

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ-ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ

Κάρεν-Άννα Τζιγκουνάκη

Πτυχιακή εργασία

Επιβλέποντες: Χ. Νάκας,
Π. Χατζόπουλος, Α. Γιαννακόπουλος

ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΚΑΡΛΟΒΑΣΙ 2005

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ : ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ	5
1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	5
1.1.1 Διαγράμματα Ελέγχου.....	5
1.1.2 Σύντομο Ιστορικό του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας	5
1.1.3 Βασικές Ιδέες των Διαγραμμάτων Ελέγχου	6
1.1.4 Στατιστικός Έλεγχος: Συνήθεις Αιτίες και Ειδικές Αιτίες	6
1.1.5 Αντίδραση σε Ειδικές Αιτίες, αλλά Αποφυγή Παραποίησης Σταθερού Συστήματος.....	7
1.1.6 Παρακολούθηση Διαδικασίας κατά Δειγματικού Ελέγχου.....	8
1.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΣΥΝΕΧΗ ΜΕΤΡΗΣΙΜΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	9
1.2.1 X-Bar-Διαγράμματα, S-Διαγράμματα και R-Διαγράμματα	9
1.3 Ο ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ	13
1.3.1 Μέσος Χρόνος Ζωής των Διαγραμμάτων Ελέγχου	13
1.3.2 Επιλογή του Δειγματικού Διαστήματος και Σχηματισμός Λογικών Υποομάδων.....	14
1.4 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΑΠΟΛΟΤΕΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ.....	15
1.4.1 Διαγράμματα Ελέγχου για Αναλογίες Ελαττωματικών: P- και NP-Διαγράμματα.....	15
1.4.2 Διαγράμματα Ελέγχου για τον Αριθμό των Ελαττωματικών: C- και U-Διαγράμματα.....	18
1.5 ΣΥΖΗΤΗΣΗ	19
1.5.1 Άλλες Εκτός Ελέγχου Συνθήκες	19
1.5.2 Σταθερότητα Διαδικασίας και Ικανότητα Διαδικασίας.....	21
1.5.3 Επιτήρηση Διαδικασίας.....	21
1.6 ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ ΓΙΑ ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΣΥΝΕΧΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	21
1.6.1 Διαγράμματα Ελέγχου για Ατομικές Μετρήσεις.....	22
1.6.2 Διαγράμματα Εκθετικά Σταθμισμένων Κινητών Μέσων.....	25
1.7 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΠΡΟΕΛΕΓΧΟΣ.....	28
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	28
2.2 ΔΕΙΚΤΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ	28
2.2.1 Ο C_p Δείκτης Ικανότητας	28
2.2.2 Ο C_{pk} Δείκτης Ικανότητας	30
2.2.3 Ο C_{pm} Δείκτης Ικανότητας.....	30
2.2.4 Αναλογία Ικανότητας και (Στόχος)Target-Z	31
2.2.5 Η Ιδέα των Έξι Σίγμα της Motorola	32
2.2.6 Δείκτες Ικανότητας Διαδικασίας για Μονόπλευρες Ανοχές.....	32
2.3 ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΔΕΙΚΤΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ	32
2.3.1 Όρια Προδιαγραφών	33
2.3.2 Υπόθεση Κανονικότητας.....	33
2.3.3 Η Διαφορά Μεταξύ Σταθερότητας και Ικανότητας Διαδικασίας.....	33
2.3.4 Εκτίμηση των Δεικτών Ικανότητας.....	33

2.3.5 Διαστήματα Εμπιστοσύνης για Δείκτες Ικανότητας	34
2.4 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΡΟ-ΕΛΕΓΧΟΥ.....	34
2.4.1 Περιγραφή Προ-ελέγχου	34
2.4.2 Μια εκτίμηση του Προ-ελέγχου	36
ΕΦΑΡΜΟΓΗ*	37
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΡΧΕΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ	40
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	40
3.2 ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΛΛΟΓΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	41
3.3 ΤΡΙΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΛΩΝ (ΚΑΙ ΦΤΩΧΩΝ) ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ.....	41
3.3.1 Παράδειγμα 1: Σύγκριση Ανθεκτικότητας Δύο Τύπων Συνθετικής Σόλας Παπουτσιών*	41
3.3.2 Παράδειγμα 2: Παραγωγή μιας Χημικής Διαδικασίας κάτω από Διάφορες Συνθήκες Χειρισμού	42
3.3.3 Παράδειγμα 3: Παραγωγή Γύψινου Εκμαγείου	43
3.4 ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΓΕΓΟΝΟΤΑ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ	44
3.4.1 Σημαντικοί Λόγοι για Πειραματισμό	44
3.4.2 Γενίκευση των Αποτελεσμάτων ενός Πειράματος.....	44
3.4.3 Μεταβλητές Απάντησης.....	45
3.4.4 Παράγοντες που Επηρεάζουν την Απάντηση.....	45
3.5 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΑΛΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ	46
3.5.1 «Τεμαχισμός» του Πειράματος	46
3.5.2 Τυχαιοποίηση	46
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΑΠΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΥΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΥΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥΣ ΚΑΙ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ	48
4.1 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΣΩΝ ΑΠΟ ΔΥΟ ΑΣΥΣΧΕΤΙΣΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ.....	48
4.1.1 Στατιστική και Πρακτική Σημαντικότητα της Διαφοράς Δύο Μέσων.....	48
4.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΥΟ ΜΕΣΩΝ ΑΠΟ ΕΝΑ ΔΙΠΛΕΥΡΟ ΠΕΙΡΑΜΑ.....	50
4.3 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΩΝ.....	51
4.3.1 Ένα Παραγοντικό Πείραμα με Δύο Παράγοντες	51
4.3.2 Ένα Παραγοντικό Πείραμα με Τρεις Παράγοντες	52
4.3.3 Ένα Παραγοντικό Πείραμα με k Παράγοντες	53
4.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΑΠΟ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΩΝ	53
4.4.1 Ανάλυση ενός 2^2 Παραγοντικού Πειράματος	53
4.4.2 Ανάλυση ενός 2^3 Παραγοντικού Πειράματος	55
4.5 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΚΤΙΜΟΥΜΕΝΩΝ ΕΠΙΔΡΑΣΕΩΝ	58
4.5.1 Η μη-Αναπαραγωγίσιμη Κατάσταση	58

4.5.2 Η Αναπαραγωγίσιμη Κατάσταση.....	58
4.5.3 Παράδειγμα	59
4.6 ΕΝΑ ΑΛΛΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΝΟΣ 2⁴ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ.....	60
4.7 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΑ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ.....	62
4.7.1 Ένα Κλασματικό Παραγοντικό Πείραμα για Εφτά Παράγοντες σε Οκτώ Επαναλήψεις	62
4.7.2 Ένα Κλασματικό Παραγοντικό Πείραμα για Πέντε Παράγοντες σε Δεκαέξι Επαναλήψεις	63
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ TAGUCHI ΓΙΑ ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ.....	65
5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	65
5.2 ΟΙ ΠΡΟΣΦΟΡΕΣ ΤΟΥ TAGUCHI	65
5.2.1 Συνάρτηση Ποιοτικής Απώλειας.....	65
5.2.2 Εύρωστα Προϊόντα και Σχεδιασμοί	66
5.3 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ	66
5.3.1 Στάδιο 1: Σχεδιασμός Συστήματος.....	67
5.3.2 Στάδιο 2: Σχεδιασμός Παραμέτρων	67
5.3.3 Στάδιο 3: Σχεδιασμός Ανοχών	68
5.4 ΜΙΑ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΜΑΤΙΑ ΣΤΟΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ.....	68
5.4.1 Παράδειγμα	69
5.4.2 Αναλογίες Σήματος Θορύβου	70
5.5 ΒΑΣΙΚΕΣ ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΠΙΣΩ ΑΠΟ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ TAGUCHI	71
5.6 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ	72
5.6.1 Παράδειγμα 1: Ολοκληρωμένο Κατασκευαστικό Κύκλωμα	72
5.6.2 Παράδειγμα 2: Νάυλον Λάστιχο	73
5.6.3 Παράδειγμα 3: Ελατήρια για Φορτηγά	74
ΕΦΑΡΜΟΓΗ*	77
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	78

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ : ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μεταβολή είναι ένα φυσικό μέρος κάθε διαδικασίας. Στατιστικός Έλεγχος Διαδικασιών (Statistical Process Control (SPC)), ή Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας (Statistical Quality Control (SQC)) είναι η εφαρμογή της στατιστικής στον έλεγχο της μεταβλητότητας μιας διαδικασίας. Ένας τέτοιος έλεγχος περιλαμβάνει τον έλεγχο της κίνησης της διαδικασίας, καθώς και των αλλαγών της μεταβλητότητάς της. Οι τεχνικές του στατιστικού ελέγχου διαδικασιών, βοηθούν στον εντοπισμό ασυνήθιστων συμπεριφορών στη διαδικασία και καθορίζουν αν τα αποτελέσματα της διαδικασίας είναι επηρεασμένα από ειδικά γεγονότα. Βοηθούν στην απόφαση αν μια διαδικασία είναι σταθερή στη διάρκεια του χρόνου. Η επίτευξη της σταθερότητας είναι ένα σημαντικό πρώτο βήμα σε κάθε πρόγραμμα ποιοτικής βελτίωσης.

1.1.1 Διαγράμματα Ελέγχου

Τα διαγράμματα ελέγχου είναι τα βασικά εργαλεία του στατιστικού ελέγχου διαδικασιών. Ένα διάγραμμα ελέγχου είναι μια χρονοσειρά σημαντικών χαρακτηριστικών ενός προϊόντος (ή μιας διαδικασίας) τα οποία λαμβάνονται από την διαδικασία κατά περιοδικά διαστήματα. Ένα τέτοιο διάγραμμα είναι :

- Μια γραφική μέθοδος για να καθορίζει αν μια διαδικασία είναι σταθερή
- Ένα εργαλείο διάκρισης συνήθους μεταβλητότητας από ασυνήθιστες αιτίες
- Ένας «συναγερμός» που ειδοποιεί για την ανάγκη ανάλυσης των αιτιών των προβλημάτων
- Μια βοήθεια για την κατανόηση και βελτίωση μιας διαδικασίας. Η αναγνώριση και η εξάλειψη των πηγών των ασυνήθιστων γεγονότων, βοηθά στην σταθεροποίηση και βελτίωση μιας διαδικασίας. Τα διαγράμματα ελέγχου βοηθούν μια διαδικασία να φθάσει στο καλύτερο δυνατό επίπεδο χωρίς την μεταβολή της βασικής της δομής.

1.1.2 Σύντομο Ιστορικό του Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας

Για αρκετές δεκαετίες, ο στατιστικός έλεγχος ποιότητας ήταν η κύρια τεχνική για την βελτίωση της ποιότητας προϊόντων στον βιομηχανικό τομέα. Στα 1920, ο Walter A. Shewhart των Bell Telephone Laboratories συνέλαβε την ιδέα του στατιστικού ποιοτικού ελέγχου (Shewhart, 1931). Στα μετέπειτα χρόνια εξαπλώθηκε σιγά σιγά αυτή η ιδέα μέσω της βιομηχανίας των Η.Π.Α., ενώ ταχύτερα κατά τη διάρκεια του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου.

Μετά τον πόλεμο, η Ιαπωνία στράφηκε στην ποιότητα ως ένα εργαλείο για την επαναφορά της στην παγκόσμια αγορά. Με την βοήθεια Αμερικανών ειδικών (W. Edwards Deming, Joseph M. Juran), που τους σύστησαν τον στατιστικό ποιοτικό έλεγχο, για τουλάχιστον μια δεκαετία, οι Ιάπωνες χρησιμοποίησαν τον στατιστικό ποιοτικό έλεγχο για την προαγωγή της ποιότητας. Παρόλο που άλλες τεχνικές όπως το management, επισκίασαν την σημαντικότητα του στατιστικού ποιοτικού ελέγχου, παραμένει για αυτούς ένα σημαντικό εργαλείο για την ποιότητα.

1.1.3 Βασικές Ιδέες των Διαγραμμάτων Ελέγχου

Ο στατιστικός ποιοτικός έλεγχος είναι ένας τομέας της εφαρμοσμένης στατιστικής που αφορά στη χρήση στατιστικών μεθόδων-εργαλείων για την παρακολούθηση και τον έλεγχο της ποιότητας προϊόντων. Η προσεκτική παρακολούθηση, εύρεση και εξάλειψη των αιτιών ειδικών γεγονότων, οδηγεί στην ποιοτική βελτίωση των διαδικασιών που γεννούν τα προϊόντα.

Το διάγραμμα ελέγχου είναι ένα γραφικό εργαλείο το οποίο χρησιμοποιείται για την κατανόηση μιας διαδικασίας και βοηθά στην εγγυημένη ποιότητα των παραγόμενων προϊόντων.

Ένας βασικός λόγος για την επιτυχία των διαγραμμάτων ελέγχου είναι γιατί παρουσιάζουν σημαντικά θέματα-προβλήματα τα οποία αναζητούν άμεση επίλυση. Για την εφαρμογή των τεχνικών των διαγραμμάτων ελέγχου απαιτείται ο προσδιορισμός του πεδίου ελέγχου, τα επίπεδα που θα χρησιμοποιηθούν, οι μετρήσεις που θα γίνουν, πώς θα παρθούν και τι θα γίνει με αυτές.

Ένας δεύτερος λόγος για την επιτυχία των διαγραμμάτων ελέγχου είναι ότι επικεντρώνουν την προσοχή στην διαδικασία παρά στο προϊόν. Δύο είναι τα βασικά αίτια για την παραγωγή φτωχών προϊόντων. Ένα φτωχό προϊόν μπορεί να προέλθει από λάθος χειρισμό, δηλαδή από μη σωστό χειρισμό μιας ικανοποιητικής διαδικασίας παραγωγής. Πολύ συχνά όμως ένα φτωχό προϊόν προέρχεται από μια φτωχή παραγωγική διαδικασία – μια διαδικασία που δεν πληροί τις προϋποθέσεις. Η διαφορά αυτών των δύο λόγων περιγράφετε με ευφράδεια από τον W. Edwards Deming στο βιβλίο του *Out of the Crisis* (p. 314):

Ένα σφάλμα στην ερμηνεία παρατηρήσεων, που φαίνεται παντού, υποθέτει ότι κάθε γεγονός (ελάττωμα, λάθος, ατύχημα) αποδίδεται σε κάποιο (συνήθως τον πλησιέστερο), ή έχει σχέση με κάποιο ιδιαίτερο γεγονός. Το θέμα είναι ότι τα περισσότερα προβλήματα με την υπηρεσία και την παραγωγή βρίσκονται στο σύστημα. Κάποιες φορές το σφάλμα είναι όντως τοπικό, αποδιδόμενο σε κάποιον στην εργασία ή όχι στην εργασία όταν θα έπρεπε να είναι. Θα πρέπει να μιλάμε για τα σφάλματα του συστήματος σαν κοινές αιτίες προβλημάτων, και για τα σφάλματα από φευγαλέα γεγονότα σαν ειδικές αιτίες.

Κατά τον Deming 94 % όλων των προβλημάτων ανήκουν στο σύστημα, ενώ μόνο 6% είναι ειδικά.

Ο τρίτος λόγος για την επιτυχία των διαγραμμάτων ελέγχου είναι ότι συνιστώνται από ένα σύνολο τεχνικών που διδάσκονται στα άτομα, τα οποία με την σειρά τους μπορούν να εφαρμόσουν με έναν καθορισμένο τρόπο. Η τεχνική χρήσης διαγραμμάτων ελέγχου αποτελεί έναν οδηγό για άτομα τα οποία υπό άλλες συνθήκες δεν θα μπορούσαν να ενεργήσουν αποτελεσματικά πάνω στην ποιοτική βελτίωση.

1.1.4 Στατιστικός Έλεγχος: Συνήθεις Αιτίες και Ειδικές Αιτίες

Η κατάσταση του *στατιστικού ελέγχου* σημαίνει ότι η μεταβλητότητα στην παρατηρούμενη διαδικασία καθορίζεται από ένα σταθερό προγνωστικό σύστημα. Πάντα υπάρχει μεταβλητότητα στο σύστημα. Σε ένα σταθερό σύστημα η διαδικασία που παράγει αυτή την μεταβλητότητα είναι σταθερή στο χρόνο. Λέμε λοιπόν ότι η διαδικασία βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο. Αν όμως οι κανόνες της μεταβλητότητας αλλάξουν με την πάροδο του χρόνου τότε λέμε ότι η διαδικασία δεν βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο.

Ο W. Edwards Deming (“Some Principles of the Shewhart Methods of Quality Control”, pp.173-177) το εκφράζει ξεκάθαρα:

Δεν υπάρχει σταθερότητα στην πραγματική ζωή. Υπάρχει, όμως, το σύστημα σταθερών αιτιών. Τα αποτελέσματα ενός συστήματος σταθερών αιτιών ποικίλουν και συγκεκριμένα μπορεί να ποικίλουν μέσα σε ένα μεγάλο ή μικρό διάστημα. Ποικίλουν αλλά επιδεικνύουν ένα

σημαντικό χαρακτηριστικό που ονομάζεται σταθερότητα...Είναι η κατανομή των αποτελεσμάτων που είναι σταθερή...Όταν μία βιομηχανική διαδικασία συμπεριφέρεται σαν ένα σύστημα σταθερών αιτιών...λέγεται ότι βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο. Το διάγραμμα ελέγχου δείχνει αν η διαδικασία βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο.

Σαν παράδειγμα, ας υποθεθεί ο αριθμός των τηλεφωνημάτων που δέχεται ένα τηλεφωνικό κέντρο. Υπάρχει μεταβλητότητα στον αριθμό των καθημερινών εισερχόμενων τηλεφωνημάτων. Μπορεί να ληφθούν κατά μέσο όρο 1,000 τηλεφωνήματα την ημέρα και η τυπική απόκλιση μπορεί να είναι 100 τηλεφωνήματα την ημέρα. Αν η διαδικασία βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο (δηλαδή είναι σταθερή), είναι εύκολη η πρόβλεψη του πλήθους των τηλεφωνημάτων για κάθε άλλη ημέρα. Επειδή το πλήθος των τηλεφωνημάτων είναι αρκετά μεγάλο, ακολουθεί Κανονική κατανομή. Το 99% διάστημα εμπιστοσύνης για το πλήθος των καθημερινών τηλεφωνημάτων υπολογίζεται προσθαφαιρώντας τρεις φορές την τυπική απόκλιση από τον μέσο. Άρα ο αριθμός τηλεφωνημάτων οποιασδήποτε ημέρας πιθανότατα θα είναι μεταξύ 700 και 1,300 τηλεφωνημάτων. Ποια σκέψη θα δημιουργούσε ένα πλήθος 1,600 τηλεφωνημάτων; Αυτό σίγουρα θα ήταν ασυνήθιστο και πιθανότατα θα αμφισβητούσε τη λειτουργία μονάχα του συστήματος σταθερών αιτιών.

Σε ένα σύστημα σταθερών αιτιών η μεταβλητότητα στις μετρήσεις θεωρείται ότι είναι η επίδραση πολλών ξεχωριστών μικρών μη παρατηρηθέντων επιρροών. Ο Deming τις αποκαλεί *συνήθεις αιτίες*. Για παράδειγμα, συνήθεις αιτίες θεωρούνται μικρές διαφορές μεταξύ μηχανών, διαφορά μεταξύ των εργατικών προσόντων μεταξύ των εργαζομένων, πρόχειρος σχεδιασμός προϊόντων και υπηρεσιών και πολλά άλλα.

Ο Deming διαφοροποιεί τις συνήθεις αιτίες από τις ειδικές αιτίες. Οι *ειδικές αιτίες* προκύπτουν από ειδικές καταστάσεις και επηρεάζουν την διαδικασία μόνο για λίγο (προσωρινή αλλαγή του προμηθευτή, προσωρινός εργαζόμενος με μη επαρκή εκπαίδευση, βλάβη μιας μηχανής κ.α.). Οι ειδικές αιτίες συνήθως προκαλούν μεγάλες και απότομες αλλαγές στη διαδικασία.

Μια διαδικασία βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο αν υπάρχουν μόνο συνήθεις αιτίες και αν καμία ειδική αιτία επηρεάζει την μεταβλητότητα του αποτελέσματος της διαδικασίας. Οι ειδικές αιτίες λοιπόν πρέπει να αφαιρούνται από την διαδικασία.

Μια διαδικασία σε στατιστικό έλεγχο δεν είναι απαραίτητα μια καλή διαδικασία που ικανοποιεί της απαιτούμενες προδιαγραφές. Μια διαδικασία μπορεί να βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο αλλά η σταθερών αιτιών μεταβολή μπορεί να είναι τόσο μεγάλη ώστε η διαδικασία να μην μπορεί να ικανοποιήσει τις απαιτούμενες προδιαγραφές του πελάτη. Τα διαγράμματα ελέγχου δίνουν πληροφορίες για το πώς λειτουργεί η διαδικασία και όχι για το πώς θα έπρεπε να λειτουργεί.

Τα διαγράμματα ελέγχου βοηθούν στην διάκριση ασυνήθιστης μεταβλητότητας αλλά όχι της αιτία της. Οι ειδικές αιτίες πρέπει να αναγνωρισθούν και να μειωθούν με τη βοήθεια των διαγραμμάτων. Πρέπει να βρεθούν οι αιτίες των ασυνήθιστων γεγονότων και να αξιολογηθούν. Αν οι μετρήσεις είναι ανεπιθύμητες τότε πρέπει να γίνει βέβαιο ότι οι αιτίες δεν θα υπάρχουν στο μέλλον. Αν πάλι είναι ασυνήθιστα καλές τότε πρέπει να γίνει βέβαιο ότι οι αιτίες θα παραμείνουν.

1.1.5 Αντίδραση σε Ειδικές Αιτίες, αλλά Αποφυγή Παραποίησης Σταθερού Συστήματος

Είναι πολύ σημαντική η αντίδραση σε ειδικές αιτίες και η αφαίρεσή τους ώστε να μην εμφανιστούν στο μέλλον. Από την άλλη η παραποίηση σταθερής διαδικασίας μπορεί να προκαλέσει αύξηση της μεταβλητότητας.

Αυτός ο ισχυρισμός μπορεί να εξηγηθεί με το πείραμα του χωνιού του Deming (Deming, *Out of the Crisis*, p. 327). Το πείραμα περιλαμβάνει την ρίψη μιας ελαφριάς μπάλας μέσα από ένα χωνί, προς ένα στόχο στο πάτωμα. Αρχική υπόθεση είναι ότι η μπάλα ρίχνεται ακριβώς πάνω από τον στόχο. Φυσικά δεν πέφτει πάντα πάνω ακριβώς στο στόχο, έτσι μπορεί να πέσει σε ένα σημείο z με συντεταγμένες (x,y)

(έστω ότι το σημείο (0,0) είναι ο στόχος). Έστω ότι το πείραμα επαναλαμβάνεται 100 φορές. Η μεταβλητότητα της διαδικασίας μπορεί να φανεί από ένα διάγραμμα των σημείων που έχει πέσει η μπάλα σε σχέση με τον στόχο. Η μεταβλητότητα στη διαδικασία υπολογίζεται αριθμητικά από τον μέσο όρο των Ευκλείδειων αποστάσεων $\sqrt{(x_k)^2 + (y_k)^2}$ καθενός από τα 100 σημεία. Η μεταβλητότητα αυτή δείχνει την μεταβλητότητα της διαδικασίας από συνήθεις αιτίες. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας επηρεάζεται από διάφορους εξωτερικούς παράγοντες (ρεύματα αέρα...). Υπάρχει μεταβλητότητα αλλά το σύστημα βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο. Μόνο κάνοντας αλλαγές στο σύστημα μειώνεται η μεταβλητότητα (κλειστές πόρτες για την αποφυγή ρευμάτων αέρα).

Κάποιος που δεν γνωρίζει για την ιδέα της μεταβλητότητας συνήθων αιτιών μπορεί να θεωρήσει ότι μπορεί να επιτύχει κάτι καλύτερο προσαρμόζοντας το σημείο ρίψης με βάση την τοποθεσία των προηγούμενων δοκιμών. Μια τέτοια μέθοδος (1^η) διορθώνει το σημείο ρίψης ως εξής : αν η k ρίψη πέφτει στο σημείο $z_k=(x_k,y_k)$ (η απόσταση από το σημείο ρίψης) τότε το επόμενο σημείο ρίψης θα είναι μετακινημένο κατά $-z_k=(-x_k,-y_k)$ από το προηγούμενο. Αυτή η προσαρμογή του σημείου ρίψης θυμάται το σημείο της προηγούμενης ρίψης και βρίσκεται στην αντίθετη κατεύθυνση από το τελευταίο σφάλμα από τον στόχο. Κάνοντας ένα διάγραμμα με τα αποτελέσματα μιας σειράς ρίψεων με αυτή τη μέθοδο αποδεικνύεται ότι καθώς αυξάνονται οι ρίψεις, τόσο αυξάνονται οι αποστάσεις από τον στόχο.

Μια άλλη στρατηγική είναι η προσαρμογή του νέου σημείου ρίψης μετακινώντας το κατά $-z_k=(-x_k,-y_k)$ από το αρχικό σημείο που ορίστηκε στην αρχή του πειράματος (0,0). Σε αυτή την περίπτωση η προσαρμογή δεν θυμάται το προηγούμενο σημείο ρίψης ενώ αποδεικνύεται ότι τα σημεία πλησιάζουν και απομακρύνονται εναλλάξ από τον στόχο ενώ μακροπρόθεσμα απομακρύνονται από αυτόν.

Η προσαρμογή μιας σταθερής διαδικασίας είναι σίγουρα λάθος. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι ποτέ δεν πρέπει να γίνονται προσαρμογές σε μια διαδικασία αλλά μονάχα όταν υπάρχουν ειδικό λόγοι.

Δύο είναι τα λάθη που γίνονται: η απόδοση της μεταβλητότητας ή ενός λάθους σε μια ειδική αιτία ενώ αυτή προέρχεται από το σύστημα οδηγεί σε υπερπροσαρμογή. Ένα άλλο λάθος είναι η απόδοση της μεταβλητότητας ή ενός λάθους στο σύστημα ενώ η αιτία είναι ειδική.

1.1.6 Παρακολούθηση Διαδικασίας κατά Δειγματικού Ελέγχου

Ο δειγματικός έλεγχος γίνεται καθυστερημένα και δεν είναι αρκετός. Οι λόγοι είναι πολλοί. Ο εντοπισμός ελαττωμάτων σε προϊόντα που έχουν ήδη παραχθεί γίνεται καθυστερημένα. Μπορεί να έχει περάσει σημαντικός χρόνος από τη στιγμή που η διαδικασία βρέθηκε εκτός ελέγχου και μπορεί να έχουν παραχθεί πολλά ελαττωματικά προϊόντα. Στο στάδιο λοιπόν του δειγματικού ελέγχου μπορεί να μην είναι δυνατός ο επαναπροσδιορισμός των δεδομένων που υπήρχαν στην αρχή του προβλήματος, έτσι δεν μπορεί να διορθωθεί κάτι.

Ο σύγχρονος τρόπος ελέγχου της ποιότητας περιλαμβάνει τον έλεγχο της διαδικασίας κατά χρονικά διαστήματα. Ο έλεγχος γίνεται με διαγράμματα ελέγχου και αν διαπιστωθεί κάποιο πρόβλημα, διορθώνετε έτσι ώστε να αποφευχθεί η εμφάνισή του στο μέλλον.

Τα γραφήματα ελέγχου οδηγούν τη διαδικασία σε σταθερότητα που οδηγεί σε προβλέψιμη διαδικασία. Όταν γίνει αυτό, σειρά έχει ο έλεγχος της καταλληλότητας της διαδικασίας. Μπορεί να είναι κατάλληλη μπορεί και όχι. Αν είναι ακατάλληλη τότε πρέπει να γίνουν προσαρμογές ώστε η διαδικασία να ικανοποιεί τις ζητούμενες προδιαγραφές.

Τα σημαντικά προβλήματα ξεκινούν αφού έχει επιτευχθεί στατιστικός έλεγχος. Για βελτίωση της διαδικασίας πρέπει να εντοπίσουν οι συνήθεις αιτίες μεταβλητότητας και να αποβληθούν από το σύστημα.

1.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΣΥΝΕΧΗ ΜΕΤΡΗΣΙΜΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

1.2.1 X-Bar-Διαγράμματα, S-Διαγράμματα και R-Διαγράμματα

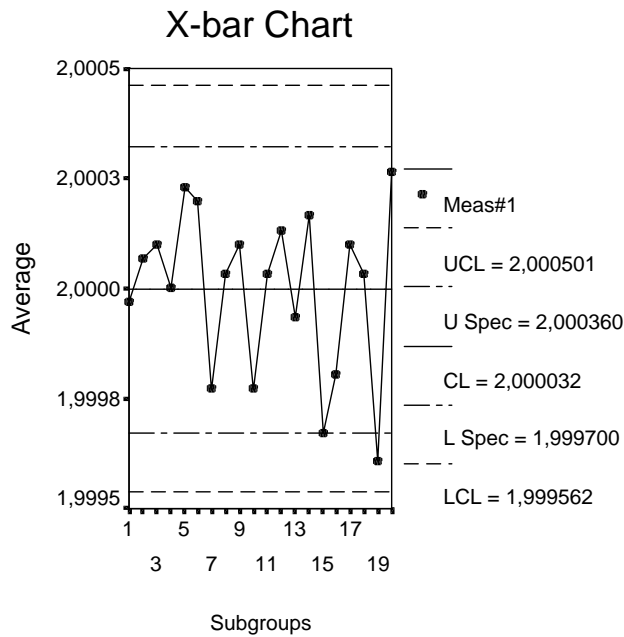
Μετρήσεις διαστάσεων (βάρος, μήκος, όγκος) μετρώνται σε συνεχή κλίμακα σε σύγκριση με τις μετρήσεις απόδοσης που είναι κατηγορικής κλίμακας. Το x-bar διάγραμμα (αλλιώς διάγραμμα μέσου), το s διάγραμμα (διάγραμμα τυπικής απόκλισης) και το R διάγραμμα (διάγραμμα εύρους) χρησιμοποιούνται για την παρακολούθηση δεδομένων συνεχών μεταβλητών ή μετρήσεων. Αυτό που ενδιαφέρει είναι εάν οι μετρήσεις είναι σταθερές και αν η μεταβλητότητα της διαδικασίας είναι σταθερή, στο χρόνο. Αν οι μετρήσεις είναι σταθερές στο χρόνο διαπιστώνεται από το διάγραμμα μέσου. Για την δημιουργία των διαγραμμάτων x-bar, s, R πρέπει να ληφθούν κατά τακτά χρονικά διαστήματα μικρά δείγματα (n= 4-5) από την παρατηρούμενη διαδικασία. Ακολουθεί ο υπολογισμός του μέσου, της τυπικής απόκλισης και του εύρους κάθε υποομάδας και η απεικόνισή τους σε διαγράμματα με τον χρόνο. Η χρονοσειρά των μέσων λέγεται x-bar διάγραμμα, η χρονοσειρά των τυπικών αποκλίσεων λέγεται s διάγραμμα και η χρονοσειρά των ευρών R διάγραμμα.

Για παράδειγμα στον πίνακα 1.1 παραθέτονται 3 μετρήσεις των διαμέτρων 20 μηχανών καθώς επίσης ο μέσος όρος, η τυπική απόκλιση και το εύρος για κάθε μηχανή.

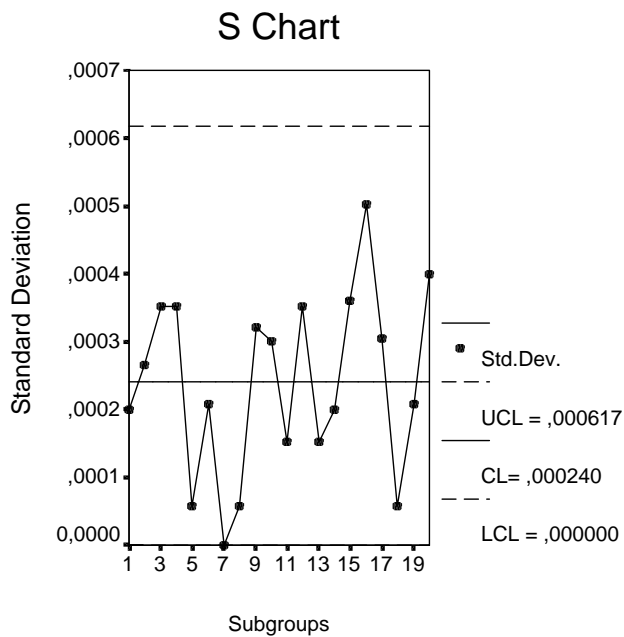
ΠΙΝΑΚΑΣ 1.1 Διάμετροι μηχανών

Μηχανή	Μετρήσεις			Μέσος	Τυπ.αποκ.	Εύρος
1	2.0000	1.9998	2.0002	2.0000	0.0002	0.0004
2	1.9998	2.0003	2.0002	2.0001	0.0003	0.0005
3	1.9998	2.0001	2.0005	2.0001	0.0004	0.0007
4	1.9997	2.0000	2.0004	2.0000	0.0004	0.0007
5	2.0003	2.0003	2.0002	2.0003	0.0001	0.0001
6	2.0004	2.0003	2.0000	2.0002	0.0002	0.0004
7	1.9998	1.9998	1.9998	1.9998	0.0000	0.0000
8	2.0000	2.0001	2.0001	2.0001	0.0001	0.0001
9	2.0005	2.0000	1.9999	2.0001	0.0003	0.0006
10	1.9995	1.9998	2.0001	1.9998	0.0003	0.0006
11	2.0002	1.9999	2.0001	2.0001	0.0002	0.0003
12	2.0002	1.9998	2.0005	2.0002	0.0004	0.0007
13	2.0000	2.0001	1.9998	2.0000	0.0002	0.0003
14	2.0000	2.0002	2.0004	2.0002	0.0002	0.0004
15	1.9994	2.0001	1.9996	1.9997	0.0004	0.0007
16	1.9999	2.0003	1.9993	1.9998	0.0005	0.001
17	2.0002	1.9998	2.0004	2.0001	0.0003	0.0006
18	2.0000	2.0001	2.0001	2.0001	0.0001	0.0001
19	1.9997	1.9994	1.9998	1.9996	0.0002	0.0004
20	2.0003	2.0007	1.9999	2.0003	0.0004	0.0008
Μέσος				2.00003	0.00026	0.00047

Είκοσι υποομάδες μεγέθους n=3



Σχήμα 1.1a X-bar διάγραμμα



Σχήμα 1.1b S διάγραμμα

Τα διαγράμματα των μέσων και των τυπικών αποκλίσεων των μηχανών δίνονται στα σχήματα 1.1a και 1.1b. Η τυπική απόκλιση και το εύρος μετρούν την μεταβλητότητα επομένως τα αντίστοιχα διαγράμμά τους δείχνουν αν η μεταβλητότητα στη διαδικασία είναι σταθερή στο χρόνο. Σε περίπτωση μεγάλης μεταβλητότητας η αιτία που την προκαλεί πρέπει να αφαιρεθεί, ενώ σε περίπτωση μικρής πρέπει

να γίνει προσπάθεια να παραμείνουν οι συνθήκες που την προκάλεσαν. Το διάγραμμα μέσου προσδιορίζει εάν είναι δυνατή η επίτευξη σταθερότητας της διαδικασίας. Μια σταθερή διαδικασία πρέπει να έχει σταθερότητα στην μεταβλητότητα και στο επίπεδο του μέσου. Η σταθερότητα σε ένα διάγραμμα μέσου σημαίνει ότι η κεντρική τάση της διαδικασίας δεν αλλάζει. Σε ένα διάγραμμα τυπικής απόκλισης φαίνονται οι πιθανές αυξήσεις της μεταβλητότητας της διαδικασίας.

Στα διαγράμματα υπάρχουν 3 οριζόντιες γραμμές. Η κεντρική γραμμή (CL) και τα άνω και κάτω όρια ελέγχου.

Στο X-bar διάγραμμα απεικονίζονται οι μέσοι όροι των υποομάδων (μηχανών). Τα όρια ελέγχου υπολογίζονται στατιστικά ώστε για μια σταθερή διαδικασία, το 99.73% των παρατηρούμενων δειγματικών μέσων να βρίσκεται εντός αυτών των δυο ορίων. Αν κάποια μέτρηση είναι εκτός των δυο γραμμών τότε αυτό σημαίνει ότι κάποιο ειδικό συμβάν συνέβη.

Για να βρίσκεται μια διαδικασία σε στατιστικό έλεγχο πρέπει όλοι οι παρατηρούμενοι δειγματικοί μέσοι να βρίσκονται εντός των ορίων. Τότε η διαδικασία είναι σταθερή και κατά συνέπεια η διαδικασία είναι ένα σταθερών αιτιών σύστημα. Δηλαδή η διαδικασία συμπεριφέρεται σταθερά και η παρατηρούμενη μεταβλητότητα στις μετρήσεις οφείλεται στην τυχαιότητα της διαδικασίας και όχι σε εξωτερικές αιτίες. Αν αντίθετα δεν υπάρχει στατιστικός έλεγχος (κάποιοι παρατηρούμενοι μέσοι εκτός των ορίων), τότε έχει υπάρξει κάποια αλλαγή στη διαδικασία (ειδική ή συγκεκριμένη αιτία) και πρέπει να βρεθεί η αιτία αυτής της αλλαγής.

Είναι γνωστό ότι η κατανομή μέσων, δειγμάτων μεγέθους n που προέρχονται από σταθερή διαδικασία, είναι η κανονική κατανομή με μέσο μ και τυπική απόκλιση σ/\sqrt{n} . Το 99.73% διάστημα εμπιστοσύνης των δειγματικών μέσων είναι $(\mu - 3\sigma/\sqrt{n}, \mu + 3\sigma/\sqrt{n})$.

Αν δεν είναι γνωστός ο μέσος και η τυπική απόκλιση της διαδικασίας τότε αυτά εκτιμώνται από προηγούμενα δεδομένα. Στον πίνακα 1.1 υπάρχουν μετρήσεις $k=20$ υποομάδων μεγέθους $n=3$, όπως και οι μέσοι και οι τυπικές αποκλίσεις των υποομάδων. Από αυτά τα δεδομένα (δειγματικά) εκτιμώνται τα όρια ελέγχου. Χρησιμοποιείται στη θέση του μ ο μέσος,

$$\bar{\bar{x}} = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_k) / k$$

και στη θέση του σ η μέση τυπική απόκλιση,

$$\bar{s} = (s_1 + s_2 + \dots + s_k) / k$$

Το $\bar{\bar{x}}$ προσδιορίζει την κεντρική γραμμή στο X-bar διάγραμμα. Τα όρια ελέγχου υπολογίζονται από τους τύπους: $\bar{\bar{x}} - (3/\sqrt{n})\bar{s}$ και $\bar{\bar{x}} + (3/\sqrt{n})\bar{s}$ και ακόμα πιο απλά από του τύπους:

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s}$$

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s}$$

όπου η σταθερά A_3 δίνεται στον πίνακα 1Π στο παράρτημα του κεφαλαίου και εξαρτάται από το μέγεθος n κάθε υποομάδας. Στο προηγούμενο παράδειγμα το A_3 ήταν 1.954 το οποίο είναι κοντά με τον αριθμό $3/\sqrt{n}$ αλλά δεν είναι ίσοι. Αυτό συμβαίνει γιατί η μέση τυπική απόκλιση είναι μια μεροληπτική εκτιμήτρια του σ και έτσι η διαφορά των δύο τιμών είναι η διόρθωση της μεροληψίας.

Επίσης ο υπολογισμός των ορίων ελέγχου μπορεί να γίνει με χρήση του μέσου εύρους \bar{R} από τους παρακάτω τύπους:

$$LCL = \bar{x} - A_2 \bar{R}$$

$$UCL = \bar{x} + A_2 \bar{R}$$

όπου η σταθερά A_2 δίνεται στον πίνακα 1Π στο παράρτημα του κεφαλαίου.

Από τον πίνακα 1.1 βρίσκουμε ότι,

$$\bar{x} = 2.00003, \quad \bar{s} = 0.000341$$

Επομένως,

$$CL = 2.000032, \quad LCL = 1.999551, \quad UCL = 2.000513.$$

Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζονται τα όρια ελέγχου και η κεντρική γραμμή στο s διάγραμμα. Η κεντρική γραμμή δίνεται από τον μέσο των τυπικών αποκλίσεων των υποομάδων $CL = \bar{s}$. Τα όρια ελέγχου υπολογίζονται από τους τύπους :

$$LCL = B_3 \bar{s}$$

$$UCL = B_4 \bar{s}$$

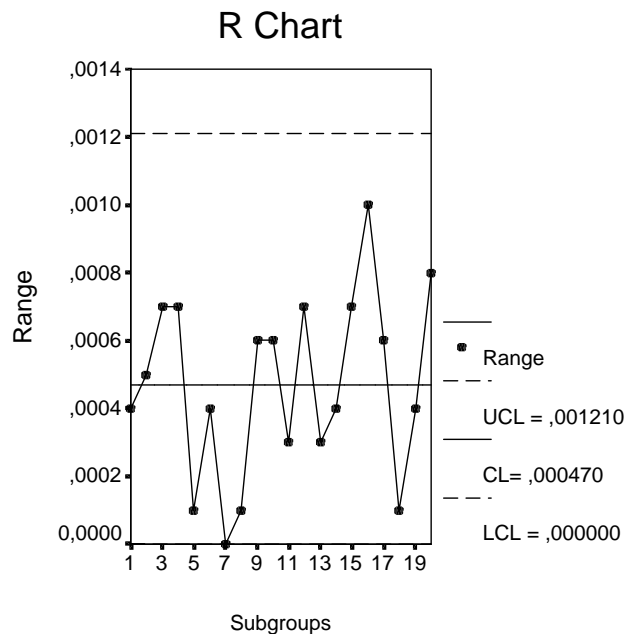
όπου τα B_3, B_4 δίνονται από τον πίνακα 1Π στο παράρτημα του κεφαλαίου και εξαρτώνται από το μέγεθος n κάθε υποομάδας. Στο προηγούμενο παράδειγμα για $n=3, B_3=0$ και $B_4=2.568$.

Άρα,

$$CL = 0.000240, \quad LCL = 0, \quad UCL = 0.000617.$$

Από τα διαγράμματα 1.1a και 1.1b παρατηρείται ότι κανένας δειγματικός μέσος και καμία τυπική απόκλιση δεν βρίσκεται εκτός των ορίων ελέγχου, που σημαίνει ότι δεν επιδρούν στη διαδικασία ειδικές αιτίες και ότι η μεταβλητότητα είναι σταθερή.

Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί για το διάγραμμα τυπικών αποκλίσεων, το διάγραμμα εύρους.



Σχήμα 1.1c R διάγραμμα

Παρόμοια υπολογίζονται τα όρια ελέγχου και η κεντρική γραμμή. Η κεντρική γραμμή δίνεται από τον μέσο των ευρών των υποομάδων $CL = \bar{R}$. Τα όρια ελέγχου υπολογίζονται από τους τύπους :

$$LCL = D_3 \bar{R}$$

$$UCL = D_4 \bar{R}$$

όπου τα D_3, D_4 δίνονται από τον πίνακα 1Π στο παράρτημα του κεφαλαίου και εξαρτώνται από το μέγεθος n κάθε υποομάδας. Στο προηγούμενο παράδειγμα για $n=3$, $D_3=0$ και $D_4=2.282$.

Άρα,

$$CL = 0.000240, LCL = 0, UCL = 0.000617.$$

Το διάγραμμα 1.1c επιβεβαιώνει τα συμπεράσματα από το διάγραμμα τυπικών αποκλίσεων. Δεν υπάρχει ένδειξη για κάποιο ασυνήθιστο γεγονός και όλα τα δειγματικά εύρη βρίσκονται εντός των ορίων ελέγχου.

Ενώ παλαιότερα υπήρχε προτίμηση στο διάγραμμα εύρους λόγω της ευκολίας υπολογισμού του, τώρα είναι προτιμότερο το διάγραμμα της τυπικής απόκλισης γιατί είναι καλύτερο μέτρο της μεταβλητότητας λόγω της επιρροής των ακραίων τιμών στο δειγματικό εύρος. Άλλη μία ένδειξη ότι το διάγραμμα τυπικής απόκλισης θεωρείται καλύτερο από το διάγραμμα εύρους είναι οι τιμές των σταθερών D_3 και κατ' επέκταση των κάτω ορίων ελέγχου του διαγράμματος εύρους. Τα κάτω όρια ελέγχου για μεγέθη υποομάδων ≤ 6 είναι μηδέν που σημαίνει ότι σε ένα διάγραμμα εύρους με μικρές υποομάδες δεν δίνεται καμία πληροφορία για πιθανή μείωση της μεταβλητότητας. Αντίθετα για το διάγραμμα τυπικής απόκλισης τα κάτω όρια ελέγχου για μεγέθη υποομάδων ≤ 5 είναι μηδέν έτσι δίνεται πληροφορία για την μεταβλητότητα σε περίπτωση μεγέθους υποομάδας 6.

Η δειγματική θεωρία έχει δείξει ότι η δειγματική κατανομή εύρους που είναι υπολογισμένη από n παρατηρήσεις που προέρχονται από κανονική κατανομή με μέσο μ και τυπική απόκλιση σ έχει κέντρο το $d_2\sigma$. Οι τιμές της σταθεράς d_2 που εξαρτώνται από το μέγεθος n κάθε υποομάδας δίνονται στον πίνακα 1Π στο παράρτημα του κεφαλαίου.

1.3 Ο ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

1.3.1 Μέσος Χρόνος Ζωής των Διαγραμμάτων Ελέγχου

Η επίδοση των διαγραμμάτων ελέγχου χαρακτηρίζεται από την κατανομή μέσου όρου ζωής τους. Ο χρόνος ζωής (RL) ενός διαγράμματος ελέγχου ορίζεται ως ο αριθμός των υποομάδων που πρέπει να σχεδιαστούν έως ότου η σχεδιασμένη διαδικασία να υπερβεί τα όρια ελέγχου για πρώτη φορά. Ο χρόνος ζωής (RL) ακολουθεί μια κατανομή πιθανότητας λόγω της τυχαιότητας των παρατηρήσεων. Ορίζοντας την πιθανότητα μια υποομάδα στην σχεδιασμένη διαδικασία να είναι εκτός των ορίων ελέγχου ως w έχουμε,

$$w = P(\text{μια υποομάδα στην σχεδιασμένη διαδικασία να είναι εκτός των ορίων ελέγχου}).$$

Τότε οι πιθανότητες στην κατανομή του χρόνου ζωής είναι

$P(RL=1) = w$ όπου $RL=1$ σημαίνει ότι η πρώτη υποομάδα βρίσκεται εκτός ορίων

$P(RL=2) = P(1^{\text{η}} \text{ υποομάδα εντός και } 2^{\text{η}} \text{ εκτός}) = (1-w)w$

$P(RL=3) = P(1^{\text{η}} \text{ υποομάδα εντός, } 2^{\text{η}} \text{ εντός και } 3^{\text{η}} \text{ εκτός}) = (1-w)(1-w)w = (1-w)^2w$

και γενικά,
 $P(RL=k)=(1-w)^{k-1}w$ για $k=1,2,\dots$

Ο μέσος αυτής της κατανομής ονομάζεται μέσος χρόνος ζωής (ARL) και δίνεται από,

$$\begin{aligned} ARL &= (1)P(RL=1) + (2)P(RL=2) + (3)P(RL=3) + (4)P(RL=4) + \dots \\ &= w + 2w(1-w) + 3w(1-w)^2 + 4w(1-w)^3 + \dots \\ &= w[1 + 2(1-w) + 3(1-w)^2 + 4(1-w)^3 + \dots] \\ &= w/[1 - (1-w)]^2 = 1/w. \end{aligned}$$

Για δοσμένο μέγεθος υποομάδας n μπορούν να υπολογισθούν οι πιθανότητες για διάφορες αλλαγές δ (δηλαδή κατά πόσες τυπικές αποκλίσεις άλλαξε ο μέσος) και στη συνέχεια να υπολογισθούν οι μέσοι χρόνοι ζωής του διαγράμματος ελέγχου. Ο πίνακας 1.2 δίνει αυτά τα αποτελέσματα για μεγέθη υποομάδων $n=1$, $n=5$ και $n=10$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2 Πιθανότητα μιας Εκτός Ελέγχου Παρατήρησης (w) και ARL για Επίπεδα Αλλαγής κατά δ Τυπικές Αποκλίσεις

δ	$n=1$		$n=5$		$n=10$	
	w	ARL	w	ARL	w	ARL
0	0.0027	370.4	0.0027	370.4	0.0027	370.4
0.1	0.0028	352.9	0.0034	295.7	0.0041	244.1
0.2	0.0032	308.4	0.0056	177.7	0.0091	110
0.3	0.0040	253.1	0.0100	99.5	0.0202	49.6
0.4	0.0050	200.1	0.0177	56.6	0.0414	24.2
0.5	0.0064	155.2	0.0299	33.4	0.0780	12.8
0.6	0.0084	119.7	0.0486	20.6	0.1351	7.4
0.7	0.1080	92.3	0.0757	13.2	0.2158	4.6
0.8	0.0140	71.6	0.1129	8.9	0.3191	3.1
0.9	0.0179	55.8	0.1617	6.2	0.4388	2.3
1	0.0228	43.9	0.2225	4.5	0.5645	1.8
1.25	0.0401	25	0.4188	2.4	0.8297	1.2
1.5	0.0668	15	0.6384	1.6	0.9594	1
1.75	0.1057	9.5	0.8194	1.2	0.9944	1
2	0.1587	6.3	0.9295	1.1	0.9996	1

Μεγάλες αλλαγές είναι πιο εύκολο να εντοπιστούν, ενώ τα ARL ελαττώνονται καθώς αυξάνονται οι αλλαγές. Επίσης είναι απλούστερος ο εντοπισμός του ίδιου επιπέδου αλλαγών (δ) με ένα μέγεθος $n=5$ παρά με ένα μέγεθος $n=1$ για κάθε υποομάδα.

1.3.2 Επιλογή του Δειγματικού Διαστήματος και Σχηματισμός Λογικών Υποομάδων

Πόσο συχνά πρέπει να δοκιμάζεται μια διαδικασία, πόσα αντικείμενα πρέπει να δοκιμάζονται κάθε φορά και πώς πρέπει να γίνονται οι δοκιμές; Τρία βασικά ερωτήματα. Το πιο ιδανικό θα ήταν να λαμβάνονται μεγάλα δείγματα, πολύ συχνά, λόγω όμως του κόστους πρέπει να γίνει επιλογή ανάμεσα από μεγάλα δείγματα σε μεγάλα διαστήματα και από μικρά δείγματα σε συχνότερα διαστήματα. Η πλέον βιομηχανική τακτική είναι η επιλογή μικρών δειγμάτων σε σχετικά συχνά διαστήματα.

Αποφάσεις σχετικά με το μέγεθος του δείγματος και με τη συχνότητα των δοκιμών εξαρτώνται από το κόστος καταγραφής μετρήσεων το οποίο μπορεί να είναι φθηνό αλλά και ακριβό και από το κόστος που προκύπτει από την αποτυχία ακύρωσης μιας διαδικασίας που έχει αλλάξει.

Οι αποφάσεις για την συχνότητα των δοκιμών εξαρτώνται και από την εμπειρία που έχει κάποιος με την διαδικασία. Αν κάποιος δεν φοβάται ιδιαίτερα τις ξαφνικές αλλαγές στην διαδικασία μπορεί να κάνει τις δοκιμές ανά μεγάλα χρονικά διαστήματα αν η διαδικασία είναι σχετικά σταθερή ενώ αν είναι ασταθής πρέπει να την παρακολουθεί συχνότερα.

Τα δείγματα πρέπει να λαμβάνονται έτσι ώστε οι μονάδες κάθε δείγματος να σχηματίζουν μια λογική υποομάδα. Μια λογική υποομάδα πρέπει να περιέχει μονάδες οι οποίες έχουν δημιουργηθεί κάτω από σχεδόν ίδιες συνθήκες και να έχει επιλεγεί με την μικρότερη πιθανότητα κάποια από τα μέρη της να επηρεαστούν από κάποιο ειδικό γεγονός. Η μεταβλητότητα ανάμεσα στα στοιχεία μιας υποομάδας μπορεί να αποδοθεί σε παράγοντες σταθερών αιτιών. Λογικές υποομάδες που επιλέγονται για την ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας μέσα στις υποομάδες, προσφέρουν την δυνατότητα να φανούν, στα διαγράμματα ελέγχου, διαφορές μεταξύ των υποομάδων που προκαλούνται από ειδικές αιτίες.

Μια λογική στρατηγική είναι η δημιουργία των υποομάδων ανάλογα με τον χρόνο λόγω των συνήθων αλλαγών των βιομηχανικών συνθηκών εξαιτίας άγνωστων παραγόντων. Υπάρχουν και άλλοι τρόποι συλλογής δεδομένων. Για παράδειγμα έστω ότι γίνεται μια συλλογή δεδομένων σε διαστήματα των 30 λεπτών. Ένας τρόπος είναι η συλλογή παρατηρήσεων κάθε 30 λεπτά και η κατηγοριοποίηση τους σε συνεχείς ενότητες που έχουν παραχθεί σε κοντινό χρόνο. Αυτός ο τρόπος προσφέρει ένα καλό στιγμιότυπο της διαδικασίας σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές και βοηθά στον εντοπισμό αλλαγών στις παραμέτρους της διαδικασίας. Έχει ως αποτέλεσμα την μικρότερη μεταβλητότητα ανάμεσα στα στοιχεία κάθε υποομάδας και την μέγιστη μεταβλητότητα μεταξύ των υποομάδων σε περίπτωση αποδοτέων αιτιών. Η μεταξύ των στοιχείων κάθε υποομάδας μεταβλητότητα είναι ένα μέτρο μόνο της μεταβλητότητας σταθερών αιτιών.

Άλλος τρόπος για τον σχηματισμό υποομάδων είναι η τυχαία δειγματοληψία από όλα τα προϊόντα που παράγονται τα τελευταία 30 λεπτά. Αν η διαδικασία εναλλάσσεται μεταξύ εντός και εκτός ελέγχου, περιοδικά, τότε τα δείγματα που συλλέγονται μπορεί να αντιπροσωπεύουν ένα μείγμα της όλης κατάστασης της διαδικασίας και μπορεί να μην γίνεται αντιληπτή αυτή η εναλλαγή εκτός και εντός ελέγχου.

1.4 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΑΠΟΔΟΤΕΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Τα διαγράμματα που παρουσιάζονται σε αυτή την παράγραφο χρησιμοποιούνται για την παρακολούθηση ορισμένων δεδομένων μιας διαδικασίας τα οποία είναι ικανοποιητικά αν υπάρχουν πολλά απλά προϊόντα όπου κατανέμονται σε ελαττωματικά ή ικανοποιητικά.

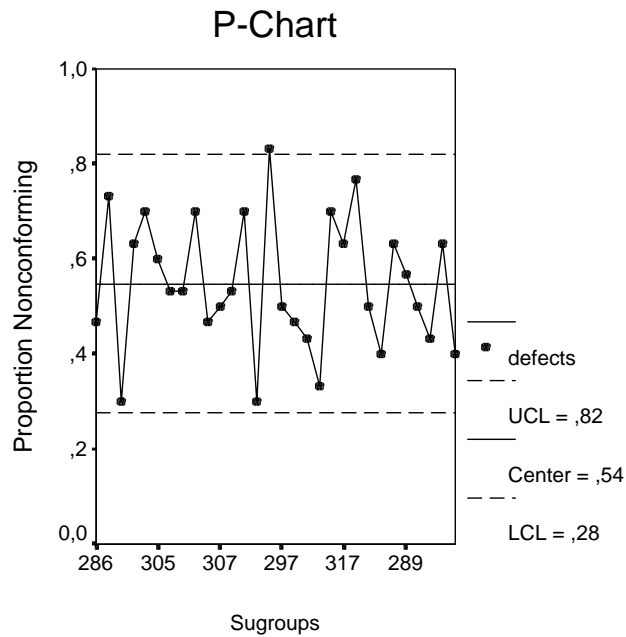
1.4.1 Διαγράμματα Ελέγχου για Αναλογίες Ελαττωματικών: P- και NP- Διαγράμματα

Το διάγραμμα p απεικονίζει τις αναλογίες p_1, p_2, \dots των ελαττωματικών κομματιών από επιτυχείς υποομάδες. Ακολουθεί παράδειγμα με δεδομένα από Farnum (1994): *Modern Statistical Quality Control and Improvement*, p. 242. Στον πίνακα 1.3 παραθέτονται ο αριθμός των δοκιμών και ο αριθμός των ελαττωματικών για 30 ημέρες.

Το διάγραμμα p είναι στο σχήμα 1.4. Η κεντρική γραμμή για το p διάγραμμα είναι ο μέσος των αναλογιών των ελαττωματικών \bar{p} . Από πλήθος 9,155 βρέθηκαν 493 ελαττωματικά. Άρα,

$$CL = \bar{p} = 493/9,155 = 0.054.$$

Τα όρια ελέγχου υπολογίζονται έτσι ώστε, για μια σταθερή διαδικασία, 99.73% των παρατηρούμενων αναλογιών, να βρίσκονται εντός των ορίων ελέγχου. Μια αναλογία που βρίσκεται εκτός των ορίων είναι ένα σπάνιο γεγονός και υποδηλώνει την παρουσία ενός ειδικού γεγονότος. Οι αναλογίες των ελαττωματικών ποικίλουν από υποομάδα σε υποομάδα. Για μια σταθερή διαδικασία με ρυθμό ελαττωματικών \bar{p} , η αναλογία των ελαττωματικών σε δείγμα μεγέθους n_i διαφέρει κατά \bar{p} με τυπική απόκλιση $\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n_i}$.



Σχήμα 1.4 P διάγραμμα

Έτσι τα όρια ελέγχου για μια αναλογία ενός τυχαίου δείγματος n_i παρατηρήσεων, δίνεται από :

$$LCL = \bar{p} - (3)\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

$$UCL = \bar{p} + (3)\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.3

Ημέρα	n	d	Αναλογία(%)
1	286	14	4.90
2	281	22	7.83
3	310	9	2.90
4	313	19	6.07
5	293	21	7.17
6	305	18	5.90
7	322	16	4.97
8	316	16	5.06
9	293	21	7.17
10	287	14	4.88
11	307	15	4.89
12	328	16	4.88
13	296	21	7.09
14	296	9	3.04
15	317	25	7.89
16	297	15	5.05
17	283	14	4.95
18	321	13	4.05
19	317	10	3.15
20	307	21	6.84
21	317	19	5.99
22	323	23	7.12
23	304	15	4.93
24	304	12	3.95
25	324	19	5.86
26	289	17	5.88
27	299	15	5.02
28	318	13	4.09
29	313	19	6.07
30	289	12	4.15
Σύνολο	9155	493	
Μέσος	305.1667		5.408276

Για μικρές διαφορές στα μεγέθη των υποομάδων, τα όρια ελέγχου υπολογίζονται χρησιμοποιώντας το μέσο μέγεθος των υποομάδων. Ο ακόλουθος κανόνας βοηθάει πρακτικά. Χρησιμοποιείται το μέσο μέγεθος υποομάδων \bar{n} δεδομένου ότι το μικρότερο και το μεγαλύτερο μέγεθος n_i διαφέρουν κατά 20-25% το πολύ από το \bar{n} .

Το διάγραμμα np είναι μια μικρή παραλλαγή του διαγράμματος p . Αντί για αναλογίες χρησιμοποιείται ο αριθμός των ελαττωματικών np_i . Για να είναι συγκρίσιμος ο αριθμός των ελαττωματικών με τις διαφορετικές υποομάδες θεωρείται ότι τα μεγέθη των υποομάδων είναι ίδια. Τότε οι τιμές στο διάγραμμα np είναι απλά πολλαπλάσια των τιμών στο διάγραμμα p . Η κεντρική γραμμή και τα όρια ελέγχου για το διάγραμμα np υπολογίζονται πολλαπλασιάζοντας τα αντίστοιχα του διαγράμματος p με το μέγεθος n .

$$CL = n\bar{p}$$

$$LCL = n\bar{p} - (3)\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$UCL = n\bar{p} + (3)\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

1.4.2 Διαγράμματα Ελέγχου για τον Αριθμό των Ελαττωματικών: C- και U- Διαγράμματα

Σε εφαρμογές που υπάρχουν μεγάλα προϊόντα συνήθως η ποιότητα μετράται σε αριθμό ελαττωματικών. Στον στατιστικό ποιοτικό έλεγχο τα ελαττωματικά λέγονται αλλιώς μη-σύμφωνα. Ο πίνακας 1.4 παραθέτει τον αριθμό των ελαττωματικών προϊόντων μιας παραγωγής για διάστημα 30 ημερών.

Σε ένα διάγραμμα c απεικονίζεται ο αριθμός των ελαττωματικών c_1, c_2, \dots . Έστω ότι υπάρχουν k τέτοιες μετρήσεις και ο μέσος τους είναι \bar{c} . Τότε η κεντρική γραμμή και τα όρια ελέγχου είναι:

$$CL = \bar{c}$$

$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

Άρα το \bar{c} είναι η εκτίμηση του μέσου και το $\sqrt{\bar{c}}$ η εκτίμηση της τυπικής απόκλισης.

Το διάγραμμα u είναι μια τροποποίηση του διαγράμματος c στο οποίο το μέγεθος των υποομάδων είναι 1 καθώς υπολογίζεται ο αριθμός των ελαττωμάτων σε ένα προϊόν. Δεν υπάρχει βέβαια κανείς ιδιαίτερος λόγος για να χρησιμοποιούνται μεγέθη του ενός. Αντίθετα μπορούν να ελέγχονται για ελαττώματα παραπάνω από ένα προϊόντα κάθε φορά ώστε να είναι μεγαλύτερη η πιθανότητα να βρεθεί κάποιο ελάττωμα. Επίσης δεν είναι αναγκαίο το μέγεθος των υποομάδων να είναι ακέραιος αριθμός (ένα κομμάτι αλουμινίου). Στο διάγραμμα u παρουσιάζεται ο αριθμός των ελαττωμάτων ανά μονάδα:

$$u_i = c_i / n_i$$

όπου n_i είναι ο αριθμός των μονάδων στο χρόνο i . Η κεντρική γραμμή και τα όρια ελέγχου υπολογίζονται διαιρώντας τις αντίστοιχες τιμές του διαγράμματος c με το n_i .

$$CL = \bar{u}$$

$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\bar{u}/n_i}$$

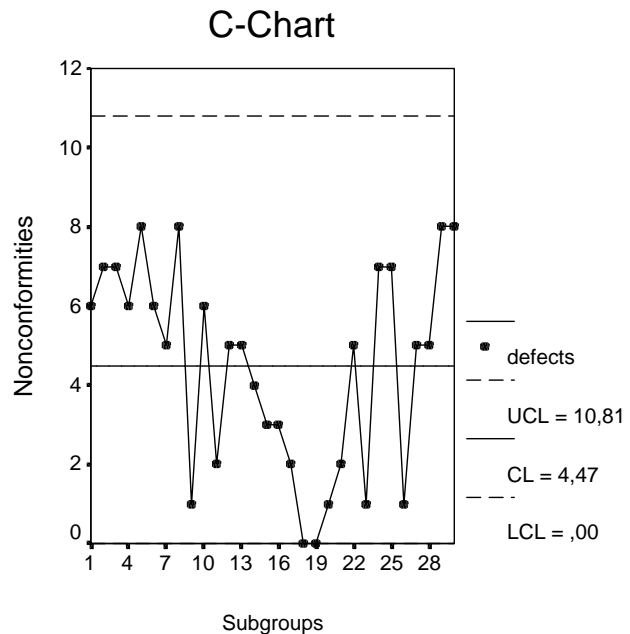
$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}/n_i}$$

Ακολουθεί παράδειγμα με δεδομένα από Farnum (1994): *Modern Statistical Quality Control and Improvement*, p. 248.

Από τα δεδομένα του πίνακα 1.4, ο μέσος είναι $\bar{c} = 4.47$ και τα όρια ελέγχου είναι $UCL = 10.81$ και $LCL = 0$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.4

Ημέρα	Ελαττωμ.
1	6
2	7
3	7
4	6
5	8
6	6
7	5
8	8
9	1
10	6
11	2
12	5
13	5
14	4
15	3
16	3
17	2
18	0
19	0
20	1
21	2
22	5
23	1
24	7
25	7
26	1
27	5
28	5
29	8
30	8



Σχήμα 1.5 C διάγραμμα

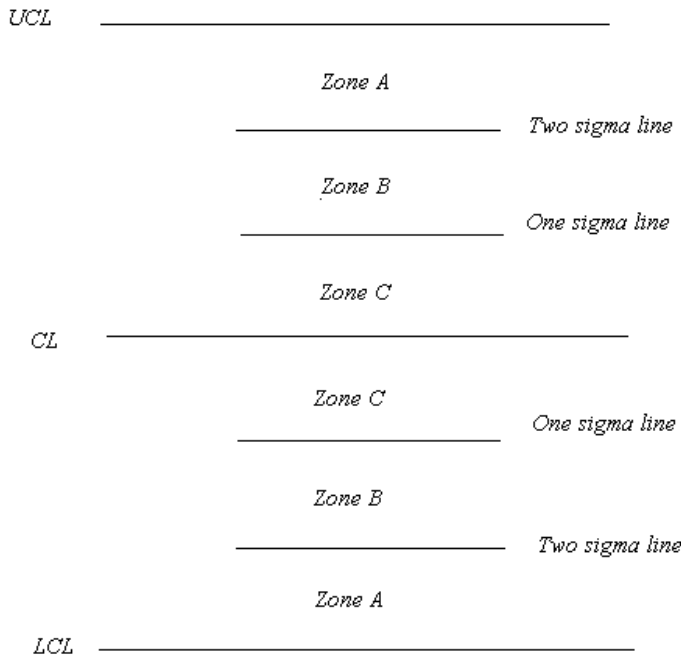
1.5 ΣΥΖΗΤΗΣΗ

1.5.1 Άλλες Εκτός Ελέγχου Συνθήκες

Έως τώρα ο μόνος τρόπος να χαρακτηριστεί μια διαδικασία εκτός ελέγχου ήταν να βρεθεί μια υποομάδα εκτός των ορίων ελέγχου. Υπάρχουν όμως και άλλες περιπτώσεις οι οποίες δεν είναι αναμενόμενες αν οι παρατηρήσεις προέρχονται από μια σταθερή διαδικασία (ενώ όλες οι υποομάδες είναι εντός των ορίων ελέγχου, βρίσκονται μαζεμένες κοντά σε ένα από τα δύο όρια). Τέτοιες μη τυχαίες περιπτώσεις μπορούν να δώσουν λόγο για την απόρριψη της άποψης ότι μια διαδικασία είναι σταθερή.

Έχουν προταθεί διάφοροι κανόνες για την ερμηνεία των διαγραμμάτων ελέγχου. Παρακάτω παρουσιάζεται ένας απλός κανόνας από το Western Electric Company *Statistical Quality Control Handbook* (1956) και από την εργασία του Andrew C. Palm στο *Journal of Quality Technology*, Vol. 22,

1990, pages 289-298, διαιρώντας την περιοχή ανάμεσα στα όρια ελέγχου και στην κεντρική γραμμή σε έξι ίσες ζώνες, όπως στο σχήμα 1.6.



Σχήμα 1.6 Διάρθρωση της περιοχής μεταξύ των ορίων ελέγχου σε έξι ίσες ζώνες.

Μια διαδικασία θεωρείται εκτός στατιστικού ελέγχου αν συμβαίνουν οι παρακάτω καταστάσεις :

- Κατάσταση 1:** Ένα μόνο στατιστικό βρίσκεται έξω από τα όρια ελέγχου (πάνω από την ζώνη A).
- Κατάσταση 2:** Τουλάχιστον δύο από τρία επιτυχή στατιστικά βρίσκονται στην ίδια μεριά της κεντρικής γραμμής και είναι έξω από τα 2σ όρια (από την ζώνη A και έξω).
- Κατάσταση 3:** Τουλάχιστον τέσσερα από πέντε επιτυχή στατιστικά βρίσκονται στην ίδια μεριά της κεντρικής γραμμής και είναι έξω από τα 1σ όρια (από την ζώνη B και έξω).
- Κατάσταση 4:** Τουλάχιστον οκτώ επιτυχή στατιστικά βρίσκονται στην ίδια μεριά της κεντρικής γραμμής.

Υπάρχουν και άλλες καταστάσεις κατά τις οποίες μια διαδικασία δεν είναι σταθερή. Παρακάτω δεν έχει σημασία αν ένα στατιστικό βρίσκεται σε ζώνη κάτω ή πάνω από την κεντρική γραμμή. Έτσι η έκφραση «σημεία στη ζώνη C» σημαίνει σημεία στην ζώνη C, πάνω ή κάτω από την κεντρική γραμμή.

- Κατάσταση 5:** Τουλάχιστον 15 συνεχόμενες παρατηρήσεις βρίσκονται μέσα στη ζώνη C. Αυτό αποκαλείται «αγκαλιά στην κεντρική γραμμή».
- Κατάσταση 6:** Τουλάχιστον 8 συνεχόμενες παρατηρήσεις βρίσκονται έξω από τη ζώνη C. Αυτό είναι μια μικτή κατάσταση όπου γίνονται δοκιμές από περισσότερες από μία διαδικασίες.
- Κατάσταση 7:** Μια μεγάλη καταγραφή όπου στατιστικά εναλλάσσονται πάνω και κάτω.
- Κατάσταση 8:** Τάσεις που προσδιορίζονται από μία αυξανόμενη ή μειούμενη σειρά από συνεχόμενα στατιστικά.

1.5.2 Σταθερότητα Διαδικασίας και Ικανότητα Διαδικασίας

Ο ορισμός του στατιστικού ελέγχου δεν αναφέρει τις απαιτήσεις για το προϊόν. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί μια διαδικασία να βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο αλλά τα παραγόμενα προϊόντα να μην ικανοποιούν τις προκαθορισμένες απαιτήσεις. Βέβαια είναι πιθανό μια διαδικασία να μην βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο αλλά τα παραγόμενα προϊόντα να ικανοποιούν τις προκαθορισμένες απαιτήσεις. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν υπάρχει ανοχή για τα προϊόντα. Συνήθως όταν τα προϊόντα ικανοποιούν τις απαιτήσεις, δεν υπάρχει ανησυχία για την σταθερότητα της διαδικασίας. Αλλά αυτό μπορεί να είναι λάθος. Το γεγονός ότι μια διαδικασία δεν βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο σημαίνει ότι υπάρχει κάποιος εξωτερικός παράγοντας που προκαλεί μεταβλητότητα και δεν είναι σίγουρο ότι τα επόμενα προϊόντα που θα παραχθούν θα ικανοποιούν τις απαιτήσεις. Τα διαγράμματα ελέγχου και τα όρια ελέγχου τους δεν έχουν σχέση με τον στόχο της διαδικασίας και με τις απαιτήσεις που έχουν οριστεί από τον καταναλωτή.

1.5.3 Επιτήρηση Διαδικασίας

Αν βρεθεί κάποια υποομάδα η οποία είναι εκτός των ορίων ελέγχου και αν μπορεί να προσδιοριστεί η αιτία και να αποφευχθεί, τότε προτείνεται να υπολογισθούν ξανά τα όρια ελέγχου χωρίς την υποομάδα παρατηρήσεων που βρέθηκε εκτός ελέγχου. Έτσι τα όρια ελέγχου γίνονται πιο «σφιχτά» και είναι ευκολότερος ο εντοπισμός ασυνήθιστων παρατηρήσεων. Αν όμως δεν μπορεί να βρεθεί και να εξαλειφθεί η αιτία ενός ειδικού γεγονότος, τότε δεν πρέπει να υπολογισθούν ξανά τα όρια ελέγχου και αυτό σημαίνει ότι το ειδικό γεγονός θα είναι κομμάτι της διαδικασίας και στο μέλλον.

Οι παραπάνω ενέργειες μπορούν να πραγματοποιηθούν σε μια καινούρια διαδικασία η οποία δεν βρίσκεται ακόμα σε στατιστικό έλεγχο. Η συστηματική αφαίρεση ειδικών επιπτώσεων από το σύστημα και ο νέος υπολογισμός των ορίων ελέγχου κάθε φορά που εντοπίζεται ένα ειδικό γεγονός, βελτιώνει την μεταβλητότητα της διαδικασίας.

Για καλά ορισμένες διαδικασίες που βρίσκονται ήδη σε στατιστικό έλεγχο, οι παραπάνω ενέργειες μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν όργανα επιτήρησης. Μόλις ορισθούν τα όρια ελέγχου για ένα σταθερό σύστημα, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αρκετό καιρό. Παρόλα αυτά καλό είναι να υπολογίζονται ξανά περιοδικά.

1.6 ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ ΓΙΑ ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΣΥΝΕΧΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Τα διαγράμματα μεταβλητών που περιγράφονται σε αυτό το κεφάλαιο βασίζονται σε πληροφορίες υποομάδων. Το διάγραμμα \bar{x} -bar, για παράδειγμα, απεικονίζει μέσους των υποομάδων και τα όρια ελέγχου του υπολογίζονται από τις τυπικές αποκλίσεις μέσα στις υποομάδες. Παρόλα αυτά, υπάρχουν περιπτώσεις που λαμβάνεται μόνο μία παρατήρηση σε κάθε υποομάδα και όπου στο διάγραμμα απεικονίζονται ατομικές παρατηρήσεις. Τέτοια διαγράμματα λέγονται \bar{x} διαγράμματα.

Αθροιστικά (CUSUM) διαγράμματα, διαγράμματα εκθετικά σταθμισμένου κινητού μέσου (EWMA) και πολυμεταβλητά διαγράμματα ελέγχου είναι άλλες διαγραμματικές τεχνικές που είναι χρήσιμες. Αντί να απεικονίζονται στα διαγράμματα δειγματικοί μέσοι και να βασίζεται η απόφαση μόνο στον τελευταίο καταγεγραμμένο μέσο, μπορούν να απεικονίζονται ένας αθροιστικός ή ένας σταθμισμένος μέσος προηγούμενων δειγματικών στατιστικών.

1.6.1 Διαγράμματα Ελέγχου για Ατομικές Μετρήσεις

Ένα διάγραμμα ατομικών παρατηρήσεων είναι ιδανικό για περιπτώσεις όπου ο ρυθμός παραγωγής είναι πολύ αργός και όπου θέλει χρόνο για να συσσωρευτεί παραπάνω από μία ενότητα πριν από την ανάλυση. Ακόμα, χρησιμοποιείται και στις περιπτώσεις που είναι δυνατό να αναλυθεί κάθε παρατήρηση. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθούν και σε περιπτώσεις όπου οι υποομάδες περιλαμβάνονται από διαδοχικές μετρήσεις αλλά με μεταβλητότητα μεταξύ των παρατηρήσεων η οποία υποεκτιμά την μεταβλητότητα σταθερών αιτιών.

Τα όρια ελέγχου των x διαγραμμάτων υπολογίζονται ως εξής: βρίσκοντας τον μέσο των τυπικών αποκλίσεων των υποομάδων που οι παρατηρήσεις τους βρίσκονται στον ίδιο χρόνο. Κάθε τυπική απόκλιση υποομάδας μετρά την μεταβλητότητα γύρω από το τοπικό επίπεδο υποομάδας. Με δειγματικές πληροφορίες για κάθε χρονική περίοδο, είναι δυνατός ο διαχωρισμός της μεταβλητότητας από τις αλλαγές των επιπέδων. Παρόλα αυτά εάν δεν υπάρχουν πληροφορίες για τις υποομάδες είναι δύσκολο να υπολογισθεί μια ανεξάρτητη εκτιμήτρια της μεταβλητότητας της διαδικασίας. Για μία και μοναδική παρατήρηση δεν μπορεί να υπολογισθεί εκτιμήτρια και για το επίπεδο και για την μεταβλητότητα.

Για την παρακολούθηση της σταθερότητας ατομικών παρατηρήσεων συχνά υπολογίζονται κινητά εύρη θεωρώντας διαφορές στις παρακείμενες παρατηρήσεις. Το κινητό εύρος ορίζεται ως $MR_i = |x_i - x_{i-1}|$ δηλαδή η απόλυτη τιμή της διαφοράς δύο παρακείμενων παρατηρήσεων. Από τις k ατομικές παρατηρήσεις υπολογίζονται $k - 1$ κινητά εύρη :

$$MR_2 = |x_2 - x_1|, MR_3 = |x_3 - x_2|, \dots, MR_k = |x_k - x_{k-1}|.$$

Ένα διάγραμμα κινητού εύρους είναι μια χρονοσειρά των MR_2, MR_3, \dots, MR_k και απεικονίζει την σταθερότητα της μεταβλητότητας στο χρόνο αλλά μόνο για δείγματα μεγέθους $n=2$. Έτσι χρησιμοποιούνται οι σταθερές $D_3=0$ και $D_4=3.267$ για τον υπολογισμό των ορίων ελέγχου. Η κεντρική γραμμή και τα όρια ελέγχου δίνονται από τους τύπους:

$$\begin{aligned} CL &= \overline{MR} \\ LCL &= (0)\overline{MR} \\ UCL &= (3.267)\overline{MR} \end{aligned}$$

Με μία και μοναδική παρατήρηση για κάθε χρονική περίοδο δεν είναι δυνατή η εκτίμηση της μεταβλητότητας χωρίς μια πρόσθετη υπόθεση ότι τα επίπεδα των παρακείμενων παρατηρήσεων δεν έχουν αλλάξει. Άρα, η διαφορά των δύο παρατηρήσεων λαμβάνεται ως ένα μέτρο της μεταβλητότητας της διαδικασίας. Μια άλλη δυσκολία στην ερμηνεία του διαγράμματος είναι το γεγονός ότι τα κινητά εύρη προέρχονται από δείγματα που συμπίπτουν και έτσι δεν είναι ανεξάρτητα (κάθε μέτρηση εισάγεται στον υπολογισμό δύο κινητών εύρων).

Η ερμηνεία του διαγράμματος κινητού εύρους θα πρέπει να γίνεται σε συνδυασμό με το διάγραμμα ατομικών παρατηρήσεων (διάγραμμα x). Η κεντρική γραμμή στο διάγραμμα x είναι ο μέσος των παρατηρήσεων \bar{x} . Ο μέσος των κινητών εύρων \overline{MR} χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των ορίων ελέγχου. Επίσης η δειγματική κατανομή εύρους που είναι υπολογισμένη από n παρατηρήσεις που προέρχονται από κανονική κατανομή με μέσο μ και τυπική απόκλιση σ έχει κέντρο το $d_2\sigma$. Οι τιμές της σταθεράς d_2 που εξαρτώνται από το μέγεθος n κάθε υποομάδας δίνονται στον πίνακα ΙΠ στο παράρτημα του κεφαλαίου. Για $n=2$ $d_2=1.128$. Ο μέσος των κινητών εύρων \overline{MR} εκτιμάται από 1.128σ και έτσι το $\overline{MR}/1.128$ είναι μια εκτίμηση της τυπικής απόκλισης της διαδικασίας, σ . Τα όρια ελέγχου για τα διαγράμματα ατομικών παρατηρήσεων δίνονται από :

$$LCL = \bar{x} - (3)(\overline{MR}/1.128)$$

$$UCL = \bar{x} + (3)(\overline{MR}/1.128)$$

Θεωρείται ότι υπάρχει κανονικότητα.

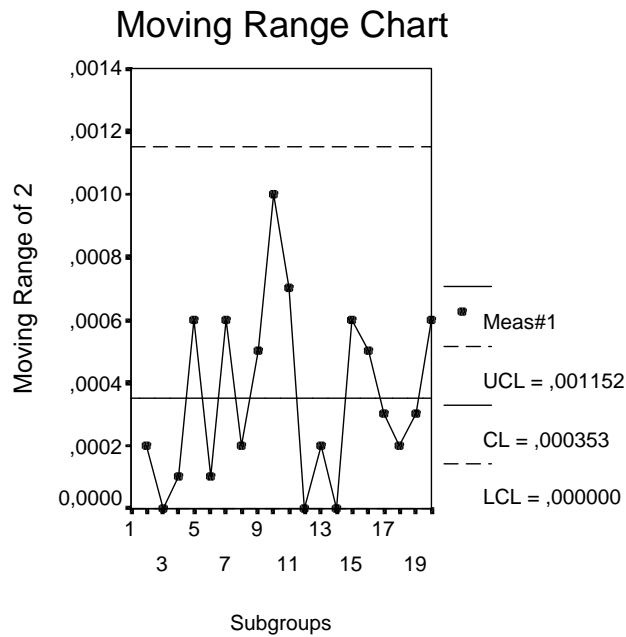
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Από τα δεδομένα του πίνακα 1.1. παίρνοντας την πρώτη μέτρηση και βρίσκοντας το κινητό εύρος προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

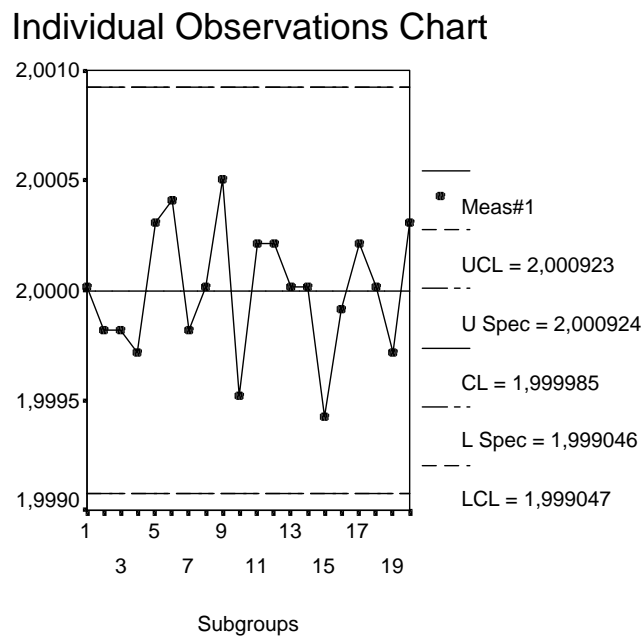
ΠΙΝΑΚΑΣ 1.5 Διάμετροι μηχανών

Μηχανή	Μέτρηση 1	MR
1	2.0000	0,0002
2	1.9998	0.0000
3	1.9998	0.0001
4	1.9997	0.0006
5	2.0003	0.0001
6	2.0004	0.0006
7	1.9998	0.0002
8	2.0000	0.0005
9	2.0005	0.001
10	1.9995	0.0007
11	2.0002	0.0000
12	2.0002	0.0002
13	2.0000	0.0000
14	2.0000	0.0006
15	1.9994	0.0005
16	1.9999	0.0003
17	2.0002	0.0002
18	2.0000	0.0003
19	1.9997	0.0006
20	2.0003	
Μέσος	1.999985	0.00035263

Από αυτά τα δεδομένα προκύπτουν το διάγραμμα κινητού εύρους (Σχήμα 1.7a) και το διάγραμμα ατομικών παρατηρήσεων (Σχήμα 1.7b).



Σχήμα 1.7a Διάγραμμα Κινητού Εύρους



Σχήμα 1.7b Διάγραμμα Ατομικών Παρατηρήσεων

Όπως φαίνεται και από τα διαγράμματα, καμία τιμή δεν είναι έξω από τα όρια ελέγχου.

1.6.2 Διαγράμματα Εκθετικά Σταθμισμένων Κινητών Μέσων

Το αθροιστικό (CUSUM) διάγραμμα αθροίζει τις αποκλίσεις των παρατηρήσεων από την κεντρική γραμμή ενώ το διάγραμμα εκθετικά σταθμισμένου κινητού μέσου (EWMA) δίνει μεγαλύτερο βάρος στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις και λιγότερο στις προηγούμενες. Μιλάμε για εκθετικά σταθμισμένο κινητό μέσο, εάν τα βάρη που δίνονται στις παρατηρήσεις μειώνονται γεωμετρικά με την ηλικία των παρατηρήσεων. Ενώ τα διαγράμματα x είναι καλά για τον εντοπισμό μεγάλων αλλαγών, καθυστερούν να εντοπίσουν μικρές αλλαγές κάτι που το κάνουν τα CUSUM και EWMA διαγράμματα.

Έστω ατομικές μετρήσεις x_i οι οποίες είναι διαθέσιμες συνεχώς. Ο εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος δίνεται από

$$EWMA_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)EWMA_{i-1}$$

Αρχικά $EWMA_0 = \mu_0$, όπου μ_0 είναι το υπό-έλεγχο επίπεδο της διαδικασίας (για τον υπολογισμό του μπορούν να χρησιμοποιηθούν παρελθόντα δεδομένα). Ο εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος μπορεί να εκφραστεί και σαν ένας γραμμικός συνδυασμός παρόντων και παρελθόντων παρατηρήσεων :

$$\begin{aligned} EWMA_1 &= \lambda x_1 + (1 - \lambda)EWMA_0 \\ EWMA_2 &= \lambda x_2 + (1 - \lambda)EWMA_1 = \lambda x_2 + (1 - \lambda)[\lambda x_1 + (1 - \lambda)EWMA_0] \\ &= \lambda x_2 + \lambda(1 - \lambda)x_1 + (1 - \lambda)^2 EWMA_0 \end{aligned}$$

και γενικά,

$$\begin{aligned} EWMA_i &= \lambda x_i + (1 - \lambda)EWMA_{i-1} = \dots \\ &= \lambda x_i + \lambda(1 - \lambda)x_{i-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 x_{i-2} + \dots + \lambda(1 - \lambda)^{i-1} x_1 + (1 - \lambda)^i EWMA_0 \end{aligned}$$

Η σταθερά λ λέγεται *σταθερά ομαλότητας* και είναι $0 < \lambda \leq 1$. Αφού το $1 - \lambda$ είναι μικρότερο του 1 τα βάρη που δίνονται σε παρελθούσες παρατηρήσεις μειώνονται γεωμετρικά με την ηλικία των παρατηρήσεων. Αν το λ είναι 1 τότε μόνο η πιο πρόσφατη παρατήρηση ενσωματώνεται στο EWMA σήμα ($EWMA_i = x_i$). Αν το λ είναι πολύ μικρό τότε τα βάρη μειώνονται αλλά πολύ αργά και το EWMA σήμα είναι περίπου ένας μέσος όλων των προηγούμενων παρατηρήσεων και ο εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος μοιάζει περισσότερο στο αθροιστικό άθροισμα.

Η τυπική απόκλιση του εκθετικά σταθμισμένου κινητού μέσου δίνεται από

$$\begin{aligned} StdDev(EWMA_i) &= \{[\lambda\sigma]^2 + [\lambda(1 - \lambda)\sigma]^2 + [\lambda(1 - \lambda)^2\sigma]^2 + \dots + [\lambda(1 - \lambda)^{i-1}\sigma]^2\}^{1/2} \\ &= \sigma\lambda\{1 + (1 - \lambda)^2 + (1 - \lambda)^4 + \dots + (1 - \lambda)^{2(i-1)}\}^{1/2} \end{aligned}$$

Απλούστερα,

$$StdDev(EWMA_i) = \sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \sqrt{1 - (1 - \lambda)^{2i}}$$

Τα όρια ελέγχου στο διάγραμμα εκθετικά σταθμισμένου κινητού μέσου δίνονται από :

$$LCL = \mu_0 - 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \sqrt{1-(1-\lambda)^{2i}}$$

$$UCL = \mu_0 + 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \sqrt{1-(1-\lambda)^{2i}}$$

Αν το i γίνει πολύ μεγάλο, τότε ο τελευταίος όρος $\sqrt{1-(1-\lambda)^{2i}}$ πλησιάζει το 1 και έτσι τα όρια ελέγχου δίνονται από τους τύπους :

$$LCL = \mu_0 - 3\sigma[\lambda/(2-\lambda)]^{1/2}$$

$$UCL = \mu_0 + 3\sigma[\lambda/(2-\lambda)]^{1/2}$$

Σε περίπτωση ατομικών παρατηρήσεων εκτιμάται το μ_0 από τον μέσο \bar{x} και το σ από την δειγματική τυπική απόκλιση s ή από το $\overline{MR}/1.128$. Αν το σήμα του εκθετικά σταθμισμένου κινητού μέσου περιέχει μέσους υποομάδων τότε το μ_0 εκτιμάται από τον μέσο $\bar{\bar{x}}$ και η τυπική απόκλιση των μέσων των υποομάδων από το $(A_3\bar{s})/3$ ή από το $(A_2\bar{R})/3$.

Πολύ καλές τιμές για το λ είναι ανάμεσα στο 0.1 και το 0.2 διευκολύνοντας τον εντοπισμό σχετικά μικρών αλλαγών επιπέδων μέσα σε μικρό χρονικό διάστημα.

1.7 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Πίνακας 1Π Σταθερές για Επιλεγμένα Γραφήματα Ελέγχου

Υποομάδα	Διάγραμμα Μέσου		Διάγραμμα	Τυπ.Απ.	Διάγραμμα	Εύρους	
	Χρήση \bar{s}	Χρήση \bar{R}				Β ₃	D ₃
n	A ₃	A ₂	B ₃	B ₄	D ₃	D ₄	d ₂
2	2.659	1.880	0.000	3.267	0.000	3.267	1.128
3	1.954	1.023	0.000	2.568	0.000	2.575	1.693
4	1.628	0.729	0.000	2.266	0.000	2.282	2.059
5	1.427	0.577	0.000	2.089	0.000	2.115	2.326
6	1.287	0.483	0.030	1.970	0.000	2.004	2.534
7	1.182	0.419	0.118	1.882	0.076	1.924	2.704
8	1.099	0.373	0.185	1.815	0.136	1.864	2.847
9	1.032	0.337	0.239	1.761	0.184	1.816	2.970
10	0.975	0.308	0.284	1.716	0.223	1.777	3.078
11	0.927	0.285	0.321	1.679	0.256	1.744	3.173
12	0.886	0.266	0.354	1.646	0.283	1.717	3.258
13	0.850	0.249	0.382	1.618	0.307	1.693	3.336
14	0.817	0.235	0.406	1.594	0.328	1.672	3.407
15	0.789	0.223	0.428	1.572	0.347	1.653	3.472
16	0.763	0.212	0.448	1.552	0.363	1.637	3.532
17	0.739	0.203	0.466	1.534	0.378	1.622	3.588
18	0.718	0.194	0.482	1.518	0.391	1.608	3.640
19	0.698	0.187	0.497	1.503	0.403	1.597	3.689
20	0.680	0.180	0.510	1.490	0.414	1.586	3.735

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΠΡΟΕΛΕΓΧΟΣ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μια διαδικασία πρέπει να ελέγχεται κατά πόσο είναι ικανή να παράγει προϊόντα που ικανοποιούν τις απαιτούμενες προδιαγραφές. Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται διάφορα μέτρα ικανότητας μιας διαδικασίας όπως και το διάγραμμα προελέγχου το οποίο ελέγχει την ικανότητα μιας διαδικασίας στη διάρκεια του χρόνου κάτω από ορισμένες συνθήκες.

Τυπικά ο πελάτης ζητάει να ικανοποιούνται συγκεκριμένες προδιαγραφές των προϊόντων. Αυτές οι προδιαγραφές δίνονται συνήθως ορίζοντας, την τιμή στόχο (T_g) και από ένα άνω και ένα κάτω όριο προδιαγραφών (USL, LSL). Αυτά λέγονται «τύχες» ή «ανοχές» του προϊόντος και ορίζονται μεταφράζοντας τις προδιαγραφές του πελάτη σε προδιαγραφές του προϊόντος. Αφού ορίζονται τα όρια, παρακολουθείται η διαδικασία παραγωγής. Αν τα προϊόντα ικανοποιούν τις προδιαγραφές τότε λέγεται ότι η διαδικασία είναι ικανή να παράγει με τις δοσμένες προδιαγραφές.

Παρακάτω παρουσιάζονται διάφοροι δείκτες ικανότητας μιας διαδικασίας. Εξετάζεται η σημαντικότητά τους, η δυνατότητα εφαρμογής τους καθώς και τα ελαττώματά τους. Αυτά τα μέτρα ικανότητας εκφράζονται σε όρους των ορίων προδιαγραφών και των χαρακτηριστικών της διαδικασίας. Εκτιμώνται λαμβάνοντας δείγματα από την υπό μελέτη διαδικασία και αντικαθιστώντας τα χαρακτηριστικά της διαδικασίας με τις δειγματικές εκτιμήσεις τους.

Ο απλούστερος τρόπος για τον έλεγχο της προσαρμοστικότητας είναι η κατασκευή ενός διαγράμματος σημείων ή ενός ιστογράμματος (για πολλά δεδομένα). Τα όρια προδιαγραφών και η τιμή στόχος προστίθενται στο διάγραμμα και η αναλογία των τιμών που είναι έξω από τα όρια υπολογίζεται εύκολα. Φυσικά καμία τιμή δεν πρέπει να είναι εκτός των ορίων.

2.2 ΔΕΙΚΤΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Τα διαγράμματα σημείων και τα ιστογράμματα είναι διαφωτιστικά και συστήνεται η χρήση τους καθώς δείχνουν γραφικά την ικανότητα. Παρόλα αυτά είναι συχνός ο υπολογισμός διαφόρων δεικτών ικανότητας των διαδικασιών και πολλές εταιρείες απαιτούν από τους προμηθευτές τους να χρησιμοποιούν αυτούς τους δείκτες.

2.2.1 Ο C_p Δείκτης Ικανότητας

Ο δείκτης ικανότητας C_p χρησιμοποιείται συχνά και δίνεται από:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{\text{Allowable Spread}}{\text{Actual Spread}}$$

Το LSL και το USL είναι τα κάτω και άνω όρια προδιαγραφών και το σ είναι η τυπική απόκλιση της διαδικασίας. Προς το παρόν τα χαρακτηριστικά της διαδικασίας θεωρούνται γνωστά.

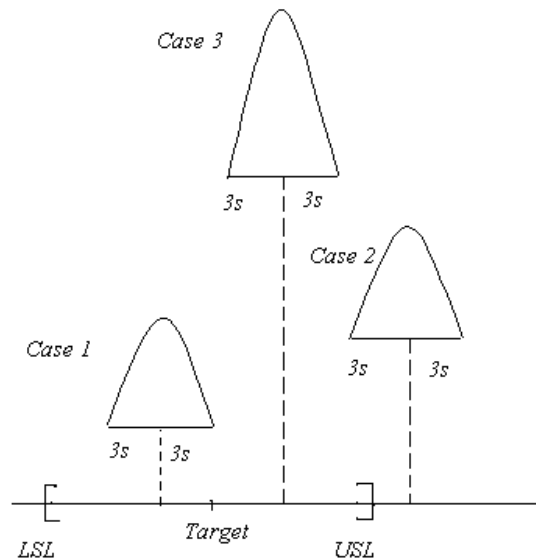
Για τις περισσότερες κατανομές, το διάστημα $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ καλύπτει σχεδόν όλη την κατανομή (99.73%, αν είναι κανονική κατανομή). Έτσι ένα διάστημα μήκους 6σ είναι ένα μέτρο της πραγματικής έκτασης της διαδικασίας. Η διαφορά USL-LSL είναι η πραγματική έκταση της διαδικασίας

και ο C_p σχετίζει την πραγματική έκταση της διαδικασίας με την επιτρεπτή έκταση. Για ικανές διαδικασίες αναμένεται η πραγματική έκταση της διαδικασίας να είναι μικρότερη από την επιτρεπτή έκταση και ο C_p να είναι μεγαλύτερος του 1. Μεγάλες τιμές του C_p υποδεικνύουν ότι η μεταβλητότητα της διαδικασίας είναι μικρή σε σύγκριση με το μήκος του διαστήματος προδιαγραφών. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δείκτη τόσο καλύτερα. Για κανονικές κατανομές που έχουν κέντρο την τιμή στόχο, $C_p = 1$ ανταποκρίνεται σε 0.27% ελαττωματικά. Πολλές εταιρείες απαιτούν ο C_p να είναι τουλάχιστον 1.33 (δηλαδή όχι περισσότερα από 63 ελαττωματικά ανά εκατομμύριο) ή 1.5 (δηλαδή 7 ελαττωματικά ανά εκατομμύριο) ή ακόμα και 2 (δηλαδή όχι περισσότερα από 0.1 ελαττωματικά ανά εκατομμύριο).

Η εκτίμηση αυτού του δείκτη ικανότητας υπολογίζεται αν αντικατασταθεί η τυπική απόκλιση της διαδικασίας σ με την εκτίμησή της s η οποία υπολογίζεται από περασμένα δεδομένα της διαδικασίας. Ο (δειγματικός) εκτιμητής του C_p δίνεται από

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6s}$$

Προβλήματα με τον δείκτη Ικανότητας C_p : Ο δείκτης C_p προσφέρει μια καλή εκτίμηση της ικανότητας όταν η διαδικασία βρίσκεται σε στόχο, όπως στην περίπτωση 1 στο σχήμα 2.1. Παρόλα αυτά, μπορεί να είναι πολύ παραπλανητικός όταν η διαδικασία βρίσκεται εκτός στόχου όπως στην περίπτωση 2 όπου τα ελαττωματικά προϊόντα είναι πολύ περισσότερα από τα αποδεκτά. Η πραγματική έκταση της διαδικασίας, 6σ , είναι μικρή σε σύγκριση με την αποδεκτή έκταση. Η τιμή του C_p είναι απατηλά μεγάλη, παρά το γεγονός ότι η διαδικασία δεν είναι ικανή να ικανοποιήσει τις απαιτούμενες προδιαγραφές. Επειδή ο C_p δεν κάνει κάποια αναφορά στην τιμή στόχο δεν προτείνεται η χρήση του.



Σχήμα 2.1 Αναπαράσταση προβλημάτων με τον C_p .

2.2.2 Ο C_{pk} Δείκτης Ικανότητας

Διαδικασίες με μικρή μεταβλητότητα αλλά πολύ μακριά από τον στόχο, ήταν η αφορμή για την δημιουργία διαφόρων δεικτών παρόμοιων με τον C_p . Αυτοί οι δείκτες περιλαμβάνουν την μεταβλητότητα της διαδικασίας καθώς και τον μέσο της διαδικασίας και την τυπική του απόκλιση από την τιμή-στόχο. Ένας από αυτούς είναι ο δείκτης ικανότητας C_{pk} , που δίνεται από

$$C_{pk} = \text{minimum} \left\{ \frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right\}.$$

Ο C_{pk} σχετίζει τις αποστάσεις μεταξύ κάθε ορίου προσδιορισμού και του μέσου της διαδικασίας με τρεις τυπικές αποκλίσεις. Για ικανές διαδικασίες αναμένεται η διαφορά του άνω ορίου και του μέσου να είναι τουλάχιστον τρεις τυπικές αποκλίσεις. Θεωρείται το ίδιο για την διαφορά μεταξύ του μέσου και του κάτω ορίου. Έτσι αναμένεται η μικρότερη από αυτές τις δύο διαφορές να είναι μεγαλύτερη από 3σ . Ένας δείκτης C_{pk} με τιμή μικρότερη από 1.00 ή 1.33 δίνει μια ένδειξη ότι η διαδικασία αποτυγχάνει να ικανοποιήσει τις απαιτούμενες προδιαγραφές.

Ο C_{pk} είναι ένα πολύ καλύτερο μέτρο από τον C_p .

Πρακτικά πρέπει να αντικατασταθούν τα χαρακτηριστικά της διαδικασίας με τις εκτιμήσεις τους. Η εκτίμηση του δείκτη ικανότητας C_{pk} δίνεται από

$$\hat{C}_{pk} = \text{minimum} \left\{ \frac{USL - \bar{x}}{3s}, \frac{\bar{x} - LSL}{3s} \right\},$$

όπου \bar{x} και s οι εκτιμήσεις των μ και σ .

2.2.3 Ο C_{pm} Δείκτης Ικανότητας

Ο C_{pm} δείκτης ικανότητας ορίζεται ως

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sigma^*}.$$

Είναι παρόμοιος με τον C_p εκτός ότι το σ^* μετρά την μεταβλητότητα των μετρήσεων της διαδικασίας γύρω από τον στόχο T_g , και γύρω από τον μέσο της διαδικασίας μ . Η απόσταση μιας μέτρησης X από τον στόχο T_g γράφεται ως $(X - T_g) = (X - \mu) + (\mu - T_g)$. Μπορεί να ερμηνευθεί ως το άθροισμα της απόστασης της παρατήρησης από τον μέσο διαδικασίας και της απόστασης του μέσου διαδικασίας από τον στόχο. Η δεύτερη συνιστώσα αναφέρεται ως μεροληψία. Ισχύει ότι

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T_g)^2}.$$

Άρα

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T_g)^2}} = \frac{USL - LSL}{6\sigma\sqrt{1 + (\mu - T_g)^2/\sigma^2}} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + (\mu - T_g)^2/\sigma^2}}$$

Για διαδικασίες σε στόχο με $\mu = T_g$, ο C_{pm} μειώνεται σε C_p . Αν ο μέσος μ είναι διαφορετικός από τον στόχο τότε ο παρονομαστής του C_{pm} αυξάνεται και ο δείκτης μειώνεται.

Με δείγμα n παρατηρήσεων, εκτιμάται ο C_{pm} από τον παραπάνω τύπο αντικαθιστώντας το σ^* με τον δειγματικό εκτιμητή του $s^* = \sqrt{\sum (x_i - T_g)^2 / (n - 1)}$. Εναλλακτικά ο C_{pm} εκτιμάται από

$$\hat{C}_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{s^2 + (\bar{x} - T_g)^2}}$$

2.2.4 Αναλογία Ικανότητας και (Στόχος)Target-Z

Πολλές εταιρείες χρησιμοποιούν τον αντίστροφο του C_p ,

$$CR = \frac{1}{C_p} = \frac{\text{Actual Spread}}{\text{Allowable Spread}}$$

Αυτό το μέτρο λέγεται αναλογία ικανότητας. Αν πολλαπλασιαστεί με 100, αντιπροσωπεύει την αναλογία της επιτρεπτής έκτασης που δίνεται από την πραγματική έκταση της διαδικασίας. Μικρές τιμές του CR είναι καλές. Η Procter & Gamble απαιτεί το CR να είναι μικρότερο από 0.75.

Πρέπει να συμπληρώνεται από ένα μέτρο που δείχνει αν ο μέσος είναι κοντά στο στόχο.

$$\text{Target} - Z = \frac{T_g - \mu}{\sigma}$$

είναι ένα τέτοιο μέτρο. Είναι η κανονικοποιημένη διαφορά μεταξύ της τιμής στόχος T_g και του μέσου μ της διαδικασίας. Η Procter & Gamble απαιτεί το Target - Z να είναι μεταξύ -0.5 και 0.5 δηλαδή ο μέσος να είναι μέσα στο ένα μισό μιας τυπικής απόκλισης του στόχου. Εκτιμάται από δειγματικά δεδομένα αντικαθιστώντας το μ και το σ με το δειγματικό μέσο και την δειγματική τυπική απόκλιση αντίστοιχα.

Η περίπτωση 3, στο σχήμα 2.1, παρουσιάζει μια διαδικασία που οδηγεί σε αποδεκτούς C_p και C_{pk} δείκτες αλλά αποτυγχάνει να ικανοποιήσει τις προϋποθέσεις για τον Target - Z.

2.2.5 Η Ιδέα των Έξι Σίγμα της Motorola

Η Motorola σύστησε την ιδέα των έξι σίγμα σαν έναν στατιστικό τρόπο μέτρησης της ποιότητας. Η Motorola μετρά τον ρυθμό αποτυχιών της σε κομμάτια ανά εκατομμύριο (ppm) και έτσι ο στόχος της με βάση την νέα ιδέα είναι ένα επίπεδο ελαττωματικών 3.4 ppm.

Η Motorola απαιτεί οι διαδικασίες της να βρίσκονται σε στόχο και τα όρια προδιαγραφών να είναι τουλάχιστον έξι σίγμα μακριά από τον στόχο. Αυτή η απαίτηση οδηγεί σε δείκτη ικανότητας C_p γύρω στο 2.0 (το οποίο θεωρείται πολύ καλό).

Επειδή είναι δύσκολο η διαδικασία να βρίσκεται συνεχώς σε στόχο, η Motorola επιτρέπει ένα περιθώριο της τάξης του 1.5 σίγμα γύρω από τον στόχο. Με στόχο τα έξι σίγμα και υποθέτοντας ότι οι παρατηρήσεις προέρχονται από κανονική κατανομή με μέσο $T_g + (1.5)\sigma$ και τυπική απόκλιση σ , υπολογίζεται η πιθανότητα μία παρατήρηση να βρεθεί έξω από το διάστημα $(T_g - 6\sigma, T_g + 6\sigma)$:

$$\begin{aligned} & P(\text{παρατήρηση έξω από όρια ελεγχου}) \\ &= 1 - P(T_g - 6\sigma \leq X \leq T_g + 6\sigma) \\ &= 1 - P\left(\frac{T_g - 6\sigma - (T_g + 1.5\sigma)}{\sigma} \leq Z \leq \frac{T_g + 6\sigma - (T_g + 1.5\sigma)}{\sigma}\right) \\ &= 1 - P(-7.5 \leq Z \leq 4.5) \approx 1 - P(Z \leq 4.5) = 0.0000034 \end{aligned}$$

ή 3.4 κομμάτια ανά εκατομμύριο. Σε αυτή την περίπτωση ο μέσος είναι 4.5 τυπικές αποκλίσεις κάτω από το άνω όριο προσδιορισμού, άρα $C_{pk} = 1.5$.

2.2.6 Δείκτες Ικανότητας Διαδικασίας για Μονόπλευρες Ανοχές

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου η ανοχές ενός προϊόντος είναι μονόπλευρες. Για παράδειγμα το βάρος ενός αντικειμένου πρέπει να είναι το πολύ 80 γραμμάρια. Τότε υπολογίζονται μονόπλευροι C_{pk} δείκτες ικανότητας:

$$\begin{aligned} C_{pk}(\text{upper}) &= \frac{USL - \mu}{3\sigma} \\ C_{pk}(\text{lower}) &= \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \end{aligned}$$

2.3 ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΔΕΙΚΤΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Οι δείκτες ικανότητας όπως ο C_{pk} ή ο C_{pm} συγκεντρώνουν την πληροφορία της διαδικασίας και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παρακολούθηση της ικανότητας στη διάρκεια του χρόνου εντοπίζοντας βελτιώσεις και αλλοιώσεις στη διαδικασία. Παρόλα αυτά είναι απλά στατιστικά και δεν μπορούν να «εξωτερικεύσουν» όλες τις πτυχές μιας κατανομής. Υπάρχουν προβλήματα τα οποία πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά την ερμηνεία του εκάστοτε στατιστικού μέτρου.

2.3.1 Όρια Προδιαγραφών

Οι δείκτες ικανότητας εξαρτώνται από τις προδιαγραφές οι οποίες ορίζονται συνήθως από τους πελάτες ή τους μηχανικούς. Πρέπει να επιλέγονται με μεγάλη προσοχή. Είναι λάθος να επιλέγεται ένα διάστημα πολύ μεγάλο γιατί έτσι γίνονται αποδεκτά προϊόντα που είναι ελαττωματικά. Στην παραγωγή προϊόντων συνήθως εμπλέκονται διάφοροι παράγοντες οι οποίοι μπορεί να έχουν μεγάλη μεταβλητότητα και έτσι το τελικό προϊόν να μην είναι το ιδανικό. Από την άλλη πάλι ένα διάστημα αρκετά μικρό δεν είναι σωστό γιατί δημιουργούνται περιττά έξοδα.

2.3.2 Υπόθεση Κανονικότητας

Οι δείκτες ικανότητας είναι σχεδιασμένοι για κανονικές κατανομές. Είναι εύλογο το ερώτημα αν έχει νόημα η χρήση τους για άλλες κατανομές. Έστω ότι η μεταβλητότητα μιας διαδικασίας ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα -1 και $+1$. Ο μέσος αυτής της κατανομής είναι 0 και η τυπική απόκλιση 0.577 και τα όρια προδιαγραφών δίνονται ως $-a$ και $+a$. Έστω $a=1.5$ για παράδειγμα. Η πιθανότητα η διαδικασία να εξέχει των ορίων προδιαγραφών είναι μηδέν. Αλλά $C_{pm} = C_{pk} = C_p = (3) / [(6) (0.577)] = 0.87$ το οποίο είναι σχετικά μικρό. Εδώ ο δείκτης ικανότητας προκαλεί ανησυχία χωρίς λόγο. Επειδή όμως αυτό είναι ένα απλό στατιστικό και δεν μπορεί να «εξωτερικεύσει» όλες τις πτυχές μιας κατανομής, πρέπει να εξεταστεί και το ιστόγραμμα των παρατηρήσεων.

Η ομοιόμορφη κατανομή είναι μια ευθεία κατανομή ή μια κατανομή συμμετρική με πολύ μακριές ουρές, όπου μπορεί ο δείκτης ικανότητας να δείχνει αρκετά καλός αλλά η πιθανότητα να εξέχει η διαδικασία των ορίων προδιαγραφών είναι μεγάλη.

2.3.3 Η Διαφορά Μεταξύ Σταθερότητας και Ικανότητας Διαδικασίας

Τα όρια ελέγχου και τα όρια προδιαγραφών δεν είναι το ίδιο. Τα πρώτα προσφέρουν όρια στην μεταβλητότητα συνήθων αιτιών ενώ τα δεύτερα ανακλούν τις απαιτήσεις του πελάτη.

Μια διαδικασία πρέπει πρώτα να είναι σε έλεγχο πριν εκτιμηθεί η ικανότητά της. Μια ικανή διαδικασία που δεν βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο δεν είναι ιδιαίτερα καλή. Το ότι μια διαδικασία δεν βρίσκεται σε έλεγχο σημαίνει ότι κάποιος εξωτερικός παράγοντας δημιουργεί αυτή την αστάθεια. Επειδή όμως δεν είναι γνωστοί αυτοί οι παράγοντες, δεν είναι και βέβαιο ότι η μεταβλητότητα που προκαλούν θα παραμείνει σε τέτοιο εύρος ώστε τα παραγόμενα προϊόντα να είναι ικανοποιητικά.

2.3.4 Εκτίμηση των Δεικτών Ικανότητας

Οι δείκτες ικανότητας εξαρτώνται από τις παραμέτρους μ (μέσος) και σ (τυπική απόκλιση) οι οποίες εκτιμώνται από παρελθόντα δεδομένα. Αν ένα δείγμα παρελθόντων δεδομένων είναι αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού τότε η εικόνα της παραγωγής που λαμβάνεται είναι αρκετά καλή. Παρόλα αυτά, ένα δείγμα μονάχα δεν είναι αρκετό για την εκτίμηση της ικανότητας μιας διαδικασίας. Είναι σημαντική η γνώση της σταθερότητας στη διάρκεια του χρόνου.

Για μια σταθερή διαδικασία που διακρίνεται από τα όρια ελέγχου, υπάρχει τρόπος υπολογισμού αυτών των εκτιμήσεων. Τα όρια ελέγχου ενός \bar{x} διαγράμματος υπολογίζονται από $LCL = \bar{x} - A_3\bar{s}$ και $UCL = \bar{x} + A_3\bar{s}$ όπου το A_3 είναι μια σταθερά που οι τιμές της είναι στον πίνακα ΙΠ του παραρτήματος στο κεφάλαιο 1. Ο μέσος \bar{x} είναι μια εκτίμηση του μ και το γινόμενο $A_3\bar{s}$ είναι

μια εκτίμηση του $3(\sigma/\sqrt{n})$ όπου n είναι το μέγεθος της υποομάδας και σ είναι η τυπική απόκλιση της διαδικασίας. Άρα $(\sqrt{n})A_3\bar{s}/3$ είναι μια εκτίμηση για το σ και μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον υπολογισμό των δεικτών ικανότητας.

Εναλλακτικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα όρια ελέγχου με χρήση του μέσου εύρους, $LCL = \bar{x} - A_2\bar{R}$ και $UCL = \bar{x} + A_2\bar{R}$. Σε αυτή την περίπτωση, $A_2\bar{R}$ είναι μια εκτίμηση για το $3(\sigma/\sqrt{n})$ και $(\sqrt{n})A_2\bar{R}/3$ χρησιμοποιείται στην εκτίμηση του σ .

Ένας άλλος τρόπος είναι ο συνδυασμός (k)(n) παρατηρήσεων και ο υπολογισμός του δειγματικού μέσου και της δειγματικής τυπικής απόκλισης s . Αν η διαδικασία βρίσκεται σε έλεγχο δεν υπάρχει διαφορά ανάμεσα στις δύο εκτιμήσεις. Παρόλα αυτά αν η διαδικασία δεν βρίσκεται σε έλεγχο τότε η εκτίμηση \bar{s} είναι συνήθως πολύ μικρότερη από την s που υπολογίζεται από όλες τις (k)(n) παρατηρήσεις γιατί η \bar{s} μετρά μόνο την μεταβλητότητα συνήθων αιτιών ενώ η s περιλαμβάνει την μεταβλητότητα συνήθων αιτιών καθώς και την μεταβλητότητα από ειδικές αιτίες λόγω της αστάθειας της διαδικασίας.

2.3.5 Διαστήματα Εμπιστοσύνης για Δείκτες Ικανότητας

Κατά τον υπολογισμό των συντελεστών ικανότητας, αντικαθίστανται οι παράμετροι (μ και σ) της διαδικασίας με δειγματικές εκτιμήσεις τους. Επειδή ο δείκτης ικανότητας είναι μόνο μια εκτίμηση του άγνωστου δείκτη ικανότητας της διαδικασίας, είναι σημαντικό να εκτιμηθεί το διάστημα σφάλματος, ειδικά αν το μέγεθος δείγματος n δεν είναι πολύ μεγάλο. Υποθέτοντας σταθερότητα και ότι οι μετρήσεις κατανέμονται κανονικά είναι δυνατό να υπολογισθεί ένα διάστημα εμπιστοσύνης για κάθε δείκτη ικανότητας. Ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης του δείκτη C_{pk} δίνεται από

$$\hat{C}_{pk} \left[1 \pm 2 \sqrt{\frac{1}{9n(\hat{C}_{pk})^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right]$$

όπου n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του δείκτη.

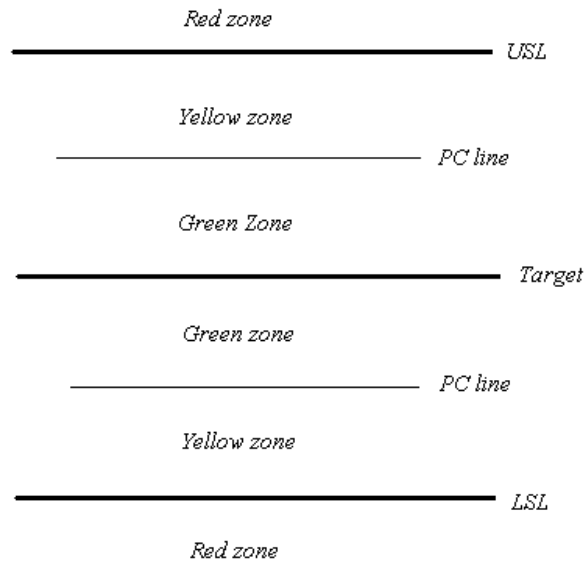
2.4 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΡΟ-ΕΛΕΓΧΟΥ

Ο Dorian Shainin, γνωστός σύμβουλος ποιότητας, δημιούργησε διάφορα μέσα για τον έλεγχο προϊόντων και την ποιοτική βελτίωση. Το διάγραμμα προ-ελέγχου, το οποίο είναι ένα διάγραμμα που παρακολουθεί την ικανότητα μιας διαδικασίας στο χρόνο, είναι ένας από τους νεωτερισμούς του Shainin (1984).

2.4.1 Περιγραφή Προ-ελέγχου

1. Στην περίπτωση της δίπλευρης ανοχής, ο προ-έλεγχος διαιρεί το διάστημα προδιαγραφών σε τέσσερα ίσα μέρη. Οι γραμμές προ-ελέγχου (PC lines) σχηματίζονται στο μέσο μεταξύ του στόχου και των ορίων. Η περιοχή μεταξύ των δύο αυτών γραμμών λέγεται πράσινη ζώνη. Οι περιοχές μεταξύ των γραμμών προ-ελέγχου και των ορίων προδιαγραφών λέγονται κίτρινες ζώνες και οι περιοχές έξω από τα όρια προδιαγραφών λέγονται κόκκινες ζώνες. Όλα αυτά απεικονίζονται

γραφικά στο σχήμα 2.2. Στην περίπτωση μονόπλευρης ανοχής τοποθετείται μια γραμμή προ-ελέγχου στο μέσο μεταξύ του στόχου και του αντίστοιχου ορίου προδιαγραφής.



Σχήμα 2.2 Πράσινες, κίτρινες και κόκκινες ζώνες στον προ-έλεγχο.

2. Η αρχική ικανότητα της διαδικασίας προσδιορίζεται παίρνοντας πέντε συνεχόμενες παρατηρήσεις από την διαδικασία. Η παραγωγή λειτουργεί άριστα αν και οι πέντε μετρήσεις βρίσκονται στην πράσινη ζώνη. Αν μία από τις πέντε βρεθεί στην κίτρινη ζώνη, πρόσθετες μετρήσεις παρατηρούνται και μετρώνται ξανά αυτές που βρέθηκαν στην πράσινη περιοχή. Αν πάλι 2 συνεχόμενες μετρήσεις βρεθούν στην κίτρινη ή στην κόκκινη ζώνη τότε γίνονται κάποιες προσαρμογές στην διαδικασία και ο έλεγχος ξεκινά από την αρχή.
3. Στη συνέχεια σε περιοδικά διαστήματα επιλέγονται δείγματα μεγέθους 2 συνεχόμενων μετρήσεων : (α) Αν και οι δύο βρίσκονται στην πράσινη περιοχή τότε η παραγωγή συνεχίζεται. (b) Η παραγωγή επίσης συνεχίζεται αν η μία μέτρηση είναι στην πράσινη ζώνη και η άλλη σε μία από τις κίτρινες ζώνες. (c) Αν και οι δύο μετρήσεις είναι στην ίδια κίτρινη ζώνη η παραγωγή σταματά και γίνονται προσαρμογές. Μετά τις προσαρμογές, πρέπει να επιβεβαιωθεί η επιτυχία ελέγχοντας ότι οι επόμενες πέντε μετρήσεις είναι στην πράσινη ζώνη. (d) Αν οι δύο μετρήσεις είναι σε διαφορετική κίτρινη ζώνη τότε είναι πιθανό να έχει αυξηθεί η μεταβλητότητα. Η διαδικασία σταματά. Οι αιτίες της επιπλέον μεταβλητότητας πρέπει να αναγνωρισθούν και να αποφευχθούν στο μέλλον. (e) Αν μια μέτρηση βρεθεί στην κόκκινη ζώνη τότε η παραγωγή σταματά και η διαδικασία ερευνάται.
Αφού σταματά η διαδικασία (περιπτώσεις c, d, e) πρέπει να βρεθεί η αιτία του προβλήματος και η λύση. Μετά πρέπει να γίνει η διαδικασία που περιγράφεται στο βήμα 2. Πέντε συνεχόμενες μετρήσεις πρέπει να βρίσκονται στην πράσινη ζώνη πριν η διαδικασία επαναληφθεί.
4. Η συχνότητα της δειγματοληψίας είναι τέτοια ώστε ο μέσος αριθμός δειγματικών ζευγών μεταξύ διακοπών να είναι 6. Για παράδειγμα, έστω μια διακοπή της διαδικασίας στις 9 π.μ. Η διαδικασία διορθώνεται και ξεκινά πάλι ακολουθώντας άλλη μια διακοπή στις 12 π.μ.. Η συχνότητα δειγματοληψίας πρέπει να είναι $(3/6=0.5)$ κάθε μισή ώρα.

2.4.2 Μια εκτίμηση του Προ-ελέγχου

Η Motorola χρησιμοποιεί πάρα πολύ συχνά τον προ-έλεγχο. Χρησιμοποιείται γενικότερα στον χώρο της βιομηχανίας αν και τα διαγράμματα ελέγχου παραμένουν τα βασικά εργαλεία. Ο προ-έλεγχος έχει πολλά πλεονεκτήματα αλλά και μειονεκτήματα τα οποία έχουν σχολιασθεί στο Ledolter and Swersey (1997). Παρακάτω παρουσιάζονται περιληπτικά.

Τα αντικείμενα του προ-ελέγχου και των διαγραμμάτων ελέγχου διαφέρουν. Ο προ-έλεγχος είναι ένας αλγόριθμος που ελέγχει την ανοχή της διαδικασίας, ενώ τα διαγράμματα ελέγχου παρουσιάζουν την σταθερότητα της διαδικασίας στο χρόνο.

Ο προ-έλεγχος αρχικά σχεδιάστηκε με μηχανικές λειτουργίες υπόψη. Εκεί ο χειριστής αντιμετωπίζει το πρόβλημα της κατασκευής της μηχανής και μετά της απόφασης αν η μηχανή είναι έτοιμη για πλήρη λειτουργία. Σε πολλές λειτουργίες κάθε κομμάτι θέλει χρόνο να παραχθεί και πολλά μεγέθη είναι πολύ μικρά και είναι δύσκολο, ή και αδύνατο, να διατηρηθεί στατιστικός έλεγχος. Ο χειριστής μπορεί να κάνει συνεχείς προσαρμογές ώστε τα παραγόμενα κομμάτια να (1) πληρούν τις προδιαγραφές και (2) να επιδεικνύουν την λιγότερη δυνατή μεταβλητότητα. Με τέτοιο όμως περιβάλλον ο στατιστικός έλεγχος δεν είναι δυνατό να επιτευχθεί και ο στόχος θα πρέπει να είναι η ικανοποίηση των προδιαγραφών. Σε πολλές όμως τέτοιες καταστάσεις δεν είναι δυνατό να παραχθούν δεδομένα 20 ή 25 υποομάδων, το οποίο είναι το σύνηθες για την κατασκευή διαγραμμάτων ελέγχου.

Τα διαγράμματα ελέγχου έχουν την έννοια της αναγνώρισης και εξάλειψης αποδοτέων αιτιών μεταβλητότητας. Μια διαδικασία σε έλεγχο λειτουργεί βέλτιστα. Αν μια διαδικασία δεν είναι σημαντικά ικανή τότε πρέπει να βελτιωθεί μειώνοντας την συνήθων αιτιών μεταβλητότητα.

Ο προ-έλεγχος δεν ασχολείται με το αν η διαδικασία βρίσκεται σε έλεγχο αλλά αν πληροί τις προϋποθέσεις. Αν η διαδικασία είναι πολύ ικανή τότε ο προ-έλεγχος δεν μεσολαβεί. Αν όμως η διαδικασία βρίσκεται σε έλεγχο αλλά δεν είναι ιδιαίτερα ικανή, η διαδικασία σταματά. Δεν βρίσκονται όμως οι αποδοτέες αιτίες και ότι προσαρμογές γίνουν είναι λάθος με αποτέλεσμα την αύξηση της μεταβλητότητας.

Στον στατιστικό έλεγχο διαδικασιών υπάρχει επιμονή για το γεγονός ότι τα όρια προδιαγραφών δεν πρέπει να σχηματίζονται στα διαγράμματα ελέγχου. Στο x-bar διάγραμμα για παράδειγμα, το οποίο απεικονίζει την συμπεριφορά μέσων, θεωρείται παραπλανητικό να προστεθούν τα όρια προδιαγραφών τα οποία αφορούν ατομικές παρατηρήσεις. Παρόλα αυτά, μια τέτοια τακτική τραβάει την προσοχή σε αναδυόμενα προβλήματα ικανότητας μιας διαδικασίας.

Παρά όλες τις διαφορές, ο προ-έλεγχος και τα διαγράμματα ελέγχου έχουν και πολλά κοινά. Και οι δύο αναγκάζουν τον χειριστή να πάρει μετρήσεις της διαδικασίας σε περιοδικά διαστήματα και να τα απεικονίσει σε διαγράμματα. Πολύ συχνά δεν είναι σημαντικά τα όρια ή οι ζώνες σε αυτά τα διαγράμματα, αλλά το γεγονός ότι οι πληροφορίες απεικονίζονται ώστε όλοι να μπορούν να τις δουν.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ*

Τα παρακάτω δεδομένα είναι από τους Levine, David, Ramsey, Patricia, P., και Berenson, Mark L., *Business Statistics for Quality and Productivity*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall. 1995, p. 749.

Εταιρείες που εμπλέκονται στην διαδικασία προϊόντων γάλακτος πρέπει να απασχολούνται με τη φρεσκάδα και την ασφάλεια των προϊόντων τους. Η ανάπτυξη βακτηρίων ελαττώνει την ζωή στα ράφια και σε κάποιες περιπτώσεις έχει ως αποτέλεσμα σοβαρούς κινδύνους για την υγεία. Ένας σύνηθες έλεγχος της ποιότητας είναι μια κλασική καταμέτρηση των βακτηρίων. Σε αυτή τη μελέτη η ποιότητα του γάλακτος μετρήθηκε με βάση τον αριθμό αποικιών βακτηρίων ανά millimeter σε παραχθέν γάλα που καταψύχθηκε για δύο ημέρες σε θερμοκρασία 45 βαθμών Fahrenheit. Τα αποτελέσματα δειγμάτων από 36 συνεχόμενες ημέρες δίνονται πίνακα Ε1. Οι μετρήσεις έγιναν από μια μικρή ποσότητα γάλακτος μιας συσκευασίας με ποσότητα ένα γαλόνι.

Πίνακας Ε1 Αποικίες/ml

Ημέρες	Αποικίες Βακτ.	Ημέρες	Αποικίες Βακτ.
1	290	19	240
2	260	20	310
3	270	21	270
4	230	22	260
5	300	23	270
6	310	24	310
7	300	25	280
8	280	26	260
9	230	27	300
10	300	28	290
11	260	29	270
12	300	30	270
13	270	31	250
14	230	32	240
15	290	33	280
16	310	34	260
17	260	35	250
18	270	36	280

Πίνακας Ε2 Αποικίες/ml

Ημέρες	Αποικίες Βακτ.	Ημέρες	Αποικίες Βακτ.
1	245	19	300
2	210	20	265
3	215	21	215
4	175	22	210
5	255	23	220
6	265	24	255
7	240	25	235
8	225	26	240
9	185	27	200
10	255	28	235
11	205	29	210
12	260	30	195
13	220	31	220
14	190	32	190
15	230	33	240
16	260	34	230
17	210	35	210
18	200	36	200

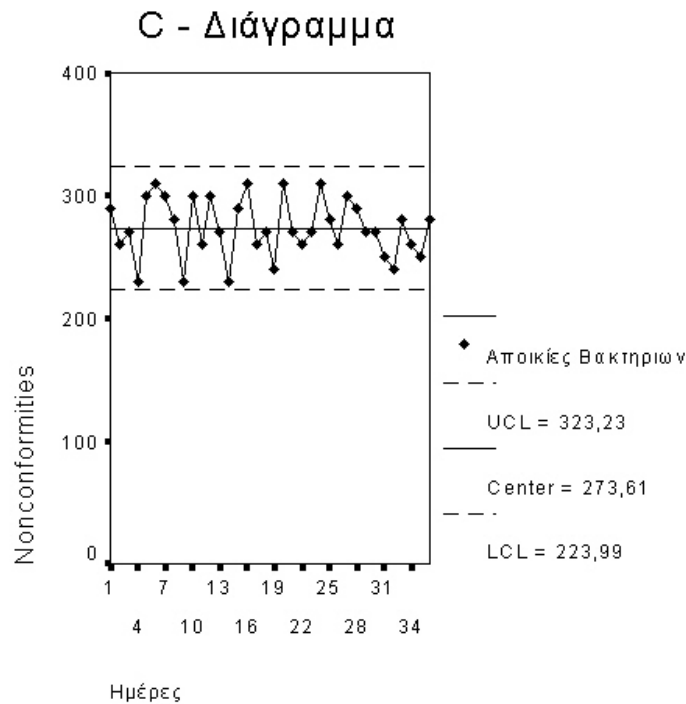
Η διαδικασία βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο καθώς η χρονοσειρά του αριθμού των αποικιών βακτηρίων στο διάγραμμα C, βρίσκεται εντός των ορίων ελέγχου UCL και LCL. Ο μέσος των μετρήσεων του πειράματος είναι 273.61. Έτσι υπολογίζονται τα εξής:

$$CL = \bar{c}$$

$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

Άρα το \bar{c} είναι η εκτίμηση του μέσου και το $\sqrt{\bar{c}}$ η εκτίμηση της τυπικής απόκλισης.



Σχήμα Ε1 C διάγραμμα: Αριθμός Αποικιών Βακτηριών

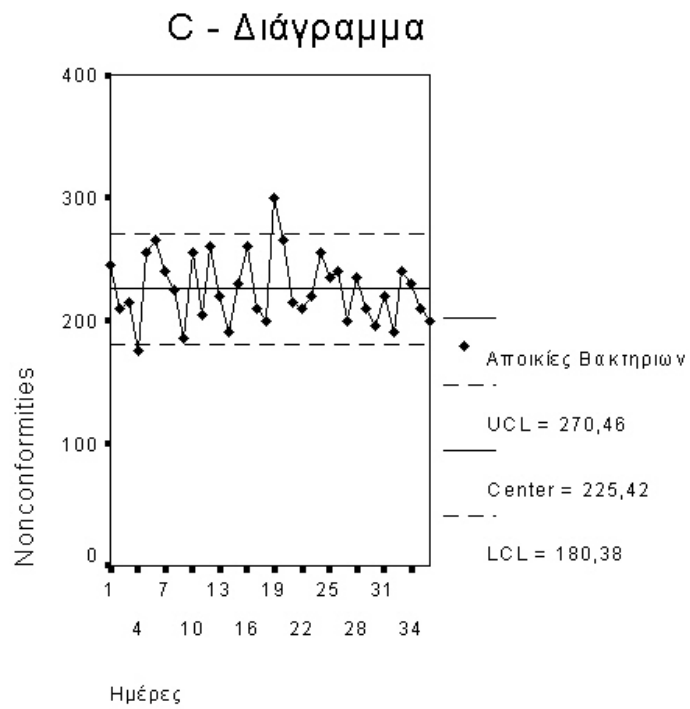
Ο υπεύθυνος θεώρησε ότι οι καθημερινές μετρήσεις ήταν αδικαιολόγητα υψηλές και ότι με προσεχτικό υγειονομικό έλεγχο οι μετρήσεις θα μειώνονταν. Για αυτό το λόγο ξεκίνησε ένα εντατικό πρόγραμμα εκπαίδευσης των υπαλλήλων και συνέλεξε μια άλλη ομάδα 36 καθημερινών μετρήσεων που φαίνονται στον πίνακα Ε2.

Τα καινούρια όμως δεδομένα δεν φαίνεται να βρίσκονται σε στατιστικό έλεγχο όπως διαπιστώνεται και από το σχήμα Ε2. Δύο μετρήσεις, η 4^η και η 19^η όπως φαίνεται από το σχήμα είναι ασυνήθιστες. Ένας έλεγχος για τη σημαντικότητα της διαφοράς των μέσων μετρήσεων (πριν και μετά την αλλαγή) είναι ο ακόλουθος:

Μηδενική υπόθεση $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ έναντι της εναλλακτικής $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

$$|z| = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{n}}} = \frac{|273.61 - 225.42|}{\sqrt{\frac{273.61 + 225.42}{36}}} = 12.94 > z_{0.025} = 1.96$$

Άρα απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και έτσι είναι στατιστικά σημαντική η διαφορά των μέσων.



Σχήμα Ε2 C διάγραμμα: Αριθμός Αποικιών Βακτηρίων

* Project 9, Johannes Ledolter / Claude W. Burrill, *Statistical Quality Control* (1999, pp.388-389)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΡΧΕΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η προαγωγή της γνώσης είναι μια επαναληπτική διαδικασία όπως και η ποιοτική βελτίωση. Όταν υπάρχει κάποιο πρόβλημα ποιότητας, υπάρχουν πολλές πιθανές εξηγήσεις και αιτίες.

Το επόμενο βήμα στην στρατηγική επίλυσης προβλημάτων είναι η συλλογή δεδομένων και ο έλεγχος αν κάποια συναγωνιστική υπόθεση υποστηρίζεται από τα δεδομένα. Είναι σημαντικός ο τρόπος με τον οποίο πρέπει να συλλέγονται τα δεδομένα.

Τα διαγράμματα ελέγχου είναι σημαντικά καθώς βοηθούν, ώστε μια διαδικασία να βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο και στην εύρεση και εξάλειψη ειδικών αιτιών ώστε μια διαδικασία να γίνει σταθερή. Η σταθερότητα μιας διαδικασίας έχει πολλά πλεονεκτήματα, όπως ότι η συμπεριφορά μιας σταθερής διαδικασίας είναι προβλέψιμη και ότι μια διαδικασία που βρίσκεται σε στατιστικό έλεγχο λειτουργεί βέλτιστα. Βέβαια το βέλτιστο επίπεδο δεν είναι πάντα και το καλύτερο δυνατό (μια σταθερή διαδικασία που είναι εκτός στόχου ή που έχει πολύ μεγάλη μεταβλητότητα συνήθων αιτιών). Αν μια διαδικασία στο βέλτιστο επίπεδο λειτουργίας της δεν είναι αρκετά καλή, τότε πρέπει να αλλάξει η διαδικασία. Εδώ χρησιμοποιείται ο πειραματικός σχεδιασμός που βοηθά στην εύρεση τρόπων μείωσης της μεταβλητότητας συνήθων αιτιών.

Η σταθερότητα είναι προαπαιτούμενη ώστε να λειτουργεί ο πειραματικός σχεδιασμός, γιατί οι παρατηρούμενες επιπτώσεις μπορούν να είναι παραπλανητικές, καθώς δεν είναι σίγουρο ότι προέρχονται από τις σχεδιασμένες αλλαγές ή από ειδικές αιτίες που έτυχε να προκύψουν εκείνη τη στιγμή.

Στα συγκριτικά πειράματα γίνεται αλλαγή στις λειτουργίες των παραγόντων της διαδικασίας και εξετάζεται πώς αυτές οι αλλαγές επιδρούν στην παρατηρούμενη μεταβλητή. Είναι σημαντικό εδώ να υπάρχει γνώση για τον τρόπο που πρέπει να γίνονται αυτά τα πειράματα ώστε να μεγιστοποιείται η πληροφορία που λαμβάνεται από τα δεδομένα.

Χρειάζονται απαντήσεις στα εξής ερωτήματα:

- Ποιο υλικό είναι καλύτερο για τον συγκεκριμένο σκοπό: το υλικό Α ή το υλικό Β;
- Προτείνονται πολλές μέθοδοι για την εκτέλεση μιας λειτουργίας. Ποια δίνει τα πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα;
- Πως βελτιώνεται η παραγωγή μιας χημικής διαδικασίας; Η παραγωγή ποικίλει με την θερμοκρασία της διαδικασίας; Ή με την πίεση; Τι γίνεται αν αλλαχθεί και η θερμοκρασία και η πίεση; Πως ρυθμίζονται οι εισαγωγικοί παράγοντες ώστε η παραγωγή της διαδικασίας να μεγιστοποιείται;
- Πολλοί παράγοντες προτείνεται ότι δρουν πιθανώς στην εξεταζόμενη μεταβλητή. Ποιοι παράγοντες είναι οι σημαντικότεροι;
- Πως πρέπει να επιλεγούν οι εισαγωγικοί παράγοντες ώστε η διαδικασία παραγωγής να είναι σε στόχο και η μεταβλητότητα της διαδικασίας γύρω από τον στόχο να είναι η μικρότερη δυνατή;

Πριν απαντηθούν αυτά τα ερωτήματα πρέπει να γίνει η συλλογή δεδομένων με ένα πειραματικό σχέδιο. Κακά πειραματικά σχέδια αυξάνουν το κόστος απόκτησης σχετικών δεδομένων και τα αποκτημένα δεδομένα μπορεί να είναι τελείως άσχετα με τα ερωτήματα.

Ο R.A Fisher, γνωστός βρετανός στατιστικός του 20^{ου} αιώνα, διαμόρφωσε την πειθαρχία των στατιστικών πειραματικών σχεδιασμών λέγοντας (*Statistical Methods for Research Workers*, 1925),

Τα αποτελέσματα ενός καλά σχεδιασμένου πειράματος είναι προφανή από απλές στατιστικές (γραφικές) αναλύσεις... Παρόλα αυτά, οι πιο εκλεπτυσμένες από όλες τις στατιστικές μεθόδους δεν μπορούν να διασώσουν ένα φτωχά σχεδιασμένο

πείραμα...Μια πλήρης λεπτομερής εξέταση ενός πειραματικού σχεδιασμού αυξάνει την ακρίβεια των αποτελεσμάτων 10 με 12 φορές με το ίδιο κόστος σε χρόνο και εργασία.

3.2 ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΛΛΟΓΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Τα δεδομένα μπορούν να συλλεχθούν με παθητικό και ενεργητικό τρόπο. Ο παθητικός τρόπος είναι η προσεκτική παρατήρηση της διαδικασίας χωρίς όμως ενεργή επέμβαση. Παράδειγμα αποτελούν τα διαγράμματα ελέγχου όπου μικρά δείγματα της παραγωγής συλλέγονται σε περιοδικά διαστήματα. Αν κάποια παρατήρηση είναι εκτός των ορίων ελέγχου τότε αναζητείται εξήγηση αυτού του ασυνήθιστου γεγονότος.

Ο ενεργητικός τρόπος συλλογής δεδομένων είναι η σκόπιμη παρέμβαση στη διαδικασία με σκοπό την αλλαγή κάποιων παραγόντων που επηρεάζουν τη διαδικασία.

Η παρακολούθηση της διαδικασίας είναι πολύ σημαντική και μπορεί να οδηγήσει σε πολύ χρήσιμες πληροφορίες. Ο ενεργητικός τρόπος συλλογής δεδομένων είναι πιο χρήσιμος καθώς με τον παθητικό τρόπο μπορεί να πάρει πολύ χρόνο μέχρι να γίνουν κάποιες αλλαγές στους παράγοντες της διαδικασίας.

3.3 ΤΡΙΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΛΩΝ (ΚΑΙ ΦΤΩΧΩΝ) ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ

3.3.1 Παράδειγμα 1: Σύγκριση Ανθεκτικότητας Δύο Τύπων Συνθετικής Σόλας Παπουτσιών*

Πρώτο Πειραματικό Σχέδιο Το ενδιαφέρον είναι για την σύγκριση των χαρακτηριστικών χρήσης δύο διαφορετικών υλικών που χρησιμοποιούνται συχνά για σόλες παπουτσιών: υλικό Α φτιαγμένο από λάστιχο και υλικό Β φτιαγμένο από μείγμα πλαστικών. Έστω 20 άτομα τα οποία χωρίζονται τυχαία σε δύο ισάριθμες ομάδες. Κάθε άτομο λαμβάνει έναν αριθμό από το 1 μέχρι το 20. Σε 20 χαρτάκια γράφονται τα νούμερα από το 1-20 και κληρώνονται. Οι πρώτοι 10 που «τραβάνε» χαρτάκι παίρνουν παπούτσια με το υλικό Α και οι υπόλοιποι με το υλικό Β.

Η τυχαιότητα είναι πάρα πολύ σημαντική σε αυτό το πείραμα καθώς αποφεύγεται η μεροληψία και κάθε άτομο έχει την ίδια πιθανότητα να μπει σε μια από τις δύο ομάδες. Ο παραπάνω τρόπος χωρισμού των ατόμων είναι πολύ καλύτερος από έναν διαχωρισμό με βάση το φύλο γιατί οι γυναίκες μπορεί να περιπολούνταν περισσότερο τα παπούτσια τους και έτσι να φθείρονταν λιγότερο. Ο σχεδιασμός λοιπόν αυτός λέγεται *πλήρης τυχαιοποιημένος σχεδιασμός*.

Μετά από τέσσερις εβδομάδες μετράται η φθορά των παπουτσιών. Αν τα αποτελέσματα (μέση φθορά αριστερού και δεξιού παπουτσιού) απεικονισθούν γραφικά σε ένα διάγραμμα σημείων παρατηρείται ότι οι μέσες φθορές για τα δύο υλικά είναι πολύ κοντά αριθμητικά αλλά υπάρχει μεγάλη μεταβλητότητα αφού το επίπεδο δραστηριότητας των ατόμων διαφέρει.

Με αυτά τα αποτελέσματα δεν μπορεί να βγει κάποιο συμπέρασμα για αυτά τα δύο υλικά.

Δεύτερο Πειραματικό Σχέδιο Εδώ κάθε άτομο δοκιμάζει και τα δύο υλικά. Στο ένα πόδι το υλικό Α και στο άλλο το υλικό Β. Η αποφυγή της μεροληψίας στην κατανομή δεξιού / αριστερού επιτυγχάνεται ρίχνοντας ένα νόμισμα. Αν έρθει «κεφαλή», στο δεξί πόδι μπαίνει το παπούτσι με το υλικό Α.

Με αυτή τη μέθοδο καταλήγουμε σε 20 ζευγάρια μετρήσεων. Αν σχεδιαστεί πάλι ένα διάγραμμα σημείων και ενωθούν οι μετρήσεις του υλικού Α με τις αντίστοιχες μετρήσεις του Β, το ενδιαφέρον είναι

*Το παράδειγμα είναι υπόδειγμα από ένα παράδειγμα στο Μέρος 4.2 Box, Hunter and Hunter, Statistics for Experiments, New York, 1978

στις διαφορές αυτών των δύο μετρήσεων (για κάθε ζεύγος). Αν περισσότερες μετρήσεις του υλικού A είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες μετρήσεις του υλικού B, τότε το συμπέρασμα είναι ότι το υλικό A είναι καλύτερο από το υλικό B.

Δύο σημαντικές αρχές παρουσιάστηκαν σε αυτό το παράδειγμα: η αρχή του «τεμαχισμού» και η αρχή της τυχαιοποίησης. Αν υπάρχει ένας σημαντικός παράγοντας που διαχωρίζει τα αντικείμενα (εδώ η δραστηριότητα των ατόμων) τότε αυτός ο παράγοντας πρέπει να χρησιμοποιείται και να γίνει το πείραμα ανά ζεύγη ή σε μονάδες.

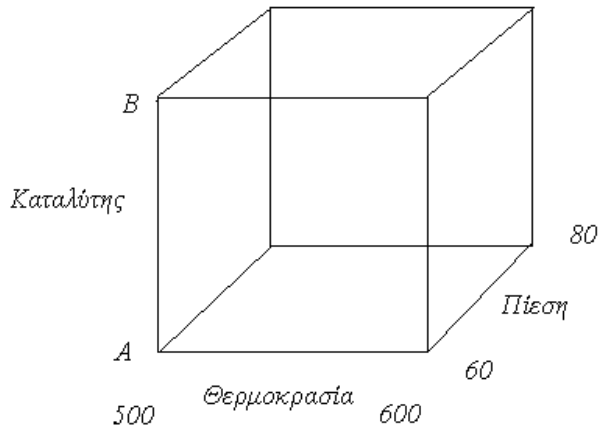
3.3.2 Παράδειγμα 2: Παραγωγή μιας Χημικής Διαδικασίας κάτω από Διάφορες Συνθήκες Χειρισμού

Η παραγωγή μιας χημικής διαδικασίας εξαρτάται από τρεις παράγοντες: τη θερμοκρασία της αντίδρασης, την πίεση και το είδος καταλύτη που χρησιμοποιείται. Ο χειριστής γνωρίζει ότι η θερμοκρασία πρέπει να είναι μεταξύ 500 και 600 βαθμών, η πίεση μεταξύ 60 και 80 kg/cm² και οι καταλύτες είναι δύο: ο A και ο B.

Πρέπει να συλλεχθούν παραγωγές και για τους οκτώ πιθανούς συνδυασμούς των παραγόντων:

- θερμοκρασία 500 βαθμοί, πίεση 60 kg/cm², καταλύτης A
- θερμοκρασία 500 βαθμοί, πίεση 60 kg/cm², καταλύτης B
- θερμοκρασία 500 βαθμοί, πίεση 80 kg/cm², καταλύτης A
- θερμοκρασία 500 βαθμοί, πίεση 80 kg/cm², καταλύτης B
- θερμοκρασία 600 βαθμοί, πίεση 60 kg/cm², καταλύτης A
- θερμοκρασία 600 βαθμοί, πίεση 60 kg/cm², καταλύτης B
- θερμοκρασία 600 βαθμοί, πίεση 80 kg/cm², καταλύτης A
- θερμοκρασία 600 βαθμοί, πίεση 80 kg/cm², καταλύτης B

Γραφικά, αυτοί οι οκτώ συνδυασμοί απεικονίζονται ως γωνίες στον κύβο στο σχήμα 3.1.



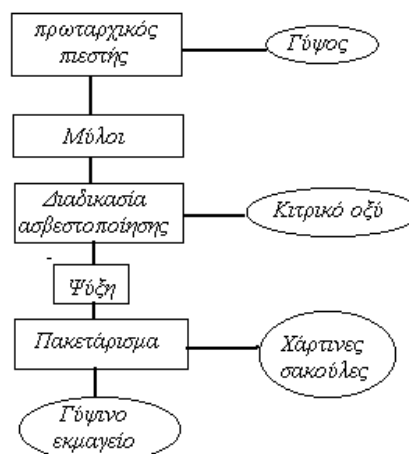
Σχήμα 3.1 Γραφική απεικόνιση των οκτώ συνδυασμών των παραγόντων

Με ποια σειρά πρέπει να γίνουν τα πειράματα για τους οκτώ αυτούς συνδυασμούς; Αν υπάρχει μια αυξητική τάση στο χρόνο που δεν σχετίζεται με την θερμοκρασία και πρώτα πραγματοποιηθούν τα τέσσερα πειράματα όπου η θερμοκρασία είναι 500 βαθμούς, το συμπέρασμα θα είναι ότι μειώνοντας τη θερμοκρασία αυξάνεται η παραγωγή. Δεν μπορεί να υπάρχει γνώση για την ύπαρξη κάποιας τάσης, και αν υπάρχει κάποια τάση, αν αυτή αυξάνει ή μειώνει την παραγωγή. Έτσι τυχαιοποιείται η σειρά των πειραμάτων, ώστε να αποφευχθεί μεροληψία στη σύγκριση.

Αρκεί μια επανάληψη του πειράματος για κάθε συνδυασμό; Μπορεί να επαναληφθεί 2 φορές το πείραμα για κάθε συνδυασμό ώστε να μειωθεί η αβεβαιότητα;

3.3.3 Παράδειγμα 3: Παραγωγή Γύψινου Εκμαγείου

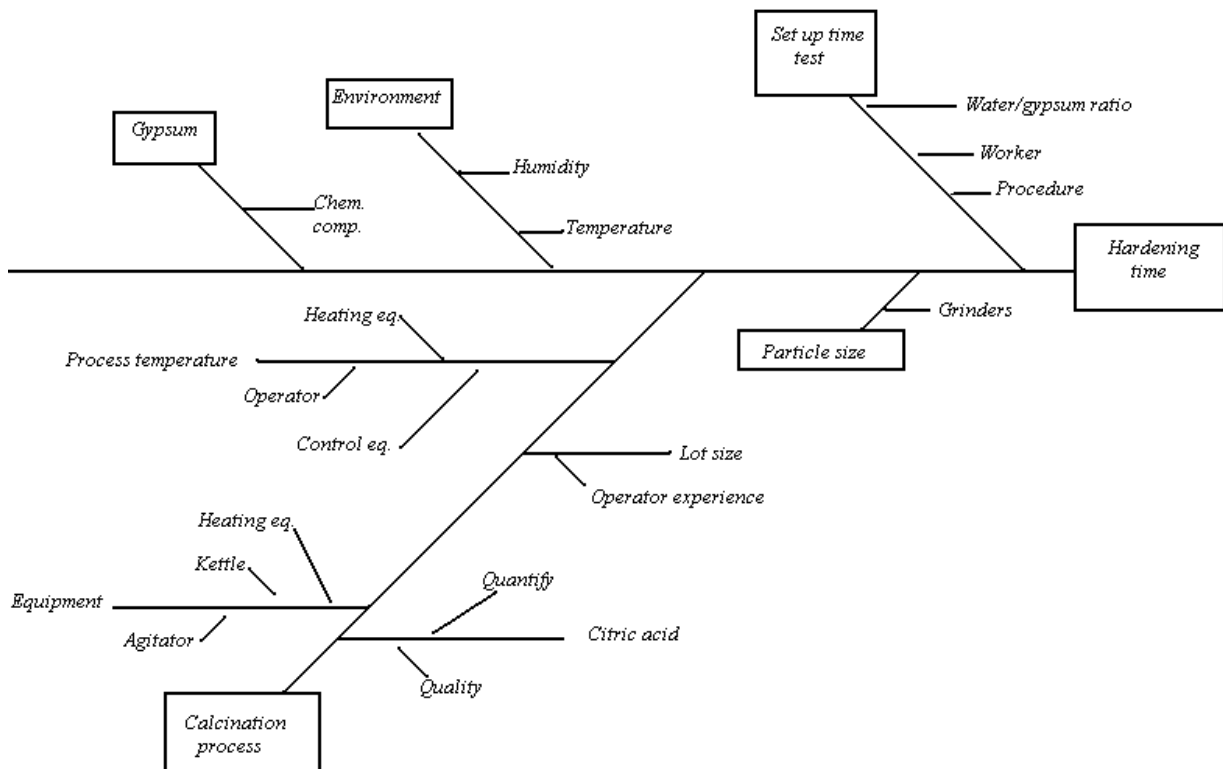
Αυτό το παράδειγμα, το οποίο περιγράφεται από τον J. Pignatiello στις σημειώσεις του για το μάθημα Statistical Methods for Quality and Productivity Improvement το οποίο έγινε στο Πανεπιστήμιο της Iowa, βασίζεται στην Διπλωματική εργασία στο Πανεπιστήμιο της Arizona του Alberto Garza. Η διαδικασία παραγωγής γύψινου εκμαγείου είναι σχετικά απλή και παρουσιάζεται στο σχήμα 3.2.



Σχήμα 3.2 Παραγωγή γύψινου εκμαγείου. Τα κουτιά δείχνουν λειτουργίες και τα οβάλ σχήματα υλικά.

Το γύψινο εκμαγείο χρησιμοποιείται σε πέτρινες κατασκευές. Αυτό που απασχολεί τους εργολάβους είναι η μεταβλητότητα στον χρόνο σκλήρυνσης του γύψινου εκμαγείου. Παλαιότερα υπήρχαν παράπονα ότι υπήρχε διαφορά στον χρόνο σκλήρυνσης του γύψινου εκμαγείου από σακούλα σε σακούλα, έτσι η βιομηχανία ξεκίνησε να ψάχνει για τις αιτίες αυτής της μεταβλητότητας. Ο Pignatiello έκανε ένα διάγραμμα, σχήμα 3.3, αιτιών-επιδράσεων που έδινε πολλές αιτίες για αυτή την μεταβλητότητα. Η διαδικασία ασβεστοποίησης προτάθηκε ως μια σοβαρή αιτία αλλά τρεις παράγοντες είχαν μεγάλη επιρροή: το μέγεθος της παρτίδας (μεγάλο ή μικρό), η θερμοκρασία (υψηλή ή χαμηλή) και η συγκέντρωση κιτρικού οξέως (υψηλή ή χαμηλή). Με δύο επίπεδα για κάθε παράγοντα, υπάρχουν 8 πιθανοί συνδυασμοί. Οι οκτώ συνδυασμοί εξετάστηκαν 6 φορές και έτσι οι χρόνοι σκλήρυνσης που καταγράφηκαν ήταν 48. Τα αποτελέσματα των έξι δοκιμών χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό του μέσου και της τυπικής απόκλισης του χρόνου σκλήρυνσης για κάθε συνδυασμό.

Τα αποτελέσματα έδειξαν μικρή μεταβλητότητα του χρόνου σκλήρυνσης ανάμεσα στους συνδυασμούς με χαμηλή συγκέντρωση κιτρικού οξέως και μικρών παρτίδων. Άρα, μειώνοντας την συγκέντρωση κιτρικού οξέως και το μέγεθος των παρτίδων, μειώνεται η μεταβλητότητα σκλήρυνσης στον χρόνο. Επίσης η θερμοκρασία είχε μικρή επιρροή στην μεταβλητότητα, έτσι μπορεί να γίνει χρήση χαμηλής θερμοκρασίας στην παραγωγική διαδικασία. Μικρότερες παρτίδες και χαμηλότερες θερμοκρασίες επίσης μειώνουν τον χρόνο παραγωγής ανά παρτίδα αυξάνοντας έτσι την παραγωγικότητα.



Σχήμα 3.3 Διάγραμμα αιτιών-επιρροών: Παραγωγή γύψινου εκμαγείου

3.4 ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΓΕΓΟΝΟΤΑ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ

3.4.1 Σημαντικοί Λόγοι για Πειραματισμό

Πριν από ένα πείραμα πρέπει να είναι ξεκάθαρα τα αντικείμενα του πειράματος. Ο σκοπός του πειράματος μπορεί να περιέχει ένα ή περισσότερα από τα παρακάτω αντικείμενα:

- Σύγκριση δύο ή περισσότερων μεθόδων (παράδειγμα 1)
- Βελτίωση της παραγωγής μιας διαδικασίας (παράδειγμα 2)
- Ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας μιας αντιδραστικής μεταβλητής (παράδειγμα 3)
- Προσαρμογή παραγόντων ώστε μια αντιδραστική μεταβλητή να είναι πιο κοντά στο στόχο

3.4.2 Γενίκευση των Αποτελεσμάτων ενός Πειράματος

Πρέπει να υπάρχει γνώση για την ισχύ ενός πειράματος και για τους κινδύνους και τα ρίσκα της επέκτασης των αποτελεσμάτων σε άλλες συνθήκες. Επίσης είναι σημαντικό οι παράγοντες που συμμετέχουν στο πείραμα να είναι καλά ορισμένοι. Δηλαδή αν το πείραμα με το γύψινο εκμαγείο γινόταν στο Μεξικό, θα έπρεπε να αναρωτηθεί κανείς αν τα αποτελέσματα θα ήταν ίδια στη Βόρεια Αμερική.

Συνήθως τα πειράματα πραγματοποιούνται κάτω από αυστηρές συνθήκες. Όταν μελετώνται κάποιες μεταβλητές, γίνεται προσπάθεια οι υπόλοιπες μεταβλητές της διαδικασίας να παραμείνουν σταθερές. Τα περισσότερα εκτός γραμμής πειράματα (εκτός γραμμής παραγωγής) πραγματοποιούνται

κάτω από αυστηρές συνθήκες, αλλά πως θα συμπεριφέρονταν αν πραγματοποιούνταν εντός της γραμμής παραγωγής;

3.4.3 Μεταβλητές Απάντησης

Οι μεταβλητές απάντησης είναι αυτοί οι παράγοντες που μελετώνται. Μπορεί να υπάρχει ενδιαφέρον για μια ή για περισσότερες μεταβλητές. Οι μεταβλητές απάντησης μπορεί να είναι ποιοτικές (γεύση: τέλεια, καλή, φτωχή, απαίσια) ή ποσοτικές (ποσότητα, όγκος, διαστάσεις).

3.4.4 Παράγοντες που Επηρεάζουν την Απάντηση

Είναι χρήσιμος ο διαχωρισμός των παραγόντων σε πρωτεύοντες και δευτερεύοντες. Πρωτεύοντες είναι αυτοί με το κύριο ενδιαφέρον. Στα πειράματα αλλάζονται τα επίπεδά τους εσκεμμένα και παρατηρούνται οι επιρροές τους στην απάντηση (θερμοκρασία, πίεση, μέθοδοι παραγωγής κ.α.).

Δευτερεύοντες είναι οι παράγοντες με λιγότερο ενδιαφέρον που δεν πρέπει να επηρεάζουν την σύγκριση. Στις περισσότερες περιπτώσεις είναι ενοχλητικοί και απλά αφαιρείται η επίδρασή τους ώστε να μελετηθούν οι κύριοι παράγοντες.

Το παρακάτω παράδειγμα θα τονίσει την διάκριση. Έστω μια παραγωγή στυλό. Σκοπός είναι, ο αριθμός ελαττωματικών να παραμείνει όσο μικρότερος γίνεται. Μελετάται η επιρροή του μελανιού στο ρυθμό ελαττωματικών. Υπάρχουν δύο προμηθευτές μελανιού: ο Α και ο Β. Παράγονται 20 παρτίδες στυλό με το μελάνι Α και 20 με το μελάνι Β. Κάθε παρτίδα έχει 10,000 κομμάτια επειδή όμως την ημέρα μπορούν να παραχθούν μονάχα 10 παρτίδες, το πείραμα γίνεται για 4 ημέρες. Πέμπτη και Παρασκευή που παράχθηκαν στυλό με το μελάνι Α ο ρυθμός ελαττωματικών ήταν 1.5% και το Σάββατο και Κυριακή που παράχθηκαν με το μελάνι Β, ήταν 5.8%.

Με την πρώτη ματιά το συμπέρασμα είναι ότι ο ρυθμός ελαττωματικών του μελανιού Β είναι μεγαλύτερος. Το Σάββατο και Κυριακή όμως δουλεύουν άλλοι εργάτες στην παραγωγή οι οποίοι αποτελούν το προσωρινό προσωπικό. Δεν είναι ξεκάθαρο πόση από την διαφορά των ρυθμών, $5.8 - 1.5 = 4.3$, οφείλεται στα διαφορετικά μελάνια και πόση στο διαφορετικό προσωπικό.

Τα συμπεράσματα για τον κύριο παράγοντα μπορεί να επηρεάζονται από τα επίπεδα του δευτερεύοντα παράγοντα για αυτό καλύτερο θα ήταν να παράγονται κάθε μέρα 5 παρτίδες με το μελάνι Α και 5 με το μελάνι Β.

Για την αποφυγή της μεροληψίας είναι καλό να επιλεγεί τυχαία η σειρά με την οποία θα γίνουν τα πειράματα κάθε ημέρα. Για παράδειγμα, βάζοντας σε μια γυάλα 10 χαρτάκια, τα πέντε με γραμμένο πάνω τους το Α και τα άλλα πέντε με το Β, επιλέγεται τυχαία η σειρά των πειραμάτων. Με αυτό τον τρόπο μπορεί να γίνει η παρακάτω κατανομή:

Πέμπτη	B	A	B	A	B	B	A	A	A	B
Παρασκευή	B	B	A	B	B	A	A	B	A	A
Σάββατο	A	A	A	B	B	B	A	B	B	A
Κυριακή	B	A	A	B	B	A	A	B	A	B

3.5 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΑΛΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ

3.5.1 «Τεμαχισμός» του Πειράματος

Ένα πείραμα πρέπει να διεξαχθεί σε μέρη (κομμάτια) αν υπάρχει υποψία ότι κάποιοι δευτερεύοντες παράγοντες επιδρούν στο αποτέλεσμα. Ένα κομμάτι είναι μια περιοχή (ή ομάδα) πειραματικών μονάδων που προσφέρει σχετικά ομοιόμορφες συνθήκες για την σύγκριση των κύριων παραγόντων. Στο προηγούμενο παράδειγμα, η ημέρα προσφέρει σχετικά ομοιόμορφες συνθήκες για την σύγκριση των δύο μελανιών. Πιθανό είναι να υπάρχουν διαφορές από μέρα σε μέρα αλλά κατά τη διάρκεια μιας ημέρας οι συνθήκες μπορούν να θεωρηθούν ομοιόμορφες.

3.5.2 Τυχαιοποίηση

Πολλοί είναι οι παράγοντες που επηρεάζουν την μεταβλητή απάντησης. Για παράδειγμα, ο ρυθμός ελαττωματικών στο παράδειγμα με τα μελάνια, επηρεάζεται από πολλά μικρά γεγονότα κατά τη διάρκεια της ημέρας. Για την αποφυγή πιθανής μεροληψίας στη σύγκριση, κατανέμονται τα πειράματα κάθε ημέρας τυχαία. Η τυχαιοποίηση κατά ένα τρόπο αποζημιώνει για όλους εκείνους τους παράγοντες που δεν ελέγχονται.

Ένας καλός κανόνας για κάθε πειραματικό σχέδιο είναι: *τεμάχισε ότι μπορείς να τεμαχίσεις και τυχαιοποίησε ότι μπορείς να τυχαιοποιήσεις.*

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Στο παρακάτω παράδειγμα μελετάται η φθορά των ελαστικών αυτοκινήτου και οι διαφορές ανάμεσα σε τέσσερις διαφορετικές μάρκες ελαστικών: Α, Β, Γ και Δ. Τα πειράματα γίνονται σε τέσσερα, ίδιου μοντέλου, αυτοκίνητα αλλά υπάρχει η υποψία ότι μικρές διαφορές στα αυτοκίνητα μπορεί να οδηγήσουν σε διαφορετικά αποτελέσματα. Επίσης οι θέσεις για τα λάστιχα είναι τέσσερις: μπροστά αριστερά, μπροστά δεξιά, πίσω αριστερά και πίσω δεξιά. Και εδώ υπάρχει υποψία ότι οι διαφορετικές θέσεις μπορεί να επηρεάσουν τη σύγκριση. Φυσικά το αυτοκίνητο και η θέση της ρόδας είναι δευτερεύοντες παράγοντες. Πρέπει να τεμαχιστεί το πείραμα έτσι ώστε το αυτοκίνητο και η θέση της ρόδας να έχουν μικρή επιρροή στη σύγκριση των τεσσάρων ελαστικών.

Τα παρακάτω πειραματικά σχέδια δεν είναι τόσο καλά:

Θέση	1	2	3	4	Θέση	1	2	3	4
Δ/Μ	Α	Β	Γ	Δ	Δ/Μ	Α	Α	Α	Α
Α/Μ	Α	Β	Γ	Δ	Α/Μ	Β	Β	Β	Β
Δ/Π	Α	Β	Γ	Δ	Δ/Π	Γ	Γ	Γ	Γ
Α/Π	Α	Β	Γ	Δ	Α/Π	Δ	Δ	Δ	Δ

Το πρώτο σχέδιο είναι κακό καθώς θα μπορούσαν να υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στα αυτοκίνητα. Η σύγκριση του αυτοκινήτου με τον τύπο του ελαστικού μπορεί να είναι επικίνδυνη. Επίσης το δεύτερο σχέδιο δεν είναι καλό γιατί συγχέεται ο τύπος του ελαστικού με τη θέση της ρόδας.

Το παρακάτω σχέδιο είναι πολύ καλύτερο. Λέγεται *Λατινικό τετράγωνο*:

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ - ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ

Θέση	1	2	3	4
Δ/Μ	Α	Β	Γ	Δ
Α/Μ	Β	Γ	Δ	Α
Δ/Π	Γ	Δ	Α	Β
Α/Π	Δ	Α	Β	Γ

Κάθε λάστιχο χρησιμοποιείται σε κάθε αυτοκίνητο και σε κάθε θέση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΑΠΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΥΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΥΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥΣ ΚΑΙ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ

4.1 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΣΩΝ ΑΠΟ ΔΥΟ ΑΣΥΣΧΕΤΙΣΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ

Το πείραμα που περιγράφεται σε αυτή την παράγραφο αφορά τη σύγκριση της δύναμης σπασίματος της μύτης δυο διαφορετικών μηχανικών μολυβιών*. Ο ένας τύπος παράγεται από την εταιρεία Α και ο άλλος από την εταιρεία Β. Πολλά πακέτα από κάθε μάρκα αγοράστηκαν και οι μύτες υποβλήθηκαν σε ένα απλό έλεγχο αντοχής. Ζευγάρια από μύτες της ίδιας μάρκας τοποθετήθηκαν στο κενό ανάμεσα από δύο βιβλία για την δημιουργία μιας γέφυρας και τοποθετήθηκαν κέρματα στο μέσο αυτής της γέφυρας έως ότου μία μύτη θα έσπαγε. Ο αριθμός των κερμάτων κατά τα οποία μία από τις μύτες έσπαγε, χρησιμοποιήθηκε ως μέτρο δύναμης.

Ένα πείραμα με δώδεκα ζευγάρια από μύτες πραγματοποιήθηκε. Έξι ζευγάρια από την ομάδα Α και έξι από την ομάδα Β. Η σειρά που πραγματοποιήθηκε το πείραμα σε αυτά τα δώδεκα ζευγάρια ήταν τυχαία και τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:

ΜΑΡΚΑ Α: 46, 42, 47, 48, 52, 40

ΜΑΡΚΑ Β: 32, 46, 41, 39, 38, 41

Στατιστικά και για τις δύο μάρκες δίνονται παρακάτω:

Ομάδα 1: (Μάρκα Α): $n_1 = 6$, $\bar{x}_1 = 45.8$, $s_1 = 4.31$

Ομάδα 2: (Μάρκα Β): $n_2 = 6$, $\bar{x}_2 = 39.5$, $s_2 = 4.59$

Μια σύγκριση των δύο μέσων των ομάδων:

$$\text{Μάρκα Α} - \text{Μάρκα Β} = 45.8 - 39.5 = 6.3.$$

4.1.1 Στατιστική και Πρακτική Σημαντικότητα της Διαφοράς Δύο Μέσων

Τι σημαίνει μια διαφορά μέσων της τάξης των 6.3 κερμάτων; Είναι στατιστικά σημαντική αυτή η διαφορά; Δηλαδή, θα μπορούσε να μην υπάρχει αυτή η διαφορά αν είχαν επιλεγεί άλλα δείγματα και είχε επαναληφθεί το πείραμα;

Αν η διαφορά των μέσων είναι στατιστικά σημαντική ή όχι εξαρτάται από την μεταβολή των μετρήσεων από τους αντίστοιχους δειγματικούς τους μέσους. Πως εκτιμάται όμως η στατιστική σημαντικότητα; Για αυτό χρειάζεται η κατανομή της διαφοράς δυο δειγματικών μέσων που προκύπτουν από επαναλαμβανόμενες εφαρμογές μιας πειραματικής διαδικασίας. Αυτό μπορεί να θεωρηθεί σαν τυχαία δειγματοληψία από δύο ασυσχέτιστους πληθυσμούς στους οποίους μελετάται η μεταβλητότητα της διαφοράς δυο δειγματικών μέσων σε επαναλαμβανόμενα δείγματα από τους δύο αυτούς πληθυσμούς. Παρόλα αυτά η αναλογία της τυχαίας δειγματοληψίας από δύο ασυσχέτιστους πληθυσμούς δεν είναι πάντα καλή, καθώς τα πειράματα πραγματοποιούνται με την πάροδο του χρόνου και οι συνθήκες που επικρατούσαν σήμερα μπορεί να διαφέρουν από αυτές αύριο.

* Το συγκεκριμένο παράδειγμα είναι από τις σημειώσεις μαθήματος του Russell V. Lenth για το Πανεπιστήμιο της Iowa για ένα μάθημα με θέμα Στατιστικές Μέθοδοι για Ποιοτική και Παραγωγική Βελτίωση.

Για αυτόν ακριβώς το λόγο είναι τόσο σημαντική η τυχαιοποίηση στον πειραματισμό, γιατί έτσι τα δεδομένα φαίνονται σαν ένα αποτέλεσμα δύο ασυσχέτιστων τυχαίων δειγμάτων.

Υπάρχουν λοιπόν 2 πληθυσμοί και δύο ασυσχέτιστα τυχαία δείγματα. Έστω ότι το μέγεθος του πρώτου δείγματος, n_1 , προέρχεται από πληθυσμό με μέσο μ_1 και τυπική απόκλιση σ_1 . Οι δειγματικοί μέσοι \bar{X}_1 , που υπολογίζονται από τυχαία δείγματα μεγέθους n_1 από τον πληθυσμό, αλλάζουν γύρω από τον πληθυσμιακό μέσο μ_1 . Η τυπική απόκλιση τέτοιων μέσων δίνεται από $\sigma_1 / \sqrt{n_1}$. Παρόμοια, δειγματικοί μέσοι \bar{X}_2 , που υπολογίζονται από τυχαία δείγματα μεγέθους n_2 που προέρχονται από τον πληθυσμό 2 με μέσο μ_2 και τυπική απόκλιση σ_2 , αλλάζουν γύρω από το μ_2 . Η τυπική απόκλιση ή το τυπικό σφάλμα τέτοιων μέσων δίνεται από $\sigma_2 / \sqrt{n_2}$.

Η δειγματική κατανομή της διαφοράς δύο δειγματικών μέσων, $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ έχει κέντρο στο μέσο $\mu_1 - \mu_2$ και η τυπική απόκλιση δίνεται από

$$\begin{aligned} StdDev(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) &= \sqrt{[StdDev(\bar{X}_1)]^2 + [StdDev(\bar{X}_2)]^2} \\ &= \sqrt{\frac{(\sigma_1)^2}{n_1} + \frac{(\sigma_2)^2}{n_2}}. \end{aligned}$$

Για να έχει ισχύ αυτό το αποτέλεσμα, γίνεται η υπόθεση ότι τα πειράματα πραγματοποιούνται ανεξάρτητα και κάτω από παρόμοιες συνθήκες. Δηλαδή γίνεται η υπόθεση ότι οι παρατηρήσεις προέρχονται από ένα τελείως τυχαιοποιημένο σχέδιο.

Συνήθως οι τυπικές αποκλίσεις των πληθυσμών είναι άγνωστες και πρέπει να αντικατασταθούν από τις δειγματικές τυπικές αποκλίσεις s_1 και s_2 . Η εκτιμώμενη τυπική απόκλιση της διαφοράς $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$, δίνεται από

$$StdDev(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \sqrt{\frac{(s_1)^2}{n_1} + \frac{(s_2)^2}{n_2}}.$$

Χρησιμοποιείται στον υπολογισμό διαστημάτων εμπιστοσύνης της διαφοράς πληθυσμιακών μέσων $\mu_1 - \mu_2$. Ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την διαφορά $\mu_1 - \mu_2$, δίνεται από

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm (2) \sqrt{\frac{(s_1)^2}{n_1} + \frac{(s_2)^2}{n_2}}.$$

Για μικρά μεγέθη δειγμάτων και με μικρές δειγματικές τυπικές αποκλίσεις που αντικαθιστούν τις πληθυσμιακές, η κάλυψη μπορεί να είναι διαφορετική από 95%. Εν τούτοις τέτοια διαστήματα λειτουργούν καλά με λογικά δειγματικά μεγέθη.

Για τα δεδομένα του προβλήματος με τις μύτες μηχανικών μολυβιών, η εκτιμηθείσα τυπική απόκλιση της διαφοράς $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ δίνεται από

$$StdDev(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \sqrt{\frac{(4.31)^2}{6} + \frac{(4.59)^2}{6}} = 2.57,$$

και ένα προσεγγιστικό διάστημα εμπιστοσύνης για την διαφορά των δύο πληθυσμιακών μέσων δίνεται από το διάστημα 6.3 ± 5.1 ή (1.2, 11.4). Υπάρχει 95% εμπιστοσύνη ότι το διάστημα από 1.2 μέχρι 11.4 κέρματα καλύπτει την διαφορά των πραγματικών δυνάμεων σπασίματος. Αυτό το διάστημα δεν περιέχει την τιμή μηδέν. Επίσης η διαφορά $\mu_1 - \mu_2 = 0$ υπονοεί ότι δεν υπάρχει διαφορά ανάμεσα στους δύο πληθυσμιακούς μέσους. Έτσι συμπεραίνουμε ότι η μάρκα A είναι πιο δυνατή από την μάρκα B. Η απόσταση, δηλαδή, της παρατηρούμενης διαφοράς 6.3 από το μηδέν, είναι στατιστικά σημαντική. Αν η τιμή μηδέν συμπεριλαμβανόταν στο διάστημα εμπιστοσύνης, τότε δεν θα μπορούσε να ειπωθεί ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά των δύο μέσων. Η διαφορά δηλαδή, των 6.3 κερμάτων από το μηδέν θα μπορούσε να εξηγηθεί ως δειγματική μεταβλητότητα.

Τυπικά, μπορεί να γίνει έλεγχος της μηδενικής υπόθεσης ότι $\mu_1 - \mu_2 = 0$ έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης ότι $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$. Ο στατιστικός έλεγχος για αυτό το δίπλευρο έλεγχο δίνεται από $(6.3 - 0) / 2.57 = 2.45$. Η πιθανότητα να παρουσιαστεί ένα τόσο μεγάλο στατιστικό, αν όντως $\mu_1 - \mu_2 = 0$, δίνεται από $(2A)P(Z > 2.45) = 0.0143$. Αυτή είναι η τιμή πιθανότητας του στατιστικού ελέγχου. Επειδή είναι μικρότερη από το σύνθητες 0.05 επίπεδο σημαντικότητας, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση. Τα δεδομένα δείχνουν ότι η μέση αντοχή αυτών των δύο μαρκών είναι διαφορετική.

4.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΥΟ ΜΕΣΩΝ ΑΠΟ ΕΝΑ ΔΙΠΛΕΥΡΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Στην παράγραφο 3.3 του προηγούμενου κεφαλαίου έγινε περιγραφή ενός πειράματος στο οποίο συγκρίνονταν τα χαρακτηριστικά φθοράς δύο διαφορετικών τύπων συνθετικής σόλας. Δόθηκαν σε κάθε ένα από τα 20 άτομα, παπούτσια με το υλικό A και με το υλικό B. Ρίχνοντας ένα κέρμα αποφασίστηκε αν ο τύπος A θα έμπαινε στο δεξί ή στο αριστερό πόδι.

Κάθε άτομο σε αυτό το πείραμα είναι μια μονάδα. Οι δύο παρατηρήσεις που προέρχονται από κάθε μονάδα σχετίζονται. Και οι δυο εξαρτώνται από το επίπεδο δραστηριότητας του ατόμου. Για αυτό το λόγο δεν μπορεί να εφαρμοσθεί η προσέγγιση της προηγούμενης παραγράφου που υποθέτει ότι οι παρατηρήσεις από διαφορετικές ομάδες είναι ανεξάρτητες.

Τα δεδομένα από το υλικό A και το υλικό B, καθώς και οι διαφορές τους για το κάθε άτομο παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1.

Αφού το πείραμα είναι δίπλευρο και αφού κάθε ζευγάρι παρατηρήσεων προέρχεται από το ίδιο άτομο, είναι φυσικό να εξεταστούν οι διαφορές τους. Οι είκοσι διαφορές d_1, d_2, \dots, d_{20} δίνονται στον πίνακα 4.1 και το διάγραμμα σημείων αυτών των διαφορών δίνεται στο σχήμα 4.1. Στο διάγραμμα φαίνεται ότι 17 από τις 20 διαφορές είναι θετικές. Ο μέσος αυτών των είκοσι διαφορών είναι $\bar{d} = 0.27$ και η τυπική απόκλιση είναι $s_d = 0.2975$.

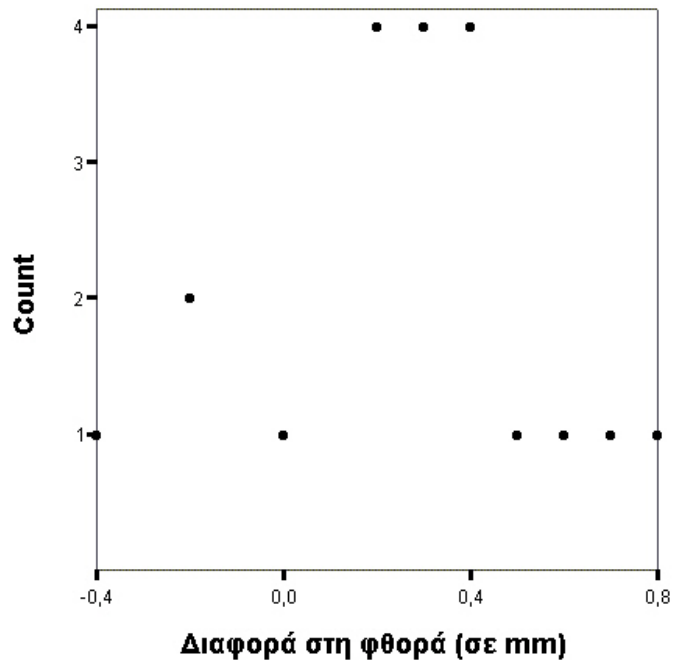
Ο δειγματικός μέσος $\bar{d} = 0.27$ είναι η καλύτερη εκτίμηση του πληθυσμιακού μέσου, μ_d . Για τον υπολογισμό ενός διαστήματος εμπιστοσύνης για το μ_d , χρειάζεται η τυπική απόκλιση των μέσων, \bar{D} , που υπολογίζεται από επαναλαμβανόμενα τυχαία δείγματα μεγέθους n

$$StdDev(\bar{D}) = s_d / \sqrt{n} = 0.2975 / \sqrt{20} = 0.0665$$

Ένα προσεγγιστικό 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την άγνωστη πληθυσμιακή μέση διαφορά μ_d δίνεται από το $0.27 \pm (2)(0.0665)$ ή (0.14, 0.40). Επειδή αυτό το διάστημα δεν περιέχει το μηδέν, η διαφορά μεταξύ των δύο υλικών είναι στατιστικά σημαντική. Υπάρχουν σημαντικές ενδείξεις ότι η φθορά του υλικού B είναι μεγαλύτερη από τη φθορά του υλικού A.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1 Παράδειγμα Φθοράς
Παπουτσιών: Σόλες Α και Β**

	A	B	B-A
Άτομο 1	8.3	8.7	0.4
Άτομο 2	6.3	6.1	-0.2
.	7.5	7.9	0.4
.	2.6	3.1	0.5
.	8.5	8.8	0.3
.	7.6	7.2	-0.4
.	5.4	5.7	0.3
.	4.4	4.6	0.2
.	3.6	4.3	0.7
.	3.8	4.2	0.4
.	2.4	2.6	0.2
.	5.6	5.9	0.3
.	3.5	3.3	-0.2
.	6.5	6.8	0.3
.	2.8	3.6	0.8
.	4.8	4.8	0
.	6.9	7.1	0.2
.	1.7	2.3	0.6
.	5.1	5.3	0.2
Άτομο 20	5.2	5.6	0.4



Σχήμα 4.1 Διάγραμμα σημείων της διαφοράς φθοράς (B-A)

4.3 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΩΝ

4.3.1 Ένα Παραγοντικό Πείραμα με Δύο Παράγοντες

Σε πολλές περιπτώσεις, το ενδιαφέρον επικεντρώνεται σε παραπάνω από έναν παράγοντες και γίνεται έλεγχος της επιρροής πολλών παραγόντων σε μια μεταβλητή απάντησης.

Έστω ότι η θερμοκρασία και ο χρόνος αντίδρασης αναμένεται να επηρεάζουν την απόδοση μιας συγκεκριμένης χημικής διαδικασίας και έστω ότι γίνεται μια σειρά από πειράματα στα οποία παρατηρείται η απόδοση της διαδικασίας κάτω από διαφορετικές θερμοκρασίες και διαφορετικά επίπεδα χρόνου αντίδρασης. Στο παρακάτω παράδειγμα έχουν επιλεγεί δύο επίπεδα θερμοκρασίας T: ένα χαμηλό επίπεδο 110 βαθμών (-) και ένα υψηλό επίπεδο 130 βαθμών (+). Επίσης για τον χρόνο αντίδρασης επιλέγονται δύο επίπεδα R: ένα χαμηλό 50 λεπτών (-) και ένα υψηλό 70 λεπτών (+).

Πραγματοποιήθηκε ένα απλό παραγοντικό πείραμα στο οποίο ελέγχονται οι τέσσερις πιθανοί συνδυασμοί παράγοντα-επίπεδο. Αυτοί οι συνδυασμοί φαίνονται στον πίνακα 4.2. Το πείραμα πραγματοποιήθηκε οκτώ φορές (μία αναπαραγωγή με τυχαία σειρά). Οι αποδόσεις των δύο δοκιμών καθώς και οι μέσοι τους παραθέτονται στον πίνακα 4.2.

Είναι εύκολο να γραφτούν τα επίπεδα των παραγόντων και για τις τέσσερις δοκιμές με τα σύμβολα “+,-”. Στην πρώτη στήλη εισάγεται η σειρά “- + - +” (εναλλάξ). Στη δεύτερη στήλη γράφονται “- - + +”. Οι σειρές αυτού του πίνακα δίνουν τα επίπεδα των τεσσάρων δοκιμών. Αυτός ο συγκεκριμένος

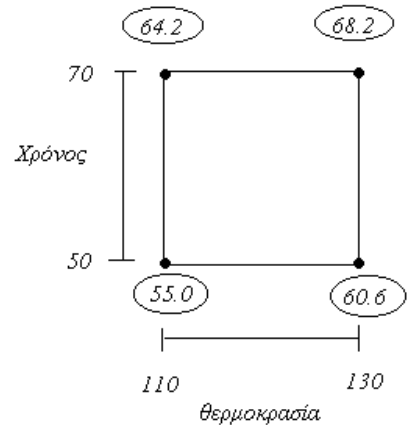
τρόπος απεικόνισης λέγεται *κλασική σειρά*. Πρακτικά βέβαια πρέπει η σειρά των δοκιμών να γίνει τυχαία.

Γεωμετρικά, οι τέσσερις συνδυασμοί παράγοντα-επίπεδο αντιπροσωπεύουν τις τέσσερις γωνίες του τετραγώνου στο σχήμα στον πίνακα 4.2.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2 Ένα 2² Παραγοντικό Πείραμα

Θερμοκρασία	Χρόνος	Παραγωγή (σε ποσοστό)		
		Μέσος	Γύρος1	Γύρος2
110	50'	55.0	(55.5	54.5)
130	50'	60.6	(60.2	61.0)
110	70'	64.2	(64.5	63.9)
130	70'	68.2	(67.7	68.7)

T	R	Παραγωγή (σε ποσοστό)		
Θερμοκρασία	Χρόνος	Μέσος	Γύρος1	Γύρος2
-	-	55.0	(55.5	54.5)
+	-	60.6	(60.2	61.0)
-	+	64.2	(64.5	63.9)
+	+	68.2	(67.7	68.7)

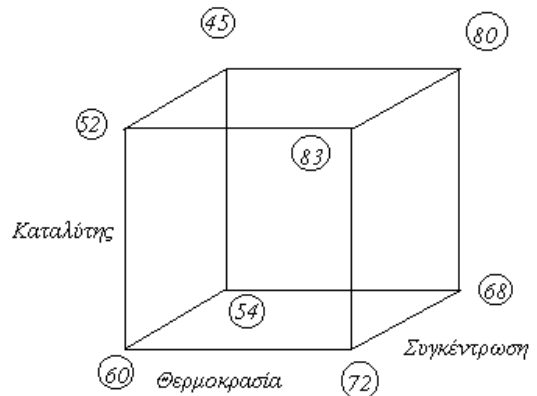


4.3.2 Ένα Παραγοντικό Πείραμα με Τρεις Παράγοντες

Έστω ότι για τους παράγοντες, θερμοκρασία T , συγκέντρωση C και τύπος του καταλύτη K υπάρχουν ενδείξεις ότι επηρεάζουν την απόδοση μιας χημικής διαδικασίας. Η διαδικασία μελετάται σε δύο επίπεδα της θερμοκρασίας (160 και 180 βαθμούς), σε δύο επίπεδα της συγκέντρωσης (20 και 40 τοις εκατό) και για δύο διαφορετικούς καταλύτες (καταλύτης Α και Β).

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3 Ένα 2³ Παραγοντικό Πείραμα

Θερμοκρασία	Συγκέντρωση	Καταλύτης	Αποτέλεσμα
T	C	K	
-	-	-	60
+	-	-	72
-	+	-	54
+	+	-	68
-	-	+	52
+	-	+	83
-	+	+	45
+	+	+	80



Ένα παραγοντικό σχέδιο δύο επιπέδων μελετά όλους τους πιθανούς συνδυασμούς παράγοντα-επίπεδο αυτών των τριών παραγόντων. Δηλαδή συνολικά $2^3=8$ δοκιμές που παρουσιάζονται στον πίνακα 4.3.

Τα επίπεδα των παραγόντων αυτών των οκτώ δοκιμών, τοποθετημένα με βάση την κλασική σειρά, δημιουργούν τον πίνακα 4.3. Η πρώτη στήλη δίνεται ως “- + - + - + - +”, η δεύτερη δίνεται ως “- - + + - - + +” και η τρίτη δίνεται ως “- - - - + + + +”. Γεωμετρικά, οι οκτώ συνδυασμοί παράγοντα-επίπεδο αντιπροσωπεύουν τις γωνίες του κύβου στο σχήμα στον πίνακα 4.3.

4.3.3 Ένα Παραγοντικό Πείραμα με k Παράγοντες

Ένα πείραμα μπορεί να περιλαμβάνει k παράγοντες όπου κάθε παράγοντας μελετάται σε δύο διαφορετικά επίπεδα. Ένα παραγοντικό σχέδιο δύο επιπέδων προϋποθέτει 2^k δοκιμές. Είναι εύκολη η γραφή των επιπέδων των παραγόντων αυτών των 2^k δοκιμών με την κλασική σειρά:

Η πρώτη στήλη γράφεται ως “- + - + - ... - +”, η δεύτερη στήλη, στη συνέχεια, γράφεται ως “- - + + - - + + - ... + +”, η τρίτη στήλη ως “- - - - + + + + - ... + +” και ομοίως οι υπόλοιπες. Η στήλη k περιλαμβάνει 2^{k-1} διαφορετικά σύμβολα “- - - - ... + + + +”.

Χρησιμοποιώντας αυτή τη μέθοδο είναι εύκολο να θυμάται κανείς όλες τις δοκιμές. Αλλά πρέπει πάντα να επιλέγεται τυχαία η σειρά των δοκιμών.

4.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΑΠΟ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΩΝ

4.4.1 Ανάλυση ενός 2^2 Παραγοντικού Πειράματος

Σε αυτή την παράγραφο αναλύονται τα αποτελέσματα του 2^2 παραγοντικού πειράματος που δίνονται στον πίνακα 4.2. Πραγματοποιήθηκαν οκτώ πειράματα με τυχαία σειρά, δίνοντας ως αποτέλεσμα δύο παρατηρήσεις για κάθε συνδυασμό παράγοντα-επίπεδο. Οι μέσες αποδόσεις στους τέσσερις συνδυασμούς παράγοντα-επίπεδο του 2^2 παραγοντικού πειράματος, χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των επιδράσεων των δύο παραγόντων στο αποτέλεσμα.

Οι μέσες αποδόσεις χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση των επιδράσεων της θερμοκρασίας και του χρόνου αντίδρασης. Το σχήμα 4.2 εκφράζει αυτές τις πληροφορίες γραφικά, απεικονίζοντας τις αποδόσεις για τα δύο επίπεδα της θερμοκρασίας χωριστά για κάθε επίπεδο του χρόνου αντίδρασης.

Οι τιμές στον πίνακα 4.2 και στο σχήμα 4.2 δείχνουν πως εκτιμάται η επίδραση της θερμοκρασίας. Η επίδραση μιας 20 βαθμών αλλαγής της θερμοκρασίας από 110 βαθμούς (-) σε 130 βαθμούς (+) εκτιμάται από την διαφορά των μέσων αποδόσεων στη θερμοκρασία των 130 και 110. Οι αποδόσεις σε θερμοκρασία 130 βαθμών είναι 60.6 και 68.2 και αυτές σε θερμοκρασία 110 είναι 55.0 και 64.2. Άρα η εκτίμηση της επίδρασης T της θερμοκρασίας είναι

$$T = \frac{60.6 + 68.2}{2} - \frac{55.0 + 64.2}{2} = 64.4 - 59.6 = 4.8$$

$$= (-55.0 + 60.6 - 64.2 + 68.2) / 2 = 4.8.$$

Υπάρχει όμως και ένας εύκολος αλγοριθμικός κανόνας για τον υπολογισμό της επίδρασης της θερμοκρασίας: Οι αποδόσεις πολλαπλασιάζονται με τα σύμβολα (+, -) στην στήλη 1 του πίνακα 4.2. Ο αριθμός 2 αντιπροσωπεύει τον αριθμό των συμβόλων μείον (ή των +) σε αυτή τη στήλη (αυτό δηλαδή που φαίνεται στην δεύτερη γραμμή της παραπάνω εξίσωσης).

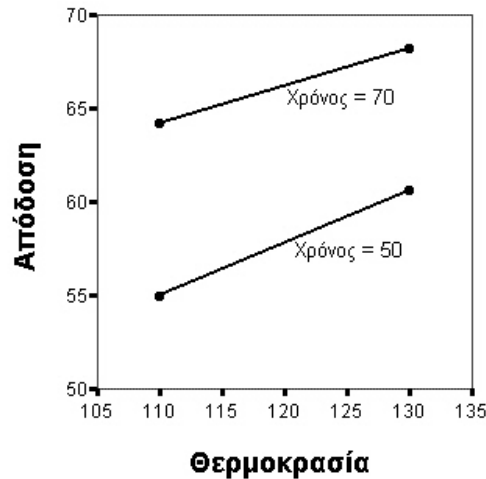
Η εκτιμώμενη επίδραση $T = 4.8$ υπονοεί ότι μια 20 βαθμών αλλαγή θερμοκρασίας από 110 σε 130 βαθμούς αυξάνει την απόδοση κατά 4.8 μονάδες (εδώ επί τοις εκατό).

Παρόμοια, η επίδραση μιας αλλαγής του χρόνου αντίδρασης R από 50 λεπτά σε 70 λεπτά, εκτιμάται ως η διαφορά των μέσων αποδόσεων στα 70 και 50 λεπτά:

$$R = \frac{64.2 + 68.2}{2} - \frac{55.0 + 60.6}{2} = 66.2 - 57.8 = 8.4$$

$$= (-55.0 - 60.6 + 64.2 + 68.2) / 2 = 8.4.$$

Το αποτέλεσμα $R = 8.4$ υπονοεί ότι μια αύξηση στο χρόνο αντίδρασης από 50 σε 70 λεπτά αυξάνει την απόδοση κατά 8.4 μονάδες (επί τοις εκατό).



Σχήμα 4.2 Γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων του 2² παραγοντικού πειράματος

Οι επιδράσεις T και R λέγονται *κύριες επιδράσεις*. Εκφράζουν πώς μια αλλαγή στα επίπεδα ενός παράγοντα επηρεάζει την απάντηση (εδώ απόδοση). Στον υπολογισμό μιας κύριας επίδρασης ενός παράγοντα, υπολογίζεται ο μέσος όλων των επιπέδων των άλλων παραγόντων.

Σε πολλές περιπτώσεις η επίδραση μιας αλλαγής ενός παράγοντα εξαρτάται από το επίπεδο ενός άλλου παράγοντα (η επίδραση της θερμοκρασίας μπορεί να αλλάξει με βάση το επίπεδο του χρόνου αντίδρασης). Η παρουσία ή η απουσία της αλληλεπίδρασης μεταξύ των παραγόντων, θερμοκρασία και χρόνος αντίδρασης, φαίνονται στο σχήμα 4.2. Σε αυτό το γράφημα, οι δύο γραμμές απόδοσης, για χαμηλά και υψηλά επίπεδα του R , είναι σχεδόν παράλληλες που σημαίνει ότι οι επιδράσεις της θερμοκρασίας στα δύο επίπεδα του R είναι σχεδόν ίδιες.

Η αλληλεπίδραση μεταξύ των παραγόντων, θερμοκρασία και χρόνος αντίδρασης, $T \times R$, δίνεται από

$$T \times R = [(68.2 - 64.2) - (60.6 - 55.0)] / 2 = -0.8$$

Αν αυτός ο συντελεστής είναι 0 ή μικρός κατά απόλυτη τιμή, τότε λέγεται ότι δεν υπάρχει αλληλεπίδραση ανάμεσα στους δύο παράγοντες. Η παρουσία αλληλεπίδρασης επηρεάζει την ερμηνεία των κύριων επιδράσεων. Αν υπάρχει μικρή ή καθόλου αλληλεπίδραση ανάμεσα στους παράγοντες, το καταλληλότερο είναι να υπολογισθεί ο μέσος των αποτελεσμάτων των επιπέδων του δεύτερου παράγοντα. Αν δεν υπάρχει καθόλου αλληλεπίδραση, δεν έχει πολύ νόημα η ερμηνεία των κύριων επιδράσεων.

Η παρουσία μιας αλληλεπίδρασης φαίνεται εύκολα από ένα διάγραμμα όπως αυτό στο σχήμα 4.2 το οποίο λέγεται διάγραμμα αλληλεπίδρασης. Αν οι δύο γραμμές απόδοσης, για χαμηλά και υψηλά επίπεδα του R , είναι παράλληλες τότε δεν υπάρχει αλληλεπίδραση.

Ένας ευκολότερος τρόπος υπολογισμού της αλληλεπίδρασης, είναι η δημιουργία μιας επιπλέον στήλης (TR), η οποία λαμβάνεται πολλαπλασιάζοντας τα κωδικοποιημένα στοιχεία (+, -) της στήλης T με της στήλης R του πίνακα 4.2. Έτσι η καινούρια στήλη περιέχει τα στοιχεία “+ - - +” και προκύπτει ότι

$$T \times R = (+55.0 - 60.6 - 64.2 + 68.2) / 2 = -0.8$$

4.4.2 Ανάλυση ενός 2^3 Παραγοντικού Πειράματος

Σαν παράδειγμα, αναλύεται το 2^3 παραγοντικό πείραμα της παραγράφου 4.3.2. Υπάρχουν 4 επιπλέον στήλες στον πίνακα 4.4 (TC, TK, CK, TCK) που περιλαμβάνουν όλα τα δυνατά γινόμενα των τριών πρώτων στηλών.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4 Ένα 2^3 Παραγοντικό Πείραμα

T	C	K	TC	TK	CK	TCK	Αποτέλεσμα
-	-	-	+	+	+	-	60
+	-	-	-	-	+	+	72
-	+	-	-	+	-	+	54
+	+	-	+	-	-	-	68
-	-	+	+	-	-	+	52
+	-	+	-	+	-	-	83
-	+	+	-	-	+	-	45
+	+	+	+	+	+	+	80

Εκτίμηση των κύριων επιδράσεων Η επίδραση μιας αλλαγής της θερμοκρασίας από 160 (-) σε 180 (+) βαθμούς εκτιμάται από την διαφορά των μέσων των αποτελεσμάτων στις θερμοκρασίες 180 και 160 βαθμών. Έτσι

$$T = \frac{72 + 68 + 83 + 80}{4} - \frac{60 + 54 + 52 + 45}{4} = 75.75 - 52.75$$

$$= (-60 + 72 - 54 + 68 - 52 + 83 - 45 + 80) / 4 = 23.0$$

Το αποτέλεσμα υπονοεί ότι μια αύξηση 20 βαθμών της θερμοκρασίας από 160 σε 180 βαθμούς, αυξάνει την απόδοση κατά 23 μονάδες.

Η επίδραση μιας αλλαγής της συγκέντρωσης από 20 (-) σε 40 (+) τοις εκατό εκτιμάται από την διαφορά των μέσων των αποτελεσμάτων στις συγκεντρώσεις 40 και 20 τοις εκατό. Έτσι

$$C = \frac{54 + 68 + 45 + 80}{4} - \frac{60 + 72 + 52 + 83}{4} = 61.75 - 66.75$$

$$= (-60 - 72 + 54 + 68 - 52 - 83 + 45 + 80) / 4 = -5.0.$$

Μια αύξηση στη συγκέντρωση από 20 σε 40 τοις εκατό μειώνει την απόδοση κατά 5 μονάδες.

Η επίδραση μιας αλλαγής του καταλύτη από Α (-) σε Β (+) εκτιμάται από την διαφορά των μέσων των αποτελεσμάτων για τον καταλύτη Α και Β. Έτσι

$$K = \frac{52 + 83 + 45 + 80}{4} - \frac{60 + 72 + 54 + 68}{4} = 65.0 - 63.5 \\ = (-60 - 72 - 54 - 68 + 52 + 83 + 45 + 80) / 4 = 1.5.$$

Μια αλλαγή από τον καταλύτη Α στον Β αυξάνει την απόδοση κατά 1.5 μονάδες.

Εκτίμηση των Επιδράσεων Αλληλεπίδρασης Δύο Παραγόντων Για την εκτίμηση της επίδρασης της αλληλεπίδρασης μεταξύ της θερμοκρασίας και του καταλύτη, αγνοείται η πληροφορία της συγκέντρωσης.

Στον καταλύτη Β (+) η επίδραση μιας αλλαγής της θερμοκρασίας από 160 σε 180 βαθμούς εκτιμάται από

$$T(\text{Καταλυτής Β}) = (80 + 83) / 2 - (52 + 45) / 2 \\ = 81.5 - 48.5 = 33.$$

Στον καταλύτη Α (-) η επίδραση μιας αλλαγής της θερμοκρασίας από 160 σε 180 βαθμούς εκτιμάται από

$$T(\text{Καταλυτής Α}) = (72 + 68) / 2 - (60 + 54) / 2 \\ = 70 - 57 = 13.$$

Η επίδραση της αλληλεπίδρασης μεταξύ της θερμοκρασίας και του καταλύτη $T \times K$ είναι

$$T \times K = (33 - 13) / 2 = 10$$

Ο υπολογισμός είναι πολύ εύκολος. Τα αποτελέσματα της τελευταίας στήλης του πίνακα 4.4 πολλαπλασιάζονται με τα σύμβολα της στήλης TK και τα αποτελέσματα αθροίζονται και διαιρούνται με 4. Άρα

$$T \times K = (+60 - 72 + 54 - 68 - 52 + 83 - 45 + 80) / 4 = 10$$

Οι άλλες δύο επιδράσεις των αλληλεπιδράσεων εκτιμώνται παρόμοια

$$T \times C = (+60 - 72 - 54 + 68 + 52 - 83 - 45 + 80) / 4 = 1.5$$

$$C \times K = (+60 + 72 - 54 - 68 - 52 - 83 + 45 + 80) / 4 = 0.0.$$

Αν μια αλληλεπίδραση δύο παραγόντων είναι κοντά στο μηδέν, τότε η κύρια επίδραση του ενός παράγοντα δεν εξαρτάται από τα επίπεδα του άλλου παράγοντα.

Εκτίμηση των Επιδράσεων Αλληλεπίδρασης Τριών Παραγόντων Η επίδραση της αλληλεπίδρασης μεταξύ της θερμοκρασίας και του καταλύτη $T \times K$ σε συγκέντρωση 40 τοις εκατό (+) δίνεται από

$$T \times K(\text{για } C = +) = [(80 - 45) - (68 - 54)] / 2 = 10.5.$$

Παρόμοια η επίδραση της αλληλεπίδρασης $T \times K$ σε συγκέντρωση 20 τοις εκατό (-) είναι

$$T \times K(\text{για } C = -) = [(83 - 52) - (72 - 60)] / 2 = 9.5.$$

Η αλληλεπίδραση τριών παραγόντων $T \times C \times K$ είναι

$$T \times C \times K = (10.5 - 9.5) / 2 = 0.5.$$

Αν η αλληλεπίδραση τριών παραγόντων είναι μηδέν ή πολύ μικρή, τότε η αλληλεπίδραση των δύο παραγόντων δεν επηρεάζεται από το επίπεδο του τρίτου παράγοντα.

Αντίστοιχα μπορούσε να γίνει ο υπολογισμός των αλληλεπιδράσεων παίρνοντας κατηγορίες είτε για την θερμοκρασία είτε για τον καταλύτη (με τα ίδια αποτελέσματα).

Οι υπολογισμοί της αλληλεπίδρασης τριών παραγόντων γίνονται εύκολα με τον ακόλουθο κανόνα: οι παρατηρήσεις στη στήλη των αποτελεσμάτων πολλαπλασιάζονται με τα σύμβολα της στήλης TCK , προσθέτονται και το άθροισμα διαιρείται με 4. Δηλαδή,

$$T \times C \times K = (-60 + 72 + 54 - 68 + 52 - 83 - 45 + 80) / 4 = 0.5.$$

Σύνοψη των Αποτελεσμάτων Τα αποτελέσματα αυτού του παραδείγματος συνοψίζονται στον πίνακα 4.5.

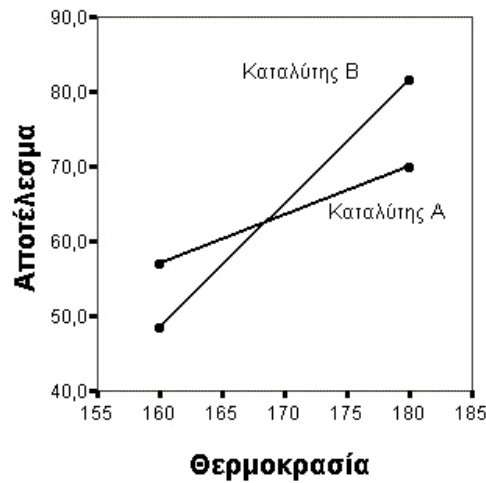
Η συγκέντρωση ($C = -5.0$) επηρεάζει το αποτέλεσμα και αυτό δεν εξαρτάται από τους άλλους δύο παράγοντες (αφού η αλληλεπίδρασή τους είναι μικρή) αλλά από την αύξησή της κατά 20 μονάδες που μειώνει την απόδοση κατά 5 μονάδες.

Η θερμοκρασία και ο τύπος του καταλύτη αλληλεπιδρούν στις επιδράσεις τους στην απόδοση. Λόγω αυτής της αλληλεπίδρασης ($T \times K = 10.0$) πρέπει η ερμηνεία τους να γίνει από κοινού. Το διάγραμμα αλληλεπίδρασης στο σχήμα 4.3 δείχνει πως αυτοί οι δύο παράγοντες επηρεάζουν την απόδοση. Η επίδραση του καταλύτη αλλάζει με την αλλαγή της θερμοκρασίας. Η απόδοση είναι μεγαλύτερη στη θερμοκρασία 180 βαθμών με τον καταλύτη Β.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5 Εκτιμούμενες Επιδράσεις στο 2^3 Παραγοντικό Πείραμα

Επιδράσεις	Εκτιμήσεις	
Μέσος	64.25	
T	23.0	***
C	-5.0	***
K	1.5	
T x C	1.5	
T x K	10.0	***
C x K	0.0	
T x C x K	0.5	

Σημαντικές επιδράσεις σημειώνονται με ***.



Σχήμα 4.3 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης της θερμοκρασίας και του αποτελέσματος

4.5 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΚΤΙΜΟΥΜΕΝΩΝ ΕΠΙΔΡΑΣΕΩΝ

4.5.1 Η μη-Αναπαραγωγίσιμη Κατάσταση

Έστω ότι δεν γίνονται αναπαραγωγές του πειράματος. Ένας απλός τρόπος να ελεγχθεί αν οι εκτιμώμενες επιδράσεις είναι μόνο τυχαίες μεταβολές και θόρυβος, είναι ένα διάγραμμα με όλες τις εκτιμώμενες επιδράσεις, κύριες και αλληλεπίδρασης. Αν κανένας παράγοντας δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα, τότε οι εκτιμώμενες επιδράσεις, κύριες και αλληλεπίδρασης, πρέπει να βρίσκονται γύρω από το μηδέν. Επειδή οι εκτιμώμενες επιδράσεις περιέχουν διαφορές και αθροίσματα των αποτελεσμάτων, λόγω του Κεντρικού Ορίου Επίδρασης, η κατανομή τους θα πρέπει να μοιάζει με την κανονική. Αν κάποιες εκτιμώμενες επιδράσεις είναι πολύ μεγάλες για να ανήκουν σε μια κανονική κατανομή γύρω από το μηδέν τότε αυτές οι επιδράσεις είναι στατιστικά σημαντικές. Μια γρήγορη μέθοδος αναγνώρισης των ασυνήθιστα μεγάλων εκτιμώμενων επιδράσεων προτείνεται από τον R. V. Lenth στην εργασία του “Γρήγορη και Εύκολη Ανάλυση των μη-Αναπαραγωγίσιμων Παραγόντων”.

Σε ένα Normal Probability plot στο οποίο απεικονίζονται οι εκτιμώμενες επιδράσεις, καμιά επίδραση δεν είναι στατιστικά σημαντική αν όλες οι εκτιμώμενες επιδράσεις βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία γραμμή.

Κάποιες φορές είναι δύσκολο να ερμηνευθεί μια εκτιμώμενη επίδραση που βρίσκεται γύρω από το μηδέν. Ειδικά στα πειράματα που περιλαμβάνουν μόνο δύο ή τρεις παράγοντες, καθώς στο παραγοντικό 2^2 υπάρχουν μόνο τρεις εκτιμώμενες επιδράσεις, ενώ στο παραγοντικό 2^3 επτά.

4.5.2 Η Αναπαραγωγίσιμη Κατάσταση

Ας θεωρηθεί η περίπτωση του 2^k παραγοντικού πειράματος, με n αναπαραγωγές που σημαίνει ότι υπάρχουν $n2^k$ παρατηρήσεις. Από κάθε ομάδα των n αναπαραγωγών, για συγκεκριμένο συνδυασμό παράγοντα-επίπεδο, μπορεί να γίνει εκτίμηση μιας τυπικής απόκλισης. Αν συνδυαστούν αυτές οι 2^k

τυπικές αποκλίσεις s_1, s_2, \dots, s_{2^k} , λαμβάνεται μια καλύτερη εκτίμηση της τυπικής αποκλίσεις των παρατηρήσεων

$$s_{\text{συνδ.}} = \sqrt{\frac{1}{2^k} \sum_{i=1}^{2^k} (s_i)^2}.$$

Αυτή η τυπική απόκλιση συνδυασμού, μετρά την μεταβλητότητα ή το θόρυβο σε ατομικές παρατηρήσεις και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό τυπικών αποκλίσεων ή τυπικών σφαλμάτων των εκτιμώμενων επιδράσεων

$$StdDev(effect) = s_{\text{συνδ.}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n2^{k-2}}}.$$

Προσεγγιστικά 95% διαστήματα εμπιστοσύνης για τις επιδράσεις δίνονται από

$$[\text{επίδραση} - (2)\text{Τυπ.Αποκλ.}(\text{επίδρασης}); \text{επίδραση} + (2)\text{Τυπ.Αποκλ.}(\text{επίδρασης})].$$

4.5.3 Παράδειγμα

Υποθέτουμε τα αποτελέσματα του αναπαραχθέντος 2^2 παραγοντικού πειράματος του πίνακα 4.2. Δύο πειράματα πραγματοποιήθηκαν για κάθε ένα από τους τέσσερις συνδυασμούς παράγοντα-επίπεδο. Αυτές οι παρατηρήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης

$$(\Theta EPM = -; \chi PONO\Sigma = -) : s_1 = \sqrt{\frac{1}{2-1} [(55.5 - 55.0)^2 + (54.5 - 55.0)^2]} = \sqrt{0.50}$$

$$(\Theta EPM = +; \chi PONO\Sigma = -) : s_2 = \sqrt{\frac{1}{2-1} [(60.2 - 60.6)^2 + (61.0 - 60.6)^2]} = \sqrt{0.32}$$

$$(\Theta EPM = -; \chi PONO\Sigma = +) : s_3 = \sqrt{\frac{1}{2-1} [(64.5 - 64.2)^2 + (63.9 - 64.2)^2]} = \sqrt{0.18}$$

$$(\Theta EPM = +; \chi PONO\Sigma = +) : s_4 = \sqrt{\frac{1}{2-1} [(67.7 - 68.2)^2 + (68.7 - 68.2)^2]} = \sqrt{0.50}$$

Αυτές οι τυπικές αποκλίσεις δίνουν την συνδυασμένη εκτίμηση

$$s_{\text{pooled}} = \sqrt{(0.50 + 0.32 + 0.18 + 0.50)/4} = \sqrt{0.375} = 0.61$$

και το τυπικό σφάλμα κάθε εκτιμημένης επίδρασης

$$StdDev(\text{επίδραση}) = (0.61) \sqrt{\frac{1}{(2)2^{2-2}}} = 0.44.$$

Προσεγγιστικά 95% διαστήματα εμπιστοσύνης για τις επιδράσεις δίνονται προσθαφαιρώντας το $(2)(0.44)=0.88$ από τις εκτιμήσεις. Η $T \times R$ επίδραση αλληλεπίδρασης δεν είναι στατιστικά σημαντική γιατί το διάστημα -0.8 ± 0.88 ή $(-1.68, 0.08)$ περιλαμβάνει το μηδέν και έτσι δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ θερμοκρασίας και χρόνου αντίδρασης.

Οι δύο κύριες επιδράσεις (θερμοκρασίας 4.8 και χρόνου αντίδρασης 8.4) είναι μεγαλύτερες από δύο τυπικά σφάλματα και έτσι αποδεικνύεται ότι οι επιδράσεις τους είναι μεγαλύτερες από το μηδέν. Αυτοί οι δύο παράγοντες επηρεάζουν την απόδοση.

4.6 ΕΝΑ ΑΛΛΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΝΟΣ 2⁴ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

Η Lynne Hare στην εργασία “Μέσα στη Σούπα: Μια Μελέτη για τον Καθορισμό των Συμβαλλόμενων στην Μεταβλητότητα Περιεχομένου” (1998, pp. 36-43), παρουσιάζει ένα πρόβλημα σχετικά με το περιεχόμενο συσκευασίας σούπας σε σκόνη από την Lipton. Οι πελάτες της σούπας σε σκόνη απαιτούν συνεπή προϊόντα, άρα είναι σημαντικό οι συσκευασίες να είναι ομοιόμορφες. Η Lipton αντιμετώπισε σχετική μεταβολή ενός συστατικού στο μίγμα. Αυτό το συστατικό είναι ένα μίγμα γευστικών συστατικών, λαδιού, αλατιού και άλλων, που αναμιγνύονται σε έναν αναδευτήρα που είναι ικανός να χωρέσει μέχρι 2,000 λίβρες. Μεγάλη ποσότητα αυτού του συστατικού σε μια συσκευασία, δίνει πολύ έντονη γεύση και λίγη ποσότητα αυτού, κάνει την σούπα αραιή.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6 Πείραμα Βάρος Γέμισης

STD	Υπολογιστικές στήλες															
	P	T	W	D	PT	PW	PD	TW	TD	WD	PTW	PTD	PWD	TWD	PTWD	
1.18	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	+	
1.70	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	
1.13	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	+	-	
1.28	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-	+	+	+	
1.85	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	+	-	
2.10	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+	+	
1.09	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+	-	+	
1.36	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	-	-	
0.97	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+	-	
0.98	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	
1.47	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+	
1.25	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	-	
0.76	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	+	
0.62	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-	
0.78	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+	-	
1.10	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	

Τυπική απόκλιση είναι η μεταβλητή απάντησης. P είναι ο αριθμός των εισόδων (1 ή 3). T είναι η θερμοκρασία (ζεστή ή κρύα), W είναι το βάρος παρτίδας (1500 ή 2000 λίβρες) και D είναι η καθυστέρηση (1 ή 7 μέρες).

Μελετητές, υπεύθυνοι για το προϊόν, εντόπισαν διάφορους παράγοντες του συγκεκριμένου συστατικού που κατά τη γνώμη τους είχαν επίδραση στο μίγμα. Αυτοί οι παράγοντες ήταν: ο αριθμός των εισόδων από όπου προστίθεται το λάδι (παράγοντας P), η θερμοκρασία του υλικού που περιβάλλει τον

αναδευτήρα (παράγοντας T), το βάρος της παρτίδας (παράγοντας W) και η καθυστέρηση (σε ημέρες) μεταξύ της μίξης και της συσκευασίας (παράγοντας D). Τα αποτελέσματα αυτού του 2^4 παραγοντικού σχεδίου δίνονται στον πίνακα 4.6. Για κάθε συνδυασμό παράγοντα-επίπεδο, έγινε παραγωγή μιας παρτίδας. Από κάθε παρτίδα συλλέχθηκε δείγμα από πέντε συσκευασίες κάθε 15 λεπτά και μετρήθηκε το βάρος του μείγματος. Υπολογίστηκε μια τυπική απόκλιση από 25 με 30 ομάδες των 5 μετρήσεων. Η τυπική απόκλιση από αυτές τις 125 με 150 μετρήσεις εκφράζει την μεταβλητότητα μέσα στο δείγμα καθώς και την μεταβλητότητα από δείγμα σε δείγμα. Το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στην μεταβλητή που εκφράζει την μεταβλητότητα κάθε παρτίδας. Οι τυπικές αποκλίσεις που αναφέρονται σε κάθε ένα από τους 16 συνδυασμούς παράγοντα-επίπεδο φαίνονται στον πίνακα 4.6. Η σειρά με την οποία πραγματοποιήθηκαν τα πειράματα ήταν τυχαία.

Εκτίμηση των Κύριων Επιδράσεων και των Επιδράσεων Αλληλεπίδρασης Η κύρια επίδραση του P είναι

$$P = (-1.18 + 1.70 - 1.13 + 1.28 - \dots - 0.78 + 1.10) / 8 = 1.16 / 8 = 0.145$$

Η αλληλεπίδραση δύο παραγόντων μεταξύ του P και του T είναι

$$P \times T = (+1.18 - 1.70 - 1.13 + 1.28 + \dots - 0.78 + 1.10) / 8 = -0.12 / 8 = -0.015.$$

Παρόμοια, εκτιμώνται και οι άλλες κύριες επιδράσεις και επιδράσεις αλληλεπίδρασης.

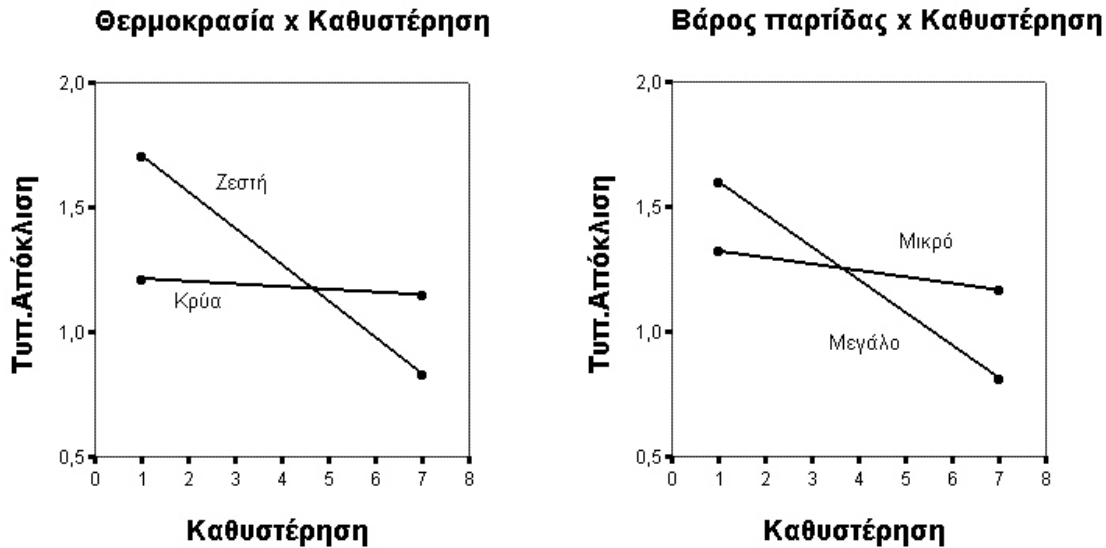
**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7 Εκτιμούμενες Επιδράσεις
Κύριες και Αλληλεπίδρασης στο Πείραμα
Βάρος - Γέμισης**

	Εκτιμούμενες Επιδράσεις	
Μέσος	1.22625	
P	0.1450	
T	-0.0875	
W	-0.0375	
D	-0.4700	***
P x T	-0.0150	
P x W	0.0300	
P x D	-0.1525	
T x W	-0.1625	
T x D	0.4050	***
W x D	-0.3150	***
P x T x W	0.1350	
P x T x D	0.0725	
P x W x D	0.0675	
T x W x D	0.0950	
P x T x W x D	0.0375	

Μεγάλες επιδράσεις σημειώνονται με ***.

Οι εκτιμήσεις των κύριων επιδράσεων και επιδράσεων αλληλεπίδρασης δίνονται στον πίνακα 4.7. Η κύρια επίδραση της καθυστέρησης ($D = -0.470$) και οι αλληλεπιδράσεις της θερμοκρασίας με την καθυστέρηση ($T \times D = 0.405$) και του βάρους παρτίδας με την καθυστέρηση ($W \times D = -0.315$), είναι οι

τρεις μεγαλύτερες επιδράσεις. Το αρνητικό σύμβολο της κύριας επίδρασης του D σημαίνει ότι μια καθυστέρηση επτά ημερών μειώνει την μεταβλητότητα, κάνοντας το συστατικό του μείγματος στη συσκευασία πιο ομοιόμορφο. Τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης στο σχήμα 4.4 παρουσιάζουν τη φύση των αλληλεπιδράσεων. Στην περίπτωση της καθυστέρησης επτά ημερών τα διαγράμματα δείχνουν ότι μεγαλύτερες παρτίδες προτιμώνται και ότι δεν υπάρχει λόγος μείωσης της θερμοκρασίας. Ο αριθμός των εισόδων του λαδιού φαίνεται να μην επηρεάζει την μεταβλητότητα.



Σχήμα 4.4 Σχήματα αλληλεπίδρασης στο πείραμα βάρος-γέμισης

4.7 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΑ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ

Σε πολλές περιπτώσεις παραγοντικών πειραμάτων, οι παράγοντες που επηρεάζουν την μεταβλητή απάντησης είναι πάρα πολλοί και δεν είναι εύκολο να πραγματοποιηθούν όλα τα αναγκαία πειράματα.

Τα κλασματικά παραγοντικά πειράματα, αντί να μελετούν 2^k συνδυασμούς παράγοντα-επίπεδο, χρησιμοποιούν μια συγκεκριμένη ομάδα από αυτούς. Φυσικά αυτός είναι ένας οικονομικός τρόπος αλλά δεν υπάρχει δυνατότητα εκτίμησης όλων των κύριων επιδράσεων και επιδράσεων αλληλεπίδρασης.

4.7.1 Ένα Κλασματικό Παραγοντικό Πείραμα για Εφτά Παράγοντες σε Οκτώ Επαναλήψεις

Ένα κλασματικό παραγοντικό πείραμα για επτά παράγοντες σε οκτώ δοκιμές λέγεται ένα 2^{7-4} κλασματικό παραγοντικό πείραμα. Στον πίνακα 4.8 φαίνονται οι οκτώ δοκιμές του πειράματος (κλασική σειρά). Η πραγματοποίηση των πειραμάτων γίνεται με τυχαία σειρά.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.8 Το 2⁷⁻⁴ Κλασματικό Παραγοντικό Σχέδιο

Παράγοντες						
1	2	3	4(=12)	5(=13)	6(=23)	7(=123)
-	-	-	+	+	+	-
+	-	-	-	-	+	+
-	+	-	-	+	-	+
+	+	-	+	-	-	-
-	-	+	+	-	-	+
+	-	+	-	+	-	-
-	+	+	-	-	+	+
+	+	+	+	+	+	+

4.7.2 Ένα Κλασματικό Παραγοντικό Πείραμα για Πέντε Παράγοντες σε Δεκαέξι Επαναλήψεις

Η ανάλυση του προβλήματος στην παράγραφο 4.6 που αφορούσε τις συσκευασίες σούπας σε σκόνη περιελάμβανε 4 παράγοντες. Αυτοί οι παράγοντες ήταν: ο αριθμός των εισόδων από όπου προστίθεται το λάδι (P), η θερμοκρασία του υλικού που περιβάλλει τον αναδευτήρα (T), το βάρος της παρτίδας (W) και η καθυστέρηση (σε ημέρες) μεταξύ της μίξης και της συσκευασίας (D). Υπήρχε όμως άλλος ένας παράγοντας που δεν λήφθηκε υπόψη, η διάρκεια ανάδευσης (παράγοντας M).

Η ανάλυση δίνεται στον πίνακα 4.9 στον οποίο υπάρχουν 16 επαναλήψεις του πειράματος, δηλαδή ένα 2⁵⁻¹ κλασματικό παραγοντικό πείραμα. Τα επίπεδα των τεσσάρων πρώτων παραγόντων αντιπροσωπεύουν ένα 2⁴ παραγοντικό πείραμα. Τα επίπεδα του πέμπτου παράγοντα (M) είναι τα ίδια με το γινόμενο $PTWD$. Το $M = PTWD$ λέγεται γεννήτρια του 2⁵⁻¹ κλασματικού παραγοντικού. Το σχέδιο συγγέει το M με το $PTWD$. Έτσι η εκτίμηση της κύριας επίδρασης του M και η αλληλεπίδραση των τεσσάρων παραγόντων $PTWD$ συγγέονται. Δεν μπορεί κάποιος να πει αν η εκτίμηση 0.0375 του πίνακα 4.7 εκτιμά την κύρια επίδραση του M , ή την αλληλεπίδραση $P \times T \times W \times D$ ή ένα συνδυασμό των δύο. Συνήθως, οι αλληλεπιδράσεις τριών και παραπάνω παραγόντων αγνοούνται και έτσι η ερμηνεία του 0.0375 είναι η εκτίμηση της κύριας επίδρασης του M .

Οι άλλες εκτιμήσεις του πίνακα 4.7 μπορούν να ερμηνευθούν ως ακολούθως. Για παράδειγμα το P . Αφού $M = PTWD$, τότε $TWDM = P$ (πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της ισότητας με TWD , γινόμενα όπως TT, WW και άλλα, οδηγούν σε στήλες με όλα τα σύμβολα +). Αυτό σημαίνει ότι η κύρια επίδραση του P συγγέεται με την αλληλεπίδραση τεσσάρων παραγόντων $T \times W \times D \times M$.

Για παράδειγμα τώρα το PT . Αφού $M = PTWD$, τότε $WDM = PT$ δηλαδή, η αλληλεπίδραση δύο παραγόντων, P και T , συγγέεται με την αλληλεπίδραση τριών παραγόντων $W \times D \times M$. Στην περίπτωση του $P \times T \times W$, αφού $M = PTWD$, τότε $PTW = DM$, συγγέοντας αυτές τις δύο αλληλεπιδράσεις. Συνήθως, οι αλληλεπιδράσεις τριών και παραπάνω παραγόντων αγνοούνται και έτσι η ερμηνεία του 0.135 του πίνακα 4.7 είναι η εκτίμηση της αλληλεπίδρασης $D \times M$. Οι εκτιμήσεις του πίνακα 4.7 επαναλαμβάνονται στον πίνακα 4.10 με πρόσθετες τις εκτιμήσεις του πέμπτου παράγοντα M και των συγχυτικών συνδυασμών.

Ο πίνακας 4.10 δείχνει ότι η κύρια επίδραση του M και οι αλληλεπιδράσεις δύο παραγόντων που εμπεριέχουν τον M είναι μικρές, άρα η διάρκεια ανάδευσης (M) δεν επηρεάζει την μεταβλητότητα. Η κύρια επίδραση του D και οι αλληλεπιδράσεις του με το T και W είναι σημαντικές. Το κλασματικό παραγοντικό πείραμα επέτρεψε την οικονομία στον αριθμό επαναλήψεων ενός πλήρους παραγοντικού, σε μελέτη πέντε παραγόντων σε 16 επαναλήψεις.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.9 Πείραμα Βάρους Γέμισης

STD	P	T	W	D	M=PTWD
1.18	-	-	-	-	+
1.70	+	-	-	-	-
1.13	-	+	-	-	-
1.28	+	+	-	-	+
1.85	-	-	+	-	-
2.10	+	-	+	-	+
1.09	-	+	+	-	+
1.36	+	+	+	-	-
0.97	-	-	-	+	-
0.98	+	-	-	+	+
1.47	-	+	-	+	+
1.25	+	+	-	+	-
0.76	-	-	+	+	+
0.62	+	-	+	+	-
0.78	-	+	+	+	-
1.10	+	+	+	+	+

Τυπική απόκλιση είναι η μεταβλητή απάντησης. P είναι ο αριθμός των εισόδων (1 ή 3). T είναι η θερμοκρασία (ζεστή ή κρύα), W είναι το βάρος παρτίδας (1500 ή 2000 λίβρες) και D είναι η καθυστέρηση (1 ή 7 μέρες) και M είναι ο χρόνος ανακατέματος (60 ή 80 δευτερ.).

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.10 Εκτιμούμενες Επιδράσεις Κόρυβες και Αλληλεπίδρασης στο 2⁵⁻¹ Κλασματικό Παραγοντικό Πείραμα με M=PTWD

Εκτιμούμενες Επιδράσεις		
Μέσος	1.22625	
<i>P</i> (<i>T x W x D x M</i>)	0.1450	
<i>T</i> (<i>P x W x D x M</i>)	-0.0875	
<i>W</i> (<i>P x T x D x M</i>)	-0.0375	
<i>D</i> (<i>P x T x W x M</i>)	-0.4700	***
<i>P x T</i> (<i>W x D x M</i>)	-0.0150	
<i>P x W</i> (<i>T x D x M</i>)	0.0300	
<i>P x D</i> (<i>T x W x M</i>)	-0.1525	
<i>T x W</i> (<i>P x D x M</i>)	-0.1625	
<i>T x D</i> (<i>P x W x M</i>)	0.4050	***
<i>W x D</i> (<i>P x T x M</i>)	-0.3150	***
<i>P x T x W</i> (<i>D x M</i>)	0.1350	
<i>P x T x D</i> (<i>W x M</i>)	0.0725	
<i>P x W x D</i> (<i>T x M</i>)	0.0675	
<i>T x W x D</i> (<i>P x M</i>)	0.0950	
<i>P x T x W x D</i> (<i>M</i>)	0.0375	

Οι επιδράσεις με έντονα εκτιμώνται αν οι αλληλεπίδρασεις τριών και πάνω αγνοούνται. Μεγάλες εκτιμηθείσες επιδράσεις σημειώνονται με ***.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ TAGUCHI ΓΙΑ ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο Genichi Taguchi είναι ένας Γιαπωνέζος μηχανικός, ο οποίος συνετέλεσε στην βελτίωση Γιαπωνέζικων βιομηχανικών προϊόντων και διαδικασιών. Ανέπτυξε μια φιλοσοφία και μια μεθοδολογία σχεδιασμού και βελτίωσης προϊόντων και διαδικασιών. Επίσης είναι ο συγγραφέας ενός πολύ γνωστού Γιαπωνέζικου κειμένου για τον πειραματικό σχεδιασμό, το οποίο μεταφράστηκε στα Αγγλικά (Taguchi and Wu, 1980).

Χιλιάδες μηχανικοί εφήρμοσαν δεκάδες χιλιάδες πειράματα βασισμένα στη διδασκαλία του. Ο ίδιος έχει λάβει κάποια από τα σημαντικότερα βραβεία της Ιαπωνίας για το ποιοτικό επίτευγμα, όπως επίσης αυτός και οι συνεργάτες του έχουν πραγματοποιήσει πολλά σεμινάρια στις ΗΠΑ από τις αρχές του 1970.

Η νέα, βασισμένη στις μεθόδους Taguchi, τεχνολογία ποιότητας, αρχικά παρουσιάστηκε στην βιομηχανία αυτοκινήτων στις Ηνωμένες Πολιτείες. Πρώτα καλλιεργήθηκε από την Ford με σκοπό την ποιοτική βελτίωση και την μείωση κόστους. Η Ford δημιούργησε ένα ινστιτούτο για την διδασκαλία των μεθόδων Taguchi στους προμηθευτές της. Από τότε αυτό το ινστιτούτο έγινε το ανεξάρτητο “Αμερικάνικο Ινστιτούτο Προμηθευτών” του οποίου τα μαθήματα είναι διαθέσιμα για όλη τη βιομηχανία.

Η φιλοσοφία του Taguchi για μηχανική ποιότητα είναι εύκολα αποδεκτή αλλά η μεθοδολογία σχεδιασμού του και οι προτεινόμενες στατιστικές τεχνικές του είναι αμφισβητήσιμες. Υποστηρικτές του, λένε ότι ο Taguchi άλλαξε την ποιοτική σκέψη και την μηχανική τεχνολογία στις Ηνωμένες Πολιτείες και συνεργάτες του υποστηρίζουν ότι οι μέθοδοι Taguchi για βελτίωση βιομηχανικής παραγωγής και ποιότητας είναι από τα σημαντικότερα επιτεύγματα εδώ και δεκαετίες. Άλλοι πάλι λένε ότι όπου χρησιμοποιούνται οι πειραματικοί σχεδιασμοί του Taguchi, πολλές από τις ιδέες ούτε καινούριες είναι ούτε του Taguchi. Λένε ότι οι κλασσικοί πειραματικοί σχεδιασμοί είναι πιο ικανοί.

5.2 ΟΙ ΠΡΟΣΦΟΡΕΣ ΤΟΥ TAGUCHI

Οι δύο παρακάτω ιδέες είναι θεμελιώδης: (1) η ιδέα του Taguchi για μια συνάρτηση απώλειας και (2) η ιδέα του για τη δημιουργία προϊόντων και διαδικασιών που να είναι πιο εύρωστες σε μη ελεγχόμενες περιβαλλοντικές συνθήκες.

5.2.1 Συνάρτηση Ποιοτικής Απώλειας

Οι ποιοτικές απώλειες ορίζονται ως αποκλίσεις από τον στόχο. Οι ποιοτικές απώλειες πρέπει να μετρώνται από ένα μεγάλο σύστημα απωλειών, όχι απλώς από τοπικά κόστη με μέτρο την ελαττωματική ανίχνευση. Το κόστος αποτυχίας μιας συνιστώσας αξίας 5 cent που τοποθετείται σε μια γραμμή παραγωγής αξίας \$100 δεν είναι μόνο τα 5 cent που κοστίζει η παραγωγή μιας συνιστώσας αλλά περιλαμβάνει και το κόστος επισκευής της γραμμής παραγωγής αξίας \$100.

Το ακόλουθο παράδειγμα, από το άρθρο του Berton Gunter (1987, p. 46), παρουσιάζει αυτό το πρώτο σημείο:

Μια μεγάλη γραμμή υποπαραγωγής της Ford χρησιμοποίησε τοπικούς καθώς και Γιαπωνέζικους προμηθευτές. Και για τους δύο προμηθευτές υπήρχε απαίτηση να παράγουν στις ίδιες δοσμένες προδιαγραφές. Οι προδιαγραφές που δόθηκαν αφορούσαν την τιμή στόχο και τα άνω και κάτω όρια προδιαγραφών. Παράπονα εγγύησης, για

προϊόντα που περιείχαν κατασκευασμένα από τοπικούς προμηθευτές μέρη, ήταν κατά πολύ περισσότερα από αυτά που ήταν από τους Γιαπωνέζους προμηθευτές. Συγκεκριμένα, ο θόρυβος ήταν ένα συχνό παράπονο για προϊόντα των Ηνωμένων Πολιτειών, ενώ πρακτικά κανένα δεν έγινε για Γιαπωνέζικα προϊόντα.

Η Ford συνέλεξε δείγματα από τοπικές και Γιαπωνέζικες γραμμές υποπαραγωγής και πήρε μέτρα για κάθε συνιστώσα. Και οι δυο προμηθευτές πληρούσαν τις προδιαγραφές και δεν βρέθηκαν ελαττωματικά. Αλλά η γιαπωνέζικη γραμμή υποπαραγωγής είχε μειώσει την μεταβλητότητά της και τα προϊόντα της ήταν πιο κοντά στην τιμή στόχο από τις τοπικές γραμμές υποπαραγωγής. Επίσης η Γιαπωνέζικη παραγωγή ανέφερε λιγότερα υπολείμματα, λιγότερη επανεργασία και χαμηλότερη απογραφή. Δηλαδή το κόστος τους ήταν λιγότερο.

Μέχρι πρόσφατα, οι Αμερικανοί μηχανικοί δεν θα μπορούσαν να δικαιολογήσουν το κόστος της προσπάθειας για βελτίωση αντίθετα απλώς παρέμεναν εντός προδιαγραφών. Η ιδέα ήταν ότι δεν υπάρχει οικονομικό κόστος αν ένα μέρος ήταν εντός των απαιτούμενων προδιαγραφών.

Ο Taguchi προκαλεί αυτή την ιδέα και προσφέρει μια οικονομική βάση για βελτίωση. Όλη η μεταβολή από ιδανικές αξίες προκαλεί την απώλεια της ποιότητας και επιβάλλει το κόστος. Καθετί μικρό σε ιδανικές διαστάσεις έχει ως αποτέλεσμα κάποια οικονομική απώλεια, είτε είναι το μεγαλύτερο κόστος εγγύησης, η μη ικανοποίηση του πελάτη ή η απώλεια της φήμης της εταιρείας. Μια υψηλής ποιότητας παραγωγή βρίσκεται κοντά στην τιμή στόχο, με συνέπεια σε όλη την διάρκεια ζωής του προϊόντος και κάτω από όλες τις διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας. Οι τρεις σημαντικές συνιστώσες αυτής της θέσης είναι: 1. Το προϊόν πρέπει να είναι κοντά στην τιμή στόχο, 2. Πρέπει να είναι κοντά στην τιμή στόχο για όλη τη διάρκεια ζωής του προϊόντος, 3. Πρέπει να είναι κοντά στο στόχο κάτω από όλες τις συνθήκες λειτουργίας.

5.2.2 Εύρωστα Προϊόντα και Σχεδιασμοί

Ποιότητα σημαίνει να πληρούνται οι προδιαγραφές. Για αντικείμενα που πρέπει να πληρούν συγκεκριμένες προδιαγραφές, κάθε μεταβολή από το στόχο είναι ανεπιθύμητη. Η βελτίωση της ποιότητας οποιασδήποτε διαδικασίας, είναι περισσότερο μια προσπάθεια μείωσης της μεταβολής των αντικειμένων που παράγονται από τη διαδικασία. Αυτή η μείωση μπορεί να επιτευχθεί για παράδειγμα με στενότερο έλεγχο της κατασκευαστικής διαδικασίας. Η μέθοδος Taguchi σκοπεύει στη μείωση της μεταβολής μέσω εξελιγμένου σχεδιασμού (των αντικειμένων που κατασκευάζονται και της διαδικασίας που τα παράγει).

Η βασική ιδέα πίσω από την μέθοδο Taguchi είναι η ελαχιστοποίηση των δυσμενών επιδράσεων παραγόντων που δεν είναι απευθείας ελεγχόμενοι κατά τη διάρκεια της κατασκευαστικής διαδικασίας ή κατά τη διάρκεια της χρήση του προϊόντος.

Η μέθοδος Taguchi, είναι μια στατιστική μέθοδος που αφορά τον σχεδιασμό πειραμάτων και την ανάλυση της μεταβολής στα αποτελέσματα αυτών των πειραμάτων.

5.3 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

Τα βασικά δεδομένα αυτής της διαδικασίας είναι οι προδιαγραφές για κάποια φυσικά αντικείμενα που θα κατασκευαστούν και οι περιορισμοί στον τρόπο κατασκευής τους. Τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας είναι βασικά δύο, ένα σχέδιο για το φυσικό αντικείμενο και ένα σχέδιο για την κατασκευαστική διαδικασία που θα παράγει αυτό το φυσικό αντικείμενο. Με βάση τη μέθοδο Taguchi μια διαδικασία σχεδιασμού έχει τρία στάδια: σχεδιασμός συστήματος, σχεδιασμός παραμέτρων και σχεδιασμός ανοχών.

5.3.1 Στάδιο 1: Σχεδιασμός Συστήματος

Κατά τη διάρκεια του σταδίου αυτού της διαδικασίας σχεδιασμού, ο σχεδιαστής πρέπει να καθορίσει υλικά, μέρη, κατασκευαστικό εξοπλισμό, κατασκευαστικά βήματα και άλλες συνιστώσες οι οποίες αν συνδυαστούν σωστά θα έχουν ως αποτέλεσμα μια κατασκευαστική διαδικασία που θα παράγει με συνέπεια τα απαιτούμενα φυσικά προϊόντα. Είναι αδύνατο ο σχεδιαστής να κατορθώσει μια ποθητή διαμόρφωση. Ο στόχος συνήθως είναι να βρεθεί ένας σχεδιασμός που πληροί τις προϋποθέσεις και είναι “καλός” ή ακόμα και “κομψός”.

Κάθε κατασκευαστικός χειρισμός επηρεάζεται από ένα μεγάλο αριθμό επιρροών ή “παραγόντων” που ορίζουν τα συναρτησιακά χαρακτηριστικά των αντικειμένων που παράγονται. Κάποιοι παράγοντες σχετίζονται με την κατασκευαστική διαδικασία και τα εισαγωγικά στοιχεία της και κάποιοι άλλοι με το προϊόν το ίδιο. Τυπικοί παράγοντες είναι η θερμοκρασία, η υγρασία και ο φωτισμός της περιοχής που γίνεται η κατασκευή, οι διαστάσεις, το βάρος ή η χημική σύνθεση των μερών που χρησιμοποιούνται από την διαδικασία, η πείρα των χειριστών, ο όγκος της παραγωγής και τα φυσικά χαρακτηριστικά του παραγόμενου προϊόντος. Λόγω του πλήθους των παραγόντων ο σχεδιαστής πρέπει να αποφασίσει ποιοι παράγοντες θα ελεγχθούν κατά την κατασκευαστική διαδικασία και ποιοι θα αγνοηθούν. Οι παράγοντες που δεν ελέγχονται ποτέ, αναφέρονται ως “παραγόντες θορύβου”.

Τα σημαντικά χαρακτηριστικά των παραγόντων (όλων), συνήθως μπορούν να μετρηθούν και να περιγραφούν σαν “παράμετροι” που έχουν συγκεκριμένο εύρος. Ο παράγοντες και οι παράμετροί τους σχετίζονται έτσι ώστε ο έλεγχος ενός παράγοντα να μπορεί συνήθως να εννοηθεί σαν έλεγχος των παραμέτρων του.

Κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού συστήματος, προσδιορίζεται ένα εύρος τιμών για κάθε ελεγχόμενη παράμετρο. Επίσης για κάθε παράμετρο αντιστοιχεί μια δοκιμαστική τιμή που θα επιτρέπει στο σύστημα να λειτουργεί χωρίς όμως πάντα να αποδίδει άριστα.

5.3.2 Στάδιο 2: Σχεδιασμός Παραμέτρων

Κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού των παραμέτρων, αυτές οι ελεγχόμενες παράμετροι ρυθμίζονται έτσι ώστε να μειωθεί η μεταβολή στην κατασκευαστική διαδικασία. Σε αυτό το σημείο χρησιμοποιείται η χρήση του πειραματικού σχεδιασμού κατά τον Taguchi. Για παράδειγμα ένας ελεγχόμενος παράγοντας μπορεί να είναι η “θερμοκρασία του φούρνου” και ένα αποδεκτό εύρος για την παράμετρο που περιγράφει τη θερμοκρασία μπορεί να είναι από 300 έως 400 βαθμοί Fahrenheit. Μπορεί να προσδιοριστεί μια δοκιμαστική τιμή για τη θερμοκρασία 350. Κατά το στάδιο σχεδιασμού της παραμέτρου, αυτή η τιμή μπορεί να προσαρμοστεί ώστε να μειώσει την μεταβολή της διαδικασίας.

Ο θόρυβος μπορεί να προκαλέσει την παραγωγή ελαττωματικών προϊόντων. Μια γενική τεχνική βελτίωσης της ποιότητας είναι η εύρεση και η απόκλιση των αιτιών αποτυχίας. Η προσέγγιση της αφαίρεσης αιτιών, απαιτεί την μετακίνηση των παραγόντων που προσβάλλουν τη διαδικασία από την κατηγορία των μη ελεγχόμενων σε αυτή των ελεγχόμενων. Υπάρχει όμως και μια άλλη τακτική: αντί για την αφαίρεση των αιτιών των ελαττωματικών, μπορούν αν γίνουν προσαρμογές για τη μείωση της επίδρασης της αιτίας. Αυτή η τακτική ποιοτικής βελτίωσης είναι ο πυρήνας της προσέγγισης Taguchi.

Ένα μέρος της διαδικασίας σχεδιασμού αφορά την απόφαση η οποία ξεκαθαρίζει ποιοι παράγοντες πρέπει να ελεγχθούν και ποιοι είναι θόρυβος. Παίρνοντας αυτή την απόφαση μπορούν να επιλεγούν οι τιμές των παραμέτρων για τους ελεγχόμενους παράγοντες, ώστε η κατασκευαστική διαδικασία να γίνει εύρωστη (όταν οι αλλαγές στους παράγοντες θορύβου επηρεάζουν ελάχιστα το αποτέλεσμα).

5.3.3 Στάδιο 3: Σχεδιασμός Ανοχών

Ο προσεκτικός σχεδιασμός των παραμέτρων μειώνει την μεταβολή στο αποτέλεσμα μιας κατασκευαστικής διαδικασίας αλλά σε πολλές περιπτώσεις αυτή η μείωση δεν είναι επαρκής για την διαδικασία ώστε να ικανοποιεί τις απαιτούμενες προδιαγραφές. Σε αυτές τις περιπτώσεις, είναι αναγκαίος ο σχεδιασμός ανοχών (προδιαγραφών). Σε αυτό το στάδιο μικραίνει η ανοχή σε κάποιους ελεγχόμενους παράγοντες, ώστε να μειωθεί η μεταβολή στο αποτέλεσμα της κατασκευαστικής διαδικασίας.

Γενικά, ο σχεδιασμός ανοχών έχει μεγαλύτερο κόστος για την παραγωγή. Κάποιες φορές αυτό το κόστος πρέπει να αυξάνεται για την επίτευξη της αναγκαίας μείωσης της μεταβολής. Πολλοί σχεδιαστές παραλείπουν το στάδιο του σχεδιασμού των παραμέτρων και λύνουν το πρόβλημά τους μέσω του τρίτου σταδίου. Μπορεί να είναι αποτελεσματική αλλά πολύ ακριβή λύση.

5.4 ΜΙΑ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΜΑΤΙΑ ΣΤΟΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Ο σχεδιασμός παραμέτρων περιλαμβάνει μια σειρά από πειράματα ώστε να διαπιστωθούν οι επιρροές των ελεγχόμενων παραγόντων και των σπουδαιότερων παραγόντων θορύβου. Κατά τη διάρκεια τέτοιων πειραμάτων, οι παράγοντες θορύβου ελέγχονται αν και δεν θα ελέγχονταν κάτω από συνηθισμένες συνθήκες χειρισμού.

Οι δραστηριότητες που περιλαμβάνονται στον σχεδιασμό παραμέτρων είναι οι παρακάτω:

1. Για κάθε παράμετρο των ελεγχόμενων παραγόντων, επιλέγεται ένα πεπερασμένο σύνολο επιπέδων. Συνήθως δύο έως τέσσερα επίπεδα για κάθε παράμετρο τα οποία καλύπτουν το εύρος των τιμών που αναμένεται να λάβει η παράμετρος. Για παράδειγμα, για τον ελεγχόμενο παράγοντα θερμοκρασία φούρνου, η παράμετρος μπορεί να λάβει τις τιμές 300, 350, και 400 που ανεπίσημα μπορούν να περιγραφούν ως “χαμηλή”, “μέτρια” και “υψηλή” θερμοκρασία αντίστοιχα. Ο Taguchi αναφέρεται στον πειραματικό σχεδιασμό των ελεγχόμενων παραγόντων ως *εσωτερική παράταξη*.
2. Από όλους τους παράγοντες θορύβου, επιλέγεται ένα πεπερασμένο σύνολο από τους πιο σημαντικούς οι οποίοι αναμένεται να προκαλέσουν τη μεγαλύτερη αλλαγή στην κατασκευαστική διαδικασία. Για κάθε ένα σημαντικό παράγοντα θορύβου ορίζεται ένα πεπερασμένο σύνολο επιπέδων (συνήθως από δυο μέχρι τέσσερα επίπεδα) τα οποία επιλέγονται ώστε να καλύπτουν το εύρος των τιμών που αναμένεται να λάβει η παράμετρος θορύβου. Ο Taguchi αναφέρεται στον πειραματικό σχεδιασμό των παραγόντων θορύβου ως *εξωτερική παράταξη*.
3. Σχεδιάζεται ένα πείραμα. Αυτός ο σχεδιασμός απαιτεί την λειτουργία της κατασκευαστικής διαδικασίας σε διάφορους συνδυασμούς επιπέδων για τους ελεγχόμενους παράγοντες και τους παράγοντες θορύβου και μετά την μέτρηση και έκδοση των αποτελεσμάτων. Δεν είναι αναγκαία η εξέταση κάθε συνδυασμού, αντίθετα είναι δυνατό να δημιουργηθούν οικονομικά σχέδια, που με ένα λογικό αριθμό πειραμάτων, επιτρέπουν την αναγνώριση της επίδρασης κάθε παράγοντα. Ο Taguchi χρησιμοποιεί σχεδιασμό ορθογώνιας παράταξης (βλ.: παραγοντικά και κλασματικά παραγοντικά σχέδια) για τα πειράματά του.
4. Διενέργεια των πειραμάτων που απαιτεί ο πειραματικός σχεδιασμός. Αναλύονται τα πειραματικά αποτελέσματα για τον καθορισμό του συνδυασμού επιπέδων που ελαχιστοποιούν την επιρροή των παραγόντων θορύβου.

Η διαδικασία σχεδιασμού ολοκληρώνεται αν βρεθεί ότι ένας συνδυασμός επιπέδων των ελεγχόμενων παραγόντων δίνει ως αποτέλεσμα μια διαδικασία που επιτυγχάνει παραγωγή (1) κοντά στο στόχο και (2) σε ένα αποδεκτό επίπεδο μεταβολής. Αν η μεταβολή είναι ακόμα σε μη αποδεκτό επίπεδο τότε πρέπει να γίνουν και άλλες ενέργειες. Μια πιθανή ενέργεια είναι η εξέταση άλλων ευρών για τους ελεγχόμενους παράγοντες. Μια άλλη προσέγγιση είναι η μετακίνηση ενός ή περισσότερων

παραγόντων θορύβου στην κατηγορία των ελεγχόμενων και στη συνέχεια η διενέργεια άλλων πειραμάτων για τον καθορισμό αποδεκτών επιπέδων. Αν αποτύχουν αυτές οι ενέργειες καλό θα ήταν να προχωρήσει η διαδικασία σχεδιασμού στο τρίτο στάδιο για τον έλεγχο των ανοχών.

5.4.1 Παράδειγμα

Το παρακάτω παράδειγμα είναι από το βιβλίο του Peter John (1990). Η παρατηρούμενη μεταβλητή είναι η τελική αντίσταση ενός συγκεκριμένου ηλεκτρικού κυκλώματος. Η τιμή στόχος της τελικής αντίστασης είναι 73 ohm και πρέπει να επιτευχθεί με την μικρότερη δυνατή μεταβλητότητα.

Πραγματοποιείται ένα πείραμα με τρεις παράγοντες A, B και C (παραγοντικός σχεδιασμός δύο επιπέδων). Διενεργούνται τέσσερα πειράματα σε κάθε έναν από τους οκτώ συνδυασμούς παράγοντα-επίπεδο. Η μεταβλητότητα μεταξύ αυτών των τεσσάρων πειραμάτων αντανακλά την επιρροή των μεταβλητών θορύβου που είτε δεν ελέγχονται είτε δεν μπορούν να ελεγχθούν. Τα αποτελέσματα του πειράματος δίνονται στον πίνακα 5.1. Για κάθε έναν από τους οκτώ συνδυασμούς παράγοντα-επίπεδο υπάρχουν οι αναπαραγωγές y_1, y_2, y_3, y_4 , ο μέσος \bar{y} , η δειγματική διακύμανση s^2 και ο λογάριθμος (με βάση 10) της δειγματικής διακύμανσης.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1 Αποτελέσματα Πειράματος με Τρεις Ελεγχόμενους Παράγοντες

A	B	C	Παρατηρήσεις				Μέσος	Διακύμανση	log (διακύμανση)
-	-	-	60.5	61.7	60.5	60.8	60.875	0.323	-0.491
+	-	-	47.0	46.3	46.7	47.2	46.800	0.153	-0.814
-	+	-	92.1	91.0	92.0	91.6	91.675	0.249	-0.604
+	+	-	71.0	71.7	71.1	70.0	70.950	0.497	-0.304
-	-	+	65.2	66.8	64.3	65.2	65.375	1.083	0.034
+	-	+	49.5	50.6	49.5	50.5	50.025	0.369	-0.433
-	+	+	91.2	90.5	91.5	88.7	90.475	1.576	0.198
+	+	+	76.0	76.0	78.3	76.4	76.675	1.209	0.082

Τα δεδομένα αναλύονται με διάφορους τρόπους. Εξετάζοντας τις επιρροές των τριών παραγόντων στο μέσο από τις τέσσερις αναπαραγωγές του πειράματος, αναλύονται οι επιρροές που έχουν οι ελεγχόμενοι παράγοντες στο επίπεδο της τελικής αντίστασης. Με βάση το προηγούμενο κεφάλαιο και παίρνοντας τον μέσο ως το αποτέλεσμα, υπολογίζονται οι παρακάτω εκτιμήσεις των κύριων επιδράσεων και των επιδράσεων αλληλεπίδρασης:

Μέσος = 69.1

Κύριες επιδράσεις: $A = -16.0$, $B = 26.7$, $C = 3.1$

Αλληλεπίδρασεις: $A \times B = -1.3$, $A \times C = 1.4$, $B \times C = -0.8$, $A \times B \times C = 2.1$

Το συμπέρασμα από τις παραπάνω εκτιμήσεις είναι ότι οι παράγοντες A και B επηρεάζουν την μέση τελική αντίσταση και υπάρχει μικρή αλληλεπίδραση ανάμεσά τους. Ο παράγοντας C δεν φαίνεται να έχει επίδραση στο μέσο αποτέλεσμα.

Οι επιδράσεις των τριών παραγόντων αναλύονται και ως προς την μεταβλητότητα. Παίρνοντας την διακύμανση s^2 σαν το αποτέλεσμα, υπολογίζονται οι παρακάτω εκτιμήσεις των κύριων επιδράσεων και των επιδράσεων αλληλεπίδρασης:

Μέσος = 0.68

Κύριες επιδράσεις: $A = -0.25$, $B = 0.40$, $C = 0.75$

Αλληλεπιδράσεις: $A \times B = 0.19$, $A \times C = -0.29$, $B \times C = 0.27$, $A \times B \times C = -0.02$

Ο παράγοντας C έχει την μεγαλύτερη επίδραση στην μεταβλητότητα. Ενώ οι παράγοντες A και B έχουν επιρροή στο μέσο, δεν έχουν στην μεταβλητότητα. Συνοπτικά, οι παράγοντες A και B μπορούν να χρησιμοποιηθούν για προσαρμογές επιπέδων ενώ ο παράγοντας C μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ελάττωση της μεταβλητότητας.

Η μέση διακύμανση για το χαμηλό επίπεδο του παράγοντα C είναι 0.31. Η μέση διακύμανση για το υψηλό επίπεδο του παράγοντα C είναι 1.06. Άρα για να μειωθεί η μεταβλητότητα πρέπει ο παράγοντας C να ρυθμιστεί στο χαμηλό του επίπεδο.

Αφού ο παράγοντας C έχει μικρή επίδραση στο επίπεδο, οι μέσοι για τις χαμηλές και υψηλές τιμές των A και B δίνονται από :

$$A (-) \text{ και } B (+): ((60.875+65.375)/2)= 63.13$$

$$A(+)\text{ και }B(-): 48.41$$

$$A(-)\text{ και }B(+): 91.08$$

$$A(+)\text{ και }B(-): 73.81$$

Για να επιτευχθεί η τιμή στόχος των 73 ohm, θέτουμε τους παράγοντες A και B στις υψηλές τους τιμές.

Ποια θα ήταν η συνέχεια αν η τιμή στόχος ήταν 55.5 ohm; Προσαρμόζεται το μέσο επίπεδο μεταβάλλοντας τους παράγοντες A και B. Αφού δεν υπάρχει μεγάλη αλληλεπίδραση μεταξύ του A και B, οι επιθυμητές προσαρμογές του επιπέδου αποκτώνται με απλή γραμμική παρεμβολή. Για παράδειγμα, μπορεί ο B μπει στο χαμηλό του επίπεδο και ο A σε τιμή μηδέν (στη μέση χαμηλού και υψηλού επιπέδου) γιατί το μέσο επίπεδο στο χαμηλό επίπεδο του B είναι 55.77 (που είναι κοντά στο απαιτούμενο 55.5). Η μπορεί ο A να μπει στο υψηλό του επίπεδο και ο B σε τιμή -0.5. Αυτή η τιμή λαμβάνεται λύνοντας την εξίσωση παρεμβολής $[(48.41 + 73.81) / 2] + [(73.81 - 48.41) / 2] x = 55.5$, που δίνει $x = -0.44$. Βασικά υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί των A και B που οδηγούν σε μέσο τελικό επίπεδο 55.5 ohm ((A = 0, B = -1) και (A = +1, B = -0.5)).

Προσοχή: Δεν πρέπει αυτή η ανάλυση μόνη της να αποτελεί απόδειξη ότι ο ένας ή ο άλλος συνδυασμός οδηγεί στον επιθυμητό στόχο. Πρέπει πάντα να διενεργείται ένα επιβεβαιωτικό πείραμα και να ελέγχεται αν τα υποθετικά αποτελέσματα υποστηρίζονται από τα δεδομένα.

5.4.2 Αναλογίες Σήματος Θορύβου

Στο παραπάνω παράδειγμα έχουν αναλυθεί ο μέσος και η διακύμανση ξεχωριστά. Ο Taguchi συζητά διάφορους τρόπους συνδυασμού αυτών των δύο πληροφοριών με τη χρήση της αναλογίας σήματος θορύβου. Η αναλογία σήματος θορύβου υπολογίζεται για κάθε συνδυασμό παράγοντα-επίπεδο και τα επίπεδα των ελεγχόμενων παραγόντων που μεγιστοποιούν την αναλογία αυτή εξουδετερώνονται. Οι παρακάτω αναλογίες χρησιμοποιούνται συχνά.

Η αναλογία

$$\Sigma\Theta_{\text{μικρη}} = -10\log_{10} \left[\sum (y_i)^2 / n \right]$$

προτείνεται αν κάποιος θέλει να κάνει το αποτέλεσμα y όσο μικρότερο γίνεται. Υπολογίζεται η αναλογία σήματος θορύβου από τις n αναπαραγωγές (y_1, y_2, \dots, y_n) της έκθεσης θορύβου, για κάθε συνδυασμό παράγοντα-επίπεδο. Τα επίπεδα των ελεγχόμενων παραγόντων προσδιορίζονται έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η $\Sigma\Theta_{\text{μικρη}}$.

Η μεγιστοποίηση της αναλογίας

$$\Sigma\Theta_{\text{μεγαλη}} = -10 \log_{10} \left[\sum (1/y_i)^2 / n \right]$$

προτείνεται αν κάποιος θέλει να κάνει το y όσο μεγαλύτερο γίνεται.

Η μεγιστοποίηση της αναλογίας

$$\Sigma\Theta_{\text{στοχος}} = 10 \log_{10} \left[(\bar{y}^2 / s^2) - (1/n) \right]$$

ή

$$\Sigma\Theta_{\text{στοχος}} = 10 \log_{10} \left[(\bar{y}^2 / s^2) \right]$$

προτείνεται αν η τιμή y πρέπει να επιτύχει μια συγκεκριμένη τιμή στόχο. Το \bar{y} και το s είναι ο μέσος και η τυπική απόκλιση των αναπαραγωγών ενός σταθερού συνδυασμού παράγοντα-επίπεδο.

Αυτά τα κριτήρια σήματος θορύβου, προτιμώνται από μηχανικούς καθώς μετατρέπουν δύο στατιστικά σε ένα. Παρόλα αυτά όμως δεν είναι πάντα διαισθητικά. Για παράδειγμα η $\Sigma\Theta_{\text{στοχος}}$ δεν αναφέρει την ακριβή τιμή στόχο και έτσι είναι δύσκολο να θεωρηθεί η αναλογία σήματος θορύβου ως ένα μέτρο της απόκλισης από τον στόχο. Οι δύο τελευταίες αναλογίες σχετίζονται με την ελαχιστοποίηση του συντελεστή μεταβολής, $CV = s/\bar{y}$.

5.5 ΒΑΣΙΚΕΣ ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΠΙΣΩ ΑΠΟ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ TAGUCHI

Πρώτον, υπάρχει μια υπόθεση ότι η κατασκευαστική διαδικασία και τα κατασκευαστικά προϊόντα είναι εκ φύσεως τυχαία. Ένα χημικό είναι σπάνια 95% καθαρό αλλά μπορεί να είναι με συνέπεια μεταξύ 94% και 95% καθαρό. Η μεταβλητότητα είναι το φυσιολογικό στις κατασκευές.

Δεύτερον, οι ελεγχόμενοι παράγοντες και οι παράγοντες θορύβου μπορούν να περιγραφούν από παραμέτρους και συμπεριφέρονται με συνέπεια. Συνήθως πιστεύεται ότι ένας παράγοντας μπορεί να περιγραφεί από μια παράμετρο με ένα από τα παρακάτω χαρακτηριστικά: όσο μεγαλύτερη η παράμετρος τόσο καλύτερα, όσο μικρότερη η παράμετρος τόσο καλύτερα και όσο πιο κοντά είναι η παράμετρος σε μια τιμή τόσο καλύτερα. Η επίδραση αυτής της υπόθεσης είναι η οριοθέτηση του πειραματισμού για την επίτευξη ποθητών τιμών των παραμέτρων.

Τρίτον, τα πειράματα μπορούν να διενεργηθούν κατά το στάδιο σχεδιασμού, για τον καθορισμό της αντίδρασης ενός προτεινόμενου κατασκευαστικού συστήματος σε διαφορετικές λειτουργίες των παραμέτρων. Υπάρχει η υπόθεση ότι μπορούν να γίνουν λογικές προγνώσεις για την συμπεριφορά ενός προτεινόμενου κατασκευαστικού συστήματος, πριν αυτό δημιουργηθεί. Πρέπει να διενεργηθούν επιβεβαιωτικά πειράματα για να ελεγχθεί αν τα αποτελέσματα των εκτός γραμμής πειραμάτων επεκτείνονται πέρα από την διαδικασία παραγωγής.

5.6 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

5.6.1 Παράδειγμα 1: Ολοκληρωμένο Κατασκευαστικό Κύκλωμα

Ο Kacker και ο Shoemaker (1986, pp. 39-50) χρησιμοποίησαν το παρακάτω πείραμα για την βελτίωση διαφόρων σημείων μιας διαδικασίας ολοκληρωμένου κατασκευαστικού κυκλώματος. Εξετάστηκαν οκτώ παράγοντες σε ένα δύο επιπέδων ορθογώνιο σχέδιο παράταξης 16 δοκιμών. Το παρατηρούμενο μέτρο ήταν το πάχος της μιας στρώσης της παραγόμενης πλακέτας. Οι υπό-μελέτη παράγοντες ήταν: η μέθοδος δεκτικής περιστροφής (A), ο κωδικός της πλακέτας (B), η θερμοκρασία κατάθεσης (C), ο χρόνος κατάθεσης (D), ο ρυθμός ροής του αρσενικού αερίου (E), η HCl θερμοκρασία «χάραξης» (F), ο ρυθμός ροής του HCl (G) και η θέση του στομίου (H). Το αντικείμενο του πειράματος ήταν ο τρόπος με τον οποίο αυτοί οι παράγοντες επηρεάζουν το πάχος της στρώσης. Για κάθε πειραματική δοκιμή, μετρήθηκε το πάχος της στρώσης 14 πλακετών σε πέντε διαφορετικά μέρη. Υπολογίσθηκαν μέσοι και δειγματικές διακυμάνσεις αυτών των 70 μετρήσεων για κάθε έναν από τους 16 συνδυασμούς παράγοντα-επίπεδο. Οι μέσοι και οι λογάριθμοι των δειγματικών διακυμάνσεων δίνονται στον πίνακα 5.2.

Το σχέδιο του πίνακα 5.2 αποτελεί ένα κλασματικό παραγοντικό σχέδιο δύο επιπέδων σε οκτώ παράγοντες και 16 δοκιμές. Οι στήλες για τους παράγοντες E, C, B και A είναι γραμμένες με την κλασσική σειρά ενός πλήρους 2^4 παραγοντικού σε τέσσερις παράγοντες. Τα επίπεδα των υπόλοιπων τεσσάρων παραγόντων είναι κατασκευασμένα ως εξής: $D = -ABC$, $F = ABE$, $G = ACE$ και $H = CBE$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2 Αποτελέσματα Παραδείγματος 1: Ολοκληρωμένος Κατασκευαστικός Κύκλος

A	B	C	D	E	F	G	H	\bar{y}	$\log(s^2)$
-	-	-	+	-	-	-	-	14.821	-0.4425
-	-	-	+	+	+	+	+	14.888	-11.989
-	-	+	-	-	-	+	+	14.037	-14.307
-	-	+	-	+	+	-	-	13.880	-0.6505
-	+	-	-	-	+	-	+	14.165	-14.230
-	+	-	-	+	-	+	-	13.860	-0.4969
-	+	+	+	-	+	+	-	14.757	-0.3267
-	+	+	+	+	-	-	+	14.921	-0.6270
+	-	-	-	-	+	+	-	13.972	-0.3467
+	-	-	-	+	-	-	+	14.032	-0.8563
+	-	+	+	-	+	-	+	14.843	-0.4369
+	-	+	+	+	-	+	-	14.415	-0.3131
+	+	-	+	-	-	+	+	14.878	-0.6154
+	+	-	+	+	+	-	-	14.932	-0.2292
+	+	+	-	-	-	-	-	13.907	-0.1190
+	+	+	-	+	+	+	+	13.914	-0.8625

Οι κύριες επιδράσεις αυτών των οκτώ παραγόντων υπολογίζονται χωριστά για το επίπεδο (αποτέλεσμα: ο δειγματικός μέσος των 70 μετρήσεων) και την μεταβλητότητα (αποτέλεσμα: ο λογάριθμος της δειγματικής διακύμανσης):

Επίπεδο

Μέσος = 14.389

A = -0.055 B = 0.056 C = -0.109 D = 0.836
E = -0.067 F = 0.060 G = -0.098 H = 0.142

Μεταβλητότητα

Μέσος = -0.648

A = 0.352 B = 0.122 C = 0.105 D = 0.249
E = -0.012 F = -0.072 G = -0.101 H = -0.566

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο παράγοντας D έχει την μεγαλύτερη επιρροή στο επίπεδο των μετρήσεων. Οι παράγοντες A και H (και με μικρότερη έκταση ο D) επηρεάζουν την μεταβλητότητα. Για την επίτευξη μειώσεων της μεταβλητότητας πρέπει ο παράγοντας A να τεθεί στο χαμηλό του επίπεδο (αφού η κύρια του επίδραση είναι θετική) και ο παράγοντας H στο υψηλό του (αφού η κύρια επίδρασή του είναι αρνητική).

Ο παράγοντας D μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προσαρμογή επιπέδου. Έστω ότι ο στόχος είναι η απόκτηση ενός μέσου πάχους 14.5 μm. Όταν ο D είναι στο χαμηλό του επίπεδο το μέσο πάχος είναι 13.97 μm. Όταν ο D είναι στο υψηλό του επίπεδο το μέσο πάχος είναι 14.81 μm. Για να επιτευχθεί ο στόχος των 14.5 μm πρέπει ο D να τεθεί γύρω στο 0. Πρέπει να διεξαχθούν επιβεβαιωτικά πειράματα ώστε να διαπιστωθεί αν αυτές οι ρυθμίσεις έχουν το ποθητό αποτέλεσμα.

5.6.2 Παράδειγμα 2: Νάυλον Λάστιχο

Ο D.M Byrne και ο S.Taguchi (1987, pp. 19-26) καθώς και ο F.B. Alt (1988, pp. 165-167) συζητούν το παρακάτω παράδειγμα. Το αντικείμενο αυτού του πειράματος είναι η μεγιστοποίηση της αφαιρετικής δύναμης του νάυλον λάστιχου που είναι σε έναν ελαστικό σύνδεσμο. Αυτοί οι σύνδεσμοι χρησιμοποιούνται σε μηχανές αυτοκινήτων. Οι τέσσερις ελεγχόμενοι παράγοντες είναι η αλληλεπίδραση μεταξύ του πώματος και του συνδέσμου (παράγοντας A), το πάχος του τοιχώματος του συνδέσμου (παράγοντας B), το βάθος εισαγωγής του πώματος μέσα στον σύνδεσμο (παράγοντας C) και το ποσοστό κολλητικότητας (παράγοντας D). Τρία ήταν τα επίπεδα καθενός παράγοντα. Επιλέχθηκε ένα τριών επιπέδων ορθογώνιο σχέδιο παράταξης 9 δοκιμών για τέσσερις παράγοντες. Τα επίπεδα αυτών των εννέα δοκιμών δίνονται στον πίνακα 5.3. Οι αριθμοί 1, 2 και 3 αντιστοιχούν στο χαμηλό, μέτριο και υψηλό επίπεδο κάθε παράγοντα. Το σχέδιο του πίνακα 5.3 είναι μια γενίκευση του παραγοντικού και του κλασματικού παραγοντικού δύο επιπέδων.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3 Αποτελέσματα Παραδείγματος 2: Νάυλον Πώμα

A	B	C	D	Παρατηρήσεις								Αναλογία Σ-Θ	Μέσος
1	1	1	1	19.1	20.0	19.6	19.6	19.9	16.9	9.5	15.6	24.025	17.525
1	2	2	2	21.9	24.2	19.8	19.7	19.6	19.4	16.2	15.0	25.522	19.475
1	3	3	3	20.4	23.3	18.2	22.6	15.6	19.1	16.7	16.3	25.335	19.025
2	1	2	3	24.7	23.2	18.9	21.0	18.6	18.9	17.4	18.3	25.904	20.125
2	2	3	1	25.3	27.5	21.4	25.6	25.1	19.4	18.6	19.7	26.908	22.825
2	3	1	2	24.7	22.5	19.6	14.7	19.8	20.0	16.3	16.2	25.326	19.225
3	1	3	2	21.6	24.3	18.6	16.8	23.6	18.4	19.1	16.4	25.711	19.850
3	2	1	3	24.4	23.2	19.6	17.8	16.8	15.1	15.6	14.2	24.832	18.338
3	3	2	1	28.6	22.6	22.7	23.1	17.3	19.3	19.9	16.1	26.152	21.200

Τρεις ήταν οι παράγοντες που θεωρήθηκαν παράγοντες θορύβου: ο ρυθμιζόμενος χρόνος (παράγοντας N1), η ρυθμιζόμενη θερμοκρασία (παράγοντας N2) και η ρυθμιζόμενη σχετική υγρασία (παράγοντας N3). Κάθε παράγοντας θορύβου μελετήθηκε σε δύο επίπεδα (χαμηλό και υψηλό), που αντιπροσώπευαν τις συνθήκες που θα αντιμετώπιζε το προϊόν στη μηχανή. Οι παράγοντες θορύβου ήταν ποικίλοι σύμφωνα με ένα 2³ παραγοντικό πείραμα. Οι οκτώ επαναλήψεις που προέκυψαν αλλάζοντας τους παράγοντες θορύβου βρίσκονται στον πίνακα 5.3.

Το αντικείμενο αυτού του πειράματος ήταν η εύρεση των ρυθμίσεων των ελεγχόμενων παραγόντων που μεγιστοποιούν την αφαιρετική δύναμη. Ο Byrne και ο Taguchi χρησιμοποίησαν την αναλογία σήματος θορύβου:

$$\Sigma\Theta_{\text{μεγαλο}} = -10\log\left[\sum(1/y_i)^2/n\right]$$

η οποία προτείνεται αν κάποιος θέλει να κάνει το αποτέλεσμα όσο μεγαλύτερο γίνεται. Ο Taguchi προτείνει να επιλέγεται ο συνδυασμός παράγοντα-επίπεδο που οδηγεί στη μεγαλύτερη αναλογία σήματος θορύβου. Στο παράδειγμα, μεγιστοποιείται στην δοκιμή 5: μεσαία επέμβαση (επίπεδο 2 παράγοντα A), μεσαίο πάχος τοίχου (επίπεδο 2 παράγοντα B), υψηλό βάθος εισαγωγής (επίπεδο 3 παράγοντα C) και χαμηλό ποσοστό κολλητικότητας (επίπεδο 1 παράγοντα D). Πρέπει βέβαια να γίνουν επιβεβαιωτικά πειράματα σε αυτή τη συγκεκριμένη λειτουργία παράγοντα-επιπέδου ή σε λειτουργίες που είναι κοντά σε αυτές.

Προσοχή: Η έβδομη παρατήρηση στην πρώτη δοκιμή, 9.5, είναι πολύ διαφορετική από τις υπόλοιπες. Πρέπει να εξεταστεί λεπτομερώς πριν συμπεριληφθεί στην ανάλυση. Θα μπορούσε αυτή η τιμή να είναι τυπογραφικό λάθος και η σωστή να ήταν 19.5. Αν υπολογισθεί ξανά η αναλογία ΣΘ δίνει την τιμή 25.37. Παρόλα αυτά δεν είναι πολύ μεγάλη η διαφορά της αναλογίας.

Ο Taguchi επίσης προτείνει μια ανάλυση όπου υπολογίζεται ο μέσος των αναλογιών σήματος θορύβου καθώς και ο μέσος όρος των μέσων απαντήσεων για κάθε επίπεδο κάθε ελεγχόμενου παράγοντα. Στους παρακάτω πίνακες φαίνεται ότι και η αναλογία και ο μέσος μεγιστοποιούνται στο επίπεδο 2 του παράγοντα A, στο επίπεδο 2 του παράγοντα B, στο επίπεδο 3 του παράγοντα C και στο επίπεδο 1 του παράγοντα D.

	Αναλογία Σ-Θ			Μέσος			
	Επίπεδο 1	Επίπεδο 2	Επίπεδο 3	Επίπεδο 1	Επίπεδο 2	Επίπεδο 3	
A	24.96	26.05	25.57	A	18.68	20.73	19.80
B	25.21	25.75	25.60	B	19.17	20.21	19.81
C	24.73	25.86	25.98	C	18.36	20.27	20.57
D	25.70	25.52	25.36	D	20.52	19.51	19.17

5.6.3 Παράδειγμα 3: Ελατήρια για Φορτηγά

Αυτό το παράδειγμα είναι από συζήτηση συνεργασίας των J.J Pignatiello και J.S. Ramberg (1985, pp. 198-206). Η διαδικασία που περιγράφεται αφορά την επεξεργασία ζέστης ελατηρίων για φορτηγά. Η γραμμή παραγωγής των ελατηρίων μεταφέρεται μέσα από ένα καμίνι με υψηλή θερμοκρασία. Μετά το κομμάτι μεταφέρεται σε ένα μηχάνημα όπου δημιουργούνται οι καμπύλες και το ελατήριο μένει για λίγη ώρα σε μια πρέσα με υψηλή πίεση. Τέλος βυθίζεται σε ένα λάδι και αποσύρεται από την περιοχή παραγωγής. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του ελατηρίου είναι το μήκος του (όταν είναι «ελεύθερο») στο τέλος της παραγωγής, το οποίο δημιουργείται κατά την διαδικασία θέρμανσης ενώ σχηματίζονται οι καμπύλες. Η τιμή στόχος του μήκους είναι 8 ίντσες.

Το πείραμα περιλαμβάνει τέσσερις ελεγχόμενους παράγοντες και έναν παράγοντα θορύβου. Οι ελεγχόμενοι παράγοντες είναι:

B: Θερμοκρασία καμινιού. Χαμηλή λειτουργία (-) στους 1840 βαθμούς F και υψηλή (+) στους 1880 βαθμούς F.

C: Χρόνος θέρμανσης. Χαμηλή λειτουργία (-) στα 25 δευτερόλεπτα και υψηλή λειτουργία (+) στα 23 δευτερόλεπτα.

D: Χρόνος μεταφοράς (από το καμίνι στο επόμενο μηχάνημα). Χαμηλή λειτουργία (-) στα 12 δευτερόλεπτα και η υψηλή λειτουργία (+) στα 10 δευτερόλεπτα.

E: Χρόνος πίεσης (ο χρόνος που η πρέσα κατά τη δημιουργία των καμπυλών είναι κλειστή). Χαμηλή λειτουργία (-) στα 2 δευτερόλεπτα και υψηλή λειτουργία (+) στα 3 δευτερόλεπτα.

Ο παράγοντας θορύβου είναι η θερμοκρασία του λαδιού (παράγοντας O) στο τελευταίο στάδιο καθώς οι μηχανικοί πίστευαν ότι είναι δύσκολος ο έλεγχός της κατά την διάρκεια της παραγωγής. Σε αυτό το παράδειγμα οι υψηλές τιμές της θερμοκρασίας κυμάνθηκαν μεταξύ 150 και 170 βαθμούς F και οι χαμηλές τιμές της μεταξύ 130 και 150 βαθμών F.

Οι Pignatiello και Ramberg μεγιστοποιούν την αναλογία σήματος θορύβου $\Sigma\Theta = 10 \log_{10} [(\bar{y}^2 / s^2)]$. Το σχέδιο και τα αποτελέσματα του πειράματος δίνονται στον πίνακα 5.4. Οι τέσσερις παράγοντες είναι ένα 2^{4-1} κλασματικό παραγοντικό σχέδιο όπου τα επίπεδα του παράγοντα E επιλέγονται με βάση το E=BCD.

Χρησιμοποιώντας την τελευταία στήλη του πίνακα, υπολογίζονται οι επιδράσεις των τεσσάρων ελεγχόμενων παραγόντων:

$$B = -0.3325 \quad C = 9.2675 \quad D = -4.5675 \quad E = 2.9425$$

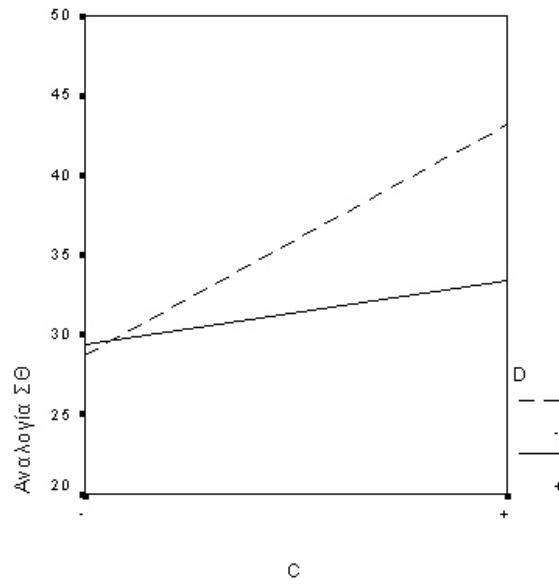
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4 Αποτελέσματα Παραδείγματος 3: Ελατήρια για Φορτηγά

B	C	D	E	Υψηλό O		Χαμηλό O		Μέσος	Διακύμανση	Αναλογία Σ-Θ		
-	-	-	-	7.78	7.78	7.81	7.50	7.25	7.12	7.54	0.09004	28.00
+	-	-	+	8.15	8.18	7.88	7.88	7.88	7.44	7.90	0.07074	29.46
-	+	-	+	7.50	7.56	7.50	7.50	7.56	7.50	7.52	0.00096	47.70
+	+	-	-	7.59	7.56	7.75	7.63	7.75	7.56	7.64	0.00792	38.67
-	-	+	+	7.94	8.00	7.88	7.32	7.44	7.44	7.67	0.09084	28.11
+	-	+	-	7.69	8.09	8.06	7.56	7.69	7.62	7.79	0.05291	30.59
-	+	+	-	7.56	7.62	7.44	7.18	7.18	7.25	7.37	0.03802	31.55
+	+	+	+	7.56	7.81	7.69	7.81	7.50	7.59	7.66	0.01728	35.31

Οι παράγοντες B και E έχουν μικρή επίδραση στην αναλογία σήματος θορύβου. Όπως φαίνεται και από τις κύριες επιδράσεις και την αλληλεπίδραση στο σχήμα 5.1, οι παράγοντες C και D επηρεάζουν την αναλογία σήματος θορύβου. Η μέση αναλογία σήματος θορύβου στο χαμηλό επίπεδο του D είναι 28.73 (όταν ο C είναι στο χαμηλό του επίπεδο) και 49.18 (όταν ο C είναι στο υψηλό του επίπεδο). Η μέση αναλογία σήματος θορύβου στο υψηλό επίπεδο του D είναι 29.35 (όταν ο C είναι στο χαμηλό του επίπεδο) και 33.43 (όταν ο C είναι στο υψηλό του επίπεδο). Φαίνεται ότι υπάρχει και αλληλεπίδραση μεταξύ των παραγόντων. Για την μεγιστοποίηση της αναλογίας σήματος θορύβου πρέπει να επιλεγεί το χαμηλό επίπεδο του D (12 δευτερόλεπτα) και το υψηλό επίπεδο του C (23 δευτερόλεπτα). Πρέπει να διεξαχθούν επιβεβαιωτικά πειράματα σε αυτά τα επίπεδα των παραγόντων για να ελεγχθούν αυτά τα αποτελέσματα.

Οι δύο παράγοντες που δεν επιδρούν στην αναλογία σήματος θορύβου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την προσαρμογή του ύψους στο καθορισμένο επίπεδο. Αναλύοντας τους μέσους στον πίνακα 5.4, υπολογίζεται ότι οι μέσες επιδράσεις είναι: $B = 0.2200$, $C = -0.1775$, $D = -0.0275$ και $E = 0.1025$. Αυτά τα αποτελέσματα δείχνουν ότι πρέπει να αλλάξουν οι B και E ώστε να επιτευχθεί ο στόχος των 8 ιντσών. Το μέσο επίπεδο για πειράματα στο υψηλό επίπεδο του B και στο υψηλό επίπεδο

του E είναι 7.78, που σημαίνει ότι πρέπει να αυξηθούν οι B και E ώστε να επιτευχθεί ο στόχος των 8 ιντσών.



Σχήμα 5.1 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης των παραγόντων C και D.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ*

Ο E.W. Karlin (1987, pp. 54-57) συζητά ένα πείραμα με πέντε ελεγχόμενους παράγοντες σε οκτώ διαφορετικούς συνδυασμούς. Για κάθε συνδυασμό πραγματοποιήθηκε ένα πείραμα με πέντε αναπαραγωγές. Τα δεδομένα δίνονται στον πίνακα E2.

ΠΙΝΑΚΑΣ E2

A	B	C	D	E	Παρατηρήσεις				Μέσος	Διακύμανση	$\log s^2$	Αναλογία $\Sigma\Theta_{\text{μικρή}}$	
-	-	-	+	+	4.5	9.0	0.5	5.0	3.5	4.5	9.375	0.972	-14.433
+	-	-	-	-	9.5	8.0	3.5	7.0	4.5	6.5	6.125	0.7871	-16.735
-	+	-	-	+	0.5	4.0	1.5	6.0	7.0	3.8	7.825	0.8935	-13.16
+	+	-	+	-	11.5	9.5	6.6	17.5	9.5	10.92	16.582	1.2196	-21.223
-	-	+	+	-	7.0	8.5	19.5	15.5	16	13.3	28.325	1.4522	-23.001
+	-	+	-	+	2.5	5.0	1.0	7.0	4.5	4.0	5.375	0.7304	-13.075
-	+	+	-	-	9.0	13.5	0.5	5.5	7.0	7.1	22.675	1.3555	-18.36
+	+	+	+	+	10.5	4.5	4.0	1.5	2.5	4.6	12.3	1.0899	-14.914

Υπολογίζοντας τους μέσους και τις διακυμάνσεις για κάθε έναν πειραματικό συνδυασμό, είναι δυνατό να υπολογισθούν οι κύριες επιδράσεις των παραγόντων για το επίπεδο και την μεταβλητότητα:

Επίπεδο

$$\text{Μέσος} = 6.84$$

$$A = -0.67 \quad B = -0.47 \quad C = 0.82 \quad D = 2.98 \quad E = -5.23$$

Μεταβλητότητα

$$\text{Μέσος} = 1.063$$

$$A = -0.212 \quad B = 0.154 \quad C = 0.189 \quad D = 0.242 \quad E = -0.282$$

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο παράγοντας E έχει την μεγαλύτερη επιρροή στο επίπεδο των μετρήσεων και ο E και ο D στην μεταβλητότητα. Για την επίτευξη μείωσης της μεταβλητότητας πρέπει ο παράγοντας E να τεθεί στο υψηλό του επίπεδο (αφού η κύρια του επίδραση είναι αρνητική) και ο D στο χαμηλό του επίπεδο (αφού η κύρια επίδρασή του είναι θετική).

Για την επίτευξη μείωσης του αποτελέσματος πρέπει οι παράγοντες να τεθούν στα εξής επίπεδα: Οι A, C και D στο χαμηλό τους επίπεδο και οι B και E στο υψηλό τους επίπεδο.

Υπολογίζεται η αναλογία σήματος θορύβου $\Sigma\Theta_{\text{μικρή}}$. Οι επιδράσεις των πέντε παραγόντων είναι:

$$A = 0.752 \quad B = 0.103 \quad C = -0.95 \quad D = -3.06 \quad E = 5.934$$

Οι παράγοντες D και E έχουν μεγάλη επίδραση στην αναλογία σήματος θορύβου. Η μέση αναλογία σήματος θορύβου στο χαμηλό επίπεδο του D είναι 17.55 (όταν ο E είναι στο χαμηλό του επίπεδο) και 13.12 (όταν ο E είναι στο υψηλό του επίπεδο). Η μέση αναλογία σήματος θορύβου στο υψηλό επίπεδο του D είναι 22.11 (όταν ο E είναι στο χαμηλό του επίπεδο) και 14.67 (όταν ο E είναι στο υψηλό του επίπεδο). Για την μεγιστοποίηση της αναλογίας σήματος θορύβου πρέπει να επιλεγεί το χαμηλό επίπεδο του E και το υψηλό επίπεδο του D. Πρέπει να διεξαχθούν επιβεβαιωτικά πειράματα σε αυτά τα επίπεδα των παραγόντων για να ελεγχθούν αυτά τα αποτελέσματα.

* Exercise 16.2, Johannes Ledolter / Claude W. Burrill, *Statistical Quality Control* (1999, pp.465-466)

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Johannes Ledolter / Claude W. Burrill, “Statistical Quality Control : Strategies and Tools for Continual Improvement”. New York: Wiley, 1999
2. Prof. Sid Sytsma / Dr. Katherine Manley, “The Quality Tools Cookbook”.
www.isixsigma.com/st/control_charts/Qualitytools
3. Farnum, “Modern Statistical Quality Control and Improvement”, 1994
4. Western Electric company, “Statistical Quality Control Handbook”, 1956 και από την εργασία του Andrew C. Palm στο Journal of Quality Technology, Vol.22, 1990
5. Shainin (1984)
6. Ledolter and Swersey (1997)
7. Levine, David, Ramsey, Patricia, P., and Berenson, Mark L., “Business Statistics for Quality and Productivity”, Englewood Cliffs, NJQ Prentice Hall, 1995
8. R.A Fisher, “Statistical Methods for Research Workers”, 1925
9. Box, Hunter and Hunter, “Statistics for Experiments”, New York, 1978
10. J. Pignatiello σημειώσεις για το μάθημα “Statistical Methods for Quality and Productivity Improvement”
11. Σημειώσεις μαθήματος του Russell V. Lenth για το Πανεπιστήμιο της Iowa για ένα μάθημα με θέμα “Στατιστικές Μέθοδοι για Ποιοτική και Παραγωγική Βελτίωση ”
12. Lynne Hare στην εργασία “Μέσα στη σούπα: Μια Μελέτη για τον Καθορισμό των Συμβαλλόμενων στην Μεταβλητότητα Περιεχομένου”, 1998
13. Peter John, 1990
14. Kackar and Shoemaker, 1986
15. D.M Byrne and S.Taguchi, 1987 and F.B. Alt, 1988
16. J.J Pignatiello and J.S Ramberg, 1985
17. E.W. Karlin, 1987

