παρόντος προβλήματος.

- **Ειδίκευση**

Μερικές φορές η επίλυση επιτυγχάνεται αν διαιρέσουμε το πρόβλημα σε επιμέρους ζητούμενα και προβλήματα, ώστε συνδυάζοντας τα αποτελέσματα-λύσεις τους να επιλύσουμε το βασικό ζητούμενο (Subgoals, Decomposing and Recombining, Specializing)

- **Γενίκευση (inventor's paradox)**

Λύνουμε ένα μεγαλύτερο πρόβλημα, το οποίο περιλαμβάνει κατά κάποιο τρόπο τις ιδιαιτερότητες της ζητούμενης λύσης. Το αξιοποιούμε συνήθως σε προβλήματα απόδειξης. Για παράδειγμα, εάν ο αρχικός

ισχυρισμός ισχύει για ένα υπερσύνολο στοιχείων, ισχύει και για τα στοιχεία του προβλήματος.

- Επαγωγή

Καταλήγουμε συμπερασματικά σε μία υπόθεση η οποία προκύπτει από παρόμοια γνωστά μας προβλήματα. Είναι η γενίκευση από περιπτώσεις που έχουμε ήδη συναντήσει.

- Υπόθεση-Απαγωγή

“Εστω ότι” ξέρω ήδη τη λύση του προβλήματος και δουλεύω ανάποδα για την απόδειξη της (ή την κατάρριψη της υπόθεσης με εις άτοπον απαγωγή ή αντιθετοαντιστροφή/άρνηση της άρνησης = αλήθεια).

- Συμμετρία

Όχι μόνο γεωμετρική αλλά και εννοιολογική. Έχουμε συμμετρία ως προς σημείο, άξονα και επίπεδο.

5. Παράγοντες που επηρεάζουν την επίλυση

Σύμφωνα με τον Polya, υπάρχουν κανόνες προτίμησης (rules of preference) που βοηθούν το λύτη στην επιλογή της κατάλληλης ευρετικής που έχει στη διάθεση του για την επίλυση (πχ το λιγότερο δύσκολο προηγείται).

Ο Schoenfeld, πατώντας στο έργο του Polya, επιχείρησε να κατατάξει αυτούς τους κανόνες στις εξής βασικές κατηγορίες:

- Η ατομική γνώση

Οι γνώσεις που διαθέτει ο λύτης στο “οπλοστάσιο” του και η αναγωγή αυτών των γνώσεων σε αλγόριθμους και στρατηγικές επίλυσης.

Στην αξιολόγηση και επιλογή των ευρετικών και την ανάπτυξη ενός σχεδίου παίζει καθοριστικό ρόλο η εμπειρία και το πλήθος των λυμένων ασκήσεων. Κάθε λύτης ωστόσο μπορεί να χρειάζεται διαφορετικό αριθμό ασκήσεων και ρυθμό εξάσκησης, μια διαδικασία που ο Schoenfeld το ονομάζει “συστηματική εξερεύνηση”, για την κατάκτηση αυτής της “άνεσης” και εμπειρίας.

- Το σύστημα πεποιθήσεων του λύτη

Αφορά την οπτική του ατόμου σχετικά με τον ίδιο, τα Μαθηματικά και τον γενικότερο προσανατολισμό, ή ψυχολογία του τη δεδομένη στιγμή, σε σχέση με την επίλυση προβλημάτων. Γενικότερα τα πιστεύω ενός ατόμου μπορούν να αλλάξουν άρδην τον τρόπο που θα αντιμετωπίσει

ένα πρόβλημα. πχ αν θα το προσεγγίσει με ανασφάλεια, θα προδικάσει ότι είναι δύσκολη η επίλυση του κα.

- Η διατύπωση του προβλήματος

Είναι μια παράμετρος που δεν αφορά τόσο το λύτη, με την έννοια ότι δεν την διαμορφώνει εκείνος. Ωστόσο είναι εύλογο το συμπέρασμα ότι διαφορετικές διατυπώσεις και 'αναγνώσεις' του προβλήματος μπορούν να αναδείξουν διαφορετικές προσεγγίσεις και επιλύσεις.

- Η ανασκόπηση

Σημαντικό ρόλο παίζει η αναγνώριση και ο έλεγχος των στόχων που επιτεύχθηκαν με την επίλυση. Η καλλιέργεια της ανασκόπησης και της επαλήθευσης (αυτοδιόρθωσης) πολλές φορές οδηγεί σε διαφορετικές προσεγγίσεις επίλυσης του ίδιου προβλήματος και βοηθά στον εντοπισμό της νέας γνώσης.

Στο βιβλίο *Thinking Mathematically*¹⁸ συναντάμε μια ενδιαφέρουσα παραλλαγή της διαδικασίας επίλυσης, την οποία οι ερευνητές οργανώνουν σε τρία βασικά στάδια (Entry, Attack και Review), εξετάζοντας ταυτόχρονα από τη σκοπιά του επίδοξου λύτη τις νοητικές και συναισθηματικές του διεργασίες ανά φάση.

Οι διεργασίες αυτές συνοψίζονται στην παρακάτω λίστα:

1. Entry (Εισαγωγή)

- a. Getting started (Εκκίνηση)

Χρειάζεται σε πρώτη φάση να αναγνωρίσουμε και να αποδεχτούμε την ύπαρξη του προβλήματος ή του ερωτήματος. Συχνά καταπιανόμαστε με αρνητική προδιάθεση με ένα μαθηματικό πρόβλημα και αυτό μας εμποδίζει να ασχοληθούμε πραγματικά μαζί του, εξαιτίας της προκατάληψης ότι "τα μαθηματικά είναι δύσκολα" ή "μόνο για έξυπνους". Μας επηρεάζει όπως προαναφέρθηκε και η δεδομένη ψυχική μας κατάσταση, ο βαθμός συγκέντρωσης ή ενδιαφέροντος, αλλά χωρίς την αποδοχή της ενασχόλησης (engagement) δυσκολεύει η επιθυμητή πρόοδος.

- b. Getting involved (Εμπλοκή)

Στόχος είναι να καταλάβουμε την ερώτηση, τα στοιχεία και τις αλληλεπιδράσεις τους, να "κάνουμε το πρόβλημα δικό μας".

¹⁸ *Thinking Mathematically*, Mason J., Burton L., Stacey K., Pearson, 2nd edition, 2010

Αναδιατυπώνοντας στοιχεία που μας δυσκολεύουν είτε με λεκτικούς είτε οπτικούς κώδικες, αποσαφηνίζεται το "τι ξέρουμε" και το "τι θέλουμε να βρούμε" (δεδομένα και ζητούμενα). Μερικοί λύτες εμπλέκονται υπερβολικά, το μυαλό "τρέχει" στα παρακάτω στάδια, σε ιδέες και στρατηγικές, στην κατάστροψη του σχεδίου.

2. Attack (Επίθεση)

a. Mulling (Περισυλλογή)

Ενώ στα πρώτα δύο στάδια υπάρχει μια ανυπομονησία, εδώ παρατηρούμε ότι μπαίνοντας στη φάση της "Επίθεσης" (Attack), επιβραδύνουμε. Είτε για να ανατρέξουμε σε γνωστά μας προβλήματα, είτε για να οργανώσουμε καλύτερα τη σκέψη μας ώστε να γίνει πιο απτό το σχέδιο επίλυσης.

b. Keeping going (Συνέχιση)

Οι επίδοξοι λύτες που τείνουν να εμπλέκονται εύκολα είναι αυτοί που τείνουν να κάνουν ευκολότερα πίσω όταν θα έρθουν αντιμέτωποι με μακροσκελείς υπολογισμούς χωρίς σίγουρο αποτέλεσμα. Μπορεί να αποτύχουν να συνεχίσουν (keep going) σε ένα κρίσιμο σημείο και, αντ' αυτού να αναζητήσουν έναν απλούστερο, νέο τρόπο επίλυσης, που τελικά το μόνο που καταφέρνει είναι να τους επιβραδύνει κι άλλο, καθώς έχουν χάσει χρόνο για την αναζήτηση του.

Αντίθετα, οι λύτες που προχωρούν πιο προσεκτικά και επίμονα τη συλλογιστική τους τείνουν να υλοποιούν το σχέδιο επίλυσης πιο αποτελεσματικά.

c. Insight (Ενόραση/Εμπνευση)

Είναι μια κατάσταση που μπορεί να καλλιεργηθεί μέσα από την εκτεταμένη ενασχόληση με το πρόβλημα, αλλά έχει περισσότερο την έννοια της "αναλαμπής". Απαιτεί ένα περίεργο μείγμα αντικρουόμενων νοητικών ενεργειών, όπου χρειάζεται σχεδόν ταυτόχρονα να "παίρνουμε απόσταση" από το πρόβλημα αλλά και να συνεχίζουμε (keeping going).

3. Review (Ανασκόπηση)

a. Being sceptical (Αμφισβήτηση)

Παρότι η λύση είναι χειροπιαστή συχνά χρειάζεται να λύσουμε πολλά παρόμοια προβλήματα για να μπορέσουμε να διατυπώσουμε τι ακριβώς αποκομίζουμε από την επίλυση τους.

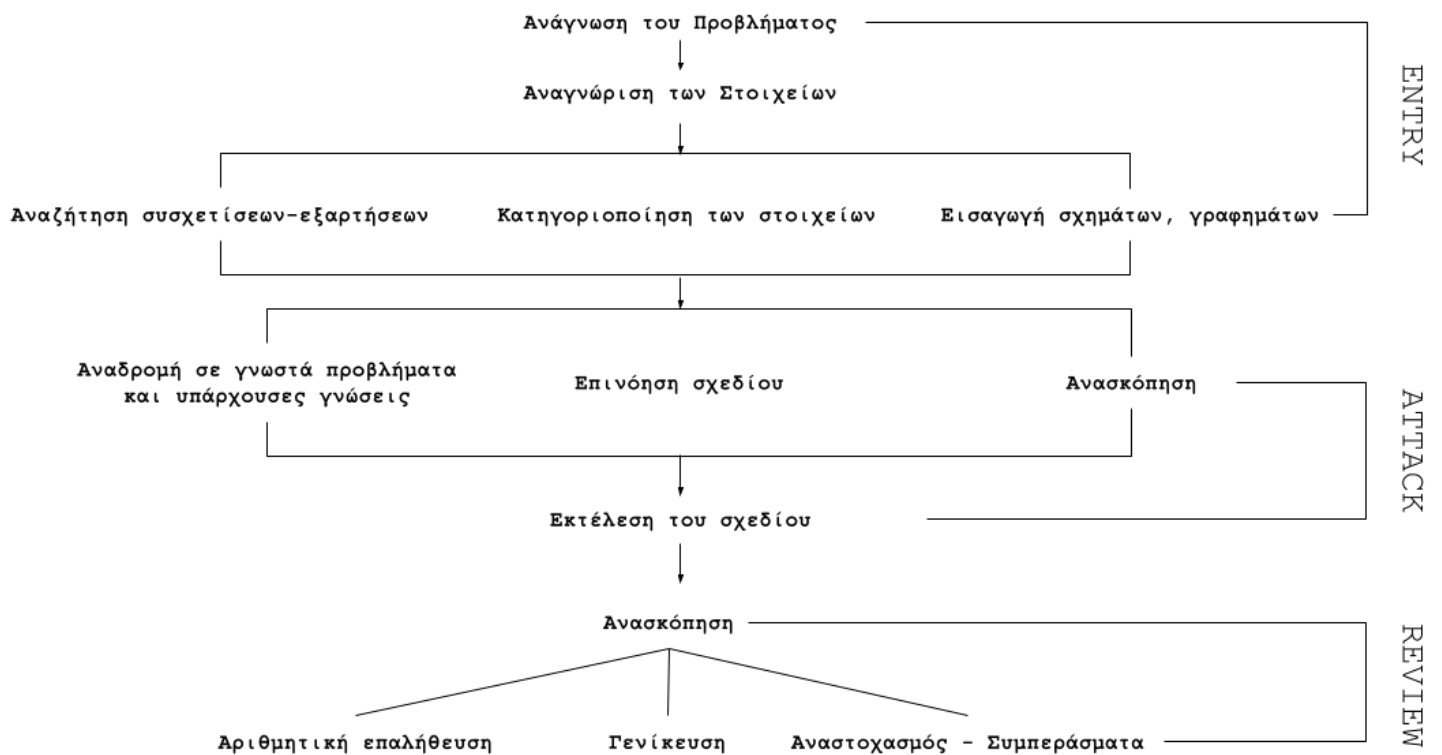
Κάθε στάδιο της επίλυσης πρέπει να ελέγχεται, ώστε να καταλαβαίνουμε που πραγματικά τελειώνει η προσωπική μας εκτίμηση και εμπνευση και αρχίζει η σιγουριά και η ορθότητα της λύσης. Είναι πολύ δελεαστικό να θεωρήσει κανείς ότι παρήγαγε μια λύση και να σταματά.

Παρόλο που η κατάρριψη ή η συμπλήρωση της λύσης εγκυμονεί την απογοήτευση ότι το ερώτημα παραμένει άλυτο ή η απάντηση του ατελής, η ικανοποίηση και η αυτοπεποίθηση που απορρέουν από μια πειστική επίλυση είναι πιο μακροπρόθεσμες και διαρκείς.

b. Contemplating (Αναστοχασμός)

Πρόκειται για μια ύψιστη μορφή γενίκευσης, όπου η τρέχουσα επίλυση συνδυάζεται μαζί με παρόμοια προβλήματα που έχουν τεθεί στο παρελθόν και διαμορφώνουν κάτι το κοινό.

Μια συγκεκριμένη μαθηματική δεξιότητα που αναδύεται και μπορεί να είναι πολύτιμη, υιοθετείται μόνο αν αναρωτηθούμε που την έχουμε ξαναδεί και σε τι μας χρησιμεύει ή εάν αποτελέσει έναυσμα για μια γενική μαθηματική ερώτηση που οδηγεί σε μια νέα θεωρία.



3. Ενεργός Μάθηση

3.1. Εκμάθηση βασισμένη στην επίλυση προβλημάτων

Problem based ή project based learning (PBL και PjBL αντίστοιχα)

Αφορά μια ενεργητική παιδαγωγική προσέγγιση όπου ο μαθητής έχει πρωταγωνιστικό ρόλο και ο εκπαιδευτής περισσότερο επικουρικό και συμβουλευτικό. Ακολουθεί τις κονστρουκτιβιστικές θεωρίες για τη μάθηση, προτρέποντας τους εκπαιδευόμενους να εμβαθύνουν σε ένα θέμα μέσω της επίλυσης ενός σχετικού προβλήματος.

Οι θεωρίες αυτές ξεκίνησαν από τους Vygotsky, Piaget και Bruner και εισήγαγαν ένα μοντέλο μάθησης που ονομάστηκε "ενεργός μάθηση" (active learning). Σύμφωνα με τις θεωρίες αυτές η γνώση κατασκευάζεται (constructivism < construct = κατασκευάζω) και δεν συλλαμβάνεται παθητικά από το περιβάλλον. Οι εκπαιδευόμενοι συνθέτουν οι ίδιοι νέες ιδέες, δομές και έννοιες, αντλώντας από προηγούμενες γνώσεις, εμπειρίες και μοντέλα. Η διαφορά του Problem Based Learning με το Project και είναι ότι το πρώτο επιδιώκει την απόκτηση νέας γνώσης μέσω της εφαρμογής, ενώ το δεύτερο την αναδιοργάνωση της υφιστάμενης γνώσης και την παραγωγή νέων νοημάτων/σχημάτων/ιδεών.

Οι Driver και Oldham¹⁹ εισήγαγαν ένα μοντέλο για τη μάθηση και τη διδασκαλία με βάση τις θεωρίες αυτές, που οργανώνεται στις ακόλουθες φάσεις:

- Προσανατολισμός

Πρόκειται ουσιαστικά για το ξεκίνημα της διαδικασίας, όπου ο εκπαιδευτής οφείλει να εξηγήσει τι θα επακολουθήσει, κεντρίζοντας το ενδιαφέρον και την περιέργεια των εκπαιδευόμενων. Παρουσιάζεται το πρόβλημα μέσω του οποίου αναδύεται η αναγκαιότητα εισαγωγής μιας νέας έννοιας ή μιας μεθόδου.

Απαιτείται μεγάλη οργάνωση και προετοιμασία, καθώς αποτελεί το έναυσμα της διαδικασίας και είναι η μόνη φάση που ο εκπαιδευτής κατέχει πρωταγωνιστικό ρόλο.

Η επιλογή του καταλληλότερου έργου, η οργάνωση της παρουσίασης και οι κατευθυντήριες που θα δοθούν αργότερα καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας, απαιτούν πολύ περισσότερο χρόνο από την απλή διατύπωση της πληροφορίας ή της ίδιας της απάντησης.

¹⁹ A Constructivist Approach to Curriculum Development in Science, Studies in Science Education, Driver R., Oldham V., University of Leeds, 1986

- Ανάδειξη των ιδεών

Σε αυτή τη φάση οι εκπαιδευόμενοι παροτρύνονται να εκφράσουν, γραπτά ή προφορικά, τι σκέφτονται. Κινούνται κυρίως διαισθητικά και με εικασίες και υποθέσεις, είτε σε εξατομικευμένη βάση κατά τη διάρκεια δραστηριοτήτων (πρακτικές δραστηριότητες, υποθετικά πειράματα, εργασίες) ή πιο συστηματικά σε συζήτηση μικρών ομάδων. Ακολουθεί η κατηγοριοποίηση των απαντήσεων έτσι ώστε να αναδειχθούν τα σημαντικότερα μοντέλα ιδεών.

- Αναδόμηση των ιδεών

Οι εκπαιδευόμενοι ενθαρρύνονται να οργανώσουν, να αναπτύξουν και να παρουσιάσουν τις ιδέες τους, ώστε να πραγματοποιηθεί η αυτόβουλη μετατόπιση τους από τις πρωτόλειες ιδέες τους σε άλλες, περισσότερο βασισμένες σε επιστημονικά δεδομένα και πρότυπα.

Αυτό επιτυγχάνεται για παράδειγμα με τη διενέργεια ενός πειράματος, που είτε θα επαληθεύσει τις ιδέες της προηγούμενης φάσης, άρα και την υπάρχουσα γνώση, ή θα φανερώσει μία διάσταση ανάμεσα τους και θα οδηγήσει σε μία σύγκρουση, που με τη σειρά της θα επιφέρει την επιθυμητή εννοιολογική αλλαγή.

Ο ρόλος του εκπαιδευτή είναι να κατευθύνει τους μαθητές σε ένα πιο συστηματικό τρόπο αναγνώρισης και σύγκρισης των αποτελεσμάτων και των ιδεών, καθώς και της αποδοχής ότι αυτές μπορεί να μην συμπίπτουν.

- Εφαρμογή των νέων ιδεών

Σε αυτή τη φάση οι εκπαιδευόμενοι συσχετίζουν τη νεοαποκτηθείσα γνώση με τις εμπειρίες τους και καλούνται να εργαστούν πάνω σε ένα κοινό πρόβλημα. Συνειδητοποιώντας πώς η νέα γνώση τους βοηθά στην καλύτερη επίλυση ή την ερμηνεία φαινομένων, ενισχύεται η αφομοίωση και υιοθέτηση της νέας γνώσης, ακριβώς γιατί αναδύεται η "χρηστική αξία" της (το γνωστικό αντικείμενο γίνεται γνωστικό εργαλείο).

- Ανασκόπηση

Συνήθως αυτή η διαδικασία απολογισμού τείνει να αποσιωπάται, μιας και ο φαινομενικά μοναδικός στόχος (η επίλυση του προβλήματος) έχει επιτευχθεί. Είναι λοιπόν ευθύνη του εκπαιδευτή να φέρει στο προσκήνιο τις σκέψεις που αυθόρμητα αναδύονται και αφορούν στο "τι" πιστεύουν οι εκπαιδευόμενοι ότι αποκόμισαν αλλά και "πώς", από την όλη διαδικασία.

Αφορά μια διεργασία που ονομάζεται μεταγνώση και αποσκοπεί στην εσκευμένη σύγκριση των αρχικών και των νέων απόψεων, καθώς και στην αναγνώριση της γνωστικής πορείας.

3.2. Συνεργατική διδασκαλία

Σημαντική παράμετρος αυτής της διδακτικής προσέγγισης είναι η οργάνωση των εκπαιδευόμενων σε ομάδες, οι αλληλεπιδράσεις (διαπροσωπική συνεργασία και αντιπαράθεση) και η δυναμική τους (group dynamics). Οι διαφορές των μελών της ομάδας προκαλούν αστάθεια, μέσα από την οποία προκύπτει η κατάκτηση της νέας γνώσης σε κλίμα επικοινωνίας και συνεργασίας.²⁰

Μερικά από τα πλεονεκτήματα που προσφέρει είναι η βελτίωση της επικοινωνίας και η ενίσχυση των διαπροσωπικών και κοινωνικών δεξιοτήτων, η ενίσχυση των ηγετικών ικανοτήτων και η αύξηση της δημιουργικότητας. Η εκπαιδευτική διαδικασία και η επίτευξη των μαθησιακών στόχων οργανώνεται, παρακολουθείται και διευκολύνεται από τον εκπαιδευτικό, ο οποίος λειτουργεί επικουρικά ως καταλύτης αλλά και ρυθμιστής των γνωστικών και κοινωνικών εντάσεων που προκύπτουν.

Προγενέστερες θεωρίες, χαρακτηριζόμενες ως παραδοσιακές, στηρίζονται στο δίπολο δασκάλου-μαθητή, αντιμετωπίζοντας τον πρώτο ως αυθεντία που είτε μέσω μονολόγου είτε μέσω κατευθυνόμενου διαλόγου, κυριαρχεί στην εκπαιδευτική διαδικασία. Παράλληλα, συναντάμε μαθητοκεντρικές προσεγγίσεις όπου μέσω εξατομικευμένης διδασκαλίας (μικρές ομάδες μαθητών ή μοντέλα ένας-προς-έναν), ο μαθητής αντιμετωπίζεται ως μονάδα και του δίνεται η δυνατότητα, αξιοποιώντας ειδικά διαμορφωμένο για εκείνον εκπαιδευτικό υλικό, να προχωρήσει με τους δικούς του ρυθμούς και δυνατότητες.

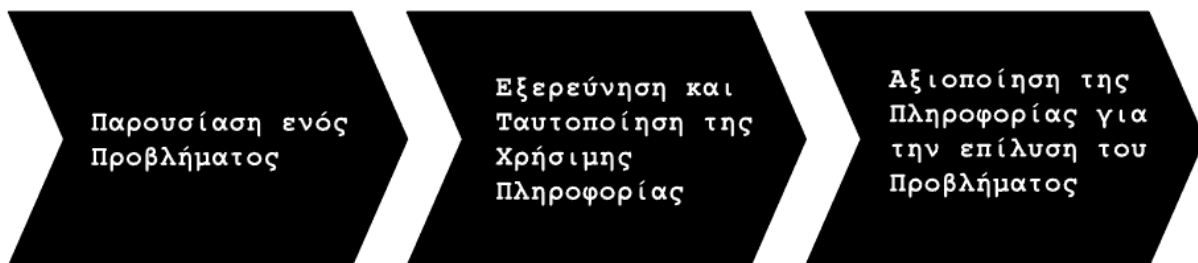
Η πιο ουσιαστική διαφορά από τις προηγούμενες μεθοδολογίες είναι ότι στη συνεργατική διδασκαλία ο εκπαιδευτής δεν αντιτάσσεται του μαθητή, αλλά το σχολείο (η εκπαίδευση γενικότερα) αντιμετωπίζεται ως βασικός φορέας κοινωνικοποίησης, προώθησης του εκδημοκρατισμού, της ισότητας, της αλληλεξάρτησης και της κοινωνικής δικαιοσύνης. Βασική προϋπόθεση βέβαια του παραπάνω είναι η εξασφάλιση ίσων ευκαιριών για την ανάπτυξη όλων των μαθητών, συμπεριλαμβανομένων και εκείνων που υστερούν κοινωνικά ή βιολογικά.

²⁰ Το παιδαγωγικό κλίμα της σχολικής τάξης και ο ρόλος του εκπαιδευτικού, Οικονομίδης Δ. Βασίλειος, 2017

ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ



PROBLEM BASED LEARNING



3.3. Project Based Learning στη διδασκαλία της Σχεδίασης

Στις ανά περιόδους σχολές Design απαντάται ως μία συνεργατική διαδικασία (εργασία σε ομάδες) αλλά και ατομική, γύρω από ένα κοινό project. Στην πρώτη περίπτωση καλλιεργείται η ομαδικότητα και συνεργατικότητα, ενώ συνολικότερα ευνοείται η εκμάθηση διαχείρισης έργου (project management) αλλά και χρόνου (time management), καθώς και της ταυτόχρονης επιτέλεσης εργασιών (multitasking).

Επιλέγεται για να εξασκήσει τις αναλυτικές, επικοινωνιακές, διαπροσωπικές και δημιουργικές δεξιότητες (soft skills) των σπουδαστών αλλά και για εντρυφήσουν μέσω αυτής της διαδικασίας σε εξειδικευμένες τεχνικές ή εργαλεία (hard skills) και την κατάκτηση εμπειρίας (hands-on experience). Εξυπηρετεί στη γεφύρωση του χάσματος της ακαδημαϊκής και επιστημονικής θεωρίας με την μελλοντική επαγγελματική πράξη και καθημερινότητα.

Η απόκτηση και εξάσκηση αυτών των δεξιοτήτων γίνεται σταδιακά, καθώς στα περισσότερα προγράμματα σπουδών παρατηρούμε πιο απλά project κατά την αρχή της φοίτησης, που με την πάροδο του χρόνου γίνονται πιο περίπλοκα ή διαθεματικά.

Η εμπειρία και η συνεισφορά της σχολής του Bauhaus

Η σχολή εικαστικών και εφαρμοσμένων Τεχνών του Bauhaus, παρά τη σύντομη λειτουργία της (1919–1933) έπαιξε καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση του design και της εκπαιδευτικής του διαδικασίας.

Το όραμα του ιδρυτή της, W.Gropius, προέτασσε την πρακτική διδασκαλία (σε εργαστήρια) όλων των μορφών τέχνης, τη σύνδεση του καλλιτέχνη-τεχνίτη με τη βιομηχανία και το εμπόριο. Στο Μανιφέστο της Σχολής διαβάζουμε:

“Ας δημιουργήσουμε μια καινούρια συντεχνία, χωρίς τις ταξικές διακρίσεις που ορθώνουν φράγματα υπεροψίας ανάμεσα στον χειροτέχνη και τον καλλιτέχνη.

Ας φανταστούμε και ας δημιουργήσουμε μαζί το νέο κτίριο του μέλλοντος, ένα κτίριο που θα περιλαμβάνει την αρχιτεκτονική και τη γλυπτική και τη ζωγραφική σε μια ενότητα και που μια μέρα θα υψωθεί προς τους ουρανούς μέσα από τα χέρια εκατομμυρίων εργατών σαν το κρυστάλλινο σύμβολο μιας νέας πίστης.”

Στα πλαίσια αυτά δεν υπήρχε το παραδοσιακό ακαδημαϊκό μοντέλο καθηγητή και σπουδαστών, αλλά μία συντεχνία από πρωτομάστορες, τεχνίτες και μαθητευόμενους. Κάθε εργαστήριο είχε έναν Δάσκαλο των Μορφών (καλλιτέχνη) και ένα Δάσκαλο του Εργαστηρίου (τεχνίτη), ενώ βασικό μέλημα ήταν η εισαγωγή στη σύνθεση της μορφής, στις ιδιότητες και την αξιοποίηση του χρώματος και στην εκμάθηση της τεχνικής επεξεργασίας των όλων των υλικών.

3.4. Problem Based Learning στη διδασκαλία των Μαθηματικών

Από τη δεκαετία του '80 και μετά, στο κέντρο των σύγχρονων αντιλήψεων για τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών, βρίσκεται η παραδοχή ότι η γνώση δε μεταφέρεται από το δάσκαλο στο μαθητή, αλλά δύναται να προκύψει από την επίλυση ενός κατάλληλου προβλήματος ή μαθηματικής δραστηριότητας, και ο μαθητής συμμετέχει ενεργά στην οικοδόμηση και ανάπτυξη της γνώσης του.²¹ Με βάση την παραδοχή αυτή, η γνώση αναδύεται από την επίλυση προβλημάτων και την αναδιοργάνωση των νοητικών δομών του μαθητή, όχι από τη στείρα εφαρμογή κανόνων και τύπων.

Είναι ενδιαφέρον επίσης να δούμε πώς η ενσωμάτωση των ανοιχτών προβλημάτων στη διδασκαλία των μαθηματικών αναγκάζει τους μαθητές να πάρουν πρωτοβουλίες και αποφάσεις κατά την επίλυση. Μέσω των διαφορετικών τρόπων προσέγγισης και επίλυσης τους οι μαθητές

²¹ Μαθηματικά Α' Γυμνασίου, βιβλίο Εκπαιδευτικού/ Βανδουλάκης Ι., Καλλιγιάς Χ., Μαρκάκης Ν., Φερεντίνος Σ./ Υπουργείου Παιδείας Διά Βίου Μάθησης και Θρησκευμάτων, Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων “Διόφαντος”/ ISBN 978-960-06-2671-1

συζητούν τις ιδέες τους μέσα στην τάξη και συγκρίνουν στρατηγικές. Μέσω αυτής της συζήτησης είναι και πιο εύκολο για τον εκπαιδευτικό να αξιολογήσει τι έχουν αποκομίσει οι μαθητευόμενοι.

Για παράδειγμα μπορούμε βρούμε στο βιβλίο εκπαιδευτικού (Μαθηματικά Α γυμνασίου) δραστηριότητες όπως οι παρακάτω, που δίνονται στην αρχή κάθε ενότητας, και στόχο έχουν να εγείρουν προβληματισμό και συζήτηση μεταξύ των μαθητών, με σκοπό την ομαλή εισαγωγή των εκάστοτε εννοιών.



Το τοπικό γραφείο της UNICEF θα μοιράσει 150 τετράδια, 90 στυλό και 60 γόμες σε πακέτα δώρων, ώστε τα πακέτα να είναι τα ίδια και να περιέχουν και τα τρία είδη.

- ▶ *Μπορεί να γίνουν 10 πακέτα δώρων; Αν ναι, πόσα από κάθε είδος θα έχει κάθε πακέτο;*
- ▶ *Πόσα όμοια πακέτα δώρων μπορεί να γίνουν με όλα τα διαθέσιμα είδη;*
- ▶ *Πόσα το πολύ όμοια πακέτα δώρων μπορεί να γίνουν με όλα τα διαθέσιμα είδη;*

Η περιγραφόμενη κατάσταση-πρόβλημα έχει επιλεχθεί ώστε να συμβάλλει στη συναισθηματική, πέραν της νοητικής, επένδυση των μαθηματικών και αφετέρου στη σύνδεση τους με βιωματικές ή/και γνωστικές εμπειρίες. Αφορά ένα πρακτικό πρόβλημα της καθημερινής ζωής και σκοπό έχει να εισάγει την έννοια του κοινού διαιρέτη.

Οι μαθητές οδηγούνται στη μαθηματική έννοια διαισθητικά και μέσω ανακαλυπτικής διαδικασίας. Μέσα από τον έλεγχο του αν το 10 αποτελεί κοινό διαιρέτη, οι μαθητές οδηγούνται και στην απάντηση του δεύτερου ερωτήματος. Ενώ για την τελευταία ερώτηση, που δύναται να έχει πολλές διαφορετικές απαντήσεις, παροτρύνονται στη δοκιμή διαφορετικών αριθμών, ώστε να προκύψει ο μεγαλύτερος δυνατός.

Στο βιβλίο του εκπαιδευτικού προτείνονται διαφορετικοί τρόποι χωρισμού των ομάδων:

- Με βάση τις πηγές (αναλογικές από σχολική/δημοτική/εθνική βιβλιοθήκη, ψηφιακές ή από συνεντεύξεις με ειδικούς)
- Με βάση την επιμέρους θεματική (μία ομάδα για το μήκος, μία για τον όγκο, μία για το βάρος κοκ)
- Με βάση τις δυνατότητες, τα ενδιαφέροντα και τις κλήσεις των μαθητών (πιο ελεύθερη προσέγγιση)

Καθώς επίσης και τρόποι αξιολόγησης:

- Με βάση το βαθμό επίτευξης των μαθησιακών στόχων
- Με βάση την ποικιλία και το εύρος των πηγών και των μεθόδων έρευνας και παρουσίασης
- Με βάση το ενδιαφέρον που έδειξαν οι μαθητές
- Με βάση την ομαδικότητα, συνεργασία, πρωτοβουλία κλπ που επέδειξαν

Μαθηματικοί κύκλοι

Ο θεσμός των Μαθηματικών Κύκλων, Ομάδων ή Ομίλων εμφανίζεται από την απαρχή της έρευνας και διδασκαλίας τους, όπως είδαμε σε προηγούμενη ενότητα. Συναντάμε διάφορες εκδοχές, ανάλογα το μείγμα συμμετεχόντων της ομάδας, τη βαθμίδα εκπαίδευσης στην οποία αναφερόμαστε ή το κίνητρο δημιουργίας. Στις μέρες μας οι περισσότεροι γνωστικοί όμιλοι λειτουργούν με το πέρασ του ακαδημαϊκού ή σχολικού ωραρίου, με σκοπό την καλλιέργεια του ενδιαφέροντος και των δεξιοτήτων των μαθητών, ενώ ενθαρρύνουν τους μαθητές να συμμετέχουν στους αντίστοιχους διαγωνισμούς ή Ολυμπιάδες.

Άξια αναφοράς είναι η εκπαιδευτική προσέγγιση που επικρατούσε στη Σοβιετική Ένωση και ενθάρρυνε τη δημιουργία μαθηματικών ομάδων, τους οποίους ονόμαζαν Μαθηματικούς Κύκλους και μπορούσε να συμμετέχει όποιος ήθελε, ανεξαρτήτως ηλικίας ή βαθμίδας εκπαίδευσης. Η βασική αντίληψη ήταν ότι η μελέτη των μαθηματικών μπορεί να προσομοιωθεί με ομαδικό άθλημα, όπου η ομάδα οφείλει να δρα ως σύνολο, να βοηθά και να ενσωματώνει τον πιο αδύναμο αλλά και να εξελίσσεται συλλογικά.

4. Συσχετίσεις Σχεδίασης και Μαθηματικών

Από την ανάλυση που επιχειρήθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια προκύπτει ένα πλήθος συσχετίσεων και ομοιοτήτων ανάμεσα στους δύο "κόσμους".

Για την καλύτερη στοιχειοθέτηση τους, χρησιμοποιείται ως πρώτη περιγραφική μελέτη περίπτωσης (case study) η σχεδίαση φωτιστικού στα πλαίσια του μαθήματος "Studio V"²². Η ροή εργασιών που περιγράφεται ακολουθεί κατά κύριο λόγο τη χρονική αλληλουχία των βημάτων και των απαιτούμενων παραδοτέων στα πλαίσια του μαθήματος, όπως αυτά περιγράφονται στο design document (τελικό παραδοτέο) που κατέθεσε η σχεδιαστική ομάδα. Στα πλαίσια του μαθήματος προφανώς ο πελάτης απουσιάζει, οπότε συγκεκριμένες αποφάσεις για την ολοκλήρωση του έργου ήταν στην ευχέρεια της σχεδιαστικής ομάδας. Αυτό δεν αναιρεί ωστόσο το γεγονός της προσομοίωσης με ένα κανονικό σχεδιαστικό έργο.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται ως μελέτη περίπτωσης διαφορετικές προτάσεις-παραδείγματα επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων ΣΤ' Δημοτικού, που αντλούνται από το σχολικό βιβλίο δραστηριοτήτων και το αντίστοιχο βιβλίο εκπαιδευτικού.

²² Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων και Συστημάτων, Πολυτεχνική Σχολή, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Σύρος/ Στούντιο V, χειμερινό εξάμηνο ακαδημαϊκού έτους 2016-17/ Διδάσκοντες: Παπαδόπουλος Δ, Παπακωστόπουλος Β, Σκουλούδη Χ, Σκουρμπούτης Ε, Φωτιάδης Σ/ Σχεδιαστική ομάδα: Ασημακοπούλου Δ, Κυρμανίδου Α, Κωστοπούλου Χ, Μπαλάσκας Τ, Μπάλιου Μ, Σαραντοπούλου Μ, Σαρδίνη Β

4.1.Μελέτη Περίπτωσης 1: Παραγωγή λύσης ενός σχεδιαστικού προβλήματος

1. Διατύπωση του υπό σχεδίαση έργου από τους διδάσκοντες (Περιγραφή του προβλήματος).

Για την ακρίβεια παρουσιάστηκαν διαφορετικά project σχεδίασης φωτιστικών και η ομάδα επέλεξε το παρακάτω:

Σχεδιασμός επιδαπέδιου πολυτελούς φωτιστικού σώματος για το χώρο του σαλονιού χρησιμοποιώντας υλικά σε φύλλα (μετάλλου, ξύλου, χαρτιού κλπ) και συγκεκριμένο λαμπτήρα (PHILIPS MASTER LEDspot D9.5-75W PAR30S 25D), το οποίο θα πρέπει να τροφοδοτείται ηλεκτρικά με πρίζα.

Κατά την έναρξη της διαδικασίας η σχεδιαστική ομάδα επιχειρεί μια εννοιολογική ανάλυση των πληροφοριών και κατηγοριοποίηση τους σε δεδομένα και ζητούμενα (Κατανόηση του προβλήματος).

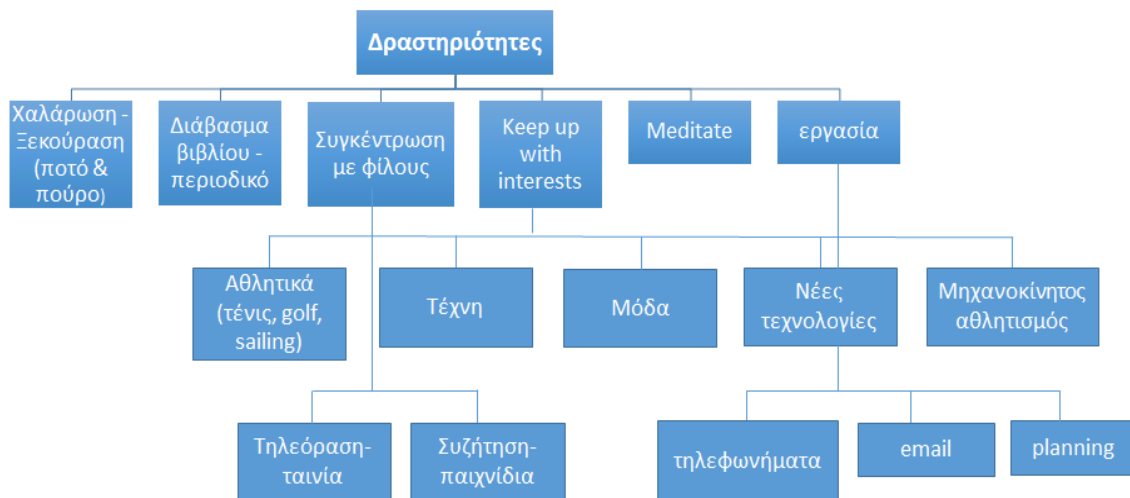
Ταυτοποιώντας τις λέξεις-κλειδιά ανασυνθέτει μια ολοκληρωμένη αναπαράσταση (φραστική ή οπτική) των δεδομένων, που θα τροφοδοτήσει τα μετέπειτα στάδια (σύνταξη προδιαγραφών και εκτεταμένου brief):

ΛΕΞΕΙΣ - ΚΛΕΙΔΙΑ	ΑΡΧΙΚΟ BRIEF (ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ)	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ (ΔΕΔΟΜΕΝΑ)
<p>Επιδαπέδιο</p> <p>Πολυτελές- Πολυτέλεια</p> <p>Σαλόνι</p> <p>Υλικά σε φύλλα</p> <p>Συγκεκριμένος λαμπτήρας</p> <p>Πρίζα</p>	<p>Σχεδίαση ενός πολυτελούς επιδαπέδιου φωτιστικού για το χώρο του σαλονιού.</p>	<p>Στήριξη στο πάτωμα.</p> <p>Υλικά σε φύλλα (μετάλλου, ξύλου, χαρτιού κλπ.) και οι ανάλογες κατεργασίες (cnc router, punch, laser cut κα).</p> <p>Χρήση συγκεκριμένου λαμπτήρα (MASTER LED spot D 9.5-75W 827 PAR30S 25D).</p> <p>Σύνδεση με πρίζα (καλώδιο, διακόπτης, ηλεκτρολήπτης/ φως τύπου σούκο αρσενικό).</p>


2. Έρευνα και ανάλυση προβληματικού χώρου

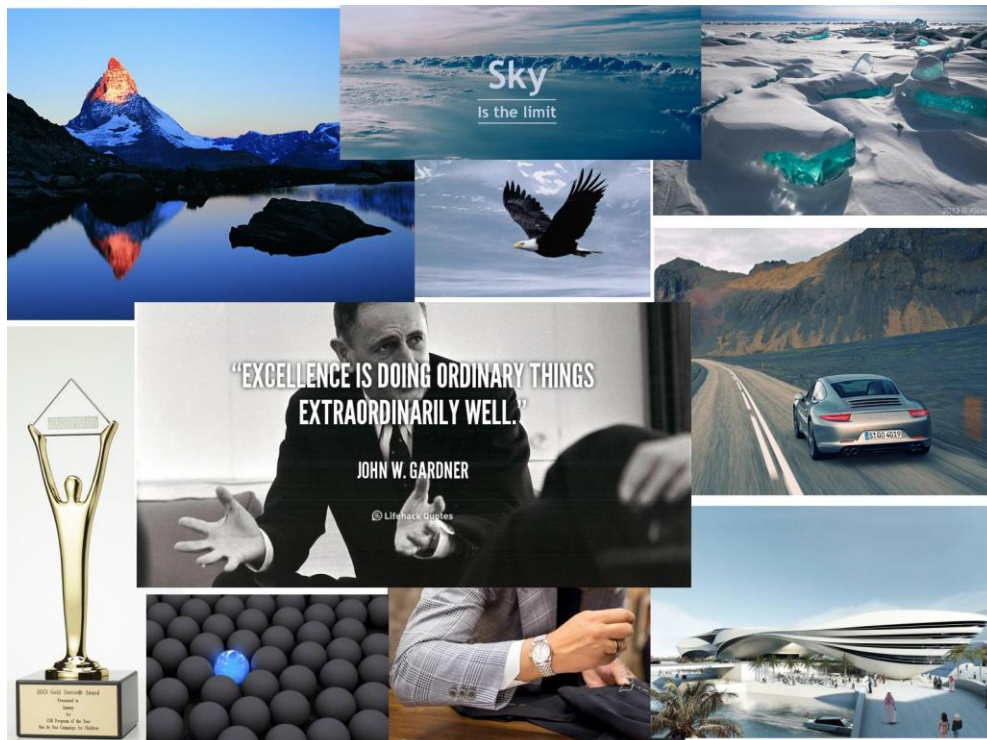
Με αφειτηρία τα δεδομένα, η ομάδα επιχειρεί ένα σύνολο συνεπαγωγών (Τι μπορώ να εξάγω από τα δεδομένα;).

Κύριο εργαλείο (ευρετική) κατά τη φάσης αυτή ήταν η Επαγωγική μέθοδος συλλογισμού (διαπιστώσεις που καταλήγουν σε γενικά συμπεράσματα). Στο design document συναντάμε μια πλούσια καταγραφή και αναπαράσταση για την αποσαφήνιση των όρων, τόσο οπτική όσο και γλωσσική, με τη χρήση διαγραμμάτων, πινάκων, moodboard, σεναρίων χρήσης, την περιγραφή των personas κα.



Συγκριτικός πίνακας ανταγωνιστών

	όνομα προϊόντος/ σχεδιαστής	τύπος λάμπας	διαστάσεις	υλικά	βάρος	τιμή	γενικά
	ARCO/Achille and Pier Giacomo Castiglioni	1x100W	95"x78,6"	aluminium, marble, stainless steel	140.7lbs	2.995\$	dimmable
	Bibliothèque nationale/ Philippe Starck	1x150W	59"x15.75"	aluminium plastic	22.8lbs	1.995\$	dimmable
	fantasma/ Tobia Scarpa	4x100W	76,77x23.62"	plastic, steel	23.75lbs	4.995\$	dimmable
	guns lounge/ Philippe Stark	1x200W	66.7"x22"	aluminium, plastic, plasticized paper	43lbs	3.625\$	dimmable
	ic lights Michael Anastasia Des	1x60W	53"x10.8"	iron, glass	11lbs	895\$	dimmable



	ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ (ΣΥΝΕΠΑΓΩΓΕΣ)	ΕΡΓΑΛΕΙΑ (ΕΥΡΕΤΙΚΕΣ)
ΠΡΟΙΟΝ	<p>Ποια υλικά “βγαίνουν” σε φύλλα; Τι ιδιότητες έχουν και κατεργασίες μας επιτρέπουν; Πώς αλληλεπιδρούν με μία φωτεινή πηγή; Τι αντίκτυπο έχουν στο περιβάλλον; Από άποψη αισθητικής τι «αξία» προσφέρουν;</p>	Βιβλιογραφική μελέτη (διερεύνηση υλικών και σχετικών κατεργασιών)
		Ομαδοποίηση χαρακτηριστικών και δημιουργία συγκριτικού πίνακα
		Ομαδοποίηση κατεργασιών ανά υλικό και σύγκριση (μειονεκτήματα-πλεονεκτήματα κάθε μεθόδου)
		Ερευνητική-πειραματική μελέτη (αλληλεπίδραση της φωτεινής πηγής με διάφορα υλικά και καταγραφή-λεκτική και φωτογραφική-συμπερασμάτων)
		Δημιουργία moodboards “Look and Feel” (χρώματα, υφές κλπ)
	<p>Ιδιότητες φωτεινής πηγής (MASTER LEDspot D 9.5-75W 827 PAR30S 25D)</p>	Μελέτη σχήματος, μετρήσεις συνολικών διαστάσεων και όγκου
		Βιβλιογραφική και ερευνητική μελέτη Φωτοτεχνικά χαρακτηριστικά (Τι σημαίνει θερμοκρασία, απόδοση, εύρος δέσμης κλπ μιας οποιαδήποτε πηγής αλλά και της συγκεκριμένης)
		Βιβλιογραφική μελέτη Ηλεκτρολογικά χαρακτηριστικά (Τι σημαίνει ισχύς, ισοδυναμία ισχύος, τάση κλπ ενός λαμπτήρα και πώς επηρεάζει την απόδοση του)
	<p>Ποια είναι η κατάλληλη φωτεινή πηγή για την εκάστοτε δραστηριότητα; Πώς μας επηρεάζει το φως(η ένταση, η θερμοκρασία ή η απουσία του) γενικότερα στην καθημερινότητα μας;</p>	Βιβλιογραφική μελέτη Εργονομίας - «Ψυχολογίας του φωτισμού»
		Βιβλιογραφική μελέτη Ιστορική εξέλιξη φωτεινών πηγών - Στοιχειοθέτηση αποθετηρίου εικόνων
		Σύγκριση αποτελεσμάτων και καταγραφή συμπερασμάτων (Τι δραστηριότητες μπορεί ο συγκεκριμένος λαμπτήρας να πλαισιώσει)
	<p>Ποια είναι τα είδη φωτισμού(σε σχέση με την τοποθέτηση, τη διασπορά κα); Ειδικότερα, ποια είδη διακρίνουμε στα επιδαπέδια φωτιστικά;</p>	Έρευνα αγοράς (Ανταγωνιστικά προϊόντα)
		Συνδυασμός των πληροφοριών από την βιβλ. μελέτη των φωτεινών πηγών και των τάσεων της αγοράς (Οργάνωση τους διαγραμματικά σε κατηγορίες)

ΑΠΕΥΘΥΝΟΜΕΝΟ ΚΟΙΝΟ	Ποιοι έχουν πρόσβαση σε πολυτελή (premium) προϊόντα;	Άντληση στοιχείων από συνεντεύξεις (Δημογραφικά και Ψυχογραφικά δεδομένα – μέσος όρος ηλικίας, επάγγελμα, συνήθειες, αξίες, απόψεις, στόχοι, όραμα κλπ)
		Δημιουργία διαγραμμάτων και πινάκων σε σχέση με τα χαρακτηριστικά
		Δημιουργία Personas (Ομαδοποίηση χαρακτηριστικών και διαμόρφωση του «μέσου χρήστη»)
		Δημιουργία moodboards (Ιεράρχηση αξιών και προσπάθεια οπτικοποίησης τους)
		Σενάρια Χρήσης
	Τι φαινόμενα παρατηρούμε σχετικά με την κατανάλωση πολυτελών προϊόντων; (ψυχολογικοί ή κοινωνικοί παράγοντες που επηρεάζουν)	Βιβλιογραφική έρευνα (Ψυχολογία καταναλωτή – διάκριση σε κοινωνικό και προσωπικό επίπεδο)
		Δημιουργία διαγραμμάτων και moodboard (οπτικοποίηση εννοιών – κουλτούρα, συναισθήματα κλπ)
ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ/ ΠΛΑΙΣΙΟ	Εννοιολογικό πλαίσιο	
	Τι καλούμε πολυτελές; Πώς ορίζεται η πολυτέλεια σήμερα; Με ποιες παραμέτρους επιλέγουμε να την ορίσουμε;	Βιβλιογραφική μελέτη (Ορισμός – Ανασκόπηση παραγόμενων αντικειμένων, υλικών ή τεχνικών που θεωρούνταν ανά την ιστορία πολυτελή)
		Ομαδοποίηση – Ιεράρχηση χαρακτηριστικών
	Φυσικό Περιβάλλον	
	Τι δραστηριότητες επιτελούνται στο χώρο του σαλονιού (και θα κληθεί να πλαισιώσει το σχεδιαζόμενο αντικείμενο); Τι αισθητικά χαρακτηριστικά έχει (στυλ/ύφος);	Συνδυασμός ευρημάτων του απευθ.κοινού και εμπειριών της καθημερινής ζωής
		Έρευνα αγοράς και δημιουργία moodboards (Τάσεις διακόσμησης εσωτερικών χώρων – χρώματα, υλικά, υφές κ)
Ομαδοποίηση χαρακτηριστικών και δημιουργία συγκριτικού πίνακα και λίστας επικρατέστερων		
Αφαίρεση (σαλόνι-διαμέρισμα-πόλη) και οπτικοποίηση του αστικού τοπίου και της κατοικίας		
Ποιος είναι ο χώρος του αντικειμένου πέρα από το σαλόνι;		

3. Διατύπωση του εκτεταμένου design brief και των προδιαγραφών σχεδίασης

Σε αυτό το στάδιο η ομάδα αφού μελετά τον όγκο των ευρημάτων και “κατασκευών” της διερεύνησης του προβληματικού χώρου, τις μεταφράζει σε κείμενο και προχωρά στη λήψη αποφάσεων, ορίζοντας τις παραμέτρους που θα βοηθήσουν στη σχεδίαση. Η σύνταξη του εκτεταμένου brief και η καταγραφή και ιεράρχηση των προδιαγραφών συμβαίνουν παράλληλα.

Διαβάζοντας το παρακάτω κείμενο, από τη σύνταξη και την επιλογή των λέξεων, μπορούμε να διακρίνουμε την ιεραρχία στις απαιτήσεις και τις προδιαγραφές.

Με αφετηρία την πολυτέλεια ανατέθηκε στη σχεδιαστική ομάδα η μελέτη και ο σχεδιασμός ενός επιδαπέδιου συστήματος φωτισμού.

Με τον όρο πολυτέλεια ορίζουμε τον καθορισμό του ατομικής ταυτότητας μέσω του εμπλουτισμού των εμπειριών της ζωής και της αναγνώρισης από τον κοινωνικό περίγυρο.

Απευθυνόμενο κοινό είναι εργένηδες με υψηλό μορφωτικό επίπεδο, αυτοδημιούργητοι που έχουν ως κύριο στόχο την επιτυχία/καταξίωση. Εργάζονται σε υπεύθυνες θέσεις(γραφείου) με αποτέλεσμα να έχουν περιορισμένο ελεύθερο χρόνο και να βρίσκονται στο σπίτι τις βραδινές ώρες. Όταν βρίσκονται εκεί ασχολούνται με τα ενδιαφέροντα τους με στόχο να αποφορτιστούν(αθλητισμός, φίλοι, meditation).

Ο προσωπικός τους χώρος (διαμέρισμα στο κέντρο της πόλης) χαρακτηρίζεται από αρρενωπότητα (Industrial και minimal αισθητική) αντικατοπτρίζοντας το κύρος και την κουλτούρα του. Συνεπώς, το υπό σχεδίαση αντικείμενο θα πρέπει να είναι εμβληματικό και να ακολουθεί φορμαλιστικά τις απαιτήσεις του παραπάνω περιβάλλοντος. Θα εξυπηρετεί ως βοηθητικός φωτισμός στο σαλόνι και θα πλαισιώνει τις δραστηριότητες που λαμβάνουν χώρα εκεί.

Οι περιορισμοί που τέθηκαν ήταν τόσο στα υλικά(φύλλα πχ ξύλου, μετάλλου, χαρτιού, πλαστικού) όσο και στην επιλογή της τεχνολογίας (LED spot, καλώδιο, κάλυκας, διακόπτης).

Αναφέρεται χαρακτηριστικά στο design document:

Με βάση την παραπάνω έρευνα καταλήξαμε σε κάποια συγκεκριμένα στοιχεία(απαιτήσεις) που πρέπει να πληροί το φωτιστικό.

Οι απαιτήσεις αυτές οδηγούν σε κάποιες προδιαγραφές, οι οποίες και οργανώθηκαν στον εξής πίνακα:

	Απαιτήσεις	Προδιαγραφές
1. Πολυτέλεια	<p>A. Ποιότητα</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Διάρκεια ● Αντοχή ● Απόδοση <p>B. Καινοτομία Τα δοσμένα υλικά να μετατραπούν σε πολυτελή</p>	<p>A. Υλικά</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Μέταλλα <ul style="list-style-type: none"> 1. αλουμίνιο 2. χάλυβας ● Εύλο <ul style="list-style-type: none"> 1. MDF: 366×185×1,0; έως 2,5cm 2. Κόντρα πλακέ (polywood) 250×125×0,6 έως 3,0cm 3. Καπλαμάς καστανιάς/ δρυς / κερασιάς / maple / πεύκο και τροπικά ξύλα. 4. Ευλόπλακες όπως το νοβοπάν, οι μελαμίνες με διαστάσεις 366×183×0,8 έως 2,1cm 5. OSB (Oriented Standard Board) <p>B. Κατεργασία</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Χρωματισμός 2. laser cut 3. CNC router 4. CNC punch
2. Αρρενωπότητα	<p>A. Δυναμικό (industrial)</p> <p>B. Επιβλητικό / στιβαρό</p> <p>Γ. Το υλικό να δείχνει ακατέργαστο, μη επεξεργασμένο, αμεταποίητο</p>	<p>1. Υλικά</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Αμμοβολή ● Οξειδωση ● Χρωματισμός <p>2. Χρώμα</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Περιορισμένη χρωματική παλέτα <ul style="list-style-type: none"> ○ μαύρο ○ γκρι ○ το χρώμα του εκάστοτε υλικού

		<p>3. Φόρμα</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Επιρροή από βιομηχανικά στοιχεία ● Απουσία διακόσμησης ● Αυστηρές γραμμές ● Αιχμηρές γωνίες ● Γεωμετρικά σχήματα <ul style="list-style-type: none"> ○ τρίγωνο ○ Τετράγωνο ○ ορθογώνιο ● Αυξημένος όγκος
<p>3. Λειτουργικότητα</p>	<p>1. Να ευνοεί τη χαλάρωση:</p> <p>A. θερμός φωτισμός</p> <p>B. ρύθμιση κατεύθυνσης φωτισμού</p> <p>2. Είναι επιδαπέδιο</p> <p>3. Τροφοδοτείται με ρεύμα</p> <p>4. Ευκολία στη χρήση</p> <ul style="list-style-type: none"> ● εύκολη ανάγνωση λειτουργίας ● εύκολη πρόσβαση (δίχως σωματική καταπόνηση) <p>5. Να αποφεύγονται φαινόμενα θάμβωσης και σκιών</p> <p>6. Αντοχή</p>	<p>1.Α. Λαμπτήρας</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Απόχρωση: Θερμό λευκό ● Θερμοκρασία: 2700 K ● Κωδικός απόχρωσης: 827 ● Μέγεθος κάλυκα: E27 <p>B. Ρύθμιση του δεδομένου εύρους δέσμης φωτός: 0-180 μοίρες</p> <p>2. Στήριξη στο πάτωμα</p> <p>3. Ηλεκτρολήπτης (φίς) ευρωπαϊκού τύπου (schuko)</p> <p>4. Δομικά στοιχεία</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Η φόρμα να υπονοεί τη λειτουργία ● Επιδαπέδιος διακόπτης <p>5. ύψος φωτιστικού: 1.50-3.00 μ</p> <p>6. Να προστατεύει το λαμπτήρα από μηχανικές κακώσεις και σκόνη</p>

Όπως αναφέρεται σε προηγούμενη ενότητα, η επιτυχημένη σχεδίαση βασίζεται σε καλά ορισμένο brief και απαιτήσεις-προδιαγραφές. Μετά τη διατύπωση τους ακολουθεί μία μίνι ανασκόπηση για την κατοχύρωση τους (*Χρησιμοποίησα όλα τα δεδομένα; Ολόκληρη τη συνθήκη; Θα μπορούσα να εξάγω κάτι ακόμη χρήσιμο από τα δεδομένα;*), ώστε να αποτελέσουν την κοινή βάση πάνω στην οποία θα "χτίσει" η σχεδιαστική ομάδα, αλλά και τα κριτήρια με τα οποία θα κληθεί να αξιολογήσει το αποτέλεσμα της διαδικασίας (προκαταρκτικά concept και τελική πρόταση).

Για αυτό το λόγο αποτελούν και τα πρώτα παραδοτέα στα πλαίσια του μαθήματος, συνοδευόμενα από μέρος της έρευνας που υποστηρίζει τα συμπεράσματα και τις αποφάσεις της ομάδας.

4. Ιδεασμός (Εφαρμογή/Εκτέλεση)

Κύριο ζητούμενο, και παραδοτέο στα πλαίσια του μαθήματος, αυτής της φάσης είναι η μη κριτική και πρόχειρη αποτύπωση πληθώρας ιδεών σε σκίτσα, η δημιουργία idea pool (δεξαμενή ιδεών). Όσο και αν επικρατεί ελευθερία σε αυτό το στάδιο, έχοντας αφομοιώσει καλά τα δεδομένα, τα ευρήματα και τις κατευθύνσεις που προκύπτουν από τα προηγούμενα στάδια, τα σκίτσα της ομάδας παρουσιάζουν οπτικά ομοιότητες και συνοχή.

Τα σκίτσα δουλεύονται και συζητιούνται κατά τη διάρκεια του μαθήματος αλλά και σε συναντήσεις της ομάδας. Οι καθηγητές δύναται να δώσουν κατευθύνσεις και σχόλια και να ενθαρρύνουν τους φοιτητές να αναπτύξουν περισσότερο κάποια ιδέα.



5. Αξιολόγηση των επιμέρους λύσεων και σύνθεση προκαταρκτικών σχεδίων-προτάσεων (concept)

Με βάση τις προδιαγραφές πραγματοποιείται αξιολόγηση αυτής της δεξαμενής σκίτσων και ιδεών, τόσο στην ολότητα τους, όσο και στις επιμέρους λύσεις που προτείνουν. Οι επικρατέστερες λύσεις αναλύονται και εξελίσσονται σε προκαταρκτικά σχέδια (concepts).

Οι λύσεις αυτές είναι σε χαμηλό επίπεδο ανεπτυγμένες και δίνεται έμφαση στα χαρακτηριστικά που διαφοροποιούν τη μία λύση από την άλλη.



6. Επιλογή τελικού concept και ανάπτυξη του

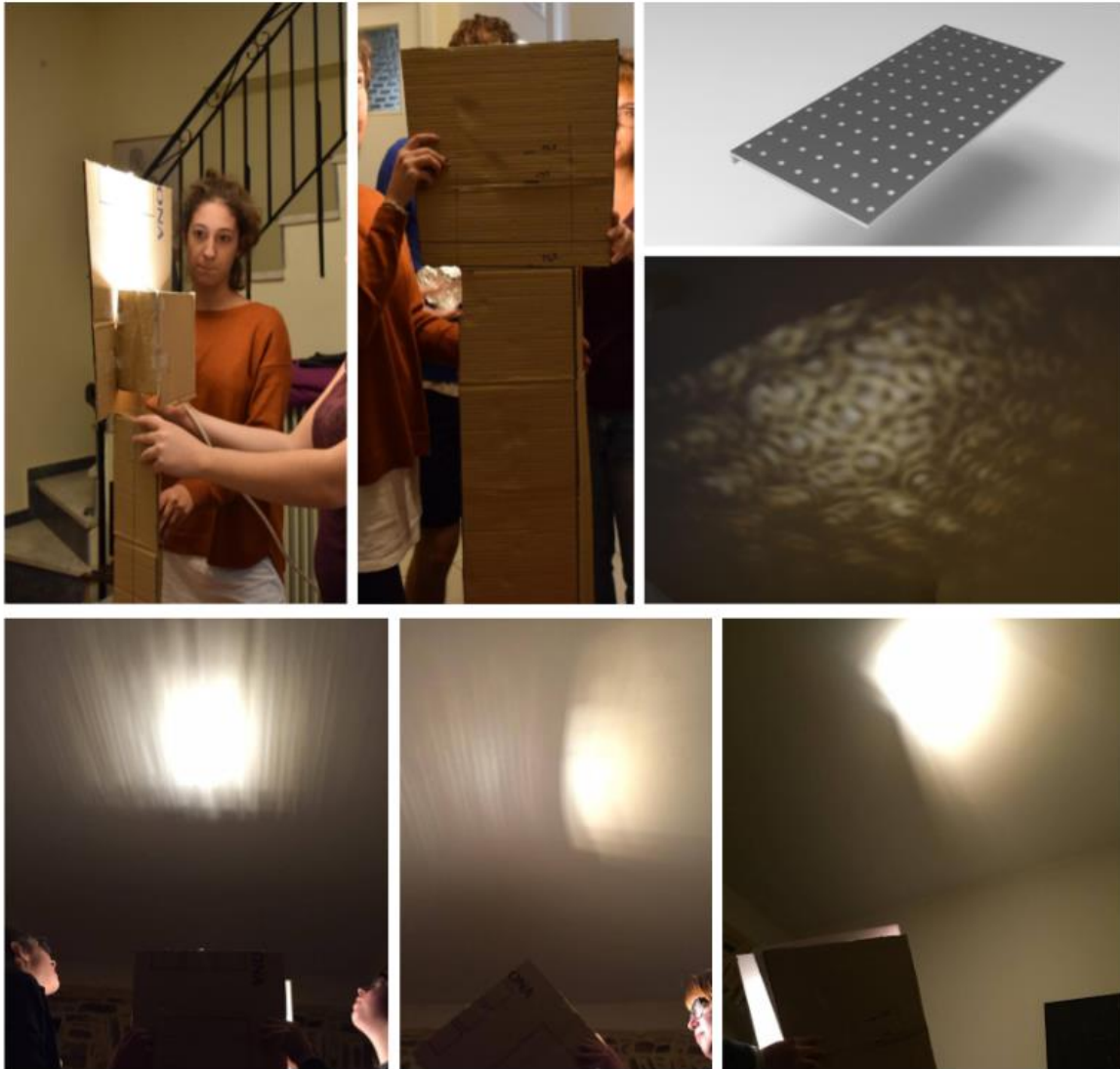
Η επιλογή του τελικού concept γίνεται βάσει των προδιαγραφών και του brief (Ποια λύση ικανοποιεί καλύτερα τη συνθήκη;).

Στο design document αναφέρεται χαρακτηριστικά:

Επιλέξαμε το δεύτερο concept με βάση την λειτουργικότητα, καθώς τα άλλα δύο υστερούσαν στην αλλαγή κατεύθυνσης του φωτισμού. Η φόρμα του προσδίδει καλύτερα την αρρενωπότητα και

το κύρος και συνεπώς αντιπροσωπεύει καλύτερα το χρήστη. (...) Ο συνδυασμός όλων των παραπάνω στοχεύει στην πλήρη ικανοποίηση των προτιμήσεων του χρήστη και την αρμονική ενσωμάτωση στον προσωπικό του χώρο.

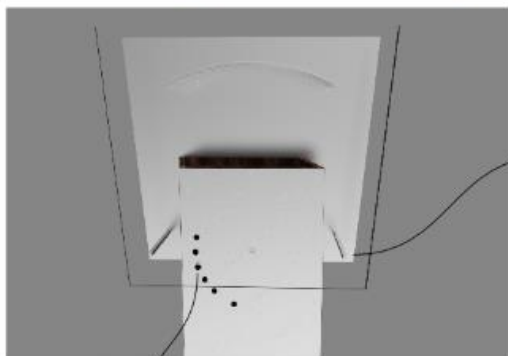
Ακολούθησε η αυστηρότερη αξιολόγηση και σε βάθος ανάλυση του (πειραματισμός με ημι-λειτουργικές μακέτες).



Στη συνέχεια, το προϊόν αναλύθηκε σε επιμέρους στοιχεία (parts) και τις επιμέρους λειτουργίες τους καθώς και τις διαδικασίες παραγωγής και συναρμολόγησης τους.

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, σε αυτό το στάδιο η σχεδιαστική ομάδα πραγματοποίησε κάποιες αλλαγές σε σχέση με το concept που παρουσίασε νωρίτερα. Πρόκειται για μία μίνι επανάληψη βημάτων της σχεδιαστικής διαδικασίας (η επίλυση ενός υπο-προβλήματος). Ακόμη και η μελέτη της διαδικασίας παραγωγής θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ένα μικρότερης κλίμακας υπό σχεδίαση έργο, με τις απαιτήσεις και τους περιορισμούς του, τα στάδια έρευνας και τη σχεδίαση της "λύσης".

Τα προκαταρκτικά concept, καθώς και το τελικό επιλεγμένο προϊόν, παρουσιάζονται στο τέλος του εξαμήνου με σύντομη αναφορά στο brief και τις ΠΣ.



Άξονας περιστροφής στο κέντρο της κολόνας και σε ύψος 127εκ.

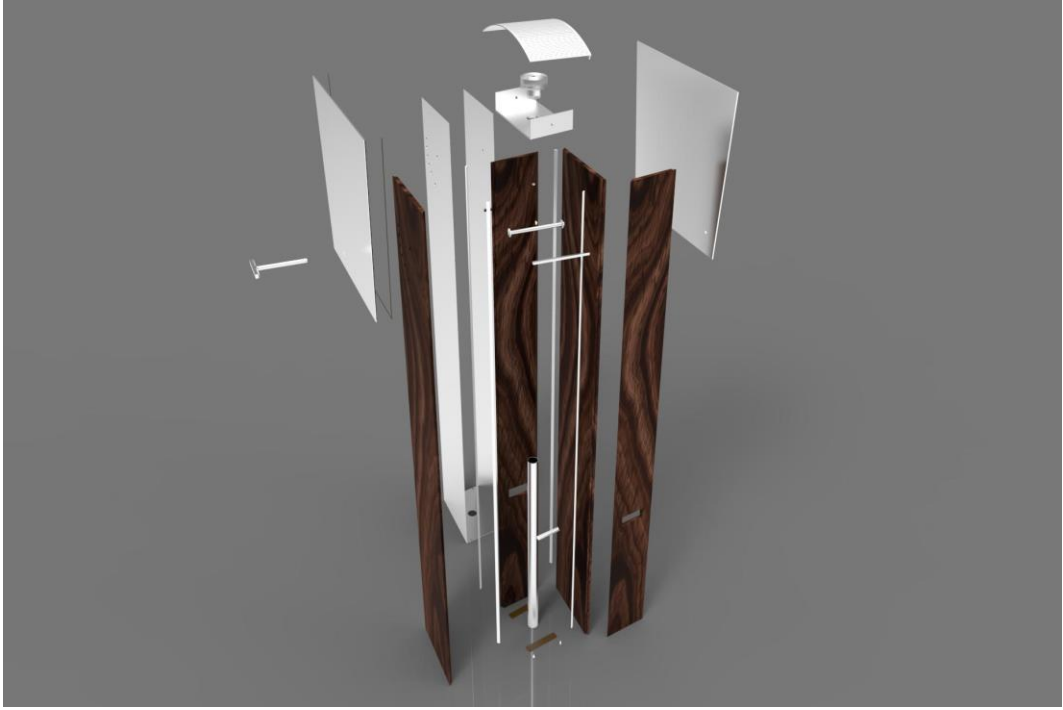
Οι δύο άξονες αριστερά και δεξιά χρησιμεύουν ως stop.

Οι διαφορετικές θέσεις ισορροπίας του πάνω μέρους επιτυγχάνονται με τη στερέωση σε έξι διαφορετικές θέσεις.

Οι θέσεις αυτές είναι αναγκαίες για τη διαμόρφωση του επιθυμητού φωτισμού, ανάλογα με το μοτίβο του φύλλου αποπάνω.

Η "Θέση Μηδέν" κρατά το πάνω μέρος σε οριζόντια θέση(Θεωρούμε ότι η θέση μηδέν είναι στις 0μοίρες)
 Η "-3" αποτελεί μία ακραία θέση (στις -55μοίρες
 "-2": -30μοίρες
 "-1": -15μοίρες
 "1": 15μοίρες
 "2": 30μοίρες)





4.3.Μελέτη Περίπτωσης 2: Προσέγγιση και λύση Μαθηματικών προβλημάτων

Παραδείγματα τριών μαθηματικών προβλημάτων της ΣΤ' Δημοτικού, όπως αυτά διατυπώνονται στο βιβλίο μαθητή. Η παρουσίαση της εκάστοτε επίλυσης προσαρμόστηκε ώστε να ακολουθεί φεμαλιστικά την παρουσίαση της σχεδιαστικής επίλυσης της προηγούμενης ενότητας για τη διευκόλυνση της σύγκρισης των δύο διαδικασιών.

1. Παράδειγμα 1

1. Περιγραφή του προβλήματος

Το υπερωκεάνιο "Τιτανικός" βυθίστηκε το 1912. Οι επιβάτες του ήταν 1316 άτομα και το πλήρωμά του 885. Είχε 20 σωσίβιες λέμβους, η καθεμία από τις οποίες χωρούσε 58 άτομα. Στο ναυάγιο χάθηκαν 1490 άτομα. Αν γέμιζαν όλες οι σωσίβιες λέμβοι, πόσο περισσότεροι διασωθέντες θα υπήρχαν;

2. Ανάλυση/Κατανόηση του προβλήματος

Το βιβλίο παροτρύνει το μαθητή να εντοπίσει τα γνωστά και τα άγνωστα στοιχεία του προβλήματος, καθώς και τις μεταξύ τους σχέσεις:

Αφού διαβάσεις με προσοχή το πρόβλημα, απάντησε στις ερωτήσεις:

Ποια είναι τα γνωστά στοιχεία που θα σε βοηθήσουν στη λύση; (τι ξέρεις;)

Ποια είναι τα άγνωστα στοιχεία του προβλήματος; (τι δεν ξέρεις;)

Πώς σχετίζονται τα γνωστά με τα άγνωστα στοιχεία;

Ταυτοποιώντας τις λέξεις-κλειδιά, μέσω μιας γραμματικής και εννοιολογικής ανάλυσης που συμβαίνει φαινομενικά ακούσια, οι μαθητές ανασυνθέτουν μια φραστική αναπαράσταση του προβλήματος κατηγοριοποιώντας τις έννοιες σε δεδομένα και ζητούμενα.

Μπορούμε να αποτυπώσουμε την ανάλυση αυτή στον παρακάτω πίνακα:

ΛΕΞΕΙΣ - ΚΛΕΙΔΙΑ	ΑΓΝΩΣΤΑ (ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ)	ΓΝΩΣΤΑ (ΔΕΔΟΜΕΝΑ)
Επιβάτες	<p>Αν γέμιζαν όλες οι σωσίβιες λέμβοι, πόσο περισσότεροι διασωθέντες θα υπήρχαν;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Πόσα άτομα ήταν συνολικά στο καράβι; - Πόσα άτομα χωράνε σε όλες τις λέμβους; - Πόσα άτομα σώθηκαν; 	1316 άτομα επιβάτες
Πλήρωμα		885 άτομα πλήρωμα
Σωσίβιες λέμβοι		20 λέμβοι
Η καθεμία		58 άτομα/λέμβος
Χάθηκαν		1490 άτομα χάθηκαν

3. Επιλογή τρόπου επίλυσης

Με αφειτηρία τα δεδομένα και το βασικό ζητούμενο (βλέπε μαρκαρισμένα), ο μαθητής ωθείται στην οργάνωση ενός σχεδίου λύσης, με βάση τις πράξεις που θα πρέπει να κάνει και τα αντίστοιχα σύμβολα που θα χρησιμοποιήσει, καθώς και στην καταγραφή της πορείας σκέψης του.

Οργάνωσε το σχέδιο λύσης και διάλεξε ποιες πράξεις θα χρησιμοποιήσεις (+) (-) (:) (·)

Αρχικά θα κάνω.....ώστε να.....

.....

.....

Στη συνέχεια θα.....

.....

Τέλος.....

Με αυτό τον τρόπο ωθείται να σκεφτεί με ποια υποπροβλήματα θα βρει το βασικό ζητούμενο, χρησιμοποιώντας όλα τα δεδομένα:

Υποπρόβλημα 1: Πόσα άτομα ήταν συνολικά στο καράβι;

Αρχικά θα κάνω μια πρόσθεση(+) ώστε να βρω πόσα άτομα συνολικά ήταν στο καράβι.

Υποπρόβλημα 2: Πόσα άτομα χωράνε σε όλες τις λέμβους;

Στη συνέχεια θα πολλαπλασιάσω τις λέμβους με τα άτομα που χωράει η καθεμιά(·) για να βρω πόσα άτομα συνολικά θα μπορούσαν να είχαν σωθεί αν είχαν γεμίσει όλες.

Υποπρόβλημα 3: Πόσα άτομα σώθηκαν;

Θα αφαιρέσω(-) τα άτομα που χάθηκαν από τα άτομα που ήταν συνολικά στο καράβι, για να βρω πόσοι σώθηκαν.

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω απαντήσεις στις συνεπαγωγές/ υποπροβλήματα, ο μαθητής μπορεί να απαντήσει το τελικό ζητούμενο: Πόσοι περισσότεροι διασωθέντες θα υπήρχαν;

Τέλος θα αφαιρέσω τα άτομα που σώθηκαν από το συνολικό πληθυσμό που θα μπορούσε να έχει σωθεί.

4. Εφαρμογή

Συνήθως, με τη διατύπωση του σχεδίου γίνεται και η εκτέλεση - η διενέργεια δηλαδή των πράξεων. Ωστόσο, προτείνεται από το σχολικό βιβλίο αυτό να γίνει σε δεύτερη φάση.

Κάνε τις πράξεις. (Μπορείς με το νου ή με χαρτί και μολύβι.)

Πιο ενδεδειγμένος τρόπος είναι η αποτύπωση των πράξεων σε χαρτί. Δίνεται έμφαση στην κάθετη στοίχιση, ειδικά στην πρόσθεση και την αφαίρεση, ώστε να είναι ξεκάθαρη η διάκριση δεκάδων και μονάδων, και να διευκολύνεται ο μαθητής στον υπολογισμό των πράξεων και κρατούμενων.

Η αντίστοιχη με το σχέδιο σειρά των πράξεων:

$$\begin{array}{r} 1316 \\ + 885 \\ = 2201 \text{ άτομα} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ * 20 \\ = 1160 \text{ άτομα χωράνε στις λέμβους} \end{array}$$

2201
- 1490
= 711 άτομα σώθηκαν

1160
- 711
= 449 άτομα παραπάνω

5. Διατύπωση της απάντησης/λύσης

Στη συνέχεια ο μαθητής ενθαρρύνεται να διατυπώσει την τελική απάντηση του προβλήματος, βάσει του αρχικού ερωτήματος.

Απάντησε στο πρόβλημα.

Το συγκεκριμένο πρόβλημα έχει μόνο ένα ζητούμενο, ανεξάρτητα από τις συνεπαγωγές και τα υποερωτήματα που θέτει ο λύτης για να το βρει:

Αν γέμιζαν όλες οι σωσίβιες λέμβοι, θα υπήρχαν 440 περισσότεροι διασωθέντες.

6. Έλεγχος

Ο έλεγχος της απάντησης έχει διττός, αριθμητικός και λογικός.

Έλεγχε αν είναι η απάντηση λογική σύμφωνα με τα δεδομένα.

Είναι λογικό ο αριθμός των διασωθέντων να είναι μικρότερος του συνολικού πληθυσμού αλλά και των ιδανικά διασωσμένων ατόμων. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα προτείνεται να συζητηθούν οι ιστορικές διαθέσιμες πηγές με τους μαθητές ώστε να στηριχθεί η απόκλιση των δυνητικά διασωθέντων με αυτούς που όντως διασώθηκαν.

Κατά την ανασκόπηση, ο δάσκαλος μπορεί επίσης να παροτρύνει τους μαθητές να διερωτηθούν εάν χρησιμοποίησαν όλα τα δεδομένα. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα για παράδειγμα, η ημερομηνία δύναται να μπερδέψει σαν στοιχείο τους μαθητές, που έχουν μάθει να αναγνωρίζουν ως δεδομένα τους αριθμούς, αποτελεί όμως στην πραγματικότητα πλεοναστική πληροφορία στα πλαίσια της επίλυσης.

Για τον αριθμητικό έλεγχο, προτείνονται είτε η επανάληψη των πράξεων είτε η επαλήθευση μέσω συμπληρωματικών πράξεων, πχ

449 (που θα μπορούσαν να έχουν σωθεί)
+ 711 (που σώθηκαν εν τέλει)
+ 1490 (που χάθηκαν)
= 2201 (που επέβαιναν συνολικά στο πλοίο)

2. Παράδειγμα 2

1. Περιγραφή του προβλήματος

Τα παιδιά της Στ' τάξης του 64ου Δημοτικού Σχολείου Θεσσαλονίκης επικοινωνούν με **πέντε παιδιά** του ελληνο-ουγγαρέζικου σχολείου της Βουδαπέστης και για τις γιορτές αποφάσισαν να ετοιμάσουν και να στείλουν ένα δώρο στο καθένα.

Για το σκοπό αυτό συγκέντρωσαν τα δώρα, κυρίως βιβλία, και έκαναν μια διερεύνηση στην ιστοσελίδα του ταχυδρομείου (www.elta.gr) για να υπολογίσουν τα ταχυδρομικά έξοδα. Εκεί βρήκαν πως το κόστος υπολογίζεται **ανάλογα με τη χώρα προορισμού, την προτεραιότητα και το βάρος**.

Επέλεξαν λοιπόν τα εξής:

χώρα: Ουγγαρία

προτεραιότητα: Β' (πιο αργή παράδοση αλλά πιο οικονομική)

Κατόπιν έκαναν τον ακόλουθο πίνακα με τα ταχυδρομικά έξοδα:

Φάκελος για Ουγγαρία Β' προτεραιότητα		Δέμα για Ουγγαρία Β' προτεραιότητα (SAL)	
Βάρος (γραμμάρια)	Κόστος (€)	Βάρος (γραμμάρια)	Κόστος (€)
300	3,10	2000	22,50
400 - 500	5	2500	24,50
600 - 700	7	3000	26,00
800 - 1000	9	4000	29,50
1100 - 1300	13	5000	33,00
		6000	36,50

Στη συνέχεια ζύγισαν τους φακέλους που είχαν ετοιμάσει και βρήκαν ότι οι **δύο ζύγισαν 450 γραμμάρια** ο καθένας, **οι άλλοι δύο μισό κιλό** ο καθένας και **ο τελευταίος ζύγισε 650 γραμμάρια**.

Στον πίνακα που ακολουθεί **να καταγράψεις τους φακέλους** και το ταχυδρομικό κόστος για την αποστολή του καθενός ξεχωριστά.

	Φάκελος 1	Φάκελος 2	Φάκελος 3	Φάκελος 4	Φάκελος 5
Βάρος					
Κόστος αποστολής					

Υπολογίστε το **συνολικό βάρος** και το **συνολικό κόστος** της αποστολής. Ποιο θα ήταν το κόστος αν τοποθετούσαμε **όλους τους φακέλους μαζί** σε ένα χαρτοκιβώτιο και τους στέλναμε σαν δέμα

στο σχολείο όπου και θα γινόταν η διανομή στο κάθε παιδί; (Υπολογίστε και **0,4 κιλά το βάρος του χαρτοκιβωτίου**)
Μπορείτε να βρείτε **οικονομικότερο τρόπο** από αυτόν;

2. Ανάλυση/Κατανόηση του προβλήματος

Μετά την ανάγνωση του προβλήματος γίνεται ταυτοποίηση των στοιχείων του (γνωστά και άγνωστα στοιχεία/δεδομένα και ζητούμενα), τα οποία οργανώνονται ως εξής:

ΛΕΞΕΙΣ - ΚΛΕΙΔΙΑ	ΑΓΝΩΣΤΑ (ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ)	ΓΝΩΣΤΑ (ΔΕΔΟΜΕΝΑ)
<p>Πέντε παιδιά</p> <p>Χώρα προορισμού</p> <p>Προτεραιότητα</p> <p>Βάρος</p> <p>δύο ζύγιζαν 450 γραμμάρια</p> <p>οι άλλοι δύο μισό κιλό</p> <p>ο τελευταίος ζύγιζε 650 γραμμάρια</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Στον πίνακα που ακολουθεί να καταγράψεις τους φακέλους και το ταχυδρομικό κόστος για την αποστολή του καθενός ξεχωριστά. - Υπολογίστε το συνολικό βάρος και το συνολικό κόστος της αποστολής. - Ποιο θα ήταν το κόστος αν τοποθετούσαμε όλους τους φακέλους μαζί σε ένα χαρτοκιβώτιο και τους στέλναμε σαν δέμα στο σχολείο όπου και θα γινόταν η διανομή στο κάθε παιδί; - Μπορείτε να βρείτε οικονομικότερο τρόπο από αυτόν; 	<p>5 παιδιά - 5 δώρα</p> <p>Οι δύο πίνακες με τα έξοδα (για φάκελο και δέμα)</p> <p>2 φάκελοι των 450 γρ</p> <p>2 φάκελοι των 500 γρ</p> <p>1 φάκελος των 650 γρ</p>

3. Επιλογή τρόπου επίλυσης

Με την καταγραφή των φακέλων στον πίνακα που ζητείται να συμπληρωθεί, ο μαθητής οργανώνει καλύτερα τα δεδομένα.

Παρατηρούμε ότι:

- Οι πίνακες για κόστη αναφέρονται σε συγκεκριμένη χώρα (Ουγγαρία) και συγκεκριμένη προτεραιότητα (Αποφάσεις - περιορισμοί που επιδρούν στη λύση).

- Για τους φακέλους ανατρέχουμε στον αριστερό πίνακα και συγκρίνουμε το εύρος γραμμαρίων με το βάρος του εκάστοτε φακέλου, ώστε να βρούμε το κόστος για την αποστολή του και να συμπληρώσουμε το αντίστοιχο πεδίο.
- Οι πίνακες για τα κόστη αναφέρονται όλοι σε βάρος, και ειδικότερα σε γραμμάρια, άρα το δεδομένο οι άλλοι δύο μισό κιλό γίνεται: 2 φάκελοι των 500 γρ

Τα 450 γρ είναι στο εύρος 400–500 άρα 5€, τα 500 γρ είναι στο εύρος 400–500 άρα επίσης 5€, ενώ τα 650 γρ είναι στο εύρος 600–700 άρα στα 7€:

	Φάκελος 1	Φάκελος 2	Φάκελος 3	Φάκελος 4	Φάκελος 5
Βάρος	450 γρ	450 γρ	500 γρ	500 γρ	650 γρ
Κόστος Αποστολής	5€	5€	5€	5€	7€

Υποπρόβλημα 1: Υπολογίστε το συνολικό βάρος και το συνολικό κόστος της αποστολής.

Αφού συμπληρωθεί ο παραπάνω πίνακας, μπορούμε εύκολα να αναγνωρίσουμε ότι για το επόμενο υποερώτημα προσθέτουμε (+):

- τα στοιχεία της πρώτης σειράς για το συνολικό βάρος, και
- τα στοιχεία της δεύτερης σειράς για το συνολικό κόστος.

Υποπρόβλημα 2: Ποιο θα ήταν το κόστος αν τοποθετούσαμε όλους τους φακέλους μαζί σε ένα χαρτοκιβώτιο και τους στέλναμε σαν δέμα στο σχολείο όπου και θα γινόταν η διανομή στο κάθε παιδί;

Εδώ εισάγεται ένα ακόμα δεδομένο, το βάρος δηλαδή του χαρτοκιβωτίου (0,4 κιλά), το οποίο μετατρέπουμε σε γραμμάρια (400 γρ).

Έχοντας βρει το συνολικό βάρος των φακέλων, προσθέτουμε και το βάρος του χαρτοκιβωτίου ώστε να κάνουμε τη σύγκριση με τον δεξιά πίνακα, που αναφέρεται σε δέματα.

Υποπρόβλημα 3: Μπορείτε να βρείτε οικονομικότερο τρόπο από αυτόν; Σε σχέση με τα προηγούμενα υποερωτήματα/ζητούμενα που καθοδηγούσαν το μαθητή στην επιλογή της καταλληλότερης πράξης και στρατηγικής, για αυτό το υποερώτημα θα πρέπει να δουλέψουμε με δοκιμές και συνδυασμούς με βάσει τους διαθέσιμους τρόπους αποστολής και τις αντίστοιχες τιμές τους.

4. Εφαρμογή

Η αντίστοιχη με τα υποερωτήματα, αλλά και το σχέδιο, σειρά των πράξεων είναι:

$$\begin{aligned} & 450 \\ & + 450 \\ & + 500 \\ & + 500 \\ & + 650 \\ & = 2550 \text{ γρ} \end{aligned}$$

ή εναλλακτικά: $(2 \cdot 450) + (2 \cdot 500) + 650 = 900 + 1000 + 650 = 2550 \text{ γρ}$

$$5 + 5 + 5 + 5 + 7 = 27\text{€}$$

ή εναλλακτικά: $(4 \cdot 5) + 7 = 20 + 7 = 27\text{€}$

$$\begin{aligned} & 2550 \\ & + 400 \\ & = 2950 \text{ γρ συνολικό βάρος για αποστολή σε ένα δέμα} \end{aligned}$$

Τα 2950 γρ είναι πιο κοντά στα 3000 γρ από ότι στα 2000 γρ, άρα για την αποστολή του δέματος οι μαθητές θα πρέπει να δώσουν 26€

Παρατηρούμε ότι η αποστολή με δέμα είναι κατά 1€ φθηνότερη από την αποστολή σε ξεχωριστούς φακέλους.

Παρατηρούμε ότι έχουμε δύο ζεύγη όμοιων αριθμών:

Αντί για δύο φακέλους των 450γρ, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε:

- έναν φάκελο των 900γρ ($450 + 450 = 900$) ή
- ένα δέμα των 1300γρ ($450 + 450 + 400 = 1300$) και

Αντί για δύο φακέλους των 500 γρ, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε:

- έναν φάκελο των 1000γρ ($500 + 500 = 1000$) ή
- ένα δέμα των 1400γρ ($500 + 500 + 400 = 1400 \text{ γρ}$)

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των αθροισμάτων, απορρίπτουμε τα δέματα, καθώς αποτελούν πιο ακριβή εναλλακτική.

Καταλήγουμε ότι θα μπορούσαμε να στείλουμε τα δώρα με τρεις φακέλους:

- 900 γρ, με 9€
- 1000 γρ, με 9€
- 650 γρ, με 7€

$9 + 9 + 7 = 25€$, φθηνότερο κατά 1€ από την αποστολή όλων των δώρων με ένα δέμα.

5. Διατύπωση της απάντησης/λύσης

- Το συνολικό βάρος των δώρων είναι 2550 γρ.
- Το συνολικό κόστος για την ξεχωριστή αποστολή των δώρων σε φακέλους είναι 27€.
- Αν τοποθετούσαμε όλους τους φακέλους μαζί σε ένα χαρτοκιβώτιο και τους στέλναμε σαν δέμα στο σχολείο όπου και θα γινόταν η διανομή στο κάθε παιδί, το συνολικό κόστος θα ήταν 26€.
- Αντί για πέντε φακέλους θα μπορούσαμε να στείλουμε τα δώρα σε τρεις φακέλους: Αντί για δύο των 450γρ, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε έναν των 900γρ με κόστος 9€ και αντί για δύο των 500γρ, έναν των 1000γρ με κόστος 9€.

Άρα συνολικό κόστος 25€, φθηνότερο κατά 1€ από την αποστολή με ένα δέμα.

6. Έλεγχος

Αριθμητικός έλεγχος με την επανάληψη των πράξεων και των συγκρίσεων των τιμών με τα αντίστοιχα πινακάκια και εύρη τιμών και τις αντίστοιχες αξίες σε €.

Ο έλεγχος σε αυτό το πρόβλημα γίνεται πιο δημιουργικός αν σκεφτούμε πώς αλλιώς θα μπορούσαμε να λύσουμε το τελευταίο υποερώτημα, με ποιους άλλους συνδυασμούς θα μπορούσαμε να στείλουμε τα πέντε δώρα και αν αυτοί θα ήταν όντως οικονομικότεροι:

- Δύο φάκελοι των 950 γρ ($450 + 500 = 900$, Φάκελος 1 & 3 και Φάκελος 2 & 4) με 9€ ο καθένας και ένας φάκελος των 650 γρ με 7€.

$$(2*9) + 7 = 18 + 7 = 25€$$

Προκύπτει λοιπόν μια εξίσου αποδεκτή απάντηση.

- Ένας φάκελος των 1100 γρ ($450 + 650 = 1100$) με κόστος αποστολής 13€, ένας φάκελος των 1000 γρ ($500 + 500 = 1000$) με 9€ και ένας φάκελος των 450 γρ με κόστος 5€.

$$13 + 9 + 5 = 27€$$

Απορρίπτεται γιατί είναι και ακριβότερη και έχει το ίδιο κόστος με την ξεχωριστή αποστολή των δώρων.

3. Παράδειγμα 3

1. Περιγραφή του προβλήματος

Όταν ο χειμώνας είναι βαρύς, πολλά χωριά της ορεινής Ελλάδας αποκλείονται από τα χιόνια. Μια περιοχή που συχνά παραμένει αποκλεισμένη για μέρες είναι η περιοχή της Μεσοχώρας στο Νομό Τρικάλων.

Στο διπλανό σχέδιο φαίνονται κάποια χωριά της περιοχής και οι ζημιές που προκλήθηκαν από την κακοκαιρία στο οδικό δίκτυο. Αποστολή μας είναι να εφοδιάσουμε το χωριό Στεφάνι με τρόφιμα και ζωοτροφές που βρίσκονται στο χωριό Μηλιά.

Με την ομάδα σας εργαστείτε ως εξής:

Βρείτε και γράψτε την πιο σύντομη διαδρομή Μηλιά-Στεφάνι που να προϋποθέτει επισκευή ενός μόνο σημείου στο δρόμο.

Ποιο είναι το σημείο που επισκευάσατε;

Πόσες χιλιάδες μέτρα θα έχει διανύσει το φορτηγό όταν επιστρέψει στη Μηλιά μετά τον εφοδιασμό του Στεφανιού;

Μπορούμε επισκευάζοντας μόνο ένα σημείο του δρόμου να εφοδιάσουμε όλα τα χωριά με τρόφιμα που θα πάρουμε από τη Μηλιά; Αν ναι, ποιο σημείο είναι αυτό;

Γράψτε τη διαδρομή που θα ακολουθήσει το φορτηγό.

Πόσα χιλιόμετρα θα έχει διανύσει το φορτηγό όταν επιστρέψει στη Μηλιά μετά τον εφοδιασμό όλων των υπόλοιπων χωριών;



2. Ανάλυση/Κατανόηση του προβλήματος

Οι μαθητές παροτρύνονται να οργανωθούν σε ομάδες ώστε να συζητήσουν τα δεδομένα και το βασικό ζητούμενο (Να εφοδιάσουμε το χωριό Στεφάνι με τρόφιμα και ζωοτροφές που βρίσκονται στο χωριό Μηλιά).

Σε σχέση με τα προηγούμενα προβλήματα, εδώ τα δεδομένα αντιλούνται τόσο από την λεκτική περιγραφή του προβλήματος, αλλά και από το χάρτη (σχηματικά):

- Ονομασία και τοποθεσία χωριών
- Σημεία ζημιών ανάμεσα στα χωριά (χιονοστιβάδες, κατολίσθηση, πεσμένη γέφυρα)
- Αποστάσεις μεταξύ των χωριών σε χμ (χιλιόμετρα)

Στην περιγραφή του προβλήματος εντοπίζουμε περιορισμούς (επισκευή ενός μόνο σημείου) και απαιτήσεις (πιο σύντομη διαδρομή) που θα καθορίσουν την επιλογή της διαδρομής.

Με το πιο σύντομη στα πλαίσια αυτού του προβλήματος δεν εννοούμε αυστηρά από άποψη χρόνου (δεν έχουμε τα κατάλληλα δεδομένα, όπως η ταχύτητα οχήματος) αλλά ποια διαδρομή απαιτεί να διανύσουμε τα πιο λίγα χλμ (συνεπαγωγή).

Μπορούμε να αποτυπώσουμε την ανάλυση αυτή στον παρακάτω πίνακα:

ΛΕΞΕΙΣ - ΚΛΕΙΔΙΑ	ΑΓΝΩΣΤΑ (ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ)	ΓΝΩΣΤΑ (ΔΕΔΟΜΕΝΑ)
Αποστολή (...) πιο σύντομη διαδρομή επισκευή ενός μόνο σημείου Πόσες χιλιάδες μέτρα (...) μετά τον εφοδιασμό μόνο ένα σημείο (...) όλα τα χωριά	Να εφοδιάσουμε το χωριό Στεφάνι με τρόφιμα και ζωοτροφές που βρίσκονται στο χωριό Μηλιά χρησιμοποιώντας τη πιο σύντομη διαδρομή που να προϋποθέτει επισκευή ενός μόνο σημείου στο δρόμο. <ul style="list-style-type: none">- Ποιες είναι διαδρομές που περιλαμβάνουν ένα μόνο σημείο επισκευής;- Ποιο είναι αυτό το σημείο;	Σημεία ζημιών Επισκευή ενός μόνο σημείου (περιορισμός) Αριθμητικές αποστάσεις μεταξύ των χωριών

<p>Πόσα χιλιόμετρα (...) μετά τον εφοδιασμό όλων των χωριών</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Ποια είναι η απόσταση που θα διανύσει το φορτηγό σε καθεμία από αυτές; - Ποια είναι η πιο σύντομη; 	
<ul style="list-style-type: none"> - Ονόματα χωριών - Μεταξύ τους αποστάσεις (νούμερα) - Σημεία με ζημιές (τοποθεσία αλλά και "είδος" ζημιάς) 	<p>Πόσες χιλιάδες μέτρα θα έχει διανύσει το φορτηγό όταν επιστρέψει στη Μηλιά μετά τον εφοδιασμό του Στεφανιού;</p>	

3. Επιλογή τρόπου επίλυσης

Με αφετηρία τα δεδομένα και το βασικό ζητούμενο (βλέπε μαρκαρισμένα), οι μαθητές καλούνται να οργανώσουν το σχέδιο λύσης με βάση τις διαθέσιμες διαδρομές. Ωθούνται να πειραματιστούν πάνω στην εικόνα, σχεδιάζοντας τις δυνητικές διαδρομές ανάμεσα στο χωριό Μηλιά και το χωριό Στεφάνι.

Υποπρόβλημα 1: Ποιες είναι διαδρομές που περιλαμβάνουν ένα μόνο σημείο επισκευής;

Διατρέχοντας τους δρόμους του σχήματος με μολύβι από κάτω (σημείο εκκίνησης είναι η Μηλιά) προς τα πάνω (σημείο τερματισμού είναι το Στεφάνι) κυκλώνουμε το πρώτο εμπόδιο που θα συναντήσουμε, και λαμβάνοντας υπόψιν τον περιορισμό, απορρίπτουμε τις διαδρομές που συναντούν κι άλλο εμπόδιο και ψάχνουμε εναλλακτικό δρόμο για τη συνέχεια.

Καταγράφουμε τις διαδρομές με σημεία αναφοράς τα χωριά.

Υποερώτημα 1: Ποιο είναι αυτό το σημείο;

Καταγράφουμε τα σημεία επισκευής με σημείο αναφοράς τα χωριά που παρεμβάλλει (πχ χιονοστιβάδα ανάμεσα στα χωριά Μηλιά και Πολυθέα).



Υποπρόβλημα 2: Ποια είναι η απόσταση που θα διανύσει το φορτηγό σε κάθε μία από αυτές τις διαδρομές;

Προσθέτουμε τις αποστάσεις ανάμεσα στα χωριά όπως αυτές προκύπτουν από τις επιτρεπτές επιλογές του πρώτου υποπροβλήματος.

Υποπρόβλημα 3: Ποια διαδρομή από αυτές είναι πιο σύντομη;

Συγκρίνουμε τα αθροίσματα των διαδρομών και βρίσκουμε την πιο σύντομη διαδρομή (τη μικρότερη τιμή σε χμ).

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω απαντήσεις στις συνεπαγωγές/υποπροβλήματα, ο μαθητής μπορεί να απαντήσει το τελικό ζητούμενο:

Υποπρόβλημα 4: Πόσες χιλιάδες μέτρα θα έχει διανύσει το φορτηγό όταν επιστρέψει στη Μηλιά μετά τον εφοδιασμό του Στεφανιού;

Το φορτηγό θα γυρίσει από τον ίδιο δρόμο για να μην συναντήσει νέο εμπόδιο. Επομένως θα πολλαπλασιάσω επί δύο τα χμ της διαδρομής που επιλέχθηκε.

Υποπρόβλημα 5: Μπορούμε επισκευάζοντας μόνο ένα σημείο του δρόμου να εφοδιάσουμε όλα τα χωριά με τρόφιμα που θα πάρουμε από τη Μηλιά;

Υποερώτημα 1: Αν ναι, ποιο σημείο είναι αυτό;

Υποερώτημα 2: Γράψτε τη διαδρομή που θα ακολουθήσει το φορτηγό.

Εργασία σε ομάδες και πειραματισμός με το χάρτη. Ενδεχομένως η απάντηση να έχει ήδη αναδυθεί από τη διερεύνηση για το Υποπρόβλημα 1 και να χρειαστεί να ανατρέξουμε στις δοκιμές που πραγματοποιήσαμε σε εκείνη τη φάση και στη συζήτηση των αποτελεσμάτων της διερεύνησης.

4. Εφαρμογή

Οι ομάδες παρουσιάζουν τις διαδρομές στις οποίες κατέληξαν και ικανοποιούν την αποστολή τροφίμων από τη Μηλιά στο Στεφάνι με την επισκευή ενός μόνο σημείου.

1η Διαδρομή: Μηλιά - Κατάφυτο - Ανθούσα - Στεφάνι

Ανάμεσα στη Μηλιά και το Κατάφυτο υπάρχει μια χιονοστιβάδα, την οποία και μπορούμε να επισκευάσουμε (19χμ). Μετά θα πάμε στην Ανθούσα, αλλά από τον αριστερό δρόμο για να αποφύγουμε την πεσμένη γέφυρα (7,3 χμ). Τέλος, από την Ανθούσα θα καταλήξουμε στο Στεφάνι (11,3 χμ).

Επομένως:

$$19 + 7,3 + 11,3 = 37,6 \text{ χμ}$$

2η Διαδρομή: Μηλιά - Πολυθέα - Κρανιά - Καλλιρόη - Κατάφυτο - Ανθούσα - Στεφάνι

Ανάμεσα στη Μηλιά και την Πολυθέα υπάρχει μια χιονοστιβάδα, την οποία και μπορούμε να επισκευάσουμε (14χμ). Μετά ανεβαίνουμε στην Κρανιά για να αποφύγουμε την κατολίσθηση (13,2χμ). Εξαιτίας της κατολίσθησης ανάμεσα στην Κρανιά και το Στεφάνι θα πρέπει να πάμε στην Καλλιρόη (12χμ), μετά στο Κατάφυτο (14,7χμ) και από κει στην Ανθούσα από αριστερά λόγω πεσμένης γέφυρας (7,3χμ) για να καταλήξουμε στο Στεφάνι (11,3χμ).

Επομένως:

$$14 + 13,2 + 12 + 14,7 + 7,3 + 11,3 = 72,5 \text{ χμ}$$

Ισχύει ότι: $37,6 < 72,5$ άρα επιλέγουμε την Διαδρομή 1 ως πιο σύντομη.

Η συνολική απόσταση που θα διανύσει το φορτηγό είναι:

$$37,6 * 2 = 75,2 \text{ χμ}$$

και για να το μετατρέψουμε σε μέτρα:

$$75,2 * 1000 = 75.200 \text{ μέτρα}$$

Για τον εφοδιασμό όλων των χωριών αναζητούμε διαδρομές που ξεκινούν από τη Μηλιά, περιλαμβάνουν όλα τα χωριά και καταλήγουν στη Μηλιά επισκευάζοντας μόνο ένα σημείο.

Διαδρομή 1: Μηλιά - Κατάφυτο - Ανθούσα - Κατάφυτο - Καλλιρόη - Κρανιά - Πολυθέα - Κρανιά - Κατάφυτο - Μηλιά, επισκευάζοντας τη χιονοστιβάδα ανάμεσα σε Μηλιά και Κατάφυτο.

Για τη συνολική απόσταση υπολογίζουμε:

$$19 + 7,3 + 7,3 + 14,7 + 12 + 13,2 + 12 + 14,7 + 19 = 132,4 \text{ χμ}$$

Διαδρομή 2: Μηλιά - Πολυθέα - Κρανιά - Καλλιρόη - Κατάφυτο - Ανθούσα - Κατάφυτο - Καλλιρόη - Κρανιά - Πολυθέα - Μηλιά, επισκευάζοντας τη χιονοστιβάδα ανάμεσα σε Μηλιά και Πολυθέα.

Για τη συνολική απόσταση υπολογίζουμε:

$$14 + 13,2 + 12 + 14,7 + 7,3 + 14,7 + 12 + 13,2 + 14 = 122,4 \text{ χμ}$$

Ισχύει ότι: $122,4 < 132,4$ επομένως επιλέγουμε τη διαδρομή 2 ως πιο σύντομη.

5. Διατύπωση της απάντησης/λύσης

Στη συνέχεια οι μαθητές ενθαρρύνονται να διατυπώσουν την τελική απάντηση του προβλήματος, βάσει του αρχικού ερωτήματος.

6. Ανασκόπηση

Επανάληψη της διερεύνησης των διαδρομών, επαλήθευση της επιλογής των διαδρομών. Εκ νέου άντληση των στοιχείων από το χάρτη για να επαληθεύσουμε ότι χρησιμοποιήσαμε τις σωστές αποστάσεις και επανάληψη των πράξεων και των συγκρίσεων των τιμών.

Σε αυτό το στάδιο θα μπορούσαμε να εισάγουμε και το Στεφάνι στις διαδρομές για τον εφοδιασμό όλων των χωριών, να εξετάσουμε κατά πόσο είναι εφικτό να γίνει σε μία διαδρομή και πόσο μεγάλη θα είναι αυτή.

Στο βιβλίο του μαθητή εμφανίζεται επίσης ως θέμα για διερεύνηση και συζήτηση:

Συζητήστε για διαδρομές στην περιοχή σας. Βρείτε την πιο σύντομη διαδρομή από το σχολείο σας μέχρι ένα σημείο που μια ομάδα συμμαθητών ή ο δάσκαλος σας θα σας υποδείξει.

Πέρα από το ίδιο το πρόβλημα που αφορά την πραγματική ζωή, η έννοια της μέτρησης και σύγκρισης αποστάσεων εισάγεται με ένα ενδιαφέροντα τρόπο με βάση τα βιώματα των ίδιων των μαθητών.

6. Συμπεράσματα

Η προσέγγιση και η επίλυση ενός προβλήματος δεν περιορίζεται μόνο στα μαθηματικά, στο design και σε άλλες επιστήμες, αλλά τη συναντάμε στην καθημερινή ζωή. Δεν υπάρχει κάτι πιο καθολικό ή πανανθρώπινο, από την αντιμετώπιση προβλημάτων και διλημμάτων.

Σύμφωνα με το Λεξικό της Νέας Ελληνικής Γλώσσας του Μπαμπινιώτη, πρόβλημα καλούμε κάθε ζήτημα που τίθεται προς επίλυση, με συγκεκριμένα δεδομένα και ζητούμενα, για την εύρεση των οποίων απαιτείται μία σειρά μαθηματικών ή άλλων επιστημονικών πράξεων, που προϋποθέτουν αποφάσεις και σχέδιο.

Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η προσέγγιση και επίλυση οποιουδήποτε προβλήματος είναι μια στοχοκεντρική νοητική διεργασία, με την έννοια ότι αποσκοπεί στην παραγωγή μιας λύσης και περιλαμβάνει όλες τις γνωστές μας γνωστικές λειτουργίες: μνήμη, προσοχή, αντίληψη, σκέψη και γλώσσα. Οι λειτουργίες αυτές επιτρέπουν στον επίδοξο λύτη να αναγνωρίζει τα στοιχεία του προβλήματος και τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις, να δημιουργεί τις δικές του αναπαραστάσεις (οπτικές, νοητικές κα) και με βάση αυτές να λαμβάνει αποφάσεις, να τις εκτελεί και να αξιολογεί τις λύσεις που του προσφέρουν, καθώς και να εξάγει συμπεράσματα για μελλοντικά προβλήματα. Οι αποφάσεις και οι συνεπαγωγές που πραγματοποιεί ο επίδοξος λύτης δεν είναι απλά διαισθητικές παραδοχές, αντίθετα οφείλουν να στηρίζονται στην ερμηνεία των δεδομένων.

Το ενδιαφέρον έγκειται στους διαφορετικούς μηχανισμούς που αναπτύσσει κάθε άνθρωπος για την προσέγγιση οποιουδήποτε προβλήματος, την ερμηνεία των στοιχείων και την κατάρτιση του πλάνου επίλυσης. Καταλαβαίνουμε ότι μεγάλη βαρύτητα έχει ο υποκειμενικός παράγοντας στο πώς αυτοί οι μηχανισμοί διαμορφώνονται και εξελίσσονται, στο πώς υιοθετούνται και εφαρμόζονται ανάλογα το είδος του προβλήματος και τα διαθέσιμα στοιχεία ή την ευχέρεια και την εμπειρία του εκάστοτε λύτη.

Από τα παραδείγματα που παρατίθενται στο προηγούμενο κεφάλαιο, προκύπτουν συγκλίνοντα σημεία και ειδοποιούσες διαφορές ανάμεσα στα σχεδιαστικά και τα μαθηματικά προβλήματα, τα οποία αναλύονται παρακάτω.

Αρχικά, όσον αφορά τις μορφές που αξιοποιούνται, τόσο τα σχεδιαστικά όσο και τα μαθηματικά προβλήματα παρουσιάζονται με λεκτικούς κώδικες, και συνοδεύονται από εικόνες ή γραφήματα κυρίως επικουρικά, με στόχο τη διευκόλυνση της ορθής κατανόησης ή την παροχή συμπληρωματικών πληροφοριών. Επομένως, η αναγκαία ανάλυση γίνεται κυρίως γλωσσολογικά και εννοιολογικά, ώστε οι έννοιες να αναγνωριστούν, να κατηγοριοποιηθούν ή και να συνδυαστούν. Συχνά είναι αναγκαίο οι έννοιες να αναδιατυπωθούν λεκτικά ή να "μεταφραστούν" σε εικόνες, σύμβολα, γραφήματα, γεωμετρικά σχήματα, ακόμα και τρισδιάστατες μακέτες. Η διαφορά εντοπίζεται στις παραγόμενες λύσεις, όπου η σχεδιαστική λύση είναι κυρίως οπτική, με το λεκτικό κομμάτι σε πολύ μικρότερη έκταση (πχ σε περίπτωση που χρειάζεται κάποια επεξήγηση), ενώ η μαθηματική λύση είναι κατά βάση λεκτική, λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι τα μαθηματικά σύμβολα και οι αριθμοί θεωρούνται γλωσσικά στοιχεία-σύμβολα.

Διαφορές παρατηρούμε επίσης στο εύρος των αποδεκτών λύσεων. Στα μεν μαθηματικά, είναι συγκεκριμένα προβλήματα που επιδέχονται πολλές διαφορετικές αποδεκτές λύσεις και από τη στιγμή που αποδειχθεί η ορθότητα τους θεωρούμε ότι το πρόβλημα έχει λυθεί και δεν χρειάζεται να "επιστρέψουμε" σε αυτό. Στη σχεδίαση αντίθετα, το εύρος των αποδεκτών λύσεων "τείνει στο άπειρο". Με βάση αυτό θα μπορούσαμε να πούμε ότι το σχεδιαστικό πρόβλημα προσομοιάζει περισσότερο με τα ημιδομημένα ή αδόμητα μαθηματικά προβλήματα, καθώς σε αυτά τα προβλήματα συναντάμε ένα πλήθος αποδεκτών λύσεων από τις οποίες επιλέγεται αυτή που επιλύει "πιο ικανοποιητικά" το πρόβλημα με βάση τα κριτήρια που θέτει ο λύτης.

Στο μεν σχεδιαστικό πρόβλημα τα κριτήρια αυτά είναι οι προδιαγραφές και οι περιορισμοί σχεδίασης και ιεραρχούνται βάσει των πορισμάτων της έρευνας και της ανάλυσης. Στα δε μαθηματικά προβλήματα, τα δεδομένα καταδεικνύουν την ανάγκη της σύγκρισης των παραγόμενων λύσεων (βλέπε παράδειγμα 3 - *πιο σύντομη διαδρομή*), αλλά ακόμα και αν δεν τίθεται από το ίδιο το πρόβλημα ζήτημα σύγκρισης, ο ίδιος ο λύτης δημιουργεί κριτήρια τα οποία μπορεί να αφορούν την ταχύτητα ή ευκολία επίλυσης.

Στα σχεδιαστικά προβλήματα σπάνια μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα ότι φτάσαμε στην "απόλυτη λύση" του σχεδιαστικού προβλήματος, καθώς μπορεί να παραχθούν πιο βελτιωμένες λύσεις (είτε από εμάς του ίδιους είτε από έναν άλλο σχεδιαστή), παρακάμπτοντας κάποιους από τους αρχικούς περιορισμούς (οικονομικούς, τεχνολογικούς ή άλλους), ιεραρχώντας άλλες προδιαγραφές (αισθητικής ή λειτουργίας) κοκ. Αντιπαραβάλλεται λοιπόν, η συνθήκη της θετικής και καθολικής απόδειξης της μαθηματικής λύσης, με την αβεβαιότητα και την "ανοιχτικότητα" της σχεδιαστικής.

Συχνά στη βιβλιογραφία της σχεδίασης συναντάμε τον όρο *ill-defined*, που περιγράφει ακριβώς την ιδιαιτερότητα αυτή των σχεδιαστικών προβλημάτων σε σχέση με την αοριστία τους. Ότι δηλαδή είναι ασαφή τα όρια και τα στοιχεία του προβλήματος και χρειάζεται να οριστούν από το σχεδιαστή, και συνεπώς υπάρχει άπειρο πλήθος λύσεων, ενώ ακόμη και ο αλγόριθμος επίλυσης δύναται να διαφοροποιείται. Στον αντίποδα, τα μαθηματικά προβλήματα είναι κατά κόρον καλά ορισμένα, με συγκεκριμένους στόχους, διακριτά δεδομένα και ζητούμενα και πεπερασμένο πλήθος αποδεκτών λύσεων. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο σχεδιαστής μετατρέπει το *ill-defined* σχεδιαστικό πρόβλημα σε *well-defined*, διαμέσου των αποφάσεων που παίρνει κατά τα πρώτα στάδια. Διαμορφώνει τους όρους αξιολόγησης της λύσης κατά την προσέγγιση του προβλήματος και την αποσαφήνιση των όρων και των αλληλεξαρτήσεων τους, ξεκινά κατά κάποιο τρόπο το σχεδιασμό, σκιαγραφεί νοητά τις τελικές λύσεις.

Είναι χαρακτηριστικό, για παράδειγμα, το πώς διαβάζοντας το ίδιο μαθηματικό πρόβλημα, είναι πιθανό να επιλέξουμε άλλο τρόπο επίλυσης αλλά θα καταλήξουμε στην ίδια αριθμητική λύση ή στο ίδιο συμπέρασμα, ενώ διαβάζοντας το ίδιο σχεδιαστικό *brief* και την ίδια έρευνα πεδίου, μπορεί να καταλήξουμε σε άλλες Προδιαγραφές, σε ποικίλα διαφορετικά σκίτσα, προϊόντα και τελικές προτάσεις, ακόμα κι αν ακολουθούμε κοινό αλγόριθμο/βήματα επίλυσης.

Αυτό προσδίδει και το ενδιαφέρον στη σχεδίαση, αυτή η “δημιουργική ασάφεια”, που επιτρέπει στον κάθε σχεδιαστή, με τη δική του οπτική και αντίληψη, να διαμορφώνει το εκτεταμένο *brief* και τις προδιαγραφές σχεδίασης, να δημιουργεί ένα εμπλουτισμένο, όσο το δυνατόν πιο βέλτιστο, σχεδιαστικό αποτέλεσμα. Ειδικότερα δε όταν μιλάμε για σχεδιαστικές ομάδες, όπου όλη αυτή η διεργασία συμβαίνει ταυτόχρονα, διαπραγματεύεται το κάθε τι, δημιουργείται μεγαλύτερη ποικιλία και ποσότητα στη δεξαμενή ιδεών (*idea pool*) κοκ. Οι ομάδες αυτές απαντώνται τόσο μεταξύ διαφορετικών ειδικοτήτων (μηχανικός σχεδίασης, μηχανικός παραγωγής, ομάδα *marketing* κα) ή μικτών ομάδων ειδικών και τελικών χρηστών (*co-design*), αλλά και μικρών ομάδων που απαρτίζονται αμιγώς από σχεδιαστές, οι οποίοι ωστόσο δεν σημαίνει πως θα καταλήξουν σε πανομοιότυπες λύσεις του σχεδιαστικού προβλήματος.

Αυτό δε σημαίνει ότι δεν έχουμε συνεργασία και στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Όσο πιο περίπλοκο ένα πρόβλημα, τόσο και πιο αναγκαία η συνεισφορά διαφορετικών μελετητών.

Κατά την εκπαιδευτική διαδικασία, όπως αναλύθηκε στο τρίτο κεφάλαιο, συναντάμε κατά κόρον την εργασία σε ομάδες, καθώς μέσα από τη συζήτηση του προβλήματος μέσα στην τάξη ή στα πλαίσια της ομάδας, αναδύονται οι διαφορετικές σκέψεις και προσεγγίσεις, προκύπτουν “διαπραγματεύσεις” και κοινές αναδιαμορφώσεις των ιδεών και των γνώσεων. Οι μαθηματικές ομάδες εμφανίζονται κυρίως σε πολύπλοκα προβλήματα με τη μορφή της κατάτμησης του αρχικού

προβλήματος ή θεωρήματος σε υπο-προβλήματα και κατανομής της επίλυσης τους, είτε ως συνεργασία και παράλληλη επίλυση του προβλήματος από όλους τους μελετητές ή κατά την αξιολόγηση μιας συνθήκης ή συμπεράσματος, για την επαλήθευση ή απόρριψη της.

Η διαίρεση του αρχικού προβλήματος σε πολλά μικρότερα, αποτελεί εργαλείο και στα δύο είδη προβλημάτων που μελετάμε. Μπορεί για παράδειγμα, κατά την επινόηση του μαθηματικού σχεδίου επίλυσης να ασχοληθούμε με τις προφανείς συνεπαγωγές ή πράξεις, που ενώ δε βοηθούν ιδιαίτερα στον τελικό στόχο, αποτελούν εκκίνηση της νοητικής μας διεργασίας. Μας επιτρέπουν να εξετάσουμε τη χρησιμότητα αυτής της νέας πληροφορίας, να επανεξετάσουμε το πρόβλημα, να δημιουργήσουμε αναλογίες, να δημιουργήσουμε “τροφή για σκέψη”. Κατά την εκκίνηση επίσης είναι συχνό φαινόμενο να καταπιανόμαστε με μοτίβα που μπορεί να παρατηρούμε στην εκφώνηση του προβλήματος και να κάνουμε δοκιμές προσπαθώντας να κάνουμε μία γενίκευση.

Η χρησιμότητα των δοκιμών έγκειται όπως συμπεραίνουμε στη φύση του προβλήματος και χρησιμοποιείται ως ευρετική, που προσφέρει περισσότερο ενδείξεις παρά αποδείξεις, καθώς δε μπορούμε να εξάγουμε την αλήθεια μιας πρότασης δοκιμάζοντας μερικές ειδικές περιπτώσεις. Στο δεύτερο και στο τρίτο παράδειγμα προβλημάτων του προηγούμενου κεφαλαίου βλέπουμε πώς οι δοκιμές μας επιτρέπουν να συγκρίνουμε τις λύσεις να επιλέξουμε την καλύτερη.

Στη σχεδίαση οι δοκιμές είναι πολύ πιο ξεκάθαρο και απαραίτητο εργαλείο κατά τον Ιδεασμό και τη δημιουργία idea pool, καθώς χρειάζεται μεγάλο εύρος πρωτόλειων επιμέρους λύσεων ώστε να προβούμε σε δημιουργικό συνδυασμό ή εξέλιξη τους. Οι εστιασμένες σε μία προδιαγραφή ή πιο απλές επιμέρους λύσεις μας βοηθούν στη σύνθεση ενός προϊόντος που θα ικανοποιεί όσο το δυνατόν περισσότερες συνθήκες.

Η διαφορά είναι ότι στη σχεδίαση οι επιμέρους λύσεις συνήθως λειτουργούν αντιφατικά μεταξύ τους και χρειάζεται ένας πιο “δεξιότεχνος” συγκερασμός και συνδυασμός τους.

Φαινομενικά συναντάμε περισσότερα βήματα, αλλά με μια αφαίρεση, μπορούμε να υιοθετήσουμε το διαχωρισμό σε τρία βασικά:

	Μαθηματικό πρόβλημα	Σχεδιαστικό πρόβλημα
ENTRY	Κατανόηση του προβλήματος Επινόηση ενός σχεδίου	Έρευνα και Ανάλυση Αποφάσεις και Συνεπαγωγές
ATTACK	Εκτέλεση του Σχεδίου	Προκαταρκτική σχεδίαση Ανάπτυξη και Παραγωγή
REVIEW	Ανασκόπηση	Αξιολόγηση

1. Κατανόηση του Προβλήματος - Έρευνα και Ανάλυση

Η διατύπωση του εκάστοτε προβλήματος, μας ωθεί σε γλωσσολογική ανάλυση των διατυπωμένων λέξεων και προτάσεων, σε πραγματολογικό επίπεδο, ώστε να αναγνωριστούν σε πρώτη φάση οι λέξεις-κλειδιά αλλά και οι λέξεις που υποδηλώνουν τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις και σχέσεις, για να μπορέσουν μετέπειτα να “μεταμορφωθούν” σε αξιοποιήσιμες πληροφορίες.

Οι πληροφορίες αυτές και στις δύο περιπτώσεις προβλημάτων δύναται να δίνονται και σε εικόνες/γραφήματα/κλπ. Πέρα από την αναγνώριση λοιπόν των λέξεων, χρειάζεται μια γενικότερη αντίληψη για την αναγνώριση των χρήσιμων πηγών από τα οπτικά ερεθίσματα.

Μετά την αναγνώριση των στοιχείων γίνεται κατηγοριοποίηση τους σε δεδομένα και ζητούμενα. Αυτό μπορεί να φαντάζει ότι γίνεται ταυτόχρονα (η αναγνώριση και κατηγοριοποίηση), αλλά με μια δεύτερη ή τρίτη ανάγνωση δύναται να ανακαλύψουμε και άλλα στοιχεία. Ανάλογα με τη διατύπωση του προβλήματος, η αποτύπωση των λεκτικών δεδομένων μπορεί να γίνει σε εικόνες, γραφήματα ή γεωμετρικά σχήματα, για την καλύτερη κατανόηση των δεδομένων. Στα παραδείγματα του προηγούμενου κεφαλαίου (μελέτες περίπτωσης), μπορούμε να δούμε μαρκαρισμένες (**bold**) τις λέξεις που αναγνωρίζονται ως στοιχεία και την μετέπειτα οργάνωση τους σε δεδομένα-ζητούμενα (βλέπε πίνακες).

Στο μεν σχεδιαστικό πρόβλημα, με τη διάκριση αυτή αναδύονται ευκολότερα οι απαιτήσεις του χρήστη και οι περιορισμοί του έργου καθώς και τα εναρκτήρια δεδομένα της έρευνας, οι συνεπαγωγές που πρέπει να επαληθευτούν ή απορριφθούν. Μετά την εκτεταμένη έρευνα, ο αρχικός όγκος πληροφορίας έχει μεγαλώσει αισθητά και οργανώνεται στο τρίπτυχο Προϊόν - Απευθυνόμενο Κοινό - Πλαίσιο. Εκεί τα

στοιχεία αποσαφηνίζονται λεκτικά και δύναται να εκφράζονται και σε οπτικό κώδικα (moodboards/storyboards). Ο εμπλουτισμός και αναδιοργάνωση της αρχικής πληροφορίας βοηθά στην καλύτερη καταγραφή και ιεράρχηση των Προδιαγραφών και του εκτεταμένου Brief.

Στα δε μαθηματικά προβλήματα τα στοιχεία, εκτός από δεδομένα και ζητούμενα, υποδεικνύουν και μαθηματικές σχέσεις και πράξεις ή την ύπαρξη υπο-προβλημάτων, οι οποίες εξετάζονται εκτενέστερα στο επόμενο στάδιο. Το ίδιο το πρόβλημα, μέσω υποερωτημάτων μπορεί να μας καθοδηγεί προς την αναγνώριση υπο-προβλημάτων, ή θα πρέπει να τα "διατυπώσουμε" μόνοι μας (βλέπε παράδειγμα 1).

Κάποια από τα στοιχεία ή τα υπο-προβλήματα που εντοπίζουμε, καθώς και οι επιμέρους λύσεις που μας προσφέρουν, ενδεχομένως να μην βοηθούν να φτάσουμε στο βασικό ζητούμενο του προβλήματος και να είναι πλεοναστικά, δηλαδή να μην χρειάζεται να τα αξιοποιήσουμε για να απαντήσουμε στο τελικό ζητούμενο. Ωστόσο είναι σημαντικό στην αρχική αυτή φάση να διερευνήσουμε και να αξιολογήσουμε τη χρησιμότητα όλων των εν δυνάμει χρήσιμων πληροφοριών.

Εύκολα συμπεραίνουμε ότι διαφορετική γλωσσολογικά διατύπωση του εκάστοτε προβλήματος δημιουργεί διαφορετική εκκίνηση, άρα και προσέγγιση, ιεράρχηση στόχων, επιλογή στρατηγικής και τελικά επίλυση.

2. Εκτέλεση του σχεδίου - Σχεδίαση

Η εκτέλεση του μαθητικού σχεδίου είναι γραμμική, καθώς λύνοντας τα υπο-προβλήματα αξιοποιούμε τα αριθμητικά αποτελέσματα τους για την επίλυση του επόμενου υπο-προβλήματος καθώς και του τελικού ζητούμενου. Ενέχει μικρή ελευθερία ως προς τη σειρά επίλυσης των υπο-προβλημάτων, που είναι κατά βάσει συναρτησει της διατύπωσης του προβλήματος (βλέπε σχεδιάγραμμα κεφ 3).

Η σχεδίαση είναι μια περισσότερο δυναμική διαδικασία, όπου με μια αφαίρεση θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι εξίσου σειριακή:

Κατανόηση και αποδοχή ΠΣ → Δημιουργία Ιδεών → Ανάπτυξη Τριών Concept → Αξιολόγηση και Επιλογή Τελικού Concept → Ανάπτυξη Τελικής Ιδέας → Λεπτομερειακή Σχεδίαση → Αξιολόγηση → Επανασχεδιασμός. Ωστόσο, στην πραγματικότητα ενέχει παράλληλες και κυκλικές διεργασίες (βλέπε σχεδιάγραμμα κεφ 2) καθώς επιστρέφουμε πάντα στο σημείο αναφοράς, τις προδιαγραφές σχεδίασης.

3. Ανασκόπηση - Αξιολόγηση

Στη σχεδίαση παρατηρούμε ότι συμβαίνει μία μίνι-ανασκόπηση και αξιολόγηση σε όλα τα στάδια της διαδικασίας επίλυσης. Αρχικά κατά την προκαταρκτική έρευνα, όπου αξιολογούμε τις χρήσιμες πηγές και τα αντίστοιχα ευρήματα. Ύστερα, μετά την καταγραφή των

προδιαγραφών, κατά την ιεράρχηση τους – συγκρίνουμε την έρευνα και επιλέγουμε τις πιο σημαντικές με βάση την έρευνα.

Μετά τη δημιουργία της δεξαμενής ιδεών, ανατρέχουμε στις ΠΣ και αξιολογούμε ποιες επιμέρους λύσεις τις ικανοποιούν καλύτερα, εντοπίζουμε τυχόν αδυναμίες που έχει νόημα να αναπτύξουμε λόγω πχ της φόρμας ή της καινοτομίας που θα προσέδιδαν στο τελικό αντικείμενο, και καταλήγουμε στις επικρατέστερες λύσεις. Μετά τη σύνθεση τους και την ανάπτυξη των τελικών προτάσεων (concepts), οι προτάσεις αυτές συγκρίνονται και αξιολογούνται είτε από το σχεδιαστή/σχεδιαστική ομάδα είτε από τον πελάτη-κατασκευαστή.

Μετά την επιλογή του τελικού concept και την ενδεχόμενη παραγωγή πρωτοτύπων πραγματοποιείται αξιολόγηση του παραγόμενου προϊόντος είτε από τελικούς χρήστες είτε από ειδικούς, ώστε να γίνουν τυχόν απαραίτητες βελτιώσεις.

Θα μπορούσαμε να πούμε ότι με αυτό τον τρόπο “κλειδώνουμε” τις αποφάσεις του εκάστοτε σταδίου, ώστε να προχωρήσουμε στο επόμενο.

Στα μαθηματικά η αξιολόγηση χωρίζεται όπως είδαμε σε τρεις άξονες: Επαλήθευση, Ανασκόπηση και Γενίκευση. Στον πρώτο άξονα αποδεικνύουμε την ορθότητα του αριθμητικού αποτελέσματος ή συμπεράσματος, επιλύοντας εκ νέου το πρόβλημα με άλλο τρόπο ή επαναλαμβάνοντας τους συλλογισμούς και τις μαθηματικές πράξεις και συναρτήσεις που διατυπώσαμε. Η Ανασκόπηση και η Γενίκευση αφορούν πιο “εσωτερικές” διεργασίες, όπου βγάζουμε συμπεράσματα για το τι αποκομίσαμε, τι μας δυσκόλεψε, πώς αλλιώς θα μπορούσαμε να επιλύσουμε το πρόβλημα, πώς το συγκεκριμένο πρόβλημα συνδέεται με άλλα που έχουμε συναντήσει ή πώς θα μπορούσε να μετασχηματιστεί σε ένα μεγαλύτερο, πιο γενικό κοκ.

Εν κατακλείδι, περισσότερες ομοιότητες παρατηρούμε κατά την προσέγγιση του εκάστοτε προβλήματος, στο πώς αναζητούμε τα συστατικά του μέρη και τις αλληλεπιδράσεις τους.

Η Έμπνευση και η Λύση δεν εμφανίζονται “μαγικά” από μόνες τους, αντίθετα δημιουργούνται οι προϋποθέσεις εμφάνισης και αξιοποίησης τους όσο περισσότερο καλλιεργείται ο Συστηματικός Λογισμός. Με τη συχνή και επίμονη ενασχόληση με διαφορετικά προβλήματα, την κατάκτηση εμπειρίας, ευρετικών, δημιουργικής και κριτικής σκέψης.

Αυτό ακριβώς μας προσφέρουν τα μαθηματικά. Αποτελούν την πρώτη μας επαφή με την επίλυση προβλημάτων, όπου από την αντανάκλαστική αντίδραση της Δοκιμής και του Λάθους, μετατοπιζόμαστε στην ορθολογική ανάλυση της εκάστοτε κατάστασης, κατακτάμε όλο και περισσότερο την ικανότητα αναγνώρισης των χρήσιμων στοιχείων και την ανάδειξη του βασικού ζητούμενου, την ευεργετική αξία της κατάτμησης σε μικρότερα, ευκολότερα προβλήματα κοκ.

Βιβλιογραφία

- Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics, Alan H Schoenfeld, January 1992, University of California, Berkeley
- How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method, G.Polya, Princeton University Press, April 2004 (ISBN-13: 978-0691119663)
- Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving: Volume I, G.Polya, John Wiley and Sons, New York, 1962
- Thinking Mathematically, Mason J., Burton L., Stacey K., Pearson, 2nd edition, 2010
- Σημειώσεις για την θεωρία του αρχιτεκτονικού σχεδιασμού, Π.Τζώνος, Τιμητικός Τόμος για τον Δημήτρη Φατούρο «Οριον», Τμήμα Αρχιτεκτόνων Α.Π.Θ., 2001
- Ο Κονστрукτιβισμός ως θεωρία της Διδακτικής των Μαθηματικών σε αντίθεση με το μαθηματικό ρεαλισμό (Πλατωνισμό, Κολλινιάτη Γ., Αθήνα, 2011. Διπλωματική διατριβή ΔΠΜΣ «Διδακτική Και Μεθοδολογία Των Μαθηματικών». http://me.math.uoa.gr/dipl/dipl_Kolliniati%20Georg_ia.pdf
- Thinking about mathematics, Shapiro Stewart, Oxford University Press, 2000. ISBN: 978-0192893062
- Εισαγωγή στη φιλοσοφία των μαθηματικών, Σημειώσεις μαθήματος ακ.έτους 2022-2023, Τμήμα Μαθηματικών, Εθνικό Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών Τελευταία πρόσβαση: 27/11/2022 <https://eclass.uoa.gr/modules/document/?course=MATH482>
- How Designers Think: The Design Process Demystified, Bryan Lawson, Fourth edition 2005, Architectural Press, Oxford (ISBN-13: 978-0-7506-6077-8)
- Επίλυση προβλήματος στα Μαθηματικά, Ειρήνη Α. Νταχμίρη, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Τμήμα Μαθηματικών, Σάμος 2020 https://hellenicus.lib.aegean.gr/bitstream/handle/11610/21372/Ntachmiri_Ptychiaki_Problem_Solving.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Ψυχολογία Μάθησης-Γνωστική Ψυχολογία, Στέλλα Βοσνιάδου, Τμήμα Μαθηματικών, Εθνικό Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών. Ανακτήθηκε 01/02/2021 από <https://eclass.uoa.gr/courses/PHS108/>
- Studio V - Product Design I, Σκουρμπούτης Ε., Σημειώσεις ακ.έτους 2013-2014, Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων και Συστημάτων, Πανεπιστήμιο Αιγαίου. Ανακτήθηκε 01/02/2021 από <https://eclass.aegean.gr/courses/511269/>
- Η επίλυση των προβλημάτων στη διδασκαλία των Μαθηματικών, Μ. Βόσκογλου, Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων, τεύχος 14, 2008 <http://www.pi-schools.gr/download/publications/epitheorisi/teyxos14/005-017.pdf>
- Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn?, Hmelo-Silver C.E., Educational Psychology Review 16, 2004
- Designerly Ways of Knowing, Cross N., Springer, 2006, ISBN: 978-1846283000
- Applied Imagination: Principles and Procedures of Creative Problem Solving, Alex Faickney Osborn, New York, Charles Scribner's Sons, 1953
- Η Ιστορία των Διακοσμητικών Τεχνών και της Αρχιτεκτονικής στην Ευρώπη και την Αμερική (1760-1914), Τσούμας Ι., Εκδόσεις "ΙΩΝ" Στέλλα Παρίκου και ΣΙΑ ΟΕ, 2005